



شبیه‌سازی عددی هدایت حرارتی غیرفوری‌های تأخیر فاز منفرد و دوگانه در شن: تعادل حرارت موضعی

حسین سبحانی¹، عزیز عظیمی^{2*}

1- کارشناس ارشد، مهندسی مکانیک، دانشگاه شهید چمران اهواز، اهواز
2- استادیار، مهندسی مکانیک، دانشگاه شهید چمران اهواز، اهواز
* اهواز، صندوق پستی 157-61355-157 a.azimi@scu.ac.ir

اطلاعات مقاله

یادداشت پژوهشی
دریافت: 13 دی 1395
پذیرش: 06 بهمن 1395
ارائه در سایت: 09 اسفند 1395
کلید واژگان:
انتقال حرارت غیرفوری‌های
مدل تأخیر فاز یگانه
مدل تأخیر فاز دوگانه
انتقال حرارت در شن

چکیده

در سال‌های اخیر مطالعات زیادی در مورد انتقال حرارت غیرفوری‌های در محیط‌های مختلف، از جمله محیط متخلخل انجام شده که نتایج متناقضی در این مورد ارائه شده است. در این مقاله، انتقال حرارت غیرفوری‌های در محیط متخلخل و به‌طور خاص برای شن بررسی شده است. برای این منظور، حل عددی یک مساله هدایت حرارتی غیرفوری‌های با شرط مرزی شار حرارتی پالسی مورد بررسی قرار گرفت که این شرط مرزی برای مدل‌های غیرفوری‌های به‌صورت غیرفوری‌های گسسته‌سازی و اعمال شد. در ابتدا معادله حاکم بر مدل DPL به‌صورت عددی اختلاف محدود صریح حل شد و نتایج آن مورد بحث و بررسی قرار گرفت و با مقادیر آزمایشگاهی مرجع [1] مقایسه شد. البته در روند حل عددی مدل DPL، ابتدا مطالعه شبکه انجام گرفت. همچنین مدل تأخیر فاز یگانه (SPL) به‌صورت عددی صریح حل شد و نتایج آن با نتایج مدل DPL و داده‌های آزمایشگاهی مقایسه شد. در این پژوهش همانند مرجع [1] نشان داده شده است که مدل DPL انتقال حرارت غیرفوری‌های را بسیار بهتر از مدل کاتانو (SPL) مدل می‌نماید.

Numerical simulation of the non-Fourier heat conduction of the single-phased and dual-phased lagging in sand: local thermal equilibrium

Hossein Sobhani, Aziz Azimi*

Department of Mechanical Engineering, Shahid Chamran University of Ahvaz, Ahvaz, Iran
*P.O.B. 61355-157, Ahvaz, Iran, a.azimi@scu.ac.ir

ARTICLE INFORMATION

Research Note
Received 02 January 2017
Accepted 25 January 2017
Available Online 27 February 2017

Keywords:

Non-Fourier heat transfer
Single-Phased Lagging model
Dual-Phased Lagging model
Heat transfer in sand

ABSTRACT

In recent years, various studies about non-Fourier heat transfer in various media including porous media have been performed that have provided contradictory results. In this article, the non-Fourier heat transfer in the porous media, especially the sand has been examined. In this regard, the numerical solution of a non-Fourier thermal conductivity with a pulsed heat flow boundary condition was studied and this condition for the non-Fourier models was discretized and applied in the non-Fourier manner. In this way, first, the governing equation for the DPL model was solved with an explicit finite difference numerical method and its results were studied and compared with the experimental data [1]. However, in the process of numerical solution of the DPL model, the grid study was performed first. Also, the Single-Phased Lagging (SPL) model was solved with an explicit numerical method and its results were compared with the results of the DPL model and the experimental data. In this article, like the reference [1], it has been shown that the DPL model can model the non-Fourier heat transfer considerably better than the Cattaneo's model.

1- مقدمه

در مدل SPL فقط تأخیر زمانی گرمایی (τ_q) برای مدل‌سازی اثرات گذرای انتقال حرارت در مقیاس کوچک¹ (اثرات زمانی) لحاظ می‌شود؛ اما در مدل DPL، علاوه بر این تأخیر زمانی، پارامتر مقیاس بزرگ² تأخیر زمانی دمایی (τ_T) برای مدل نمودن اثر اندرکنش‌های الکترون و فونون در مقیاس کوچک (اثرات مکانی) نیز در نظر گرفته می‌شود. این موضوع بدین دلیل است که در فرآیندهای حرارتی گذرا اثر اندرکنش‌های بین حامل‌های حرارتی پایه

از جمله محیط‌هایی که انتقال حرارت در آن‌ها به‌صورت غیرفوری‌های است می‌توان به فرآیندهای ریخته‌گری، عملیات حرارتی روی لایه‌های نازک فلزات و انتقال حرارت در محیط‌های غیرهمگن همچون مواد متخلخل اشاره نمود. بر همین اساس استفاده از انتقال حرارت غیرفوری‌های به‌جای استفاده از انتقال حرارت فوری‌های پیشنهاد شده است. اما در بین مدل‌های انتقال حرارت غیرفوری‌های، سازگاری دو مدل تأخیر فاز یگانه (SPL) و دوگانه (DPL) با نتایج تجربی مورد بررسی قرار گرفته است.

¹ Microscopic scale
² Macroscopic scale

Please cite this article using:

H. Sobhani, A. Azimi, Numerical simulation of the non-Fourier heat conduction of the single-phased and dual-phased lagging in sand: local thermal equilibrium, *Modares Mechanical Engineering*, Vol. 17, No. 3, pp. 446-450, 2017 (in Persian)

برای ارجاع به این مقاله از عبارت ذیل استفاده نمایید:

در مقاله‌ی حاضر، به‌منظور توصیف انتقال حرارت در شن، برای اولین بار به حل عددی مدل DPL در شن با استفاده از یک روش اختلاف محدود پرداخته شده‌است. در این راستا، شرط مرزی شار حرارتی به‌صورت غیرفوری‌های اعمال و گسسته‌سازی شده‌است. نتایج به‌دست آمده از این مدل با نتایج مدل‌های فوری، SPL و داده‌های تجربی مقایسه شده‌است. مساله مورد بررسی در این پژوهش، آزمایش انجام شده توسط ژینگانگ و همکاران [1] است که در این مقاله نتایج مربوط به هر دو پالس حرارتی 0.14 s و 0.56 s برای حس‌گر واقع در $x = 0.4 \text{ mm}$ ، گزارش شده‌است.

2- معادله‌ی حاکم و شرایط اولیه و مرزی

معادله‌ی حاکم بر مسأله، مدل DPL است که با نوشتن بسط تیلور رابطه‌ی (1) و ترکیب آن با معادله‌ی بالانس انرژی، به‌صورت زیر است:

$$\frac{\partial T}{\partial t} + \tau_q \frac{\partial^2 T}{\partial t^2} = D \frac{\partial^2 T(x, t)}{\partial x^2} + D\tau_T \frac{\partial}{\partial t} \left(\frac{\partial^2 T(x, t)}{\partial x^2} \right) \quad (2)$$

که در آن D ضریب نفوذ حرارتی معادل شن است. معادله (2) با جایگذاری $\tau_T = 0$ به معادله‌ی SPL و با جایگذاری $\tau_q = \tau_T = 0$ به معادله‌ی فوریه تبدیل می‌شود. برخلاف مراجع [14, 1] که شرط مرزی در $x = 0$ را به‌صورت فوری‌های در نظر گرفته‌اند، در مقاله‌ی حاضر نه‌تنها معادله‌ی حاکم، بلکه شرایط مرزی هم به‌صورت غیرفوری‌های در نظر گرفته شده‌اند:

$$\bar{q}(0, t) + \tau_q \frac{\partial \bar{q}(0, t)}{\partial t} = -k[\nabla T(0, t) + \tau_T \frac{\partial}{\partial t} (\nabla T(0, t))] \quad (3)$$

$$T(L, t) = 0 \quad (4)$$

و شرایط اولیه نیز به‌صورت زیر در نظر گرفته شده‌اند:

$$T(x, 0) = 0, \quad \frac{\partial T(x, 0)}{\partial t} = 0 \quad (5)$$

3- روش عددی صریح

در این قسمت، معادله حاکم بر مسأله با استفاده از روش عددی صریح گسسته‌سازی شده‌است که مشتقات زمانی مرتبه اول در سمت چپ و راست معادله (2) به‌ترتیب به‌صورت تفاضل محدود پیشرو و پسرو با دقت مرتبه‌ی اول و مشتقات زمانی و مکانی مرتبه دوم به‌صورت تفاضل محدود مرکزی با دقت مرتبه‌ی دوم، گسسته و سپس ساده‌سازی شده‌اند:

$$T_i^{n+1} = \frac{1}{A} [BT_i^n + CT_i^{n-1} + E(T_{i+1}^n + T_{i-1}^n) + F(T_{i+1}^n + T_{i-1}^n - T_{i+1}^{n-1} - T_{i-1}^{n-1})] \quad (6)$$

که در آن

$$A = \frac{1}{\Delta t} + \frac{\tau_q}{\Delta t^2}, \quad B = \frac{1}{\Delta t} + \frac{2\tau_q}{\Delta t^2} - \frac{2D}{\Delta x^2} - \frac{2D\tau_T}{\Delta x^2 \Delta t},$$

$$C = \frac{2D\tau_T}{\Delta x^2 \Delta t} - \frac{\tau_q}{\Delta t^2}, \quad E = \frac{D}{\Delta x^2}, \quad F = \frac{D\tau_T}{\Delta x^2 \Delta t}$$

4- اعمال شرایط مرزی

اعمال شرط مرزی در $x = L$ با مشکلی همراه نیست، اما اعمال شرط مرزی در $x = 0$ بایستی به‌درستی صورت پذیرد. در همین راستا، اعمال شرط مرزی به‌صورت غیرفوری‌های و صریح با جایگذاری در معادله‌ی حاکم DPL روی مرز انجام گرفته و گسسته‌سازی شده‌است. برای اعمال این شرط مرزی از رابطه زیر استفاده شده‌است:

$$\frac{\partial T_1^n}{\partial x} + \tau_T \frac{\partial}{\partial t} \left(\frac{\partial T_1^n}{\partial x} \right) = -\frac{1}{k} [q + \tau_q \frac{\partial q}{\partial t}] \quad (7)$$

در این راستا، ابتدا با اعمال مشتقات مکانی و زمانی بر رابطه (3) در

(الکترون‌ها و فنون‌ها)، می‌بایستی مد نظر قرار گیرد. این اثر سبب بروز تأخیر در افزایش دمای شبکه مقیاس کوچک ماده به هنگام اندرکنش بین الکترون و فنون شده که در مدل کاتانو و SPL در نظر گرفته نمی‌شود. بر همین اساس، مدل DPL توسط ژو به‌صورت زیر پیشنهاد شده‌است [2]:

$$q(\vec{x}, t + \tau_q) = -k\nabla T(\vec{x}, t + \tau_T) \quad (1)$$

در مدل DPL، برخلاف مدل موج گرمایی که وجود شار حرارتی را نتیجه‌ای از گرادیان دما می‌داند، بسته به زمان‌های تأخیر فاز، گرادیان دما می‌تواند هم علت و هم معلول شار حرارتی باشد. در صورتی که $\tau_q < \tau_T$ شار حرارتی علت و گرادیان دما معلول و اگر $\tau_q > \tau_T$ گرادیان دما علت وجود شار حرارتی در محیط است [2].

کامینسکی [3] با آزمایش‌هایی بر روی چندین ماده‌ی شیمیایی، شن، دانه‌های شیشه و چندین ماده‌ی دیگر، انتقال حرارت غیرفوری‌های و وجود تأخیر زمانی در این فرآیند را گزارش نمود. بعد از کامینسکی، افراد دیگری همانند گرائمن و پیترز [4] و هروینگ و بکرت [5]، نتایج او را زیر سؤال برده و با ایده غیرفوری‌های بودن انتقال حرارت کاملاً مخالف بودند و به‌طور کلی ایده تأخیر زمانی را رد می‌کردند. سرانجام افرادی چون راتزل و همکاران [6] با آزمایش‌هایی نشان دادند که تفاوت نتایج راتزل و همکاران با نتایج کامینسکی در اندازه‌ی اثرهای غیرفوری‌های بوده و وجود اثر غیرفوری‌های بودن انتقال حرارت را تایید کردند.

وانگ و همکاران [7] روش‌هایی را برای اندازه‌گیری تأخیر فاز شار حرارتی و تأخیر فاز گرادیان دما توسعه دادند و به پاسخ‌هایی تحلیلی برای هدایت حرارتی در شرایط تعادل حرارت محلی برای نواحی یک‌بعدی، دوبعدی و سه‌بعدی تحت شرایط اولیه و مرزی دلخواه دست یافتند.

واداز [8] شرایط تعادل حرارت محلی و عدم تعادل حرارت محلی را در محیط‌های متخلخل مورد بررسی قرار داد و نتایج نشان داد که عدم تعادل حرارت محلی توصیف بهتری از انتقال حرارت نسبت به تعادل حرارت محلی ارائه می‌کند. ژو [9] مدل‌های فوری، SPL و DPL را در شن اعمال نمود. یکی از نتایج کار او این بود که نشان داد نتایج مدل DPL با نتایج آزمایشگاهی تطابق دارند و همچنین مدل‌های فوری و SPL به‌خوبی بر داده‌های تجربی منطبق نیستند.

عسکری‌زاده و احمدی‌کیا [10, 11] با استفاده از حل تحلیلی مدل DPL به توصیف انتقال گرما در بافت پوست تحت گرمایش گذرا پرداختند. عظیمی و غلامی [12] انتقال حرارت را در یک استوانه با استفاده از مدل‌های هدایت حرارتی غیرفوریه تأخیر زمانی دوگانه و کسری بررسی کرده و به‌صورت عددی شبیه‌سازی نموده و تاثیر پارامترهای مرتبه مشتق کسری و تأخیر زمانی را بررسی نمودند. عسکری‌زاده و احمدی‌کیا [13]، همچنین توزیع دما در بافت پوست را با استفاده از حل تحلیلی مدل‌های پنس، موج گرمایی و DPL و به‌صورت دوبعدی بررسی نموده و نتایج به‌دست آمده را با یکدیگر مقایسه نمودند.

در مرجع [14] مدل‌های فوریه و موج گرمایی بر روی شن مورد بررسی قرار گرفتند، پاسخ این مدل‌ها بر داده‌های تجربی منطبق نمی‌شدند. سرانجام در [1] به حل تحلیلی مدل DPL در شن برای توصیف انتقال حرارت پرداخته شد. ژینگانگ و همکاران [1] در بررسی خود با در نظر گرفتن شن به‌صورت دوفاز جامد و گاز، به بررسی توزیع دمایی در آن پرداختند. آن‌ها با روش سعی و خطا در نهایت مقادیر $\tau_q = 0.0014 \text{ s}$ و $\tau_T = 0.15 \text{ s}$ را به دست آوردند که بیشترین تطابق را با نتایج آزمایشگاهی داشت.

راستای محور x ها و در مرز $x = 0$ ، رابطه (8) به دست می‌آید.

$$\begin{aligned} \frac{T_1^{n+1} - T_1^n}{\Delta t} + \tau_q \frac{T_1^{n-1} - 2T_1^n + T_1^{n+1}}{\Delta t^2} &= -\frac{3D}{2\Delta x} \frac{\partial T_1^n}{\partial x} \\ &+ \frac{D}{\Delta x^2} (T_3^n - T_1^n) - \frac{D}{4\Delta x^2} (T_4^n - T_2^n) - \frac{3D\tau_T}{2\Delta x} \frac{\partial}{\partial t} \left(\frac{\partial T_1^n}{\partial x} \right) \\ &+ \frac{D\tau_T}{\Delta t \Delta x^2} (T_3^n - T_3^{n-1} - T_1^n + T_1^{n-1}) \\ &- \frac{D\tau_T}{4\Delta t \Delta x^2} (T_4^n - T_4^{n-1} - T_2^n + T_2^{n-1}) \end{aligned} \quad (8)$$

که اندیس‌های 1 الی 4 مربوط به نقاط مرزی در $x = 0$ می‌باشند. سپس با ترکیب معادلات (7) و (8)، معادله‌ی (9) حاصل می‌شود.

$$\begin{aligned} \frac{T_1^{n+1} - T_1^n}{\Delta t} + \tau_q \frac{T_1^{n-1} - 2T_1^n + T_1^{n+1}}{\Delta t^2} &= \frac{1.5D}{\Delta x k} [q + \tau_q \frac{\partial q}{\partial t}] \\ &+ \frac{D}{\Delta x^2} (T_3^n - T_1^n) - \frac{D}{4\Delta x^2} (T_4^n - T_2^n) \\ &+ \frac{D\tau_T}{\Delta t \Delta x^2} (T_3^n - T_3^{n-1} - T_1^n + T_1^{n-1}) \\ &- \frac{D\tau_T}{4\Delta t \Delta x^2} (T_4^n - T_4^{n-1} - T_2^n + T_2^{n-1}) \end{aligned} \quad (9)$$

5- مسأله مورد بررسی

مسأله مورد بررسی این مقاله دقیقاً همان مدل فیزیکی موجود در مرجع [14] است. حرارت مورد نیاز برای انجام آزمایش توسط یک صفحه نازک به‌عنوان یک گرماساز الکتریکی تأمین می‌شود. در پایین این صفحه گرمایی، هشت ترموکوپل تعبیه شده‌است. این ترموکوپل‌ها در فواصل 0.4، 1.5، 2.1، 3.6، 4.5، 5.7، 7.8، 10.2 میلی‌متر تعبیه شده‌اند. این آزمایش به ازای پالس‌های گرمایی برابر 0.56 ثانیه و 0.14 ثانیه انجام شده‌است.

6- نتایج عددی

به علت این‌که در مقاله‌ی حاضر سعی شده تا انتقال حرارت غیرفوری‌های در شن مورد مطالعه قرار گیرد، بنابراین فقط نتایج حس‌گری که در مکان $x = 0.4 \text{ mm}$ قرار دارد، مورد بررسی قرار گرفته‌است. قبل از بررسی مدل تأخیر زمانی دوگانه، بایستی استقلال شبکه‌ی مورد استفاده جهت حل عددی با انتخاب صحیح مقادیر گام‌های زمانی و مکانی مورد مطالعه قرار گیرد. گام‌های مکانی و زمانی انتخاب‌شده به‌منظور کاهش خطای گسسته‌سازی باید به‌اندازه‌ی کافی کوچک انتخاب شوند. مطالعه شبکه ابتدا برای پالس 0.14 s و سپس برای پالس 0.56 s بررسی شده‌است. هندسه مورد بررسی به‌صورت باسازمان با گام مکانی ثابت شبکه‌بندی شده‌است.

شکل 1 و شکل 2 توزیع دمای جسم برای گام‌های مکانی و زمانی مختلف حل عددی صریح را برای مدل تأخیر زمانی دوگانه در $x = 0.4 \text{ mm}$ نشان می‌دهند. در روش صریح بهترین گام زمانی و مکانی جهت بررسی عددی برای هر دو پالس به‌صورت $4 - 1.3333E - \Delta x$ و $5 - 5.47008541E - \Delta t$ در نظر گرفته شده‌است. زیرا با کوچک‌تر کردن این گام‌ها تغییری در نتایج حاصل نمی‌شود. بنابراین در حل عددی از مقادیر فوق برای تولید شبکه نقاط با 526 نقطه استفاده شده‌است.

در ادامه به مقایسه‌ی نتایج عددی صریح حاضر با داده‌های تجربی [1] و حل تحلیلی [1] به ازای هر دو پالس پرداخته شده‌است. همان‌گونه که از شکل 3 و شکل 4 برمی‌آید، پاسخ‌های حل تحلیلی و عددی اختلاف بسیار کمی با نتایج تجربی دارند. این نتایج نشان‌دهنده‌ی غیرفوری‌های بودن انتقال حرارت در شن و وجود تأخیر زمانی در آن دارند.

برای این‌که نشان داده‌شود، مدل DPL نتایجی بهتر از مدل SPL و فوریه ارائه می‌کند، نتایج این سه مدل در شکل 5 و شکل 6 به همراه

نتایج ارائه شده در این شکل‌ها، بیان می‌کنند که مدل فوریه و SPL تطابق کمتری با نتایج آزمایشگاهی نسبت به مدل DPL دارند. علاوه بر آن می‌توان نتیجه گرفت که مدل‌های ریاضی فوریه و SPL در توصیف رفتار حرارتی شن در این مساله و همچنین در مسائل مشابه، به‌خصوص در نزدیکی محل اعمال شار متغیر با زمان و در زمان‌های خیلی کوتاه اولیه با مشکلاتی مواجه بوده و نمی‌توانند خود را با شرایط فیزیکی مسأله وفق دهند.

از جمله دلایلی که باعث شده‌است تا مدل SPL به‌درستی بر نتایج آزمایشگاهی منطبق نشود، این است که علاوه بر رفتار پخشی-موجی حاکم بر فیزیک مساله، ناهمگنی جسم (شن) نیز باعث تشدید این رفتار در جسم شده‌است. بنابراین مدل SPL فقط با داشتن یکی از دو ترم تأخیر زمانی، τ_q ، نمی‌تواند این رفتار کلی حاکم بر مساله را مدل کند. در این راستا، مدل DPL برای رفع این مشکل، تأخیر زمانی دمایی τ_T را علاوه بر تأخیر زمانی گرمایی τ_q ، به‌منظور در نظر گرفتن این رفتار به‌کار می‌برد. این عمل موجب می‌گردد تا مدل DPL پاسخ بهتری را نسبت به مدل SPL داشته‌باشد. این برتری مدل DPL نسبت به مدل SPL را می‌توان در این شکل‌های 5 و 6 مشاهده نمود به‌طوری‌که نتایج مدل DPL توانسته‌است با داده‌های تجربی همخوانی بیشتری داشته‌باشد. خطای نسبی که مدل فوریه و DPL نسبت به داده‌های تجربی برای پالس 0.14 ثانیه و در زمان 0.49 ثانیه دارند به‌ترتیب برابر 0.13 و 0.009 و برای پالس 0.56 ثانیه و در زمان 0.78 ثانیه به‌ترتیب برابر 0.09 و 0.02 است. این مقادیر خطای نشان می‌دهند مدل فوریه در زمان‌های کوتاه اولیه پاسخ مناسبی را به‌دست نمی‌دهد. در شکل‌های ارائه شده، محور عمودی نشان‌دهنده‌ی دمای محل سنسورهاست که اختلاف دمای حسگر با دمای اولیه است.

7- بحث و نتیجه‌گیری

در این مقاله، مدل‌های SPL و DPL به‌منظور مدل‌سازی یک مساله هدایت حرارتی درون شن به‌عنوان یک محیط متخلخل استفاده شده‌اند و درنهایت شبیه‌سازی عددی این فرآیند با استفاده از حل عددی اختلاف محدود صریح معادله حاکم بر مساله انجام گرفته‌است. با حل مساله هدایت حرارتی در شن، می‌توان نتایج ذیل را بیان نمود:

1- رفتار شن تنها در لحظات کوتاه اولیه‌ی اعمال شار و در مکان‌های نزدیک به محل اعمال شار به‌صورت غیرفوری‌های است که در این

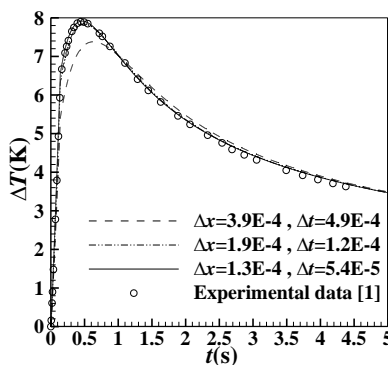


Fig. 1 A grid study for the explicit numerical solution of DPL model-0.14s pulse

شکل 1 مطالعه‌ی شبکه جهت حل عددی صریح DPL- پالس 0.14 s

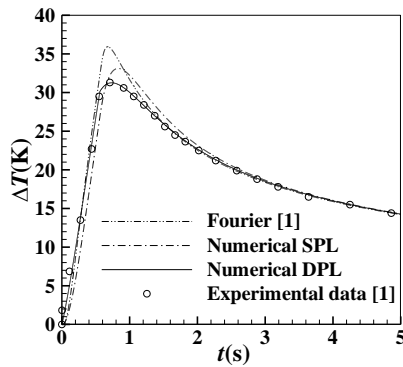


Fig. 6 The comparison of the DPL, SPL and Fourier models with experimental data- 0.56 s pulse.

شکل 6 مقایسه‌ی نتایج سه مدل DPL، SPL و فوریه با داده‌های تجربی - پالس 0.56 s

شرایط فیزیک حاکم بر انتقال حرارت هدایتی به صورت پخشی-موجی است.

2- برای توصیف انتقال حرارت پخشی-موجی بهتر است، از مدل DPL به جای مدل موجی SPL استفاده شود.

3- در صورت نیاز به حل مسأله با استفاده از مدل SPL، بهتر است تأخیر زمانی در نظر گرفته شده برای این مدل برابر با تأخیر زمانی گرمایی مدل DPL باشد.

4- به طور کلی می‌توان بیان نمود که برای مسائل انتقال حرارت غیر فوریه‌ای، در مواقعی که روی مرز، شرط شار حرارتی اعمال می‌شود، می‌بایست این شرط را به صورت غیر فوریه‌ای در نظر گرفت.

8- فهرست علائم

D	پخشندگی (m^2/s)
k	ضریب هدایت حرارتی ($W/m \cdot K$)
L	طول مدل فیزیکی (m)
q	شار حرارتی (W/m^2)
T	دما (K)
t	زمان (s)
\vec{x}	بردار مکان (m)

علائم یونانی

τ_q	تأخیر زمانی حرارتی (s)
τ_T	تأخیر زمانی دمایی (s)
Δx	گام مکانی
Δt	گام زمانی

اندیس‌ها

n	اندیس زمان
i	اندیس مکان
1,2,3,4,	شماره گره مکانی

9- منابع

[1] L. Xingang, G. Zengyuan, X. Yunsheng, Theoretical analysis of transient heat conduction in sand, *Science in China, Series A*, Vol. 39, No. 8, pp. 855-863, 1996.
 [2] D. Tzou, A unified field approach for heat conduction from macro-to micro-scales, *Journal of Heat Transfer*, Vol. 117, No. 1, pp. 8-16, 1995.
 [3] W. Kaminski, Hyperbolic heat conduction equation for materials with a nonhomogeneous inner structure, *Journal of Heat Transfer*, Vol. 112, No. 3, pp. 555-560, 1990.

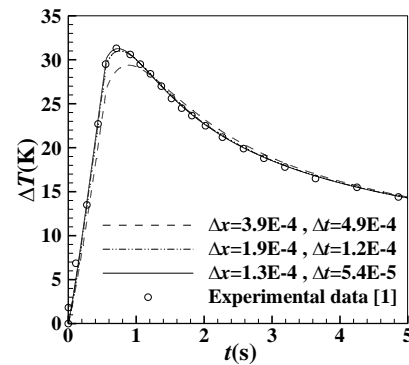


Fig. 2 A grid study for explicit numerical solution of DPL model- 0.56 s pulse.

شکل 2 مطالعه‌ی شبکه جهت حل عددی صریح DPL- پالس 0.56 s

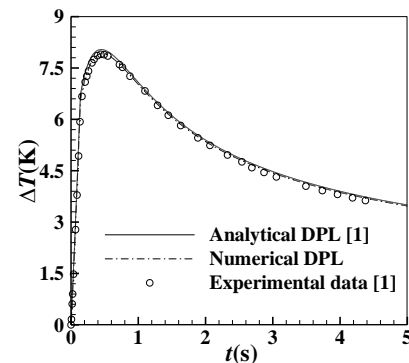


Fig. 3 The comparison of the DPL results with experimental data- 0.14 s pulse.

شکل 3 مقایسه‌ی نتایج مدل DPL با داده‌های تجربی- پالس 0.14 s

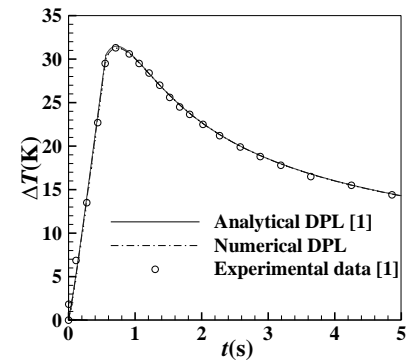


Fig. 4 The comparison of the DPL results with experimental data- 0.56 s pulse.

شکل 4 مقایسه‌ی مدل DPL با داده‌های تجربی- پالس 0.56 s

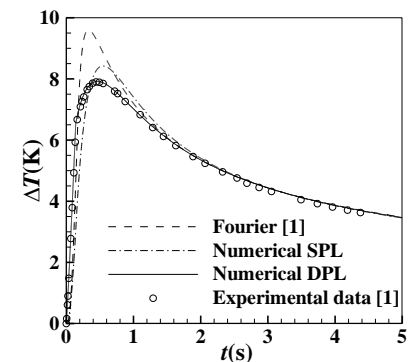


Fig. 5 The comparison of the DPL, SPL and Fourier models with experimental data- 0.14 s pulse.

شکل 5 مقایسه‌ی نتایج سه مدل DPL، SPL و فوریه با داده‌های تجربی - پالس 0.14 s

- International Journal of Engineering Science*, Vol. 27, No. 6, pp. 971-978, 2013.
- [11] H. Askarizadeh, H. Ahmadikia, Analytical study of the classical and generalized dual-phase-lag heat transfer equation in skin tissue under transient heating, *Tarbiat Modares Journal*, Vol. 13, No. 4, pp. 14-25, 2014. (in Persian فارسی)
- [12] A. Azimi, Sh. Gholami, Temperature Distribution in a Hollow Cylinder Composed of Functionally Graded Material using Non-Fourier Fractional Single Phase Lag model, *Tarbiat Modares Journal*, Vol. 14, No. 7, pp. 61-67, 2014. (in Persian فارسی)
- [13] H. Askarizadeh, H. Ahmadikia, Analytical study on the transient heating of a two-dimensional skin tissue using parabolic and hyperbolic bioheat transfer equations, *Applied Mathematical Modelling*, Vol. 39, No. 13, pp. 3704-3720, 2015.
- [14] X. Yunsheng, G. Yingkui, G. Zengyuan, Experimental research on transient heat transfer in sand, *Acta Mechanica Sinica*, Vol. 12, No. 1, pp. 39-46, 1996.
- [4] A. Graßmann, F. Peters, Experimental investigation of heat conduction in wet sand, *Heat and Mass Transfer*, Vol. 35, No. 4, pp. 289-294, 1999.
- [5] H. Herwig, K. Beckert, Experimental evidence about the controversy concerning Fourier or non-Fourier heat conduction in materials with a nonhomogeneous inner structure, *Heat and Mass Transfer*, Vol. 36, No. 5, pp. 387-392, 2000.
- [6] W. Roetzel, N. Putra, S. K. Das, Experiment and analysis for non-Fourier conduction in materials with non-homogeneous inner structure, *International Journal of Thermal Sciences*, Vol. 42, No. 6, pp. 541-552, 2003.
- [7] L. Wang, X. Zhou, X. Wei, *Heat conduction: mathematical models and analytical solutions*, Berlin: Springer-Verlag, pp. 32-39, 2008.
- [8] P. Vadasz, Explicit conditions for local thermal equilibrium in porous media heat conduction, *Transport in Porous Media*, Vol. 59, No. 3, pp. 341-355, 2005.
- [9] D.Y. Tzou, *Macro-to microscale heat transfer*, Washington DC: Taylor & Francis, pp. 231-253, 1997.
- [10] H. Askarizadeh, H. Ahmadikia, Analytical analysis of the dual-phase-lag heat transfer equation in a finite slab with periodic surface heat flux,