ماهنامه علمى پژوهشى





mme.modares.ac.ir

ضرایب شدت تنش مود ترکیبی در ترک موازی با لبه یک نیم صفحه تحت بارگذاری يكنواخت

جواد عليزادهكاكلر^{1*}، جمال خضرى²، على عبدلى²

1- استادیار، مهندسی مکانیک، دانشگاه ارومیه، ارومیه 2- دانشجوی کارشناسیارشد، مهندسی مکانیک، دانشگاه ارومیه، ارومیه

* اروميه، صندوق پستى 1531157561، j.alizadeh@urmia.ac.ir

چکیدہ	اطلاعات مقاله
اگر ترک مرکزی در یک صفحه بینهایت بزرگ تحت بارگذاری یکنواخت (ترک گریفیٹ) به یکی از لبههای اعمال بار نزدیک شود، تبدیل به ترک زیرسطحی میشود. ترکهای زیرسطحی در سازههایی ایجاد میشوند که در معرض پدیده خستگی تماس غلتشی قرار دارند. در این مطالعه ابتدا ضرایب شدت تنش ترک گریفیٹ تحت کشش و برش یکنواخت با استفاده از مدلسازی اجزامحدود محاسبه و با خطای کمتر از 0.1%	مقاله پژوهشی کامل دریافت: 11 آذر 1396 پذیرش: 18 دی 1396 ارائه در سایت: 05 بهمن 1396
است داری تردیده است. سپس طرایب سبت نیس مود تریینی تر ک (پرستینی به ارای عمقانیی محسب با تردیک نمودن ترک به یمی ر لبه های موازی صفحه تعیین شده است. عدم تقارن هندسی نسبت به سطح ترک و کوپلینگ مودهای شکست موجب بروز مودهای برشی و کششی قابل ملاحظه برای ترک زیرسطحی به ترتیب تحت بارهای کششی و برشی میگردد. کوپلینگ مودهای شکست با کاهش عمق ترک افزایش می یابد تا جایی که در نسبت طول به عمق 20 برای ترک، ضرایب شدت تنش ناشی از این پدیده، %69 ضرایب شدت تنش مودهای اصلی می شوند، با برازش دقت بالای تابع درجه سه بر ضرایب شدت تنش مود ترکیبی محاسبه شده، چهار ضریب شکل برای مودهای کششی و	طید <i>وارطن:</i> ضریب شدت تنش ترک گریفیث کوپلینگ مودهای شکست میا
برشی ناشی از کشش و برش یکنواخت ترک زیرسطحی ارائه شده است. روابط صریح ارائه شده برای ضریب شدت تنش، برای استفاده سریع و راحت توسط مهندسان بسیار مفید خواهد بود. مقادیر به دست آمده از این روابط حتی برای بارگذاریهای غیریکنواخت نیز میتواند تقریب خوبی از ضرایب شدت تنش باشد (به خصوص برای طول ترکهای کوتاه که تغییرات بار روی آنها نمیتواند چندان زیاد باشد).	ضریب شکل

Mixed mode stress intensity factors for a crack parallel to the free surface of a half-plane under uniform loading

Javad Alizadeh Kaklar^{*}, Jamal Khezri, Ali Abdoli

ABSTRACT

Department of Mechanical Engineering, Urmia University, Urmia, Iran. *P.O.B. 1531157561Urmia, Iran, j.alizadeh@urmia.ac.ir

ARTICLE INFORMATION

Original Research Paper Received 02 December 2017 Accepted 08 January 2018 Available Online 25 January 2018

Keywords: Stress intensity factor Griffith crack Subsurface crack Coupling of the fracture modes Geometry correction factor

The Griffith crack, a central crack in an infinite plane under uniform loading, is converted to a subsurface one by moving close to a loaded edge of the plane. Subsurface cracks initiate under rolling contact fatigue conditions. In this paper, first, finite element model of the Griffith crack has been developed and validated by calculating stress intensity factors (SIFs) under uniform tension and shear loadings. Then, by moving the crack close to a parallel edge of the plane, mixed mode SIFs of the subsurface crack have been determined for a wide range of the cracks depths. Non-symmetrical geometry with respect to the crack edge causes coupling between fracture modes and so, considerable shear and tension fracture modes under tension and shear loadings, respectively. The ratio of SIF for the coupling mode to the direct mode is creased up to 69% for the length to depth ratio of 20. Also, by fitting third-degree polynomials to the mixed mode SIFs, four geometry correction factors have been obtained for SIFs of subsurface cracks under uniform loadings. These approximate equations can be used easily and efficiently by engineers. Also, the relations can be utilized as a primary estimation for non-uniform loadings, especially when the crack length as well as the load variation along it is small.

زیرسطحی از جمله عیوبی هستند که اغلب در سازههای مبتلا به پدیده خستگی تماس غلتشی مشاهده میشوند. این ترکها در یاتاقانهای غلتشی، چرخدندهها، ریلها و چرخهای فولادی در اثر بروز بیشینه تنش برشی در زیر سطح تماس مىتوانند جوانه بزنند. علاوهبر اين وجود عيوب مادى زيرسطحى و تمرکز تنش ناشی از آنها نیز میتواند عامل ایجاد ترکهای زیرسطحی

نخستین گام در تعیین استحکام سازههای ترکدار و همچنین مطالعه رشد ترک خستگی، محاسبه ضریب شدت تنش ترک است. به جز موارد محدودی که روابط صریح تحلیلی و تقریبی برای آنها وجود دارد، عموماً ضریب شدت تنش ترک با استفاده از حل اجزامحدود مسأله تعیین می گردد. ترکهای

Please cite this article using: J. Alizadeh Kaklar, J. Khezri, A. Abdoli, Mixed mode stress intensity factors for a crack parallel to the free surface of a half-plane under uniform loading, *Modares Mechanical Engineering*, Vol. 18, No. 02, pp. 219-224, 2018 (in Persian)

برای ارجاع به این مقاله از عبارت ذیل استفاده نمایید:

باشد. رشد ترک زیرسطحی در اثر خستگی تماس غلتشی میتواند منجر به جدا شدن تکه ای از ماده سطح قطعه و شکست خطرناک گردد (شکل 1).

پژوهشهای متعددی به تعیین ضریب شدت تنش با استفاده از روشهای عددی، تحلیلی و آزمایشگاهی پرداختهاند [2-4]. مطالعه ترکهای زیرسطحی نیز جایگاه خاصی در میان مقالات مرتبط با مباحث شکست و خستگی دارد. بقینی و همکاران [5] تابع وزن آن را با تحلیل ترک زیرسطحی در نیم صفحه ارائه نمودند. پیچیدگی و تعداد زیاد ضرایب، استفاده از تابع وزن ارائه شده توسط آنها را مشکل می کند. در سال 2013 چن و همکاران [6] اندرکنش ترک زیرسطحی موازی با سطح یک نیم صفحه را با یک نابه جایی مفروض در نزدیکی نوک ترک تحت نیروی تماسی عمودی مورد بررسی قرار دادند. محاسبه ضرایب شدت تنش ترک تحت شرایط مختلف نشان داد که وجود نابهجایی لغزش نسبی سطوح ترک و رشد آن را مهار مینماید. مازو [8,7] در مطالعات خود، رشد ترک زیرسطحی در نیم صفحه را تحت فشار و برش ناشی از تماس غلتشی بررسی نمود. در این بررسیها ضمن ارائه تابع وزن به نسبت سادهتر از تابع وزن بقینی و همکاران [5] از اثر کوپلینگ مودهای شکست در میکرو ترکها صرفنظر شد. علیزاده و قاجار [10,9] ضرایب شدت تنش ترک زیرسطحی بیضوی تحت بارهای یکنواخت کششی و برشی را با استفاده از روش اجزا محدود محاسبه کرده و اثرات نزدیک شدن به سطح نیمفضا را مهم ارزیابی نمودند. دانزلا و همکاران [11] در سال 2015 مکانیزم رشد ترک زیرسطحی در چرخدنده و جدا شدن قسمتی از ماده سطح را به صورت تجربی مورد مطالعه قرار دادند. لزوم لحاظ نمودن یدیده قفل شدن برشی سطوح ترک در تعیین آستانه رشد ترک تحت مود برشی از نتایج مهم این پژوهش بود. همچنین یین و همکاران [12] عمر رشد ترک زیرسطحی در یک چرخدنده را با استفاده از تحلیل در یک نرمافزار اجزا محدود و به کارگیری روش کرنش پلاستیک انباشته تعیین نمودند.

یکی از ابعاد اهمیت ترکهای زیرسطحی بروز پدیده کوپلینگ مودهای شکست است. در اثر این پدیده اعمال بارگذاری مود I یا مود II به ترک زیرسطحی می تواند موجب بروز مود ترکیبی I و II در آن شود. به عبارت دیگر هرگونه میدان جابهجایی نامتقارن (غیرمتقارن برای مود I و غیرپادمتقارن برای مود II) نسبت به سطوح ترک، مودهای شکست ترکیبی را تحت یک مود بارگذاری نتیجه خواهد داد. عامل نامتقارنی میدان جابهجایی می تواند عدم تقارن در هندسه، بارگذاری و یا جنس باشد. در مورد ترک زیرسطحی با توجه به نامتقارنی هندسه سازه نسبت به سطح ترک، پدیده کوپلینگ مودهای شکست و ایجاد مود ترکیبی I و II همواره مشاهده می گردد [5,9]. این پدیده باعث می شود، ترک های زیر سطحی حتی تحت بارگذاری فشاری تماس غلتشی که موجب بسته شدن سطوح ترک می شود نیز رشد نمایند. به عبارت دیگر، رشد ترکهای زیرسطحی تحت شرایط خستگی تماس غلتشی متفاوت از رشد ترکهای زیرسطحی است که عموماً تحت مود I اتفاق مىافتد [13].



Fig. 1 Pitting of the contact surface due to a subsurface crack growth شکل 1 کندگی سطح تماس در اثر رشد ترک زیرسطحی [1]

در این مقاله ابتدا مدل اجزا محدود ترک مرکزی در صفحه بینهایت بزرگ (به ترک گریفیث مشهور است) ایجاد و صحهگذاری می شود و سپس ترک مرکزی به یکی از لبههای موازی با ترک صفحه بینهایت نزدیک می گردد. با حل اجزا محدود، ضرایب شدت تنش ترک زیرسطحی برای عمق های متفاوت ترک تحت کشش و برش یکنواخت به دست میآید. ضمن صحه گذاری مقادیر محاسبه شده، با برازش دقیق، ضریب شکل ترک زیرسطحی تعیین خواهد شد. روابط به دست آمده علاوهبر استفاده سريع و کاربردی توسط طراحان و مهندسان می تواند به عنوان ضرایب شدت تنش مرجع برای استخراج تابع وزن مورد استفاده قرار گیرد. همچنین پدیده کوپلینگ مودهای شکست تحت بارگذاری یکنواخت نیز مورد ارزیابی و مطالعه قرار می گیرد.

2- مدلسازی اجزامحدود 1-2- ترک گریفیث

(2)

اولین مطالعات برای ارائه مفهوم ضریب شدت تنش بیش از نود سال پیش توسط گریفیث انجام شد. او نشان داد که در یک ماده ترد مانند شیشه رشد ترک توسط حاصلضرب تنش دوردست در ریشه دوم طول ترک کنترل می شود. ضریب شدت تنش برای سازههای ترک دار مختلف و تحت بارگذاریهای متفاوت با استفاده از تئوری الاستیسیته قابل تعیین است. رایجترین رابطه برای ضریب شدت تنش ترک مربوط به یک ترک مرکزی به طول 2a در یک ورق بیiهایت بزرگ تحت کشش یا برش یکنواخت و به صورت رابطه (1) است (که به عنوان ترک گريفيث شناخته مي شود) [14].

$K_{\rm I} = \sigma \sqrt{\pi a}$	
$K_{\rm II} = \tau \sqrt{\pi a}$	(1)
که در آن $K_{ m I}$ و $K_{ m I}$ به ترتیب ضرایب شدت تنش مود I و II ترک، و σ و	

به ترتیب تنشهای یکنواخت عمودی و برشی هستند که به لبههای ورق auاعمال مى شوند (شكل 2).

برای سازههایی با هندسههای مشابه، روابط (1) برای ضریب شدت تنش به صورت رابطه (2) قابل اصلاح است.

$$K_{\rm I} = Y_{\rm I} \sigma \sqrt{\pi a}$$

$$K_{\rm II} = Y_{\rm II} \tau \sqrt{\pi a}$$

که در آن YI و YII به ترتیب ضریب شکل بدون بعد مود I و II سازه ترکدار میباشند. در واقع ضرایب شکل برای ترک گریفیث برابر یک میباشند. ضریب شکل مود I ترک لبهای به طول a در ورق نیمه بینهایت، مقدار ثابت 1.12 است. این ضریب بیانگر اثر لبه آزاد ورق بر ضریب شدت تنش ترک است.

مدل سازی اجزا محدود در این مطالعه با استفاده از نسخه 6.13 نرمافزار اجزا محدود آباکوس انجام شده است. همچنین ورق ترکدار همواره به صورت مربعی به طول 2A در نظر گرفته شده است. برای اطمینان از بینهایت بزرگ بودن ابعاد ورق نسبت به طول ترک، ضریب شدت تنش مود I و II ترک برای نسبتهای مختلف طول ورق مربعی به طول ترک (A/a) محاسبه گردید. شکل 3 ضرایب شکل محاسبه شده برای ترک گریفیث به ازای ابعاد مختلف ورق را نشان میدهد.

همان طور که مشهود است اگر طول ورق 40 برابر طول ترک باشد با دقت بسیار خوبی می توان ورق را بی نهایت فرض کرد. به عبارت دیگر اگر طول ورق 40 برابر ترک باشد، خطای ضریب شدت تنش به دست آمده از روش اجزا محدود نسبت به مقادیر تحلیلی برای بارگذاری کششی و برشی به ترتیب برابر با %0.06 و %0.02 است. به این ترتیب می توان نتیجه گرفت که مدل



Fig. 2 Central crack in an infinite plate under uniform tension and shear (Griffith crack)





Fig. 3 Geometry correction factors of the Griffith crack for different ratios of the plate length to crack length

شکل 3 ضریب شکل ترک گریفیث برای مقادیر مختلف نسبت طول ورق مربعی به طول ترک

اجزا محدود برای ترک گریفیث با خطای نسبی کمتر از %0.1 صحهگذاری گردید.

در مدل اجزا محدود جنس ورق به صورت همگن، همسان گرد و با مدول الاستیک و ضریب پوآسون E = 200 GPa و v = 0.3 حاظ شده است. مدلسازی ترک با استفاده از ابزار شکاف^۱ انجام شده است. این ابزار در محل مورد نظر یک جفت گره روی هم تعبیه نموده و امکان فاصله گرفتن آنها از

هم را فراهم میآورد. حول نوک ترک 4 کانتور انتگرال گیر به ترتیب با شعاعهای 0.016*a. 20.028 و 0.034* در نظر گرفته شده است. انتخاب شعاع کوچک برای کانتورهای انتگرال گیر با این هدف بوده است که بتوان ترک را در مدل سازی ترک زیر سطحی به سطح ورق بسیار نزدیک نمود. کل ورق با استفاده از المانهای تنش صفحه ای مرتبه 2 المان بندی شده است. برای کانتور اول حول نوک ترک از المانهای مثلثی منفرد CPS6M است. برای کانتور اول حول نوک ترک را برطرف سازد [15]. بی نهایت بودن تنش در نوک ترک در این المانها با انتقال گره روی نوک ترک به وسط ضلع شعاعی المان منفرد رفع می شود. سایر قسمتها نیز با استفاده از المانهای مربعی CPS8R مش بندی شده است. پس از بررسی همگرایی پاسخ به ازای طول های مختلف المان، ورق با استفاده از 2035 المان به اجزای محدود تقسیم شد (شکل 4).

2-2- ترک زیرسطحی

ترک گریفیث با نزدیک شدن به یکی از لبههای ورق که با ترک موازی است، تبدیل به ترک زیرسطحی می شود (شکل 5). در واقع ترک زیرسطحی با عمق بینهایت همان ترک گریفیث خواهد بود. پس از مدلسازی و صحه گذاری ترک گریفیث تحت بارهای عمودی و برشی با راهبرد مشابه، ترک زیرسطحی با عمق h در ورق نیمه بینهایت مدلسازی می شود (شکل 5). از آن جا که در مدل سازی اجزامحدود ترک زیر سطحی عیناً همانند ترک گریفیث عمل شده و تنها عمق ترک تغییر نموده است؛ بنابراین میتوان از صحت نتایج حل اطمينان داشت. پارامتر بي بعد $\gamma = a/h$ به عنوان شاخص عمق ترک زیرسطحی تعریف میگردد. در این مطالعه اثر سطح آزاد نیمصفحه بر ضرایب شدت تنش ترک زیرسطحی و پدیده کوپلینگ مودهای شکست تحت بارهای $\gamma = \gamma$ عمودی و برشی یکنواخت با مدلسازی و حل ترک زیرسطحی به ازای 0.25, 0.33, 0.5, 0.66, 1, 1.25, 1.66, 2, 2.5, 3.33, 5, 6.66, 10, 12.5, 16.66, 20 مورد مطالعه قرار گرفته است. شکل 6 نسبت طول به عمق مربوط به 6 ترک از 16 ترک مورد بررسی را با مقیاس واقعی نشان میدهد. برای وضوح شکل و قابل تشخیص بودن ترکها، γ مربوط به 10 ترک نشان داده نشده است. بررسی این گستره وسیع از ترکهای زیرسطحی باعث خواهد شد که اولاً نتایج به دست آمده جامع و دقیق باشد. دوم ترک به قدری به سطح نزدیک شده باشد (تا 5% طول خود) که از نتایج حاصل بتوان برای ارزیابی انواع عیوب بسیار نزدیک به سطح در خستگی تماس غلتشی استفاده نمود.

3- ارائه نتایج و بحث پیرامون آنها 3-1- ضرایب شدت تنش ترک زیرسطحی

نتایج حل اجزا محدود ترک زیرسطحی برای 16 نسبت مختلف طول به عمق نتایج حل اجزا محدود ترک زیرسطحی برای 16 نسبت مختلف طول به عمق ترک (γ =0.25, 0.33, 0.5, 0.66, 1, 1.25, 1.66, 2, 2.5, 3.33, 5, 6.66, 20 شده است. برای محه گذاری نتایج به دست آمده از مقادیر ارائه شده در مرجع [5] برای بارگذاری یکنواخت استفاده شده است. مقایسه مقادیر حل حاضر و مرجع [5] در شکل 7 درستی نتایج را تأیید می نماید. به لحاظ کمی نیز میانگین خطای نسبی بین این مقادیر زیر % محاسبه شده است.

همان طور که شکل 7 نشان میدهد، اعمال کشش منجربه بروز مود ترکیبی I و II برای ترک زیرسطحی می شود. همچنین بار برشی یکنواخت نیز باعث ایجاد مودهای I و II در ترک زیرسطحی می گردد؛ بنابراین مودهای

¹ Seem

همان طور که در شکل b-8 مشاهده می شود، اعمال برش یکنواخت منجربه باز شدن نیمی از ترک و بسته شدن نیم دیگر آن می شود. به عبارت دیگر تماس سطوح ترک در حالت برش یکنواخت اتفاق می افتد که لازم است لحاظ شود؛ بنابراین نتایج این مقاله برای برش یکنواخت زمانی معتبر است که کشش



Fig. 7 Comparison of obtained geometry correction factors for subsurface crack by FEM and Ref. [5] under uniform tension and shear [5] ممكل 7 مقايسه ضرايب شكل به دست آمده از حل اجزامحدود با مقادير مرجع [5] براى ترک زيرسطحى تحت كشش و برش يكنواخت



Fig. 8 Representation of different displacement fields on both sides of a subsurface crack, γ =10, and the coupling of fracture modes under a-uniform tension, b- uniform shear

شکل 8 نمایش تفاوت میدان جابهجایی دو طرف سطوح ترک زیرسطحی (10= *۲*) و بروز پدیده کوپلینگ مودهای شکست تحت: الف- کشش یکنواخت، ب- برش یکنواخت



Fig. 4 Finite element model of the Griffith crack, meshing of the crack tip region

شکل 4 مدل اجزامحدود ترک گریفیث، نمایش المانبندی نوک ترک



Fig. 5 Subsurface crack under tension and its finite element model شكل 5 ترك زيرسطحى تحت كشش و مدل اجزامحدود آن



Fig. 6 Real scale representation of the proximity to the surface for the studied subsurface cracks $% \left({{{\bf{F}}_{{\rm{s}}}} \right)$

شکل 6 نمایش نزدیکی ترکهای زیرسطحی مورد مطالعه به سطح با مقیاس واقعی

شکست ترک زیرسطحی به هم وابسته (کوپله) بوده و اعمال هر نوع بارگذاری موجب ایجاد مود ترکیبی در ترک می شود [16]. با نزدیکتر شدن ترک به لبه نیم صفحه (افزایش γ) اثر کوپلینگ مودهای کششی و لغزشی افزایش می یابد. افزایش اثر پدیده کوپلینگ مودهای شکست در اثر افزایش نسبت γ به دلیل بیشتر شدن نامتقارنی هندسی سازه نسبت به سطوح ترک است. به عبارت دیگر با کاهش h (عمق ترک) سفتی قسمت بالای ترک کاهش می یابد، در حالی که سفتی ورق در ناحیه زیر ترک بی نهایت باقی می ماند. تفاوت در سفتی ورق دو طرف ترک منجر به اختلاف مؤلفه های میدان جابه جایی در دو طرف سطح ترک می شود؛ بنابراین با اعمال کشش به ورق، سطح بالایی ترک همزمان با باز شدن، روی سطح پایینی می لغزد. تحت بار برشی، سطح بالایی ترک همزمان با لغزش بر سطح پایینی از آن فاصله می گیرد (شکل 8).

لازم برای باز شدن تمام سطح ترک نیز همزمان با برش یکنواخت اعمال شود. البته با توجه به این که مود I ناشی از کشش یکنواخت بیش از 20 برابر مود I ناشی از کوپلینگ برش یکنواخت است، با کشش بسیار کمی سطوح ترک در برش یکنواخت باز شده و تماس نخواهند داشت.

برای ترک زیرسطحی با $20 = \gamma$ ، ضریب شدت تنش مود I ناشی از كشش يكنواخت، 25.8 برابر ضريب شدت تنش ترك گريفيث است. ضريب شدت تنش مود II ناشی از برش یکنواخت، 73% بیشتر از ضریب شدت تنش ترک گریفیث معادل آن است. علاوهبر این برای هر دو بارگذاری کششی و برشی یکنواخت، ضریب شدت تنش ناشی از پدیده کوپلینگ مودهای شکست 69% ضریب شدت تنش مود بارگذاری است. این سهم از ضرایب شدت تنش ناشی از کوپلینگ که میتواند برای سایر بارگذاریها بیشتر هم شود، ضرورت در نظر گرفتن این پدیده در طراحی و مطالعات خستگی را نشان میدهد.

با توجه به نتایج به دست آمده می توان بیان داشت پدیده کوپلینگ در $\gamma \geq r$ ترکهای زیرسطحی تحت بار کششی و برشی یکنواخت به ترتیب برای 10% و $0.85 \le \gamma \ge 0.85$ و $0.85 \le \gamma \ge 0.75$ ضریب شدت تنش ترک گریفیث می شود. به عبارت دیگر می توان از کوپلینگ مودهای شکست برای ترکی با عمق بیشتر از 1.3 برابر طولش صرف نظر کرد. البته در این حالت نیز تقریب ترک زیرسطحی با ترک گریفیث میتواند کاملاً نادرست باشد. ضریب شدت تنش مود I ترک زیرسطحی تحت کشش یکنواخت به ازای $0.38 \leq \gamma \leq 0.3$ بیش از 1.1 برابر ضریب شدت تنش ترک گریفیث است؛ بنابراین روابط مربوط به ترک گریفیث تنها برای $\gamma < 0.38$ با خطای کمتر از 10% قابل استفاده خواهد بود.

3-2- ضریب شکل ترک زیرسطحی

در این بخش با توجه به جامعیت حل های انجام شده و دقت بالای آن ها، هدف ارائه ضریب شکل مودهای ترکیبی ترک زیرسطحی تحت بارگذاری يكنواخت است. ضريب شكل ترك زيرسطحي بايستي برحسب پارامتر عمق ترک، γ باشد تا بتوان برای تمامی ترکهای زیرسطحی از آن استفاده نمود. پس از انجام بررسیهای اولیه و سعی و خطای لازم، تابع مناسب برای ضریب شكل ترك به صورت رابطه (3) نتيجه شد.

$$Y_{\rm I(II)}^{\sigma_0(\tau_0)} = \sum_{i=0}^{3} B_i \gamma^i$$
(3)

که در آن $Y_{I}^{\sigma_{0}}$ و $Y_{I}^{\sigma_{0}}$ به ترتیب ضریب شکل مود I و II ترک زیرسطحی II الم يكنواخت σ_0 ا $Y_{\mathrm{II}}^{\tau_0}$ و $Y_{\mathrm{II}}^{\tau_0}$ به ترتيب ضريب شكل مود T و Tترک زیرسطحی تحت برش یکنواخت \mathcal{B}_i ، ھا ضرایب ثابت و γ نسبت طول به عمق ترک زیرسطحی است.

ضرایب Bi برای هر دسته از ضرایب شدت تنش با استفاده از برازش در نسخه 2.3.0 نرمافزار کرواکسپرت پروفشنال ٔ تعیین و در جدول 1 ارائه شده است. شکل 9 دقت تابع برازش به دست آمده را در مقایسه با ضرایب شکل ترک زیرسطحی نشان میدهد. با توجه به شکل 9 چندجملهای درجه 3 (رابطه (3)) با دقت بالایی ضرایب شکل ترک را نتیجه میدهد.

برای ارزیابی میزان کارایی رابطه (3) در تعیین ضرایب شدت تنش ترک زیرسطحی، ترکی به طول $n=1~\mathrm{mm}$ و نسبت طول به عمق $\gamma=8$ مورد بررسی قرار می گیرد. نسبت $8=\gamma$ در برازش تابع ضریب شکل ترک زیرسطحی و استخراج ضرایب Bi استفاده نشده است. چهار بارگذاری متفاوت:

جدول 1 ثوابت تابع ارائه شده برای ضریب شکل ترک زیرسطحی تحت کشش و برش يكنواخت

Table 1 Constants of Eq. (3) for geometry correction factors of
subsurface crack under uniform tension and shear

	كشش يكنواخت		برش يكنواخت	
	مود I	مود II	مود I	مود II
B_0	0.7201	-0.3173	0.0083	1.0654
B_1	0.7248	0.3968	0.1658	0.0243
B_2	0.0664	0.0580	-0.0102	0.00097
B_3	-0.0009	-0.0008	0.00024	-0.00003

 σ = 5 MPa – کشش یکنواخت–

 τ =10 MPa و برش یکنواخت همزمان σ =2MPa و σ -

5MPa كشش خطى $\sigma = x+5$ MPa با تنش ميانگين – كشش

5MPa كشش سهموى $\sigma=3x^2+4$ MPa كشش سهموى –

روی سطوح ترک زیرسطحی اعمال و ضرایب شدت تنش مربوطه با استفاده از روش اجزامحدود محاسبه شده است. با توجه به اصل جمع آثار بار اعمالی روی سطوح ترک، همان میدان تنش ناشی از بارگذاری روی مرزهای نیم صفحه ی بدون ترک در محل ترک است [17]. مقایسه ضرایب شدت تنش محاسبه شده با استفاده از روش اجزامحدود و تابع ضریب شکل رابطه (3) در جدول 2 آورده شده است. در واقع برای مواردی که بار اعمالی به ترک یکنواخت نیست، از تنش میانگین برای محاسبه ضریب شدت تنش با استفاده از رابطه (3) استفاده شده است. همچنین، در اثر اعمال بارهای نامتقارن (کشش و برش همزمان و کشش خطی)، ضرایب شدت تنش در هر دو نوک ترک زیرسطحی توسط اجزامحدود متفاوت محاسبه می شود که در جدول 2 ارائه شده است.

همان طور که نتایج نشان می دهد برای بار گذاری یکنواخت، خطای نسبی رابطه (3) زیر %3 است. بنابراین، برای بارگذاری یکنواخت، با دقت بسیار خوبی می توان از ضرایب شکل ارائه شده استفاده نمود. همچنین استفاده از تنش میانگین برای محاسبه ضرایب شدت تنش برای بارگذاری متغیر خطی و غیرخطی مورد نظر نیز دقت مهندسی مناسبی را به خصوص برای ارزیابی اولیه نتیجه می دهد؛ بنابراین ضرایب شکل ارائه شده ابزاری ساده و کارا برای استفاده مهندسان و محققان خواهد بود.

4- نتيجه گيري

در این مطالعه ترک زیرسطحی موازی سطح یک نیم صفحه با استفاده از مدل اجزا محدود صحه گذاری شده مورد تحلیل و بررسی قرار گرفت. ضمن ارزیابی کوپلینگ مودهای کششی و برشی شکست تحت بارگذاری یکنواخت، ضریب شکل ضرایب شدت تنش به صورت تابعی از نسبت طول به عمق ترک ارائه شد. نشان داده شد که قابلیت ضرایب شکل ارائه شده برای محاسبه ضرایب شدت تنش ترک تحت بارهای یکنواخت بسیار خوب و برای بارهای غیریکنواخت مناسب است. روابط ارائه شده برای ضرایب شکل مود I و II ترک زیرسطحی تحت کشش و برش یکنواخت، ابزار سادهای برای تعیین ضرایب شدت تنش با دقت مناسب در اختیار قرار میدهد (حتی تحت بارگذاریهای غیریکنواخت به خصوص برای ترکهای کوچک). علاوهبر این نتايج اين مطالعه مىتواند به عنوان ضرايب شدت تنش مرجع براى استخراج توابع وزن ترک زیرسطحی مورد استفاده قرار گیرد.

اثر کوپلینگ مودهای شکست تحت بارگذاری یکنواخت برای عمقهای کمتر از 1.33*a*، بیش از 10% تعیین شد؛ بنابراین در عمق هایی کمتر از این مقدار، بایستی اثر این پدیده در محاسبات لحاظ گردد. با کاهش عمق ترک،

5

¹ Curve Expert Professional



Fig. 9 Fitting of third-degree of polynomial on the geometry correction factors of subsurface crack under uniform tension and shear **شکل 9** برازش چندجملهای درجه 3 روی ضرایب شکل ترک زیرسطحی تحت کشش و برش یکنواخت

 $\gamma = 8$ و a = 1mm و a = 1mm c و a = 1**Table 2** SIFs for a subsurface crack, a = 1 mm and $\gamma = 8$

	بار گذاری (MPa)	اجزامحدود	رابطه (3)	خطای نسبی (%)
<i>K</i> _I (MPa mm ^{1/2})	$\sigma = 5$	91.6	91.3	0.3
	$\tau = 10, \sigma = 2$	50.5, 22.8	50.8, 22.2	0.6, 2.6
	$\sigma = x+5, (\sigma_{ave} = 5)$	87.5, 96.1	91.3	4.3, 5.0
	$\sigma = 3x^2 + 4$, ($\sigma_{ave} = 5$)	86.9	91.3	5.0
	$\sigma = 5$	55.0	54.6	0.7
<i>K</i> _{II} (MPa mm ^{1/2})	$\tau = 10, \ \sigma = 2$	44.9, 1.0	45.5, 1.3	1.3,
	$\sigma = x+5$, ($\sigma_{ave} = 5$)	53.3, 56.6	54.6	2.4, 3.5
	$\sigma = 3x^2 + 4,$ ($\sigma_{ave} = 5$)	50.5	54.6	8.1

اثر کویلینگ مودهای شکست تشدید شده و تا 69% مود اصلی برای عمق 0.05*a* افزایش می یابد. تحت بار کششی یکنواخت، اثر سطح آزاد نیم فضا باعث می شود که ضریب شدت تنش مود I ترک زیر سطحی تا 25 برابر ترک گریفیث افزایش یابد. لذا، تخمین ترک زیرسطحی با استفاده از روابط ترک گريفيث صحيح نخواهد بود.

5- فهرست علايم

نصف طول صفحه بینهایت بزرگ A

طول ترک زیرسطحی ثوابت چندجملهای درجه 3 مدول الاستيك (GPa)

عمق ترک زیرسطحی

ضریب شدت تنش ترک (MPa mm^{1/2})

ضريب شكل

علايم يونانى

40

نسبت طول به عمق ترک زیرسطحی ضريب پوآسون تنش عمودي (MPa)

تنش عمودی یکنواخت (MPa)

تنش برشی یکنواخت (MPa)

زيرنويسها

مقدار متوسط

مود I مود II

6- مراجع

- [1] S. Glodež, Z. Ren, Modelling of crack growth under cyclic contact loading, Theoretical and Applied Fracture Mechanics, Vol. 30, No. 2, pp. 159-173, 1998
- [2] S. Chapuliot, Stress intensity factor calculation in sharp and beveled edge nozzle corners, Pressure Vessels and Piping, Vol. 141, No. 1, pp. 11-18, 2016
- P. Livieri, F. Segala, Stress intensity factors for embedded elliptical cracks in [3] cylindrical and spherical vessels, Theoretical and Applied Fracture *Mechanics*, Vol. 86, No. 1, pp. 260-266, 2016. D. Chakraborty, K. S. R. K. Murthy, D. Chakraborty, Experimental
- [4] determination of mode I stress intensity factor in orthotropic materials using a single strain gage, Engineering Fracture Mechanics, Vol. 173, No. 1, pp. 130-145, 2017
- [5] M. Beghini, L. Bertini, V. Fontanari, A weight function for 2D subsurface cracks under general loading conditions, *Engineering Fracture Mechanics*, Vol. 75, No. 3, pp. 427-439, 2008.
- J. Chen, Q. Fang, Y. Liu, Interaction between dislocation and subsurface [6] crack under condition of slip caused by half-plane contact surface normal force, Engineering Fracture Mechanics, Vol. 114, No. 1, pp. 115-126, 2013.
- A. MazzU, A mode II weight function for subsurface cracks in a two-[7] dimensional half-space, Fatigue & Fracture of Engineering Materials & Structures, Vol. 25, No. 10, pp. 911-916, 2002.
- A. MazzÙ, A numerical approach to subsurface crack propagation [8] assessment in rolling contact, Fatigue & Fracture of Engineering Materials & Structures, Vol. 36, No. 6, pp. 548-564, 2013.
- J. Alizadeh K., R. Ghajar, Calculation of mixed mode stress intensity factors for an elliptical subsurface crack under arbitrary normal loading, Fatigue & Fracture of Engineering Materials & Structures, Vol. 38, No. 6, pp. 700-713 2015
- [10] J. Alizadeh, K. R. Ghajar, Coupling of the fracture modes for the subsurface elliptical cracks under uniform shear loading, Modares Mechanical Engineering, Vol. 14, No. 15, pp. 1-10, 2014. (in Persian فارسى)
- [11] G. Donzella, A. Mazzù, C. Petrogalli, Experimental and numerical investigation on shear propagation of subsurface cracks under rolling contact fatigue, Procedia Engineering, Vol. 109, No. 1, pp. 181-188, 2015.
- [12] Y. Yin, Y. X. Chen, L. Liu, Lifetime prediction for the subsurface crack propagation using three-dimensional dynamic FEA model, Mechanical Systems and Signal Processing, Vol. 87, No. 1, pp. 54-70, 2017.
- [13] A. Ekberg, E. Kabo, Fatigue of railway wheels and rails under rolling contact and thermal loading-an overview, Wear, Vol. 258, No. 7, pp. 1288-1300, 2005
- [14] R. I. Stephens, A. Fatemi, R. R. Stephens, H. O. Fuchs, Metal Fatigue in Engineering, Second Edittion, pp. 122-132, New York: Wiley, 2000.
- [15] A. S. Fayed, Numerical analysis of mixed mode I/II stress intensity factors of edge slant cracked plates, Engineering Solid Mechanics, Vol. 5, No. 1, pp. 61-70, 2017.
- [16] T. Fett, Stress Intensity Factors- T-Stresses- Weight Functions, Second Edittion, pp. 30-33, Boston, Computational Mechanics Publications, 2008.
- [17] X. Wang, G. Glinka, Determination of approximate point load weight functions for embedded elliptical cracks, Fatigue, Vol. 31, No. 11-12, pp. 1816-1827, 2009.

20

20

DOR: 20.1001.1.10275940.1397.18.2.39.8