

ماهنامه علمى پژوهشى

دسی مکانیک مدر س





بررسی آماری نامعینی اتفاقی در لولههای حامل جریان چندفازی براساس مدل دینامیکی غیرخطی

رضا فتحى¹، سعيد لطفان¹، ميرمحمد اتفاق^{2*}

1- دانشجوى دكترا، مهندسى مكانيك، باشگاه پژوهشگران جوان و نخبگان، واحد تبريز، دانشگاه آزاد اسلامي، تبريز، ايران

2- استادیار، دانشکده فنی مهندسی مکانیک، دانشگاه تبریز، تبریز، ایران

* تبريز، صندوق پستى 16471 - ettefagh@tabrizu.ac.ir

چکیدہ	اطلاعات مقاله
تحقیقات زیادی در زمینه ی بررسی رفتار ارتعاشی لوله های حامل جریان چندفازی موجود است. با وجود تحقیقات فراوان، بررسی آماری دقیق و	مقاله پژوهشی کامل
جامعی روی پاسخ دینامیکی سیستم مذکور انجام نشده است؛ بنابراین در این مقاله، ابتدا با استفاده از اصل همیلتون معادله ی غیرخطی حاکم بر	دریافت: 29 فروردین 1394
ارتعاشات عرضی لوله حامل سیال استخراج شده است. غیرخطینگی در سیستم ناشی از درنظر گرفتن جابه جایی بزرگ است. اندرکنش بین لوله و	پذیرش: 24 خرداد 1394
سیال در جریان چندفازی و نامعینی های منتج به صورت تحریک خارجی تصادفی با تابع توزیع نرمال درنظر گرفته شده است. پس از استخراج	ارائه در سایت: 13 تیر 1394
معادله ی حاکم و گسسته سازی آن به روش گالرکین، معادلات زمانی به روش عددی حل شده است. با استفاده از شبیه سازی مونت کارلو،	<i>کلید واژگان:</i>
پارامترهای آماری پاسخ دینامیکی سیستم استخراج شده است. با مطالعه میانگین خیز یک نقطه از لوله و همچنین درنظر گرفتن حدود بالا و	آنالیز نامعینی
احتمار تعاظر، (بازه قابلیت اطمینان) نتایج جامعی از تأثیرات نامعینی های بیان شده مورد بحث و بررسی قرار گرفتن است. نتایج بررسی نشان	شبیهسازی مونت کارلو
می دهد که با افزایش سرعت سیال تأثیرات نامعینی در سیستم افزایش پیدا می کند، همچنین درنظر گرفتن غیر خطینگی در سیستم سب افزایش	جریان چندفازی

Statistical analysis of random uncertainty in the pipes conveying multi-phase flow based on nonlinear dynamic model

Reza Fathi¹, Saeed Lotfan¹, Mir Mohammad Ettefagh^{2*}

1- Young Researchers and Elite club, Tabriz Branch, Islamic Azad University, Tabriz, Iran.
 2- Department of Mechanical Engineering, University of Tabriz, Tabriz, Iran.
 *P.O.B. 51666-16471 Tabriz, Iran, ettefagh@tabrizu.ac.ir

ARTICLE INFORMATION

Abstract

Original Research Paper Received 18 April 2015 Accepted 14 June 2015 Available Online 04 July 2015

Keywords: Uncertainty Analysis Monte-Carlo Simulation Multi-phase Flow There are many researches on the vibration behavior of the multi-phase flow in the pipes. However, there is no general statistical study on the dynamic response of such systems. Therefore in this paper, at first, the nonlinear equation governing the transverse vibration of the pipe is derived using the Hamilton's principle. The nonlinearity in the system is induced by considering large deflections. The interaction between the pipe and the multi-phase fluid flow and the resultant uncertainty is modeled by random excitation which is produced by using normal distribution function. After extraction of the governing equation and discretizing it by the Galerkin method, the equations are solved numerically. The statistical parameters of the response have been extracted by Monte-Carlo simulation. With studying on the deflection of one point on the pipe and also considering corresponding upper and lower limit band (confidence interval), extended results of uncertainties effects have been obtained. The results show that with

increasing the velocity of the fluid, the uncertainty of the response is increasing. Also, by considering nonlinear model, the probabilities of failure are increased.

کرد. آنها در مطالعه خود به بررسی ارتعاشات و پایداری لولههای حامل سیال	1 – مقدمه
با شرایط مرزی مختلف پرداختهاند. بلوینز [2] با درنظر گرفتن شتاب	ارتعاشات لولههای حامل سیال در دهههای اخیر مورد مطالعه بسیاری قرار
کریولیس ناشی از سرعت سیال و ارتعاش عرضی لوله به بررسی دینامیک و	گرفته است. اینگونه سیستمها به وفور در طبیعت یافت میشود و کاربرد
پایداری لولههای حامل سیال پرداخته است. ایشان نتایج بهتری را نسبت به	زیادی در زمینههای بیولوژیکی و مهندسی دارد. از جمله کاربردهای لولههای
مدلهای ارائهشده پیشین ارائه کرده است. پایدوسیس و دنیس [3] در	حامل سیال در مبدلهای حرارتی، سیستمهای هیدرولیکی، نیروگاهها، تهویه
مطالعهای به بررسی ناپایداری دینامیکی در لولههای حامل سیال پرداختند.	متبوع، راکتورهای هستهای و … است. از مطالعات در زمینه دینامیک لولههای
آنها با استفاده از مدل تحلیلی خطی و همچنین نتایج تجربی ارتعاشات این	حامل سیال میتوان به مطالعه پایدوسیس و آیسید [1] در این زمینه اشاره

Please cite this article using:

برای ارجاع به این مقاله از عبارت ذیل استفاده نمایید:

R. Fathi, S. Lotfan, M.M. Ettefagh, Statistical analysis of random uncertainty in the pipes conveying multi-phase flow based on nonlinear dynamic model, *Modares Mechanical Engineering*, Vol. 15, No. 8, pp. 323-331, 2015 (In Persian)

سیستمها را با شرایط مرزی دو سر گیردار و یک سر گیردار بررسی کردند. دوون و سیمپسون [4] نیز در مطالعه خود ناپایداری دینامیکی را برای سیستمهای کانسرواتیو و غیرکانسرواتیو بررسی کردند. با مطالعه ادبیات فن مشاهده میشود که رفتار دینامیکی و ارتعاشی لولههای حامل سیال با درنظر گرفتن فرضهای متعددی چون تیر تیموشنکو [5]، مدل پوستهای [6]، سیال ویسکوز [7]، مدل غیرخطی [8] و ... مطالعه شده است. تمام این مطالعات نشان میدهد که با افزایش سرعت سیال، فرکانس طبیعی سیستم کاهش مییابد و در شرایطی با صفر شدن فرکانس طبیعی ناپایداری استاتیکی رخ میدهد. در جامعترین مطالعه انجام شده توسط پایدوسیس [9] میتوان رفتار ارتعاش عرضی و مدلهای مختلف ارائه شده برای لوله حامل سیال را یافت.

در صنایع مدرن، حمل و نقل برخی ذرات جامد، مانند کریستالها، در مقایسه با حمل و نقل سیالات کار مشکلی است و به این دلیل از تکنولوژی مایعسازی در صنایع شیمی استفاده می شود تا با مخلوط کردن مواد جامد با سيالات، فرآيند حمل راحتتر شود [11,10]. اين روش سبب بهوجود آمدن کاربردهای لولههای حامل جریان چندفازی می شود. مطالعه ادبیات فن در این زمینه نشان میدهد که دینامیک این سیستمها با بررسی رفتار فشار جریان که بهصورت تجربی اندازه گیری شده است، مطالعه می شود [12-14]. دینامیک بستر جریانهای چندفازی براساس ویژگیهای دینامیک آشفته نیز مورد مطالعه قرار گرفته است [15]. بهطور کلی مدلسازی لولههای حامل جریان های چندفازی کار بسیار پیچیده و ارتعاشات این گونه سیستمها به ناچار تحت تأثیر برخی عوامل نامعین است و استفاده از مدل های مبتنی بر دینامیک قطعی نتایج نادرستی خواهد داشت. از سوی دیگر، لولههای حامل سیال می تواند در معرض عوامل خارجی چون باد، طوفان، امواج دریا و بارهای دینامیکی ناشی از عبور وسایل نقلیه از روی بستری که لوله در آن قرار دارد، قرار گیرد. تمام این عوامل می تواند به عنوان یک الگوی نامشخص سبب عدم قطعیت و نامعینی در سیستم شود. پدیدههای تصادفی در سیستمها به دلیل عدم وجود نظم مشخص بوجود مىآيد كه مىتواند ناشى از عدم قطعيت در ویژگیهای داخلی سیستم و یا کنشهای خارجی باشد. نارایانان [16] پایداری لولههای حامل سیال را با اتفاقی درنظر گرفتن سرعت سیال بررسی کرد. در مطالعه مشابهی ودولا و نامچیوایا [17] عدم قطعیت در لولههای حامل سیال را ناشی از ضربان در سرعت سیال درنظر گرفتند. در این دو مطالعه تصادفی بودن ناپایداری در لوله، ناشی از سرعت سیال مورد بررسی قرار گرفته است. علیزاده و میردامادی [18] ارتعاشات آزاد و ناپایداری دیورژانس لولههای حامل سیال با پارامترهای سازهای نامعین را بررسی کردند. آنها تأثیر نامعینی بر فرکانسهای طبیعی و احتمال ناپایداری سیستم را بررسی کردند.

در این مقاله رفتار آماری و قابلیت اطمینان لوله حامل جریان چندفازی برای نخستین بار مورد مطالعه قرار گرفته است. به این منظور، با درنظر

بگیرید. در این شکل E مدول یانگ، I ممان اینرسی سطح مقطع لوله، D قطر لوله، \hat{D} سرعت جریان داخلی و (\hat{x}, \hat{t}) تحریک خارجی بر لوله است که در مکان \hat{x} و زمان \hat{t} بر آن وارد می شود. همان طور که در مقدمه نیز توضیح داده شد، نیروی تحریک بر دیواره لوله می تواند ناشی از عدم قطعیت در جریان چندفازی، اختلاف دمای داخل و خارج، حرکت بستر و عوامل خارجی چون باد، طوفان، امواج دریا و ... باشد، همچنین در شکل 1 جابه جایی عرضی لوله در صفحه $\hat{z} - \hat{x}$ با (\hat{x}, \hat{t}) نشان داده شده است. در ادامه برای استخراج معادله حرکت سیستم با استفاده از اصل همیلتون، انرژی جنبشی، پتانسیل و کار نیروهای غیر کانسرواتیو محاسبه شده است.

با درنظر گرفتن حرکت عرضی لوله و سرعت میانگین جریان داخلی، انرژی جنبشی سیستم به صورت رابطه (1) قابل بیان است.

$$T = \frac{1}{2} \int_{0}^{L} \rho_{f} A_{f} \left[\left(\frac{\partial \widehat{w}}{\partial \widehat{t}} + \widehat{U} \frac{\partial \widehat{w}}{\partial \widehat{x}} \right)^{2} + \widehat{U}^{2} \right] d\widehat{x} + \frac{1}{2} \int_{0}^{L} \rho_{t} A_{t} \left(\frac{\partial \widehat{w}}{\partial \widehat{t}} \right)^{2} d\widehat{x}$$
(1)

که در آن $\rho_{\rm f}$ و $\rho_{\rm t}$ به ترتیب نشاندهنده جرم واحد حجم سیال و لوله، $A_{\rm f}$ و $A_{\rm f}$ به ترتیب نشاندهنده سطح مقطع عبور سیال و سطح مقطع لوله است. $A_{\rm t}$ به ترتیب نشاندهنده سطح مقطع عبور سیال و سطح مقطع لوله است. برای درنظر گرفتن جابهجایی بزرگ، کرنش طولی لاگرانژ به صورت رابطه (2) درنظر گرفته شده است [19]:

$$\varepsilon_x = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial \widehat{w}}{\partial \widehat{x}} \right)^2 - \hat{z} \frac{\partial^2 \widehat{w}}{\partial \widehat{x}^2}$$
(2)

انرژی پتانسیل سیستم نیز براساس کرنش لاگرانژ مطابق رابطه (2)، بهصورت رابطه (3)، بهصورت رابطه (3) میآید.

$$P = \frac{1}{2} \int_{0}^{L} EI \left(\frac{\partial^{2} \widehat{w}}{\partial \widehat{x}^{2}} \right)^{2} d\widehat{x} + \frac{1}{8} \int_{0}^{L} EA_{t} \left(\frac{\partial \widehat{w}}{\partial \widehat{x}} \right)^{4} d\widehat{x}$$
(3)

 $\delta W_{\rm nc} = \int^{L} \hat{p}(\hat{x}, \hat{t}) \delta \hat{w} d\hat{x}$ (4)

با استفاده از اصل همیلتون به صورت رابطه (5) است.

$$\int_{0}^{\infty} \left[\delta(T - P) + \delta W_{\rm nc} \right] d\hat{t} = 0$$
(5)

و بهکارگیری روابط (۴،۳،1)، معادله غیرخطی حاکم بر ارتعاشات اجباری سیستم بهصورت رابطه (6) استخراج میشود. ($\rho_{f}A_{f} + \rho_{t}A_{t}$) $\frac{\partial^{2}\widehat{W}}{\partial\hat{t}^{2}} + \rho_{f}A_{f}\left(2\widehat{U}\frac{\partial^{2}\widehat{W}}{\partial\hat{x}\partial\hat{t}} + \widehat{U}^{2}\frac{\partial^{2}\widehat{W}}{\partial\hat{x}^{2}}\right)$ + $EI\frac{\partial^{4}\widehat{W}}{\partial\hat{x}^{4}} - \frac{3}{2}EA_{t}\frac{\partial^{2}\widehat{W}}{\partial\hat{x}^{2}}\left(\frac{\partial\widehat{W}}{\partial\hat{x}}\right)^{2} = \hat{p}(\hat{x},\hat{t})$ (6) شرایط مرزی متناظر برای حل معادله بالا نیز بهصورت رابطه (7) است.

$$\widehat{w}(\mathbf{0},\widehat{t}) = \widehat{w}(L,\widehat{t}) = \mathbf{0}, \frac{\partial^2 \widehat{w}(\mathbf{0},t)}{\partial \widehat{x}^2} = \frac{\partial^2 \widehat{w}(L,t)}{\partial \widehat{x}^2} = \mathbf{0}$$
(7)

برای عمومیت بخشیدن به معادلات و تحلیل آن، لازم است تا معادله حاکم بر دینامیک سیستم و پارامترهای مورد استفاده بیبعد شود. به این منظور پارامترهای بیبعد روابط (8) معرفی می شود.

گرفتن جابهجایی بزرگ و مدل تیر اویلر- برنولی، معادله حاکم بر ارتعاشات عرضی لوله حامل جریان چندفازی استخراج شده است. عدم قطعیت در جریان چندفازی بهصورت تحریک خارجی تصادفی مدل شده است. برای بررسی آماری سیستم از روش شبیهسازی مونت کارلو استفاده شده و در نهایت تأثیر غیرخطینگی بر رفتار آماری و قابلیت اطمینان سیستم بررسی شده است.

2- استخراج معادلات حاکم مطابق شکل 1 لولهای به طول L با تکیهگاههای ساده در دو انتها را درنظر



324

مہندسی مکانیک مد*ر*س، آبان 1394، دورہ 15، شما*ر*ہ 8

$$\frac{\mathrm{d}W_j(x)}{\mathrm{d}x}\frac{\mathrm{d}^2 W_n(x)}{\mathrm{d}x^2}\mathrm{d}x \qquad (\circ -14) \qquad w = \frac{\widehat{w}}{L} \tag{6}$$

$$x = \frac{x}{L} \tag{-8}$$

$$t = \hat{t} \sqrt{\frac{L^{1}}{(\rho_{\rm f}A_{\rm f} + \rho_{\rm t}A_{\rm t})L^{4}}}$$

$$(z - 8)$$

$$\beta = \frac{\rho_1 N_1}{(\rho_f A_f + \rho_t A_t)} \tag{(3-8)}$$

$$U = \widehat{U}L \sqrt{\frac{\rho_{\rm f}A_{\rm f}}{EI}} \tag{(-8)}$$

$$\gamma = \frac{\Lambda_{tL}}{I} \tag{9-8}$$

$$p(x,t) = \frac{L}{EI} \hat{p}(\hat{x}, \hat{t})$$
 (j-8)

t در روابط بالا، w جابه جایی عرضی بی بعد، x مختصه بی بعد در طول لوله، tزمان بیبعد، eta جرم بیبعد، U سرعت بیبعد سیال، γ پارامتر غیرخطی و p(x,t) تحریک گسترده بیبعد است. با استفاده از این پارامترها، معادله یے بعد حاکم پر دینامیک سیستم بهصورت رابطه (9) بهدست مے آید.

$$\frac{\partial^2 w}{\partial t^2} + \left(2U\sqrt{\beta}\frac{\partial^2 w}{\partial x\partial t} + U^2\frac{\partial^2 w}{\partial x^2}\right) + \frac{\partial^4 w}{\partial x^4} - \frac{3}{2}\gamma\frac{\partial^2 w}{\partial x^2}\left(\frac{\partial w}{\partial x}\right)^2 = p(x,t)$$
(9)

2-1- گسستهسازی معادلات با استفاده از روش گالرکین

با استخراج معادله بیبعد حاکم بر دینامیک غیرخطی سیستم، براساس روش گالرکین پاسخ تقریبی معادله (9) را میتوان بهصورت مجموعهای از توابع پایهی مقایسهای رابطه (10) درنظر گرفت.

$$w(x,t) = \sum_{n=1}^{N} W_n(x)T_n(t)$$
(10)

که در آن N تعداد توابع پایه، $W_n(x)$ توابع مقایسهای و $T_n(t)$ توابع نامعلوم زمانی است. تابع وزن متناسب با رابطه (10) نیز بهصورت رابطه (11) تعریف مىشود [20].

$$\overline{w}(x,t) = \sum_{n=1}^{N} W_n(x)\overline{T}_n(t)$$
(11)

که در آن ($\overline{T}_n(t)$ توابع دلخواه از زمان است. توابع مقایسهای نیز به صورت رابطه (12) درنظر گرفته شده است.

$$W_n(x) = \sin(n\pi x), 0 < x < 1$$
 (12)

با جای گذاری رابطه (10) در معادله (9) و ضرب این رابطه در ($\overline{w}(x,t)$ مطابق رابطه (11)، و انتگرال گیری از آن در بازه [0,1] و سپس با مرتبسازی عبارات بهدستآمده براساس ضرایبی از $(\overline{T}_n(t))$ معادلات گسسته بهصورت رابطه (13) استخراج می شود.

$$\sum_{n=1}^{N} [m_{nl}\ddot{r}_{n}(t) + 2Ug_{nl}\dot{r}_{n}(t) + (U^{2}h_{nl} + [2]].$$

$$\sum_{n=1}^{N} [m_{nl}\dot{r}_{n}(t) + 2Ug_{nl}\dot{r}_{n}(t) + (U^{2}h_{nl} + [2]].$$

$$\sum_{n=1}^{N} [m_{$$

$$\Gamma_{nlij} = -\frac{3}{2}\gamma \int_{0}^{1} W_{l}(x) \frac{dW_{i}(x)}{dx} \frac{dW_{j}(x)}{dx} \frac{d^{2}W_{n}(x)}{dx^{2}} dx \qquad (a - 14)$$

$$f_{l} = \int_{0}^{1} p(x,t) W_{l}(x) dx \qquad (a - 14)$$

$$f_{l} = \int_{0}^{1} p(x,t) W_{l}(x) dx \qquad (a - 14)$$

$$F_{l} = \int_{0}^{1} p(x,t) W_{l}(x) dx \qquad (a - 14)$$

$$H_{l}(x) dx = F \qquad (15)$$

ماتریس اثر گریز از مرکز، K ماتریس سفتی، (N(T) عملگر غیرخطی، F ماتریس نیروهای تعمیمیافته و T نیز بهصورت رابطه (16) است. $\mathbf{T} = \{T_1, T_2, T_3, \dots, T_N\}^T$ (16) معادلات گسسته بهدست آمده در رابطه (13)، دسته معادلات کوپل غیرخطی

است. این معادلات به دلیل غیرخطینگی و وجود سرعت سیال کوپل است چراکه ماتریس G غیرقطری است. در این مقاله برای تحلیل معادلات (15) از روش عددی مبتنیبر رانگ- کوتای بهبود یافته استفاده شده است [21].

2-2- عدم قطعيت بهصورت تحريك تصادفي

در این بخش، فاکتورهای عدم قطعیت در سیستم بهصورت عامل تصادفی در تحريك خارجي مدل شده است. عدم قطعيت تصادفي ناشي از عوامل يادشده در بخش پیشین بهصورت مجموعهای از تحریک پریودیک اصلی و تحریک تصادفی ضعیف درنظر گرفته شده است، همچنین با درنظر گرفتن برخی عوامل خارجي، تحريك تصادفي متمركز نيز روى لوله اعمال مي شود؛ بنابراين نیروی خارجی به صورت رابطه (17) قابل بیان است. $\hat{p}(\hat{x}, \hat{t}) = \hat{p}_0 \sin(\Omega \hat{t} + \alpha) + \alpha \hat{t} \hat{x} \hat{t}$

$$p(\mathbf{x}_{i},t) = p_{0}\sin(\alpha t + \alpha) + \varepsilon f_{0}\xi_{0}(t)$$

$$+ \sum_{i=1}^{N_{r}} f_{i}\delta(\hat{\mathbf{x}} - \hat{\mathbf{x}}_{i})\xi_{i}(\hat{\mathbf{t}})$$
(17)

که در آن \hat{p}_0 دامنه تحریک پریودیک اصلی، Ω فرکانس اصلی، lpha اختلاف فاز، \hat{p}_0 مقدار کوچکتر از واحد، \widehat{x}_i محل اعمال تحریک تصادفی متمرکز در طول arepsilonلوله، f_{i} ($i = 1, 2.0, ..., N_r$) لوله، f_i دامنه تصادفی و δ تابع دلتای دیراک است. به عبارتی، سیستم تحت تحریک معین ($\hat{p}_0 \sin(\Omega \hat{t} + \alpha)$ قرار دارد و وجود جریان چندفازی در سیستم علاوهبر ایجاد عبارتهای نیروی کریولس و گریز از مرکز در معادله حرکت سبب نامعینی در سیستم میشود، منبع اصلی این نامعینیها در نوسانات فشار و دما است که میتواند سبب ایجاد تنش در دیواره لوله شود. با توجه به مطالعات گذشته [22,12] در زمینه جریانهای چندفازی، نوسان فشار اندازه گیری شده به صورت سیگنال های نامنظم باند باریک¹ است؛ بنابراین در رابطه (17) فرآیندهای تحریک تصادفی (N_r ،...، به صورت نویزهای کراندار درنظر گرفته شده است تا مدل $\xi_i(\hat{t}), (i = 1, 2, 0)$ نسبتاً منطقی از لولههای حامل جریان چندفازی ارائه شود؛ بنابراین توابع نویز

325

مهندسی مکانیک مدرس، آبان 1394، دورہ 15، شمارہ 8



شکل 3 تغییرات ضریب نمایی کاهش دامنه پاسخ آزاد برحسب سرعت بیبعد سیال بهازای β **=0/6475**

با افزایش سرعت، فرکانس طبیعی کاهش مییابد و با رسیدن فرکانس نخست به صفر، ناپایداری استاتیکی متناظر با سرعت بحرانی دیورژانس اتفاق میافتد. در سرعتهای بالاتر کوپل مودها و ناپایداری دینامیکی رخ میدهد. این رفتار در شکلهای 2 و 3 مورد مطالعه قرار گرفته است. وجود بخش حقیقی مثبت در مقادیر ویژه این ناپایداریها را نشان میدهد.

3- بررسی آماری پاسخ ارتعاشی لوله حامل جریان چندفازی

با توجه به این که تأثیر جریان چندفازی و برخی عوامل خارجی در سیستم بهصورت تحریک تصادفی درنظر گرفته شده است، معادلات حرکت حاکم بر لوله حامل جریان چندفازی بهصورت معادلات دیفرانسیل تصادفی استخراج شده است. به همین منظور پاسخ ارتعاشی سیستم با استفاده از روش شبیهسازی مونت کارلو بهدستآمده و خواص آماری آن بررسی می شود. که در آن A و $arepsilon_0$ ضرایب ثابت هستند.

2-3- فركانسهاى طبيعي

با استخراج فركانسهاى طبيعى سيستم مىتوان صحت معادلات استخراج شده را نشان داد. به این منظور معادلات خطی حاکم بر ارتعاشات آزاد سیستم را میتوان بهصورت رابطه (20) نوشت. (20) $M\ddot{T} + 2UG\dot{T} + (U^2H + K)T = 0$ برای استخراج فرکانسهای طبیعی سیستم، معادلات فضای حالت متناظر با رابطه (20) به صورت رابطه (21) است. (21) $\mathbf{A}\dot{\mathbf{Y}} + \mathbf{B}\mathbf{Y} = \mathbf{0}$ که در آن روابط (22) به صورت زیر است. $\mathbf{A} = \begin{bmatrix} \mathbf{0} & \mathbf{I} \\ \mathbf{M} & \mathbf{0} \end{bmatrix}$ (22- الف) $\mathbf{B} = \begin{bmatrix} -\mathbf{I} & \mathbf{0} \\ \mathbf{2}U\mathbf{G} & U^{2}\mathbf{H} + \mathbf{K} \end{bmatrix}$ (22- ب) $\Upsilon = \left\{ \begin{matrix} \mathbf{T} \\ \mathbf{T} \end{matrix} \right\}$ (22- ج) با درنظر گرفتن پاسخ روابط (21) بهصورت $\Upsilon = \Upsilon_0 e^{\lambda_n t}$ ، مقادیر ویژه مختلط از رابطه (23) قابل محاسبه است. λ_n (23) $\det(\lambda_n \mathbf{A} + \mathbf{B}) = \mathbf{0}$ بخش موهومی λ_n برابر با فرکانس طبیعی بیبعد و بخش حقیقی آن

بخش موهومی n برابر با فرکانس طبیعی بیبعد و بخش حقیقی ان نشاندهنده ضریب نمایی کاهش دامنه پاسخ آزاد سیستم است، همچنین فرکانس طبیعی سیستم براساس رابطه (24) بیبعد شده است.

$$\lambda_n = \bar{\lambda}_n L^2 \sqrt{\frac{\rho_f A_f + \rho_t A_t}{EI}}$$
(24)

که در آن $\bar{\lambda}_n$ فرکانس طبیعی است. همگرایی فرکانسهای طبیعی بی بعد براساس تعداد توابع پایهی مورد استفاده، N، در جدول 1 بهازای U = 0 و در جدول 2 بهازای U = U و U = 0 نشان داده شده است.

مقادیر دقیق فرکانس طبیعی بیبعد nم برای سیستم با U = 0 برابر با مقادیر دقیق فرکانس طبیعی بیبعد nم برای سیستم با $(n\pi)^2$ ($n\pi$) است [9] که با مقادیر جدول 1 مطابقت کامل دارد، همچنین در جدول 2 مشخص است که با افزایش سرعت، فرکانسهای طبیعی کاهش میابد. در این مطالعه با توجه به پیچیدگی رابطه (15) و حجم بالای محاسبات عددی، N برابر با 5 فرض شده است.

رفتار فرکانس طبیعی سیستم با تغییرات سرعت سیال در مطالعات متعددی مورد بررسی قرار گرفته است.

جدول 1 همگرایی فرکانس طبیعی بیبعد بهازای U =0

فركانس طبيعي بيبعد			N. جرار قرار ماری کار
مود سوم	مود دوم	مود نخست	تعداد توابع پایه، ۱۷
-	-	9/8696	1
-	39/4784	9/8696	2
88/8264	39/4784	9/8696	3

9/8696

4

88/8264	3-1- بر آورد به وسیله فاصلههای اطمینان
<i>R</i> _0/6475	فاصله اطمینان عبارت است از برآورد کرانهای خطا برای ایجاد فاصلهای از
p = 0.0475	مقادیری که انتظار میرود شامل مقدار واقعی پارامتر باشد [23]. برای این
	منظور فرض میشود، X_1 ، X_2 ، X_q ، منظور فرض میشود، $ heta$ یک الامتر
موت سوم	نامعلوم جامعه باشد. هر فاصله اطمینان برای θ، فاصلهای بهصورت (L,U)
-	است که از روی مشاهدات نمونهای X ₁ ، X ₂ ، سر X _q محاسبه میشود، به
88/7438	گونهایی که، این فاصله شامل مقدار واقعی نامعلوم θ با احتمال مشخصی
88/4282	است. این احتمال که با $pprox pprox 1-pprox \infty$ نشان داده میشود، معمولاً برابر با 0/9،
88/4204	0/95 یا 0/99 درنظر گرفته میشود. به عبارت دیگر فرض میشود که

ول 2 همگرایی فرکانس طبیعی بیبعد بهازای U =1 و U/6475					
فركانس طبيعي بيبعد					
	مود سوم	مود دوم	مود نخست	لعداد توابع پاید، ۱۷	
•	-	-	9/3563	1	
	-	39/2249	9/2967	2	
	88/7438	39/0400	9/2961	3	
	88/4282	39/0365	9/2961	4	
	88/4204	39/0365	9/2961	5	

39/4784

مهندسی مکانیک مد*ر*س، آبان 1394، دورہ 15، شما*ر*ہ 8

326

، باشند، X_q ، ... ، X_2 ، X_1 توابعی از X_1 ، X_2 ، X_1 باشند، X_q ، ... ، X_q ، ... ، X_1 بهطوری که در رابطه (25) داریم.

$$P[L < \theta < U] = 1 - \alpha$$
⁽²⁵⁾

آن گاه فاصله (L, U) یک فاصله اطمینان ($\alpha - 1$)**001%** برای پارامتر است، و ($\alpha - 1$) سطح اطمینان مربوط به فاصله نامیده میشود. برای روشن شدن این مفاهیم، فاصله اطمینانی برای میانگین μ ی جامعه، زمانی که حجم نمونه بزرگ و انحراف معیار σ معلوم است، فرض میشود. در قسمت پسین σ نامعلوم فرض میشود که منجربه فرمول.بندی واقع.بینانهتری از مسئله خواهد شد. حکم احتمالی درباره میانگین نمونه بر مبنای توزیع نرمال، پایهای برای شرح و بسط فاصلههای اطمینان فراهم میکند. براساس قضیه حد مرکزی، توزیع \overline{X} را میتوان با تقریب خوبی برابر با توزیع نرمال ($\frac{\sigma}{\sqrt{\eta}}$) N گرفت که در جامعههای غیرنرمال است، ولی وقتی که توزیع جامعه نرمال است، توزیع بالا آن $\frac{\sigma}{\sqrt{\eta}}$ عددی معلوم است. این توزیع تقریب خوبی برای نمونه گیری بزرگ از جامعههای غیرنرمال است، ولی وقتی که توزیع جامعه نرمال است، توزیع بالا احکام احتمالی برای جامعههای نرمال بهطور دقیق و برای جامعههای نیرنرمال بهطور تقریبی، درحالی که نمونه بزرگ باشد، برقرار است. در نتیجه غیرنرمال بهطور تقریبی، درحالی که نمونه بزرگ باشد، برقرار است. بهطور نیرمال بهطور تقریبی، درحالی که نمونه بزرگ باشد، برقرار است. بهطور نیرا ایران که p بزرگ و σ معلوم است، فاصله اطمینان (n - 1)

$$(\bar{X} - Z_{\alpha/2} \frac{\sigma}{\sqrt{q}}, \bar{X} + Z_{\alpha/2} \frac{\sigma}{\sqrt{q}})$$
 (26)

یقطه $\alpha/2$ بالای توزیع نرمال استاندارد را نشان میدهد یعنی مساحت $Z_{\alpha/2}$ سمت راست $Z_{\alpha/2}$ برابر با $\alpha/2$ است. مقادیر یادشده را میتوان از جداول آماری پیوستی در منبع [23] بهدست آورد.

امعلوم σ فاصله اطمينان مبتنىبر نمونه بزرگ براى μ با σ نامعلوم σ

حال که مفاهیم اساسی مربوط به فاصلههای اطمینان بیان شد، به حالت واقع بینانه تری روی آورده می شود که در آن انحراف معیار جامعه نامعلوم است. اگر حجم نمونه بزرگ باشد، رابطه (26) همچنان صحیح است، ولی چون σ نامعلوم است، این فاصله را نمی توان از روی داده های نمونه محاسبه کرد؛ بنابراین به عنوان یک فاصله اطمینان قابل استفاده نیست. در نتیجه چون q بزرگ است، جایگزینی σ به وسیله برآورد کننده آن، یعنی S، تأثیر قابل ملاحظه ای در حکم احتمالی نخواهد داشت. به طور خلاصه وقتی که q قابل ملاحظه ای در حکم احتمالی نخواهد داشت. به طور خلاصه وقتی که بزرگ است و σ ی جامعه نامعلوم، فاصله اطمینان (α – 1)

$$(\bar{X} - Z_{\alpha/2} \frac{S}{\sqrt{q}}, \bar{X} + Z_{\alpha/2} \frac{S}{\sqrt{q}})$$
 (27)

که در آن S، انحراف معیار نمونه است و در مورد نوع توزیع جامعه، هیچ فرضی غیر از متناهی بودن σ لازم نیست.

1. 11 11¹¹ 0 0

دست میدهد. این حد تعیینشده همان تابع حد حالت است؛ بنابراین سیستم زمانی در حالت فقدان اطمینان قرار دارد که احتمال خرابی و تخطی از حد حالت موجود باشد. به عبارتی تجاوز از یک حد مشخص برای سیستم برابر با خرابی سیستم تلقی میشود.

برای بسیاری از سازهها، حد حالت را می توان به دو دسته تقسیم کرد [24]: 1- خراب شدن سازه 2- اختلال در عملکرد عادی سازه مانند جابهجایی بیش از اندازهی سازه مورد نظر.

به طور کلی حد حالت، حاشیه ایمنی بین مقاومت و بار وارد بر سازه را نشان میدهد. روابط (28) و (29) مربوط به تابع حد حالت و احتمال خرابی هستند. در این مقاله حد حالت به صورت تخطی جابه جایی لوله از یک مقدار مشخص، d_{allowed}، درنظر گرفته شده است.

$$M = R - S \tag{28}$$

$$P_{\rm f} = P(R \le S) \tag{29}$$

متغیر R نشان دهنده مقاومت سازه و متغیر S نشانگر بار خاجی وارد بر سیستم است. برای حالت خاصی که در آن مقاومت، R، و بارگذاری، S، دارای توزیع نرمال بوده و ناهمبسته باشند تابع حد حالت نیز دارای توزیع نرمال است. در این حالت احتمال خرابی به طور مستقیم با درنظر گرفتن متغیر تصادفی M نیز به عنوان حاشیه ایمنی نیز درنظر گرفته می شود. حال احتمال خرابی از رابطه (30) قابل محاسبه است.

$$P(R-S \leq \mathbf{0}) = P(M \leq \mathbf{0})$$

که در آن M به صورت نرمال توزیع شده و دارای میانگین $\mu_M = \mu_R - \mu_S$ و انحراف استاندارد $\sigma_M = \sqrt{\sigma_R^2 + \sigma_S^2}$ است. احتمال خرابی با استفاده از تابع توزیع نرمال استاندارد رابطه (31) تعیین شود.

$$P_{f}\left(\frac{-\mu_{M}}{\sigma_{M}}\right) = \Phi\left(-\beta\right)$$
(31)

$$\sum_{k=1}^{\infty} P_{f}\left(\frac{-\mu_{M}}{\sigma_{M}}\right) = \Phi\left(-\beta\right)$$

$$\sum_{k=1}^{\infty} P_{f}\left(\frac{-\mu_{M}}{\sigma_{M}}\right) = \Phi\left(-\beta\right)$$

است. تفسیر هندسی از شاخص ایمنی در شکل 4 نشان داده شده است. ناحیه سایهدار از این شکل احتمال خرابی را نشان میدهد.

3-4- شبيەسازى مونت كارلو

(30)

یکی از روشهای موجود برای حل معادلات دیفرانسیل دارای عبارت تصادفی، روش شبیهسازی مونت کارلو است. بارزترین مزیت این روش بهدست آوردن پاسخهای دقیق با استفاده از شمار زیادی شبیهسازی، برای تمامی مسایلی است که پاسخ متقن آنها مشخص است، به همین منظور در این مقاله نخست با استفاده از روش عددی رانگ - کوتای بهبودیافته معادله مورد نظر حل شده و در ادامه با به کارگیری روش مونت کارلو و با استفاده از روشهای آماری که در بخش پیشین توضیح داده شد، حد بالا و پایین برای جابه جایی، سرعت و شتاب لوله بهازای پارامترهای مختلف سیستم به کمک کدنویسی در متلب بهدست آورده میشود. برای این منظور فاصله اطمینان **9**درصد درنظر



3-3- قابلیت اطمینان در این بخش به بررسی قابلیت اطمینان سیستم مورد نظر پرداخته میشود. قابلیت اطمینان، احتمال خرابی سیستم را براساس معیار تابع حد حالت¹ بررسی میکند. بررسی قابلیت اطمینان به محاسبه احتمال شکست محدود نمیشود و منظور از خرابی، شکست سازه نیست. بررسی خواص مختلف آماری، مانند توابع توزیع احتمال و فاصله اطمینان از پاسخ سیستم نیز در بررسی قابلیت اطمینان حائز اهمیت است. هنگامی که یک سازه بیش از حد تعیینشده کار میکند، سازه مورد نظر عملکرد مطلوب مورد نیاز خود را از

1- Limit-state function

مهندسی مکانیک مدرس، آبان 1394، دورہ 15، شمارہ 8





4- نتایج عددی

برای استخراج نتایج عددی، نمونه لوله فولادی براساس استاندارد GB/T 12771-2008 درنظر گرفته شده است که دارای جرم واحد طول GB/T 12771-2008 درنظر گرفته شده است که دارای جرم واحد طول $\rho_{\rm t}A_{
m t} = 4/0137$ kg/m E = 206 GPa مدول یانگ $\rho_{\rm t}A_{
m t} = 4/0137$ kg/m d = 0/11 m d = 0/10 m f = 0/0015 m و ضخامت m d = 0/11 m است. جریان گذرنده از داخل لوله interpretion of the experiment of the experimen

در بخش 2 فرکانسهای طبیعی و سرعتهای بحرانی برای سیستم خطی استخراج شد تا درستی مدل ارائه شده نشان داده شود. با توجه به این که در مدل غیرخطی ارائه شده کوپل مودهای ارتعاشی نیز درنظر گرفته شده است، روش تحلیلی برای استخراج دقیق فرکانسهای تشدید وجود ندارد؛ بنابراین پاسخ زمانی سیستم در حضور غیرخطینگی و صرف نظر از آن به حوزه فرکانسی انتقال یافته و چگالی طیفی قدرت به دست آمده است. شکل 5 نشان دهنده چگالی طیفی قدرت در محدوده سه فرکانس طبیعی نخست است. براساس این شکل غیرخطینگی در سیستم سبب افزایش فرکانسهای طبیعی می شود و صرف نظر از غیرخطینگی در سیستم سبب میشود. (2)





A = 3 و U = 1/5 پاسخهای دینامیکی لوله حامل جریان چندفازی بهازای U = 1/5 و



شکل 8 پاسخهای دینامیکی لوله حامل جریان چندفازی بهازای U = 2/5 و U = 3

4-1- تأثير سرعت سيال بر پاسخ ديناميكي سيستم ارتعاشي

جهت بررسی تأثیر سرعت سیال بر رفتار آماری پاسخ دینامیکی، پاسخهای دینامیکی یک نقطه از سیستم ارتعاشی لوله بر اثر عبور جریان با سرعت مختلف بهازای پارامترهای مشخص بهدست آمده است. شکلهای 6-8 مقادیر مربوط به خیز، سرعت و شتاب نقطه وسط لوله را در مقابل زمان بیبعد نشان میدهد. همان طور که از شکلها مشاهده می شود با افزایش سرعت سیال مقدار جابه جایی نقطه وسط لوله افزایش می یابد، همچنین با توجه به افزایش فاصله حد بالا از حد پایین مقدار تأثیر نامعینی در سیستم افزایش پیدا کرده و قابلیت اطمینان سیستم کاهش پیدا می کند.

[DOR: 20.1001.1.10275940.1394.15.8.36.6]

مہندسی مکانیک مدرس، آبان 1394، دورہ 15، شمارہ 8

328

خارجی معین میتوان از نامعینی ناشی از جریان چندفازی در سیستم صرفنظر کرد.

مانند حالت خطی، با استفاده از روشهای آماری که در بخش پیشین توضیح داده شد، حد بالا و پایین برای جابهجایی، سرعت و شتاب نقطه وسط لوله بهازای مقادیر مختلف A در شکلهای 12-14 نشان داده شده است.



شکل 9 پاسخهای دینامیکی لوله حامل جریان چندفازی براساس مدل خطی بهازای A = 1 و U = 1



شکل 10 پاسخهای دینامیکی لوله حامل جریان چندفازی براساس مدل خطی بهازای U = 1 و U = 1





شکل 12 پاسخهای دینامیکی لوله حامل جریان چندفازی براساس مدل غیرخطی بهازای U = 1 و U = 1



شکل 13 پاسخهای دینامیکی لوله حامل جریان چندفازی براساس مدل غیرخطی $M = 3 \quad U = 1$ و U = 3



شکل 14 پاسخهای دینامیکی لوله حامل جریان چندفازی براساس مدل غیرخطی U = 1 و U = 1

همانطور که از شکلها مشاهده می شود مانند حالت خطی با افزایش *A* مقدار جابهجایی نقطه وسط لوله افزایش می یابد و با توجه به کاهش فاصله حد بالا از حد پایین مقدار تأثیر نامعینی در سیستم کاهش پیدا می کند. پاسخ غیرخطی سیستم به دلیل کوپل شدید مودهای ارتعاشی دارای رفتار نوسانی متفاوتی است و به همین دلیل پارامترهای آماری پاسخ نیز در حضور غیرخطینگی متفاوت از حالت خطی خواهد بود. در ادامه تأثیر غیرخطینگی بر قابلیت اطمینان که متأثر از پارامترهای آماری سیگنال است نیز بررسی شده است.

329

مهندسی مکانیک مدرس، آبان 1394، دورہ 15، شمارہ 8

[DOR: 20.1001.1.10275940.1394.15.8.36.6]

[Downloaded from mme.mod



سکل 15 احتمال حرابی براساس معیار تخطی از جابهجایی مشخص در مقابل سرعت سیال برای مقادیر مختلف A



4-3- بررسي قابليت اطمينان سيستم

احتمال تخطی بیشینه جابهجایی لوله از مقدار 0/2 برابر قطر آن بهازای مقادیر مختلف سرعت سیال و کلاسهای متفاوت میزان بار وارد بر لوله در شکل متکل 15 نشان داده شده است. به عبارت دیگر در این شکل $d_{\text{allowed}} = 0/2d$ است و نشان میدهد که با افزایش شدت بارگذاری احتمال خرابی افزایش می یابد، همچنین با افزایش سرعت جریان عبوری و نزدیک شدن آن به مقدار بحرانی احتمال خرابی افزایش می یابد، محدوده از سرعت مقدار کمتری دارد.

در شکل 16 احتمال تخطی بیشینه جابهجایی لوله بهازای مقادیر مختلف جابهجایی مجاز براساس دو مدل خطی و غیرخطی نشان داده شده است. مطابق این شکل با افزایش مقدار جابهجایی مجاز، احتمال خرابی کاهش مییابد و براساس مدل غیرخطی احتمال متناظر با جابهجایی مجاز مشخص بیشتر است. درنظر گرفتن اثر غیرخطینگی در سیستم مطابقت بیشتری با

استفاده از روش عددی رانگ - کوتای بهبودیافته استخراج شده است، سپس پارامترهای آماری چون میانگین جابهجایی، سرعت و شتاب یک نقطه از لوله به همراه بازه قابلیت اطمینان متناظر استخراج شد. نتایج عمده و مهمی از روی دادههای آماری یادشده مورد بحث و بررسی قرارگرفته شد. از جمله مهمترین این نتایج میتوان به موارد زیر اشاره کرد:

1- با افزایش سرعت سیال مقدار جابهجایی نقطه وسط لوله افزایش مییابد و همچنین با توجه به افزایش فاصله حد بالا از حد پایین مقدار تأثیر نامعینی در سیستم افزایش پیدا می کند.

2- با افزایش شدت تحریک اصلی، مقدار جابه جایی نقطه وسط لوله افزایش می اید، ولی با توجه به کاهش فاصله حد بالا از حد پایین مقدار تأثیر نامعینی در سیستم کاهش پیدا می کند.

3- با افزایش مقدار جابهجایی مجاز، احتمال خرابی کاهش مییابد و براساس مدل غیرخطی احتمال متناظر با جابهجایی مجاز مشخص بیشتر است.

6- مراجع

- M. P. Paidoussis, N. Issid, Dynamic stability of pipes conveying fluid, Journal of sound and vibration, Vol. 33, No. 3, pp. 267-294, 1974.
- [2] R. D. Blevins, Flow-induced vibration, *New York, Van Nostrand Reinhold Co., 1977. 377 p.,* Vol. 1, 1977.
- [3] M. Paidoussis, J.-P. Denise, Flutter of thin cylindrical shells conveying fluid, *Journal of Sound and Vibration*, Vol. 20, No. 1, pp. 9-26, 1972.
- [4] G. Done, A. Simpson, Dynamic instability of certain conservative and nonconservative systems, *Journal of Mechanical Engineering Science*, Vol. 19, No. 6, pp. 251-263, 1977.
- [5] C. Stack, R. Garnett, G. Pawlas, A finite element for the vibration analysis of a fluid-conveying Timoshenko beam, in *Proceeding of*, 2120-2129.
- [6] M. Païdoussis, S. Chan, A. Misra, Dynamics and stability of coaxial cylindrical shells containing flowing fluid, *Journal of Sound and Vibration*, Vol. 97, No. 2, pp. 201-235, 1984.
- [7] D. Gorman, J. Reese, Y. Zhang, Vibration of a flexible pipe conveying viscous pulsating fluid flow, *Journal of Sound and Vibration*, Vol. 230, No. 2, pp. 379-392, 2000.
- [8] C. Semler, G. Li, M. Paidoussis, The non-linear equations of motion of pipes conveying fluid, *Journal of Sound and Vibration*, Vol. 169, No. 5, pp. 577-599, 1994.
- [9] M. P. Paidoussis, *Fluid-structure interactions: slender structures and axial flow:* Academic press, 1998.
- [10] D. Kunii, O. Levenspiel, Fluidization engineering: Elsevier, 2013.
- [11] J. C. Schouten, C. M. van den Bleek, Monitoring the quality of fluidization using the short-term predictability of pressure fluctuations, *AIChE Journal*, Vol. 44, No. 1, pp. 48-60, 1998.
- [12] S. Sasic, B. Leckner, F. Johnsson, Characterization of fluid dynamics of fluidized beds by analysis of pressure fluctuations, *Progress in energy* and combustion science, Vol. 33, No. 5, pp. 453-496, 2007.
- [13] B. Hao, H. T. Bi, Forced bed mass oscillations in gas–solid fluidized beds, *Powder technology*, Vol. 149, No. 2, pp. 51-60, 2005.
- [14] J. Van der Schaaf, J. Schouten, C. Van den Bleek, Origin, propagation and attenuation of pressure waves in gas—solid fluidized beds, *Powder Technology*, Vol. 95, No. 3, pp. 220-233, 1998.
- [15] C. S. Daw, C. E. Finney, M. Vasudevan, N. A. van Goor, K. Nguyen, D. D. Bruns, E. J. Kostelich, C. Grebogi, E. Ott, J. A. Yorke, Self-organization and chaos in a fluiding dead bad. *Division for the self-organization and chaos in a fluiding dead bad.*

- fluidized bed, *Physical review letters*, Vol. 75, No. 12, pp. 2308, 1995.
- [16] S. Narayanan, Stochastic stability of fluid conveying tubes, *Random vibrations and reliability*, pp. 273-283, 1983.
- [17] L. Vedula, N. S. Namachchivaya, Stochastic stability of linear gyroscopic systems: application to pipes conveying fluid, in *Proceeding of American Society of Mechanical Engineers*, pp. 1233-1241.
- [18] A. A. Alizadeh, H. R. Mirdamadi, Free vibration and divergence instability of pipes conveying fluid with uncertain structural parameters, *Modares Mechanical Engineering*, Vol. 15, No. 4, pp. 247-254, 2015, (In Persian).
- [19] G. T. Mase, G. E. Mase, *Continuum mechanics for engineers*: CRC press, 2010.
- [20] S. I. Lee, J. Chung, New non-linear modelling for vibration analysis of a straight pipe conveying fluid, *Journal of sound and vibration*, Vol. 254, No. 2, pp. 313-325, 2002.

مهندسی مکانیک مدرس، آبان 1394، دورہ 15، شما*ر*ہ 8

مدل واقعی دارد، چراکه غیرخطینگی نه تنها ناشی از دامنه ارتعاشی بزرگ بلکه ناشی از کوپل شدید مودهای ارتعاشی نیز است و رفتار آماری سیگنال غیرخطی به گونهای تغییر میکند که سبب افزایش احتمال خرابی میشود. 5- نتیجه گیری در این مقاله نامعینی ناشی از جریان چندفازی و عوامل خارجی بهصورت تحریک تصادفی اعمالی بر لوله مدل شده است و با استفاده از شبیهسازی مونتکارلو، رفتار آماری سیستم مورد بررسی قرار گرفته است. به همین منظور پس از استخراج معادلات اندرکنش لوله- سیال، پاسخ دینامیکی با

330

رضا فتحی و همکاران

بررسی آماری نامعینی اتفاقی در لولههای حامل جریان چندفازی براساس مدل دینامیکی غیرخطی

- [24] S.-K. Choi, R. Grandhi, R. A. Canfield, Reliability-based structural design: Springer Science & Business Media, 2006.
- [25] L. Wang, A further study on the non-linear dynamics of simply supported pipes conveying pulsating fluid, International Journal of Non-Linear Mechanics, Vol. 44, No. 1, pp. 115-121, 2009.
- [21] J. R. Dormand, P. J. Prince, A family of embedded Runge-Kutta formulae, Journal of computational and applied mathematics, Vol. 6, No. 1, pp. 19-26, 1980.
- [22] Y.-K. Lin, G.-Q. Cai, Probabilistic structural dynamics: advanced theory and applications: Mcgraw-hill Professional Publishing, 2004.
- [23] R. Johnson, G. Bhattacharyya, Statistical concepts and methods, Wiley series in probality and mathematical statistics., 1977.

331

مهندسی مکانیک مدرس، آبان 1394، دورہ 15، شمارہ 8