مجله مهندسی مکانیک مدرس، آبان 1394، دوره 15، شماره 8 ص ص 323-331

ماهنامه علمی پژوهشی

مهندسی مکانیک مدرس

mme.modares.ac.ir

بررسی آماری نامعینی اتفاقی در لوله‌های حامل جریان چندفازی براساس مدل دینامیکی غیرخطی

رضا فتحی[1]، سعید لطفان[1]، میرمحمد اتفاق[2*]

1- دانشجوی دکترا، مهندسی مکانیک، باشگاه پژوهشگران جوان و نخبگان، واحد تبریز، دانشگاه آزاد اسلامی، تبریز، ایران

2- استادیار، دانشکده فنی مهندسی مکانیک، دانشگاه تبریز، تبریز، ایران

* تبریز، صندوق‌پستی 16471 -51666، ettefagh@tabrizu.ac.ir

اطلاعات مقاله

مقاله پژوهشی کامل
دریافت: 29 فروردین 1394
پذیرش: 24 خرداد 1394
ارائه در سایت: 13 تیر 1394

کلید واژگان:
آنالیز نامعینی
شبیه‌سازی مونت‌کارلو
جریان چندفازی

چکیده

تحقیقات زیادی در زمینه‌ی بررسی رفتار ارتعاشی لوله‌های حامل جریان چندفازی موجود است. با وجود تحقیقات فراوان، بررسی آماری دقیق و جامعی روی پاسخ دینامیکی سیستم مذکور انجام نشده است؛ بنابراین در این مقاله، ابتدا با استفاده از اصل همیلتون معادله‌ی غیرخطی حاکم بر ارتعاشات عرضی لوله حامل سیال استخراج شده است. غیرخطینگی در سیستم ناشی از درنظر گرفتن جابه‌جایی بزرگ است. اندرکنش بین لوله و سیال در جریان چندفازی و نامعینی‌های منتج به‌صورت تحریک خارجی تصادفی با تابع توزیع نرمال درنظر گرفته شده است. پس از استخراج معادله‌ی حاکم و گسسته‌سازی آن به روش گالرکین، معادلات زمانی به روش عددی حل شده است. با استفاده از شبیه‌سازی مونت‌کارلو، پارامترهای آماری پاسخ دینامیکی سیستم استخراج شده است. با مطالعه میانگین خیز یک نقطه از لوله و همچنین درنظر گرفتن حدود بالا و پایین متناظر، (بازه قابلیت اطمینان) نتایج جامعی از تأثیرات نامعینی‌های بیان شده مورد بحث و بررسی قرار گرفته است. نتایج بررسی نشان می‌دهد که با افزایش سرعت سیال تأثیرات نامعینی در سیستم افزایش پیدا می‌کند، همچنین درنظر گرفتن غیرخطینگی در سیستم سبب افزایش احتمال تخطی از حد حالت مشخص می‌گردد.

Statistical analysis of random uncertainty in the pipes conveying multi-phase flow based on nonlinear dynamic model

Reza Fathi [1], Saeed Lotfan [1], Mir Mohammad Ettefagh [2*]

1- Young Researchers and Elite club, Tabriz Branch, Islamic Azad University, Tabriz, Iran.
2- Department of Mechanical Engineering, University of Tabriz, Tabriz, Iran.
*P.O.B. 51666-16471 Tabriz, Iran, ettefagh@tabrizu.ac.ir

ARTICLE INFORMATION

Original Research Paper
Received 18 April 2015
Accepted 14 June 2015
Available Online 04 July 2015

Keywords:
Uncertainty Analysis
Monte-Carlo Simulation
Multi-phase Flow

ABSTRACT

There are many researches on the vibration behavior of the multi-phase flow in the pipes. However, there is no general statistical study on the dynamic response of such systems. Therefore in this paper, at first, the nonlinear equation governing the transverse vibration of the pipe is derived using the Hamilton's principle. The nonlinearity in the system is induced by considering large deflections. The interaction between the pipe and the multi-phase fluid flow and the resultant uncertainty is modeled by random excitation which is produced by using normal distribution function. After extraction of the governing equation and discretizing it by the Galerkin method, the equations are solved numerically. The statistical parameters of the response have been extracted by Monte-Carlo simulation. With studying on the deflection of one point on the pipe and also considering corresponding upper and lower limit band (confidence interval), extended results of uncertainties effects have been obtained. The results show that with increasing the velocity of the fluid, the uncertainty of the response is increasing. Also, by considering nonlinear model, the probabilities of failure are increased.

1- مقدمه

ارتعاشات لوله‌های حامل سیال در دهه‌های اخیر مورد مطالعه بسیاری قرار گرفته است. این‌گونه سیستم‌ها به وفور در طبیعت یافت می‌شود و کاربرد زیادی در زمینه‌های بیولوژیکی و مهندسی دارد. از جمله کاربردهای لوله‌های حامل سیال در مبدل‌های حرارتی، سیستم‌های هیدرولیکی، نیروگاه‌ها، تهویه متبوع، راکتورهای هسته‌ای و ... است. از مطالعات در زمینه دینامیک لوله‌های حامل سیال می‌توان به مطالعه پایدوسیس و آیسید [1] در این زمینه اشاره کرد. آن‌ها در مطالعه خود به بررسی ارتعاشات و پایداری لوله‌های حامل سیال با شرایط مرزی مختلف پرداخته‌اند. بلوینز [2] با درنظر گرفتن شتاب کریولیس ناشی از سرعت سیال و ارتعاش عرضی لوله به بررسی دینامیک و پایداری لوله‌های حامل سیال پرداخته است. ایشان نتایج بهتری را نسبت به مدل‌های ارائه‌شده پیشین ارائه کرده است. پایدوسیس و دنیس [3] در مطالعه‌ای به بررسی ناپایداری دینامیکی در لوله‌های حامل سیال پرداختند. آن‌ها با استفاده از مدل تحلیلی خطی و همچنین نتایج تجربی ارتعاشات این

برای ارجاع به این مقاله از عبارت ذیل استفاده نمایید:

Please cite this article using:

R. Fathi, S. Lotfan, M.M. Ettefagh, Statistical analysis of random uncertainty in the pipes conveying multi-phase flow based on nonlinear dynamic model, *Modares Mechanical Engineering,* Vol. 15, No. 8, pp. 323-331, 2015 (In Persian)

[DOR: 20.1001.1.10275940.1394.15.8.36.6]

سیستم‌ها را با شرایط مرزی دو سر گیردار و یک سر گیردار بررسی کردند. دوون و سیمپسون [4] نیز در مطالعه خود ناپایداری دینامیکی را برای سیستم‌های کانسرواتیو و غیرکانسرواتیو بررسی کردند. با مطالعه ادبیات فن مشاهده می‌شود که رفتار دینامیکی و ارتعاشی لوله‌های حامل سیال با درنظر گرفتن فرض‌های متعددی چون تیر تیموشنکو [5]، مدل پوسته‌ای [6]، سیال ویسکوز [7]، مدل غیرخطی [8] و ... مطالعه شده است. تمام این مطالعات نشان می‌دهد که با افزایش سرعت سیال، فرکانس طبیعی سیستم کاهش می‌یابد و در شرایطی با صفر شدن فرکانس طبیعی ناپایداری استاتیکی رخ می‌دهد. در جامع‌ترین مطالعه انجام‌شده توسط پایدوسیس [9] می‌توان رفتار ارتعاش عرضی و مدل‌های مختلف ارائه‌شده برای لوله حامل سیال را یافت.

در صنایع مدرن، حمل و نقل برخی ذرات جامد، مانند کریستال‌ها، در مقایسه با حمل و نقل سیالات کار مشکلی است و به این دلیل از تکنولوژی مایع‌سازی در صنایع شیمی استفاده می‌شود تا با مخلوط کردن مواد جامد با سیالات، فرآیند حمل راحت‌تر شود [11,10]. این روش سبب به‌وجود آمدن کاربردهای لوله‌های حامل جریان چندفازی می‌شود. مطالعه ادبیات فن در این زمینه نشان می‌دهد که دینامیک این سیستم‌ها با بررسی رفتار فشار جریان که به‌صورت تجربی اندازه‌گیری شده است، مطالعه می‌شود [12-14]. دینامیک بستر جریان‌های چندفازی براساس ویژگی‌های دینامیک آشفته نیز مورد مطالعه قرار گرفته است [15]. به‌طور کلی مدل‌سازی لوله‌های حامل جریان‌های چندفازی کار بسیار پیچیده و ارتعاشات این‌گونه سیستم‌ها به ناچار تحت تأثیر برخی عوامل نامعین است و استفاده از مدل‌های مبتنی‌بر دینامیک قطعی نتایج نادرستی خواهد داشت. از سوی دیگر، لوله‌های حامل سیال می‌تواند در معرض عوامل خارجی چون باد، طوفان، امواج دریا و بارهای دینامیکی ناشی از عبور وسایل نقلیه از روی بستری که لوله در آن قرار دارد، قرار گیرد. تمام این عوامل می‌تواند به‌عنوان یک الگوی نامشخص سبب عدم قطعیت و نامعینی در سیستم شود. پدیده‌های تصادفی در سیستم‌ها به دلیل عدم وجود نظم مشخص بوجود می‌آید که می‌تواند ناشی از عدم قطعیت در ویژگی‌های داخلی سیستم و یا کنش‌های خارجی باشد. نارایانان [16] پایداری لوله‌های حامل سیال را با اتفاقی درنظر گرفتن سرعت سیال بررسی کرد. در مطالعه مشابهی ودولا و نامچیوایا [17] عدم قطعیت در لوله‌های حامل سیال را ناشی از ضربان در سرعت سیال درنظر گرفتند. در این دو مطالعه تصادفی بودن ناپایداری در لوله، ناشی از سرعت سیال مورد بررسی قرار گرفته است. علیزاده و میردامادی [18] ارتعاشات آزاد و ناپایداری دیورژانس لوله‌های حامل سیال با پارامترهای سازه‌ای نامعین را بررسی کردند. آن‌ها تأثیر نامعینی بر فرکانس‌های طبیعی و احتمال ناپایداری سیستم را بررسی کردند.

در این مقاله رفتار آماری و قابلیت اطمینان لوله حامل جریان چندفازی برای نخستین بار مورد مطالعه قرار گرفته است. به این منظور، با درنظر گرفتن جابه‌جایی بزرگ و مدل تیر اویلر- برنولی، معادله حاکم بر ارتعاشات عرضی لوله حامل جریان چندفازی استخراج شده است. عدم قطعیت در جریان چندفازی به‌صورت تحریک خارجی تصادفی مدل شده است. برای بررسی آماری سیستم از روش شبیه‌سازی مونت کارلو استفاده شده و در نهایت تأثیر غیرخطینگی بر رفتار آماری و قابلیت اطمینان سیستم بررسی شده است.

2- استخراج معادلات حاکم

مطابق شکل 1 لوله‌ای به طول L با تکیه‌گاه‌های ساده در دو انتها را درنظر بگیرید. در این شکل E مدول یانگ، I ممان اینرسی سطح مقطع لوله، d قطر لوله، $\hat{U}$ سرعت جریان داخلی و $\hat{p}(\hat{x},\hat{t})$ تحریک خارجی بر لوله است که در مکان $\hat{x}$ و زمان $\hat{t}$ بر آن وارد می‌شود. همان‌طور که در مقدمه نیز توضیح داده شد، نیروی تحریک بر دیواره لوله می‌تواند ناشی از عدم قطعیت در جریان چندفازی، اختلاف دمای داخل و خارج، حرکت بستر و عوامل خارجی چون باد، طوفان، امواج دریا و ... باشد، همچنین در شکل 1 جابه‌جایی عرضی لوله در صفحه $\hat{x}-\hat{z}$ با $\hat{w}(\hat{x},\hat{t})$ نشان داده شده است. در ادامه برای استخراج معادله حرکت سیستم با استفاده از اصل همیلتون، انرژی جنبشی، پتانسیل و کار نیروهای غیرکانسرواتیو محاسبه شده است.

با درنظر گرفتن حرکت عرضی لوله و سرعت میانگین جریان داخلی، انرژی جنبشی سیستم به‌صورت رابطه (1) قابل بیان است.

$$T=\frac{1}{2}\int_0^L \rho_{\mathrm{f}}A_{\mathrm{f}}\left[\left(\frac{\partial\hat{w}}{\partial\hat{t}}+\hat{U}\frac{\partial\hat{w}}{\partial\hat{x}}\right)^2+\hat{U}^2\right]\mathrm{d}\hat{x}+\frac{1}{2}\int_0^L \rho_{\mathrm{t}}A_{\mathrm{t}}\left(\frac{\partial\hat{w}}{\partial\hat{t}}\right)^2\mathrm{d}\hat{x} \tag{1}$$

که در آن ρ_{f} و ρ_{t} به ترتیب نشان‌دهنده جرم واحد حجم سیال و لوله، A_{f} و A_{t} به ترتیب نشان‌دهنده سطح مقطع عبور سیال و سطح مقطع لوله است. برای درنظر گرفتن جابه‌جایی بزرگ، کرنش طولی لاگرانژ به‌صورت رابطه (2) درنظر گرفته شده است [19]:

$$\varepsilon_x=\frac{1}{2}\left(\frac{\partial\hat{w}}{\partial\hat{x}}\right)^2-\hat{z}\frac{\partial^2\hat{w}}{\partial\hat{x}^2} \tag{2}$$

انرژی پتانسیل سیستم نیز براساس کرنش لاگرانژ مطابق رابطه (2)، به‌صورت رابطه (3) به‌دست می‌آید.

$$P=\frac{1}{2}\int_0^L EI\left(\frac{\partial^2\hat{w}}{\partial\hat{x}^2}\right)^2\mathrm{d}\hat{x}+\frac{1}{8}\int_0^L EA_{\mathrm{t}}\left(\frac{\partial\hat{w}}{\partial\hat{x}}\right)^4\mathrm{d}\hat{x} \tag{3}$$

کار مجازی انجام‌شده توسط نیروهای غیرکانسرواتیو طبق رابطه (3) است.

$$\delta W_{\mathrm{nc}}=\int_0^L \hat{p}(\hat{x},\hat{t})\delta\hat{w}\mathrm{d}\hat{x} \tag{4}$$

با استفاده از اصل همیلتون به‌صورت رابطه (5) است.

$$\int_0^{\hat{t}}[\delta(T-P)+\delta W_{\mathrm{nc}}]\mathrm{d}\hat{t}=0 \tag{5}$$

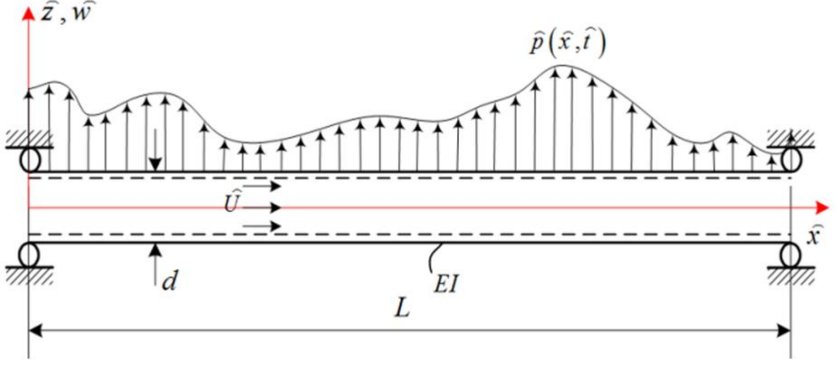
و به‌کارگیری روابط (۴،۳،1)، معادله غیرخطی حاکم بر ارتعاشات اجباری سیستم به‌صورت رابطه (6) استخراج می‌شود.

$$(\rho_{\mathrm{f}}A_{\mathrm{f}}+\rho_{\mathrm{t}}A_{\mathrm{t}})\frac{\partial^2\hat{w}}{\partial\hat{t}^2}+\rho_{\mathrm{f}}A_{\mathrm{f}}\left(2\hat{U}\frac{\partial^2\hat{w}}{\partial\hat{x}\partial\hat{t}}+\hat{U}^2\frac{\partial^2\hat{w}}{\partial\hat{x}^2}\right)+EI\frac{\partial^4\hat{w}}{\partial\hat{x}^4}-\frac{3}{2}EA_{\mathrm{t}}\frac{\partial^2\hat{w}}{\partial\hat{x}^2}\left(\frac{\partial\hat{w}}{\partial\hat{x}}\right)^2=\hat{p}(\hat{x},\hat{t}) \tag{6}$$

شرایط مرزی متناظر برای حل معادله بالا نیز به‌صورت رابطه (7) است.

$$\hat{w}(0,\hat{t})=\hat{w}(L,\hat{t})=0,\frac{\partial^2\hat{w}(0,\hat{t})}{\partial\hat{x}^2}=\frac{\partial^2\hat{w}(L,\hat{t})}{\partial\hat{x}^2}=0 \tag{7}$$

برای عمومیت بخشیدن به معادلات و تحلیل آن، لازم است تا معادله حاکم بر دینامیک سیستم و پارامترهای مورد استفاده بی‌بعد شود. به این منظور پارامترهای بی‌بعد روابط (8) معرفی می‌شود.



شکل 1 شماتیک لوله‌ی حامل سیال با تکیه‌گاه‌های ساده در دو انتها تحت تحریک خارجی تصادفی

$$w=\frac{\hat{w}}{L} \tag{8-الف}$$

$$x=\frac{\hat{x}}{L} \tag{8-ب}$$

$$t=\hat{t}\sqrt{\frac{EI}{(\rho_f A_f+\rho_t A_t)L^4}} \tag{8-ج}$$

$$\beta=\frac{\rho_f A_f}{(\rho_f A_f+\rho_t A_t)} \tag{8-د}$$

$$U=\hat{U}L\sqrt{\frac{\rho_f A_f}{EI}} \tag{8-ه}$$

$$\gamma=\frac{A_t L^2}{I} \tag{8-و}$$

$$p(x,t)=\frac{L^3}{EI}\hat{p}(\hat{x},\hat{t}) \tag{8-ز}$$

در روابط بالا، w جابه‌جایی عرضی بی‌بعد، x مختصه بی‌بعد در طول لوله، t زمان بی‌بعد، β جرم بی‌بعد، U سرعت بی‌بعد سیال، γ پارامتر غیرخطی و $p(x,t)$ تحریک گسترده بی‌بعد است. با استفاده از این پارامترها، معادله بی‌بعد حاکم بر دینامیک سیستم به‌صورت رابطه (9) به‌دست می‌آید.

$$\frac{\partial^2 w}{\partial t^2}+\left(2U\sqrt{\beta}\frac{\partial^2 w}{\partial x\partial t}+U^2\frac{\partial^2 w}{\partial x^2}\right)+\frac{\partial^4 w}{\partial x^4}-\frac{3}{2}\gamma\frac{\partial^2 w}{\partial x^2}\left(\frac{\partial w}{\partial x}\right)^2=p(x,t) \tag{9}$$

2-1- گسسته‌سازی معادلات با استفاده از روش گالرکین

با استخراج معادله بی‌بعد حاکم بر دینامیک غیرخطی سیستم، براساس روش گالرکین پاسخ تقریبی معادله (9) را می‌توان به‌صورت مجموعه‌ای از توابع پایه‌ی مقایسه‌ای رابطه (10) درنظر گرفت.

$$w(x,t)=\sum_{n=1}^{N}W_n(x)T_n(t) \tag{10}$$

که در آن N تعداد توابع پایه، $W_n(x)$ توابع مقایسه‌ای و $T_n(t)$ توابع نامعلوم زمانی است. تابع وزن متناسب با رابطه (10) نیز به‌صورت رابطه (11) تعریف می‌شود [20].

$$\overline{w}(x,t)=\sum_{n=1}^{N}W_n(x)\overline{T}_n(t) \tag{11}$$

که در آن $\overline{T}_n(t)$ توابع دلخواه از زمان است. توابع مقایسه‌ای نیز به‌صورت رابطه (12) درنظر گرفته شده است.

$$W_n(x)=\sin(n\pi x)\,,0<x<1 \tag{12}$$

با جای‌گذاری رابطه (10) در معادله (9) و ضرب این رابطه در $\overline{w}(x,t)$، مطابق رابطه (11)، و انتگرال‌گیری از آن در بازه [0،1] و سپس با مرتب‌سازی عبارات به‌دست‌آمده براساس ضرایبی از $\overline{T}_n(t)$، معادلات گسسته به‌صورت رابطه (13) استخراج می‌شود.

$$\sum_{n=1}^{N}\Big[m_{nl}\ddot{T}_n(t)+2Ug_{nl}\dot{T}_n(t)+(U^2h_{nl}+k_{nl})T_n(t)+\sum_{i=1}^{N}\sum_{j=1}^{N}\Gamma_{nlij}T_i(t)T_j(t)T_n(t)\Big]=f_l\,,l=1,2,3,\dots,N \tag{13}$$

که در آن به صورت روابط (14) است.

$$m_{nl}=\int_0^1 W_l(x)W_n(x)\mathrm{d}x \tag{14-الف}$$

$$g_{nl}=\sqrt{\beta}\int_0^1 W_l(x)\frac{\mathrm{d}W_n(x)}{\mathrm{d}x}\mathrm{d}x \tag{14-ب}$$

$$h_{nl}=\int_0^1 W_l(x)\frac{\mathrm{d}^2W_n(x)}{\mathrm{d}x^2}\mathrm{d}x \tag{14-ج}$$

$$k_{nl}=\int_0^1 W_l(x)\frac{\mathrm{d}^4W_n(x)}{\mathrm{d}x^4}\mathrm{d}x \tag{14-د}$$

$$\Gamma_{nlij}=-\frac{3}{2}\gamma\int_0^1 W_l(x)\frac{\mathrm{d}W_i(x)}{\mathrm{d}x}\frac{\mathrm{d}W_j(x)}{\mathrm{d}x}\frac{\mathrm{d}^2W_n(x)}{\mathrm{d}x^2}\mathrm{d}x \tag{14-ه}$$

$$f_l=\int_0^1 p(x,t)W_l(x)\mathrm{d}x \tag{14-و}$$

می‌توان معادلات (13) را به‌صورت ماتریسی رابطه (15) نوشت.

$$\mathrm{M}\ddot{\mathrm{T}}+2U\mathrm{G}\dot{\mathrm{T}}+(U^2\mathrm{H}+\mathrm{K})\mathrm{T}+\mathrm{N}(\mathrm{T})=\mathrm{F} \tag{15}$$

در رابطه ماتریسی (15)، M ماتریس جرم، G ماتریس اثر کریولیس، H ماتریس اثر گریز از مرکز، K ماتریس سفتی، N(T) عملگر غیرخطی، F ماتریس نیروهای تعمیم‌یافته و T نیز به‌صورت رابطه (16) است.

$$\mathrm{T}=\{T_1,T_2,T_3,\dots,T_N\}^{\mathrm{T}} \tag{16}$$

معادلات گسسته به‌دست‌آمده در رابطه (13)، دسته معادلات کوپل غیرخطی است. این معادلات به دلیل غیرخطینگی و وجود سرعت سیال کوپل است چراکه ماتریس G غیرقطری است. در این مقاله برای تحلیل معادلات (15) از روش عددی مبتنی‌بر رانگ- کوتای بهبود یافته استفاده شده است [21].

2-2- عدم قطعیت به‌صورت تحریک تصادفی

در این بخش، فاکتورهای عدم قطعیت در سیستم به‌صورت عامل تصادفی در تحریک خارجی مدل شده است. عدم قطعیت تصادفی ناشی از عوامل یادشده در بخش پیشین به‌صورت مجموعه‌ای از تحریک پریودیک اصلی و تحریک تصادفی ضعیف درنظر گرفته شده است، همچنین با درنظر گرفتن برخی عوامل خارجی، تحریک تصادفی متمرکز نیز روی لوله اعمال می‌شود؛ بنابراین نیروی خارجی به‌صورت رابطه (17) قابل بیان است.

$$\hat{p}(\hat{x},\hat{t})=\hat{p}_0\sin(\Omega\hat{t}+\alpha)+\varepsilon f_0\xi_0(\hat{t})+\sum_{i=1}^{N_r}f_i\delta(\hat{x}-\hat{x}_i)\xi_i(\hat{t}) \tag{17}$$

که در آن $\hat{p}_0$ دامنه تحریک پریودیک اصلی، Ω فرکانس اصلی، α اختلاف فاز، ε مقدار کوچک‌تر از واحد، $\hat{x}_i$ محل اعمال تحریک تصادفی متمرکز در طول لوله، $f_i,(i=1،2،0،\dots،N_r)$ دامنه تصادفی و δ تابع دلتای دیراک است. به عبارتی، سیستم تحت تحریک معین $\hat{p}_0\sin(\Omega\hat{t}+\alpha)$ قرار دارد و وجود جریان چندفازی در سیستم علاوه‌بر ایجاد عبارت‌های نیروی کریولس و گریز از مرکز در معادله حرکت سبب نامعینی در سیستم می‌شود، منبع اصلی این نامعینی‌ها در نوسانات فشار و دما است که می‌تواند سبب ایجاد تنش در دیواره لوله شود. با توجه به مطالعات گذشته [22,12] در زمینه جریان‌های چندفازی، نوسان فشار اندازه‌گیری شده به‌صورت سیگنال‌های نامنظم باند باریک[1] است؛ بنابراین در رابطه (17) فرآیندهای تحریک تصادفی $\xi_i(\hat{t}),(i=1،2،0،\dots،N_r)$ به‌صورت نویزهای کراندار درنظر گرفته شده است تا مدل نسبتاً منطقی از لوله‌های حامل جریان چندفازی ارائه شود؛ بنابراین توابع نویز $\xi_i(\hat{t})$ به گونه‌ای درنظر گرفته شده است که دارای میانگین صفر و تابع همبستگی به‌صورت رابطه (18) باشد [22].

$$E[\xi_i(\hat{t}_1)\xi_i(\hat{t}_2)]=\frac{1}{2}\cos\Omega_i(\hat{t}_2-\hat{t}_1)\times\exp\left(-\frac{\sigma_i^2}{2}|\hat{t}_2-\hat{t}_1|\right),i=0,1,2,\dots,N_r \tag{18}$$

که در آن Ω_i فرکانس مرکزی و σ_i مقدار ثابت است. با درنظر گرفتن رابطه (17) و به‌کارگیری روابط (14،8-ی) می‌توان نیروی گسسته f_l را به‌صورت رابطه (19) بیان کرد.

$$f_l=A\sin(\Omega t+\alpha)+\varepsilon_0 f_0\xi_0(t)+\sum_{i=1}^{N_r}f_iW_l(x_i)\xi_i(t)\,,l=1,2,\dots,N \tag{19}$$

1- Narrow band

که در آن A و ε_0 ضرایب ثابت هستند.

2-3- فرکانس‌های طبیعی

با استخراج فرکانس‌های طبیعی سیستم می‌توان صحت معادلات استخراج شده را نشان داد. به این منظور معادلات خطی حاکم بر ارتعاشات آزاد سیستم را می‌توان به‌صورت رابطه (20) نوشت.

$$M\ddot{T} + 2UG\dot{T} + (U^2H + K)T = 0 \tag{20}$$

برای استخراج فرکانس‌های طبیعی سیستم، معادلات فضای حالت متناظر با رابطه (20) به‌صورت رابطه (21) است.

$$A\dot{\Upsilon} + B\Upsilon = 0 \tag{21}$$

که در آن روابط (22) به صورت زیر است.

$$A = \begin{bmatrix} 0 & I \\ M & 0 \end{bmatrix} \qquad \text{(22- الف)}$$

$$B = \begin{bmatrix} -I & 0 \\ 2UG & U^2H + K \end{bmatrix} \qquad \text{(22- ب)}$$

$$\Upsilon = \begin{Bmatrix} \dot{T} \\ T \end{Bmatrix} \qquad \text{(22- ج)}$$

با درنظر گرفتن پاسخ روابط (21) به‌صورت $\Upsilon = \Upsilon_0 e^{\lambda_n t}$، مقادیر ویژه مختلط λ_n از رابطه (23) قابل محاسبه است.

$$\det(\lambda_n A + B) = 0 \tag{23}$$

بخش موهومی λ_n برابر با فرکانس طبیعی بی‌بعد و بخش حقیقی آن نشان‌دهنده ضریب نمایی کاهش دامنه پاسخ آزاد سیستم است، همچنین فرکانس طبیعی سیستم براساس رابطه (24) بی‌بعد شده است.

$$\lambda_n = \bar{\lambda}_n L^2 \sqrt{\frac{\rho_f A_f + \rho_t A_t}{EI}} \tag{24}$$

که در آن $\bar{\lambda}_n$ فرکانس طبیعی است. همگرایی فرکانس‌های طبیعی بی‌بعد براساس تعداد توابع پایه‌ی مورد استفاده، N، در جدول 1 به‌ازای $U=0$ و در جدول 2 به‌ازای $U=1$ و $\beta=0/6475$ نشان داده شده است.

مقادیر دقیق فرکانس طبیعی بی‌بعد nام برای سیستم با $U=0$ برابر با $(n\pi)^2$ است [9] که با مقادیر جدول 1 مطابقت کامل دارد، همچنین در جدول 2 مشخص است که با افزایش سرعت، فرکانس‌های طبیعی کاهش می‌یابد. در این مطالعه با توجه به پیچیدگی رابطه (15) و حجم بالای محاسبات عددی، N برابر با 5 فرض شده است.

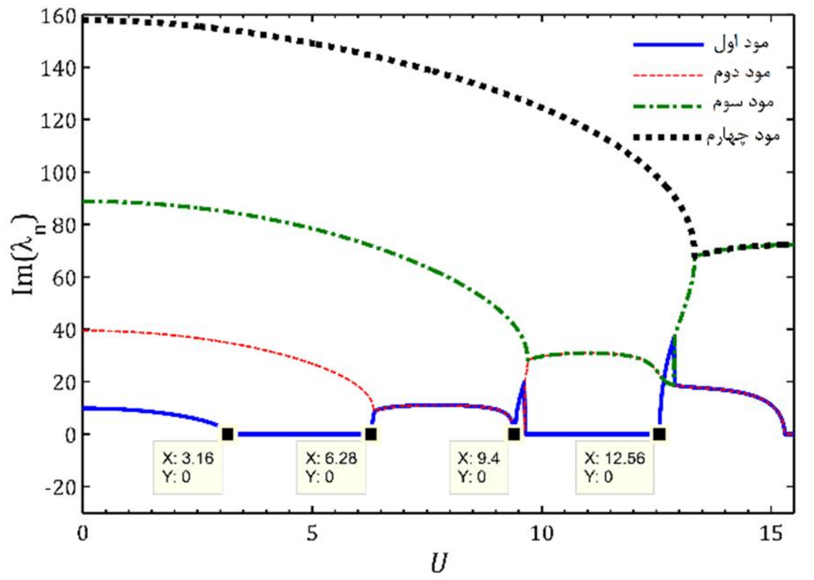
رفتار فرکانس طبیعی سیستم با تغییرات سرعت سیال در مطالعات متعددی مورد بررسی قرار گرفته است.

جدول 1 همگرایی فرکانس طبیعی بی‌بعد به‌ازای $U=0$

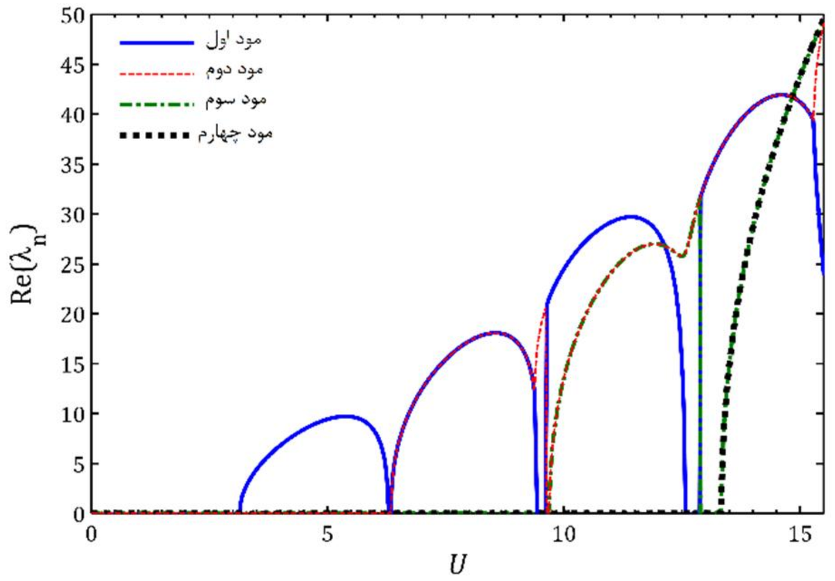
تعداد توابع پایه، N	فرکانس طبیعی بی‌بعد		
	مود نخست	مود دوم	مود سوم
1	9/8696	-	-
2	9/8696	39/4784	-
3	9/8696	39/4784	88/8264
4	9/8696	39/4784	88/8264

جدول 2 همگرایی فرکانس طبیعی بی‌بعد به‌ازای $U=1$ و $\beta=0/6475$

تعداد توابع پایه، N	فرکانس طبیعی بی‌بعد		
	مود نخست	مود دوم	مود سوم
1	9/3563	-	-
2	9/2967	39/2249	-
3	9/2961	39/0400	88/7438
4	9/2961	39/0365	88/4282
5	9/2961	39/0365	88/4204



شکل 2 تغییرات فرکانس طبیعی بی‌بعد برحسب سرعت بی‌بعد سیال به‌ازای $\beta=0/6475$



شکل 3 تغییرات ضریب نمایی کاهش دامنه پاسخ آزاد برحسب سرعت بی‌بعد سیال به‌ازای $\beta=0/6475$

با افزایش سرعت، فرکانس طبیعی کاهش می‌یابد و با رسیدن فرکانس نخست به صفر، ناپایداری استاتیکی متناظر با سرعت بحرانی دیورژانس اتفاق می‌افتد. در سرعت‌های بالاتر کوپل مودها و ناپایداری دینامیکی رخ می‌دهد. این رفتار در شکل‌های 2 و 3 مورد مطالعه قرار گرفته است. وجود بخش حقیقی مثبت در مقادیر ویژه این ناپایداری‌ها را نشان می‌دهد.

3- بررسی آماری پاسخ ارتعاشی لوله حامل جریان چندفازی

با توجه به این‌که تأثیر جریان چندفازی و برخی عوامل خارجی در سیستم به‌صورت تحریک تصادفی درنظر گرفته شده است، معادلات حرکت حاکم بر لوله حامل جریان چندفازی به‌صورت معادلات دیفرانسیل تصادفی استخراج شده است. به همین منظور پاسخ ارتعاشی سیستم با استفاده از روش شبیه‌سازی مونت کارلو به‌دست‌آمده و خواص آماری آن بررسی می‌شود.

1-3- برآورد به وسیله فاصله‌های اطمینان

فاصله اطمینان عبارت است از برآورد کران‌های خطا برای ایجاد فاصله‌ای از مقادیری که انتظار می‌رود شامل مقدار واقعی پارامتر باشد [23]. برای این منظور فرض می‌شود، X_1، X_2، ...، X_q نمونه‌ای تصادفی و θ یک پارامتر نامعلوم جامعه باشد. هر فاصله اطمینان برای θ، فاصله‌ای به‌صورت (L, U) است که از روی مشاهدات نمونه‌ای X_1، X_2، ...، X_q محاسبه می‌شود، به گونه‌ایی که، این فاصله شامل مقدار واقعی نامعلوم θ با احتمال مشخصی است. این احتمال که با $1 - \alpha \gg$ نشان داده می‌شود، معمولاً برابر با 0/9، 0/95 یا 0/99 درنظر گرفته می‌شود. به عبارت دیگر فرض می‌شود که

« $1-\alpha$ » مشخص باشد و (L,U) توابعی از X_1، X_2، ...، X_q باشند، به‌طوری که در رابطه (25) داریم.

$$P[L<\theta<U] = 1-\alpha \tag{25}$$

آن‌گاه فاصله (L,U) یک فاصله اطمینان $100(1-\alpha)\%$ برای پارامتر است، و $(1-\alpha)$ سطح اطمینان مربوط به فاصله نامیده می‌شود. برای روشن شدن این مفاهیم، فاصله اطمینانی برای میانگین μی جامعه، زمانی که حجم نمونه بزرگ و انحراف معیار σ معلوم است، فرض می‌شود. در قسمت پسین σ نامعلوم فرض می‌شود که منجربه فرمول‌بندی واقع‌بینانه‌تری از مسئله خواهد شد. حکم احتمالی درباره میانگین نمونه بر مبنای توزیع نرمال، پایه‌ای برای شرح و بسط فاصله‌های اطمینان فراهم می‌کند. براساس قضیه حد مرکزی، توزیع $\bar{X}$ را می‌توان با تقریب خوبی برابر با توزیع نرمال $N(\mu,\frac{\sigma}{\sqrt{q}})$ گرفت که در آن $\frac{\sigma}{\sqrt{q}}$ عددی معلوم است. این توزیع تقریب خوبی برای نمونه‌گیری بزرگ از جامعه‌های غیرنرمال است، ولی وقتی که توزیع جامعه نرمال است، توزیع بالا به‌طور دقیق به‌ازای تمام مقادیر نمونه تصادفی، q، برقرار است. در نتیجه احکام احتمالی برای جامعه‌های نرمال به‌طور دقیق و برای جامعه‌های غیرنرمال به‌طور تقریبی، درحالی که نمونه بزرگ باشد، برقرار است. به‌طور کلی زمانی که q بزرگ و σ معلوم است، فاصله اطمینان $100(1-\alpha)$درصد برای μاز رابطه (26) حاصل می‌شود.

$$\left(\bar{X}-Z_{\alpha/2}\frac{\sigma}{\sqrt{q}}\ ,\bar{X}+Z_{\alpha/2}\frac{\sigma}{\sqrt{q}}\right) \tag{26}$$

$Z_{\alpha/2}$ نقطه $\alpha/2$ بالای توزیع نرمال استاندارد را نشان می‌دهد یعنی مساحت سمت راست $Z_{\alpha/2}$ برابر با $\alpha/2$ است. مقادیر یادشده را می‌توان از جداول آماری پیوستی در منبع [23] به‌دست آورد.

3-2- فاصله اطمینان مبتنی‌بر نمونه بزرگ برای μ با σ نامعلوم

حال که مفاهیم اساسی مربوط به فاصله‌های اطمینان بیان شد، به حالت واقع‌بینانه‌تری روی آورده می‌شود که در آن انحراف معیار جامعه نامعلوم است. اگر حجم نمونه بزرگ باشد، رابطه (26) همچنان صحیح است، ولی چون σ نامعلوم است، این فاصله را نمی‌توان از روی داده‌های نمونه محاسبه کرد؛ بنابراین به‌عنوان یک فاصله اطمینان قابل استفاده نیست. در نتیجه چون q بزرگ است، جایگزینی σ به‌وسیله برآوردکننده آن، یعنی S، تأثیر قابل‌ملاحظه‌ای در حکم احتمالی نخواهد داشت. به‌طور خلاصه وقتی که q بزرگ است و σی جامعه نامعلوم، فاصله اطمینان $100(1-\alpha)$درصد برای μ عبارت است ازرابطه (27).

$$\left(\bar{X}-Z_{\alpha/2}\frac{S}{\sqrt{q}}\ ,\bar{X}+Z_{\alpha/2}\frac{S}{\sqrt{q}}\right) \tag{27}$$

که در آن S، انحراف معیار نمونه است و در مورد نوع توزیع جامعه، هیچ فرضی غیر از متناهی بودن σلازم نیست.

3-3- قابلیت اطمینان

در این بخش به بررسی قابلیت اطمینان سیستم مورد نظر پرداخته می‌شود. قابلیت اطمینان، احتمال خرابی سیستم را براساس معیار تابع حد حالت[1] بررسی می‌کند. بررسی قابلیت اطمینان به محاسبه احتمال شکست محدود نمی‌شود و منظور از خرابی، شکست سازه نیست. بررسی خواص مختلف آماری، مانند توابع توزیع احتمال و فاصله اطمینان از پاسخ سیستم نیز در بررسی قابلیت اطمینان حائز اهمیت است. هنگامی که یک سازه بیش از حد تعیین‌شده کار می‌کند، سازه مورد نظر عملکرد مطلوب مورد نیاز خود را از دست می‌دهد. این حد تعیین‌شده همان تابع حد حالت است؛ بنابراین سیستم زمانی در حالت فقدان اطمینان قرار دارد که احتمال خرابی و تخطی از حد حالت موجود باشد. به عبارتی تجاوز از یک حد مشخص برای سیستم برابر با خرابی سیستم تلقی می‌شود.

برای بسیاری از سازه‌ها، حد حالت را می‌توان به دو دسته تقسیم کرد [24]: 1- خراب شدن سازه 2- اختلال در عملکرد عادی سازه مانند جابه‌جایی بیش از اندازه‌ی سازه مورد نظر.

به طور کلی حد حالت، حاشیه ایمنی بین مقاومت و بار وارد بر سازه را نشان می‌دهد. روابط (28) و (29) مربوط به تابع حد حالت و احتمال خرابی هستند. در این مقاله حد حالت به‌صورت تخطی جابه‌جایی لوله از یک مقدار مشخص، d_{allowed}، درنظر گرفته شده است.

$$M = R - S \tag{28}$$

$$P_{\text{f}} = P(R \le S) \tag{29}$$

متغیر R نشان دهنده مقاومت سازه و متغیر S نشانگر بار خاجی وارد بر سیستم است. برای حالت خاصی که در آن مقاومت، R، و بارگذاری، S، دارای توزیع نرمال بوده و ناهم‌بسته باشند تابع حد حالت نیز دارای توزیع نرمال است. در این حالت احتمال خرابی به طور مستقیم با درنظر گرفتن متغیر تصادفی M نیز به‌عنوان حاشیه ایمنی نیز درنظر گرفته می‌شود. حال احتمال خرابی از رابطه (30) قابل محاسبه است.

$$P(R-S \le 0) = P(M \le 0) \tag{30}$$

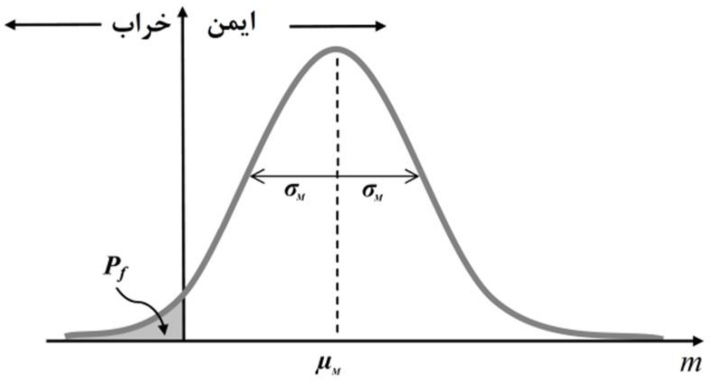
که در آن M به‌صورت نرمال توزیع شده و دارای میانگین $\mu_M = \mu_R - \mu_S$ و انحراف استاندارد $\sigma_M = \sqrt{\sigma_R^2 + \sigma_S^2}$ است. احتمال خرابی با استفاده از تابع توزیع نرمال استاندارد رابطه (31) تعیین شود.

$$P_{\text{f}}(\frac{-\mu_M}{\sigma_M}) = \Phi(-\beta) \tag{31}$$

که در آن $\beta = \frac{\mu_M}{\sigma_M}$ شاخص ایمنی و Φ تابع توزیع تجمعی عادی استاندارد است. تفسیر هندسی از شاخص ایمنی در شکل 4 نشان داده شده است. ناحیه سایه‌دار از این شکل احتمال خرابی را نشان می‌دهد.

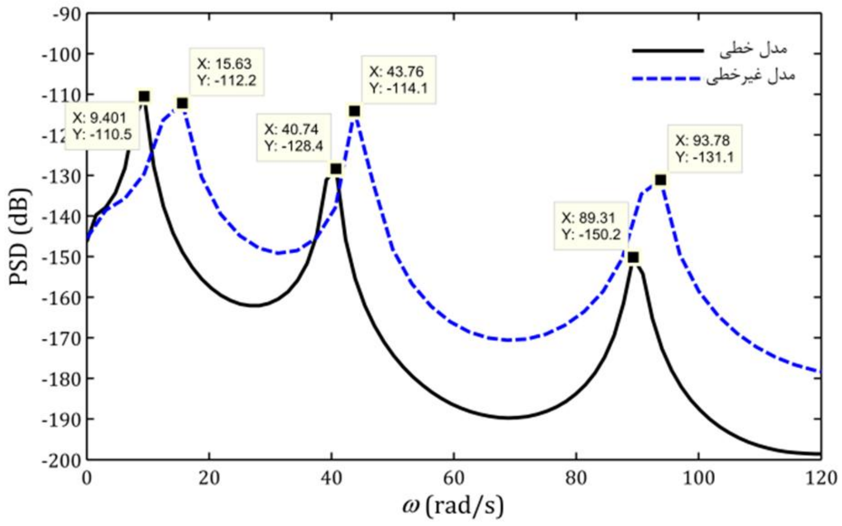
3-4- شبیه‌سازی مونت کارلو

یکی از روش‌های موجود برای حل معادلات دیفرانسیل دارای عبارت تصادفی، روش شبیه‌سازی مونت کارلو است. بارزترین مزیت این روش به‌دست آوردن پاسخ‌های دقیق با استفاده از شمار زیادی شبیه‌سازی، برای تمامی مسایلی است که پاسخ متقن آن‌ها مشخص است، به همین منظور در این مقاله نخست با استفاده از روش عددی رانگ- کوتای بهبودیافته معادله مورد نظر حل شده و در ادامه با به‌کارگیری روش مونت‌کارلو و با استفاده از روش‌های آماری که در بخش پیشین توضیح داده شد، حد بالا و پایین برای جابه‌جایی، سرعت و شتاب لوله به‌ازای پارامترهای مختلف سیستم به کمک کدنویسی در متلب به‌دست آورده می‌شود. برای این منظور فاصله اطمینان 95درصد درنظر گرفته شده و تعداد نمونه تصادفی نیز $q = 100$ فرض شده است.



شکل 4 چگالی احتمال برای حد حالت

1- Limit-state function

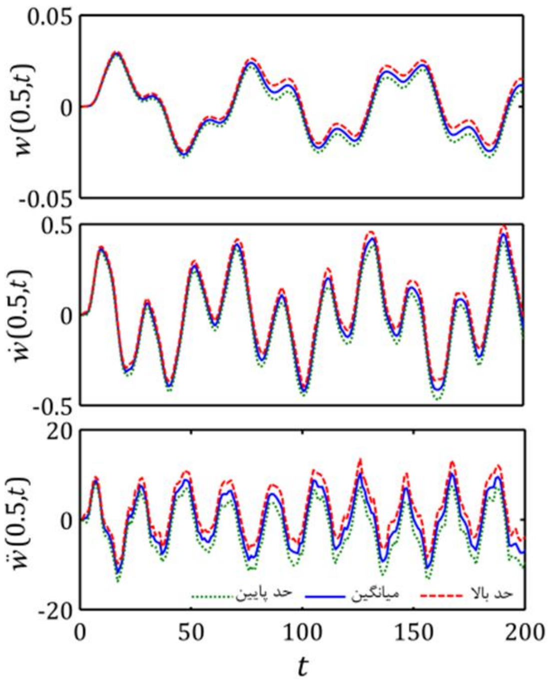


شکل 5 چگالی طیفی قدرت استخراج‌شده از پاسخ زمانی محل x = 0/25 در طول لوله به‌ازای β =0/6475 و U = 1

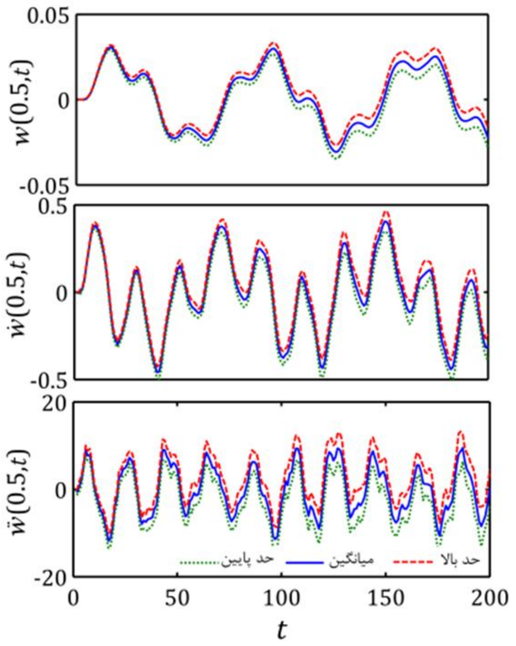
4- نتایج عددی

برای استخراج نتایج عددی، نمونه لوله فولادی براساس استاندارد GB/T 12771-2008 درنظر گرفته شده است که دارای جرم واحد طول $\rho_t A_t$ = 4/0137 kg/m، مدول یانگ E= 206 GPa، طول L = 8 m، قطر d = 0/11 m و ضخامت h = 0/0015 m، است. جریان گذرنده از داخل لوله نیز براساس استاندارد GB/T 1985-1998 نفت خام با جرم واحد طول $\rho_f A_f$ =7/3735 kg/m درنظر گرفته شده است [25]. مشخصه‌های تحریک تصادفی نیز به‌صورت N_r = 10، Ω = 10π، α = 0، ε_0 = 0/5 و بقیه‌ی متغیرها، f_i، σ_i و Ω_i، به‌صورت تصادفی با توزیع نرمال درنظر گرفته شده است.

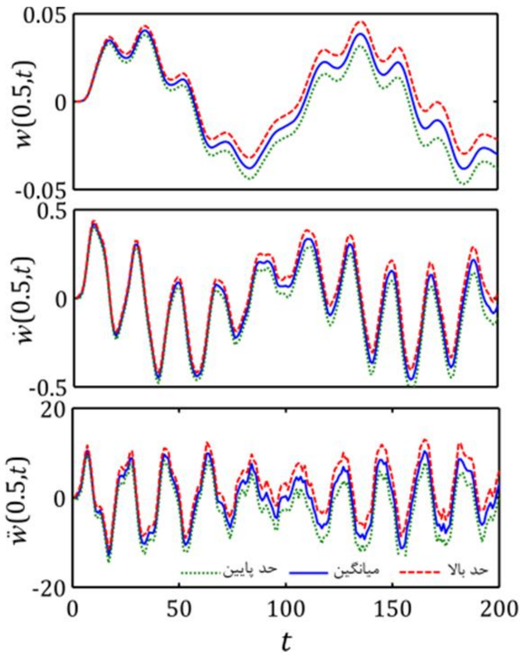
در بخش 2 فرکانس‌های طبیعی و سرعت‌های بحرانی برای سیستم خطی استخراج شد تا درستی مدل ارائه شده نشان داده شود. با توجه به این‌که در مدل غیرخطی ارائه‌شده کوپل مودهای ارتعاشی نیز درنظر گرفته شده است، روش تحلیلی برای استخراج دقیق فرکانس‌های تشدید وجود ندارد؛ بنابراین پاسخ زمانی سیستم در حضور غیرخطینگی و صرف نظر از آن به حوزه فرکانسی انتقال یافته و چگالی طیفی قدرت به‌دست آمده است. شکل 5 نشان دهنده چگالی طیفی قدرت در محدوده سه فرکانس طبیعی نخست است. براساس این شکل غیرخطینگی در سیستم سبب افزایش فرکانس‌های طبیعی می‌شود و صرف نظر از غیرخطینگی در سیستم سبب همگرایی فرکانس‌های تشدید به فرکانس‌های طبیعی ارائه‌شده در جدول (2) می‌شود.



شکل 6 پاسخ‌های دینامیکی لوله حامل جریان چندفازی به‌ازای U = 0/5 و A = 3



شکل 7 پاسخ‌های دینامیکی لوله حامل جریان چندفازی به‌ازای U = 1/5 و A = 3



شکل 8 پاسخ‌های دینامیکی لوله حامل جریان چندفازی به‌ازای U = 2/5 و A = 3

4-1- تأثیر سرعت سیال بر پاسخ دینامیکی سیستم ارتعاشی

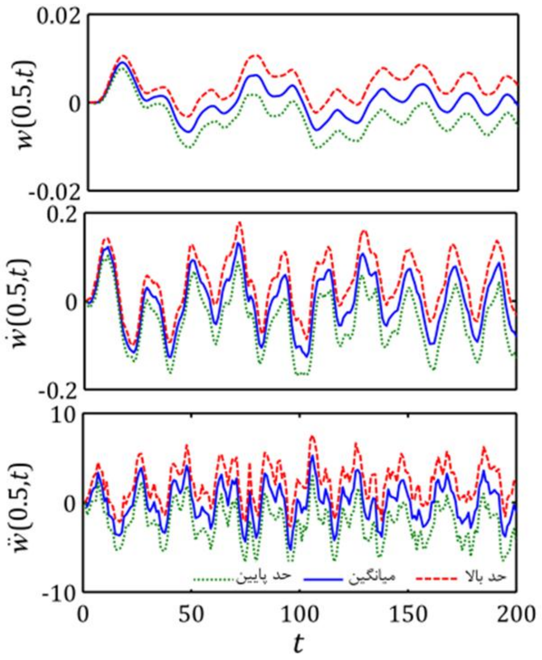
جهت بررسی تأثیر سرعت سیال بر رفتار آماری پاسخ دینامیکی، پاسخ‌های دینامیکی یک نقطه از سیستم ارتعاشی لوله بر اثر عبور جریان با سرعت مختلف به‌ازای پارامترهای مشخص به‌دست آمده است. شکل‌های 6-8 مقادیر مربوط به خیز، سرعت و شتاب نقطه وسط لوله را در مقابل زمان بی‌بعد نشان می‌دهد. همان‌طور که از شکل‌ها مشاهده می‌شود با افزایش سرعت سیال مقدار جابه‌جایی نقطه وسط لوله افزایش می‌یابد، همچنین با توجه به افزایش فاصله حد بالا از حد پایین مقدار تأثیر نامعینی در سیستم افزایش پیدا کرده و قابلیت اطمینان سیستم کاهش پیدا می‌کند.

4-2- تأثیر دامنه تحریک اصلی، A، بر پاسخ دینامیکی سیستم ارتعاشی

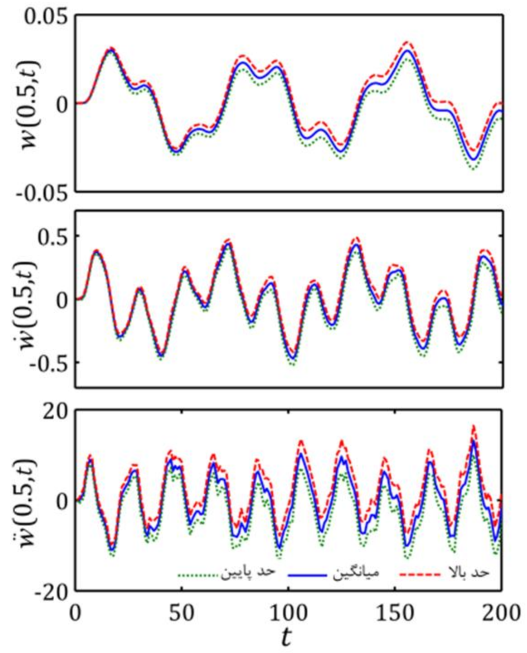
جهت بررسی تأثیر شدت نیروی تحریک بر پاسخ دینامیکی سیستم و رفتار آماری آن، حد بالا، مقدار میانگین و حد پایین برای جابه‌جایی، سرعت و شتاب نقطه وسط لوله برای سه دسته تحریک ضعیف، A = 1، متوسط، A = 3، و شدید، A = 5، به‌دست آورده شده است. شکل‌های 9-11 این پاسخ‌ها را براساس مدل خطی و شکل‌های 12-14 نیز براساس مدل غیرخطی نشان می‌دهد. از شکل‌های 9-11 مشاهده می‌شود که با افزایش مقدار A مقدار جابه‌جایی نقطه وسط لوله افزایش می‌یابد، ولی با توجه به کاهش فاصله حد بالا از حد پایین مقدار تأثیر نامعینی در سیستم کاهش پیدا می‌کند. به عبارت دیگر با افزایش شدت تحریک اصلی، نامعینی تصادفی در سیستم نقش کمتری در پاسخ دارد. به عبارتی با افزایش دامنه تحریک

خارجی معین می‌توان از نامعینی ناشی از جریان چندفازی در سیستم صرف‌نظر کرد.

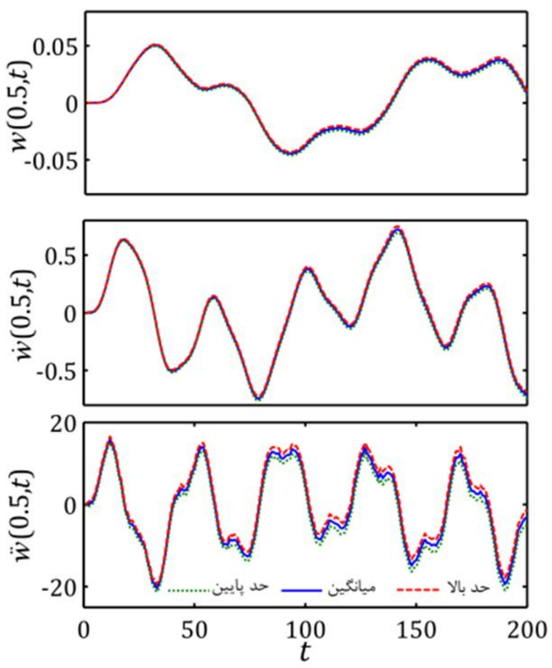
مانند حالت خطی، با استفاده از روش‌های آماری که در بخش پیشین توضیح داده شد، حد بالا و پایین برای جابه‌جایی، سرعت و شتاب نقطه وسط لوله به‌ازای مقادیر مختلف A در شکل‌های 12-14 نشان داده شده است.



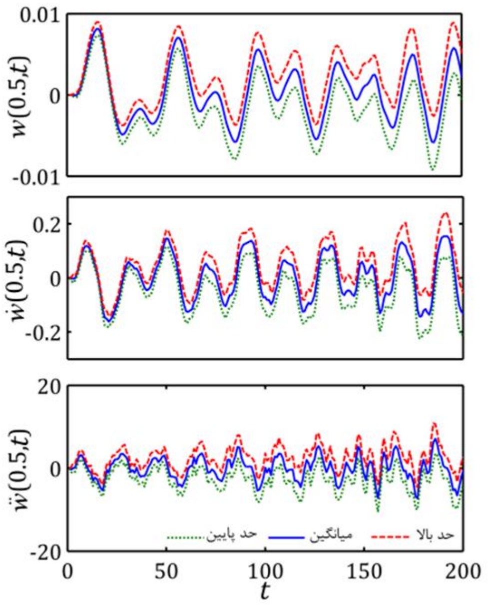
شکل 9 پاسخ‌های دینامیکی لوله حامل جریان چندفازی براساس مدل خطی به‌ازای $A = 1$ و $U = 1$



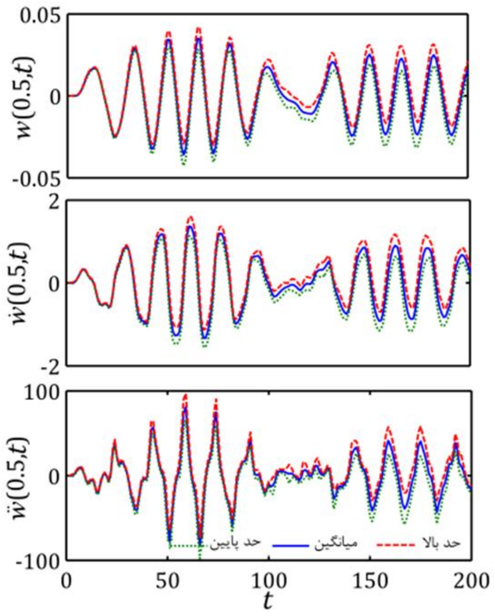
شکل 10 پاسخ‌های دینامیکی لوله حامل جریان چندفازی براساس مدل خطی به‌ازای $A = 3$ و $U = 1$



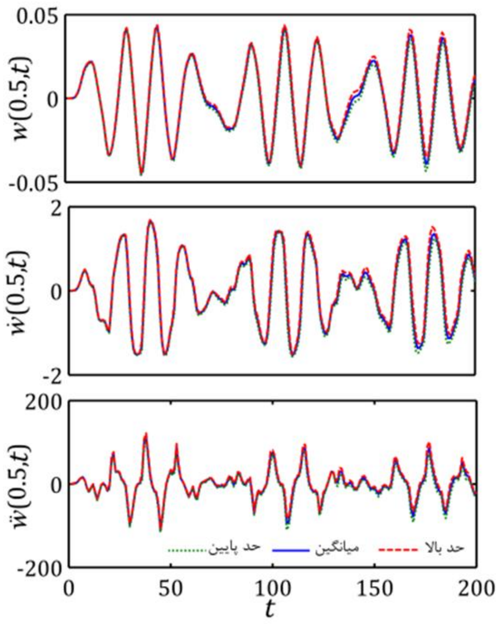
شکل 11 پاسخ‌های دینامیکی لوله حامل جریان چندفازی براساس مدل خطی به‌ازای $A = 5$ و $U = 1$



شکل 12 پاسخ‌های دینامیکی لوله حامل جریان چندفازی براساس مدل غیرخطی به‌ازای $A = 1$ و $U = 1$



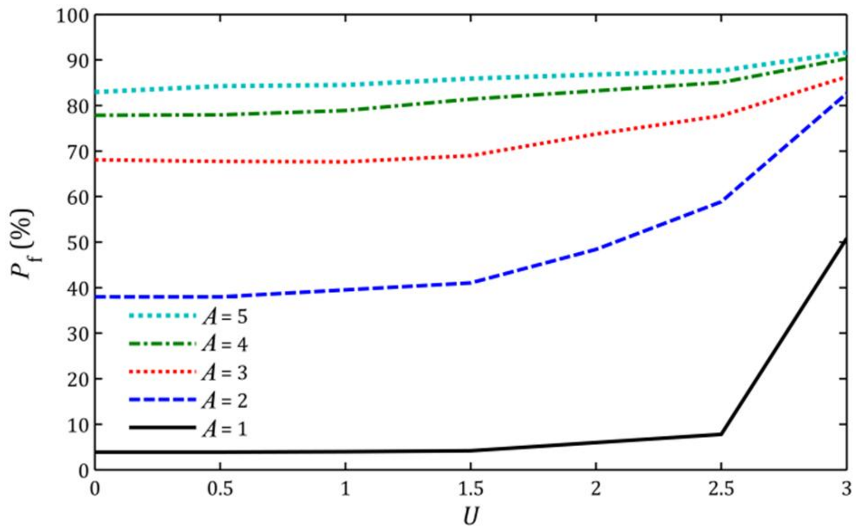
شکل 13 پاسخ‌های دینامیکی لوله حامل جریان چندفازی براساس مدل غیرخطی به‌ازای $A = 3$ و $U = 1$



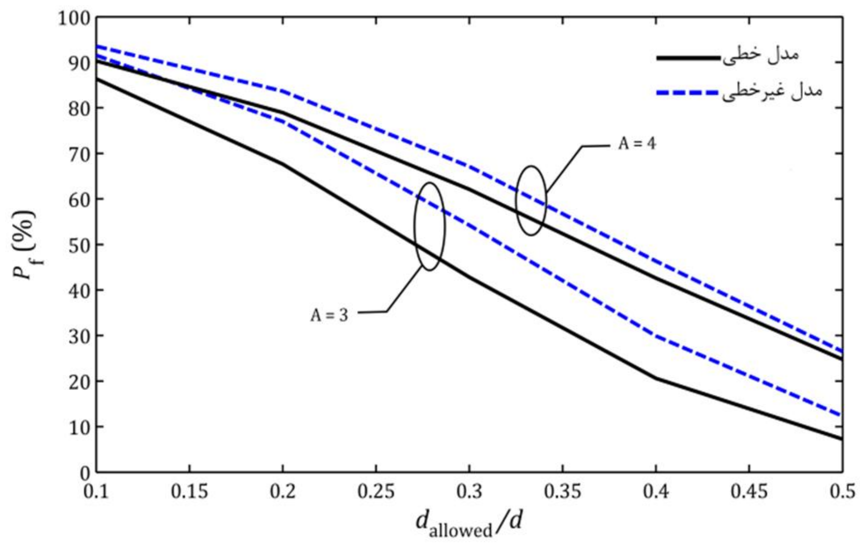
شکل 14 پاسخ‌های دینامیکی لوله حامل جریان چندفازی براساس مدل غیرخطی به‌ازای $A = 5$ و $U = 1$

همان‌طور که از شکل‌ها مشاهده می‌شود مانند حالت خطی با افزایش A مقدار جابه‌جایی نقطه وسط لوله افزایش می‌یابد و با توجه به کاهش فاصله حد بالا از حد پایین مقدار تأثیر نامعینی در سیستم کاهش پیدا می‌کند. پاسخ غیرخطی سیستم به دلیل کوپل شدید مودهای ارتعاشی دارای رفتار نوسانی متفاوتی است و به همین دلیل پارامترهای آماری پاسخ نیز در حضور غیرخطینگی متفاوت از حالت خطی خواهد بود. در ادامه تأثیر غیرخطینگی بر قابلیت اطمینان که متأثر از پارامترهای آماری سیگنال است نیز بررسی شده است.

[DOR: 20.1001.1.10275940.1394.15.8.36.6]



شکل 15 احتمال خرابی براساس معیار تخطی از جابه‌جایی مشخص در مقابل سرعت سیال برای مقادیر مختلف A



شکل 16 احتمال خرابی براساس معیار تخطی از جابه‌جایی مشخص به‌ازای مقادیر مختلف A براساس دو مدل خطی و غیرخطی

4-3- بررسی قابلیت اطمینان سیستم

احتمال تخطی بیشینه جابه‌جایی لوله از مقدار 0/2 برابر قطر آن به‌ازای مقادیر مختلف سرعت سیال و کلاس‌های متفاوت میزان بار وارد بر لوله در شکل 15 نشان داده شده است. به عبارت دیگر در این شکل d_{allowed} =0/2d درنظر گرفته شده است. این شکل براساس مدل خطی است و نشان می‌دهد که با افزایش شدت بارگذاری احتمال خرابی افزایش می‌یابد، همچنین با افزایش سرعت جریان عبوری و نزدیک شدن آن به مقدار بحرانی احتمال خرابی افزایش می‌یابد به‌گونه‌ای که میزان تأثیر بارگذاری در این محدوده از سرعت مقدار کمتری دارد.

در شکل 16 احتمال تخطی بیشینه جابه‌جایی لوله به‌ازای مقادیر مختلف جابه‌جایی مجاز براساس دو مدل خطی و غیرخطی نشان داده شده است. مطابق این شکل با افزایش مقدار جابه‌جایی مجاز، احتمال خرابی کاهش می‌یابد و براساس مدل غیرخطی احتمال متناظر با جابه‌جایی مجاز مشخص بیشتر است. درنظر گرفتن اثر غیرخطینگی در سیستم مطابقت بیشتری با مدل واقعی دارد، چراکه غیرخطینگی نه تنها ناشی از دامنه ارتعاشی بزرگ بلکه ناشی از کوپل شدید مودهای ارتعاشی نیز است و رفتار آماری سیگنال غیرخطی به گونه‌ای تغییر می‌کند که سبب افزایش احتمال خرابی می‌شود.

5- نتیجه‌گیری

در این مقاله نامعینی ناشی از جریان چندفازی و عوامل خارجی به‌صورت تحریک تصادفی اعمالی بر لوله مدل شده است و با استفاده از شبیه‌سازی مونت‌کارلو، رفتار آماری سیستم مورد بررسی قرار گرفته است. به همین منظور پس از استخراج معادلات اندرکنش لوله- سیال، پاسخ دینامیکی با استفاده از روش عددی رانگ- کوتای بهبودیافته استخراج شده است، سپس پارامترهای آماری چون میانگین جابه‌جایی، سرعت و شتاب یک نقطه از لوله به همراه بازه قابلیت اطمینان متناظر استخراج شد. نتایج عمده و مهمی از روی داده‌های آماری یادشده مورد بحث و بررسی قرارگرفته شد. از جمله مهم‌ترین این نتایج می‌توان به موارد زیر اشاره کرد:

1- با افزایش سرعت سیال مقدار جابه‌جایی نقطه وسط لوله افزایش می‌یابد و همچنین با توجه به افزایش فاصله حد بالا از حد پایین مقدار تأثیر نامعینی در سیستم افزایش پیدا می‌کند.

2- با افزایش شدت تحریک اصلی، مقدار جابه‌جایی نقطه وسط لوله افزایش می‌یابد، ولی با توجه به کاهش فاصله حد بالا از حد پایین مقدار تأثیر نامعینی در سیستم کاهش پیدا می‌کند.

3- با افزایش مقدار جابه‌جایی مجاز، احتمال خرابی کاهش می‌یابد و براساس مدل غیرخطی احتمال متناظر با جابه‌جایی مجاز مشخص بیشتر است.

6- مراجع

[1] M. P. Paidoussis, N. Issid, Dynamic stability of pipes conveying fluid, *Journal of sound and vibration,* Vol. 33, No. 3, pp. 267-294, 1974.

[2] R. D. Blevins, Flow-induced vibration, *New York, Van Nostrand Reinhold Co., 1977. 377 p.,* Vol. 1, 1977.

[3] M. Paidoussis, J.-P. Denise, Flutter of thin cylindrical shells conveying fluid, *Journal of Sound and Vibration,* Vol. 20, No. 1, pp. 9-26, 1972.

[4] G. Done, A. Simpson, Dynamic instability of certain conservative and non-conservative systems, *Journal of Mechanical Engineering Science,* Vol. 19, No. 6, pp. 251-263, 1977.

[5] C. Stack, R. Garnett, G. Pawlas, A finite element for the vibration analysis of a fluid-conveying Timoshenko beam, in *Proceeding of,* 2120-2129.

[6] M. Païdoussis, S. Chan, A. Misra, Dynamics and stability of coaxial cylindrical shells containing flowing fluid, *Journal of Sound and Vibration,* Vol. 97, No. 2, pp. 201-235, 1984.

[7] D. Gorman, J. Reese, Y. Zhang, Vibration of a flexible pipe conveying viscous pulsating fluid flow, *Journal of Sound and Vibration,* Vol. 230, No. 2, pp. 379-392, 2000.

[8] C. Semler, G. Li, M. Païdoussis, The non-linear equations of motion of pipes conveying fluid, *Journal of Sound and Vibration,* Vol. 169, No. 5, pp. 577-599, 1994.

[9] M. P. Paidoussis, *Fluid-structure interactions: slender structures and axial flow*: Academic press, 1998.

[10] D. Kunii, O. Levenspiel, *Fluidization engineering*: Elsevier, 2013.

[11] J. C. Schouten, C. M. van den Bleek, Monitoring the quality of fluidization using the short-term predictability of pressure fluctuations, *AIChE Journal,* Vol. 44, No. 1, pp. 48-60, 1998.

[12] S. Sasic, B. Leckner, F. Johnsson, Characterization of fluid dynamics of fluidized beds by analysis of pressure fluctuations, *Progress in energy and combustion science,* Vol. 33, No. 5, pp. 453-496, 2007.

[13] B. Hao, H. T. Bi, Forced bed mass oscillations in gas–solid fluidized beds, *Powder technology,* Vol. 149, No. 2, pp. 51-60, 2005.

[14] J. Van der Schaaf, J. Schouten, C. Van den Bleek, Origin, propagation and attenuation of pressure waves in gas—solid fluidized beds, *Powder Technology,* Vol. 95, No. 3, pp. 220-233, 1998.

[15] C. S. Daw, C. E. Finney, M. Vasudevan, N. A. van Goor, K. Nguyen, D. D. Bruns, E. J. Kostelich, C. Grebogi, E. Ott, J. A. Yorke, Self-organization and chaos in a fluidized bed, *Physical review letters,* Vol. 75, No. 12, pp. 2308, 1995.

[16] S. Narayanan, Stochastic stability of fluid conveying tubes, *Random vibrations and reliability,* pp. 273-283, 1983.

[17] L. Vedula, N. S. Namachchivaya, Stochastic stability of linear gyroscopic systems: application to pipes conveying fluid, in *Proceeding of American Society of Mechanical Engineers,* pp. 1233-1241.

[18] A. A. Alizadeh, H. R. Mirdamadi, Free vibration and divergence instability of pipes conveying fluid with uncertain structural parameters, *Modares Mechanical Engineering,* Vol. 15, No. 4, pp. 247-254, 2015, (In Persian).

[19] G. T. Mase, G. E. Mase, *Continuum mechanics for engineers*: CRC press, 2010.

[20] S. I. Lee, J. Chung, New non-linear modelling for vibration analysis of a straight pipe conveying fluid, *Journal of sound and vibration,* Vol. 254, No. 2, pp. 313-325, 2002.

[21] J. R. Dormand, P. J. Prince, A family of embedded Runge-Kutta formulae, *Journal of computational and applied mathematics,* Vol. 6, No. 1, pp. 19-26, 1980.

[22] Y.-K. Lin, G.-Q. Cai, *Probabilistic structural dynamics: advanced theory and applications*: Mcgraw-hill Professional Publishing, 2004.

[23] R. Johnson, G. Bhattacharyya, Statistical concepts and methods, *Wiley series in probality and mathematical statistics.,* 1977.

[24] S.-K. Choi, R. Grandhi, R. A. Canfield, *Reliability-based structural design*: Springer Science & Business Media, 2006.

[25] L. Wang, A further study on the non-linear dynamics of simply supported pipes conveying pulsating fluid, *International Journal of Non-Linear Mechanics,* Vol. 44, No. 1, pp. 115-121, 2009.