



## مقایسه مدل سازی چندشعاعی و تک شعاعی قطرات در جریان چگالش بخار داخل یک شیپوره مافوق صوت در چهارچوب اوپلری-لاگرانژی

علی عظیمی<sup>1</sup>، علیرضا تیمورتاش<sup>2\*</sup>

1- دانشجوی کارشناسی ارشد، تبدیل انرژی، دانشگاه فردوسی مشهد، مشهد

2- استاد، مهندسی مکانیک، دانشگاه فردوسی مشهد، مشهد

\* مشهد، صندوق پستی 91775-1111، teymourtash@um.ac.ir

### اطلاعات مقاله

مقاله پژوهشی کامل  
دریافت: 24 اردیبهشت 1396  
پذیرش: 10 شهریور 1396  
ارائه در سایت: 07 مهر 1396

کلید واژگان:

جریان چگالش بخار  
روش چندشعاعی  
روش تک شعاعی  
شوک چگالش  
اوپلری-لاگرانژی

### چکیده

پدیده چگالش در جریان بخار باعث ایجاد قطرات با اندازه‌های مختلف می‌شود. برای پیش‌بینی دقیق رفتار جریان دوفازی بخار-مایع، لازم است تا تأثیر تمام دسته قطرات با اندازه‌های مختلف بر بخار در نظر گرفته شود. در این تحقیق برای تحلیل جریان یک‌بعدی بخارتر در یک شیپوره‌ی همگرا-واگرای مافوق صوت، از معادله جوازیه‌زایی در چهارچوب اوپلری-لاگرانژی استفاده شده است. روش‌های چندشعاعی و تک‌شعاعی، برای مدل‌سازی قطرات تشکیل شده در جریان بخار، با یکدیگر مقایسه شده‌اند. در روش چندشعاعی، تمام دسته قطرات تشکیل شده در ناحیه‌ی چگالش ناگهانی، بدون ادغام با سایر دسته قطرات، در محاسبات حفظ می‌شوند؛ اما در روش تک‌شعاعی این دسته قطرات با یکدیگر ادغام شده و در غالب یک گروه با شعاع متوسط در محاسبات منظور می‌شوند. روش چندشعاعی از این لحاظ که قادر به پیش‌بینی طیف قطرات با اندازه‌های مختلف است، نسبت به روش تک‌شعاعی به واقعیت نزدیک‌تر است و لذا دارای مزیت است. مقایسه نتایج حاصل از این دو روش با شواهد تجربی حاکی از آن است که روش چندشعاعی نسبت به روش تک‌شعاعی، خطای مربوط به اندازه‌گیری شعاع قطرات را تا 24% بهبود می‌بخشد.

## A comparison between polydispersed and monodispersed radius modeling techniques of droplets in condensing steam flow in a supersonic nozzle by Eulerian-Lagrangian method

Ali Azimi, Ali Reza Teymourtash\*

Department of Mechanical Engineering, Ferdowsi University of Mashhad, Mashhad, Iran

\* P.O.B. 91775-1111, Mashhad, Iran, teymourtash@um.ac.ir

### ARTICLE INFORMATION

Original Research Paper  
Received 14 May 2017  
Accepted 01 September 2017  
Available Online 29 September 2017

### Keywords:

Condensing Flow of Steam  
Polydispersed Radius Method  
Monodispersed Radius Method  
Condensation Shock  
Eulerian-Lagrangian

### ABSTRACT

Condensation phenomena in steam flow can cause droplets with different sizes to form. For an exact prediction of two phase flow behavior, it is necessary to consider the effects of all droplets with different sizes on the steam. In this paper, nucleation equation in an Eulerian-Lagrangian framework has been used to analyze one-dimensional flow of wet steam in a supersonic convergent-divergent nozzle. Polydispersed and monodispersed radius methods for modeling the formed droplets are compared. In polydispersed method, all the formed droplets in the spontaneous condensation zone are retained in the calculations without being merged with other groups; but in monodispersed method all groups are merged, and only one group with averaged radius is retained in the calculations. The polydispersed method has an advantage and can predict the complete droplet spectra. Results of comparing the two methods with experimental data indicates that measured radius by the polydispersed method is up to 24% closer to experimental data, compared to monodispersed method.

### 1- مقدمه

باعث ایجاد شوک چگالش<sup>3</sup> در جریان بخار در نازل‌های لاول<sup>4</sup> می‌گردد که تلفات ترمودینامیکی را در پی دارد. علاوه بر این، وجود قطرات در جریان بخار، موجب دوفازی شدن جریان می‌گردد و باعث آسیب‌های فیزیکی جبران‌ناپذیری بر پره‌های توربین‌ها می‌شود. برای پیش‌بینی درست این آسیب‌ها لازم است رفتار جریان دوفازی بخار-مایع مورد بررسی قرار گیرد و

پدیده‌ی چگالش<sup>1</sup> در جریان بخار درون یک شیپوره‌ی همگرا-واگرای مافوق صوت، شامل پدیده‌ی جوازیه‌زایی<sup>2</sup>، تشکیل قطرات و رشد آن‌ها می‌شود. این پدیده در بسیاری از کاربردهای مهندسی از جمله جریان بخار فشار پایین در پره‌های توربین نیز اتفاق می‌افتد. جوازیه‌زایی، تشکیل قطرات و رشد آن‌ها

<sup>3</sup> Condensation Shock

<sup>4</sup> Laval Nozzles

<sup>1</sup> Condensation Phenomena

<sup>2</sup> Nucleation

### Please cite this article using:

A. Azimi, A. R. Teymourtash, A comparison between polydispersed and monodispersed radius modeling techniques of droplets in condensing steam flow in a supersonic nozzle by Eulerian-Lagrangian method, *Modares Mechanical Engineering*, Vol. 17, No. 10, pp. 47-57, 2017 (in Persian)

برای ارجاع به این مقاله از عبارت ذیل استفاده نمایید:

مقایسه قرار داد. هالاما و همکاران [7] با استفاده از روش مومنت<sup>2</sup> به بررسی توزیع چندشعاعی قطرات پرداختند؛ اما آن‌ها نیز برای حل مشکلات به وجود آمده در محاسبات برای قطرات با شعاع‌های کوچک، گروه‌هایی با کسرتی کمتر از  $10^{-6}$  را صفر در نظر گرفتند. یانگ، وایت و همکاران [8] روش‌های چندشعاعی مختلف را با یکدیگر مقایسه نموده‌اند. آن‌ها بیان نمودند که روش مربع‌سازی مومنت‌ها<sup>3</sup> و روش چندشعاعی هرس شده بهتر از سایر روش‌ها قادر به پیش‌بینی توزیع قطرات هستند. فقیه‌علی‌آبادی و مه‌پیکر [9] در کار ارزشمند خود، برای مقایسه مدل چند شعاعی و تک شعاعی در دیدگاه اویلری-اویلری، از حل تقریبی مسئله ریمان بهره بردند. روش عددی به‌کاربرده شده توسط آن‌ها تقریبی بوده و موجب افزایش حجم محاسبات منطقی می‌گردد که برای رفع این مشکل تعداد محدودی از دسته قطرات را مورد بررسی قرار دادند.

در این پژوهش برای اولین بار روش چندشعاعی کامل (با در نظر گرفتن تمامی دسته قطرات تشکیل شده در جریان) با روش تک‌شعاعی مقایسه گردیده است. روش چندشعاعی به کار رفته، درک درست و دقیقی از تعداد و اندازه‌ی هر دسته قطره‌ی موجود در هر مقطع از نازل به دست می‌دهد. این مهم، دستاورد پژوهشی تحقیق حاضر می‌باشد و از آن می‌توان در صنعت استفاده نمود. در روش چندشعاعی به کار برده شده، دسته قطرات تشکیل شده در هر المان محاسباتی در ناحیه‌ی چگالش سریع، بدون ادغام با سایر دسته قطرات تا انتهای شیپوره رشد داده می‌شوند و معادلات رشد قطره برای هر دسته قطره، به طور جداگانه حل می‌گردند؛ بنابراین در هر المان محاسباتی به تعداد دسته قطرات، معادلات رشد قطره حل می‌گردند و هر دسته قطره، شعاع و دمای منحصربه‌فرد خود را دارا می‌باشد. در انتها نتایج حاصل از این روش و روش تک‌شعاعی با شواهد آزمایشگاهی مقایسه شده است.

## 2- انبساط بخار در شیپوره مافوق صوت

جریان چگالشی بخار در شیپوره همگرا-واگرا در شکل 1 و نحوه‌ی انبساط بخار روی دیاگرام مولیر<sup>4</sup> در شکل 2 نشان داده شده است. بخار خشک مافوق گرم (نقطه‌ی 1) تا شرایط صوتی در گلوگاه (نقطه‌ی 2) انبساط می‌یابد. در نقطه‌ی 3، بخار از خط اشباع عبور می‌کند و جوانه‌های قطره<sup>5</sup> تشکیل می‌گردند.

نرخ جوانه‌زایی مربوط به جوانه‌های اولیه به قدری کم است که بخار به صورت خشک و تک‌فاز انبساط می‌یابد و تا زیر خط اشباع سرد می‌شود؛ بدین ترتیب بخار مافوق سرد<sup>6</sup> یا مافوق اشباع<sup>7</sup> ایجاد می‌گردد.

بسته به شرایط محلی و نرخ انبساط، نرخ جوانه‌زایی افزایش یافته و در نقطه‌ی 4 (نقطه‌ی ویلسون<sup>8</sup>) به بیشینه‌ی خود می‌رسد. ناحیه‌ی بالادست نقطه‌ی 4، ناحیه‌ی جوانه‌زایی نامیده می‌شود.

گرمای نهان حاصل از تقطیر بخار (فرایند 4-5) ابتدا به قطره می‌رسد و سپس به بخار برگشت می‌کند. در جریان مافوق صوت در صورتی که به جریان حرارت داده شود، باعث کاهش سرعت و افزایش فشار سیال می‌شود. این افزایش فشار در جریان دوفازی، شوک چگالش نامیده می‌شود و تا نقطه‌ی 5 ادامه می‌یابد؛ اما پس از آن افزایش سطح مقطع باعث کاهش مجدد فشار

پارامترهای اصلی آن از جمله توزیع فشار، میزان رطوبت، نرخ جوانه‌زایی و اندازه‌ی قطرات محاسبه گردند. شواهد آزمایشگاهی توزیع شعاع چندگانه‌ی قطرات در جریان بخار را اثبات نموده‌اند و نشان می‌دهند که قطرات تشکیل شده در جریان بخار طیف وسیعی از اندازه‌ها را شامل می‌شوند [1]. تعیین پارامترهای جریان، بدون در نظر گرفتن تمام این دسته قطرات با اندازه‌های مختلف امکان‌پذیر نمی‌باشد؛ بنابراین لازم است تا برای مدل‌سازی قطرات مایع در جریان بخار از روشی استفاده شود تا تمام دسته قطرات با اندازه‌های گوناگون را پوشش دهد.

برای تحلیل جریان دوفازی بخار-مایع سه دسته معادله حل می‌گردند؛ معادلات دینامیک گاز، معادلات جوانه‌زایی و معادلات رشد قطره. معادله جوانه‌زایی یکی از معادلات حاکم می‌باشد که در هر گام محاسباتی تعداد قطرات تازه شکل گرفته با شعاع بحرانی را محاسبه می‌کند و در نتیجه تعیین‌کننده تعداد قطرات تولیدی است. دانشمندان زیادی از جمله ولمر و وبر، بکر و دورینگ و زلدویچ برای تحلیل پدیده جوانه‌زایی همگن تلاش نمودند و نتیجه کار ایشان تحت عنوان معادله جوانه‌زایی کلاسیک بیان شده است [2]. مطالعات بعدی منجر به اعمال اصلاحات متنوع بر معادله کلاسیک شده است.

در این پژوهش از روش اویلری-لاگرانژی برای حل جریان بخارتر استفاده شده است که توسط محققانی نظیر یانگ و باختر [3] نیز به کار رفته است. در این روش معادلات دینامیک گاز در دستگاه مختصات اویلری و معادلات جوانه‌زایی و رشد قطره در مختصات لاگرانژی حل می‌شوند. برای ترکیب این دو روش، مسیر جریان به تعداد زیادی گام کوچک تقسیم شده، و مدل برای هر گام معادلات اویلری را حل می‌کند. بنابراین پنج متغیر جریان یعنی دما، فشار، چگالی، سرعت و عدد ماخ به دست آمده، سپس توزیع اندازه قطره و کسر تری با دنبال نمودن ذره در مرجع لاگرانژی تعیین می‌گردد. راه اتصال و ارتباط بین حل‌های اویلری و لاگرانژی، میدان‌های فشار و دما است. یعنی در هر گام یک تقریب از میدان‌های فشار و دما با حل معادلات دینامیک گاز به دست آمده و این میدان‌ها بر معادلات جوانه‌زایی و رشد قطره اعمال می‌شوند تا کسرتی به دست آید [4].

استفاده از مدل اویلری-لاگرانژی به شبکه‌بندی بسیار ریز برای حل معادلات اصلی جریان در ناحیه جوانه‌زایی احتیاج ندارد [5]. همچنین این روش به دلیل طبیعت لاگرانژی آن از فن گام‌به‌گام دقیقی برای حل معادلات حاکم بهره برده و در ناحیه حساس نزدیک محل اوج جوانه‌زایی دقیق‌تر از روش اویلری-اویلری است [6]. به علاوه روش اویلری-لاگرانژی (برخلاف روش اویلری-اویلری) نسبت به خطاهای قطع مربوط به شارهای جابجایی حساس نمی‌باشد [1]. لازم به ذکر است که روش به کار رفته، تحلیلی است؛ بدین معنی که معادلات استفاده شده از نوع دقیق می‌باشند و به روش رانج کوتای مرتبه چهار حل می‌گردند، بنابراین این روش شامل تقریب‌ها و خطاهای مربوط به روش عددی نمی‌شود و از روش عددی دقیق‌تر است.

استفاده از روش چندشعاعی برای مدل‌سازی قطرات به علت افزایش حجم و زمان محاسبات، کمتر مورد استفاده محققان قرار گرفته است. یانگ [6] از جمله اولین محققانی بود که در تحلیل دوبعدی خود، از روش چند-شعاعی استفاده کرد. یانگ برای کاهش حجم محاسبات، مجبور به کاهش دسته قطرات به سه تا پنج دسته شد. او دسته قطرات با اندازه‌های تقریباً یکسان را در یک دسته قرار داد و به اصطلاح آن‌ها را هرس<sup>1</sup> نمود. وایت [1] به طور اجمالی انواع روش‌های چندشعاعی را در تحلیل یک‌بعدی خود مورد

<sup>2</sup> Moment Method

<sup>3</sup> Quadratic Method of Moments

<sup>4</sup> Mollier Diagram

<sup>5</sup> Droplet Embryos

<sup>6</sup> Supercooled

<sup>7</sup> Supersaturated

<sup>8</sup> Wilson Point

<sup>1</sup> Pruning

با دیفرانسیل گیری از فرمول بالا و مرتب کردن آن [4] رابطه (2) بدست می آید:

$$\frac{d\rho_G}{\rho_G} + \frac{dA}{A} + \frac{dU_G}{U_G} + \frac{dM_L}{M - M_L} = 0 \quad (2)$$

### 2-3- معادله حالت

برای بخار مافوق سرد، خواص مورد نظر از طریق برون یابی به دست می آیند، بنابراین معادله حالت از اهمیت ویژه ای برخوردار است. به منظور بهبود حل از معادله حالت ویریاال شده توسط وکالویچ استفاده شده است [4].

$$p = \rho_G RT_G (1 + B_1 \rho_G + B_2 \rho_G^2 + B_3 \rho_G^3 + \dots) \quad (3)$$

ضرایب  $B_1, B_2$  و ... ضرایب ویریاال بوده و تابع دما هستند. در نهایت معادله مورد نظر به شکل رابطه (4) درمی آید:

$$\frac{dp}{p} - X \frac{d\rho_G}{\rho_G} - Y \frac{dT_G}{T_G} = 0 \quad (4)$$

که در آن روابط (6,5) برقرارند:

$$X = \frac{\rho_G}{p} \left( \frac{\partial p}{\partial \rho_G} \right)_{T_G} \quad (5)$$

$$Y = \frac{T_G}{p} \left( \frac{\partial p}{\partial T_G} \right)_{\rho_G} \quad (6)$$

### 3-3- معادله بر اساس عدد ماخ

عدد ماخ نقش کلیدی در جریان گذر صوتی و دوفازی بخار تر بازی می کند. با صرف نظر کردن از هرگونه تأثیر متقابل قطرات در انتشار صوت در فاز بخار می توان رابطه (7) را نوشت:

$$Z = Ma^2 = \frac{U_G^2}{a} \quad (7)$$

که در آن  $a$  سرعت صوت و  $Ma$  عدد ماخ است.

با گرفتن لگاریتم و دیفرانسیل گیری [4] رابطه (8) بدست می آید:

$$\frac{dZ}{Z} = 2 \frac{dU_G}{U_G} + \frac{d\rho_G}{\rho_G} - \frac{dp}{p} \quad (8)$$

### 4-3- معادله مومنتم

با اعمال قانون بقای مومنتم در حجم کنترل یک بعدی و دیفرانسیل گیری و مرتب سازی، معادله مومنتم به صورت رابطه (9) درمی آید [4]:

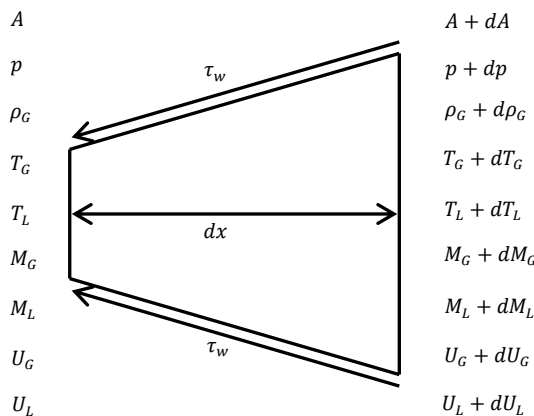


Fig. 3 Fluid control volume

شکل 3 حجم کنترل سیال

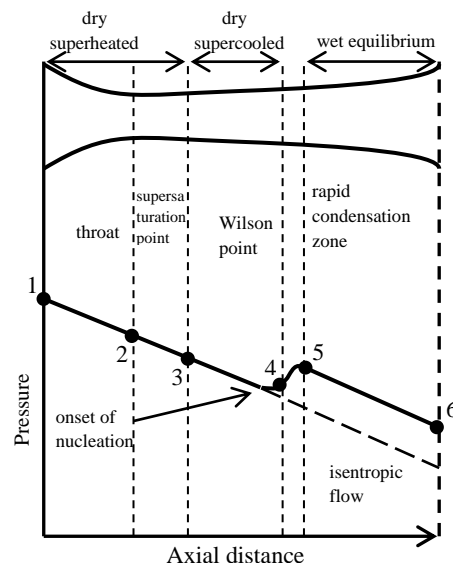


Fig. 1 Axial pressure distribution in a nozzle with spontaneous condensation

شکل 1 توزیع فشار محوری در یک نازل همراه با چگالش

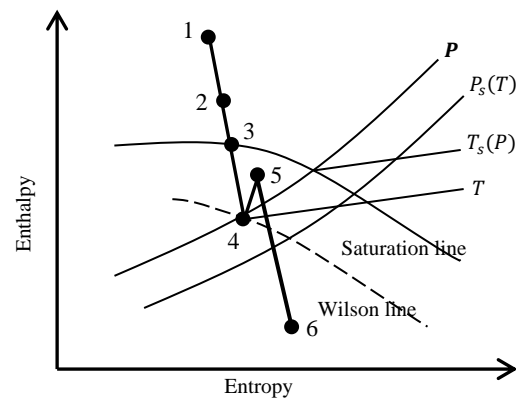


Fig. 2 State line for expanding steam with spontaneous condensation

شکل 2 نمودار حالت برای بخار در حال انبساط همراه با چگالش

می شود. بعد از ناحیه ی جوانه زایی، تقطیر بخار، بیشتر روی سطح قطرات تشکیل شده اتفاق می افتد و جوانه زایی قطرات مایع جدید، نامحسوس تر می شود؛ بنابراین تعداد قطرات ثابت می ماند و قطرات تشکیل شده شروع به رشد می کنند.

### 3- توصیف مدل

حجم کنترل شکل 3 در نظر گرفته می شود، که در آن  $A$  مساحت،  $P$  فشار،  $\rho$  چگالی،  $T$  دما،  $M$  دبی جرمی و  $U$  سرعت در جریان بخار می باشند. همچنین زیروندهای  $L$  و  $G$  به ترتیب نشان دهنده ی خصوصیات مایع و بخار می باشند.

### 1-3- معادلات بقای جرم

با فرض اینکه حجم اشغال شده توسط فاز مایع قابل صرف نظر باشد می توان رابطه (1) را نوشت:

$$M = M_L + M_G = M_L + \rho_G A U_G = \text{Constant} \quad (1)$$

**2-4- جنبه سینماتیکی جوانه‌زایی**

در تحقیق حاضر نرخ جوانه‌زایی به عنوان تعداد قطرات بحرانی تشکیل شده در واحد حجم سیال و در واحد زمان از تئوری جوانه‌زایی کلاسیک تعریف می‌شود. رابطه زیر برای تعیین  $J$  که نرخ تشکیل قطرات بحرانی را به دست می‌دهد توسط زولدویچ معرفی شده است [11]:

$$J_{st} = \sqrt{\frac{2N^3}{\pi}} \frac{qp^2 \sqrt{\sigma_r}}{\rho_L (RT_G)^2} \exp \left[ \frac{-16\pi N \sigma_r^3}{3\rho_L^3 (RT_G)^3 \left\{ \ln \left( \frac{p}{p_s(T_G)} \right) \right\}^2} \right] \quad (15)$$

در این رابطه  $N$  تعداد مولکول‌ها بر واحد جرم سیال،  $q$  ضریب چگالش (کسری از مولکول‌های برخوردکننده به سطح قطره که چگالیده می‌شوند) مقدار آن در اینجا 0.036 در نظر گرفته شده است،  $\sigma_r$  تنش سطحی قطره و  $K$  ثابت بولتزمن می‌باشد.

**5- معادلات رشد قطره**

قطرات فوق بحرانی تمایل به رشد کردن دارند تا بدین‌وسیله به انرژی آزاد گیبس متعادل‌تری نزدیک شوند. گرمای نهان حاصل از چگالش مولکول‌ها در وهله اول درون قطرات ظاهر و سپس به واسطه اختلاف دمای قطره و محیط، قسمتی از آن به بخار منتقل می‌گردد. برای محاسبه نرخ رشد قطره می‌بایست معادلات انتقال حرارت و جرم همزمان حل شوند که از نقطه نظر عددی نیازمند زمانی طولانی می‌باشد. در تحقیق حاضر برای کاستن حجم محاسبات تقریب گرمایی [11] که دمای قطره را به شعاعش مرتبط می‌سازد مورد استفاده قرار گرفته است رابطه (16):

$$T_L = T_s(P) - [T_s(P) - T_G] \left( \frac{r^*}{r} \right) \quad (16)$$

در تقریب فوق از تغییر ضریب کشش سطحی و انتالپی تبخیر در بازه  $T_G$  تا  $T_s$  اغماض شده است. با صرف‌نظر کردن از اینرسی حرارتی قطره و از طریق بالانس انرژی می‌توان نرخ رشد قطره را به صورت رابطه (17) نتیجه گرفت:

$$\frac{dr}{dt} = \frac{\alpha(T_L - T_G)}{\rho_L(h_G - h_L)} \quad (17)$$

در رابطه (17)،  $\alpha$  ضریب انتقال حرارت بین سطح قطره و بخار اطراف است. قطرات تشکیل‌شده‌ی اولیه در مقایسه با مسیر پویای آزاد مولکول‌های بخار کوچک هستند ولی ضمن رشد کردن می‌توانند بزرگ‌تر از آن شوند. رابطه (18) که به گرمایی منسوب است تمام بازه گفته شده را پوشش می‌دهد و لذا در این کار مورد استفاده قرار گرفته است:

$$\alpha = \frac{\lambda}{r(1 + 3.18 Kn)} \quad (18)$$

در معادله فوق  $Kn$  عدد بدون بعد نودسن می‌باشد که عبارت است از نسبت مسیر پویای مولکول‌های بخار ( $\bar{l}$ ) به قطر قطره (رابطه (19)):

$$Kn = \frac{\bar{l}}{2r} \quad (19)$$

از تئوری سینتیک گازها می‌توان روابط (20, 21) را نوشت:

$$\frac{dr}{dt} = \frac{\lambda}{(r + 1.59 \bar{l})} \left( \frac{T_L - T_G}{h_G - h_L} \right) \quad (20)$$

$h_L = c_L(T_L - T_D)$  (21)  
 که در آن  $c_L$  حرارت مخصوص آب،  $T_D$  دمای مرجع و برابر 273.15 کلوین می‌باشد و  $\lambda$  نیز ضریب انتقال حرارت رسانایی آب می‌باشد.

$$\frac{dp}{p} = -f \frac{\rho_G U_G^2 dx}{2p d_e} - \frac{(M - M_L) dU_G}{Ap U_G} - \frac{M_L U_L dU_L}{Ap U_L} \quad (9)$$

که در آن  $f$  نشان‌دهنده‌ی ضریب اصطکاک است و در تمام طول نازل برابر 0.018 در نظر گرفته شده است و  $d_e$  قطر هیدرولیکی کانال است. با اعمال شرط عدم لغزش ( $U_G = U_L = U$ ) رابطه (10) بدست می‌آید:

$$\frac{dp}{p} + \frac{f U_G^2 \rho_G}{2p d_e} A dx + \frac{(M_G + M_L) U_G dU_G}{U_G} = 0 \quad (10)$$

و در نهایت می‌توان رابطه (11) را نوشت:

$$\frac{dp}{p} = - \frac{\gamma Ma^2 f dx}{2 d_e} - \frac{\gamma Ma^2 dU}{1 - \gamma U} \quad (11)$$

که در آن  $\gamma$  نسبت ظرفیت‌های حرارتی مخصوص و  $M = M_L/M$  کسرتری است. مقایسه شده است.

**3-5- معادله انرژی**

با نوشتن معادله بقای انرژی و دیفرانسیل‌گیری از آن رابطه (12) بدست می‌آید:

$$d \left[ M_G \left( h_G + \frac{U_G^2}{2} \right) + M_L \left( h_L + \frac{U_L^2}{2} \right) \right] = 0 \quad (12)$$

با فرض اینکه ترم  $U_G^2 - U_L^2/2$  در مقابل ترم  $h_G - h_L$  قابل صرف‌نظر باشد و با در نظر گرفتن شرط عدم لغزش ( $U_G = U_L = U$ ) [4] می‌توان رابطه (13) را نوشت:

$$\frac{dT_G}{T_G} - \frac{d(M_L L)}{M C_p T_G} + (\gamma - 1) Ma^2 \frac{dU}{U} = 0 \quad (13)$$

که در آن  $h$  انتالپی است.

پنج معادله بالا که در دستگاه اویلری به‌دست‌آمده به روش رانج-کوتای مرتبه چهار حل شده و متغیرهای سرعت، فشار، دما، چگالی و عدد ماخ محاسبه می‌گردند [10]. اما قبل از آن لازم است پارامترهای تری نیز محاسبه گردند.

**4- معادله جوانه‌زایی**

**1-1- جنبه ترمودینامیکی جوانه‌زایی**

تشکیل قطرات بحرانی در بخار خالص توسط نظریه‌ی جوانه‌زایی همگن بیان شده است. به طور خلاصه تغییر انرژی آزاد گیبس برای یک توده از بخار در فشار  $P$  و دمای  $T_G$  ضمن چگالش به یک قطره آب دارای نقطه ماکزیمی مثل  $\Delta G^*$  است که در شعاعی از قطره معادل با  $r^*$  که به شعاع بحرانی قطره موسوم است به وقوع می‌پیوندد. می‌توان نشان داد که [11]:

$$r^* = \frac{2\sigma_r}{\rho_L RT_G \ln \left[ \frac{p}{p_s(T_G)} \right]} \quad \Delta G^* = \frac{16\pi\sigma_r^3}{\rho_L RT_G \ln \left[ \frac{p}{p_s(T_G)} \right]} \quad (14)$$

قله منحنی  $\Delta G$  بر حسب شعاع که همان  $\Delta G^*$  می‌باشد به عنوان مانعی که تغییر فاز را مقید می‌سازد، شناخته می‌شود. افزایش نسبت فوق اشباع ( $S = P/P_s(T_G)$ ) موجب افزایش نرخ بمباران مولکولی، کاهش  $r^*$  و متعاقباً کوتاه شدن قله  $\Delta G$  به اندازه‌ای می‌شود که در این شرایط احتمال آنکه تعدادی از قطرات زیربحرانی به‌طور اتفاقی تا اندازه فوق بحرانی رشد نمایند به یک می‌رسد و در این حالت جوانه‌زایی همگن فرایندی مؤثر شده و تبدیل فاز به وقوع می‌پیوندد. قطراتی که شعاع آن‌ها از  $r^*$  کمتر باشد با از دست دادن مولکول‌ها و کاهش انرژی گیبس، تمایل درونی به تبخیر دارند و اگر شعاع بزرگ‌تر از  $r^*$  باشد قطره رشد خواهد کرد.

6- محاسبه جرم مایع

1-6- روش تک شعاعی

در این روش در اولین المان محاسباتی در ناحیهی جوانه زایی، اولین گروه از قطرات تشکیل شده و تا انتهای المان رشد می کنند؛ بنابراین در انتهای المان اول تنها یک دسته قطره وجود دارد. این دسته به همراه دسته قطرات تشکیل شده در المان دوم، تا انتهای المان دوم رشد می کنند. در انتهای المان دوم، دسته قطرات اول و دوم با یکدیگر ادغام شده و با یک شعاع میانگین وارد المان سوم می شوند. این روند تا انتهای ناحیه جوانه زایی ادامه می یابد. برای محاسبه جرم مایع در این روش، دو دسته قطره در هر المان از ناحیهی جوانه زایی در نظر گرفته می شود. دسته ی اول قطراتی هستند که در داخل المان تشکیل شده اند و دسته ی دوم قطراتی که در بالادست المان شکل گرفته اند.

2-6- روش چندشعاعی

در این روش دسته قطرات تشکیل شده در هر المان محاسباتی در ناحیهی جوانه زایی، بدون میانگیری و ادغام با سایر دسته قطرات تا انتهای شیپوره به طور جداگانه رشد می کنند. در این روش در انتهای ناحیهی جوانه زایی به تعداد المان های محاسباتی، گروه هایی از قطرات با شعاع و اندازه ی منحصر به فرد در جریان وجود دارند. برای محاسبه ی جرم مایع در این روش، جرم مایع حاصل از تمام دسته قطرات موجود در هر المان با یکدیگر جمع می گردد.

تعداد جوانه های تشکیل شده در هر فاصله ی زمانی کوچک  $\delta t$  برابر  $J \cdot \delta t$  بوده که دیمانسیون آن تعداد جوانه بر واحد حجم می باشد. نرخ جریان جرم آب تشکیل شده در گام طولی  $\Delta x$  به خاطر قطرات تشکیل شده در هر المان به صورت زیر است:

$$W_{LA} \approx J \delta t \bar{A} \bar{U} \left[ \frac{4}{3} \pi \rho_L \right] \left[ \frac{(r^*)^3}{2} + r_1^3 + \dots + r_{n-1}^3 + \frac{r_n^3}{2} \right] \quad (22)$$

$\bar{A}$  و  $\bar{U}$  به ترتیب متوسط مقادیر سطح مقطع و سرعت می باشند. شعاع های قطره  $r_1, r_2, r_3, \dots$  به وسیله انتگرال گیری معادلات رشد قطره (17) روی فاصله زمانی  $\delta t, 2\delta t, 3\delta t, \dots$  پیدا می شوند. قطرات دسته ی اول با تمرکز  $C_{1i}$  (تعداد قطرات بر واحد حجم)، با شعاع  $r_{1i}$  وارد المان دوم می شوند و تا شعاع  $r_{1e}$  رشد می کنند. اگر فرض شود که  $n$  دسته قطره داشته باشیم و این روند برای همه ی دسته ها تکرار شود، نرخ جریان جرم آب تشکیل شده برای تمام این دسته قطرات موجود در هر المان از روابط (23) به دست می آید:

$$W_{LB1} \approx C_{i1} A_i U_i \left[ \frac{4}{3} \pi \rho_L \right] [r_{1e}^3 - r_{1i}^3]$$

$$W_{LB2} \approx C_{i2} A_i U_i \left[ \frac{4}{3} \pi \rho_L \right] [r_{2e}^3 - r_{2i}^3]$$

:

$$W_{LB(n-1)} \approx C_{i(n-1)} A_i U_i \left[ \frac{4}{3} \pi \rho_L \right] [r_{(n-1)e}^3 - r_{(n-1)i}^3] \quad (23)$$

بنابراین نرخ جریان جرم مایع تشکیل شده به خاطر تمام این دسته قطرات به صورت رابطه (24) خواهد بود:

$$W_{LB} = W_{LB1} + W_{LB2} + \dots + W_{LB(n-1)} \quad (24)$$

نرخ جریان جرم مایع در هر المان برابر مجموع نرخ جریان جرم مربوط به قطرات تازه تشکیل شده ( $W_{LA}$ ) و نرخ جریان جرم مایع قطرات بالادست ( $W_{LB}$ ) است. یعنی:

$$W_L = W_{LA} + W_{LB} \quad (25)$$

متوسط مقدار  $dW_L/dx$  از رابطه (26) محاسبه می شود:

$$\frac{dW_L}{dx} = \frac{W_{LA} + W_{LB}}{\Delta x} \quad (26)$$

مقادیر  $W_L$  و  $dW_L/dx$  به طور مستقیم در معادلات اصلی جریان جایگذاری شده که در نهایت توسط روش رانج کوتا انتگرال گیری می شوند.

7- بحث و بررسی نتایج

1-7- اعتبار سنجی نتایج

در این مقاله به منظور محاسبه نرخ جوانه زایی همگن، از معادله جوانه زایی زلدویچ استفاده شده است. در حل معادلات اصلی، با توجه به کوچک بودن اندازه ی قطرات، از نیروی اعمالی به قطرات و لغزش بین فازها صرف نظر شده است. سایر فرضیات در نظر گرفته شده عبارتند از: جریان یک بعدی، آدیاباتیک و یکنواخت است؛ حجم اشغال شده توسط فاز مایع در مقایسه با فاز بخار قابل صرف نظر کردن است؛ و سرعت دوفاز با یکدیگر برابر است. همچنین ضریب تقطیر برابر 0.036 و ضریب اصطکاک در تمام طول نازل ها برابر 0.018 در نظر گرفته شده است.

تمام محاسبات برای شیپوره های همگرا- واگرای مور [10] انجام شده است. طول این نازل ها 750 میلی متر می باشد و محل گلوگاه در این شیپوره ها در فاصله ی 250 میلی متری از ابتدای آن قرار دارد. نقطه ی تجربی اندازه گیری شده توسط مور، در فاصله 625 میلی متری ابتدای نازل قرار دارد. همچنین فشار ورودی تمام شیپوره ها 25 کیلو پاسکال است. دمای ورودی نازل A، 354.6 کلوین، دمای ورودی نازل B، 357.6 کلوین، دمای ورودی نازل C، 358.6 کلوین و دمای ورودی نازل D، 361.8 کلوین، مطابق با آزمایش مور در نظر گرفته شده است. در شکل 4 هندسه ی نازل های مور رسم شده است. نازل های مور دارای فشار تجربی و شعاع تجربی برای قطرات هستند؛ از این رو، این نازل ها برای اعتبار سنجی نتایج مناسب می باشند.

برای اعتبار سنجی نتایج، در شکل 5 مقایسه ای بین توزیع فشار حساب شده در نازل A با توزیع فشار اندازه گیری شده توسط مور انجام شده است. مقایسه نشان می دهد که توافق بسیار خوبی بین نتایج حل انجام شده و مشاهدات تجربی وجود دارد. لازم به توضیح است که در توزیع فشار محوری،

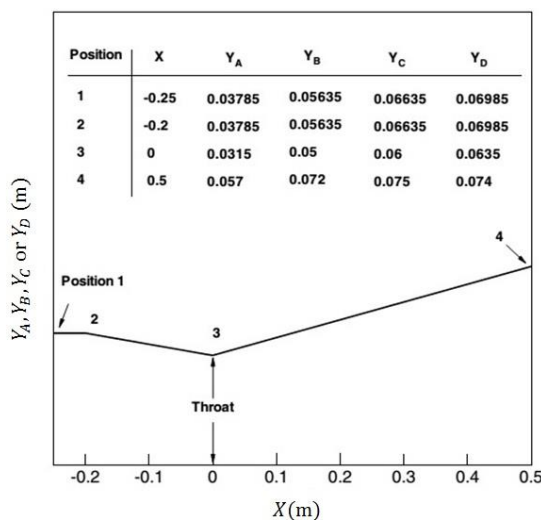


Fig. 4 Geometry of Moore [10] nozzles

شکل 4 هندسه نازل های مور [10]

باعث کاهش درجه مافوق سردی (اختلاف بین دمای اشباع و دمای بخار) شده و نرخ جوانه‌زایی را کاهش می‌دهد. پیدایش و رشد قطرات باعث نزدیک شدن فرایند به تعادل ترمودینامیکی می‌شود، به طوری که پس از وقوع پدیده‌ی جوانه‌زایی، بخار به حالت تعادلی پایدار (حالت اشباع) بسیار نزدیک می‌شود.

در روش چند شعاعی، شوک چگالش زودتر از روش تک شعاعی اتفاق می‌افتد و شدت آن نیز بیشتر است که همین امر باعث می‌شود که در روش

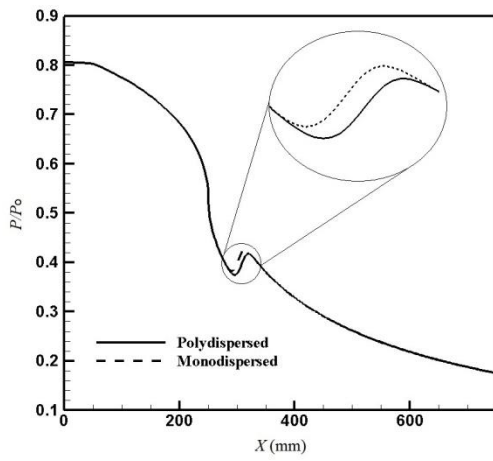
یک افزایش فشار موضعی وجود دارد که به خاطر جوانه‌زایی و چگالش ناگهانی بخار می‌باشد، به عبارتی با ورود بخار به ناحیه جوانه‌زایی و تشکیل قطرات، گرمای نهان حاصل از تشکیل قطرات به بخار مافوق صوت انتقال می‌یابد که باعث کند شدن سرعت جریان بخار شده و افزایش موضعی فشار را به وجود می‌آورد، که به شوک چگالش موسوم است.

7-2- مقایسه روش تک‌شعاعی و چندشعاعی

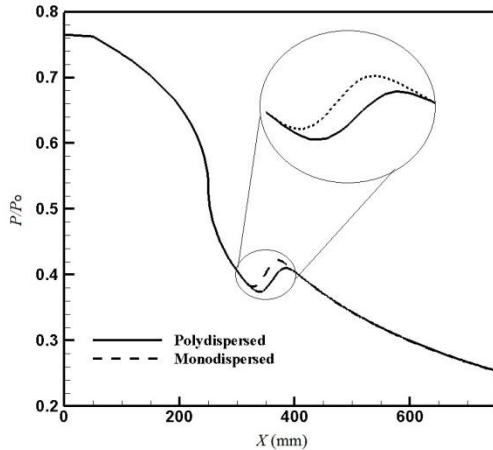
اثرات روش چندشعاعی به کاررفته، بر روی فشار در تمامی نازل‌ها و بر روی پدیده جوانه‌زایی و چگالش ناگهانی بخار، در نازل A مور، در شکل‌های زیر نمایش داده شده است. در ابتدا پارامترهای جریان مورد بررسی قرار گرفته‌اند و سپس توزیع اندازه قطرات رسم شده است؛ مشاهده می‌شود که اعمال روش چندشعاعی باعث تغییر در مدل‌سازی شوک چگالش می‌شود. لازم به ذکر است که در اینجا از روش میانگین‌گیری سطحی به عنوان روش تک‌شعاعی استفاده شده است.

در شکل 6 توزیع فشار حاصل از روش تک‌شعاعی و روش چندشعاعی با یکدیگر مقایسه شده است. تفاوت توزیع فشار حاصل از این دو روش تنها در ناحیه‌ی جوانه‌زایی و در مدل‌سازی شوک چگالش می‌باشد. همان‌طور که در شکل‌ها مشخص است در روش تک‌شعاعی، شوک چگالش زودتر از روش چند شعاعی اتفاق می‌افتد. علاوه بر این با دقت در شکل‌ها می‌توان مشاهده کرد که شدت شوک چگالش خصوصاً در نازل‌های C و D، در روش چند شعاعی بیشتر از روش تک شعاعی است. با توجه به اینکه نازل‌ها به ترتیب از A تا D ابعاد بزرگ‌تری دارند، شوک چگالش نیز به پایین دست انتقال می‌یابد.

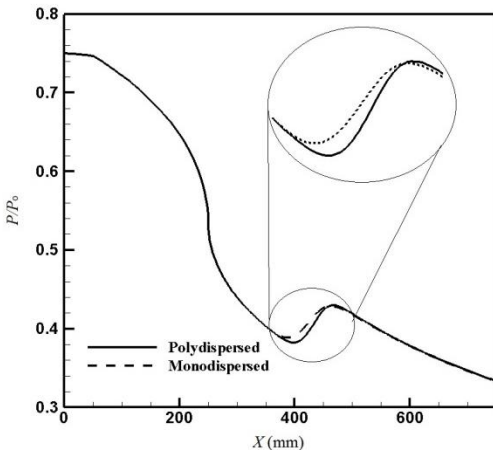
در شکل 7 نرخ جوانه‌زایی و در شکل 8 تعداد قطرات تشکیل شده در جریان بخار، در هر دو روش تک‌شعاعی و چندشعاعی، در نازل A رسم گردیده است. می‌توان دید که نرخ جوانه‌زایی در ابتدا افزایش و پس از رسیدن به بیشترین مقدار خود، یک روند کاهشی از خود نشان می‌دهد. در حقیقت با انبساط بخار و کاهش دمای آن، هسته‌های اولیه‌ی تشکیل‌دهنده قطره در بخار ایجاد می‌شوند. به این ترتیب با انبساط بیشتر بخار و کاهش دمای آن، نرخ جوانه‌زایی هم افزایش پیدا می‌کند. با پیدایش قطرات، گرمای نهان حاصل از چگالش ابتدا به قطره و سپس به علت وجود اختلاف دما میان قطره و بخار، به بخار منتقل شده و باعث افزایش دمای آن می‌شود. این افزایش دما



Nozzle A



Nozzle B



Nozzle C

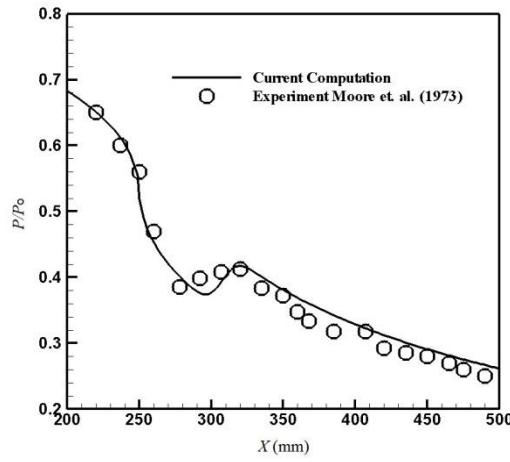


Fig. 5 Comparison between experimental data [10] and numerical results of pressure distribution through the nozzle A centerline  $P_0 = 25 \text{ kPa}$ ,  $T_0 = 254.6 \text{ K}$

شکل 5 مقایسه نتایج تجربی [10] و محاسبات عددی توزیع فشار در طول خط مرکزی نازل  $P_0 = 25 \text{ kPa}$ ,  $T_0 = 254.6 \text{ K}$

روش تک شعاعی دمای فاز بخار زودتر از روش چند شعاعی بالا می‌رود. این بدان معناست که گرمای نهان حاصل از تشکیل قطرات، در روش تک شعاعی زودتر از روش چند شعاعی به بخار انتقال می‌یابد.

با بررسی پارامترهای جریان مشخص شد که تفاوت موجود بین روش تک شعاعی و چندشعاعی در شوک چگالش (ناحیه جوانه‌زایی) است. تفاوت در شوک چگالش به دو صورت است؛ اول اینکه در روش تک شعاعی شوک چگالش زودتر از روش چند شعاعی اتفاق می‌افتد (همان‌طور که در نمودارهای فشار و دما دیده شد) و دوم اینکه در روش چند شعاعی شدت شوک چگالش بیشتر از روش تک شعاعی است (همان‌طور که در نمودارهای فشار و نرخ جوانه‌زایی دیده شد). از آنجایی که وقوع شوک چگالش به گرمای نهان انتقال یافته از سطح قطرات به بخار، بستگی دارد، باید علت تفاوت در شوک چگالش، در هر یک از روش‌ها را در اختلاف بین سطح قطرات جستجو کرد.

در روش تک شعاعی با توجه به اینکه تنها یک دسته قطره در جریان وجود دارد، این دسته سطح بزرگی داشته و گرمای نهان آزاد شده از آن در ابتدا بیشتر بوده و باعث می‌شود شوک چگالش در روش تک شعاعی سریع‌تر از روش چندشعاعی اتفاق بیفتد. اما در روش چندشعاعی با توجه به تعدد دسته قطرات، سطح هر دسته قطره کمتر بوده و گرمای نهان لازم برای شوک چگالش دیرتر آزاد می‌شود و باعث می‌شود شوک چگالش هنگامی اتفاق بیفتد که بخار مافوق سردتر است که همین امر موجب می‌شود شدت آن (در روش چند شعاعی نسبت به روش تک شعاعی) بیشتر باشد. در نهایت همین موضوع سبب می‌شود که نرخ جوانه‌زایی و تعداد قطرات در روش چندشعاعی بیشتر باشد.

در شکل 10 انترپوی در نازل‌های A و B رسم شده است. تعدد دسته قطرات در روش چند شعاعی، که موجب بی نظمی بیشتر جریان می‌شود و همچنین بیشتر بودن گرمای نهان حاصل از تشکیل قطرات در روش چند شعاعی، دو علتی هستند که سبب می‌شوند انترپوی در روش چند شعاعی بیشتر از روش تک شعاعی باشد. با بزرگنمایی نمودار انترپوی در محل شوک چگالش، می‌توان مشاهده کرد که شوک چگالش و در نتیجه‌ی آن افزایش انترپوی، در روش تک شعاعی زودتر از روش چندشعاعی اتفاق می‌افتد.

رطوبت یا تری جریان، تابعی از تعداد قطرات و اندازه‌ی آنهاست. با توجه به افزایش تعداد قطرات در روش چندشعاعی و همچنین کاهش شعاع، در این مورد کاهش شعاع اثر غالب را داشته است و تری جریان در این روش اندکی

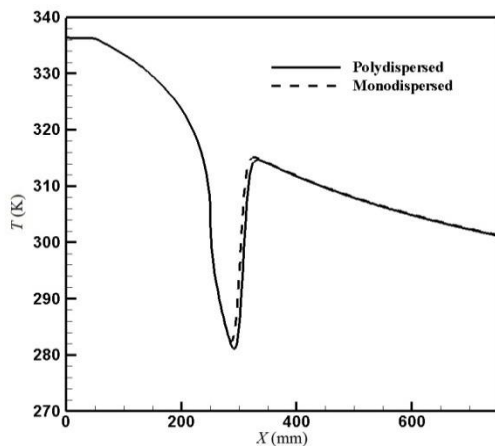


Fig 9 Vapor temperature through the nozzle A

شکل 9 دمای بخار در طول نازل A

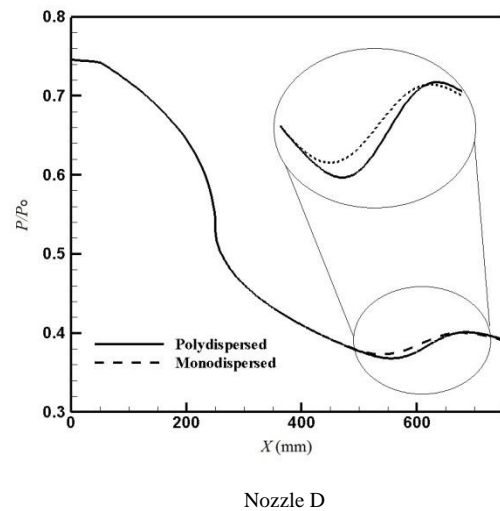


Fig. 6 Pressure distribution through Moore nozzles [10] centerline

شکل 6 توزیع فشار در طول خط مرکزی نازل‌های مور [10]

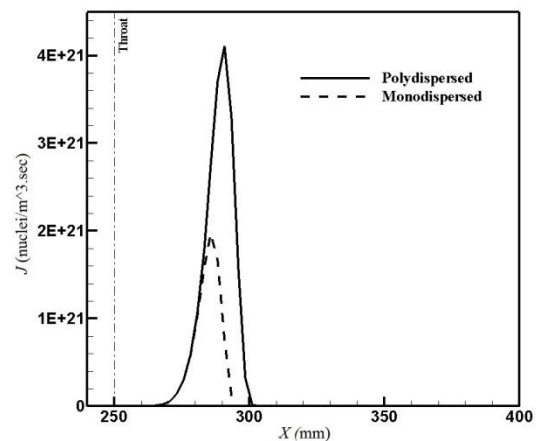


Fig. 7 Nucleation rate through the nozzle A

شکل 7 نرخ جوانه‌زایی در طول نازل A

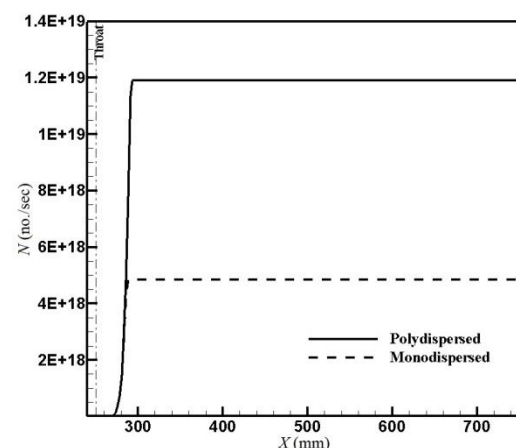


Fig. 8 Number of droplets formed through the nozzle A

شکل 8 تعداد قطرات تشکیل شده در طول نازل A

چند شعاعی نرخ جوانه‌زایی افزایش پیدا کند که در نهایت موجب افزایش تعداد قطرات تشکیل شده می‌گردد.

در شکل 9 دمای فاز بخار در هر یک از روش‌ها رسم گردیده است. در

توزیع اندازه‌ی قطرات، تعداد 142 دسته قطره در نازل A، 190 دسته قطره در نازل B، 200 دسته قطره در نازل C و 160 دسته قطره در نازل D در نظر گرفته شده است. تعداد گروه‌های قطرات در هر نازل، برابر با تعداد المان‌های محاسباتی در ناحیه‌ی جوانه‌زایی آن نازل، می‌باشد؛ به این معنی که با شروع ناحیه‌ی جوانه‌زایی، در اولین المان محاسباتی، اولین گروه از قطرات و در آخرین المان محاسباتی، آخرین گروه از قطرات تشکیل می‌شوند، به این ترتیب تمام گروه‌های قطرات تشکیل شده در ناحیه‌ی جوانه‌زایی در محاسبات منظور می‌شوند. در شکل 12 نمودار توزیع اندازه قطرات در برابر شعاع آن‌ها، در نقطه‌ی تجربی نازل A و در انتهای آن رسم گردیده است. همان‌طور که مشخص است دسته قطرات ابتدایی شعاع بزرگ‌تر و تعداد کمتری دارند.

در شکل 13 نمودار تعداد هر گروه از قطرات به کسر تری هر گروه در نازل A رسم شده است. در شکل‌های 14 و 15 اندازه‌ی 142 دسته قطره‌ی در نظر گرفته شده در نازل A، به ترتیب در مقطع تجربی و در انتهای نازل رسم گردیده است. همان‌طور که در این شکل مشخص است توزیع اندازه قطرات پیش‌بینی شده در روش چندشعاعی، مقدار مربوط به شعاع تجربی نازل مور را نیز پوشش می‌دهد. دسته قطرات ابتدایی با توجه به اینکه در ابتدای ناحیه جوانه‌زایی تشکیل شده‌اند، طول بیشتری از این ناحیه را طی می‌کنند و اندازه‌ی

از روش تک‌شعاعی کمتر بوده است. شکل 11 این موضوع را نشان می‌دهد.

### 3-7- توزیع اندازه‌ی قطرات در روش چندشعاعی

همان‌طور که گفته شد در روش چندشعاعی به کار رفته تمام دسته قطرات تشکیل شده در ناحیه جوانه‌زایی، در محاسبات منظور شده‌اند. برای بررسی

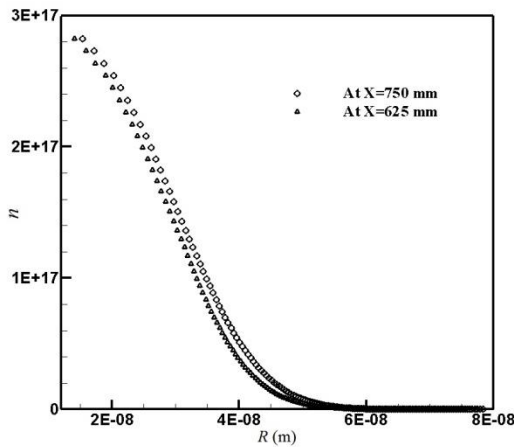
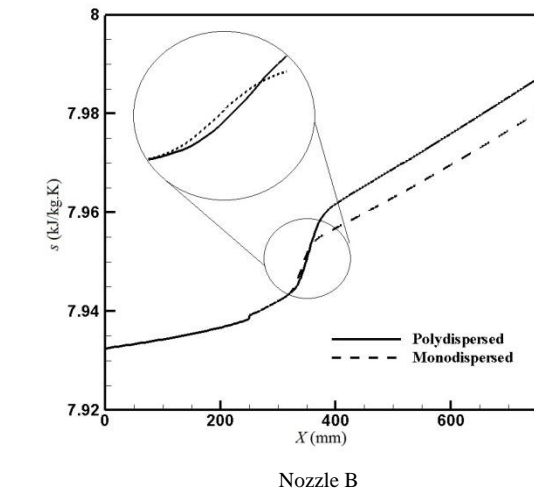
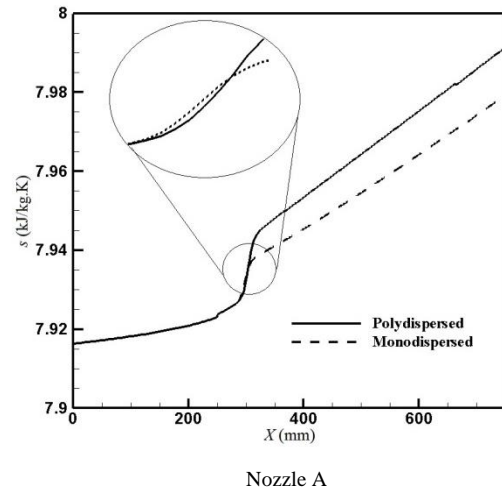


Fig. 12 Droplet spectra against number of droplets in nozzle A

شکل 12 توزیع اندازه قطرات بر حسب تعداد در نازل A

Fig. 10 Entropy through Moore nozzles [12]

شکل 10 انتروپی در طول نازل‌های مور [12]

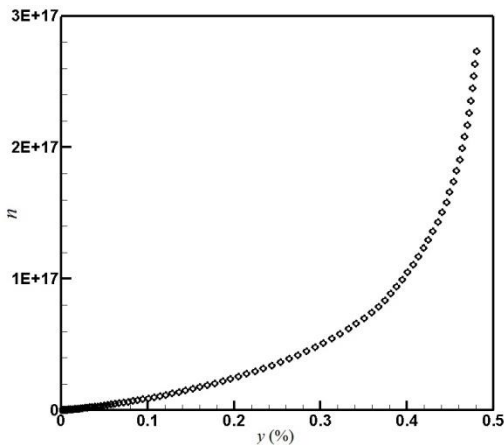


Fig. 13 Number of droplets against wetness fraction in nozzle A

شکل 13 تعداد قطرات هر گروه به کسر تری گروه‌ها در نازل A

Fig. 11 Wetness fraction through the nozzle A

شکل 11 کسر تری در طول نازل A



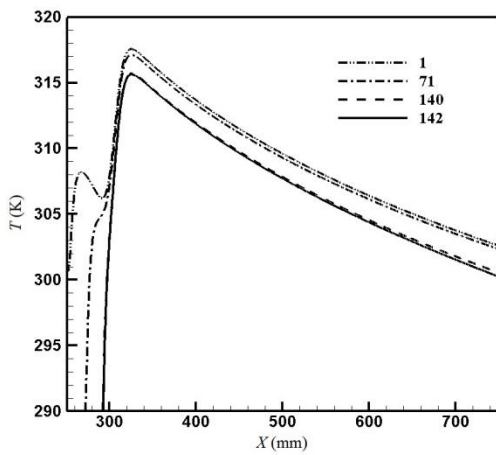
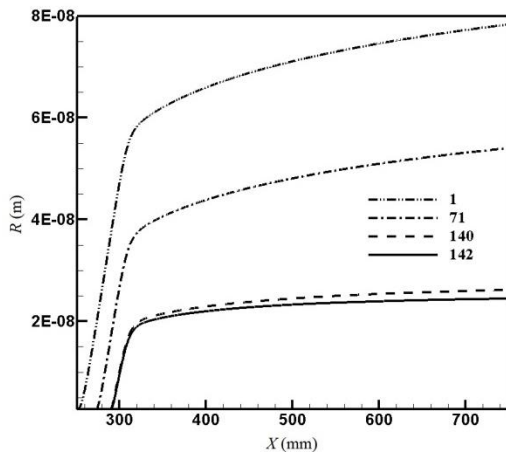


Fig. 16 Temperature and radius of groups 1, 71, 140 and 142 along nozzle A

شکل 16 دما و شعاع قطرات گروه های 1، 71، 140 و 142 در طول نازل A

شکل 16 دما و شعاع قطرات گروه های 1، 71، 140 و 142 در طول نازل A

شکل 16 دما و شعاع قطرات گروه های 1، 71، 140 و 142 در طول نازل A

شکل 16 دما و شعاع قطرات گروه های 1، 71، 140 و 142 در طول نازل A

شکل 16 دما و شعاع قطرات گروه های 1، 71، 140 و 142 در طول نازل A

شکل 16 دما و شعاع قطرات گروه های 1، 71، 140 و 142 در طول نازل A

شکل 16 دما و شعاع قطرات گروه های 1، 71، 140 و 142 در طول نازل A

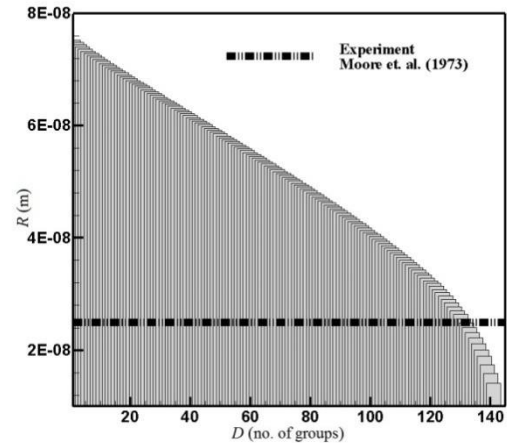


Fig. 14 Size of each group of droplets at the experiment point nozzle A  
شکل 14 اندازه ی هر دسته قطره در نقطه ی تجربی نازل A

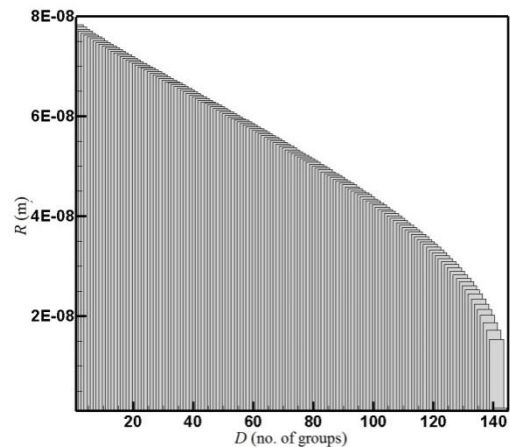
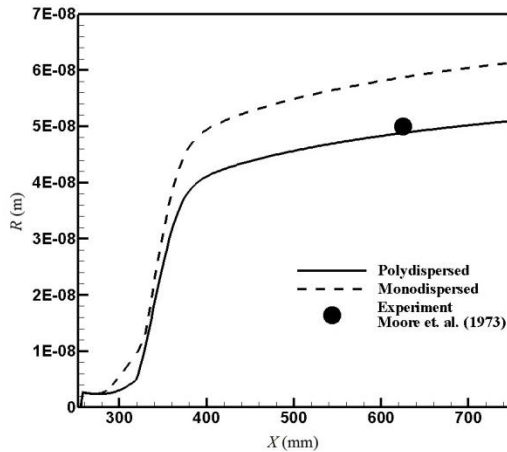


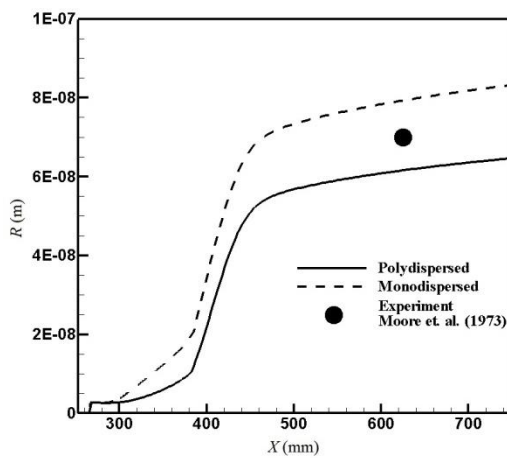
Fig. 15 Size of each group of droplets at the end of nozzle A  
شکل 15 اندازه ی هر دسته قطره در انتهای نازل A

بزرگتری نسبت به قطرات تشکیل شده در انتهای ناحیه جوانه زایی دارند. برای مقایسه ی بهتر، شعاع و دمای چند گروه انتخابی از قطرات در طول نازل های A و B در شکل های 16 و 17 رسم شده اند. همان طور که در نمودار دما مشخص است، دسته قطرات ابتدایی، شوک چگالش را کاملاً احساس می کنند.

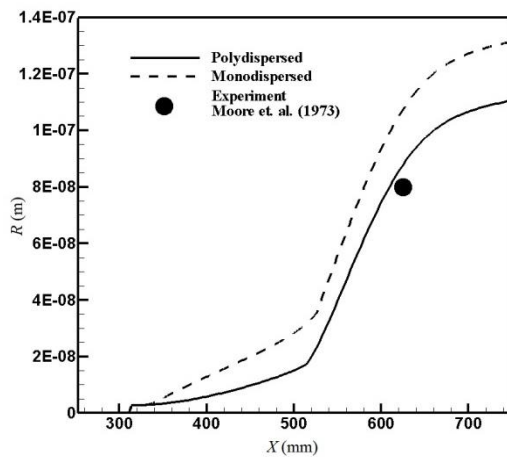
برای بررسی نتایج حاصل از روش چندشعاعی با نقطه ی تجربی نازل های مور، در انتهای هر المان از دسته قطرات تشکیل شده به روش میانگین گیری سطحی، میانگین گیری شده و یک شعاع میانگین برای تمام دسته قطرات به دست آمده است. این شعاع میانگین در شکل 18 با شعاع حاصل از روش تک شعاعی و نقطه ی تجربی مقایسه شده است. شعاع تجربی اندازه گیری شده در نازل A مور برابر  $2.5 \times 10^{-8}$  m است. شعاع میانگین حاصل از روش تک شعاعی در این نقطه،  $3.21 \times 10^{-8}$  m می باشد و این مقدار در روش چندشعاعی  $2.85 \times 10^{-8}$  m است. میزان خطا در روش تک شعاعی 28.4% و در روش چند شعاعی 14% است. شعاع تجربی اندازه گیری شده در نازل B مور برابر  $5 \times 10^{-8}$  m است. شعاع میانگین حاصل از روش تک شعاعی در این نقطه،  $5.87 \times 10^{-8}$  m می باشد و این مقدار در روش چندشعاعی  $4.88 \times 10^{-8}$  m است. میزان خطا در روش تک شعاعی 14.4% و در روش چند شعاعی 2.3% است. شعاع تجربی اندازه گیری شده در نازل C مور برابر



Nozzle B



Nozzle C

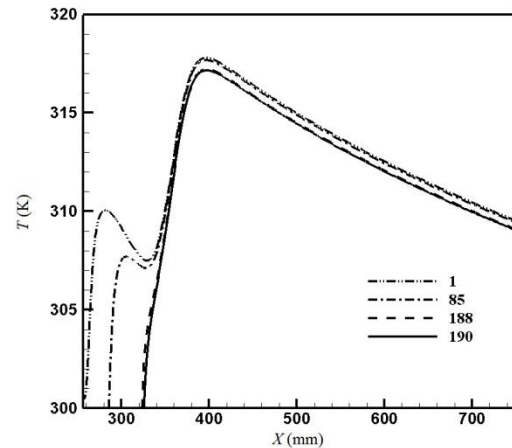
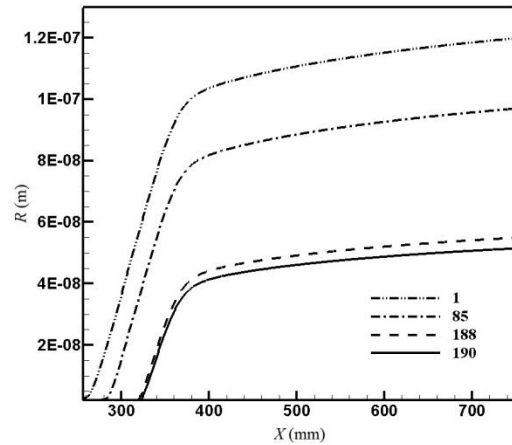


Nozzle D

**Fig. 18** Comparison between averaged polydispersed and monodispersed radius and experiment data of Moore nozzles [12]

شکل 18 مقایسه شعاع میانگین حاصل از روش‌های چندشعاعی و تک‌شعاعی با نتایج تجربی نازل‌های مور [12]

روش‌های چندشعاعی و تک‌شعاعی با شواهد تجربی مقایسه گردید. نتایج نشان می‌دهد که شعاع پیش‌بینی شده برای قطرات از روش چندشعاعی، نسبت به روش تک‌شعاعی، به مقادیر تجربی نزدیک‌تر است. در مجموع می‌توان گفت که روش چندشعاعی در پیش‌بینی توزیع اندازه قطرات نسبت به روش تک‌شعاعی به واقعیت نزدیک‌تر است و مزیت دارد، اما باید این را نیز

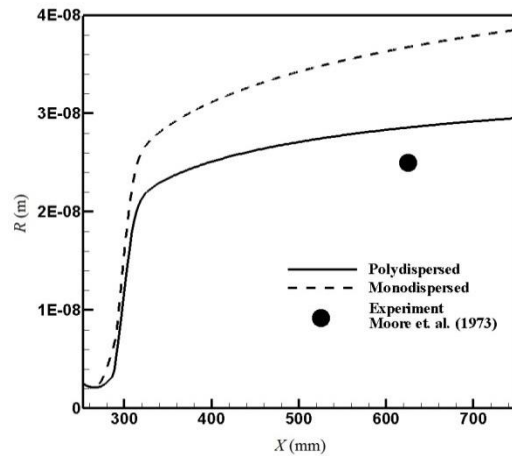


**Fig. 17** Temperature and radius of groups 1, 85, 188 and 190 along nozzle B

شکل 17 دما و شعاع قطرات گروه‌های 1، 85، 188 و 190 در طول نازل B

### 8- نتیجه‌گیری

روش چندشعاعی و تک‌شعاعی برای مدل‌سازی قطرات مایع در جریان چگالشی بخار درون یک نازل همگرا-واگرای مافوق صوت بررسی گردید. روش چندشعاعی قادر است تا توزیع اندازه قطرات تشکیل شده در هر مقطع از شیپورهی همگرا-واگرا را در جریان بخار به دست دهد. برآورد دقیق از اندازه قطرات تشکیل شده در جریان بخار، می‌تواند به شناخت تلفات ترمودینامیکی در جریان بخار کمک کند. علاوه بر این نتایج حاصل از



Nozzle A

کسرتی	$\gamma$
توان دوم ماخ	$Z$
<b>علائم یونانی</b>	
ضریب انتقال حرارت	$\alpha$
نسبت ظرفیت‌های حرارتی مخصوص	$\gamma$
ضریب انتقال حرارت رسانایی آب	$\lambda$
چگالی ( $\text{kgm}^{-3}$ )	$\rho$
تنش سطحی	$\sigma$
<b>بالانویس‌ها</b>	
شرایط بحرانی	*
<b>زیرنویس‌ها</b>	
شرایط ورودی	0
خصوصیات گاز	$G$
خصوصیات مایع	$L$

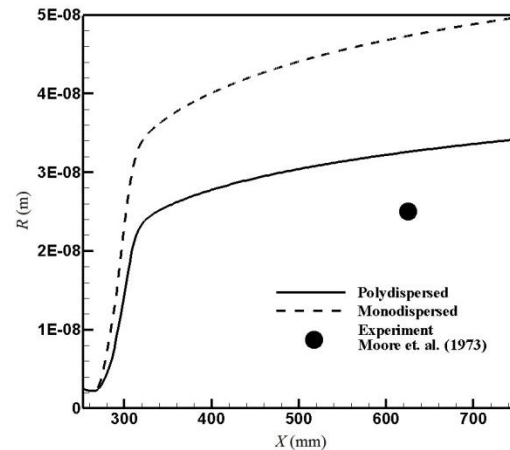


Fig. 19 Comparison between averaged polydispersed and monodispersed radius in Sauter method with experiment data of nozzle A Moore [12]

شکل 19 مقایسه شعاع میانگین ساوتر حاصل از روش‌های چندشعاعی و تک‌شعاعی با نتایج تجربی نازل A مور [12]

در نظر داشت که استفاده از این روش، موجب بیشتر شدن محاسبات نسبت به روش تک‌شعاعی می‌گردد.

**9- فهرست علائم**

A	مساحت ( $\text{m}^2$ )
$a$	سرعت صوت ( $\text{ms}^{-1}$ )
$C_L$	حرارت مخصوص آب ( $\text{Jkg}^{-1}$ )
$D$	تعداد دسته قطرات
$d_e$	قطر هیدرولیکی (m)
$f$	ضریب اصطکاک
$G$	انرژی آزاد گیبس (J)
$h$	انتالپی ( $\text{Jkg}^{-1}$ )
$J$	نرخ جوانه‌زایی ( $\text{nucleim}^{-3}\text{sec}^{-1}$ )
$K$	ثابت بولتزمن
$\text{Kn}$	عدد نودسن
$\bar{L}$	مسیر پویش آزاد مولکول‌های بخار (m)
$M$	دبی جرمی ( $\text{kgs}^{-1}$ )
$\text{Ma}$	عدد ماخ
$N$	تعداد مولکول‌ها، تعداد قطرات ( $\text{No.s}^{-1}$ )
$n$	تعداد قطرات ( $\text{kg}^{-1}$ )
$P$	فشار ( $\text{kgm}^{-1}\text{s}^{-2}$ )
$R$	شعاع (m)
$s$	انتروپی ( $\text{kJkg}^{-1}\text{K}^{-1}$ )
$T$	دما (K)
$U$	سرعت ( $\text{ms}^{-1}$ )

**10- مراجع**

[1] A. J. White, A comparison of modeling methods for polydispersed wet-steam flow, *International Journal for Numerical Methods in Fluids*, Vol. 57, No. 6, pp. 819-834, 2003.

[2] F. Bakhtar, J. B. Young, A. J. White, D. A. Simpson, Classical nucleation theory and its application to condensing steam flow calculations, *Proceedings of the Institution of Mechanical Engineerings, Part C: Journal of Mechanical Engineering Science*, Vol. 219, No. 12, pp. 1315-1333, 2005.

[3] J. B. Young, F. Bakhtar, A comparison between theoretical calculations and Experimental measurements of droplet sizes in nucleating steam flows, *Transactions of the Institute of Fluid-Flow Machinery*, Vol. 70, No. 3 pp. 259-276, 1976.

[4] E. Amirirad, M. R. Mahpeykar, A. R. Teymourtash, Evaluation of simultaneous effects of inlet stagnation pressure and heat transfer on condensing water-vapor flow in a supersonic Laval nozzle, *Scientia Iranica, Transactions B: Mechanical Engineering*, Vol. 20, No. 1, pp. 141-151, 2013.

[5] M. Talebi, E. Amirirad, M. R. Mahpeykar, Evaluation of different nucleation models and droplet radius averaging methods and their combination on condensing steam flow, *Mechanical Structures and Fluid*, Vol. 5, No. 1, pp. 193-209, 2014. (in Persian فارسی)

[6] J. B. Young, Two-dimensional, nonequilibrium, wet-steam calculations for nozzles and turbines cascades, *Journal of Turbomachinery*, Vol. 114, No. 6, pp. 569-579, July 1992.

[7] J. Halama, F. Benkhaldoun, Numerical modeling of two-phase transonic flow, *Mathematics and Computers in Simulation*, Vol. 80, No. 8, pp. 1624-1635, 2010.

[8] F. T. Hughes, J. Starzmann, A. J. White, J. B. Young, A comparison of modeling techniques for polydispersed droplet spectra in steam turbines, *Journal of Engineering For Gas Turbines and Power*, Vol. 138, No. 9, pp. 1-9, 2016.

[9] M. A. Faghil Aliabadi, M. R. Mahpeykar, Comparison between polydispersed and monodispersed models on condensing water-vapor flow in a supersonic convergent-divergent nozzle, *Modares Mechanical Engineering*, Vol. 17, No. 3, pp. 19-30, 2017. (In Persian فارسی)

[10] J. Rezazadeh, E. Lakzian, M. R. Mahpeykar, Effect of the droplet surface tension correction on nucleation condensing water vapor flow, *Modares Mechanical Engineering*, Vol. 16, No. 2, pp. 264-274, 2016. (In Persian فارسی)

[11] A. R. Teymourtash, J. Abolfazli Esfahani, S. A. Mousavi Shaegh, The effects of rate of expansion and injection of water droplets on the entropy generation of nucleating steam flow in a Laval nozzle, *Journal of Heat and Mass Transfer*, Vol. 45, pp. 1185-1198, 2009.

[12] M. J. Moore, P. T. Walters, R. I. Crane, B. J. Davidson, *Predicting the Fog Drop Size in Wet Steam Turbines*, Institute of Mechanical Engineers (UK), Wet Steam 4 Conference, University of Warwick, Vol. 73, No. 4, pp.37, 1973.