ماهنامه علمى پژوهشى

مهندسی مکانیک مدر س



طراحي بهينه چندهدفه ديسك دوار با ساختار هدفمند آلومينيوم-سيليكون كاربيدي با خواص وابسته به دما براساس رفتار خزشي

فرید و کیلی تهامی^{1*}، محمد زهساز²، آرش محمدعلیزاده فرد³

1- دانشیار، دانشکده فنیمهندسی مکانیک، دانشگاه تبریز، تبریز

2- استاد، دانشکده فنیمهندسی مکانیک، دانشگاه تبریز، تبریز

3- دانشجوى كارشناسىارشد، دانشكده فنىمهندسى مكانيك، دانشگاه تبريز، تبريز

* تبريز، صندوق يستى f_vakili@tabrizu.ac.ir ،5166614766

چکیدہ	اطلاعات مقاله
در این مقاله پس از بررسی رفتار خزشی دیسک دوار ساخته شده از ترکیب هدفمند دو ماده آلومینیوم 6001 و سیلیکون کاربید، توزیع مواد و پروفیل ضخامت بهینه آن تعیین شده است. با گسترش معادله انتقال حرارت، توزیع دما در دیسک بهدست آمده سپس با درنظر گرفتن توزیع دما، با گسترش معادله جابهجایی، رفتار ترمومکانیکی دیسک در خزش بررسی شده است. در معادلات فوق تمامی خواص فیزیکی تابع دما و درصد	مقاله پژوهشی کامل دریافت: 25 فروردین 1393 پذیرش: 26 اردیمهشت 1393 ارائه در سایت: 08 مهر 1393
– حجمی مواد فرص شدهاند. حواص معادل با دو مدل موری حنانا کا و هاشین -اشتریدمن بهدست آمده و با نتایج موجود در ادبیات فن معایسه شده است. معادلات ترمومکانیکی با روش شبهتحلیلی حل شده و برای اعتبارسنجی با پاسخهای تحلیلی در حالتی خاص مقایسه شدهاند. پس از آن، طراحی بهینه در بخشهای تکهدفه و چندهدفه و با استفاده از الگوریتم ژنتیکی انجام گرفته است. اهداف شامل افزایش ضریب اطمینان کمینه، کاهش وزن و کاهش بازهی تغییرات ضریب اطمینان بیشینه و کمینه و متغیرهای طراحی نیز شامل درصد حجمی مواد در جدار داخلی و خارجی، توان الگوی توزیع مواد و توان پروفیل ضخامت هستند. نتایج نشان میدهند که دو روش حل تحلیلی و شبهتحلیلی مطابقت کاملی داشته و	<i>کلید واژگان:</i> دیسک دوار مواد هدفمند خرش الگوریتم ژنتیکی چندهدفه
دیسک بهینه دارای غنای بیشتری از سیلیکون در جدار خارجی بوده و پروفیل ضخامت آن نیز بهصورت نزولی است. نتایج پژوهش تناقض اهداف بهینهسازی را نیز آشکار میکنند و از این رو نتایج بهصورت جبهه پارتو ارائه شدهاند.	جبهه پارتو

Multi-objective optimum design of an FG AI-SiC rotating disc with temperature dependent properties based on creep behavior

Farid Vakili-Tahami*, Mohammad Zehsaz, Arash Mohammad Alizadeh Fard

Department of Mechanical Engineering, University of Tabriz, Tabriz, Iran * P.O.B. 5166614766 Tabriz, Iran, f_vakili@tabrizu.ac.ir

ARTICLE INFORMATION

Available Online 30 September 2014

Functionally Graded Materials

Multi-objective Genetic Algorithm

Original Research Paper Received 14 April 2014

Accepted 16 May 2014

Keywords:

Creen

Rotating Disc

Pareto Front

ABSTRACT

In this paper the creep behavior of a functionally graded (FG) rotating disc made of Aluminum 6061 and Silicon Carbide is investigated and the optimum volume fraction of FG disc and its profile has been obtained. For this purpose, the temperature gradiant along the disc radius is obtained by solving the govering heat transfer differential equation. All the thermal properties of the material are assumed to be the function of temperature and volume fraction. To obtain material properties, two models of Mori-Tanaka and Hashin-Schtrickman are used. To validate the results, they are compared with those given in the literature. Two solution methods: semianalytical and closed form are employed and the results are compared. The optimum design is carried out with one, and multi-objective methods which are based on genetic algorithm. The objectives are increasing the factor of safety, reducing the weight of the disc and reducing the range between minimum and maximum safety factors. The design variables are percentage of volume fraction, the power of material distribution formula, and the thickness of the disc. The results show that two solution methods compare well. Also, it has been shown that high fraction of Silicon Carbide in the outer side the disc provide optimum results. Also, contradiction of the objectives is reviled, hence the results are presented as Pareto front.

دیسکهای دوار، بهدلیل کاربردهای فراوان آن در صنعت، از دیرباز موضوع تحقیقات و مطالعات متعددی بوده است. از میان کاربردهای دیسک دوار مى توان به مواردى همچون موتورهاى صنايع هوايي، اتومبيل ها، توربين ها، یمپها و کمیرسورها اشاره نمود. در بسیاری از این کاربردها نیاز به کاهش

1- مقدمه

Please cite this article using:

اجزاى سيستمها بهسمت ارزيابى كارايي ويسكوپلاستيك اين قطعات براى جلوگیری از واماندگی در اثر وقوع خزش سوق یافته است[1]. دیسکهای دوار نیز بهعنوان جزئی از این سیستمها، اغلب در گرادیانهای دمایی و سرعتهای زاویهای بالا کار میکنند. سرعت زاویهای و دمای زیاد باعث ایجاد تنشهای ترمومکانیکی بالا در دیسک شده و همزمان با آن، وجود دمای بالا و زمان کاری طولانی شرایط را برای وقوع پدیده خزش فراهم میکند؛ بنابراین، بررسی پدیده خزش در دیسکهای دوار اهمیت بیشتری می یابد.

با پیشرفت سریع تکنولوژی نیاز به استفاده از مواد جدید بهعنوان اولویت مهندسی در سیستمهای پیچیده پربازده مطرح شده است. در برخی از این موارد، نیاز به تأمین مقاومت توأمان ماده در برابر بارهای ترمومکانیکی متفاوت، منجر به معرفی و تولید مواد هدفمند با قابلیت تحمل بارهای متفاوت و تغییرات خواص پیوسته در جهات مختلف شده است.

مطالعات متنوعى در زمينه بررسى رفتار خزشى و ترموالاستيك دیسکهای دوار در ادبیات فن ارائه شده است. در بیشتر این مطالعات، همچون مطالعات سینگ و همکارانش در سال 2001 میلادی [2]، محاسبه خواص معادل با استفاده از قانون اختلاط صورت گرفته و یا همچون بررسیهای یو و همکارانش[3] و کردخیلی و نقدآبادی[4] در سال 2007 توزیعی از پیش تعیین شده برای خواص فرض شده است که مطالعه اخیر با ارائه یک روش حل شبهتحلیلی برای تحلیل ترموالاستیک دیسکهای دوار ساخته شده از مواد هدفمند همراه بوده است. در سال 2005 میلادی، جاهد و همکارانش[5] به کمینهسازی وزن دیسکهای دوار با وجود ناهمگونی مواد پرداختهاند. آنها در مقاله خود به بررسی مجدد دو مورد موجود در ادبیات فن پرداختهاند. در مثال نخست تمامی خواص فیزیکی، ثابت فرض شده و تلاش شده تا تنش مؤثر دیسک به تنش تسلیم نزدیکتر گردد؛ در مثال دوم مدول الاستیسیته در راستای شعاع متغیر فرض شده و فرایند پیشین تکرار شده است. در سال 2006 میلادی، فرشی و فائزی[6] به بهینهسازی دیسک دوار غیرهمگن بهروش غیر گرادیانی پرداختهاند. تابع هدف در این بهینهسازی، وزن دیسک درنظر گرفته شده است و کمینهسازی با درنظر گرفتن محدودیتهای تنش (پایینتر بودن تنش از حد تحمل ماده در شرایط حرارتی ذکر شده) انجام شده و قیودی نیز برای هندسه دیسک تعیین شده است. در سال 2008 میلادی، فرشی و بیدآبادی[7] به بهینهسازی پروفیل ضخامت دیسک دوار با وجود خزش مرحله دوم پرداختهاند. آنها رفتار خزشی را با استفاده از رابطه نورتون مدل نموده و با ارائه مثالی با ضرایب و تنش مجاز ثابت به بررسی کارایی روش خود پرداختهاند. در سال 2011 میلادی، لقمان و همکارانش[8] به بررسی تنشهای خزشی و ترموالاستیک در یک دیسک دوار ساخته شده از ماده هدفمند آلومینیوم-سیلیکونکاربید¹ پرداختهاند. تمامی خواص بهغیر از ضریب پواسون در راستای شعاعی تابع درصد حجمی مواد فرض شده و توسط قانون اختلاط محاسبه شدهاند. رفتار خزشی نیز توسط قانون شربی توصیف شده است. در سال 2012 میلادی، قربانی[9] به بررسی شبه تحلیلی خزش دیسک دوار هدفمند ساخته شده از ترکیب St37 و زیرکونیوم با ضخامت متغیر بهروش گسستهسازی پرداخته است. در این مقاله خواص بهصورت توانی تغییر نموده و برای تعیین کرنشهای خزشی از رابطه زمانسختی نورتون، با فرض ثابت بودن ضرایب این معادله استفاده شده است. در سال 2013 میلادی، کردخیلی و لیوانی[10] پاسخهای ترموالاستیک و خزشی را برای یک دیسک دوار هدفمند با ضخامت متغير و خواص وابسته به دما تعيين كردهاند. تغييرات

خواص نیز بهصورت توانی فرض شده است. آنان نشان دادهاند درصورت مستقل از دما درنظر گرفتن خواص، ممکن است نتایج دچار خطای حدود 200 درصدی شوند. این پژوهش جزء معدود پژوهشها در مورد دیسکهای دوار هدفمند است که در آن خواص وابسته به دما فرض شدهاند.

با وجود پژوهشهای متنوع ذکر شده در مورد دیسکهای دوار، در بیشتر آنها برای همگنسازی خواص فیزیکی یا از قانون اختلاط استفاده شده است و یا از تغییرات این خواص با دما صرفنظر شده است. از این رو، در پژوهش حاضر ابتدا به تحليل خزشي يک ديسک دوار هدفمند با ضخامت متغير و خواص فیزیکی وابسته به دما پرداخته شده، که در آن، خواص معادل با فرض توزيع مواد تواني و با استفاده از دو مدل موري-تاناكا² و هاشين-اشتريكمن³ محاسبه شدهاند. برای اعتبارسنجی، خواص فیزیکی معادل محاسبه شده با نتایج تجربی موجود در ادبیات فن برای کامپوزیتهای با درصد حجمی ثابت مقایسه شدهاند. ضرایب معادلات اساسی خزشی نیز با استفاده از رگرسیون بهدست آمدهاند. برای تحلیل ترمومکانیکی، نخست معادله انتقال حرارت رسانش فوریه برای تعیین توزیع دما و سپس معادله دیفرانسیل جابهجایی برای تحلیل تنش-کرنش حل شدهاند. برای حل معادلات از روش شبه تحلیلی گسستهسازی استفاده شده است و بهمنظور اعتبارسنجی، پاسخهای تحلیل الاستیک با نتایج تحلیل ارئه شده برای حالت الاستیک با توزیع خواص توانی مقایسه شدهاند. به علت وجود ضرایب وابسته به دما، در معادله دیفرانسیل توزیع دما و نیز وجود کرنشهای خزشی در معادله دیفرانسیل جابهجایی هر دو معادله غیرخطیاند. پس از این مراحل، بهینهسازی در گامهای تکهدفه و چندهدفه و با استفاده از الگوریتم ژنتیکی با مرتبسازی نامغلوب انجام شده است تا توزيع مواد هدفمند و پروفيل ضخامت بهينه تعيين شوند. اهداف مطرح شامل کمینهسازی وزن دیسک و دستیابی به توزیع ضریب اطمینان مطلوب است. همچنین، متغیرهای طراحی شامل درصد حجمی مواد در جدار داخلی و خارجی دیسک، توان الگوی توزیع مواد و توان پروفیل ضخامت هستند.

2- تعيين خواص معادل

در پژوهش پیش رو از الگوی توزیع توانی مواد استفاده شده است. درصد حجمی مواد در این الگو را می توان با رابطه (1) توصیف کرد:

$$V(\mathbf{r}) = V_i + (V_o - V_i) (\frac{r - r_i}{r_o - r_i})^{\eta}$$
(1)

که در آن Vi و Vo بهترتیب بیانگر درصد حجمی ذرات سیلیکون کاربید در جداره داخلی و خارجی دیسک و ۲۰، ۲۰ و ۲ بهترتیب نشان دهنده شعاع داخلی، خارجی و مطلوب و η نیز تعیین کننده پروفیل توزیع مواد هستند.

با توجه به اینکه مواد هدفمند از دو یا چند فاز متفاوت تشکیل شدهاند و در اكثر مواقع اطلاعات دقيق راجع به مورفولوژى4 از جمله شكل، اندازه و نحوه توزیع فازهای تشکیلدهنده در دسترس نیستند، خواص مؤثر این مواد تنها باید از طریق کسرهای حجمی و مشخصات فازهای تشکیلدهنده تعیین شوند. همان طور که ذکر شد، برخی از مطالعات صورت گرفته در این زمینه از قانون اختلاط براى تعيين خواص همكن شده استفاده نمودهاند؛ اما اين روش عموماً از دقت کافی برخوردار نیست، زیرا در آن، برهمکنش میان فازها در نظر گرفته نمی شود.

چندین مدل میکرومکانیکی به منظور محاسبه خواص همگن شده مواد

DOR: 20.1001.1.10275940.1393.14.12.16.7

²⁻ Mori-Tanaka 3- Hashin-Shtrikman

⁴⁻ Morphology

کامپوزیتی ارائه شده است. باید خاطر نشان شد که مواد هدفمند نیز بهعنوان مواد کامپوزیتی جدید با تغییرات خواص پیوسته شناخته میشوند. روشهای خودساز گار [11] و موری -تاناکا[12-15] دو مدل میکرومکانیکی دقیق برای استفاده از روش المان محدود و یا المان مرزی برای محاسبه خواص همگن شده، است[16.17]. روش موری -تاناکا براساس فرض پیوسته بودن ماتریس و مدل خودساز گار با فرض پیوسته بودن فاز اضافه شده ارائه شدهاند. در این بررسی با فرض پیوسته بودن ماتریس از مدل موری -تاناکا استفاده شده است. در این روابط (2) و (3) بیان میشوند:

$$v = \frac{3K - 2\mu}{6K + 2\mu} \tag{2}$$

$$E = \frac{3K\mu}{3K+\mu}$$
(3)

که در آن، K و µ بهترتیب برابر با مدول حجمی و برشی بوده و از روابط (4) و (5) محاسبه میشوند:

$$K = \frac{V(K_2 - K_1)}{1 + (1 - V)\frac{K_2 - K_1}{K_1 + \frac{4}{3}\mu_1}} + K_1$$
(4)

$$\mu = \frac{V(\mu_2 - \mu_1)}{1 + (1 - V)\frac{\mu_2 - \mu_1}{\mu_1 + f_1}} + \mu_1$$
(5)

که در این رابطه I_1 به صورت رابطه (6) تعریف می شود.

$$f_1 = \frac{\mu_1(9K_1 + 8\mu_1)}{6(K_1 + 2\mu_1)}$$
(6)

ضرایب رسانش (k) و انبساط حرارتی (a) نیز بهترتیب توسط روابط (7) و (8) محاسبه میشوند:

$$\frac{k-k_{1}}{k_{2}-k_{1}} = \frac{3k_{1}V}{3k_{1}+(1-V)(k_{2}-k_{1})}$$

$$\frac{\alpha-\alpha_{1}}{\alpha_{2}-\alpha_{1}} = \frac{\frac{1}{K} - \frac{1}{K_{1}}}{\frac{1}{K_{2}} - \frac{1}{K_{2}}}$$
(7)
(7)

در روابط (4) تا (8) مقادیر با زیرنویس یک مربوط به زمینه کامپوزیت و مقادیر با زیرنویس دو مربوط به ذرات اضافه شده به کامپوزیت است. برای بیان چگالی از قانون اختلاط و همچنین برای تعیین تنش تسلیم معادل در مقاطع مختلف ماده هدفمند، از مدل هاشین -اشتریکمن استفاده شده است. این مدل دو حد بالا و پایین را پیش بینی می کند که به تر تیب در روابط (9) و (10) مشاهده می شوند [18]:

$$S_{y} = \frac{5V_{2}}{3 + 2V_{2}} S_{y}^{(2)} + \frac{3V_{1}}{3 + 2V_{2}} S_{y}^{(1)} \sqrt{1 + \frac{2V_{2}}{3} [1 - (\frac{S_{y}^{(2)}}{S_{y}^{(1)}})^{2}]}$$
(9)

$$S_{y} = \begin{cases} s_{y} = \begin{cases} s_{y} = \frac{1}{2} \sqrt{1 + \frac{3V_{1}}{2}} \frac{1}{2} \sqrt{1 + \frac{3V_{1}}{2}} \frac{1}{2} \sqrt{1 + \frac{3V_{1}}{2}} \frac{1}{2} \sqrt{1 + \frac{3V_{2}}{3}} \frac{1}{2} \sqrt{1 + \frac{2V_{1}}{3}} \frac{1}{2} \sqrt{1 + \frac{2V_{1}}{3}} \frac{1}{2} \sqrt{1 + \frac{3V_{2}}{2}} \frac{1}{2} \sqrt{1 + \frac{3V_{1}}{2}} \frac{1}{2} \sqrt{1 + \frac{3V_{1}}$$

مهندسی مکانیک مدرس، اسفند 1393، دوره 14، شماره 12

در روابط (9) و (10) $(^{0}$ و $(^{0})$ و بهترتیب تنشهای تسلیم مربوط به فاز ضعیف و قوی بوده و ۷۱ و ۷۷ نیز درصدهای حجمی مربوط به هر یک از این مواد هستند. در این بررسی تمامی خواص تابع دما و درصد حجمی ذرات سیلیکون کاربید فرض شدهاند. علاوهبر آن، فرض شده است که دیسک دوار مورد بررسی حاصل ترکیب هدفمند دو ماده آلومینیوم 6061 و سیلیکونکاربید باشد. برای توصیف تغییرات خواص فیزیکی این دو ماده با توجه به محدوده دمایی موجود، چندجملهایهای درجهسومی مطابق رابطه (11) برازش شدهاند که ضرایب آنها برای آلومینیوم و سیلیکونکاربید بهترتیب در جدولهای 1 و 2 ارائه شدهاند.

$$P = \sum_{i=1}^{j} q_i \left(\frac{T-b}{c}\right)^{i-1}$$
(11)

در این رابطه، T دما برحسب کلوین، J تعداد جملهها و P نیز میتواند هریک از خواص باشد. ضرایب q، d و c نیز از طریق برازش دادهها بهدست میآیند.

بهعلت پیچیدهتر بودن تغییرات تنش تسلیم آلومینیوم با دما، در این مورد از چند جملهایهای درجه هشت استفاده شده است. ضرایب مربوط به تنش تسلیم نیز در جدول 3 آمدهاند. بنابر گزارش منابع مختلف [19-21] رابطه شربی نتایج بهتری برای توصیف رفتار خزشی کامپوزیتهای با پایه آلومینیوم دارد؛ بنابراین، برای توصیف رفتار خزشی از این قانون (رابطه 12) استفاده شده است[21]:

(12)

$$\dot{\varepsilon}_{\theta\theta}^{c} = [M(\sigma_{e} - \sigma_{0})]^{m}$$

که در آن σ_{0} معرف تنش مؤثر است. رابطه شربی شامل ثابتهای خزشی است که از میان آنها، ثابت m برابر با هشت درنظر گرفته شده است. مقادیر M و σ_{0} با رگرسیون براساس نتایج تجربی بهدست آمده از پژوهشهای پاندی و همکارانش[21] بر روی کامپوزیتهای آلومینیوم-سیلیکونکاربید بهدست آمدهاند. دادههای تجربی مورد استفاده در جدول 4 آورده شده و نتایج حاصل از رگرسیون در روابط (13) قابل مشاهده است:

$$M = \frac{4.723 T^{4.98}}{10^{16} V^{0.622}} + 0.0002096$$

$$\sigma_0 = 0.01T + 0.9531V - 0.6361$$
Sic (13)
SiC T aقدار دمای مطلق به کلوین و V درصد حجمی ذرات 3
هستند. دادههای لازم برای برازش خواص فیزیکی ارائه شده در جداول 1 تا 3
از منبع [22] برگرفته شدهاند.

جدول 1 ضرایب و ثوابت چندجملهایهای برازش شده برای آلومینیوم 6061

					_
ν	<i>E</i> (GPa)	ho(kg/m³)	<i>k</i> (W/mK)	<i>α</i> (1/K)	Р
0/3633	62/04	2848	196 _/ 1	2 _/ 748×10⁻⁵	qı
0,0136	-8/675	-18/09	2,645	1 _/ 425×10⁻ ⁶	q ₂
0/01065	-3/137	-0/4566	-5,869	-6/024×10 ⁻⁸	q₃
3/382×10 ⁻³	-0/9465	-0/08859	-0/00015	-3,666×10 ⁻¹⁰	q4
569/5	569 _/ 5	483	588/8	477 _/ 2	b
133 _/ 4	133 _/ 4	81,61	142,5	77 _/ 91	С
سيليكون كاربيد	ی شدہ برای ،	ایهای برازش	بت چندجمله	ول 2 ضرایب و ثوا	جد
ν	E (GPa)	$ ho$ (kg/m 3	^s) <i>k</i> (W/mK) <i>α</i> (1/K)	Р
0/1704	4/355×10	² 3176	82 _/ 13	3,825×10⁻⁰	qı
-4/656×10 ⁻⁴	-3,622	-6/347	-13	1/994×10 ⁻⁶	q ₂
-4/046×10 ⁻⁴	2/153×10	⁻⁴ -0/1768	3 3,595	-1,079×10⁻ ⁶	q₃
6 _/ 644×10 ⁻⁴	-8/34×10⁻	⁴ 0/04943	3 -0/3391	2,251×10⁻ ⁷	q4
623	608,6	605/7	618	628,7	h
025	000/0	000/		0=0/.	D D

در این رابطه σ ، σ و T بهترتیب معرف تنش، کرنش و اختلاف دما هستند؛ همچنین، زیرنویسهای rr و $\theta \theta$ بهترتیب جهتهای شعاعی و مماسی را نشان میدهند و حرف بالانویس c به مقادیر خزشی اشاره دارد. روابط کرنش جابهجایی نیز بهصورت رابطه (17) نوشته میشوند: $\mathcal{E}_{rr} = \frac{du}{dr}$

$$\varepsilon_{\theta\theta} = \frac{u}{r} \tag{17}$$

معادله تعادل نیز برای دیسک دواری با ضخامت متغیر با استفاده از رابطه (18) بیان می شود:

$$\frac{1}{r}\frac{d}{dr}(rh\sigma_{rr}) - \frac{h\sigma_{\theta\theta}}{r} + \rho rh\omega^2 = 0$$
(18)

که در آن، $\omega \in \rho$ به ترتیب سرعت زاویهای و چگالی هستند. با جانشانی روابط (17) در روابط (16) و سپس جانشانی حاصل در رابطه (18)، معادله دیفرانسیل (19) برای توصیف جابهجایی یک دیسک دوار هدفمند با ضخامت متغیر تحت بارهای ترمومکانیکی بهدست میآید. در این رابطه تمامی خواص ترمومکانیکی تابع دما و درصد حجمی مواد درنظر گرفته شدهاند.

$$C_1 \frac{d^2 u}{dr^2} + C_2 \frac{du}{dr} + C_3 u + C_4 = 0$$
(19)

$$C_{2} = E\frac{dh}{dr} + \frac{hE}{r} + (1-v^{2})h\frac{d}{dr}\left(\frac{E}{1-v^{2}}\right)$$

$$C_{3} = \frac{vE}{r}\frac{dh}{dr} - \frac{hE}{r^{2}} + (1-v^{2})\frac{vh}{r}\frac{d}{dr}\left(\frac{E}{1-v^{2}}\right) + \frac{hE}{r}\frac{dv}{dr}$$

$$C_{4} = -(1+v)[\alpha h\frac{dE}{dr} + \alpha E\frac{dh}{dr} + hE\frac{d\alpha}{dr}]T - \alpha(1+v)hE\frac{dT}{dr}$$

$$-[E\frac{dh}{dr} + \frac{hE(1-v)}{r} + (1-v^{2})h\frac{d}{dr}\left(\frac{E}{1-v^{2}}\right)]\varepsilon_{rr}^{c}$$

$$-[vE\frac{dh}{dr} + hE\frac{dv}{dr} - \frac{hE(1-v)}{r} + v(1-v^{2})h\frac{d}{dr}\left(\frac{E}{1-v^{2}}\right)]\varepsilon_{\theta\theta}^{c}$$

$$-Eh\left(\frac{d\varepsilon_{rr}^{c}}{dr} + v\frac{d\varepsilon_{\theta\theta}^{c}}{dr}\right) + (1-v^{2})\rho rh\omega^{2}$$
(20)

شرایط مرزی درنظر گرفته شده برای حل معادله (19) بهصورت جابهجایی آزاد در شعاع داخلی و خارجی دیسک هستند.

معادلات دیفرانسیل (14) و (19) در جهت افزایش دقت حل، بیبعدسازی شدهاند. بدین منظور از تغییر متغیرهای رابطه (21) استفاده میشود:

$$\overline{T} = \frac{T}{\hat{T}} , \quad \hat{T} = \frac{\rho_0 r_0^2 \omega^2}{\alpha_0 E_o} , \quad \overline{U} = \frac{u}{\hat{u}} , \quad \hat{u} = \frac{\rho_0 r_0^3 \omega^2}{E_o}$$

$$\overline{\varepsilon}^c = \frac{\varepsilon^c}{\hat{\varepsilon}^c} , \quad \hat{\varepsilon}^c = \frac{\rho_0 r_0^2 \omega^2}{E_o}$$

$$\overline{E} = \frac{E}{E_o} , \quad \overline{\rho} = \frac{\rho}{\rho_o} , \quad \overline{k} = \frac{k}{k_o} , \quad \overline{\alpha} = \frac{\alpha}{\alpha_o} , \quad \overline{R} = \frac{r}{r_o} , \quad \overline{H} = \frac{h}{h_o}$$
(21)

$$\overline{H}\overline{K}\frac{d^{2}\overline{T}}{d\overline{R}^{2}} + \left(\frac{\overline{H}\overline{K}}{\overline{R}} + \frac{d}{d\overline{R}}(\overline{H}\overline{K})\right)\frac{d\overline{T}}{d\overline{R}} = 0$$
(22)

$$\overline{C}_{1} \frac{dU}{d\overline{R}^{2}} + \overline{C}_{2} \frac{dU}{d\overline{R}} + \overline{C}_{3} \overline{U} + \overline{C}_{4} = 0$$
 (23)
که در آن ضرایب \overline{C}_{1} تا \overline{C}_{1} به صورت رابطه (24) بهدست میآیند:

جدول 3 ضرایب و ثوابت چندجملهایهای برازش شده برای مقاومت مواد (MPa)

سيليكون كاربيد	آلومينيوم 6061	
506 _/ 2	31 _/ 34	\mathbf{q}_1
7 _/ 96	-20/21	q ₂
-1/98×10-3	-4/28	q ₃
-9/16×10-4	-20/61	q 4
0	32/48	q ₅
0	17 _/ 94	q ₆
0	-25/25	q ₇
0	-3 _/ 71	q ₈
0	5,34	q9
618	587 _/ 1	В
160 _/ 2	148,6	С

ل 4 نتایج تجربی مورد استفاده برای رگرسیون[20.23	جدو
--	-----

$\sigma_{\rm o}$ (MPa)	M (s ^{-1/n} / MPa)	V(%)	<i>T</i> (K)
15 _/ 24	0,00963	10	620
24,83	0,00594	20	620
34/32	0,00518	30	620
24 _/ 74	0,00897	20	675
25 _/ 72	0,01295	20	725

3- تعيين توزيع دما

معادله انتقال حرارت رسانش در مختصات استوانهای و در عدم وجود منبع حرارتی، بهصورت رابطه (14) بیان میشود:

$$hk\frac{d^2T}{dr^2} + \left(\frac{hk}{r} + \frac{d}{dr}(hk)\right)\frac{dT}{dr} = 0$$
(14)

که در آن h ،T و k بهترتیب بیانگر دما، ضخامت دیسک و ضریب رسانش هستند.

با توجه به اینکه ضریب رسانش موجود در معادله دیفرانسیل (14) وابسته به دما و درصد حجمی مواد اضافه شده است ، معادله دیفرانسیل مذکور غیرخطی است.برای حل این معادله از روش تکرار با حدس اولیه توزیع خطی استفاده شده است. شرایط مرزی مفروض برای معادله دیفرانسیل حاکم بر توزیع دما، شرایط دما ثابت در جدار داخلی و خارجی است. همگرایی حل با استفاده از کنترل مقدار خطای نسبی مطابق رابطه (15) صورت می گیرد:

$$\left| \frac{\max(T_j - T_{j-1})}{T_j} \right| < \lambda$$
 (15)
که در آن j نشانگر شمار تکرار و *I* مقدار خطای نسبی مورد قبول است که

برابر ³⁻¹0 فرض شده است.

4 - تعیین میدان جابه جایی و مقادیر تنش - کرنش

بهمنظور تحلیل ترمومکانیکی، کرنشها برابر مجموع کرنشهای الاستیک، حرارتی و خزشی درنظر گرفته شدهاند. تحلیل در مختصات استوانهای با فرض وجود تقارن محوری انجام و با توجه به ضخامت کم دیسک شرایط تنش صفحهای درنظر گرفته شده است. با توجه به این فرضیات میتوان رابطه (16) را نوشت:

$$\sigma_{rr} = \frac{E}{1 - \upsilon^{2}} [\varepsilon_{rr} + v\varepsilon_{\theta\theta} - \alpha(1 + v)\Delta T - (\varepsilon_{rr}^{c} + v\varepsilon_{\theta\theta}^{c})]$$

$$\sigma_{\theta\theta} = \frac{E}{1 - \upsilon^{2}} [\varepsilon_{\theta\theta} + v\varepsilon_{rr} - \alpha(1 + v)\Delta T - (\varepsilon_{\theta\theta}^{c} + v\varepsilon_{rr}^{c})]$$
(16)

مهندسی مکانیک مدرس، اسفند 1393، دورہ 14، شمارہ 12



در روابط (27)، $\sigma_{e} \circ \sigma_{e}$ بهترتیب، رشد کرنش خزشی معادل و تنش مؤثر بوده و از طریق معادلات (28) بهدست میآیند:

$$\Delta \varepsilon^{c} = \frac{2}{\sqrt{3}} \sqrt{(\Delta \varepsilon_{rr}^{c})^{2} + (\Delta \varepsilon_{\theta\theta}^{c})^{2} + (\Delta \varepsilon_{zz}^{c})^{2}}$$

$$\sigma_{e} = \sqrt{\sigma_{rr}^{2} + \sigma_{\theta\theta}^{2} - \sigma_{\theta\theta}} \sigma_{rr}$$
(28)
and the set of the

بهمنطور تعییل ترج ترتش خرشی، از معادات اساسی مختلف میتوان استفاده نمود. با توجه به اینکه رفتار خزشی کامپوزیتهای پایه آلومینیوم میتواند با رابطه شربی (رابطه 29) بهخوبی پیش بینی شود، از این رابطه در این تحلیل استفاده شده است[21]:

$$\Delta \varepsilon^{c} = [M(\sigma_{o} - \sigma_{o})]^{m} \Delta t$$

حل براساس روش عددی تکراری مندلسون انجام میشود تا تاریخچه تنش -کرنش دیسک بهدست آید. برای این منظور، در هر مرحله زمانی، ابتدا یک مقدار حدس اولیه برای مقدار رشد کرنش خزشی تعیین میشود و پس از حل معادله جابهجایی، مقدار کرنشهای کل و تنشهای جاری بهدست میآیند. با داشتن این مقادیر، تغییر کرنش خزشی به کمک روابط (28) و (29) بهدست میآیند. با داشتن تنش موثر و کرنش خزشی، جزء موثر و تنشهای جاری از معادلات پراندتل -راس (27)، مقدار کرنشهای خزشی جزء جدید بهدست آمده و کرنشهای جزء خزش گام پیشین اصلاح میشوند و تکرار این فرآیند تا همگرایی الگوریتم ادامه مییابد. پس از محاسبه تنش مؤثر، ضریب اطمینان به صورت رابطه (30) محاسبه میشود:

$$SF(r) = \frac{\sigma_y(r)}{\sigma_e(r)}$$
(30)

6- اعتبارسنجي

(29)

6-1- بررسی اعتبار روشهای همگنسازی مورد استفاده

برای اعتبارسنجی روشهای همگنسازی، نتایج به دست آمده از آنها با نتایج تجربی موجود در ادبیات فن برای مواد کامپوزیتی با توزیع یکنواخت مواد مقایسه شده است. نخست به بررسی روش موری -تاناکا پرداخته می شود. دادههای مقایسه شده در این مورد در جدول 5 خلاصه شدهاند. باید توجه داشت، روش همگنسازی موری -تاناکا با فرض پیوسته بودن ماتریس و گسسته بودن ذرات اضافه شده صحت دارد و بررسیهای متعددی در زمینه استفاده از مدل موری -تاناکا در تعیین خواص معادل در مواد کامپوزیتی نیز مؤید دقت بالای این مدل برای درصد حجمی پایین و پیوسته بودن ماتریس کامپوزیت است. برای پیش بینی تنش تسلیم در مقاطع مختلف ماده هدفمند از مدل هاشین -اشتریکمن استفاده شده است. مقایسه نتایج پیش بینی شده توسط این مدل با نتایج تجربی نیز در جدول 6 قابل مشاهده است. با توجه به تطابق بهتر نتایج حد پایین مدل هاشین -اشتریکمن با نتایج تجربی و همچنین در جهت

$$\begin{split} \overline{C}_{1} &= \overline{H}\overline{E} \\ \overline{C}_{2} &= \overline{E}\frac{d\overline{H}}{d\overline{R}} + \frac{\overline{H}\overline{E}}{\overline{R}} + (1-v^{2})\overline{H}\frac{d}{d\overline{R}}\left(\frac{\overline{E}}{1-v^{2}}\right) \\ \overline{C}_{3} &= \frac{v\overline{E}}{\overline{R}}\frac{d\overline{H}}{d\overline{R}} - \frac{\overline{H}\overline{E}}{\overline{R}^{2}} + (1-v^{2})\frac{v\overline{H}}{\overline{R}}\frac{d}{d\overline{R}}\left(\frac{\overline{E}}{1-v^{2}}\right) + \frac{\overline{H}\overline{E}}{\overline{R}}\frac{dv}{d\overline{R}} \\ \overline{C}_{4} &= -(1+v)[\overline{\alpha}\overline{H}\frac{d\overline{E}}{d\overline{R}} + \overline{\alpha}\overline{E}\frac{d\overline{H}}{d\overline{R}} + \overline{H}\overline{E}\frac{d\overline{\alpha}}{d\overline{R}}]\overline{T} - \overline{\alpha}(1+v)\overline{H}\overline{E}\frac{d\overline{T}}{d\overline{R}} \\ - [\overline{E}\frac{d\overline{H}}{d\overline{R}} + \frac{\overline{H}\overline{E}(1-v)}{\overline{R}} + (1-v^{2})\overline{H}\frac{d}{d\overline{R}}\left(\frac{\overline{E}}{1-v^{2}}\right)]\overline{\varepsilon}_{rr}^{c} \\ - [v\overline{E}\frac{d\overline{H}}{d\overline{R}} + \overline{H}\overline{E}\frac{dv}{d\overline{R}} - \frac{\overline{H}\overline{E}(1-v)}{\overline{R}} + v(1-v^{2})\overline{H}\frac{d}{d\overline{R}}\left(\frac{\overline{E}}{1-v^{2}}\right)]\overline{\varepsilon}_{\theta\theta}^{c} \\ - \overline{E}\overline{H}(\frac{d\overline{\varepsilon}_{rr}^{c}}{d\overline{R}} + v\frac{d\overline{\varepsilon}_{\theta\theta}^{c}}{d\overline{R}}) + (1-v^{2})\overline{\rho}\overline{R}\overline{H} \end{split}$$

$$(24)$$

5- روش حل شبه تحليلی گسسته سازی

حل تحلیلی دو معادله دیفرانسیل غیرخطی (14) و (19) برای تمامی حالات بعید بهنظر میرسد، بدین منظور، از روشهای شبه تحلیلی یا عددی استفاده می شود. در این پژوهش از روش شبه تحلیلی گسسته سازی[4] استفاده شده است. در این روش دیسک به *n* حلقه با ضخامت معلوم تقسیم شده و خواص مواد در هر حلقه ثابت درنظر گرفته می شود. این امر معادلات دیفرانسیل موجود را به مجموعه معادلات دیفرانسیل مرتبه دوم خطی ناهمگن با ضرایب ثابت تبدیل می کند که حل تحلیلی آن موجود است. شکل 1 این تقسیم بندی را نشان می دهد. به منظور یافتن ثوابت انتگرال گیری حاصل از حل، باید در مرز المانها، شرایط پیوستگی اعمال شود. این شرایط برای معادله دیفرانسیل (14) شرایط پیوستگی دمایی مرتبه اول و دوم هستند که شامل برابری مقادیر و شیب تغییرات دما در مرز المان هاست که با روابط (25) بیان می شوند:

$$\overline{T}(\mathbf{r})\Big|_{r=r^{k}+\frac{t^{k}}{2}} = \overline{T}(\mathbf{r})\Big|_{r=r^{k+1}-\frac{t^{k+1}}{2}}$$

$$\frac{d\overline{T}(\mathbf{r})}{d\overline{R}}\Big|_{r=r^{k}+\frac{t^{k}}{2}} = \frac{d\overline{T}(\mathbf{r})}{d\overline{R}}\Big|_{r=r^{k+1}-\frac{t^{k+1}}{2}}$$
(25)

شرایط پیوستگی برای معادله دیفرانسیل **(19)** نیز شامل برابری جابهجاییها و شرایط پیوستگی برای معادله در مرز المانهاست. این شرایط با روابط **(26)** بیان میشود: $\overline{U}(\mathbf{r})\Big|_{r=r^{k}+\frac{t^{k}}{2}} = \overline{U}(\mathbf{r})\Big|_{r=r^{k+1}-\frac{t^{k+1}}{2}}$

$$\frac{d\overline{U}(\mathbf{r})}{d\overline{R}}\Big|_{r=r^{k_{+}}\frac{t^{k}}{2}} = \frac{d\overline{U}(\mathbf{r})}{d\overline{R}}\Big|_{r=r^{k+1}-\frac{t^{k+1}}{2}}$$
(26)

با توجه به اینکه C4 در معادلات (20)، شامل کرنشهای خزشی است، برای حل معادله دیفرانسیل (19) در طول زمان، معادله مذکور در گامهای زمانی کوچک حل میشود. کرنشهای خزشی در گام اول صفر بوده و در هر گام بعدی برابر حاصلجمع مقادیر کرنش در گامهای قبلی بهعلاوه میزان رشد آن در گام مذکور است. مقدار رشد کرنشها را میتوان با رابطه پرندتل-راس بهدست آورد. این روابط با معادلات (27) ارائه میشوند[8]:

$$\Delta \varepsilon_{rr}^{c} = \frac{\Delta \varepsilon}{2\sigma_{e}} [2\sigma_{rr} - \sigma_{\theta\theta}]$$

$$\Delta \varepsilon_{\theta\theta}^{c} = \frac{\Delta \varepsilon}{2\sigma_{e}} [2\sigma_{\theta\theta} - \sigma_{rr}]$$

$$\Delta \varepsilon_{zz}^{c} = -\Delta \varepsilon_{rr}^{c} - \Delta \varepsilon_{\theta\theta}^{c} \qquad (27)$$

اطمینان، از این حالت استفاده شده است. با توجه به حدود معرفی شده در مطالعات مختلف برای مدل موری-تاناکا و همچنین محدودیت دادههای معتبر برای محاسبه ضرایب خزشی، بیشینه درصد حجمی مواد در این پژوهش برابر 35 درصد فرض شده است.

6-2- بررسی اعتبار روشهای حل معادلات دیفرانسیل

باتوجه به اینکه وجود حل تحلیلی برای حالت کلی معادلات ترمومکانیکی غیرخطی در حالت کلی بعید بهنظر میرسد، برای اعتباربخشی به روشهای حل این معادلات به کمک روش شبهتحلیلی گسستهسازی، ابتدا پاسخهای حل تحلیلی برای معادلات حرارتی و مکانیکی در حالت الاستیک و با صرفنظر از خواص وابسته به دما بهدست آمده است. بهمنظور سادهسازی معادلات، در حل تحلیلی از روشهای همگنسازی صرفنظر شده و تغییرات خواص فیزیکی بهصورت توانی درنظر گرفته شدهاند (رابطه 31):

$$P(r) = P_o(\frac{r}{r_o})^{\varphi}$$
(31)

در رابطه (31)، P خاصیت دلخواه مورد نظر و P_0 مقدار خاصیت مورد نظر در شعاع خارجی است. توان φ متناظر با هریک از خواص نیز در جدول 7 ارائه شده است. در این بخش و برای حل تحلیلی فرض شده است که تمامی خواص بهغیر از ضریب پواسون به صورت توانی تغییر کنند. ضخامت دیسک دوار نیز به شکل توانی مطابق رابطه (32) تغییر میکند:

$$h(r) = h_o \left(\frac{r}{r_o}\right)^{-\zeta}$$
(32)

که در آن، ho ضخامت دیسک در شعاع خارجی است. پاسخهای بهدست آمده از حل تحلیلی با نتایج حاصل از حل شبهتحلیلی گسستهسازی شده مقایسه شدهاند.

7- حل تحليلي معادله توزيع دما

با جانشانی روابط موجود برای خواص و ضخامت در معادله دیفرانسیل (22) می توان رابطه (33) را نوشت:

$$\frac{d}{dr} \left\{ \overline{R}^{-\zeta+\beta+1} \frac{dT}{d\overline{R}} \right\} = 0$$

(33)

جدول 5 مقایسه نتایج تجربی با نتایج مدل موری-تاناکا					
	مقدار	مقدار موجود	(K)	درصد حجمی	خاصيت مورد
مىبع	محاسبه شده	در منابع	(N) 63	ذرات SiC	مطالعه
[24]	156 _/ 44	162,69	288	20	<i>k</i> (W/m.K)
[24]	165 _/ 32	160/2	397	20	<i>k</i> (W/m.K)
[25]	86/24	81	300	10	E (MPa)
[25]	92 _/ 76	89	300	15	E (MPa)
[26]	19 _/ 4×10⁻ ⁶	22,3×10⁻⁰	300	15	α(1/K)

تنش	شبينى	در پي	شتريكمن	هاشين-ا	مدل	نتايج	تجربی با	نتايج	مقايسه 🕯	دول ذ	ج
					1						

	مقدار موجود	ن-اشتريكمن	نتايج مدل هاشي	درصد حجمي
منبع	در منابع (MPa)	حد بالا (MPa)	حد پایین (MPa)	ذرات SiC
[25]	278	311 _/ 54	307 _/ 32	10
[27]	280/3	311 _/ 54	307/32	10
[25]	343	322/88	316/52	15
[27]	340/2	334/35	325/82	20
[27]	392	357 _/ 71	344 _/ 71	30

	ه در حل تحلیلی	ی مورد استفاد	ول 7 نمادها	جدو
ρ	α	E	k	خاصيت
μ	χ	γ	β	نماد توان

با دو مرحله انتگرالگیری در راستای شعاع از رابطه (33) رابطه (34) بهدست میآید:

$$\overline{T}(\overline{R}) = \frac{a_1}{(\zeta - \beta)} \overline{R}^{\zeta - \beta} + a_2$$
(34)

در رابطه فوق مقادیر **،4** و **4** ثوابت انتگرال گیری هستند که با اعمال شرایط مرزی بهدست میآیند. با فرض شرایط دما ثابت در جدار داخلی و خارجی میتوان رابطه (35) را نوشت:

$$\overline{T}(\overline{R}_i) = \overline{T}_i,$$

$$\overline{T}(\overline{R}_o) = \overline{T}_o$$
(35)

با اعمال این شرایط، ثوابت انتگرال گیری به صورت رابطه (36) خواهند بود:

$$a_{1} = \frac{\left(\overline{T}_{o} - \overline{T}_{i}\right)\left(\zeta - \beta\right)}{1 - \left(\frac{\overline{R}_{i}}{\overline{R}_{o}}\right)^{\zeta - \beta}}, \ a_{2} = \overline{T}_{o} - \frac{\left(\overline{T}_{o} - \overline{T}_{i}\right)}{1 - \left(\frac{\overline{R}_{i}}{\overline{R}_{o}}\right)^{\zeta - \beta}}$$
(36)

به این ترتیب توزیع دمای بهدست آمده را میتوان با توزیع دمای بهدست آمده از روش شبهتحلیلی گسستهسازی مقایسه نمود.

8- حل تحليلي معادله جابهجايي

با جانشانی خواص و پروفیل ضخامت مفروض در معادله دیفرانسیل (19) میتوان ضرایب معادله مذکور را بهصورت روابط (37) بهدست آورد. شایان ذکر است که برای حالت الاستیک کرنشهای خزشی صفرند.

$$C_{1} = R^{-\zeta+\gamma}$$

$$\overline{C}_{2} = (\gamma + 1 - \zeta)\overline{R}^{-\zeta+\gamma-1}$$

$$\overline{C}_{3} = (\nu\gamma - \nu\zeta - 1)\overline{R}^{-\zeta+\gamma-2}$$

$$\overline{C}_{4} = -\left((\gamma + \chi - \zeta)\overline{T} + \overline{R}\frac{d\overline{T}}{d\overline{R}}\right)(1+\nu)\overline{R}^{-\zeta+\gamma+\chi-1}$$

$$+(1-\nu^{2})\overline{R}^{-\zeta+\mu+1}$$
(37)

در رابطه (37)، T توزیع دمای بهدست آمده از رابطه (34) است. با جانشانی این مقدار میتوان ضریب C4 را بهشکل رابطه (38) نوشت:

$$\overline{C}_{4} = -\left(\frac{(\gamma + \chi - \beta)}{(\zeta - \beta)}a_{1}\overline{R}^{\zeta - \beta} + (\gamma + \chi - \zeta)a_{2}\right)$$

$$\times (1 + \nu)\overline{R}^{-\zeta + \gamma + \chi - 1} + (1 - \nu^{2})\overline{R}^{-\zeta + \mu + 1}$$
(38)

$$\overline{R}^{-\zeta+\gamma} \frac{d^2 \overline{U}}{d\overline{R}^2} + (\gamma + 1 - \zeta) \overline{R}^{-\zeta+\gamma-1} \frac{d\overline{U}}{d\overline{R}} + (\nu\gamma - \nu\zeta - 1) \overline{R}^{-\zeta+\gamma-2} \overline{U} = 0$$
(39)

$$\overline{Z} = \ln(\overline{R}) \tag{40}$$

$$\frac{d^2 U}{d\overline{Z}^2} + (\gamma - \zeta) \frac{dU}{d\overline{Z}} + (v\gamma - v\zeta - 1)\overline{U} = 0$$
(41)

معادله ديفرانسيل (41) يک معادله ديفرانسيل مرتبه دوم همگن با ضرايب ثابت است که معادله مشخصه آن به شکل رابطه (42) است: $q^2 + (\gamma - \zeta)q + (v\gamma - v\zeta - 1) = 0$ (42)

مهندسی مکانیک مدرس، اسفند 1393، دورہ 14، شمارہ 12

$$\begin{split} &-\bar{R}^{\chi}(1+\nu) \bigg[\frac{a_{1}}{(\zeta-\beta)} \bar{R}^{\zeta-\beta} + a_{2} \bigg] + a_{3}(q_{1}+\nu) \bar{R}^{q_{1}-1} + a_{4}(q_{2}+\nu) \bar{R}^{q_{2}-1} \bigg\} \frac{\bar{R}^{\nu}}{1-\nu^{2}} & (43) \text{ abd} \\ &\bar{\sigma}_{\theta\theta} = \bigg\{ \frac{-(\mu\nu-\gamma\nu+3\nu+1)(1-\nu^{2})}{(\mu-\gamma+3)(\mu-\zeta+3) + (\nu\gamma-\nu\zeta-1)} \bar{R}^{\mu-\gamma+2} & q_{1,2} = \frac{-(\zeta+2)}{(\chi+1)(\chi+\gamma-\zeta+3)(\mu-\zeta+3) + (\nu\gamma-\nu\zeta-1)} \\ &+ \frac{(1+\nu)(\gamma+\chi-\zeta)(\chi\nu+1+\nu)a_{2}}{(\chi+1)(\chi+\gamma-\zeta+1) + (\nu\gamma-\nu\zeta-1)} \bar{R}^{\chi} & \rho_{1,2} = \frac{-(\zeta+2)}{(\chi+1)(\chi+\gamma-\zeta+3)(\chi\nu+1+\nu)a_{2}} \\ &+ \frac{(1+\nu)(\gamma+\chi-\beta)(\chi\nu+1+\nu)a_{2}}{(\zeta-\beta)[(\zeta-\beta+\chi+1)(\gamma-\beta+\chi+1) + (\nu\gamma-\nu\zeta-1)]} \bar{R}^{\zeta-\beta+\chi} & \rho_{1,2} = \frac{-(\zeta+2)}{(\chi+1)(\chi+\gamma-\zeta+3)(\chi\nu+1+\nu)a_{2}} \\ &- \bar{R}^{\chi}(1+\nu) \bigg[\frac{a_{1}}{(\zeta-\beta)} \bar{R}^{\zeta-\beta} + a_{2} \bigg] & \bar{R}^{\chi-\beta} + \bar{R}^{\chi-\beta} \\ &= \frac{-(\chi+2)}{(\chi+1)(\chi+\gamma-\zeta+3)(\chi\nu+1+\nu)a_{2}} \\ &- \bar{R}^{\chi}(1+\nu) \bigg[\frac{a_{1}}{(\zeta-\beta)} \bar{R}^{\zeta-\beta} + a_{2} \bigg] & \bar{R}^{\chi-\beta} \\ &= \frac{-(\chi+2)}{(\chi+1)(\chi+\gamma-\zeta+3)(\chi\nu+1+\nu)a_{2}} \\ &= \frac{-(\chi+2)}{(\chi+1)(\chi+2)(\chi+2)(\chi\nu+1+\nu)a_{2}} \\ &= \frac{-(\chi+2)}{(\chi+2)(\chi+2)(\chi\nu+1+\nu)a_{2}} \\ &= \frac{-(\chi+2)}{(\chi+2)(\chi+2)(\chi+2)(\chi\nu+1+\nu)a_{2}} \\ &= \frac{-(\chi+2)}{(\chi+2)(\chi+2)(\chi+2)(\chi+2)(\chi+2)} \\ &= \frac{-(\chi+2)}{(\chi+2)(\chi+2)(\chi+2)(\chi+2)} \\ &= \frac{-(\chi+2)}{(\chi+2)(\chi+2)(\chi+2)} \\ &= \frac{-(\chi+2)}{(\chi+2)(\chi+2)} \\ &= \frac{-(\chi+2)}{(\chi+2)(\chi+2)} \\ &= \frac{-(\chi+2)}{(\chi+2)(\chi+2)} \\ &= \frac{-(\chi+2)}{(\chi+2)} \\ &= \frac{-(\chi+2)}{(\chi+2)$$

$$+a_{3}(1+q_{1}\nu)\overline{R}^{q_{1}-1}+a_{4}(1+q_{2}\nu)\overline{R}^{q_{2}-1}\Big\}\frac{\overline{R}^{\gamma}}{1-\upsilon^{2}}$$
(51)
multiple method is a constrained of the set of the

$$\bar{\sigma}_{rr}(\bar{R}_i) = 0,$$

$$\bar{\sigma}_{rr}(\bar{R}_o) = 0$$
(52)

با اعمال این رابطه شرایط مرزی تعیین میشوند. با توجه به وضعیت تنش صفحهای، تنش مؤثر با استفاده از رابطه (28) محاسبه میشود (روابط (53 و 54).

$$\begin{aligned} a_{4} &= \frac{-1}{(q_{2} + \nu)\overline{R}_{o}^{q_{2}-1}} \\ \times \left\{ \frac{-(\mu - \gamma + 3 + \nu)(1 - \nu^{2})}{(\mu - \gamma + 3)(\mu - \zeta + 3) + (\nu\gamma - \nu\zeta - 1)} \overline{R}_{o}^{\mu - \gamma + 2} \right. \\ &+ \frac{(1 + \nu)(\gamma + \chi - \zeta)(\chi + 1 + \nu)a_{2}}{(\chi + 1)(\chi + \gamma - \zeta + 1) + (\nu\gamma - \nu\zeta - 1)} \overline{R}_{o}^{\chi + 1} \\ &+ \frac{(1 + \nu)(\gamma + \chi - \beta)(\zeta - \beta + \chi + 1 + \nu)a_{1}}{(\zeta - \beta)[(\zeta - \beta + \chi + 1)(\gamma - \beta + \chi + 1) + (\nu\gamma - \nu\zeta - 1)]} \\ &\times \overline{R}_{o}^{\zeta - \beta + \chi + 1} \\ &+ \alpha (\alpha + \nu)\overline{\Omega}^{q_{2}-1} \right] \end{aligned}$$

$$+ a_{3}(q_{1} + \nu)\bar{\kappa}_{o}^{\pi} \}$$

$$(53)$$

$$a_{3} = \frac{-1}{(q_{1} + \nu)\left[\frac{\bar{R}_{o}^{q_{1}-1}}{\bar{R}_{o}^{q_{2}-1}} - \frac{\bar{R}_{i}^{q_{1}-1}}{\bar{R}_{i}^{q_{2}-1}}\right]$$

$$\times \left\{ \frac{-(\mu - \gamma + 3 + \nu)(1 - \nu^{2})}{(\mu - \gamma + 3)(\mu - \zeta + 3) + (\nu\gamma - \nu\zeta - 1)} \left[\frac{\bar{R}_{o}^{\mu - \gamma + 2}}{\bar{R}_{o}^{q_{2}-1}} - \frac{\bar{R}_{i}^{\mu - \gamma + 2}}{\bar{R}_{i}^{q_{2}-1}}\right]$$

$$+ \frac{(1 + \nu)(\gamma + \chi - \zeta)(\chi + 1 + \nu)a_{2}}{(\chi + 1)(\chi + \gamma - \zeta + 1) + (\nu\gamma - \nu\zeta - 1)} \left[\frac{\bar{R}_{o}^{\chi + 1}}{\bar{R}_{o}^{q_{2}-1}} - \frac{\bar{R}_{i}^{\chi + 1}}{\bar{R}_{i}^{q_{2}-1}}\right]$$

$$+ \frac{(1 + \nu)(\gamma + \chi - \beta)(\zeta - \beta + \chi + 1 + \nu)a_{1}}{(\zeta - \beta)[(\zeta - \beta + \chi + 1)(\gamma - \beta + \chi + 1) + (\nu\gamma - \nu\zeta - 1)]}$$

$$\times \left[\frac{\bar{R}_{o}^{\zeta - \beta + \chi + 1}}{\bar{R}_{o}^{q_{2}-1}} - \frac{\bar{R}_{i}^{\zeta - \beta + \chi + 1}}{\bar{R}_{i}^{q_{2}-1}}\right]$$

$$- \frac{\bar{R}_{o}^{\chi}}{\bar{R}_{o}^{q_{2}-1}}(1 + \nu)\left[\frac{a_{1}}{(\zeta - \beta)}\bar{R}_{o}^{\zeta - \beta} + a_{2}\right]$$

$$+ \frac{\bar{R}_{i}^{\chi}}{\bar{R}_{i}^{q_{2}-1}}(1 + \nu)\left[\frac{a_{1}}{(\zeta - \beta)}\bar{R}_{i}^{\zeta - \beta} + a_{2}\right]$$

$$(54)$$

9- بهینهسازی چندهدفه

معمولاً، طراحی مهندسی شامل مجموعهای از اهداف و معیارهاست. در صورت تضاد اهداف، یک جواب بهینه یکتا برای بهینهسازی وجود نداشته و حل مسئله بهینهسازی مستلزم استفاده از روشهای بهینهسازی چندهدفه است. شکل کلی مسئله بهینهسازی چندهدفه بهصورت رابطه (55) بیان می شود: با حل این معادله جبری، ریشههای معادله مشخصه بهصورت معادله (43) بهدست میآیند:

$$q_{1,2} = \frac{-(\gamma - \zeta) \pm \sqrt{(\gamma - \zeta)^2 - 4(\nu\gamma - \nu\zeta - 1)}}{2}$$
(43)

برای تعیین حقیقی یا مختلط بودن ریشههای رابطه (42)، باید عبارت زیر رادیکال تعیین علامت شود. با توجه به بازه ضریب پواسون، عبارت زیر رادیکال در رابطه (43) همواره مثبت و ریشههای معادله مشخصه، اعدادی حقیقی خواهند بود. بهدلیل حقیقی بودن ریشههای معادله مشخصه، جوابهای قسمت همگن معادله بهصورت رابطه (44) قابل بیان است:

$$\overline{U}_h = a_3 \overline{U}_1 + a_4 \overline{U}_2 = a_3 \overline{R}^{q_1} + a_4 \overline{R}^{q_2}$$
(44)

ضرایب **ی** و **ی** ثوابت انتگرال گیری هستند که با توجه به شرایط مرزی تعیین میشوند. برای تعیین جوابهای خصوصی، روش لاگرانژ به کار گرفته شده که برای استفاده از آن، نخست باید رونسکین جوابهای همگن بهدست آید (رابطه 45):

$$W = \begin{vmatrix} \overline{U}_{1} & \overline{U}_{2} \\ \overline{U}_{1}' & \overline{U}_{2}' \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} \overline{R}^{q_{1}} & \overline{R}^{q_{2}} \\ q_{1}\overline{R}^{q_{1}-1} & q_{2}\overline{R}^{q_{2}-1} \end{vmatrix} = (q_{2}-q_{1})\overline{R}^{q_{1}+q_{2}-1}$$
(45)

با استفاده از روش لاگرانژ، جواب قسمت ناهمگن بهصورت رابطه **(46)** قابل بیان است:

$$\overline{U}_{p} = -\overline{U}_{1} \int \frac{\overline{U}_{2}(-\frac{\overline{C}_{4}}{\overline{C}_{1}})}{W} d\overline{R} + \overline{U}_{2} \int \frac{\overline{U}_{1}(-\frac{\overline{C}_{4}}{\overline{C}_{1}})}{W} d\overline{R}$$
(46)
Here is a construction of the second secon

$$q_1 + q_2 = -(\gamma - \zeta),$$

 $q_1 q_2 = (v\gamma - v\zeta - 1)$ (48)

$$\overline{U}_{\rho} = \frac{-(1-v^{-})}{(\mu-\gamma+3)(\mu-\zeta+3)+(v\gamma-v\zeta-1)} \overline{R}^{\mu-\gamma+3} + \frac{(1+v)(\gamma+\chi-\zeta)a_2}{(\chi+1)(\chi+\gamma-\zeta+1)+(v\gamma-v\zeta-1)} \overline{R}^{\chi+1} + \frac{(1+v)(\gamma+\chi-\beta)a_1}{(\zeta-\beta)[(\zeta-\beta+\chi+1)(\gamma-\beta+\chi+1)+(v\gamma-v\zeta-1)]} \overline{R}^{\zeta-\beta+\chi+1}$$

$$(49)$$

$$: c_{\zeta} : c_{\zeta$$

$$\overline{J} = a_1 \overline{U}_1 + a_2 \overline{U}_2 + \overline{U}_p$$
(50)

در این مرحله ثوابت انتگرالگیری را میتوان با اعمال شرایط مرزی محاسبه نمود. با جانشانی جوابهای معادلات دیفرانسیل توزیع دما و جابهجایی در روابط (16)، تنشهای شعاعی و مماسی بهصورت رابطه (51) هستند:

$$\begin{split} \overline{\sigma}_{rr} &= \begin{cases} \frac{-(\mu - \gamma + 3 + \nu)(1 - \nu^2)}{(\mu - \gamma + 3)(\mu - \zeta + 3) + (\nu\gamma - \nu\zeta - 1)} \overline{R}^{\mu - \gamma + 2} \\ &+ \frac{(1 + \nu)(\gamma + \chi - \zeta)(\chi + 1 + \nu)a_2}{(\chi + 1)(\chi + \gamma - \zeta + 1) + (\nu\gamma - \nu\zeta - 1)} \overline{R}^{\chi} \\ &+ \frac{(1 + \nu)(\gamma + \chi - \beta)(\zeta - \beta + \chi + 1 + \nu)a_1}{(\zeta - \beta)[(\zeta - \beta + \chi + 1)(\gamma - \beta + \chi + 1) + (\nu\gamma - \nu\zeta - 1)]} \overline{R}^{\zeta - \beta + \chi} \end{split}$$

29

9-1- الگوریتم ژنتیکی چندهدفه با مرتبسازی نامغلوب

الگوریتم ژنتیکی یک روش جستجو و بهینهسازی بر پایه انتخاب طبیعی است که جمعیت دادهها را تحت قانون انتخابی مشخصی بهبود می دهد. در این بررسی برای حالت تک هدفه از الگوریتم ژنتیکی پیوسته تک هدفه و برای مسئله چندهدفه از الگوریتم ژنتیکی با مرتبسازی نامغلوب استفاده شده است. برای بهینهسازی با این الگوریتم ابتدا با توجه به دامنه طراحی باید یک جمعیت اولیه از متغیرهای طراحی تولید شود، سپس، توابع هدف بهازای جمعیت موجود محاسبه می شود. در مرحله بعدی مقادیر یکی از اهداف با توجه به نتیجه مورد انتظار مرتب شده، جمعیت و مقادیر هدف دیگر نیز متناظر با ترتیب مقادیر این هدف مرتب می شوند. سپس، دادههای نامغلوب شناسایی، رتبهبندی و از میان جمعیت جدا می شوند و این روند برای تمام جمعیت اعمال می شود. برای توزیع یکنواخت تر دادهها، از اشتراک شایستگی² استفاده می شود. بدین منظور ابتدا باتوجه به رابطه (56) فاصله اقلیدسی بین جفت جواب x و y در فضای بی بعد بین صفر و یک محاسبه می شود[28]:

$$dj(x, y) = \sqrt{\sum_{i=1}^{n} (\frac{J_i(x) - J_i(y)}{J_i^{\max} - J_i^{\min}})^2}$$
(56)

که در آن، **سیر از از م**ا**ل** بهتر تیب برابر بیشینه و کمینه مقادیر تابع هدف **, ل** و t تعداد اهداف هستند. سپس، مقدار شایستگی³ برای هر حل x در نسل بهصورت رابطه (57) محاسبه می شود[28]:

$$nc(x,t) = \sum \max\left\{\frac{\sigma_{\text{share}} - dj(x, y)}{\sigma_{\text{share}}}, 0\right\}$$
(57)

$$\sigma_{\text{share}} = \frac{r}{\sqrt[n]{q}} = \frac{\sqrt{\sum_{k=1}^{n} (J_{k,\max} - J_{k,\min})^2}}{2\sqrt[n]{q}}$$
(58)

که در آن q تعداد نقاط اوج فضای حل است. پس از انجام محاسبات، تابع هدف جدید برای هر رتبه به شکل رابطه (59) تعریف میشود[28]:

$$f^{*}(x,t) = \frac{f(x,t)}{nc(x,t)}$$
(59)

در مرحله بعد، نیمی از دادههای با شایستگی کمتر حذف میشوند. برای

n

2- Fitness sharing 3- Niche count

تولید دادههای جدید، نخست باید والدین انتخاب شوند که برای این منظور از روش انتخاب رقابتی استفاده شده است. پس از انتخاب والدین با استفاده از عملگر تقاطع تکنقطهای⁴ دادههای جدید تولید میشوند. با اعمال عملگر جهش از همگرایی الگوریتم به کمینه محلی جلوگیری میشود. نرخ جهش در این پژوهش برابر با 20/0 درنظر گرفته شده است. پس از این مرحله، مقدار تابع هدف بهزای هریک از دادههای جدید محاسبه شده و مراحل فوق تا همگرایی الگوریتم ادامه مییابد. شایان ذکر است تعداد اعضای جمعیت در بهینهسازی تکهدفه برابر با 600 و در بهینهسازی چندهدفه برابر با 1000 درنظر گرفته شده است. شکل 2 فلوچارت مراحل این الگوریتم را نشان میدهد که در آن R بیانگر رتبه منتسب به هر کرومزوم است.

10 - فرمول بندی مسئله بهینه سازی

در این بررسی با استفاده از روش الگوریتم ژنتیکی با مرتبسازی نامغلوب به تعیین توزیع بهینه مواد و پروفیل ضخامت دیسک پرداخته میشود. توابع هدف و قید مطرح در مسئله بهصورت رابطه (60) هستند:

$$J^{(1)} = \min m_{disc}$$

$$= \min \int 2\pi r h(r) \rho(r) t(r) dr$$

$$J^{(2)} = \min (SF_{max}(t) - SF_{min}(t))$$

$$J^{(3)} = \max (SF_{min}(t))$$

$$g_{1} : \min(SF(t)) \ge \alpha$$

$$g_{1} : \max(SF_{max}(t) - SF_{min}(t)) \le \beta$$
(60)

که در ان، m جرم دیسک است. چنان که مشاهده میشود، توابع دوم و سوم و همچنین هر دو قید وابسته به زمان هستند.



4- Single point crossover

مهندسی مکانیک مدرس، اسفند 1393، دورہ 14، شمارہ 12

¹⁻ Non-dominated Sorting Genetic Algorithm (NSGA)



شکل 3 آزمون حساسیت به تعداد تقسیمات در جدار خارجی برای حل الاستیک.



شکل 4 مقایسه نتایج دو روش حل در تعیین توزیع دمای بیبعد شده برای حل الاستیک



شکل 5 مقایسه نتایج دو روش حل در تعیین توزیع تنش شعاعی بیبعد شده برای حل الاستیک



شکل 6 مقایسه نتایج دو روش حل در تعیین توزیع تنش مماسی بیبعد شده برای حل الاستیک

وابستگی اهداف بهینه سازی از آن جهت مطرح می شود که بازآرایی تنش ها در اثر وقوع خزش، توزیع تنش و ضریب اطمینان را دچار تغییر می کند. این طراحی شامل دو قید کمینه ضریب اطمینان و بیشینه اختلاف ضرایب اطمینان بیشینه و کمینه است. قید دوم برای دستیابی به توزیع ضریب اطمینانی یکنواخت تر مطرح می شود. مقادیر مفروض برای حدود این قیود در جدول 8 ارائه شده است. برای اعمال قیود مطرح، تابع جریمه (\hat{I}) به کار گرفته شده است؛ برای قید نمونه (61) تابع جریمه به شکل رابطه (62) به کار رفته است:

$$g(x) \ge g_0 \tag{61}$$

$$\hat{U} = J + \kappa \max\{0, [g_0 - g(x)]\}$$
 (62)

در این روابط **g** مقدار حدی قید بوده و *x* نیز نشاندهنده مقدار جریمه است که عددی نسبتاً بزرگ انتخاب میشود. متغیرهای طراحی نیز شامل درصد حجمی ذرات سیلیکونکاربید در جدار داخلی و خارجی، توان الگوی توزیع مواد و توان پروفیل ضخامت است. شایان ذکر است در تمامی مراحل پروفیل ضخامت مطابق رابطه (32) فرض شده است.

11- نتايج

1-11- مقايسه نتايج تحليلي و شبه تحليلي در حالت الاستيک

مقایسه نتایج دو روش حل تحلیلی و شبه تحلیلی گسسته سازی در حالت الاستیک (زمان اولیه) انجام یافته است. برای حصول اطمینان از همگرایی پاسخ روش حل شبه تحلیلی گسسته سازی، آزمون حساسیت به تعداد تقسیمبندیها در سه نقطه انجام گرفته است. نخست با توجه به اینکه در این روش، تمامی محاسبات برای شعاع میانی هر زیربازه انجام می گیرد، شرایط مرزی در جدار داخلی و خارجی بهترتیب در شعاع میانی زیربازه ابتدایی و انتهایی اعمال می شود. از این رو ابتدا مقدار دما در جدار داخلی و خارجی با برون یابی تعیین شده و سپس همگرایی این مقادیر بررسی شده است. پس از این مرحله، آزمون برای شعاعی برابر با مقدار میانگین شعاع جداره داخلی و خارجی نیز انجام گرفته است. نتایج آزمون نشان دادهاند که با افزایش تعداد تقسیمات به بیش از 20 تقسیم، تغییر چندانی در نتایج مربوط به توزیع دما ديده نمى شود و از اين رو تعيين توزيع دما با اين روش با 20 قسمت انجام شده است. شکل 3 این آزمون را برای جدار خارجی نشان میدهد. برای حل مکانیکی نیز همین روند تکرار شده و تعداد تقسیمات لازم 55 قسمت پیش بینی شده است. شکل های 4، 5 و 6 به تر تیب مقایسه انجام شده میان دو روش در حل معادلات دیفرانسیل (22) و (23) را ارائه میدهند.

با توجه به استفاده از روش حل شبهتحلیلی برای بهینهسازی، در این قسمت به ارائه یک حل نمونه با استفاده از این روش پرداخته شده است. بدین منظور توزیع مواد مطابق رابطه (1) فرض شده است. دیسک از ترکیب دو جنس آلومینیوم 6061 و سیلیکونکاربید درنظر گرفته شده و خواص معادل با استفاده از مدل موری -تاناکا و هاشین -اشتریکمن تعیین شده است. همچنین، تمامی خواص فیزیکی وابسته به دما و درصد حجمی مواد فرض شدهاند. مشخصات دیسک در جدول 8 مشاهده میشود. برای تعیین تعداد تقسیمات لازم برای حل با این روش، آزمون حساسیت به تعداد تقسیمات -چنان که توضیح آن پیشتر آمد - انجام گرفته است. نتایج حاکی از کافی بودن تعداد 85 قسمت برای هر دو حل تعیین توزیع دما و تحلیل ترمومکانیکی است. شکل 7 توزیع دمای بهدست آمده را همراه با حدس اولیه نمایش میدهد. همچنین، توزیع تنش مماسی و شعاعی برای حالت مذکور در شکل 8 نشان داده شده است.



با توجه به شرایط مرزی آزاد -آزاد برای دیسک مورد نظر و اثر کرنش خزشی، همان طور که ملاحظه می شود، به علت بازآرایی تنش، مقدار تنش موثر در جدار داخلی دیسک از 100 مگاپاسکال به حدود 84 مگاپاسکال می رسد. علاوهبر آن، در این شکل نقاط مرجع نیز، که در آنها تنش تغییر قابل ملاحظهای ندارد، ملاحظه می شوند. محدوده انتخاب شده برای سه متغیر نخست طراحی با توجه به سه مورد انتخاب شده است. نخست محدودیت ساخت دیسکهای دوار، چنان که سنودین و همکارانش[30] در سال 2012 سوفق به ساخت دیسک دوار هدفمندی با توزیع مواد 10 تا 30 درصد در دو نشان دهنده برتری و صحت روش موری -تاناکا برای کامپوزیتهای با ماتریس پیوسته است. سومین محدود کننده، وجود دادههای تجربی خزش برای بازهای از درصد حجمی مواد است. با توجه به تمامی موارد فوق محدوده متغیرها مطابق رابطه (63) انتخاب شده است.



مقدار مفروض	مشخصه
12/5	نسبت قطر خارجی به داخلی
80	قطر داخلی، (mm)
1000	سرعت دورانی (rpm)
400	دما در جداره داخلی (K)
500	دما در جداره خارجی (K)
300	دمای مرجع (K)
1/1	کمینه ضریب اطمینان مطلوب، <i>a</i>
0,5	بیشینه اختلاف مجاز، β

برای انجام حل خزشی، باید گام زمانی مناسبی انتخاب شود. بدین منظور ضریب اطمینان کمینه با گامهای زمانی مختلف با درنظر گرفتن پنج سال زمان برای وقوع خزش محاسبه شد. نتایج نشان میدهد افزایش تعداد تکرار به بیش تر از 365 تکرار تفاوت قابل توجهی در نتایج ایجاد نمی کند. این تعداد تکرار مؤید انتگرال گیری در هر پنج روز است. شکل 9 بازآرایی تنش موثر را در زمانهای مختلف نمایش میدهد.

13- مراجع

- F. Vakili Tahami, A. H. Daei-Sorkhabi, F. R. Biglari, Creep constitutive equations for cold-drawn 304L stainless steel, *Materials Science and Engineering: A*, Vol. 527, No. 18, pp. 4993-4999, 2010.
- [2] S. Singh, S. Ray, Steady-state creep behavior in an isotropic functionally graded material rotating disc of AI-SiC composite, *Metallurgical and Materials Transactions A*, Vol. 32, No. 7, pp. 1679-1685, 2001.
- [3] L. You, X. You, J. Zhang, J. Li, On rotating circular disks with varying material properties, *Zeitschrift für angewandte Mathematik und Physik*, Vol. 58, No. 6, pp. 1068-1084, 2007.
- [4] S. Kordkheili, R. Naghdabadi, Thermoelastic analysis of a functionally graded rotating disk, *Composite Structures*, Vol. 79, No. 4, pp. 508-516, 2007.
- [5] H. Jahed, B. Farshi, J. Bidabadi, Minimum weight design of inhomogeneous rotating discs, *International Journal of Pressure Vessels* and Piping, Vol. 82, No. 1, pp. 35-41, 2005.
- [6] B. Farshi, J. Bidabadi, Optimum design of inhomogeneous rotating discs under secondary creep, *International Journal of Pressure Vessels and Piping*, Vol. 85, No. 7, pp. 507-515, 2008.
- [7] B. Farshi, M. Faezi, Optimization of inhomogeneous rotating discs by the ingredient method, *Modares Mechanical Engineering*, Vol.9, No.7, pp. 107-119, 2010. (In Persian)
- [8] A. Loghman, A. G. Arani, A. Shajari, S. Amir, Time-dependent thermoelastic creep analysis of rotating disk made of Al–SiC composite, *Archive of Applied Mechanics*, Vol. 81, No. 12, pp. 1853-1864, 2011.
- [9] M. T. Ghorbani, A semi-analytical solution for time-variant thermoelastic creep analysis of functionally graded rotating disks with variable thickness and properties, *International Journal of Advanced Design and Manufacturing Technology*, Vol. 5, No. 2, pp. 41-50, 2012.
- [10] S. Hosseini Kordkheili, M. Livani, Thermoelastic creep analysis of a functionally graded various thickness rotating disk with temperaturedependent material properties, *International Journal of Pressure Vessels* and Piping, Vol. 111, pp. 63-74, 2013.
- [11] T. Mori, K. Tanaka, Average stress in matrix and average elastic energy of materials with misfitting inclusions, *Acta Metallurgica*, Vol. 21, No. 5, pp. 571-574, 1973.
- [12] T. Chen, G. J. Dvorak, Y. Benveniste, Mori-Tanaka estimates of the overall elastic moduli of certain composite materials, *ASME Transactions Series E Journal of Applied Mechanics*, Vol. 59, pp. 539-546, 1992.
- [13] J. Čadek, H. Oikawa, V. Šustek, Threshold creep behaviour of discontinuous aluminium and aluminium alloy matrix composites: An overview, *Materials Science and Engineering: A*, Vol. 190, No. 1, pp. 9-23, 1995.
- [14] Y. Li, F. Mohamed, An investigation of creep behavior in an SiC 2124 Al composite, Acta materialia, Vol. 45, No. 11, pp. 4775-4785, 1997.
- [15] S. S. Vel, Exact elasticity solution for the vibration of functionally graded anisotropic cylindrical shells, *Composite Structures*, Vol. 92, No. 11, pp. 2712-2727, 2010.
- [16] J. Guedes, N. Kikuchi, Preprocessing and postprocessing for materials based on the homogenization method with adaptive finite element methods, *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, Vol. 83, No. 2, pp. 143-198, 1990.
- [17] J. Čadek, H. Oikawa, V. Šustek, Threshold creep behaviour of discontinuous aluminium and aluminium alloy matrix composites: An overview, *Materials Science and Engineering: A*, Vol. 190, No. 1, pp. 9-23, 1995.
- [18] A. J. Goupee, S. S. Vel, Multi-objective optimization of functionally graded materials with temperature-dependent material properties, *Materials & design*, Vol. 28, No. 6, pp. 1861-1879, 2007.
- [19] S. C. Tjong, Z. Ma, Microstructural and mechanical characteristics of in situ metal matrix composites, *Materials Science and Engineering: R: Reports*, Vol. 29, No. 3, pp. 49-113, 2000.
- [20] Z. Ma, S. Tjong, Creep deformation characteristics of discontinuously reinforced aluminium-matrix composites, *Composites Science and Technology*, Vol. 61, No. 5, pp. 771-786, 2001.
- [21] A. Pandey, R. Mishra, Y. Mahajan, High-temperature creep of Al TiB₂ particulate composites, *Materials Science and Engineering: A*, Vol. 189, No. 1, pp. 95-104, 1994.
- [22] JAHM Software, Material Properties Database MPDB, v7.59, 2012.
- [23] V. Gupta, S. Singh, H. Chandrawat, S. Ray, Modeling of creep behavior of a rotating disc in the presence of both composition and thermal gradients, *Journal of Engineering Materials and Technology*, Vol. 127, No. 1, pp. 97-105, 2005.
- [24] A. Geiger, D. Hasselman, K. Donaldson, Effect of reinforcement particle size on the thermal conductivity of a particulate silicon carbidereinforced aluminium-matrix composite, *Journal of Materials Science Letters*, Vol. 12, No. 6, pp. 420-423, 1993.

(63) $V_i < 40\%, 0 < V_o < 40\%, 0 < 5 < 0, < 60\%$ انتخاب مقادیر ضرایب جریمه در سرعت همگرایی الگوریتم مؤثر خواهد بود. بدینمنظور، مقدار ضرایب جریمه مختلف با هم مقایسه شدهاند. مقادیر مختلف ضرایب جریمه (K_1 و K_2) مورد آزمایش قرار گرفته در بهینهسازی تکهدفه ضریب اطمینان در جدول 9 موجود است. چنان که مشهود است ضرایب جریمه 7 و 7 مناسب ترند. نمودار همگرایی این مورد در شکل 10 مشاهده می شود.

پس از بهینهسازی تکهدفه، بهینهسازی در حالت سههدفه انجام شده است. نتایج این مرحله به شکل نمودار پارتو در شکل 11 ارائه شده است. چنان که مشاهده می شود، اهداف با هم در تناقض هستند و از این رو بهینهسازی به مجموعه جوابها نامغلوب منتهی میشود و پاسخی یکتا بهدست نميآيد. با توجه به شكل 11، مشاهده مي شود اهداف كاهش وزن و افزایش ضریب اطمینان همواره با هم در تناقض هستند، ولی تناقض دو هدف کاهش وزن با کاهش اختلاف بازه ضریب اطمینان و همچنین دو هدف افزایش ضریب اطمینان کمینه با کاهش اختلاف بازه ضریب اطمینان در طول دامنه طراحی دچار تغییر میشوند. برای تبدیل مسئله بیشینهسازی ضریب اطمینان به مسئله کمینهسازی، قرینه آن مورد بررسی قرار گرفته است (علت وجود علامت منفی در محور ضریب اطمینان در شکل 11). نمونهای از یاسخهای بهدست آمده برای متغیرهای طراحی در حالتهای حدی مربوط به بيشترين ضريب اطمينان، كمترين اختلاف بازه ضرايب اطمينان و كمترين وزن که بهترتیب با سه نقطه A، B و C در شکل 11 مشخص شدهاند، در جدول 10 آمده است. چنان که مشاهده می شود تغییرات توان الگوی توزیع مواد و پروفیل ضخامت اهمیت ویژهای دارد.

12- نتيجه گيري و جمع بندي

در این پژوهش با گسترش معادلات تحلیل ترمومکانیکی یک دیسک دوار هدفمند با ضخامت متغیر، به بهینهسازی تکهدفه و چندهدفهی آن با درنظر گرفتن رفتار خزشی پرداخته شده است. بدین منظور تمامی خواص فیزیکی تابع دما و درصد حجمی مواد فرض شدهاند و برای یافتن خواص معادل از دو مدل مورى-تاناكا و هاشين-اشتريكمن استفاده شده است. بهمنظور اعتبارسنجی این دو مدل مواد، خواص بهدست آمده از این دو روش با نتایج تجربی موجود در ادبیات فن مقایسه شده است که نشاندهنده توافق نتایج است. با توجه به اینکه حل تحلیلی معادلات در تمامی حالات بعید بهنظر مىرسد، معادلات با استفاده از روش شبه تحليلي حل شدهاند و با تعيين پاسخ تحلیلی برای حالتی خاص، نتایج دو روش با هم مقایسه شدند که از دقت بالای روش شبهتحلیلی حکایت دارد. بهینهسازی توزیع مواد و پروفیل ضخامت در دو مرحله انجام گرفته است و با توجه به بازآرایی تنشها با وقوع خزش، بهینهسازی در طی زمان و وابسته به زمان درنظر گرفته شده است. با توجه به بهره گیری از تابع جریمه برای اعمال قیود، اهمیت مقدار ضرایب جريمه مورد بحث قرار گرفته و مقدار ضريب جريمه مناسب از ميان چند حالت انتخاب شده است. نتایج برای حالت مورد بررسی حاکی از نیاز به وجود درصد حجمی ذرات سیلیکون کاربید در جدار خارجی دیسک دوار و همچنین لزوم وجود پروفیل ضخامت نزولی با شعاع است. نتایج بهینهسازی چندهدفه حاکی از تناقض اهداف کاهش وزن و افزایش ضریب اطمینان در تمام دامنه طراحی است، ولی تناقض دو هدف کاهش وزن با کاهش اختلاف بازه ضریب اطمينان و همچنين دو هدف افزايش ضريب اطمينان كمينه با كاهش اختلاف بازه ضریب اطمینان در طول دامنه طراحی دچار تغییر میشوند.

- [28] A. Konak, D. W. Coit, A. E. Smith, Multi-objective optimization using genetic algorithms: A tutorial, *Reliability Engineering & System Safety*, Vol. 91, No. 9, pp. 992-1007, 2006.
- [29] K. Deb, D. E. Goldberg, An investigation of niche and species formation in genetic function optimization, in Proceeding of Morgan Kaufmann Publishers Inc., pp. 42-50, 1989.
- [30] A. Sanuddin, A. Ali, M. A. Hanim, Fabrication of AI/AI2O3 FGM rotating disc, International Journal of Automotive and Mechanical Engineering (IJAME), Vol. 5, pp. 622-629, 2012.
- [25] T. Srivatsan, M. Al-Hajri, M. Petraroli, B. Hotton, P. Lam, Influence of silicon carbide particulate reinforcement on quasi static and cyclic fatigue fracture behavior of 6061 aluminum alloy composites, *Materials Science and Engineering: A*, Vol. 325, No. 1, pp. 202-214, 2002.
- [26] R. U. Vaidya, K. Chawla, Thermal expansion of metal-matrix composites, *Composites Science and Technology*, Vol. 50, No. 1, pp. 13-22, 1994.
- [27] H. Kim, T. Kobayashi, H. Yoon, E. Yoon, Micromechanical fracture process of SiC-particle-reinforced aluminium alloy 6061-T6 metal matrix composites, *Materials Science and Engineering: A*, Vol. 154, No. 1, pp. 35-41, 1992.