



## شبیه سازی عددی شکست جت مایع با استفاده از روش هیدرودینامیک ذرات هموار (SPH)

مجید پور عبدیان<sup>1</sup>, پوریا امیدوار<sup>2\*</sup>, محمد رضا مراد<sup>3</sup>

- 1- کارشناسی ارشد، مهندسی هوافضا، دانشگاه صنعتی شریف، تهران
- 2- استادیار، مهندسی مکانیک، دانشگاه یاسوج، یاسوج
- 3- استادیار، مهندسی هوافضا، دانشگاه صنعتی شریف، تهران  
پاسخگویی: omidvar@yu.ac.ir \* 75914-353

### چکیده

در این مقاله شکست جت مایع با استفاده از روش هیدرودینامیک ذرات هموار که یک روش عددی لاجرانژی بدون شبکه است، شبیه سازی شده است. بدین منظور، ابتدا معادلات حاکم بر سیال براساس روش هیدرودینامیک ذرات هموار گستته شده. در این تحقیق از کد متون باز اسپیفریکس برای حل عددی استفاده و همچنین با افزودن اثرات کشش سطحی، کد مذکور توسعه داده شده است. سپس روش ارائه شده با استفاده از مساله نمونه شکست سد با مانع اعتبارسنجی اولیه شد. در نهایت شبیه سازی جریان جت مایع دو بعدی و بررسی رفتار شکسته شدن آن برای جریان تک فاز انجام شده است. طول شکست مایع در رژیم ریلی برای شرایط مختلف جریان نظری اعداد رینولدز و وبر مقاومت، محاسبه و با یک رابطه تجربی اعتبارسنجی شده است. تمامی حل های عددی برای دو تابع میانیاب وندلند و اسپلاندن مکعبی انجام گرفت و در تمامی موارد تابع میانیاب وندلند منجر به نتایج بدقت بہتری شد. همچنین نتایج حاضر با روش عددی ام پی اس برای مایع غیرلزج نیز مقایسه شده است. مدل سازی های انجام شده نشان داد که روش هیدرودینامیک ذرات هموار می تواند به عنوان یک روش پهینه برای مدل سازی پدیده شکست جت مایع مورد استفاده قرار گیرد.

### اطلاعات مقاله

مقاله پژوهشی	کامل
دریافت: 12 آبان 1394	
پذیرش: 28 دی 1394	
ارائه در سایت: 08 اسفند 1394	
کلید واژگان:	
شکست جت مایع	
هیدرودینامیک ذرات هموار	
طول شکست	
کشش سطحی	

## Numerical simulation of liquid jet breakup using smoothed particle hydrodynamics (SPH)

Majid Pourabedian<sup>1</sup>, Pourya Omidvar<sup>2\*</sup>, Mohammad Reza Morad<sup>1</sup>

1- Department of Aerospace Engineering, Sharif University of Technology, Tehran, Iran

2- Department of Mechanical Engineering, Yasouj University, Yasouj, Iran

\* P.O.B. 75914-353, Yasouj, Iran, omidvar@yu.ac.ir

### ARTICLE INFORMATION

Original Research Paper  
Received 03 November 2015  
Accepted 18 January 2016  
Available Online 27 February 2016

**Keywords:**  
Liquid Jet Breakup  
Smoothed Particle Hydrodynamics  
Breakup Length  
Surface Tension

### ABSTRACT

In this paper, breakup of liquid jet is simulated using smoothed particle hydrodynamics (SPH) which is a meshless Lagrangian numerical method. For this aim, flow governing equations are discretized based on SPH method. In this paper, SPHysics open source code has been utilized for numerical solutions. Therefore, the mentioned code has been developed by adding the surface tension effects. The proposed method is then validated using dam break with obstacle problem. Finally, simulation of two-dimensional liquid jet flow is carried out and its breakup behavior considering one-phase flow is investigated. Length of liquid breakup in Rayleigh regime is calculated for various flow conditions such as different Reynolds and Weber numbers and the results are validated by an experimental correlation. The whole numerical solutions are accomplished for both Wendland and cubic spline kernel functions and Wendland kernel function gave more accurate results. The results are compared to MPS method for inviscid liquid as well. The accomplished modeling showed that smoothed particle hydrodynamics (SPH) is an efficient method for simulation of liquid jet breakup phenomena.

موضوعات جالب در زمینه مهندسی-پژوهشی، استفاده از انزکتورهای نانوچوت و میکروچوت برای کنترل داروهای وارد به بدن است که طول شکست مایع ارتباط مستقیم با عمق نفوذ دارو در بدن بیمار دارد [3,2]. دینامیک جت مایع طیف گسترده ای از خواص فیزیکی را شامل می شود که از این بین می توان به کشش سطحی مایع، لزجت و چگالی مایع در مقایسه با محیط اطراف آن اشاره کرد. در کاربردهای کوچکتر نظیر نانومتر، جت ها به نوسانات دمایی

شکسته شدن مایع پیوسته به قطرات ریز یا اصطلاحا فرآیندهای شکست مایع و اتمیزه شدن مایع در بسیاری از کاربردهای مهندسی نظری افشاره<sup>1</sup> ساخت در محفظه احتراق موتورهای جت و احتراق داخلی ظاهر می شود به صورتی که اندازه افشاره ساخت بر بازده موتور تاثیر بسزایی دارد [1]. یکی از

1- Spray

Please cite this article using:

M. Pourabedian, P. Omidvar, M. R. Morad, Numerical simulation of liquid jet breakup using smoothed particle hydrodynamics (SPH), *Modares Mechanical Engineering*, Vol. 16, No. 3, pp. 55-66, 2016 (in Persian)

برای ارجاع به این مقاله از عبارت ذیل استفاده نمایید:

مدل سازی عددی این پدیده از کد متون باز اسفیزیکس<sup>9</sup> استفاده شده است [23]. این کد برای حل عددی جریان های سطح آزاد و مسائل هیدرودینامیکی ارائه شده و دارای مسائل نمونه محدودی است، لذا برای مدل سازی عددی جریان شکست جت مایع، در این تحقیق کد متون باز اسفیزیکس با افزودن اثرات کشش سطحی توسعه داده شده است. در ادامه به توضیح اصول کلی روش اس پی اج پرداخته شده است و در بخش سوم نتایج حاصل شده ارائه و مورد بررسی قرار گرفته است.

## 2- حل عددی به روش هیدرودینامیک ذرات هموار

### 2-1- هیدرودینامیک ذرات هموار

روش اس پی اج اولین بار توسط گینگلد و موناگان و به طور جداگانه توسط لوسی در سال 1977 معرفی شد [24]. از آنجا که اولین نسخه اس پی اج اصل پایستگی مومنتوم خطی و زاویه ای را ارضاء نمی کرد، در سال 1982 گینگلد و موناگان الگوریتم اولیه آن را با استفاده از لاگرانژین متناظر ذرات بهبود بخشیدند تا برای سیال تراکم پذیر فاقد استهلاک، پایستگی مومنتوم خطی و زاویه ای ارضاء شود [25]. موناگان برای اولین بار با استفاده از فرض تراکم پذیری مصنوعی<sup>10</sup>، روش اس پی اج را برای حل جریان سیال تراکم ناپذیر بکار برد [26]. در سال 1998 کومینز و رومن با بکاربردن روش تصویرسازی<sup>11</sup> جریان سیال در یک حفره را شبیه سازی کرده و این اولین باری بود که روش تصویرسازی برای شبیه سازی جریان به کمک روش اس پی اج بکار برد می شد [27]. در سال 2003 گلگرسی و لندرینی با تغییر در معادله حالت توانستند سیالات چند فاز با اختلاف چگالی بالا را شبیه سازی کنند [28]. در سال 2006 هو و آدامز روشی را برای مدلسازی کشش سطحی ارائه کردند [29] و سپس در سال 2007 هو و آدامز به مدلسازی جریان سیال چند فازی پرداختند [30]. در سال های 2012 و 2013 امیدوار و همکاران با توسعه روش اس پی اج به کمک توزیع متغیر جرم ذره، اجسام شناور روى آب را شبیه سازی کردند [32,31]. با توجه به اینکه روش اس پی اج در مدلسازی سیال چند فاز با اختلاف چگالی بالا دارای خطای زیاد است، در سال 2013 موناگان و رفیعی توانستند الگوریتمی ارائه دهنده که در عین سادگی، در پایداری حل عددی جریان دوفازی با سمت چگالی بالا بسیار موثر می باشد [33]. در سال 2015 نیز امیدوار و همکاران انتشار امواج آب را درون یک کاتال با استفاده از روش ترکیبی اس پی اج و ای ال ای<sup>12</sup> شبیه سازی کردن و نشان دادند که این روش ترکیبی حل عددی را پایدارتر می کند و سبب کاهش نویزهای میدان فشار می شود [34]. همانطور که دیده می شود روش هیدرودینامیک ذرات هموار در مقایسه با روش های عددی پیشین جوان تر و نیازمند توسعه بیشتری است و همچنین بسیاری از مسائل که طبیعت لاگرانژی دارند هنوز با این روش شبیه سازی نشده اند.

### 2-2- معادلات حاکم

معادلات اصلی حاکم بر سیال در مسائل مکانیک سیالات شامل معادلات بقای جرم (پیوستگی) و بقای اندازه حرکت (ممنتوم) می باشد (1و2):

$$\frac{dp}{dt} = -\rho \nabla \cdot u \quad (1)$$

$$\frac{du}{dt} = -\frac{1}{\rho} \nabla P + g + \theta + F_s \quad (2)$$

9- SPHysics

10- Weakly Compressibility

11- Projection Method

12- Arbitrary Lagrange-Euler

حساس هستند. در حالی که در کاربردهای بزرگ، فعل و انفعالات گرانشی اهمیت می یابند. پیچیدگی عوامل فیزیکی، تحلیل پدیده شکست جت مایع را سخت می کند. در شرایط ایده آل که می توان تاثیرات برشی از عوامل فیزیکی را صرف نظر کرد، حل تحلیلی این پدیده امکان پذیر است. در سال های اخیر شکست جت مایع به دلیل کاربرد فراوان آن در انژکتور محفظه احتراق موتورهای مختلف و افزایش بازدهی موتور با ایجاد افسانه بهینه و همچنین کاربرد آن در مسائل بیولوژیک مورد توجه بوده است.

طول شکست جت به روش تجربی به وسیله ریکو و اسپالدینگ [4] برای جریان های جت آشفته، تاناسوا و توبودا [5] برای جریان های جت آرام<sup>1</sup> و آشفته و پارک و همکاران [6] برای نفوذ جت به همراه تبیخر مطالعه شده است. برای مطالعه رفتار شکست جت به صورت عددی به یک روش نیازمندیم که توانایی تغییر شکل بزرگ در سطوح آزاد را داشته باشد. لذا اکثر مطالعات انجام گرفته در این زمینه به صورت تجربی و تحلیلی بوده است [12-7]. همچنین بررسی و شبیه سازی این پدیده با روش های مبتنی بر شبکه یا امکان پذیر نیست و یا نیازمند محاسبات عددی بسیار زمان بر و سنگین است [13,14]. ریچاردز و همکاران پدیده شکست یک جت مایع- مایع را با استفاده از روش حجم سیال<sup>2</sup> و روش سی اس اف<sup>3</sup> مدلسازی و با نتایج تجربی مقایسه کردند [15].

در سال های اخیر، شبیاتا و همکاران [16] شکست جت مایع غیرلزج را که از یک نازل خارج می شد، با استفاده از روش ام پی اس<sup>4</sup> مطالعه کردند و نتایج خود را برای توزیع اندازه قطرات تشکیل شده گسترش دادند. گلزنمولر و همکاران در سال 2007 از روش اس پی اج<sup>5</sup> برای مدلسازی پاشش دیزل استفاده کردند [17]. در سال 2012، تاکاشیما و همکاران [18] شکست جت مایع خروجی از یک نازل سیلیندری را با استفاده از روش اس پی اج تراکم ناپذیر<sup>6</sup> در حالت پالسی مطالعه کردند. سیروتکین و یوح مدلسازی شکست جت یک مایع بسیار لزج را با استفاده از روش اس پی اج تصحیح شده انجام دادند و عدد ویر بر جریانی برای انتقال جریان از جت به حالت چکه کردند<sup>7</sup> را بررسی کردند [19]. همچنین در همین سال جریان دوفازی جت با در نظر گرفتن چگالی های یکسان و به صورت محدود توسط هوفر و همکاران با روش اس پی اج شبیه سازی شد [20]. هوفر و همکاران در سال های 2010 و 2013 هم شبیه سازی بر روی جریان تک فازی جت مایع که از یک مخزن بر اثر نیروی گرانش تخلیه می شد را با روش اس پی اج انجام دادند و به بررسی تاثیرات کشش سطحی بر میدان سرعت جریان پرداختند [22,21].

با توجه به تحقیقات پیشین بیان شده، جریان شکست جت مایع و به ویژه طول شکست آن بسیار محدود با استفاده از روش اس پی اج مورد مطالعه قرار گرفته است و تحلیل این پدیده با استفاده از روش اس پی اج نیازمند پژوهش و تحقیقات بیشتری است. در این مقاله برای نخستین بار طول شکست جت مایع خروجی از یک مخزن در ریژیم ریلی<sup>8</sup> با استفاده از معادلات استاندارد اس پی اج برای عدد رینولدزهای کوچکتر از 1200 مورد مطالعه قرار گرفته است. همچنین تأثیر تابع میانیاب در این پدیده که تاکونون مورد مطالعه قرار نگرفته، در این تحقیق ارزیابی و بررسی شده است. برای

1- Laminar

2- Volume of Fluid

3- Continuous Surface Force

4- Moving Particle Semi-implicit Method

5- Smoothed Particle Hydrodynamics (SPH)

6- Incompressible SPH

7- dripping

8- Rayleigh Regime

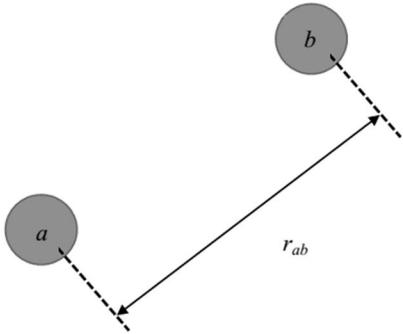


Fig. 1 Definition of particle  $a$  in the neighborhood of particle  $b$  in distance  $r_{ab}$

شکل 1 تعریف ذره  $a$  در مجاورت ذره  $b$  در فاصله  $r_{ab}$

در رابطه (5) کمیت  $(\nabla_a W(r_{ab}))$ ، معرف گرادیانتابع میانیاب بوده که در مرکز موقعیت ذره  $a$  محاسبه شده است. گستته سازی و تخمین معادله چگالی در روش اس پی اج از اهمیت بسیار زیادی برخوردار است چرا که اصولاً چگالی توزیع ذرات و طول هموارسازی را معین می کند. محاسبه چگالی در روش اس پی اج به طور معمول به دو طریق انجام می گیرد. در روش اول می توان چگالی را به طور مستقیم از فرمولاسیون درون یابی روش اس پی اج که در رابطه (4) بیان شد، به صورت زیر محاسبه کرد.

$$\rho_a \approx \sum_b m_b W_{ab} \quad (6)$$

اما معادله (6) به این دلیل که باید یک بار چگالی و در گام دوم سرعت را محاسبه کرد، به یک حلقه اضافی روی همه ذرات نیاز دارد [19]. یک رابطه کارتر برای حل عددی معادله پیوستگی استفاده از فرم لاغرانژی آن (1) می باشد. در نتیجه می توان با حل معادله پیوستگی و رابطه دیورژانس در روش اس پی اج، مقدار چگالی ذرات را محاسبه کرد.

$$\frac{d\rho_a}{dt} = \sum_b m_b u_{ab} \cdot \nabla_a W_{ab} \quad (7)$$

در رابطه (7) متغیر  $u_{ab}$  معرف بردار اختلاف سرعت بین  $a$  و  $b$  می باشد. از دیدگاه جریان تراکم پذیر، به دلیل ثابت بودن تعداد کل ذرات، جرم کل سیستم بر اساس روابط (6) و (7) ابقاء می شود. از دیدگاه جریان تراکم ناپذیر، دیورژانس سرعت به خودی خود صفر نمی شود و در نتیجه هر دو معادله پیوستگی مذکور به طور دقیق پایسته نیستند [36]. همچنین به دلیل اینکه در معادله بقای ممنتوم باید گرادیانتابع میانیاب محاسبه شود، استفاده از رابطه (7) انتخاب بهتری است چرا که می توان گرادیان میانیاب را در یک زیروال<sup>6</sup> محاسبه کرد.

بدست آوردن معادله ممنتوم به روش اس پی اج شبیه گستته سازی معادله پیوستگی می باشد. عبارت گرادیان فشار در رابطه (2) را می توان به طور معمول بر حسب فرمولاسیون روش اس پی اج به صورت زیر محاسبه کرد.

$$\frac{1}{\rho_a} \nabla P_a \approx \sum_b m_b \left( \frac{P_a}{\rho_a^2} + \frac{P_b}{\rho_b^2} \right) \cdot \nabla_a W(r_{ab}) \quad (8)$$

برای در نظر گرفتن تنش لزجتی و عبارت پخش در معادله ممنتوم می توان دو راهکار را مدنظر قرار داد. در راهکار اول می توان از تنش های لزجتی جریان آرام در معادله ممنتوم استفاده کرد. اما در راهکار دوم می توان با معادله سازی تنش های لزجتی با ترمی به نام لزجت مصنوعی<sup>7</sup> معادله ممنتوم را حل کرد. عبارات لزجت مصنوعی معمولاً به ترم فشار فیزیکی اضافه

در معادلات بالا  $\frac{d}{dt}$  معرف مشتق مادی،  $\rho$  جرم مخصوص،  $u$  بردار سرعت،  $P$  فشار،  $g$  شتاب گرانشی،  $\theta$  و  $F_g$  به ترتیب معرف عبارات پخش<sup>1</sup> و کشش سطحی می باشند. در فضای فیزیکی، می توان سیال را توسط تعداد محدودی از حجم های ماکروسکوپیک توصیف کرد. در روش اس پی اج یک ذره  $a$  نماینده یک حجم ماکروسکوپیک از سیال است. هر ذره از سیال، حامل اطلاعات مربوط به جرم، چگالی، فشار، سرعت، موقعیت و دیگر کمیت های مربوط به ماهیت جریان و سیال می باشد. جرم در تمام مراحل شبیه سازی ثابت بوده اما فشار، سرعت، موقعیت و دیگر کمیت های فیزیکی در هر گام زمانی به روز می شوند.

شالوده روش اس پی اج بر دو گام بیان انتگرالی<sup>2</sup> و تقریب ذره ای<sup>3</sup> برای محاسبه متغیرهای موجود در میدان حل استوار است. به طور کلی یک متغیر و یا تابع در روش اس پی اج در گام اول با میان یابی انتگرالی بیان می شود و سپس انتگرال مورد نظر با جمع گستته تقریب زده می شود.

$$\phi(r) = \int_n \phi(r') W(r - r', h) dr' \quad (3)$$

در روابط روش اس پی اج، مقدار متغیر  $\Phi$  در نقطه  $r$  به مختصات  $(x, z) = (\vec{r})$  به صورت انتگرال حجم بر روی ناحیه پشتیبانی  $\Omega$  می باشد (رابطه (3)).  $W$  اصطلاحاً تابع میانیاب<sup>4</sup> خوانده می شود.  $h$  طول هموارسازی<sup>5</sup> است که ناحیه تاثیر اطراف یک ذره را مشخص می کند و با افزایش آن، ناحیه تاثیرگذار در میان یابی تابع  $\Phi$  بزرگتر می شود. مقدار طول هموارسازی  $h$  در شبیه سازی های مختلف براساس فاصله اولیه ذرات همراه با یک ضریب بیان می شود که انتخاب این طول معمولاً بستگی به نوع مسئله دارد. این طول در تمامی شبیه سازی های انجام شده در این مقاله  $h = 1.3 \Delta x$  در نظر گرفته شده است که انتگرال روی حجم آنها برابر یک است و توابع یکه هستند، به این معنا که انتگرال روی حجم آنها برابر یک است و در نتیجه توابع ثابت، به طور دقیق میان یابی می شوند. انتخاب نوع تابع میانیاب در موفقیت این روش تاثیر بسزایی دارد. در هر روش عددی، معادلات حاکم باید به نحوی گستته شوند تا بتوان معادلات دیفرانسیل حاکم بر سیستم را با مجموعه ای از معادلات جبری تقریب زد. در روش اس پی اج این گستته سازی در گام دوم با تقریب انتگرال رابطه (3) انجام می شود.

$$\phi(r) \approx \sum_b \phi_b \frac{m_b}{\rho_b} W_{ab} \quad (4)$$

که در رابطه (4)،  $a$  مشخص کننده ذره مرکزی،  $b$  بیانگر ذرات مجاور ذره مرکزی،  $m$  جرم،  $\rho$  جرم مخصوص و  $(h)$  بیانگر  $W_{ab} = W(|r_a - r_b|, h)$  تابع درون یابی نسبت به ذره  $a$  می باشد. نسبت  $\frac{m_b}{\rho_b}$  جایگزین المان حجم  $dr'$  در بیان انتگرالی شده است. در شکل 1 می توان تعریف ذره را در مقایسه با ذره مجاورش مشاهده کرد.

یکی از مزایای میانیابی توابع به روش اس پی اج این است که مشتقات یک تابع به صورت تحلیلی به دست می آیند که در مقایسه با روشی مانند اختلاف محدود که از فاصله موجود بین نقاط همسایه استفاده می شود، ساده تر است [35]. در این روش گرادیان متغیر  $\Phi$  را می توان به صورت تابعی از  $\Phi$  و مشتقات تابع میانیاب که در ادامه آمده، تعریف کرد.

$$\nabla \phi(r_a) \approx \sum_b \frac{m_b}{\rho_b} (\phi_b - \phi_a) \nabla_a W(r_{ab}) \quad (5)$$

1- Diffusion Terms

2- Integral Representation

3- Particle Approximation

4- Kernel Function

5- Smoothing Length

عاملی برای کاهش مساحت سطح کل است (و متعاقباً انرژی سطح). برای  $\delta$  در رابطه (11) انتخاب های متفاوتی وجود دارد. اما در هر حال این نرمال کننده باید طوری برگزیده شود که انگرال آن روی سطح تماس برابر با واحد شود. این شرط بدین منظور است که با افزایش دقیق حل، فیزیک سطح تماس به درستی بازیابی شود. در نتیجه می توان ازتابع دلتای سطحی به صورت زیر استفاده کرد.

$$\delta_s = |n| \quad (13)$$

که  $|n|$  اندازه بردار عمود بر سطح تماس است. سطح تماس هوا و آب می تواند توسط یک تابع به نام تابع رنگ<sup>5</sup> تشخیص داده شود. تابع رنگ برای محاسبه بردار نرمال و متعاقباً محاسبه انحنای سطح تماس بکار گرفته می شود. در بیان تقریب ذرهای روش اس پی اج تابع رنگ به صورت زیر بیان می شود:

$$C_a = \sum_b \frac{m_b}{\rho_b} W_{ab} \quad (14)$$

قبل از شروع حل عددی، تابع رنگ برای ذرات آب یک و برای ذرات هوا صفر مفروض می شود. در نتیجه در طول حل عددی دور از سطح تماس آب و هوا، تابع رنگ برای ذرات آب و هوا تقریباً ثابت و به ترتیب برابر یک و صفر باقی میماند، در حالی که در نزدیکی های سطح آزاد و سطح تماس دو سیال تابع رنگ تا حدود  $0.4 \sim 0.5$  افت می شود. می توان بردار نرمال سطح را بر حسب گرادیان تابع رنگ به صورت زیر تخمین زد.

$$n = \nabla C \quad (15)$$

همچنین بردار یکه نرمال هم در ادامه محاسبه می شود.

$$\hat{n} = \frac{n}{|n|} \quad (16)$$

انحنای سطح تماس به صورت دیورزانس بردار یکه نرمال تعریف می شود.

$$\kappa = \nabla \cdot \hat{n} \quad (17)$$

بنابراین بر اساس رابطه های (15) و (17) می توان تقریب عددی بردار نرمال و انحنای را به صورت زیر نوشت [40]:

$$n_a = \sum_b \frac{m_b}{\rho_b} (C_b - C_a) \nabla_a W_{ab} \quad (18)$$

و

$$\kappa = (\nabla \cdot \hat{n})_a = \sum_b \frac{m_b}{\rho_b} (\hat{n}_b - \hat{n}_a) \cdot \nabla_a W_{ab} \quad (19)$$

در نتیجه بر طبق این فرمول بندی، سطح تماس منطقه ای است که مقدار تابع رنگ تغییر زیادی کند. سطح تماس دارای عرض محدودی می باشد. هنگامی که تعداد ذرات به سمت بی نهایت میل کنند، عرض سطح تماس نیز به سمت صفر می گراید. همانطور که اشاره شد در نواحی دور از سطح تماس، تابع رنگ تقریباً ثابت است و در نتیجه هنگامی که رابطه (16) برای ناحیه خارج از سطح تماس استفاده شود، بردارهای  $n$  بسیار کوچک می شوند و این موضوع منجر به مقادیر بسیار بزرگ  $\hat{n}$  و در نتیجه  $\kappa$  می شود. این اتفاق باعث می شود تا جهت ها و مقادیر نیروی کشش سطحی به درستی محاسبه نشود. یکی از راهها برای جبران این نادرستی، فیلتر کردن  $\hat{n}$  به شکل زیر است.

$$N_a = \begin{cases} 1 & , \quad \epsilon > |n| \text{ اگر} \\ 0 & , \quad \text{در غیر اینصورت} \end{cases} \quad (20)$$

می شود و باعث می شود که متغیرهای غیر هموار در جریان نفوذ کرده و انرژی ترم های فرکانس بالا حذف شود. برای وارد کردن تأثیرات لزجت در معادله ممنتوم به روش اس پی اج، موناگان عبارتی تحت عنوان لزجت مصنوعی  $\Pi_{ab}$  را به معادله ممنتوم به صورت زیر اضافه کرد [37]:

$$\frac{du_a}{dt} = - \sum_b m_b \left( \frac{P_a}{\rho_a^2} + \frac{P_b}{\rho_b^2} + \Pi_{ab} \right) \cdot \nabla_a W(r_{ab}) \quad (9)$$

که در آن  $\frac{dr_a}{dt} = u_a$  در واقع ترم دیفیوژن  $\theta$  بیان شده در معادله (2) با ترم لزجت مصنوعی  $\Pi_{ab}$  در گرادیان فشار همسان سازی شده است. ویسکوزیته مصنوعی سبب افزایش پایداری حل عددی شده که به صورت زیر شبیه سازی می شود:

$$\Pi_{ab} = \begin{cases} -\frac{\alpha_{vis} h \bar{c}_{ab}}{\rho_{ab}} \frac{u_{ab} \cdot r_{ab}}{r_{ab}^2 + \eta^2} & , \quad u_{ab} \cdot r_{ab} < 0 \\ 0 & , \quad u_{ab} \cdot r_{ab} \geq 0 \end{cases} \quad (10)$$

پارامتر ثابتی است که در مسائل مختلف می تواند تغییر کند و معمولاً در مسائل هیدرودینامیکی بین [0.01-1] فرض می شود [38].  $\bar{c}_{ab} = \frac{c_a + c_b}{2}$  و  $\rho_{ab} = \frac{\rho_a + \rho_b}{2}$  است و  $c_a$  و  $c_b$  به ترتیب سرعت های صوت ذره  $a$  و  $b$  است.  $h$  طول هموارساز و همچنین  $\eta = 0.01 h^2$  سبب جلوگیری از واگرایی حل عددی در شرایطی که دو ذره به هم نزدیک می شوند، می گردد.

## 2- کشش سطحی

همانطور که قبلاً بدان اشاره شد، در این مقاله برای حل عددی از کد مت بن باز اسفیریکس استفاده شده است [23]. به دلیل اینکه این کد مت بن باز از اثرات کشش سطحی صرفنظر کرده، در نتیجه در این تحقیق این کد با افزودن اثرات کشش سطحی توسعه داده است. برای مدل سازی اثرات کشش سطحی در قالب روش اس پی اج تلاش هایی صورت گرفته است که اکثر آنها از روش نیروی سطحی پیوسته<sup>1</sup> استفاده کرده اند [39]. در این روش کشش سطحی به عنوان یک نیروی جرمی در یک ناحیه نازک در نزدیکی سطح تماس دو سیال در نظر گرفته می شود. این روش این امکان را می دهد تا نیازی به اعمال محدودیت در هندسه جریان نباشد. موریس [40] بر اساس همین تئوری نیروی سطحی پیوسته، روشی را برای مدلسازی کشش سطحی با استفاده از انحنای<sup>2</sup> سطح تماس و تابع دلتای سطحی<sup>3</sup> ارائه کرد. این متغیرها توسط یک میدان رنگ<sup>4</sup> محاسبه می شوند.

نیروی کشش سطحی به صورت عمودی بر سطح تماس دو سیال اعمال می شود و انرژی سطحی را کاهش می دهد. بر طبق تئوری سی اس اف کشش سطحی  $F_s$  به یک نیرو بر واحد حجم تبدیل می شود.

$$F_s = f_s \delta_s \quad (11)$$

در رابطه (11)،  $\delta$  یک تابع نرمال کننده (تابع دلتای سطحی) است و  $f_s$  نیرو بر واحد سطح به صورت زیر می باشد.

$$f_s = \sigma \kappa \hat{n} \quad (12)$$

که در رابطه بالا  $\sigma$  ضریب کشش سطحی،  $\hat{n}$  بردار یکه عمود بر سطح تماس و  $\kappa$  انحنای سطح تماس هستند. در این روش فرض شده است که کشش سطحی در تمام سیال ثابت و از گرادیان سطح چشم پوشی شده است. نیرو بیان شده در رابطه (12) به صورت عمود بر سطح تماس و بر انحنای محلی عمل می کند. این نیرو، نواحی دارای انحنای زیاد را هموار می کند و

1- Continuum Surface Force (CSF)

2- Curvature

3- Surface Delta Function

4- Color Field

و مقدار  $K$  برای محاسبات یک بعدی، دو بعدی و سه بعدی به ترتیب  $q = \frac{r}{h}$ ,  $\frac{10}{\pi}$ ,  $\frac{2}{3}$  می باشد. این میانیاب تاکنون متداول ترین تابع در مقالات و شبیه سازی های انجام شده به روش اس پی اج بوده است چرا که شبیه تابع میانیاب گوسین می باشد با این تفاوت که دارای ناحیه پشتیبانی کوچکتری است و از نظر حجم محاسباتی مزیت بهتری نسبت به میانیاب گوسین دارد. این تابع توسط وندلند در سال 1995 ارائه شده است [43] و به صورت زیر نوشته می شود:

$$W(r, h) = \frac{\kappa}{h^v} \times \begin{cases} (1+2q)(2-q)^4 & 0 \leq q < 2 \\ 0 & q \geq 2 \end{cases} \quad (28)$$

که مقدار  $K$  برای محاسبات یک بعدی، دو بعدی و سه بعدی به ترتیب  $\frac{3}{4}$ ,  $\frac{7}{8\pi}$  و  $\frac{7}{4\pi}$  می باشد. تابع میانیاب مرتبه پنجم مانند وندلند برای شبیه سازی های عدد رینولدز خیلی پایین موجب پیوستگی پایداری شده در حالی که تابع میانیاب کوبیک نویزهایی را در نتایج سرعت و فشار موجب می شود. تابع میانیاب بهینه برای داشتن دقت و زمان حل عددی مناسب تابع وندلند می باشد.

## 2- شرایط مرزی

اعمال شرایط مرزی در روش اس پی اج هنوز به تکاملی مشابه اعمال شرایط مرزی در روش های مبتنی بر شبکه نرسیده است و احتیاج به تحقیقات بیشتری دارد. برای مثال هنوز نحوه اعمال شرط مرزی جریان ورودی و خروجی به طور کامل مشخص نیست. در این مقاله از روش نیروی دافعه<sup>5</sup> برای اعمال شرایط مرزی استفاده شده است. در این روش، همانند نیروهای بین مولکولی، ذراتی که به عنوان مرز شناخته می شوند نیروهای مرکزی خارجی به ذرات سیال اعمال می کنند. این روش در سال 1999 توسط موناگان و کس [44] با بکارگیری یک فرآیند تقریب زنی بهمود یافت. در سال 2008 راجرز و همکاران [45] برای آسان کردن شرایط مرزی پیچیده و اندرکنش بین ذرات و مرز، این روش را اصلاح کردند. در این روش نیرویی بر ذرات سیال در جهت نرمال سطح وارد می شود که مقدار این نیرو برابر است با:

$$f = nR(\psi)P(\xi)\varepsilon(z, u_{\perp}) \quad (29)$$

که در رابطه (28)  $n$  بیانگر نرمال واحد و  $(\psi)$   $R$  تابع نیروی دافعه برحسب فاصله  $\psi$  است که  $\psi$  خود فاصله عمودی از دیواره مرز می باشد. تابع  $P(\xi)$   $P$  بیانگر این مورد است که وقتی ذرات سیال در بین دو ذرهی مرزی حرکت کند نیرویی که از طرف ذرات مرزی وارد می شود به مقدار ثابت و به موازات ذرات مرزی است. گرایص فاصله قطری ذره بر روی دو ذرهی مرز است. در نهایت  $(z, u_{\perp})$  یک عبارتی است که برای اصلاح روش اولیه پیشنهاد شده توسط موناگان و کس به رابطه نیروی دافعه افزوده شده است که مقدار نیروی وارد را بر حسب عمق محلی سیال و سرعت عمود بر مرز ذرات سیال، تنظیم می کند.

## 2- الگوی جستجوی ذرات

حل مسائل با تعداد ذرات زیاد با استفاده از یک الگوریتم جستجوی معمولی، مدت زمان اجرای برنامه را افزایش خواهد داد. در این تحقیق از الگوریتم جستجوی لیست اتصال<sup>6</sup> استفاده شده است [46]. در این روش مدت زمان برای جستجوی ذرات متناسب با  $N \log N$  می باشد. استفاده از این الگوریتم جستجو نه تنها موجب کاهش مدت زمان لازم برای پردازش شده بلکه حجم

$$\hat{n}_a = \begin{cases} \frac{n_a}{|n_a|} & , \quad N_a = 1 \\ 0 & , \quad \text{در غیر اینصورت} \end{cases} \quad (21)$$

در رابطه (20) معمولاً  $\epsilon$  برابر  $0.01/h$  در نظر گرفته می شود. بنابراین رابطه (19) به صورت زیر اصلاح می شود [40].

$$(\nabla \cdot \hat{n})_a^* = \sum_b \min(N_a, N_b) \frac{m_b}{\rho_b} (\hat{n}_b - \hat{n}_a) \cdot \nabla_a W_{ab} \quad (22)$$

همچنین می توان با نرمال کردن انجنا، به جواب های دقیق تری نیز رسید. رابطه (23) تخمینی مطمئن از انجنا سطح تماس می دهد.

$$\kappa = (\nabla \cdot \hat{n})_a = \frac{\sum_b \min(N_a, N_b) \frac{m_b}{\rho_b} (\hat{n}_b - \hat{n}_a) \cdot \nabla_a W_{ab}}{\sum_b \min(N_a, N_b) \frac{m_b}{\rho_b} W_{ab}} \quad (23)$$

در نتیجه رابطه نهایی برای شتاب ناشی از نیروهای کشش سطحی  $a_s$  و معادله نهایی ممنتوم به صورت زیر نوشته می شوند:

$$(a_s)_a = -\frac{\sigma_b}{\rho_a} (\nabla \cdot \hat{n})_a n_a \quad (24)$$

$$\frac{du_a}{dt} = -\sum_b m_b \left( \frac{P_a}{\rho_a^2} + \frac{P_b}{\rho_b^2} + \Pi_{ab} \right) \cdot \nabla_a W(r_{ab}) + (a_s)_a + g \quad (25)$$

## 2- معادله حالت

نحوه اعمال تراکم ناپذیری در روش های عددی بسیار مورد بحث و چالش بوده است. دلیل این امر را می توان نبود معادله جdagانه برای فشار در سیال های تراکم ناپذیر دانست. اگر بخواهیم برای شبیه سازی جریان های تراکم ناپذیر مانند جریان آب، همچنان از معادله حالت استفاده کنیم، اندازه قدمهای زمانی برای ارضاء شرط کورانت یا سی اف ال<sup>1</sup> بسیار کوچک می شود که عملای شبیه سازی را غیرممکن می سازد. برای رفع این مشکل از یک معادله حالت مصنوعی استفاده می شود. در این معادله سرعت صوت باید به اندازه کافی پایین باشد تا محاسبات بر مبنای آن امکان پذیر باشد و به اندازه کافی بالا باشد تا شرط تراکم ناپذیری خدشه دار نشود؛ تغییرات چگالی از محدوده مشخصی (یک درصد) فراتر نرود. هدف معرفی تراکم پذیری جریان تراکم ناپذیر در هر گام زمانی، از معادله حالت تیت [41] در این الگوریتم استفاده می شود:

$$P = B \left[ \left( \frac{\rho}{\rho_0} \right)^{\gamma} - 1 \right] \quad (26)$$

مقدار  $\gamma$  برای مایع معمولاً 7 و برای هوا 1.4 در نظر گرفته می شود. متغیر  $\rho_0$  چگالی مرجع و  $B$  ضریب ثابتی است که به صورت  $\frac{\rho_0 c_0}{\gamma}$  اختیار می شود که در آن  $c_0$  سرعت عددی صوت می باشد.

## 2- تابع میانیاب

کارایی روش اس پی اج به انتخاب تابع میانیاب بسیار وابسته است چرا که نحوه تقریب متغیرها به رفتار میانیاب بستگی دارد. در این تحقیق از دو تابع میانیاب اسپلین مکعبی<sup>3</sup> و وندلند<sup>4</sup> استفاده شده است. تابع میانیاب اسپلین مکعبی یک چندجمله ای به صورت زیر می باشد [42]:

$$W(r, h) = \frac{\kappa}{h^v} \times \begin{cases} \left( 1 - \frac{3}{2}q^2 + \frac{3}{4}q^3 \right) & , \quad q \leq 1 \\ \frac{1}{4}(2-q)^3 & , \quad 1 < q < 2 \\ 0 & , \quad q \geq 2 \end{cases} \quad (27)$$

1- Courant-Friedrichs-Lowy (CFL)

2- Poisson

3- Cubic Spline

4- Wendland

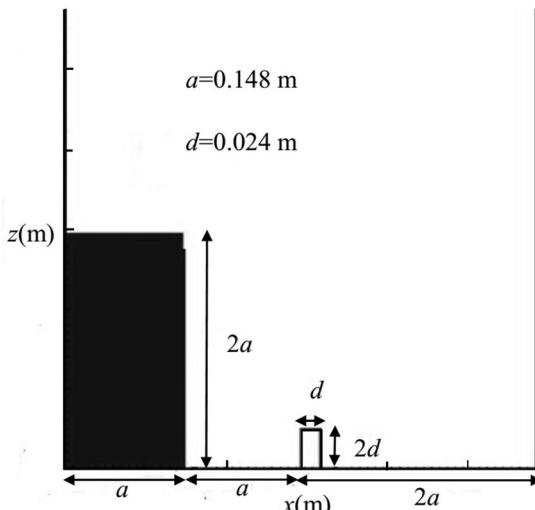


Fig. 2 Geometry of dam-break with obstacle problem

شکل 2 هندسه مساله شکست سد با مانع

جريان شکست سد با مانع را با تابع میانیاب وندلن و اسپلین مکعبی مشاهده کرد، به صورتی که تطابق نسبتاً خوبی بین حل عددی به وسیلهٔ تابع میانیاب‌های وندلن و اسپلین وجود دارد. این تطابق تا زمان 0.3 ثانیه بسیار زیاد است اما مشهودترین تفاوت در نیمه دوم زمانی (0.3 - 0.6) ثانیه جداشدن بیشتر ذرات آب در ارتفاع‌های بالای سد برای تابع میانیاب وندلن است. همانطور که در شکل 3 مشاهده می‌شود، در زمان 0.1 ثانیه لایه نازکی از آب به مانع جلوی سد رسیده است. در زمان 0.2 ثانیه آب سد با مانع روپرورد می‌شود و در گوشه بالایی و سمت چپ مانع زبانه و انحنایی از مایع تشکیل می‌شود. در زمان 0.3 ثانیه زبانه و انحنایی آب به حرکت خود ادامه داده و انحنای بیشتری به خود می‌گیرد. در حل‌های عددی با تابع میانیاب وندلن و همچنین در حل قاسمی دیده می‌شود که ذراتی از آب از انتهای انحنای جدا شده‌اند. در حالی که حل عددی با تابع میانیاب اسپلین نتوانسته این جدایش را مدل کند. در زمان 0.4 ثانیه بخشی از آب به دیواره روپروری (سمت راست) برخورد کرده و شروع به پایین آمدن می‌کند و به کف طرف برخورد می‌کند. همچنین در زمان 0.5 ثانیه قطرات جدا شده بیشتری از انتهای اینحنای آب در نتایج قاسمی و تابع وندلن دیده می‌شود. به دلیل صرفنظر کردن از وجود هوا در خارج از جریان اصلی و تاثیر مقاومت سیال هوا، نمی‌توان اندازه حباب‌های تشکیل شده در داخل آب را به طور دقیق شبیه سازی کرد. همانطور که در زمان 0.6 ثانیه مشهود است، حباب ایجاد شده درون جریان آب در دو روش عددی از نظر اندازه با هم تفاوت دارند که می‌توان این اختلاف را ناشی از استفاده شرط مرزی سطح آزاد توسط قاسمی دانست. در نهایت می‌توان گفت که شبیه سازی جریان تک فازی شکست سد با مانع نتایج قابل قبولی را می‌دهد اما استفاده از تابع میانیاب وندلن منجر به حصول نتایج دقیق‌تری می‌شود.

### 3- شکست جریان جت مایع

در شبیه سازی جت از یک مخزن که از ذرات پر شده، به عنوان نازل استفاده شده است. شکل 4 هندسه نازل و ابعاد آن و همچنین قطر اریفیس<sup>4</sup> را نشان می‌دهد. لازم به توضیح است که شکل بزرگ شده در شکل 4 یک نمای نمونه و نه واقعی برای بهتر نشان دادن اریفیس نازل و ذرات اطراف آن

حافظه‌ی جانبی مورد نیاز برای ذخیره ماتریس‌ها را نیز کاهش می‌دهد.

### 2- تعیین گام زمانی

مادامی که گام زمانی به اندازه کافی کوچک باشد تا پایداری و دقت حل عددی حفظ شود، نتایج حاصل از روش اس پی اج وابستگی زیادی به انتخاب الگوریتم زمانی ندارد [47]. در این مقاله از الگوریتم پیش‌بینی - تصحیح<sup>1</sup> معادلات [48] استفاده شده است. تعیین گام زمانی در روش‌های مبتنی بر ذره<sup>2</sup> یک پارامتر کلیدی برای برقراری پایداری در حل مسائل می‌باشد. گام زمانی به ترم نیروهای داخلی و خارجی، شرط سی اف ال و ترم انتشار لزجت پستگی دارد. به منظور اعمال شرایطی که ذرات، تحت تاثیر نیروهای داخلی و خارجی بیش از حد به همسایگان خود نزدیک نشوند داریم:

$$\delta t_f = \min \sqrt{\frac{h}{|f_a|}} \quad (30)$$

که در رابطه بالا  $h$  طول هموارسازی و  $f_a$  نیروی داخلی یا خارجی بر واحد جرم است. ترکیب شرط سی اف ال و گام زمانی ویسکوزیته رابطه (31) را حاصل می‌کند.

$$\delta t_{cv} = \min_a \frac{h}{c_s + \max_b \left| \frac{hu_{ab}r_{ab}}{r_{ab}^2} \right|} \quad (31)$$

در نهایت گام زمانی نهایی  $\delta t$  به صورت زیر تعریف می‌شود که در آن عدد کورانت<sup>3</sup> می‌باشد.

$$\delta t = Cr \min(\delta t_f, \delta t_{cv}) \quad (32)$$

عدد کورانت برای حفظ دقت حل عددی باید به اندازه کافی کوچک باشد. این عدد  $Cr \leq 1 < 0$  می‌باشد. در این تحقیق از عدد کورانت برابر 0.2 استفاده شده است.

### 3- اعتبارسنجی عددی و شکست جت مایع

پس از بیان الگوریتم حل عددی به روش اس پی اج، قبل از شبیه سازی جریان شکست جت مایع، مساله نمونه جریان شکسته شدن سد با مانع برای اعتبار سنجی اولیه، شبیه سازی شده است.

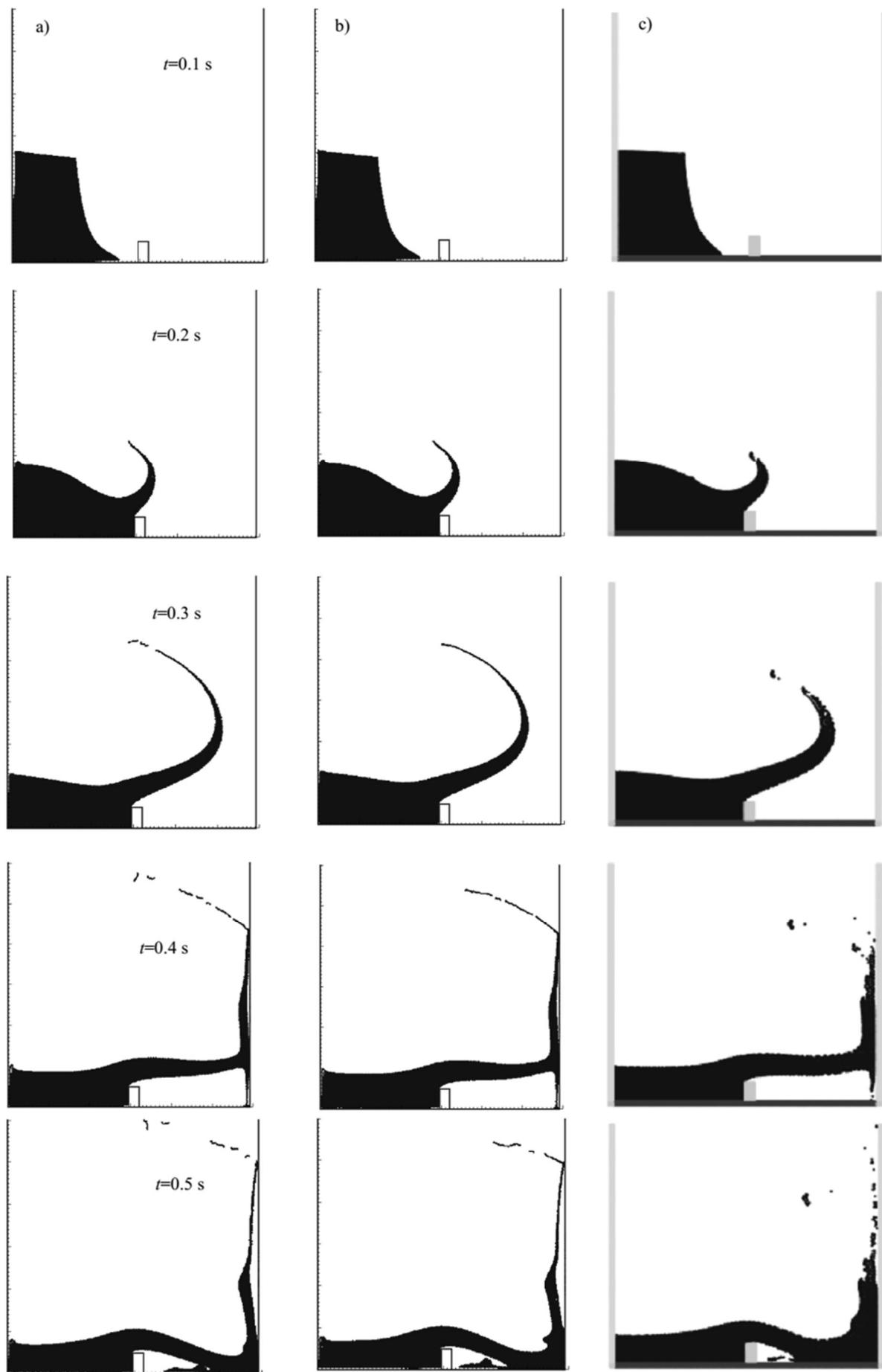
### 1- جریان شکسته شدن سد با مانع

هندسه مساله شکست سد را می‌توان در شکل 2 مشاهده کرد. این مساله توسط اندازه عرض جریان سد  $a$  بی بعدسازی شده است. ارتفاع سد به اندازه دو برابر عرض سد می‌باشد و همچنین مانع در مسیر جریان سد نیز با فاصله از سد قرار دارد.  $d$  نیز بیانگر ابعاد مانع است. این مساله با استفاده از روش اس پی اج تراکم ناپذیر توسط قاسمی [49] بررسی شده که از نتایج آن برای تایید صحت عملکرد کد استفاده شده است. لازم به توضیح است که نتایج قاسمی با نتایج تجربی موجود در مرجع [50] اعتبارسنجی شده است. در این شبیه سازی از آب با چگالی 1000 کیلوگرم بر مترمکعب به عنوان سیال استفاده و از فاز دوم (هوا) صرفنظر شده است. تعداد کل ذرات بکارگرفته شده برای این مساله 22803 ذره بوده است. فاصله اولیه ذرات برابر 0.002 متر، گام زمانی برابر 0.0001 ثانیه، سرعت اولیه صوت 17 متر بر ثانیه و ضریب لزجتی نیز 0.3 در نظر گرفته شده است. این مساله با بکارگیری دو تابع میانیاب شبیه سازی شده است. در شکل 3 می‌توان نتایج مدل سازی

1- Predictor-Corrector Scheme

2- Particle-based Methods

3- Courant Number



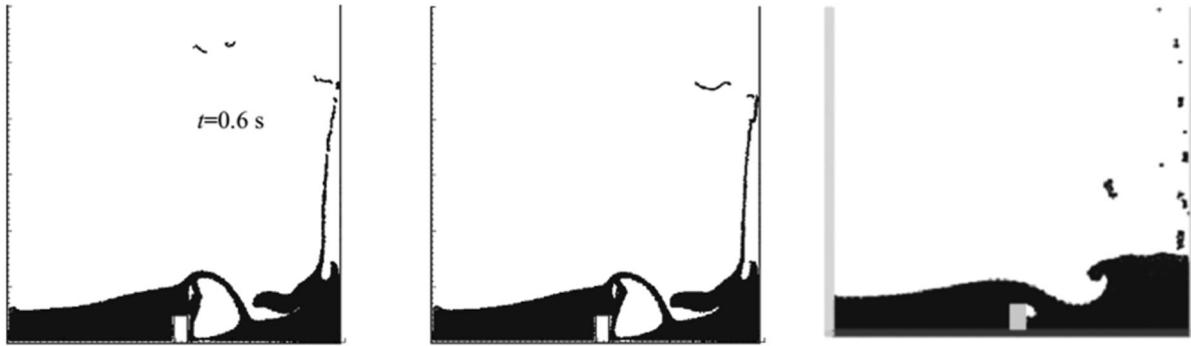


Fig. 3 Comparison of dam-break with obstacle flow for 0.1 to 0.6 s. a) Present work for Wendland kernel b) Cubic spline kernel c) ISPH [49]

شکل 3 مقایسه جریان شکست سد با مانع برای زمان های 0.1 تا 0.6 ثانیه. از چپ به راست به ترتیب a: نتایج تحقیق حاضر برای تابع میانیاب وندلند، b: اسپلین مکعبی، c: نتایج روش اس پی اج تراکم ناپذیر [49]

شکست جت مایع که عبارت است از طول اولین نقطه‌ای که جریان پیوسته جت مایع از هم گستته می‌شود، به تدریج قطر جت کم شده [19] و نهایتاً در زمان  $t=0.78$  s جریان جت پیوسته از نقطه‌ای شکسته می‌شود که در شکل 5 با عنوان طول شکست ( $L$ ) مشخص شده است که مقدار این طول بر حسب قطر اریفیس بی بعد سازی شده است. همچنین همان طور که مشاهده می‌شود پس از خروج جت از نازل به دلیل اثرا کشش سطحی مایع، قطره در حال تشکیل است که اندازه آن حدود 1.98 برابر قطر اریفیس می‌باشد. براساس تئوری شکست رژیم ریلی، قطر قطره تشکیل شده حدود 1.89 برابر قطر اریفیس تخمین زده شده است که با شبیه سازی انجام شده در این تحقیق همخوانی دارد. به علت استفاده از شرط مرزی نیروی دافعه برای دیوارهای نازل و در نتیجه اندرکنش ذرات مرزی و ذرات مایع در دهانه اریفیس، اندکی تقارن جریان جت در حل دو بعدی تحت تاثیر قرار گرفته است. همچنین نوسانات فشاری نیز در این عدم تقارن موثر هستند. شبیه سازی‌ها برای چهار سرعت مختلف و برای دو تابع میانیاب انجام شده است. برای مقایسه نتایج طول شکست به اعداد بی بعد نیازمند هستیم که در ادامه به تعریف این اعداد بی بعد پرداخته شده است.

$$We = \frac{\rho_0 u_0^2 R}{\sigma} \quad (33)$$

$$Re = \frac{\rho_0 u_0 R}{\mu} \quad (34)$$

$$Oh = \frac{\sqrt{We}}{Re} \quad (35)$$

$$Fr = \frac{u_0}{\sqrt{g D_0}} \quad (36)$$

روابط مذکور (36-33) به ترتیب بیانگر عدد ویر، رینولدز، اهنسرج<sup>1</sup> و فرود<sup>2</sup> هستند. همچنین در این روابط  $R$  و  $D_0$  شاعر و قطر اریفیس،  $u_0$  سرعت اولیه جت،  $\rho_0$  چگالی مایع،  $\mu$  لزجت دینامیکی مایع،  $\sigma$  ضریب کشش سطحی و  $g$  شتاب گرانش می‌باشند. در رابطه (33) عدد ویر، We، بیانگر نسبت نیروی اینرسی بر کشش سطحی و در رابطه (34) عدد رینولدز، Re، برابر نسبت نیروی اینرسی بر نیروی لزجت است. نسبت عدد ویر و رینولدز، عدد بی بعد اهنسرج، Oh، را نشان می‌دهند (رابطه (35) که بیانگر نسبت نیروهای لزجتی بر کشش سطحی است. عدد فرود، Fr، در رابطه (36) نیز نسبت نیروهای اینرسی به گرانشی را نشان می‌دهد. در جدول 1 مشخصات جریان و همچنین طول های شکست به دست آمده به وسیله دو تابع میانیاب

می‌باشد. تمامی ابعاد با استفاده از قطر اریفیس بی بعدسازی شده است تا بتوان درک درست تری از ابعاد این نازل داشت. بنابراین نسبت منظری (ارتفاع نازل به قطر اریفیس) نازل در این تحقیق 15 می‌باشد که با توجه به این تفاوت در انجام شده نسبت منظری بین 4 الی 20 در تحقیقات گذشته مرسم بوده است. البته واضح است که می‌توان نسبت منظری نازل را برای وجود ذرات بیشتر افزایش داد اما این موضوع زمان محاسباتی را به شدت افزایش می‌دهد. در این مقاله شبیه سازی همانند مساله شکست سد با مانع برای دو تابع میانیاب اسپلین مکعبی و وندلند انجام شده است و هدف اصلی به دست آوردن طول شکست جت مایع می‌باشد. برای شبیه سازی جت تک فازی (صرفنظر کردن فاز هوا) از معادلات استاندارد روش اس پی اج استفاده شده است. قطر اولیه نازل  $D_0 = 0.01$  m، لزجت دینامیکی آب  $A = 1000$  kgm<sup>-1</sup>s<sup>-2</sup>،  $\sigma = 72$  mN/m،  $\rho_0 = 1000$  kg/m<sup>3</sup>،  $\mu = 0.001$  μm<sup>2</sup> و  $g = 9.81$  m/s<sup>2</sup> است. تعداد کل ذرات بکار گرفته شده برای این مساله 80175 ذره بوده است. شکل 5 شبیه سازی جت تک فاز برای آب را نشان می‌دهد. روند جریان جت آب با سرعت اولیه  $u_0 = 0.25$  m/s با گذر زمان در این شکل دیده می‌شود. این حالت از جریان جت به وسیله تابع میانیاب وندلند حل شده است. همچنین برای وضوح بیشتر، دو نمای بزرگ شده از لحظه‌ی شکست جت مایع نیز در قسمت پایین شکل 5 آورده شده است. با توجه به تعریف طول

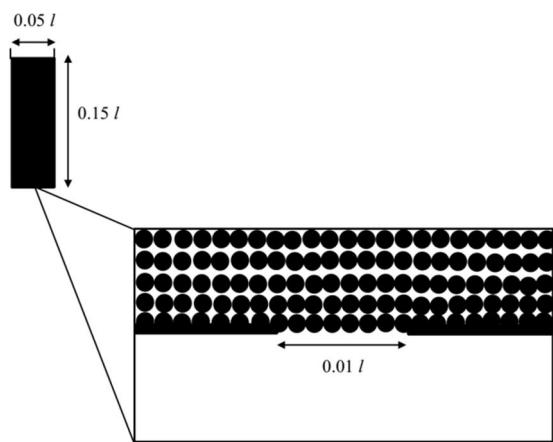
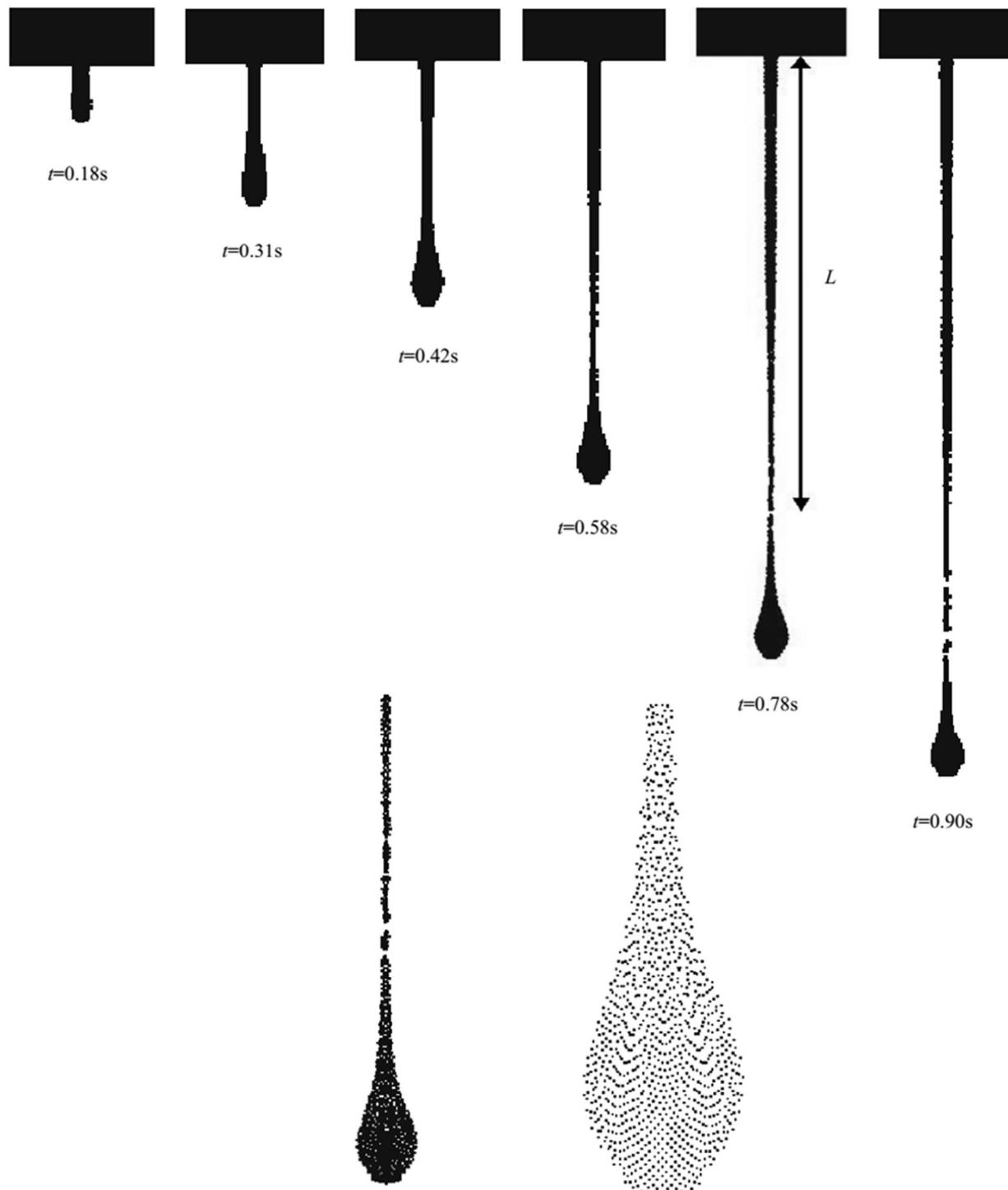


Fig. 4 Jet geometry and solution domain for one-phase jet flow simulation in Rayleigh regime

شکل 4 هندسه جت و دامنه حل برای شبیه سازی جت تک فازی برای رژیم ریلی

1- Ohnesorge  
2- Froude



**Fig. 5** Up: Liquid jet flow evolution in time for  $u_0=0.25$  m/s. Breakup of liquid jet occurs in the instant  $t=0.78$  s with  $L/d=28.10$ . Down: Fine resolutions of liquid jet breakup

شکل ۵ بالا: روند حریان جت مایع با گذر زمان برای  $u_0=0.25$  m/s و  $L/d=28.10$  در زمان  $t=0.78$  s شکست جت مایع نمایان می‌شود. پایین: نمایه‌ای بزرگ شده از لحظه شکست جت مایع

همانطور که در جدول ۱ مشاهده می‌شود، طول شکست با استفاده از هر دوتابع میانیاب مقادیر قبل قبولی در مقایسه با رابطه تجربی داده اند اما تابع وندلند دارای مقادیر طول شکست نزدیکتری نسبت به رابطه تجربی دارد و در نتیجه خطای کمتری را در تمامی شبیه سازی‌های حریان جت منجر می‌شود. همچنین با توجه به عدد رینولدزها، حریان جت در رژیم حریان آرام قرار دارد. لازم به توضیح است که با توجه به معادله (10) مقدار لزجت برای

اسپلائین و وندلند آورده شده است. برای اعتبار سنجی طول‌های شکست محاسبه شده، این طول‌ها با رابطه تجربی (37) که طول شکست بر قطر اریفیس بر اساس اعداد بی بعد می‌باشد [51]، مقایسه شده است که در ستون آخر جدول ۱ مقادیر آن آورده شده است.

$$\frac{L}{D_0} = 13\sqrt{\text{We}}(1 + 30h) \quad (37)$$

هیدرودینامیک ذرات هموار پرداخته شد. بدین منظور، ابتدا معادلات حاکم بر جریان براساس روش اس پی اج گسسته سازی شد و با توسعه کد متن باز اس芬زیکس، الگوریتم بیان شده به وسیله مساله شکست سد با مانع مورد اعتبارسنجی قرار گرفت. در نهایت جریان جت مایع شبیه سازی و طول شکست مایع برای رژیم جریان ریلی در اعداد رینولدز کمتر از 1200 برای دو تابع میانیاب وندلن و اسپلین مکعبی محاسبه شد. نتایج حاصله با استفاده از هر دو تابع میانیاب دارای دقت قابل قبولی بود، گرچه طول شکست بدست آمده با استفاده از تابع میانیاب وندلن دارای دقت بهتر و خطای کمتری نسبت به تابع میانیاب اسپلین مکعبی در مقایسه با رابطه تجربی بود.

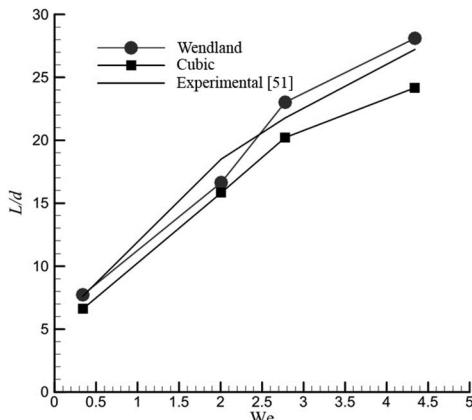


Fig. 7 Variation of liquid jet breakup length with Weber number for spline and Wendland kernels in comparison to experimental correlation

شکل 7 تغییرات طول شکست جت مایع بر حسب عدد وبر برای دو تابع میانیاب اسپلین و وندلن در مقایسه با رابطه تجربی

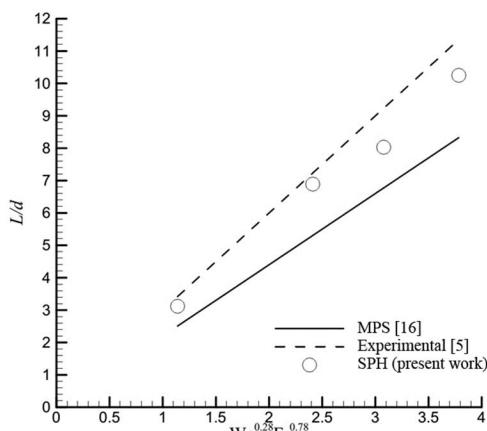


Fig. 8 Comparison of SPH jet breakup lengths with MPS [16] and experimental results [5]

شکل 8 مقایسه طول شکست جت با استفاده از روش اس پی اج با نتایج ام بي اس و تجربی

نقاط مختلف جریان متفاوت است اما این تغییرات کمتر از 5% بوده و می‌توان با تقریب خوبی عدد رینولدز را محاسبه کرد [19]. در این تحقیق هنگامی که فاصله دو ذره در امتداد جریان جت بیشتر از  $1.5h$  شود، به عنوان معیار نقطه شکست جت مایع در نظر گرفته شده است. چرا که در این فاصله ذرات روی هم تأثیری نمی‌گذارند و ذرات وقتی این فاصله را از هم داشته باشند، دیگر مجدداً به هم متصل نمی‌شوند بنابراین شکست رخ داده است. شکل‌های 6 و 7 به ترتیب تغییرات طول شکست جت مایع را بر حسب عدد رینولدز و عدد وبر برای دو تابع میانیاب اسپلین و وندلن و همچنین رابطه تجربی (37) نشان می‌دهند. در این نمودارها طول شکست با افزایش عدد رینولدز و عدد وبر افزایش یافته است که با توجه به رژیم ریلی این قضیه روند درست نمودارها را نشان می‌دهد. همچنین در این دو نمودار مشهود است که تابع میانیاب وندلن طول شکست بلندتر و دقیقتری را نسبت به تابع میانیاب اسپلین مکعبی محاسبه کرده است. در شکل 8 نتایج حاصل از روش اس پی اج با روش ام بي اس [16] و نتایج تجربی [5] مقایسه شده است. همانطور که قبله بیان شد، شبیاتا و همکاران مسئله شکست جت مایع را با روش اس پی اج شبیه سازی کرده اند اما از اثرات نیروی لزجتی صرفنظر کرده‌اند. بنابراین برای مقایسه نتایج روش اس پی اج، در این حالت ما نیز با صرفنظر از لزجت، مسئله را دوباره حل کردیم. با توجه به شکل 8 و با توجه به اینکه مدل استفاده شده برای کشش سطحی برای دو روش عددی متفاوت بوده است، همخوانی خوبی بین دو روش عددی و همچنین نتایج تجربی وجود دارد.

#### 4- جمع بندی و نتیجه گیری

در این تحقیق به شبیه سازی پدیده شکست جت مایع با استفاده از روش

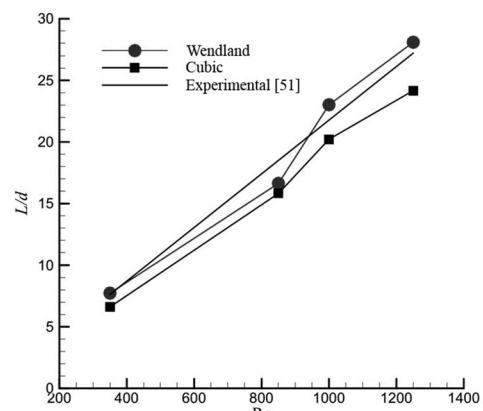


Fig. 6 Variation of liquid jet breakup length with Reynolds number for spline and Wendland kernels in comparison to experimental correlation

شکل 6 تغییرات طول شکست جت مایع بر حسب عدد رینولدز برای دو تابع میانیاب اسپلین و وندلن در مقایسه با رابطه تجربی

جدول 1 مشخصات جریان و طول شکست جت

Table 1 Flow Characteristics and liquid jet breakup length

(%) خطای وندلن	(%) خطای اسپلین	$L/d$ [51]	$L/d$ وندلن	$L/d$ اسپلین	Fr	We	Re	$u_o$ (m/s)	نوع جت
%1	%13	7.62	7.73	6.61	0.22	0.34	350	0.07	1
%10	%14	18.51	16.64	15.83	0.54	2.01	850	0.17	2
%6	%7	21.78	23.02	20.22	0.64	2.78	1000	0.20	3
%3	%11	27.22	28.10	24.17	0.80	4.34	1200	0.25	4

## 6- مراجع

- [1] J. Eggers, E. Villermaux, Physics of liquid jets, *Reports on Progress in Physics*, Vol. 71, No. 3, pp. 1-79, 2008.
- [2] O. Rabinovych, R. Pedrak, I. W. Rangelow, H. Ruehling, M. Maniak, NANOJET as a chemical scalpel for accessing the internal 3D-structure of biological cells, *Microelectronic Engineering*, Vol. 73-74, No. 1, pp. 843-846, 2004.
- [3] T. Han, J. J. Yoh, A laser based reusable microjet injector for transdermal drug delivery, *Journal of Applied Physics*, Vol. 107, No. 3, pp. 103-110, 2010.
- [4] F. P. Ricou, D. P. Spalding, Measurements of entrainment by axisymmetrical turbulent jet, *Journal of Fluid Mechanics*, Vol. 11, No. 1, pp. 21-32, 1961.
- [5] Y. Tanasawa, S. Toyoda, On the atomization of liquid jet issuing from a cylindrical nozzle, *Technology Reports of the Tohoku University*, Vol. 19, No. 2, pp. 135-156, 1955.
- [6] H. S. Park, N. Yamano, Y. Maruyama, K. Moriyama, Y. Yang, J. Sugimoto, Study on energetic fuel-coolant interaction in the coolant injection mode of contact, *Proceeding of 6th International Conference on Nuclear Engineering*, San Diego, May 10-15, ICONE-6091, 1998.
- [7] R. P. Grant, S. Middleman, Newtonian jet stability, *American Institute of Chemical Engineering Journal*, Vol. 12, No. 4, pp. 669-677, 1966.
- [8] M. Saito, K. Sato, S. Imahori, Experimental study on penetration behavior of water jet into freon-11 and liquid nitrogen, *Proceeding of 1988 National Heat Transfer Conference*, Houston, July 24-27, pp. 173-183, 1988..
- [9] N. Kolev, *Multiphase Flow Dynamics 1 & 2*, Second Edition, pp. 305-320, Springer, Berlin, 2002.
- [10] S. Nukiyama, Y. Tanasawa, An experiment on the atomization of liquid (3rd Report, On the distribution of the size of droplets), *Transactions of the Japan Society Mechanical Engineers*, Vol. 5, No. 1, pp. 131-135, 1939.
- [11] K. Moriyama, Y. Maruyama, H. Nakamura, A simple evaluation method of the molten fuel amount in a premixing region of fuel-coolant interactions, *Journal of Nuclear Science and Technology*, Vol. 39, No. 1, pp. 53-58, 2002.
- [12] K. Vierow, Development of the VESUVIUS module-molten jet breakup modeling and model verification, *Proceeding of OECD/CSNI Specialists Meeting on Fuel-Coolant Interactions*, Tokai, May 19-21, pp. 541-566, 1997.
- [13] M. Herrmann, Detailed simulations of the breakup process of turbulent liquid jets in subsonic crossflows, *Proceeding of 11th Triennial International Annual Conference on Liquid Atomization and Spray Systems*, Vail, Colorado, USA, 2009.
- [14] O. Desjardins, Detailed numerical investigation of turbulent atomization of liquid jets, *Proceeding of 11th Triennial International Annual Conference on Liquid Atomization and Spray System*, Vail, Colorado, USA, 2009.
- [15] J. R. Richards, A. M. Lenhoff, A. N. Beris, Dynamic breakup of liquid-liquid jets, *Physics of Fluids*, Vol. 6, No. 8, pp. 2640-2655, 1994.
- [16] K. Shibata, S. Koshizuka, Y. Oka, Numerical analysis of jet breakup behavior using a particle method, *Journal of Nuclear Science and Technology*, Vol. 41, No. 7, pp. 715-722, 2004.
- [17] S. Ganzenmüller, A. Nagel, S. Holtwick, W. Rosenstiel, H. Ruder, Object-oriented sph-simulations with surface tension, *High Performance Computing in Science and Engineering*, Vol. 06, No. 1, pp. 69-82, Springer, Berlin Heidelberg, 2007.
- [18] T. Takashima, T. Ito, M. Shigeta, S. Izawa, Y. Fukunishi, Simulation of liquid jet breakup process by three-dimensional incompressible SPH method, *Proceeding of 7th International Conference on Computer Fluid Dynamics (ICCFD7)*, Big Island, Hawaii, July 9-13, 2012.
- [19] F. V. Siroткин, J. J. Yoh, A new particle method for simulating breakup of liquid jets, *Journal of Computational Physics*, Vol. 231, No. 4, pp. 1650-1674, 2012.
- [20] C. Hoefer, S. Braun, R. Koch, H. J. Bauer, Multiphase flow simulations using the meshfree smoothed particle hydrodynamics method, *ICCLASS 2012, Proceeding of 12th Triennial International Conference on Liquid Atomization and Spray Systems*, Heidelberg, Germany, September 2-6, 2012.
- [21] C. Hoefer, R. Koch, H. J. Bauer, Development of a smoothed particle hydrodynamics code for the numerical prediciton of primary atomization of fuel injecting nozzles, *Proceedings of the 5th International SPHERIC Workshop*, Manchester, UK, June 23-25, 2010.
- [22] C. Hoefer, S. Braun, R. Koch, H. J. Bauer, Modeling spray formation in gas turbines—A new meshless approach, *Journal of Engineering for Gas Turbines and Power*, Vol. 135, No. 1, pp. 1-8, 2013.
- [23] M. Gómez-Gesteira, A. J. C. Crespo, B. D. Rogers, R. A. Dalrymple, J. M. Dominguez, A. Barreiro, SPHysics - development of a free-surface fluid solver- Part 2: Efficiency and test cases, *Computers & Geosciences*, Vol. 48, No. 1, pp. 300-307, 2012.
- [24] R. A. Gingold, J. J. Monaghan, Smoothed particle hydrodynamics: Theory & application to non-spherical stars, *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society*, Vol. 181, No. 1, pp. 375-389, 1977.
- [25] R. A. Gingold, J. J. Monaghan, Kernel estimates as a basis for general particle methods in hydrodynamics, *Journal of Computational Physics*, Vol. 46, No. 1, pp. 429-453, 1982.
- [26] L. Libersky, A. G. Petschek, Smooth particle hydrodynamics with strength of materials advances in free Lagrange methods, *Lecture Notes in Physics*, Vol. 395, No. 1, pp. 248-257, 1991.
- [27] Sh. J. Cummins, M. Rudman, An SPH projection method, *Journal of*

## 5- فهرست علائم

شتاب کشش سطحی (ms <sup>-2</sup> )	a
ضریب ثابت معادله حالت تیت	B
سرعت صوت (m/s)	c
تابع رنگ	C
عدد کورانت	Cr
قطر نازل (m)	D
نیروی کشش سطحی بر واحد سطح (N)	f
نیروی کشش سطحی (N)	F
عدد فرود	Fr
شتاب گرانشی (ms <sup>-2</sup> )	g
طول هموارسازی (m)	h
پارامتر بی بعد کننده ابعاد جت (m)	l
طول شکست مایع (m)	L
جرم (kg)	m
بردار عمود بر سطح تماس	n
عدد اهنرسج	Oh
(Pa)	P
نسبت اندازه بردار مکان به طول هموارسازی	q
بردار مکانی هر ذره	r
شعاع نازل (m)	R
عدد رینولدز	Re
بردار سرعت (ms <sup>-1</sup> )	u
عدد ویر	We
علائم یونانی	
ضریب لزحتی	α
نسبت ظرفیت گرمایی	γ
تابع نرمال کننده سطح	δ
انحنای سطح تماس	κ
لزحت دینامیکی (kgm <sup>-1</sup> s <sup>-1</sup> )	μ
لزحت مصنوعی	Π
چگالی (kgm <sup>-3</sup> )	ρ
ضریب کشش سطحی	σ
گرادیان	∇
متغیر دلخواه	ϕ
ناحیه پشتیبانی تابع میانیاب	Ω
زیرنویس‌ها	
ذره دلخواه	a
ذره دلخواه	b
دو ذره دلخواه در اندرکنش	ab
ترکیب زمانی شرط کورانت و لزحتی	cv
نیروی داخلی یا خارجی	f
اولیه	o
سطح	s
لزحت	vis

- surface tension, *Journal of Computational Physics*, Vol. 100, No. 2, pp. 335–354, 1992.
- [40] J. P. Morris, Simulating surface tension with smoothed particle hydrodynamics, *International Journal for Numerical Methods in Fluids*, Vol. 33, No. 3, pp. 333-353, 2000.
- [41] G. K. Batchelor, Introduction to fluid dynamics, *Cambridge University Press*, pp. 203-206, 1974.
- [42] J. J. Monaghan, J. C. Lattanzio, A refined particle method for astrophysical problems, *Astronomy and Astrophysics*, Vol. 149, No. 1, pp. 135-143, 1985.
- [43] H. Wendland, Piecewise polynomial, positive definite and compactly supported radial functions of minimal degree, *Advances in Computational Mathematics*, Vol. 4, No. 1, pp. 389-396, 1995.
- [44] J. J. Monaghan, A. Kos, Solitary waves on a cretan beach. *Journal of waterway, port, coastal, and ocean engineering*, Vol. 125, No. 3, pp. 145-155, 1999.
- [45] D. B. Rogers, R. A. Dalrymple, P. K. Stansby, SPH modeling of floating bodies in the surf zone, *Proceedings of 31th International Conference on Coastal Engineering*, pp. 204-215, 2009.
- [46] E. Clifford, Jr. Rhoades, A fast algorithm for calculating particle interactions in smooth particle hydrodynamic simulations, *Computer Physics Communications*, Vol. 70, No. 3, pp. 478-482, 1992.
- [47] F. A. Rasio, Particle methods in astrophysical fluid dynamics, Y. Hiwatari et al (Ed.), *Proceedings of the 5th International Conference on Computational Physics (ICCP5)*, Kanazawa, October 11-13, pp. 609-621, 2000.
- [48] J. J. Monaghan, On the problem of penetration in particle methods, *Journal of Computational Physics*, Vol. 82, No. 1, pp. 1-15, 1989.
- [49] G. Varnamkhasti, *Simulation of density currents with SPH method*, MSc Thesis, Department of Mechanical Engineering, Sharif University of Technology, Iran, 2010. (in Persian فارسی)
- [50] O. Ubbink, *Numerical prediction of two fluid systems with sharp interfaces*, PhD Thesis, Department of Mechanical Engineering, Imperial College of Science, Technology & Medicine, UK, 1997.
- [51] N. Ashgriz, Handbook of Atomization and Sprays, Theory and Applications, Springer, New York, 2011.
- [28] A. Colagrossi, M. Landrini, Numerical simulation of interfacial flows by smoothed particle hydrodynamics, *Journal of Computational Physics*, Vol. 191, No. 2, pp. 448-475, 2003.
- [29] X. Y. Hu, N. A. Adams, A multi-phase SPH method for macroscopic and mesoscopic flows, *Journal of Computational Physics*, Vol. 213, No. 2, pp. 884-861, 2006.
- [30] X. Y. Hu, N. A. Adams, An incompressible multiphase SPH method, *Journal of Computational Physics*, Vol. 227, No. 1, pp. 264-278, 2007.
- [31] P. Omidvar, P. K. Stansby, B. D. Rogers, Wave body interaction in 2D using smoothed particle hydrodynamics (SPH) with variable Particle Mass, *International Journal for Numerical Methods in Fluids*, Vol. 68, No. 6, pp. 686-705, 2012.
- [32] P. Omidvar, P. K. Stansby, B. D. Rogers, SPH for 3D floating bodies using variable mass particle distribution, *International Journal for Numerical Methods in Fluids*, Vol. 72, No. 4, pp. 427-452, 2013.
- [33] J. J. Monaghan, A. Rafiee, A simple SPH algorithm for multi-fluid flow with high density ratios, *International Journal for Numerical Methods in Fluids*, Vol. 71, No. 5, pp. 537-561, 2013.
- [34] P. Omidvar, H. Norouzi, A. Zarghami, Smoothed particle hydrodynamics for water wave propagation in a channel, *International Journal of Modern Physics C*, Vol. 26, No. 8, pp. 1-20, 2015.
- [35] A. J. C. Crespo, *Application of the smoothed particle hydrodynamics model SPHysics to free-surface hydrodynamics*, PhD Thesis, Departamento De Fisica Aplicada, Universidade De Vigo, 2008.
- [36] R. Issa, *Numerical assessment of the smoothed particle hydrodynamics gridless method for incompressible flows and its extension to turbulent flows*, PhD Thesis, University of Manchester, UK, 2005.
- [37] J. J. Monaghan, Smoothed particle hydrodynamics, *Annual review of astronomy and astrophysics*, Vol. 30, No. 1, pp. 543-574, 1992.
- [38] A. Panizzo, *Physical and numerical modelling of subaerial landside generated waves*, PhD Thesis, Universita Degli Studi di L'Aquila, Italy, 2004.
- [39] J. U. Brackbill, D. B. Kothe, C. Zemach, A continuum method for modelling