http://mme.modares.ac.ir

مجله علمی پژوهشی

مهندسی مکانیک مدرس

فوق‌العاده اسفند ۱۳۹۲، دوره ۱۳ شماره ۱۳ ص‌ص ۷۸-۸۹

مقاله پژوهشی کامل
تاریخ دریافت ۹۲/۳/۸
تاریخ پذیرش ۹۲/۵/۳
ارائه در سایت ۹۲/۱۰/۳۰

تحلیل ارتعاشی تیر تیموشنکوی ترک‌دار با سطح مقطع متغیر و استفاده از الگوریتم ژنتیک برای تشخیص ترک در این تیرها

سعید طالبی[۱]، علیرضا آریایی[۲*]

۱- دانشجوی کارشناسی ارشد مهندسی مکانیک، دانشگاه اصفهان، اصفهان
۲- استادیار مهندسی مکانیک، دانشگاه اصفهان، اصفهان
* اصفهان، صندوق پستی ۸۱۷۴۶-۷۳۴۴۱، ariaei@eng.ui.ac.ir

چکیده- در این مقاله مشخصه‌های ارتعاشی یک تیر تیموشنکوی ترک‌دار با سطح مقطع متغیر با استفاده از روش انتقال دیفرانسیل مطالعه می‌شود. اثر موقعیت و اندازه ترک در محاسبه فرکانس‌های طبیعی و شکل مودها مورد بررسی قرار می‌گیرد. نتایج حاصل جهت اعتبارسنجی برای تیر بدون ترک و ترک‌دار با مقادیر تجربی به‌دست آمده از آزمایش مودال، نرم‌افزار آباکوس و روش‌های دیگر مورد استفاده در سایر مقالات مقایسه می‌شود که تطابق خوبی بین آنها مشاهده می‌شود. در ادامه مسأله معکوس مورد بررسی قرار می‌گیرد؛ بدین منظور با به‌کارگیری الگوریتم ژنتیک و با استفاده از فرکانس‌های طبیعی تیر ترک‌دار که از آزمایش مودال حاصل شده اند موقعیت و عمق ترک درتیر با سطح مقطع متغیرتعیین می‌شود. مشاهده می‌شود که نتایج عددی به‌دست آمده تطابق قابل قبولی با موقعیت وعمق واقعی ترک دارد که نشان‌دهنده کارایی این روش در تعیین پارامترهای ترک در تیر تیموشنکو است.

کلید واژگان: تیر تیموشنکوی ترک‌دار، روش انتقال دیفرانسیل،آزمایش مودال، الگوریتم ژنتیک، فرکانس طبیعی.

Vibration analysis of a variable cross-section cracked Timoshenko beam and their crack detection using genetic algorithm

S. Talebi[1], A. Ariaei[2*]

1- MSc Student, Dept. of Mech. Eng., Faculty of Eng., Isfahan Univ., Isfahan Iran.
2- Assist Prof., Dept. of Mech. Eng., Faculty of Eng., Isfahan Univ., Isfahan Iran.
* P.O.B. 81746-73441 Isfahan, Iran. ariaei@eng.ui.ac.ir

Abstract-This paper studies the vibration characteristics of a cracked Timoshenko beam with a varying transverse cross-section using Differential Transform Method (DTM). The effects of the crack location and the crack size in calculating the natural frequencies and mode shapes are investigated. The results have been validated for a beam with and without the crack against those obtained from experimental modal test, Abaqus software and other methods reported in the literature and a good agreement between the results is observed.Then, the inverse problem is investigated. For this purpose the position and depth of the crack of the beam with a varying transverse cross-section are estimated using the genetic algorithm and then, the natural frequencies are obtained from the modal test. It is seen that the numerical results have a suitable agreement with the actual position and depth of the crack which indicates the effectiveness of this method in determining the parameters of the crack in the Timoshenko beam.

Keywords: Cracked Timoshenko Beam, Differential Transform Method, Genetic Algorithms, Modal Analysis, Natural Frequency.

[Downloaded from mme.modares.ac.ir on 2024-04-23]

[DOR: 20.1001.1.10275940.1392.13.13.15.1]

۱- مقدمه

تیرها دارای کاربردهای فراوانی در علوم مختلف از جمله در مکانیک، هوافضا و مهندسی عمران هستند. به‌طور معمول دو مدل برای تیرها در نظر گرفته می‌شود، مدل تیر اویلر- برنولی و مدل تیر تیموشنکو. در مدل تیر اویلر-برنولی، نسبت ضخامت تیر به طول آن کوچک است، از این‌رو از تغییر شکل برشی و اینرسی دورانی صرف‌نظر می‌شود در حالی‌که در مدل تیر تیموشنکو که برای تیرهای با ضخامت بیشتر مورد استفاده قرار می‌گیرد، دو کمیت تغییر شکل برشیو اینرسی دورانی در نظر گرفته می‌شود. مدل‌سازی دینامیکی و تحلیل تیرهای ترک‌دار بسیار مهم بوده و اخیراً محبوبیت زیادی پیدا کرده است [۱]. روش‌های تقریبی متفاوتی برای تحلیل ارتعاشی تیرها مطرح شده است. یوکویاما [۲] از روش المان محدود برای محاسبه فرکانس‌های طبیعی تیر یکنواخت تیموشنکو استفاده کرد. خولیف و بازون [۳] روش المان محدود را برای تیرهای تیموشنکو با شرایط مرزی مختلف توسعه دادند.ارتعاشات تیر باریک‌شونده تیموشنکو با روش‌های دیگری مثل روش تفاضلات اصلاح‌شده مربعی [۴]، تفکیک دینامیکی [۵]، درون‌یابی [۶]، ماتریس انتقال [۷] و روش فروبینوس [۸] مورد مطالعه قرار گرفته است. سوریس [۹] یک روش تخمینی برای تحلیل دینامیکی تیرهای غیریکنواخت برای مودهای مختلف ارتعاشی معرفی کرد.

مسعود و آل‌سعید [۱۰] یک مدل ریاضی را از معادلات لاگرانژ به کمک روش مودهایفرضی استخراج کردند و برای توصیف ارتعاش جانبی تیر تیموشنکوی ترک‌دار به‌کار بردند.لورا و گوتیرز [۱۱] روش مربعی دیفرانسیلی را برای بررسی رفتار ارتعاش آزاد تیرهای غیریکنواخت تیموشنکو به‌کار گرفتند. کار و نیوجی [۱۲] از روش ریتز برای بررسی پایداریبک تیر باریک-شونده استفاده کردند. مطالعات گسترده در این زمینه نشان-دهنده اهمیت زیاد تحلیل ارتعاشی تیرهای غیریکنواخت است. زو [۱۳] اولین کسی بود که از روش انتقال دیفرانسیل در مسائل مهندسی استفاده کرد. اولین کاربرد روش انتقال دیفرانسیل در حل مسائل مقدار مرزی در تحلیل مدارهای الکتریکی بود. اوزدمیر و کایا [۱۴] از روش انتقال دیفرانسیل برای تعیین فرکانس‌های طبیعی تیرهای غیریکنواخت استفاده کردند. می[۱۵] روش انتقال دیفرانسیل را برای تحلیل تیرهای چرخشیبه‌کار برد. چن و هو [۱۶] از روش مقادیر ویژه اشتورم لیوویل در جهت تحلیل ارتعاش عرضی تیرهای دورانی تحت بار محوری استفاده کردند. یکی از محاسن روش انتقال دیفرانسیل دقت بالای آن در تحلیل مسائل غیرخطی است. این روش به دلیل سادگی و دقت آن در محاسبه فرکانس‌های طبیعی و شکل مودها نسبت به روش‌های دیگراز قبیل روش مودهای فرضی و المان محدودکارایی بهتری دارد. از آنجا که روش انتقال دیفرانسیل ابزاری کارآمد برای تحلیل سیستم‌های غیرخطی و یا سیستم‌ها با پارامترهای متغیر است، چن و جو [۱۷]، آریکوگلو و ازکول [۱۸] و برت و زنگ [۱۹] توجه زیادی به این روش نموده‌اند. برت و زنگ [۱۹] از روش انتقال دیفرانسیل برای تحلیل ارتعاشات محوری تیرهای مرکب استفاده کردند. چن و جو [۱۷] مسائل مقدار مرزی دونقطه‌ای خطی و غیرخطی مرتبه اول را با استفاده از روش انتقال دیفرانسیل در نظر گرفتند. مالک و دانگ [۲۰] روش انتقال دیفرانسیل را جهت تحلیل ارتعاشات آزاد تیرهای اویلر- برنولی به‌کار بردند.

ارتوک و مومانی [۲۱] یک مقایسه عددی بین روش انتقال دیفرانسیل و روش تجزیه دامنه‌ها برای حل مسائل مقدار مرزی مرتبه چهار معرفی کردند. همچنین، تشخیص ترک در تیرها به‌طور گسترده‌ای در مقالات مطرح شده است. رایزوز و همکارانش [۲۲] ترک را با فنر پیچشی جایگزین کردند و پاسخ ارتعاشی تیر با دو ترک را به‌دست آوردند و سپس با استفاده از آن محل و عمق ترک را پیش‌بینی نمودند. لل و مایتی [۲۳] روشی را برای شناسایی ترک با استفاده از فرکانس‌های اندازه‌گیری شده در تیرهای کوتاه گسترش دادند. کیان و همکارانش [۲۴] یک ماتریس سختی انتقال یافته از یک دسته تیر با ترک یک طرف باز با انتگرال‌گیری از فاکتورهای شدت تنش معرفی کردند. براساس این کار، نحوی و جباری [۲۵] موقعیت و اندازه ترک را در تیرها تخمین زدند. کیم و استابز [۲۶] محل ترک در تیرهای ترک‌دار نازک را توسط یک الگوریتم بر اساس مفهوم حساسیت مودال پیش‌بینی کردند. علاوه براین، آنها از روش گودمانسان [۲۷] برای تخمین اندازه ترک‌ها استفاده کردند.طالبی و آریایی [۲۸] روش انتقال دیفرانسیل را برای تحلیل تیر اویلر- برنولی دارای ترک به‌کار بردند. آنها با صرف‌نظر از تغییر شکل برشی تنها از یک فنر پیچشی جهت مدل کردن ترک استفاده کردند.

[Downloaded from mme.modares.ac.ir on 2024-04-23]

[DOR: 20.1001.1.10275940.1392.13.13.15.1]

در کارهای قبلی روش انتقال دیفرانسیل برای تحلیل تیر اویلر- برنولی دارای ترک و یا تیر تیموشنکوی بدون ترک به‌کار رفته است. در این مقاله این روش جهت تحلیل تیرتیموشنکوی دارای ترک مورداستفاده قرار می‌گیرد. برای تحلیل این نوع تیر باید در محل ترک دو فنر یکی پیچشی و دیگری خطی جایگزین شود. معادلات پیوستگی در محل ترک با توجه به فرمول‌بندی تئوری تیر تیموشنکو بسط داده می‌شوند و ضمن مطالعه تیر دارای ترک، کارایی روش انتقال دیفرانسیل و دقت آن در مطالعه این نوع تیرها مورد بررسی قرار می‌گیرد. نتایج به‌دست آمده با استفاده از این روش با نتایج به‌دست آمده از آزمایش مودال، مقالات دیگر و همچنین نرم‌افزار آباکوس مقایسه می‌شود. نتایج به‌دست آمده نشان‌دهنده دقت قابل قبول این روش جهت تعیین فرکانس‌های طبیعی و شکل مودها است. در ادامه با استفاده از فرکانس‌های طبیعی تیر که از آزمایش مودال به‌دست آمده‌اند محل و عمق ترک تعیین می‌شود (مسأله معکوس). بدین‌منظور از الگوریتم ژنتیک که یکی از روش‌های جستجوی تصادفی است استفاده می‌شود. نتایج به‌دست آمده نشان‌دهنده تخمین قابل قبول جهت تعیین محل و عمق ترک است.

۲- فرمول‌بندی

۲-۱- معادلات حاکم بر تیر دارای ترک

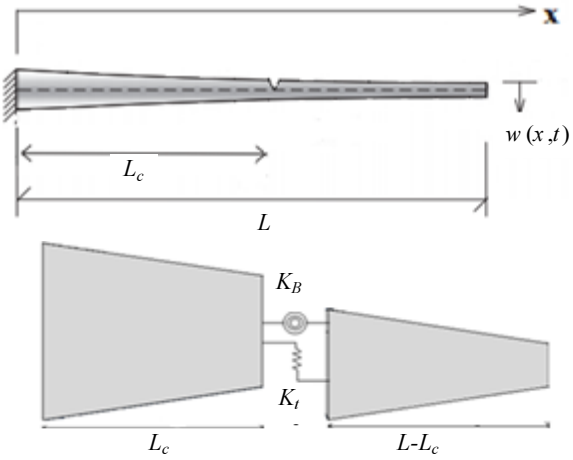
یک تیر تیموشنکوی دارای ترک با سطح مقطع متغیر در نظر گرفته می‌شود. همان‌گونه که در شکل ۱ مشاهده می‌شود ارتفاع تیر در طول آن تغییر می‌کند. ترک با یک فنر پیچشی و همچنین یک فنر خطی جایگزین می‌شود. فرض بر آن است که وجود ترک تغییری در توزیع جرم در امتداد تیر به وجود نمی‌آورد.

همچنین می‌توان نوشت:

$$A(x)=A_g\left(1-\frac{cx}{L}\right)^n \qquad (۱)$$

$$I(x)=I_g\left(1-\frac{cx}{L}\right)^{n+2} \qquad (۲)$$

در روابط (۱) و (۲)، A و I به‌ترتیب سطح مقطع عرضی و گشتاور دوم سطح هستند. زیرنویس g متناظر با انتهای چپ تیر است که در شکل ۱ نشان داده شده است.



شکل ۱ تیر ترک‌دار تیموشنکو باسطح مقطع متغیر

c ثابتی به نام نرخ باریک‌شوندگی است که باید از یک کوچک‌تر باشد، زیرا در غیر این‌صورت ارتفاع تیر قبل از رسیدن به انتهای آن به صفر می‌رسد. بر طبق تئوری تیموشنکو معادلات دیفرانسیل حاکم بر تیر عبارت است از [۲۲]:

$$\rho A(x)\frac{\partial^2 w_i(x,t)}{\partial t^2} -\frac{\partial}{\partial x}\left(k'GA(x)\left(\frac{\partial w_i(x,t)}{\partial x}-\theta_i(x,t)\right)\right)=0 \qquad (۳)$$

$$\rho I(x)\frac{\partial^2\theta_i(x,t)}{\partial t^2}-GA(x)k'\left(\frac{\partial w_i(x,t)}{\partial x}-\theta_i(x,t)\right) -\frac{\partial}{\partial x}\left(EI(x)\frac{\partial\theta_i(x,t)}{\partial x}\right)=0 \qquad (۴)$$

در معادله‌های (۳) و (۴)، $w_i(x,t)$ جابجایی عرضی، $\theta_i(x,t)$ چرخش تیر ناشی از خمش و k' ضریب تصحیح برش است. مقدار k' به ضریب پواسون و هندسه سطح مقطع بستگی دارد. در روابط بالا مدول یانگ، E، مدول برش، G و چگالی ماده، ρ، ثابت فرض می‌شود. در روابط (۳) و (۴) می‌توان نوشت [۲۹]:

$$w_i(x,t)=\overline{W}_i(x)e^{i\omega t} \qquad (۵)$$

$$\theta_i(x,t)=\overline{\theta}_i(x)e^{i\omega t} \qquad (۶)$$

با جایگذاری روابط (۵) و (۶) در معادلات (۳) و (۴)، روابط (۷) و (۸) به‌دست می‌آیند.

$$\rho A(x)\omega^2\overline{W}_i+\frac{d}{dx}\left(k'GA(x)\left(\frac{d\overline{W}_i}{dx}-\overline{\theta}_i\right)\right)=0 \qquad (۷)$$

[Downloaded from mme.modares.ac.ir on 2024-04-23]
[DOR: 20.1001.1.10275940.1392.13.13.15.1]

$$\rho I(x)\omega^2\bar{\theta}_i+\frac{d}{dx}\left(EI(x)\frac{d\bar{\theta}_i}{dx}\right)+GAk'\left(\frac{d\bar{W}_i}{dx}-\bar{\theta}_i\right)=0 \qquad (۸)$$

همان گونه که دیده می‌شود تیر شکل ۱ دارای چهار شرط مرزی در ابتدا و انتهای آن است که عبارتند از:

$$\bar{W}_1(0)=\bar{\theta}_1(0)=0 \quad , \quad x=0 \qquad (۹)$$

$$\frac{d\bar{\theta}_2}{dx}=0 \quad , \quad x=L \qquad (۱۰)$$

$$\left(\frac{d\bar{W}_2}{dx}-\bar{\theta}_2\right)=0 \quad , \quad x=L \qquad (۱۱)$$

همچنین شرایط پیوستگی در محل ترک عبارتند از [۳۰]:

$$\frac{d\bar{\theta}_{(i+1)}}{dx}=\frac{d\bar{\theta}_{(i)}}{dx} \quad , \quad x=L_c \qquad (۱۲)$$

$$\frac{d\bar{W}_{(i+1)}}{dx}-\bar{\theta}_{(i+1)}=\frac{d\bar{W}_{(i)}}{dx}-\bar{\theta}_{(i)} \quad , \quad x=L_c \qquad (۱۳)$$

$$\bar{W}_{(i+1)}-\bar{W}_{(i)}=\frac{1}{k_{ti}}k'A_gG\left[\frac{d\bar{W}_{(i+1)}}{dx}-\bar{\theta}_{(i+1)}\right], \quad x=L_c \qquad (۱۴)$$

$$\bar{\theta}_{(i+1)}-\bar{\theta}_{(i)}=\frac{1}{k_{\theta_i}}EI_g\left(\frac{d\bar{\theta}_{(i+1)}}{dx}\right) \quad , \quad x=L_c \qquad (۱۵)$$

در روابط (۱۲-۱۵)، L_c بیانگر موقعیت ترک می‌باشد. در روابط (۱۴) و (۱۵) مقادیر k_{t_i} و k_{θ_i} عبارتند از [۳۰]:

$$k_{t_i}=\frac{1}{C_V}\frac{EA}{h} \qquad (۱۶\text{- الف})$$

$$k_{\theta_i}=\frac{1}{C_\theta}\frac{EI}{h} \qquad (۱۶\text{- ب})$$

در روابط (۱۶- الف) و (۱۶- ب)، C_V و C_θ توابعی وابسته به مقدار $\gamma=a_C/h$ و شکل هندسی تیر است و برای سطح مقطع مستطیلی عبارتند از [۳۰]:

$$C_V=\left(\frac{\gamma}{1-\gamma}\right)^2(-0.22+3.82\gamma+1.54\gamma^2-14.64\gamma^3+9.60\gamma^4) \qquad (۱۶\text{- ج})$$

$$C_\theta=2\left(\frac{\gamma}{1-\gamma}\right)^2(5.93-19.69\gamma+37.14\gamma-35.84\gamma^3+13.12\gamma^4) \qquad (۱۶\text{- د})$$

۳- بی‌بعدسازی پارامترها

در این بخش پارامترهای بی‌بعد زیر برای جایگذاری در روابط تعریف می‌شود:

$$\xi=\frac{x}{L},\quad W=\frac{\bar{W}}{L},\quad s^2=\frac{EI_g}{k'A_gGL^2}$$
$$r^2=\frac{I_g}{A_gL^2},\quad \mu^2=\frac{\rho A_g\omega^2L^4}{EI_g} \qquad (۱۷)$$

با جایگذاری رابطه (۱۵) در معادلات (۵) و (۶) و انتخاب n=۱، معادلات (۱۸) و (۱۹) به‌دست می‌آیند.

$$\frac{d^2W_i}{d\xi^2}-\left[c\frac{dW_i}{d\xi}+c\xi\frac{d^2W_i}{d\xi^2}\right]+s^2\mu^2W_i-cs^2\mu^2\xi W_i-\frac{d\theta_i}{d\xi}+c\left(\theta_i+\xi\frac{d\theta_i}{d\xi}\right)=0 \qquad (۱۸)$$

$$\frac{d^2\theta_i}{d\xi^2}-\left(3c\frac{d\theta_i}{d\xi}+3c\xi\frac{d^2\theta_i}{d\xi^2}\right)+\left[\mu^2r^2\theta_i-\frac{1}{s^2}\theta_i+6c^2\xi\frac{d\theta_i}{d\xi}+3c^2\xi^2\frac{d^2\theta_i}{d\xi^2}\right]-\left[3c\mu^2r^2\xi\theta_i+3c^3\xi^2\frac{d\theta_i}{d\xi}+c^3\xi^3\frac{d^2\theta_i}{d\xi^2}-\frac{c}{s^2}\xi\theta_i\right]+3\mu^2r^2c^2\xi^2\theta_i-\mu^2r^2c^3\xi^3\theta_i+\frac{1}{s^2}\frac{dW_i}{d\xi}-\frac{c}{s^2}\xi\frac{dW_i}{d\xi}=0 \qquad (۱۹)$$

با استفاده از پارامترهای بی‌بعد شده معادله (۱۷)، شرایط مرزی (۹-۱۱)، عبارتند از:

$$W_1(0)=\theta_1(0)=0 \quad , \quad \xi=0 \qquad (۲۰)$$

$$\frac{d\theta_2}{d\xi}=0 \quad , \quad \xi=1 \qquad (۲۱)$$

$$\left(\frac{dW_2}{d\xi}-\theta_2\right)=0 \quad , \quad \xi=1 \qquad (۲۲)$$

همچنین با جایگذاری معادله (۱۷) در شرایط پیوستگی (۱۲-۱۵) در محل ترک، معادلات (۲۳-۲۶) به‌دست می‌آیند.

$$\frac{d\theta_{(i+1)}}{d\xi}=\frac{d\theta_{(i)}}{d\xi} \quad , \quad \xi=\xi_c \qquad (۲۳)$$

$$\left[\frac{dW_{(i+1)}}{d\xi}-\theta_{(i+1)}\right]=\left[\frac{dW_{(i)}}{d\xi}-\theta_{(i)}\right], \quad \xi=\xi_c \qquad (۲۴)$$

[Downloaded from mme.modares.ac.ir on 2024-04-23]
[DOR: 20.1001.1.10275940.1392.13.13.15.1]

$$W_{(i+1)}-W_{(i)}=\frac{1}{k_{ti}}k'A_gG\left[\frac{dW_{(i+1)}}{d\xi}-\theta_{(i+1)}\right]\quad,\quad \xi=\xi_c \tag{۲۵}$$

$$\theta_{(i+1)}-\theta_{(i)}=\frac{1}{k_{\theta i}}EI_g\left(\frac{d\theta_{(i+1)}}{d\xi}\right)\quad,\quad \xi=\xi_c \tag{۲۶}$$

در روابط (۲۳-۲۶)، ξ_c معرف مکان ترک است و با رابطه (۲۷) بیان می‌شود.

$$\xi_c=\frac{L_C}{L} \tag{۲۷}$$

۳-۱- روش انتقال دیفرانسیل

در این بخش از روش انتقال دیفرانسیل برای تعیین پاسخ یک تیر تیموشنکوی دارای ترک استفاده می‌شود. یک تابع $f(x)$ در نظر گرفته می‌شود که در ناحیه D تعریف شده است. نقطه $x=x_0$ می‌تواند معرف هر نقطه در D باشد. انتقال دیفرانسیل تابع $f(x)$ حول نقطه x_0 به‌صورت رابطه (۲۸) بیان می‌شود.

$$F[k]=\frac{1}{k!}\left(\frac{d^k f(x)}{dx^k}\right)_{x=x_0} \tag{۲۸}$$

که در آن تابع $f(x)$ تابع اصلی و $F[k]$ تابع انتقال است. تابع انتقال معکوس به‌صورت رابطه (۲۹) بیان می‌شود.

$$f(x)=\sum_{k=0}^{\infty}(x-x_0)^k F[k] \tag{۲۹}$$

با در نظر گرفتن معادله (۲۸) می‌توان نشان داد که مفهوم انتقال دیفرانسیل از بسط سری تیلور استخراج می‌شود. در کاربردهای واقعی، تابع $f(x)$ در معادله (۲۹) با تعداد جملات محدود بیان و این معادله پس از جایگزینی رابطه (۲۸) در آن به‌صورت معادله (۳۰) بازنویسی می‌شود.

$$f(x)=\sum_{k=0}^{m}\frac{(x-x_0)^k}{k!}\left(\frac{d^k f(x)}{dx^k}\right)_{x=x_0} \tag{۳۰}$$

در رابطه فوق m به همگرایی فرکانس‌های طبیعی بستگی دارد. قوانین حاکم بر روش انتقال معادلات دیفرانسیل و شرایط مرزی که در این مقاله از آنها استفاده می‌شود توسط طالبی و آریایی [۲۸] معرفی شده‌اند.

حال با به‌کارگیری روش انتقال دیفرانسیل و اعمال روابط مربوط [۲۹] در معادلات (۱۸-۲۶)، این معادلات به ازای $x_0=0$ به شکل معادلات (۳۱-۳۹) در می‌آیند.

$$\begin{aligned}&(k+1)(k+2)W_i(k+2)-c(k+1)^2W_i(k+1)\\&\quad+s^2\mu^2W_i(k)-cs^2\mu^2W_i(k-1)\\&\quad-(k+1)\theta_i(k+1)+c(k+1)\theta_i(k)=0\end{aligned} \tag{۳۱}$$

$$\begin{aligned}&(k+1)(k+2)\theta_i(k+2)-3c(k+1)^2\theta_i(k+1)\\&+\left[\mu^2r^2-\frac{1}{s^2}+3c^2k(k+1)\right]\theta_i(k)\\&-\left[3\mu^2r^2+3c^3(k-1)+c^3(k-1)(k-2)\right.\\&\left.-\frac{c}{s^2}\right]\theta_i(k-1)+3c^2\mu^2r^2\theta_i(k-2)\\&-c^3\mu^2r^2(k-3)\theta_i(k-3)\\&+\frac{(k+1)}{s^2}W_i(k+1)-\frac{c}{s^2}kW_i(k)=0\end{aligned} \tag{۳۲}$$

$$W_1[0]=\theta_1[1]=0 \tag{۳۳}$$

$$\sum_{k=0}^{\infty}k\theta_2[k]=0 \tag{۳۴}$$

$$\sum_{k=0}^{\infty}\left(kW_2[k]-\theta_2[k]\right)=0 \tag{۳۵}$$

$$\sum_{k=1}^{\infty}k\theta_1[k]=\sum_{k=1}^{\infty}k\theta_2[k] \tag{۳۶}$$

$$\sum_{k=1}^{\infty}k\left(W_2[k]-W_1[k]\right)=\sum_{k=0}^{\infty}\left(\theta_2[k]-\theta_1[k]\right) \tag{۳۷}$$

$$\sum_{k=0}^{\infty}\left(W_2[k]-W_1[k]\right)=\phi\left(\sum_{k=1}^{\infty}kW_2[k]-\sum_{k=0}^{\infty}\theta_2[k]\right) \tag{۳۸}$$

$$\sum_{k=0}^{\infty}\left(\theta_2[k]-\theta_1[k]\right)=\psi\sum_{k=1}^{\infty}k\theta_2[k] \tag{۳۹}$$

در روابط (۳۱-۳۹)، $W_i[k]$ و $\theta_i[k]$ به‌ترتیب تبدیل یافته $w_i(\xi)$ و $\theta_i(\xi)$ و i=۱،۲ است. همچنین در روابط (۳۸) و (۳۹) می‌توان نوشت:

$$\phi=\frac{1}{k_{ti}}k'A_gG\quad,\quad \psi=\frac{1}{k_{\theta_i}}EI_g \tag{۴۰}$$

از طرفی فرض می‌شود:

$$W_1(0)=\theta_1(0)=0 \tag{۴۱}$$

$$W_1(1)=C_{21} \tag{۴۲}$$

$$\theta_1(1)=C_{31} \tag{۴۳}$$

$$W_2(1)=C_{02} \tag{۴۴}$$

$$\theta_2(1)=C_{12} \tag{۴۵}$$

[Downloaded from mme.modares.ac.ir on 2024-04-23]
[DOR: 20.1001.1.10275940.1392.13.13.15.1]

$$W_2(2) = C_{22} \quad (۴۶)$$

$$\theta_2(2) = C_{32} \quad (۴۷)$$

با جایگذاری روابط (۴۱-۴۷) در شرایط مرزی (۳۴-۳۹) برای مقادیر مختلف k، ۶ معادله بر حسب مقادیر مجهول C_{32}، C_{22}،C_{12}،C_{21}، C_{02}، C_{31} تعیین می‌شود که با استفاده از این معادلات یک ماتریس ۶×۶ از ضرایب مجهول به‌دست می‌آید. حال برای داشتن جواب غیرصفر، باید دترمینان این ماتریس ضرایب برابر صفر باشد که در این‌صورت یک معادله بر حسب μ, s, r, c و اندازه ترک به‌دست می‌آید؛ حال می‌توان برای مقادیر مختلف r, c s و اندازه ترک، فرکانس‌های طبیعی را محاسبه کرد.

۴- مطالعات تجربی

به منظور اعتبارسنجی کارهای انجام شده، فرکانس‌های طبیعی تیر ترک‌دار با سطح مقطع متغیر را به کمک آزمایش مودال تعیین و با مقادیر عددی به‌دست آمده مقایسه می‌شود. در شکل ۲ تیر ترک‌دار تیموشنکو با سطح مقطع متغیر نشان داده شده است. در اینجا برای اندازه و موقعیت‌های متفاوت ترک سه فرکانس طبیعی اول به‌دست آمده است که در بخش ۶ آمده است. در هر مورد با چکش در انتهای آزاد به تیر ضربه زده (شکل ۲) و پاسخ با استفاده از یک شتاب‌سنج که در انتهای ثابت تیر قرار دارد، اندازه‌گیری شده است.

۵- تشخیص ترک به عنوان مسأله معکوس

همان گونه که قبلاً نیز بیان شد،با معلوم بودن عمق و مکان ترک می‌توان فرکانس‌های طبیعی تیر را به‌دست آورد (مسأله مستقیم). در طرف مقابل، با داشتن فرکانس‌های طبیعی تیر که می‌توان آنها را از آزمایش مودال به‌دست آورد محل و عمق ترک تعیین می‌شود (مسأله معکوس) که هدف این بخش است. بدین‌منظور در اینجایک الگوریتم بهینه‌سازی به‌کار برده می‌شود که برای تخمین پارامترهای ترک، مقادیر بهینه را در یک تابع هدف جستجو می‌کند. به طور کلی روش‌های بهینه‌سازی جواب‌های ممکن بسیاری را با روشی کارآمد تعیین و به مسأله اعمال می‌کنند تا بهترین پاسخ را بیابند. در این مقاله از روش الگوریتم ژنتیک که یکی از الگوریتم‌های جستجوی تصادفی است استفاده می‌شود.

شکل ۲ تیر ترک‌دار با سطح مقطع متغیر

۵-۱- الگوریتم ژنتیک

ایده روش الگوریتم ژنتیک برگرفته از طبیعت است. الگوریتم‌های ژنتیک برای روش‌های کلاسیک بهینه‌سازی در حل مسائل خطی، محدب و برخی مسائل مشابه و همچنین جهت حل مسائل گسسته و غیر خطی بسیار پرکاربرد می‌باشند. در دهه هفتاد میلادی هلند [۳۱] ایده استفاده از الگوریتم ژنتیک را در بهینه‌سازی‌های مهندسی مطرح کرد. برای الگوریتم ژنتیک ابتدا یک تابع هدف تعریف می‌شود و سپس با استفاده از این تابع با جایگذاری اعداد تصادفی بهترین موقعیت و اندازه ترک برای سه فرکانس داده شده به‌دست می‌آید. نتایج به‌دست آمده از الگوریتم ژنتیک دارای درصد خطای قابل قبولی است که در قسمت‌های بعدی نشان داده می‌شود.

۵-۲- فرمول‌بندی مسأله معکوس

همان گونه که در بخش ۳-۱ بیان شد با صفر قرار دادن دترمینان ماتریس ضرایب و با معلوم بودن مقادیر موقعیت و

[Downloaded from mme.modares.ac.ir on 2024-04-23]

[DOR: 20.1001.1.10275940.1392.13.13.15.1]

عمق ترک، معادله‌ای جهت تعیین فرکانس‌های طبیعی به‌دست می‌آید. حال بالعکس، با داشتن مقادیر فرکانس‌های طبیعی که می‌توان به عنوان مثال آنها را از آزمایش مودال تعیین کرد، موقعیت و عمق ترک به گونه‌ای انتخاب می‌شود که پس از جایگذاری آن در دترمینان ماتریس ضرایب، فرکانس‌های طبیعی حاصل از صفر قرار دادن این دترمینان، دارای کمترین اختلاف با مقادیر معلوم فرکانس‌های طبیعی حاصل از آزمایش باشند. در این صورت می‌توان گفت مقادیر موقعیت و عمق انتخاب شده دارای دقت قابل قبولی هستند. این موضوع ایده اصلی در حل مسأله معکوس جهت تعیین پارامترهای ترک است. ابتدا دترمینان ماتریس ضرایب به‌صورت تابعی از مقادیر موقعیت و عمق ترک و نیز فرکانس طبیعی به‌صورت معادله (۴۸) نوشته می‌شود

$$D(\omega, L_c, a_c) = 0 \qquad (۴۸)$$

در رابطه (۴۸)، L_c و a_c به‌ترتیب بیانگر موقعیت و عمق ترک است. در مسأله مستقیم با داشتن موقعیت و عمق ترک، فرکانس‌های طبیعی تیر تعیین می‌شود که به‌صورت $\omega_j = \omega_j(L_c, a_c),\ j = 1,2,3,...$ قابل بیان است. در مسأله معکوس فرکانس‌های طبیعی به‌دست آمده از آزمایش مودال که شامل p فرکانس طبیعی اول سیستم هستند به‌صورت $\bar{\boldsymbol{\omega}}^* = \{\omega_1^*, \omega_2^*, ..., \omega_p^*\}^{\mathrm{T}}$ معلوم و هدف تعیین مقادیر L_c و a_c است. تابع هدف را می‌توان با معادله (۴۹) تعریف کرد.

$$f(L_c, a_c) = \sum_{j=1}^{p} \left[\frac{\omega_j(L_c, a_c)}{\omega_j^*} - 1 \right]^2 \qquad (۴۹)$$

تعریف مسأله در روش الگوریتم ژنتیک به‌صورت معادله (۵۰) خواهد بود.

$$\begin{aligned} & f(L_c, a_c) \rightarrow \text{مینیمم} \\ & 0 \le L_c \le 1, \\ & 0 \le a_c \le 1 \end{aligned} \qquad (۵۰)$$

۶- نتایج عددی

در این بخش ابتدا به‌منظور اعتبارسنجی فرمول‌بندی کار حاضر، مثال‌های عددی ارائه شده در مراجع [۳۲] یک بار دیگر با استفاده از روش انتقال دیفرانسیل حل و نتایج به‌دست آمده در این مقاله با نتایج ارائه شده در مقاله ژو [۳۲] مقایسه می‌شود. به‌منظور مقایسه نتایج با مقاله ژو [۳۲] تیر بدون ترک با سطح مقطع متغیر در نظر گرفته می‌شود. در ادامه با حل یک مثال عددی برای تیر تیموشنکوی دارای ترک و با سطح مقطع متغیر و مقایسه آن با نتایج حاصل از آزمایش مودال و همچنین نرم‌افزار آباکوس دقت و کارایی این روش مورد بررسی قرار می‌گیرد.

۶-۱- اعتبارسنجی نتایج

برای اعتبارسنجی فرمول‌بندی کار حاضر، در ابتدا تیر بدون ترک با سطح مقطع متغیر مورد مطالعه قرار می‌گیرد و نتایج با مقادیر ارائه شده در مقاله ژو [۳۲] مقایسه می‌شود. در جدول ۱، سه فرکانس طبیعی اول برای تیر تیموشنکو به ازای ۰/۰۸ $= r$ و ۳/۰۵۹ $= E/k'G$، برای نسبت‌های باریک‌شوندگی متفاوت نشان داده شده و با مقادیر موجود در مقاله ژو [۳۲] مقایسه می‌شود. نتایج به‌دست آمده تطابق بالای روش انتقال دیفرانسیل و روش مودهای فرضی در آن مقاله را نشان می‌دهد. همچنین مشاهده می‌شود که با افزایش c فرکانس اول افزایش ولی فرکانس‌های بالاتر کاهش می‌یابد که این موضوع در شکل ۳ نیز مشاهده می‌شود. این نشان می‌دهد که با افزایش c با وجود کاهش در جرم و سختی سیستم، اگر تیر باریک‌شونده در مود اول خود ارتعاش کند سختی آن با سرعت کمتری نسبت به جرم کاهش می‌یابد و در نتیجه فرکانس اول افزایشی است؛ این در حالی است که در ارتعاش سیستم در مودهای بالاتر این روند عکس می‌شود و سختی سیستم با سرعت بیشتری نسبت به جرم کاهش می‌یابد. در شکل ۳ محور افقی نسبت باریک-شوندگی و محور قائم نسبت فرکانس طبیعی تیر با سطح مقطع متغیر به فرکانس طبیعی تیر با سطح مقطع ثابت است.

۶-۲- تیر تیموشنکوی دارای ترک با سطح مقطع متغیر

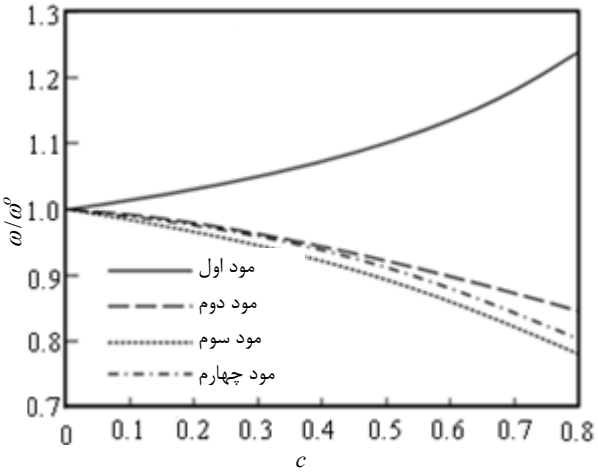
در این بخش نتایج حاصل از فرمول‌بندی تیر تیموشنکو که در کار حاضر ارائه شده است با نتایج به‌دست آمده از آزمایش مودال و همچنین مقادیر به‌دست آمده از نرم‌افزار آباکوس مقایسه می‌شود. بدین منظور یک تیر دارای ترک با سطح مقطع متغیر مورد بررسی قرار می‌گیرد که از سمت با مقطع بزرگ‌تر، ثابت (گیردار) است. جرم و سختی فنر در امتداد طول تیر به ترتیب به‌صورت $m(x) = \rho A_g (1 - cx/L)$ و $EI(x) = EI_g (1 - cx/L)^3$ در نظر گرفته می‌شود.

[Downloaded from mme.modares.ac.ir on 2024-04-23]

[DOR: 20.1001.1.10275940.1392.13.13.15.1]

جدول ۱ سه فرکانس طبیعی اول تیر تیموشنکو بدون ترک برای نسبت‌های باریک‌شوندگی مختلف ($r=۰/۰۸$، $E/k'G=۳/۰۵۹$)

c	روش	فرکانس‌های بی‌بعد (μ)		
		فرکانس اول	فرکانس دوم	فرکانس سوم
۰	انتقال دیفرانسیل ژو [۳۲]	۳/۳۲۳۰	۱۶/۲۸۸۷	۳۶/۷۰۷۱
		۳/۳۲۷۳	۱۶/۳۰۵۲	۳۶/۷۴۴۰
۰/۲	انتقال دیفرانسیل ژو [۳۲]	۳/۴۲۴۲	۱۵/۸۹۰۴	۳۵/۴۳۰۰
		۳/۴۳۱۴	۱۵/۹۲۲۳	۳۵/۵۰۱۰
۰/۴	انتقال دیفرانسیل ژو [۳۲]	۳/۵۵۹۹	۱۵/۳۵۲۱	۳۳/۷۸۷۵
		۳/۵۷۱۲	۱۵/۳۹۸۹	۳۳/۸۸۹۰
۰/۶	انتقال دیفرانسیل ژو [۳۲]	۳/۷۶۱۸	۱۴/۶۴۴۱	۳۱/۶۲۳۷
		۳/۷۶۹۸	۱۴/۶۷۴۱	۳۱/۶۸۷۱
۰/۸	انتقال دیفرانسیل ژو [۳۲]	۴/۱۱۷۲	۱۳/۷۵۶۶	۲۸/۶۳۵۶
		۴/۱۲۵۹	۱۳/۷۸۴۹	۲۸/۶۹۳۳



شکل ۳ اثر نرخ باریک‌شوندگی روی فرکانس‌های طبیعی

همچنین پارامترهای هندسی و فیزیکی این تیر عبارت از طول تیر L=۲۴۰mm، ضخامت تیر در انتهای ثابت h_1=۳۷mm، عمق تیر b=۳۷ mm، مدول یانگ E=۲۱۰GPa، چگالی ρ=۷۸۶۰kg/m^3 و نسبت باریک شوندگی c=۰/۵ می‌باشند. در جدول ۲ برای موقعیت ترک $L_C/L=۰/۵$، فرکانس‌های طبیعی تیر برای مقادیر مختلف اندازه ترک با استفاده از روش انتقال دیفرانسیل برای حالت تیر تیموشنکو و تیر اویلر- برنولی به‌دست آمده و با مقادیر حاصل از آزمایش مودال و همچنین نرم‌افزار آباکوس مقایسه شده است. نتایج به‌دست آمده برای حالت تیر تیموشنکو اختلاف کمتر از ۲٪ و برای حالت تیر اویلر-برنولی کمتر از ۱۸٪ را نسبت به مقادیر تجربی نشان می‌دهند. این نتایج نشان می‌دهند که به‌خصوص برای تیرهای ضخیم استفاده از تئوری اویلر برنولی می‌تواند منجر به خطای زیادی در محاسبات شود. در این جدول مشاهده می‌شود که برای موقعیت ترک ثابت، با افزایش عمق ترک فرکانس‌های طبیعی کاهش می‌یابد که به دلیل کاهش سختی تیر است.

نسبت چهار فرکانس اول تیر باریک‌شوندهٔ ترک‌دار به فرکانس‌های تیر باریک‌شونده بدون ترک برای موقعیت‌های مختلف ترک محاسبه و اثر آن روی چهار فرکانس اول در شکل ۴ مشاهده می‌شود. می‌توان دید با تغییر موقعیت ترک از انتهای ثابت به سمت انتهای آزاد، فرکانس اول به طور یکنواخت افزایش می‌یابد، ولی فرکانس‌های بعدی با نزدیک شدن به گره ارتعاشی افزایش و پس از آن کاهش می‌یابند. همان طور که از جدول ۲ مشاهده می‌شود، مقادیر فرکانس‌های طبیعی به‌دست آمده براساس تئوری تیر اویلر- برنولیبیش از مقادیر حاصل از تئوری تیر تیموشنکو است. علت این امر صرف‌نظر از تغییر شکل برشی و اینرسی دورانی در تئوری تیر اویلر- برنولیاست. در نظر نگرفتن تغییر شکل برشی منجر به سخت‌تر فرض شدن تیر در تئوری تیر اویلر- برنولی و در نتیجه افزایش فرکانس‌های طبیعی می‌گردد. چهار شکل مود اول این نوع تیر برای حالت $L_C/L=۰/۴۵$ در شکل ۵ نشان داده شده است. در اینجا شکل مودها از روش انتقال دیفرانسیل به‌دست آمده است. با افزایش اندازه ترک شکل مود تیر تغییر می‌کند؛ به عبارت دیگر یک اغتشاش محلی به تدریج روی شکل مود در محل ترک اتفاق می‌افتد. هنگامی که اندازه ترک خیلی کوچک است، اغتشاش روی شکل مود قابل تشخیص نیست. در شکل‌های ۴ و ۵، اعداد ۱، ۲ و ۳ به‌ترتیب بیانگر حالات a_c/h برابر با ۰/۱، ۰/۲و ۰/۳ و در شکل ۵ صفر بیانگر حالت بدون ترک است.

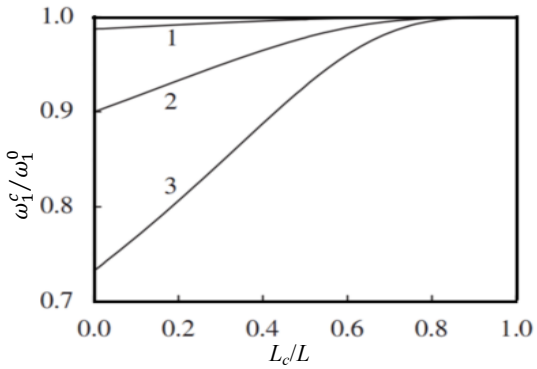
۶-۳- استفاده از الگوریتم ژنتیک در مسأله معکوس تیرهای دارای ترک

در این بخش به تحلیل مشخصه‌های ارتعاشی یک تیر دارای ترک با سطح مقطع متغیر پرداخته می‌شود. مقدار نسبت باریک‌شوندگی تیر c=۰/۵ در نظر گرفته می‌شود.

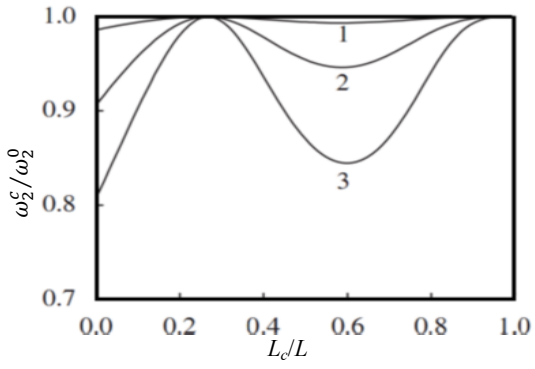
[Downloaded from mme.modares.ac.ir on 2024-04-23]
[DOR: 20.1001.1.10275940.1392.13.13.15.1]

جدول ۲ فرکانس‌های طبیعیبی‌بعد تیرترک‌دار با سطح مقطع متغیر برای مقادیر مختلف عمق ترک ($E/k'G = ۳/۰۵۹$).

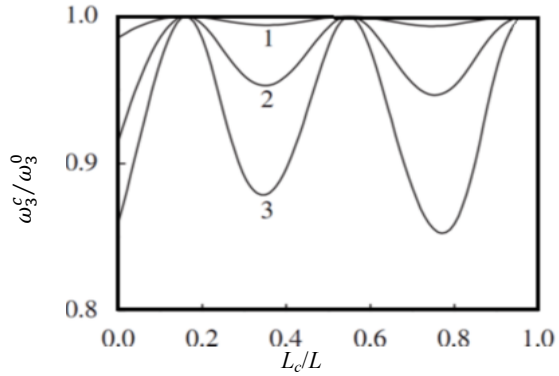
a_C/h	روش	فرکانس‌های طبیعی بی‌بعد (μ)			درصد خطا (٪)		
		فرکانس اول	فرکانس دوم	فرکانس سوم	فرکانس اول	فرکانس دوم	فرکانس سوم
۰/۰	تجربی	۳/۷۴۹۹	۱۶/۸۸۲۹	۴۰/۱۶۹۳	–	–	–
	تیموشنکو	۳/۷۶۶۵	۱۷/۰۶۱۷	۴۰/۷۱۱۸	۰/۴۴	۱/۰۶	۱/۳۵
	اویلر- برنولی	۳/۸۱۹۹	۱۸/۰۱۲۹	۴۶/۸۶۹۳	۱/۸۶	۶/۶۹	۱۶/۶۷
	آباکوس	۳/۸۰۲۸	۱۷/۳۱۶۹	۴۱/۲۶۴۴	۱/۴۰	۲/۵۷	۲/۶۵
۰/۱	تجربی	۳/۷۲۶۳	۱۶/۶۸۶۹	۴۰/۲۹۲۳	–	–	–
	تیموشنکو	۳/۷۴۹۸	۱۶/۸۹۹۶	۴۰/۶۸۶۷	۰/۶۳	۱/۲۶	۰/۹۸
	اویلر- برنولی	۳/۸۰۶۴	۱۸/۱۳۰۲	۴۷/۱۸۵۹	۲/۱۵	۸/۶۵	۱۷/۱۰
	آباکوس	۳/۷۸۱۲	۱۷/۱۲۳۶	۴۱/۱۴۵۶	۱/۴۷	۲/۶۲	۲/۱۲
۰/۳	تجربی	۳/۶۰۰۳	۱۵/۵۹۹۷	۴۰/۰۷۸۹	–	–	–
	تیموشنکو	۳/۶۲۳۱	۱۵/۸۱۴۷	۴۰/۴۹۴۶	۰/۶۳	۱/۳۸	۱/۰۴
	اویلر- برنولی	۳/۶۷۳۷	۱۶/۸۹۵۸	۴۶/۶۷۷۲	۲/۰۳	۸/۳۷	۱۶/۴۶
	آباکوس	۳/۶۴۷۵	۱۶/۰۰۱۲	۴۰/۸۹۶۳	۱/۳۱	۲/۵۷	۲/۰۴
۰/۵	تجربی	۳/۲۸۹۴	۱۳/۷۸۹۶	۳۹/۶۵۱۲	–	–	–
	تیموشنکو	۳/۳۰۶۸	۱۳/۹۴۴۲	۴۰/۰۷۵۲	۰/۵۳	۱/۲۱	۱/۰۷
	اویلر- برنولی	۳/۳۳۸۳	۱۴/۱۸۳۶	۴۵/۸۸۱۶	۱/۴۸	۲/۸۵	۱۵/۷۱
	آباکوس	۳/۳۲۸۶	۱۴/۱۸۹۶	۴۰/۵۶۹۰	۱/۱۹	۲/۹۰	۲/۳۱



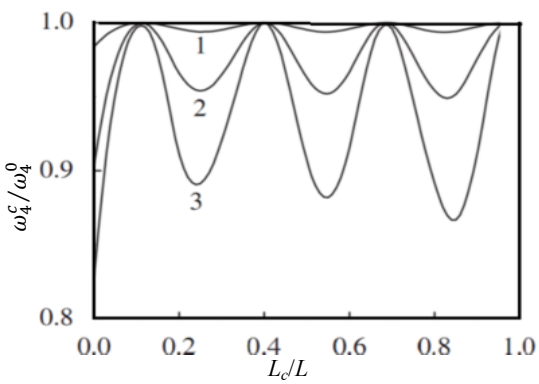
الف- نسبت فرکانس طبیعی اول تیر ترک‌دار به بدون ترک



ب- نسبت فرکانس طبیعی دوم تیر ترک‌دار به بدون ترک



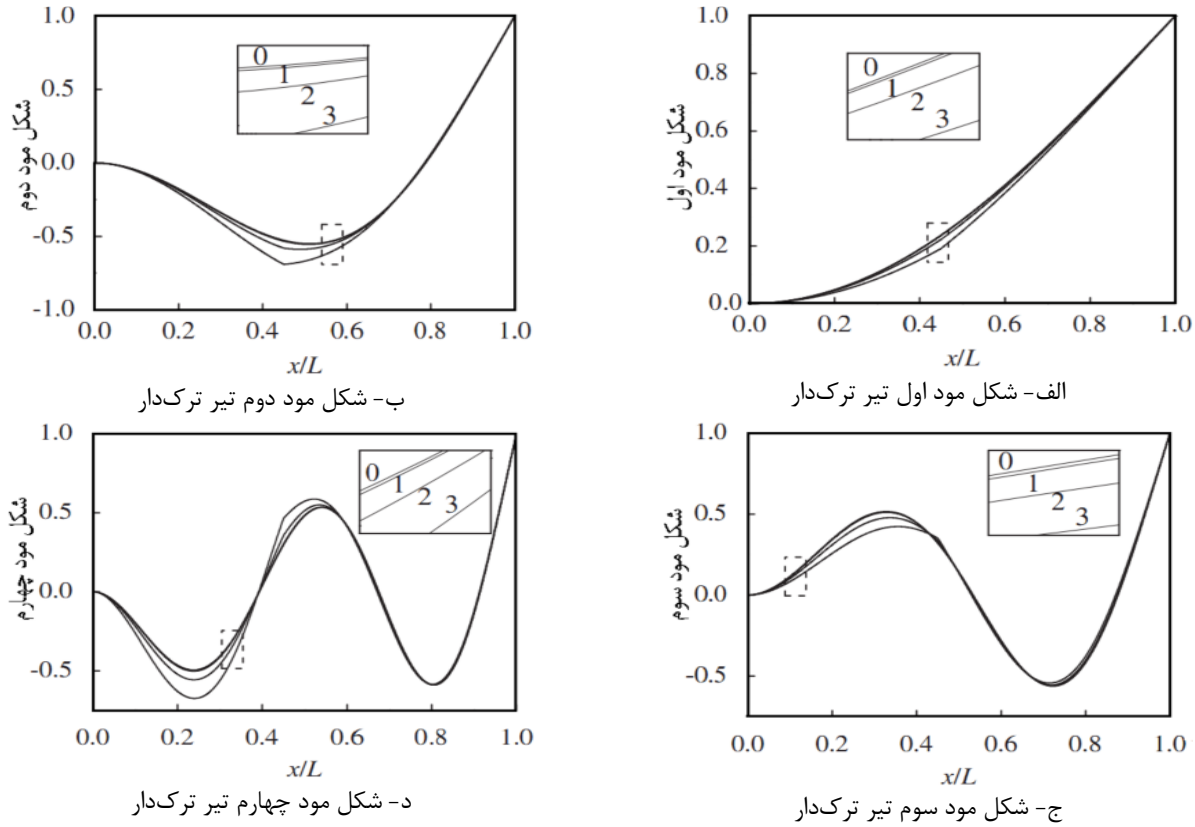
ج- نسبت فرکانس طبیعی سوم تیر ترک‌دار به بدون ترک



د- نسبت فرکانس طبیعی چهارم تیر ترک‌دار به بدون ترک

شکل ۴ اثرموقعیت و اندازه ترک روی فرکانس‌های طبیعی (۱، ۲ و ۳ به‌ترتیب بیانگر حالات a_c/h برابر با ۰/۱، ۰/۲و ۰/۳)

[Downloaded from mme.modares.ac.ir on 2024-04-23]
[DOR: 20.1001.1.10275940.1392.13.13.15.1]



الف- شکل مود اول تیر ترک‌دار

ب- شکل مود دوم تیر ترک‌دار

ج- شکل مود سوم تیر ترک‌دار

د- شکل مود چهارم تیر ترک‌دار

شکل ۵ شکل مودهای تیر ترک‌دار در موقعیت L_C/L=۰/۴۵ (۰، ۱، ۲ و ۳ به‌ترتیب بیانگرحالات a_c/h برابر با ۰، ۰/۱، ۰/۲و ۰/۳).

جدول ۳ مقادیر نسبت‌های عمق و موقعیت ترک با استفاده از الگوریتم ژنتیک

فرکانس‌های طبیعی (بی‌بعد)	مقدار تجربی		تیر تیموشنکو				تیر اویلر- برنولی			
			مقدار عددی		خطا٪		مقدار عددی		خطا٪	
	L_C/L	a_C/h	L_C/L	a_C/h	L_C/L	a_C/h	L_C/L	a_C/h	L_C/L	a_C/h
ω_1=۳/۷۲۶۳										
ω_2 = ۱۶/۶۸۶۹	۰/۵	۰/۱	۰/۴۹۱۰	۰/۱۰۲۲	۱/۸۰	۲/۲۰	۰/۴۶۱۰	۰/۱۰۸۹	۷/۸۰	۸/۹۰
ω_3 = ۴۰/۲۹۲۳										
ω_1=۳/۶۰۰۳										
ω_2 = ۱۵/۵۹۹۷	۰/۵	۰/۳	۰/۵۰۳۱	۰/۲۸۹۰	۰/۶۲	۳/۶۷	۰/۵۲۶۷	۰/۲۶۸	۵/۳۴	۱۰/۶۷
ω_3 = ۴۰/۰۷۸۹										
ω_1=۳/۲۸۹۴										
ω_2 = ۱۳/۷۸۹۶	۰/۵	۰/۵	۰/۵۰۱۱	۰/۴۸۹۲	۰/۲۲	۲/۱۶	۰/۵۲۸۷	۰/۴۴۲	۵/۷۴	۱۱/۶۰
ω_3 = ۳۹/۶۵۱۲										

با داشتن سه فرکانس طبیعی اول که از آزمایش مودال به‌دست آمده‌اند نسبت‌های عمق و موقعیت ترک با استفاده از الگوریتم ژنتیک برای حالت تیر تیموشنکو و حالت تیر اویلر- برنولی محاسبه و سپس با مقادیر تجربی مقایسه می‌شود. درصد خطای به‌دست آمده در جدول ۳ نشان‌دهنده تخمین قابل قبول محل و عمق ترک به‌خصوص برای تیر تیموشنکو با استفاده از الگوریتم ژنتیک است.

۷- نتیجه‌گیری

در این مقاله روش انتقال دیفرانسیل برای تحلیل ارتعاشی

[Downloaded from mme.modares.ac.ir on 2024-04-23]
[DOR: 20.1001.1.10275940.1392.13.13.15.1]

تیرتیموشنکوی دارای ترک با سطح مقطع متغیر توسعه و نشان داده شد که با افزایش تعداد جمله‌های به‌کار رفته در روش انتقال دیفرانسیل دقت برای مودهای بالاتر افزایش می‌یابد. همچنین فرکانس‌های طبیعی تیر با سطح مقطع متغیر برای موقعیت‌ها و عمق‌های گوناگون ترک به‌دست آمد. مشاهده شد که با افزایش عمق ترک و نیز افزایش نسبت پهنای تیر، مقادیر فرکانس‌های طبیعی کاهش می‌یابد. نتایج به‌دست آمده از روش انتقال دیفرانسیل با مقادیر به‌دست آمده از آنالیز مودال، نتایج ارائه شده در سایر مراجع و نیز مقادیر به‌دست آمده از نرم‌افزار آباکوس مقایسه و تطابق خوبی بین نتایج دیده شد. مشاهده گردید که این روش دقت خوبی برای تحلیل تیر تیموشنکوی ترک‌دار با سطح مقطع متغیر دارد.

۸- فهرست علایم

A	مساحت (m^2)
a_c	عمق ترک (m)
b	عرض تیر (m)
c	نسبت باریک‌شوندگی
C_V	ضریب شکل هندسی
C_θ	ضریب شکل هندسی
E	مدول یانگ (pa)
G	مدول برشی (pa)
h	ارتفاع متغیر تیر (m)
I	گشتاور دوم سطح (m^4)
k'	ضریب تصحیح برش
L	طول تیر (m)
L_C	فاصله ترک تا انتهای ثابت (m)
r	نسبت پهنای تیر
μ	فرکانس طبیعیتیر
ω^o	فرکانس طبیعی تیر بدون ترک
ω^c	فرکانس طبیعی تیر ترک‌دار
ρ	چگالی (kg/m^3)

۹- مراجع

[1] Sohn H., Farrar C.R., Hemez F.M., Shunk D.D., Stinemates D.W., Nadler B.R., “A review of structural health monitor in literature”, 1996–2001, *Los Alamos National Laboratory Report*, LA-13976-MS, 2003.

[2] Yokoyama T., “Free vibration characteristics of rotating Timoshenko beam”, *International Journal of Mechanical Sciences*, Vol. 30, 1988, pp.743–755.

[3] Khulief Y.A., Bazoune A., “Frequencies of rotating tapered Timoshenko beams with different boundary conditions”, *Computers and Structures*, Vol. 42, 1992, pp.781–795.

[4] Choi S.T., Chou Y.T., “Vibration analysis of elastically supported turbo machinery blades by the modified differential quadrature methods”, *Journal of Sound and Vibration*, Vol. 240, 2001, pp. 937–953.

[5] Downs B., “Transverse vibration of cantilever beam having unequal breadth and depth tapers”, *Journal of applied soft computing*, Vol. 44, 1977, pp. 737–742.

[6] Irie T., Yamada G., Takahashi I., “Determination of the steady state response of a Timoshenko beam of varying section by the use of the spline interpolation technique”, *Journal of Sound and Vibration*, Vol. 63, 1979,pp.287–295.

[7] Irie T., Yamada G., Takahashi I., “Vibration and stability of a non-uniform Timoshenko beam subjected to follower force”, *Journal of Sound and Vibration*, Vol.70, 1980, pp. 503–512.

[8] Lee S.Y., Lin S.M., “Exact vibration solutions for non-uniform Timoshenko beams with attachments”, *AIAA Journal*, Vol. 30, 1992, pp. 2930–2934.

[9] Surace G., Anghel V., Mares C., “Coupled bending–bending–torsion vibration analysis of rotating pre-twisted blades: an integral formulation and numerical examples”, *Journal of Sound and Vibration*, Vol. 206,1997, pp. 473-86.

[10] Masoud A.A., Al-Said S., “A new algorithm for crack localization in a rotating Timoshenko beam”, *Journal of Vibration and Control*, Vol. 15, 2009, pp. 1541-1561.

[11] Laura PAA., Gutierrez RH., “Analysis of vibrating Timoshenko beams using the method of differential quadrature”, *Shock and Vibration*, Vol. 1, No. 1, 1993, pp. 89-93.

[12] Kar RC., Neogy S., “Stability of a rotating, pre-twisted, non-uniform cantilever beam with tip mass and thermal gradient subjected to a non-conservative force”,*Computers and Structures*, Vol. 33, No. 2, 1989, pp. 499-507.

[13] Zhou J.K., “Differential Transformation and its Application for Electrical Circuits”, Wuhan, Huazhong University Press, Wuhan, China, 1986.

[14] Ozdemir O.O., Kaya M.O., “Flap wise bending vibration analysis of a rotating tapered cantilever Bernoulli-Euler beam by differential transform method”, *Journal of Sound and Vibration*, Vol. 289, 2006, pp.413-420.

[15] Mei C., “Application of differential transformation

[Downloaded from mme.modares.ac.ir on 2024-04-23]
[DOR: 20.1001.1.10275940.1392.13.13.15.1]

technique to free vibration analysis of a centrifugally stiffened beam", *Computers and Structures*, Vol. 86, 2008, pp. 1280-1284.

[16] Chen C.K., Ho S.H., "Application of differential transformation to Eigen value problem", *Journal of Applied Mathematics and Computation*, Vol. 79, 1996, pp. 173-188.

[17] Chen C.K., Ju S.P., "Application of differential transformation to transient advective – dispersive transport equation", *Journal of Applied Mathematics and Computation*, Vol. 155, 2004, pp. 25-38.

[18] Arikoglu A., Ozkol I., "Solution of Boundary value problems for Integro-differential equations by using differential transformation method", *Journal of Applied Mathematics and Computation*, Vol. 168, 2004, pp.1145–1158.

[19] Bert C.W., Zeng H., "Analysis of axial vibration of compound bars by differential transformation method", *Journal of Sound and Vibration*, Vol. 275, 2004, pp. 641-647.

[20] Malik M., Dang HH., "Vibration Analysis of Continuous systems by Differential Transformation", *Journal of Applied Mathematics and Computation*, Vol. 96, 1998, pp. 17–26.

[21] Ertürk VS., Momani S., "Comparing numerical methods for solving fourth-order boundary value problems", *Journal of Applied Mathematics and Computation*, Vol. 188, 2007, pp. 1963-8.

[22] Rizos PF., Aspragathos N., Dimargonas AD., "Identification of crack location andmagnitude in a cantilever beam from the vibration modes", *Journal of Sound and Vibration*, Vol. 138, No. 3, 1990, pp. 381–8.

[23] Lele SP., Maiti SK., "Modeling of transverse vibration of short beams for crackdetection and measurement of crack extension"*Journal of Sound and Vibration*, Vol. 257, No. 3, 2002, pp. 559-83.

[24] Qian GL., Gu SN., Jiang JS., "The dynamic behavior and crack detection of a beamwith a crack" *Journal of Sound and Vibration*, Vol. 138, No. 2, 1990, pp. 233–43.

[25] Nahvi H., Jabbari M., "Crack detection in beams using experimental modal data and finite element method", *International Journal of Mechanical Sciences*, Vol. 47, 2005, pp. 1477-97.

[26] Kim JT., Stubbs N., "Crack detection in beam-type structures using frequency data", *Journal of Sound and Vibration*, Vol. 259, No. 1, 2003, pp. 145–60.

[27] Gudmundsun P., "Eigen frequency changes of structures due to cracks, notches or other geometrical changes", *Journal of the Mechanics and Physics of Solids*, Vol. 30, No. 5, 1982, pp. 339-353.

[28] TalebiS., AriaeiA., "Vibration analysis of rotating tapered cantilever beams and their crack detection using genetic algorithm", Modares Mechanical Engineering, Vol. 13, No. 8, pp. 1-13, 2013. (In Persian)

[29] Lin, HP., "Direct and inverse methods on free vibration analysis f simply supported beams with a crack", *Engineering Structures*, Vol. 26, 2004, pp. 427–436.

[30] Ariaei A., Ziaei-Rad S., Malekzadeh M., "Dynamic response of a multi-span Timoshenko beam with internal and external flexible constraints subject to a moving mass", *Archive of Applied Mechanics*, DOI: 10.1007/s00419-013-0745-6.

[31] Holland J.H., *Adaptation in Natural and Artificial Systems*, University of Michigan Press, 1975.

[32] Zhu T.L., "Free flapewise vibration analysis of rotating double-tapered Timoshenko beams", *Archive of Applied Mechanics*, Vol. 82, 2012, pp. 479-494.

[Downloaded from mme.modares.ac.ir on 2024-04-23]

[DOR: 20.1001.1.10275940.1392.13.13.15.1]