



## بررسی تحلیلی تاثیر موقعیت و قطر الیاف بر مقدار آغشتگی، فشار درون قالب و نیروی کشش الیاف در فرآیند پالتروژن پلیمرهای گرمانرم

محمدحسین محمدی پور<sup>1</sup>، محمد گلزار<sup>2\*</sup>

1- دانشجوی دکتری، مهندسی مکانیک، دانشگاه تربیت مدرس، تهران

2- دانشیار، مهندسی مکانیک، دانشگاه تربیت مدرس، تهران

\* صندوق پستی 14115-143، m.golzar@modares.ac.ir

### اطلاعات مقاله

مقاله پژوهشی کامل

دریافت: 06 فروردین 1396

پذیرش: 14 اردیبهشت 1396

ارائه در سایت: 10 خرداد 1396

کلید واژگان:

پالتروژن

نیروی کشش

آغشتگی

پروفیل فشار

پلیمر گرمانرم

### چکیده

در این پژوهش به ارائه مدلی برای پیش‌بینی نحوه تغییر اندازه فشار در طول قالب، محاسبه مقدار آغشتگی و محاسبه نیروی لازم برای انجام فرآیند پالتروژن در قالبی با سطح مقطع دایره‌ای شکل که دو توده الیاف تقویت‌کننده از آن عبور می‌کند، پرداخته شده است. نیروی لازم برای کشش الیاف و درجه آغشتگی تعیین‌کننده‌ترین پارامترهای مرتبط با فرآیند پالتروژن هستند که به ترتیب بر هزینه انرژی مصرفی برای تولید محصول و کیفیت پروفیل تولید شده تاثیر مستقیم دارند. ایده اساسی در ارائه این مدل به دست آوردن معادلات توصیف‌کننده رفتار پلیمر در ناحیه پلیمر خالص (بین الیاف و دیواره قالب) و ناحیه متخلخل درون الیاف تقویت‌کننده و سپس برقراری ارتباط بین معادلات این دو ناحیه با استفاده از رابطه پیوستگی است. مزیت این مدل نسبت به مدل‌های موجود امکان مدل‌سازی همزمان بخش مستقیم و بخش مخروطی قالب، محاسبه نیروی لازم برای انجام فرآیند و امکان بررسی تاثیر انواع پارامترهای مربوط به هندسه قالب، ویژگی‌های مواد و شرایط انجام فرآیند است. در این پژوهش با استفاده از این مدل تاثیر موقعیت و قطر توده الیاف بر نیروی لازم برای انجام فرآیند، فشار درون قالب و مقدار آغشتگی ارزیابی شده است. با توجه به امکان محاسبه همزمان نیرو و آغشتگی، می‌توان از این مدل در برقرار کردن شرایط بهینه‌ای بین هزینه تمام شده و کیفیت پروفیل تولید شده بهره برد.

## Analytical investigation of the effect of fibrous tow position and radius on impregnation, pulling force and pressure in pultrusion process of thermoplastics

Mohamadhossein Mohamadipour, Mohamad Golzar\*

Department of Mechanical Engineering, Tarbiat Modares University, Tehran, Iran

\* P.O.B. 14115-143, Tehran, Iran, m.golzar@modares.ac.ir

### ARTICLE INFORMATION

Original Research Paper  
Received 26 March 2017  
Accepted 04 May 2017  
Available Online 31 May 2017

**Keywords:**  
Pultrusion  
Pulling Force  
Impregnation  
Pressure Profile  
Thermoplastic

### ABSTRACT

This paper presents a numerical model for predicting pressure, impregnation and pulling force in pultrusion die with circular cross section which has two reinforcement fibrous tows that pass through it. Pulling force and degree of impregnation are the most important parameters associated with pultrusion process that determine production cost and quality of pultruded profile respectively. The main idea in this approach is obtaining characteristic equations in purely polymer region and purely fibrous region and establishing relations between them by using conservation law. The superiority of this approach compared to other methods is the ability to consider both the straight and the conical part of the die, calculating pulling force, ability of investigating influence of a variety of parameters such as those associated with die geometry, material rheology and process parameters. In this paper the influence of fibers position and fibers radius on pulling force, impregnation and pressure inside die is investigated. Due to the ability of simultaneous calculation of force and impregnation, this model can be used to establish an optimum condition between cost and quality of produced profiles.

### 1- مقدمه

پالتروژن یکی از روش‌های متداول برای تولید پیوسته پروفیل‌های کامپوزیتی با شکل سطح مقطع ثابت به شمار می‌رود. در "شکل 1" فرآیند پالتروژن پلیمرهای گرمانرم<sup>1</sup> به‌طور شماتیک نشان داده شده است. در این فرآیند الیاف پیوسته که در قالب گرم توسط پلیمر مذاب آغشته شده‌اند، با اعمال نیرو توسط کشنده از قالب بیرون کشیده شده تا پروفیلی با سطح مقطع ثابت

تولید شود. پالتروژن پلیمرهای گرما سخت<sup>2</sup> - به علت آغشتگی مناسب ناشی از گرانشی پایین - مرسوم‌تر از پلیمرهای گرمانرم است [1]. هرچند رسیدن به آغشتگی مناسب در پالتروژن پلیمرهای گرمانرم به علت گرانشی بالای این پلیمرها با دشواری‌هایی همراه است اما به‌علت وجود برخی مزیت‌های اقتصادی و صنعتی تمایل زیادی برای جایگزینی پلیمرهای گرما سخت با پلیمرهای گرمانرم ایجاد شده است [1].

<sup>2</sup> Thermoses

<sup>1</sup> Thermoplastics

### Please cite this article using:

M. Mohamadipour, M. Golzar, Analytical investigation of the effect of fibrous tow position and radius on impregnation, pulling force and pressure in pultrusion process of thermoplastics, *Modares Mechanical Engineering*, Vol. 17, No. 6, pp. 128-138, 2017 (in Persian)

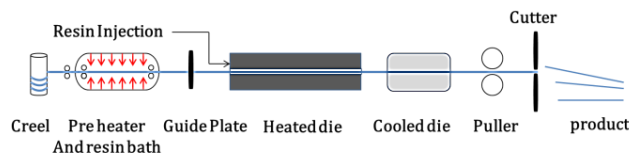
برای ارجاع به این مقاله از عبارت ذیل استفاده نمایید:

در سال 1997 سالا و همکارانش به بررسی عددی و تجربی پالتروژن گرمانرم پودری پرداختند [5]. در این مدل عددی، نیروی کشش الیاف با فرض رفتار نیوتنی و رفتار غیرنیوتنی مذاب پلیمر محاسبه گردید و نتایج با یکدیگر و با نتایج تست‌های تجربی مقایسه شد. رفتار غیرنیوتنی پلیمر با استفاده از مدل قانون توان وارد مدل اصلی گردید و فرآیند پالتروژن برای قالبی با سطح مقطع دایره‌ای شکل که یک توده الیاف از مرکز آن عبور می‌کند مدل گردید. اساس این روش استفاده از قانون پایستگی اندازه حرکت و ترکیب آن با معادله قانون توان و سپس محاسبه نرخ برش و نیروی کشش الیاف است. این مدل به ارائه رابطه‌ای برای نرخ حجمی سیال عبوری از هر مقطع قالب و مقدار نیروی کشش منجر شد.

در سال 2012 قربانی و همکارانش در پژوهشی [6] که می‌توان آن را ادامه پژوهش کیم و همکاران [7] دانست، مدلی برای آغشتگی الیاف در پالتروژن پلیمرهای گرمانرم ارائه دادند. در این پژوهش در ابتدا مدل ساده شده‌ای بر پایه رابطه داری ارائه گردید. در این مدل بدون در نظر گرفتن جریان میکروسکوپیکیک پلیمر در داخل الیاف، سرعت جریان میکروسکوپیکیک در داخل قالب و فشار مذاب پلیمر در طول قالب محاسبه شد. فشار محاسبه شده در جریان میکروسکوپیکیک (خارج از الیاف) با رابطه داری برای جریان میکروسکوپیکیک داخل الیاف و جریان میکروسکوپیکیک خارج از الیاف ترکیب شد و رابطه‌ای ساده برای سرعت شعاعی داخل الیاف و محاسبه مقدار آغشتگی از طریق محاسبه شعاع نفوذ رزین داخل الیاف به دست آمد. در ادامه مدل توسعه یافته‌ای ارائه شد که در آن جریان میکروسکوپیکیک داخل الیاف و تغییر شعاع توده الیاف را نیز در نظر می‌گرفت. رابطه داری برای جریان رزین در جهت شعاعی داخل الیاف و جریان در جهت طولی قالب به کار گرفته شد و سپس رابطه‌ای بین افت فشار در جریان میکروسکوپیکیک در طول قالب و جریان میکروسکوپیکیک در جهت شعاعی الیاف به دست آمد. روابط به دست آمده با استفاده از روش اویلر حل شد و تاثیر پارامترهای ورودی بر مقدار آغشتگی و شعاع ناحیه خشک الیاف محاسبه گردید.

در سال 2013 سانا و همکارانش به مدل‌سازی فرآیند پالتروژن و بهینه‌سازی آن پرداختند [8]. در این پژوهش مدل ساده شده یک بعدی و متقارن محوری برای محاسبه مقدار نفوذپذیری رزین در الیاف ارائه گردید. این تحلیل برای قالبی دایره‌ای شکل بود که تنها یک توده الیاف از مرکز آن عبور می‌کرد. نتایج این مدل زمانی با واقعیت همخوانی داشت که سرعت شعاعی رزین در قسمت‌هایی از قالب که الیاف وجود ندارد در مقایسه با سرعت کشش الیاف قابل نظر باشد. در این پژوهش مدلی برای محاسبه فشار و درجه آغشتگی در طول قالب به دست آمد و پس از تعریف پارامترهای بی‌بعد، تاثیر هر یک از آن‌ها بر مقدار فشار و آغشتگی مورد بررسی قرار گرفت. این پژوهش همچنین نشان داد که برای رسیدن به آغشتگی استفاده از قالب‌های مخروطی به جای قالب‌های مستقیم ضروری است.

در سال 2015 آرتور و همکارانش به بررسی پالتروژن مستقیم پلیمرهای گرمانرم با تقویت کننده‌های پارچه پرداختند [9]. در این پژوهش، روشی برای مدل کردن انتقال حرارت و جریان پلیمر درون قالب با کوپل کردن معادلات انتقال حرارت و معادلات بقای جرم و اندازه حرکت ارائه شد و نتایج به دست آمده با نتایج آزمایش‌های تجربی مقایسه گردید. در این پژوهش با استفاده از مدل ارائه شده تاثیر پارامترهای سرعت کشش، هندسه قالب، گرانیوی پلیمر و دمای انجام فرآیند بر مقدار آغشتگی و افزایش فشار درون قالب بررسی شد. در این پژوهش هندسه قالب به عنوان مهمترین عامل تاثیرگذار بر مقدار آغشتگی عنوان گردید.



شکل 1 شماتیک فرآیند تولید به روش پالتروژن ترموپلاستیک‌ها

شکل 1 شماتیک فرآیند تولید به روش پالتروژن ترموپلاستیک‌ها

گرانیوی بالای پلیمرهای گرمانرم علاوه بر این که سبب دشواری آغشتگی الیاف می‌شود، بر نیروی کشش و توان لازم برای انجام فرآیند نیز تاثیر بسزایی دارد. گرانیوی گرماسخت‌ها به طور معمول بین 100 تا 5000 سانتی‌پواز است در حالی که این عدد برای پلیمرهای گرمانرم تا یک میلیون سانتی‌پواز هم می‌رسد [2]. از آن‌جا که میزان گرانیوی مذاب با افزایش فشار درون قالب و تنش برشی وارد بر سطح الیاف ارتباط مستقیم دارد، افزایش گرانیوی سبب افزایش نیروی لازم برای کشش الیاف و به تبع آن افزایش انرژی مصرفی برای انجام فرآیند و در نتیجه افزایش هزینه تولید می‌گردد. بنابر این در پالتروژن پلیمرهای گرمانرم مواجهه با دشواری‌های مربوط به آغشتگی و همچنین افزایش نیرو و توان مورد نیاز برای انجام فرآیند اجتناب ناپذیر است. از آن‌جا که این دو عامل به ترتیب تعیین کننده کیفیت محصول تولید شده و هزینه‌های تولید محصول است، اهمیت بررسی آن بیش از پیش آشکار می‌گردد. با توجه به این که گرانیوی وابسته به جنس پلیمر و غیرقابل تغییر است، چنانچه هدف تولید پروفیلی کامپوزیتی با جنسی از پیش تعیین شده باشد، باید با بهینه کردن سایر عوامل مرتبط با فرآیند، نظیر موقعیت الیاف تقویت کننده در سطح مقطع پروفیل، مشکلات ناشی از آغشتگی و نیروی کشش را به حداقل رساند.

با توجه به اهمیت موضوع، در گذشته پژوهش‌های مختلفی برای پیش‌بینی آغشتگی و نیروی کشش انجام شده است. نخستین پژوهش در زمینه مدل‌سازی فرآیند پالتروژن در سال 1992 توسط آستروم و همکارانش انجام گرفت [3]. در این پژوهش به بررسی عددی و تجربی پالتروژن مستقیم پلیمرهای گرمانرم در تولید پروفیل‌هایی با مقاطع مستطیلی شکل پرداخته شد. در این پژوهش غیرنیوتنی بودن پلیمر و همین‌طور وابستگی به دما با استفاده از یک مدل یک‌بعدی انتقال حرارت، وارد معادلات شد و با استفاده از این مدل تاثیر هندسه قالب و سرعت کشش بر دما و فشار درون قالب مورد بررسی قرار گرفت. مدل‌سازی فشار ارائه شده توسط آستروم با فرض آغشتگی کامل و عدم وجود حباب انجام شده است و توزیع الیاف در راستای طولی قالب ایزوتروپیک و جهت جریان مذاب صرفا در راستای محور کشش فرض شده است. مقایسه نتایج تجربی با پیش‌بینی‌های مدل، حاکی از دقت بیشتر مدل در پیش‌بینی دما نسبت به پیش‌بینی فشار است. از این مدل همچنین برای ارائه راهکارهایی برای کم کردن نیروی کشش الیاف استفاده گردید. آستروم و همکارانش در ادامه پژوهش قبلی در سال 1993 به بررسی و ارائه مدلی کامل‌تر برای پالتروژن ترموپلاستیک پرداختند [4]. آن‌ها معتقد بودند درک صحیح از اثرات پارامترهای فرآیند و هندسه قالب به کاهش مراحل آزمون و خطا در طراحی قالب می‌انجامد. آن‌ها تمرکز خود را بر روی نحوه توزیع دما و فشار در قالب پالتروژن قرار داده بودند و سعی داشتند تحقیقاتی که در گذشته در زمینه پالتروژن با پلیمرهای گرما سخت انجام شده بود را در مورد پلیمرهای گرمانرم بسط دهند. نتیجه این پژوهش ارائه مدلی برای توصیف توزیع دما و فشار در قالب پالتروژن بود.

پلیمر پر شده و می‌توان از معادلات ناویر-استوکس<sup>6</sup> [8] و یا رابطه داری [7] برای توصیف جریان ماکروسکوپی مذاب گرمانرم در این محیط استفاده کرد. درصد حجمی الیاف تعیین کننده ارجحیت استفاده از هر کدام از این دو مدل برای توصیف رفتار جریان در این ناحیه است. ناحیه دوم<sup>7</sup> فضای متخلخل درون الیاف بوده و منظور از آغشتگی نفوذ مذاب پلیمر به داخل این محیط است. در ناحیه دوم که محدود به مرزهای توده الیاف می‌شود، جریان پلیمر به صورت شعاعی در محیط متخلخل الیاف نفوذ می‌کند و از رابطه داری<sup>8</sup> برای توصیف جریان مذاب گرمانرم در این محیط استفاده می‌شود [8,7]. در "شکل 2" این دو ناحیه به طور شماتیک نشان داده شده است.

ایده اساسی در به دست آوردن این مدل را می‌توان اینگونه توصیف کرد که در ابتدا به توجه به ماهیت متفاوت رفتار جریان پلیمر در دو ناحیه مجزای درون قالب، معادلات توصیف کننده رفتار پلیمر در هر ناحیه با استفاده از قوانین فیزیکی حاکم بر آن ناحیه به طور مجزا استخراج می‌شود. سپس با استفاده از اصول پایستگی ارتباطی بین معادلات توصیف کننده این دو ناحیه برقرار شده و با حل همزمان معادلات حاصل، پارامترهای مورد نظر محاسبه می‌شود.

همان‌طور که در "شکل 2" نشان داده شده است، قالب از دو بخش مخروطی شکل و مستقیم به طول‌های  $LC$  و  $LS$  تشکیل شده است و طول کلی قالب نیز برابر با  $L$  است که از حاصل جمع طول دو قسمت مستقیم و مخروطی قالب به دست می‌آید ( $L=LC+LS$ ). شعاع ورودی قسمت مخروطی شکل قالب  $R_{inlet}$  و شعاع خروجی آن  $R_{outlet}$  است. شعاع بخش مستقیم قالب ثابت و برابر با شعاع خروجی قسمت مخروطی ( $R_{outlet}$ ) است. در طول قسمت مخروطی شکل قالب، شعاع تابعی از موقعیت در راستای قالب ( $z$ ) است و با  $R(z)$  نشان داده شده است. در قسمت مخروطی قالب فرض می‌شود که تغییرات شعاع اندک بوده و کاهش سطح مقطع قالب بسیار تدریجی صورت می‌پذیرد. هر یک از الیاف تقویت کننده به شکل استوانه‌هایی با شعاع ثابت  $R_{fiber}$  در نظر گرفته می‌شود که اطراف آن را مذاب گرمانرم احاطه کرده است. فشار در ورودی و خروجی قالب به ترتیب  $P_{inlet}$  و  $P_{outlet}$  است. در فرآیندهای واقعی پالترژن معمولاً فشار محیط (فشار اتمسفر) است و بنابراین می‌توان در همه مدل‌سازی‌ها از فرض  $P_{outlet} = P_{atm}$  استفاده کرد. اگرچه معمولاً  $P_{inlet}$  نیز برابر با فشار اتمسفر در نظر گرفته می‌شود ولی می‌توان آن را هر عدد دیگری غیر از فشار اتمسفر فرض کرد. فشارهای ورودی بالاتر از فشار اتمسفر معمولاً در فرآیند پالترژن تزریقی اتفاق می‌افتد. الیاف در جهت  $e_z$  و با سرعت  $V$  از داخل قالب به بیرون کشیده می‌شود و در طول زمانی که الیاف در حال کشیده شدن به سمت خارج از قالب هستند، مذاب پلیمر گرمانرم به علت فشار مذاب پلیمر<sup>9</sup> و فشار کاپیلاری<sup>10</sup> به داخل محیط متخلخل توده الیاف نفوذ می‌کند و در نتیجه در زمان خروج از انتهای قالب، آغشتگی نهایی که می‌تواند کامل یا ناقص باشد به دست می‌آید [8]. در این مدل‌سازی، مذاب گرمانرم به عنوان سیالی تراکم ناپذیر و نیوتنی و با گرانی ثابت  $\eta$  در نظر گرفته شده است. محیط متخلخل توده الیاف، محیطی همگن فرض می‌شود که ویژگی مشخصه آن مقدار ضریب نفوذپذیری<sup>11</sup> است. برای توصیف رفتار جریان پلیمر در ناحیه پلیمر

در سال 2015 سیماسک و همکارانش [10] در پژوهشی که در آزمایشگاه صنایع نظامی آمریکا انجام شد به بررسی مقدار آغشتگی در پالترژن مستقیم پرداختند. هدف از این پژوهش رسیدن به مجموعه بهینه‌ای از پارامترهای ماده و فرآیند برای سرعت بخشیدن به فرآیند تولید از طریق افزایش سرعت نفوذ پلیمر به داخل الیاف بود. در این پژوهش که با استفاده از روش المان محدود با استفاده از نرم‌افزار LIMS<sup>1</sup> انجام گرفت، نیروی لازم برای انجام فرآیند نیز محاسبه گردید. نتایج این شبیه‌سازی نشان داد که با افزایش فشار درون قالب، می‌توان بدون کاهش مقدار آغشتگی، سرعت تولید را به میزان قابل توجهی افزایش داد. البته با افزایش فشار درون قالب باید برای تبعاتی نظیر افزایش نیروی کشش مورد نیاز و مقاوم‌سازی قالب برای تحمل فشارهای بالا تمهیدات مناسبی اندیشیده شود.

در سال 2016 نوو و همکارانش به بررسی تجربی پالترژن مستقیم و پالترژن با استفاده از الیاف کامینگل<sup>2</sup> پرداختند [11]. در این پژوهش با روش طراحی آزمایش تاگوچی به بهینه کردن فرآیند برای رسیدن به مقدار نیروی کشش و آغشتگی مناسب الیاف پرداخته شد.

از جمع‌بندی پیشینه پژوهش این‌گونه نتیجه می‌شود که هر چند مدل‌های متعددی برای بررسی تاثیر عوامل مختلف فرآیند بر مقدار آغشتگی ارائه شده است ولی تاثیر این عوامل بر نیروی کشش کمتر مورد بررسی قرار گرفته است. از طرف دیگر تاثیر موقعیت و قطر توده‌های الیاف تقویت کننده بر مقدار آغشتگی و نیروی کشش و فشار درون قالب تاکنون در هیچ پژوهشی مورد بحث و بررسی قرار نگرفته است.

هدف از این پژوهش، ارائه روشی عددی برای پیش‌بینی نحوه تغییر اندازه فشار در طول قالب، محاسبه مقدار آغشتگی و محاسبه نیرو و توان لازم برای انجام فرآیند پالترژن است. این کار با مدل کردن فرآیند پالترژن در قالبی با شکل سطح مقطع دایره‌ای که دو توده الیاف تقویت کننده با آرایش متقارن و با فاصله شعاعی دلخواه از مرکز قالب از آن عبور می‌کند، انجام شده است. در این مدل‌سازی، قالب دارای یک قسمت مخروطی<sup>3</sup> برای افزایش فشار و بهبود آغشتگی و همچنین یک قسمت مستقیم<sup>4</sup> برای تکمیل آغشتگی و بهبود کیفیت سطح محصول است. با استفاده از این مدل تاثیر شعاع توده الیاف تقویت کننده و موقعیت آن‌ها بر نیروی کشش، مقدار آغشتگی و فشار درون قالب بررسی شده است.

## 2- مدل تحلیلی

همان‌طور که در "شکل 1" نشان داده شد، فرآیند پالترژن از چندین مرحله پی در پی تشکیل شده است. قالب گرم اصلی‌ترین مرحله پالترژن است که در آن نفوذ گرمانرم در الیاف متخلخل انجام می‌شود و پروفیل شکل نهایی خود را می‌گیرد. در این پژوهش هدف از مدل‌سازی، محاسبه مقدار فشار و آغشتگی و نیروی لازم برای کشش الیاف از قالب گرم است. در فرآیند پالترژن، مذاب پلیمر در قالب گرم در دو ناحیه مجزا از هم جریان دارد. این دو ناحیه ماهیتاً متفاوت از یکدیگرند و رفتار پلیمر در عبور از این دو ناحیه از قوانین فیزیکی متفاوتی پیروی می‌کند. ناحیه اول یا ناحیه پلیمر خالص<sup>5</sup> فضای بین سطح خارجی الیاف و دیواره داخلی قالب است که صرفاً با مذاب

<sup>6</sup> Navier Stoke's

<sup>7</sup> Porous Region

<sup>8</sup> Darcy Law

<sup>9</sup> Liquid Pressure

<sup>10</sup> Capillary Pressure

<sup>11</sup> Permeability

<sup>1</sup> Liquid Impregnation Modeling Software

<sup>2</sup> Comingled Yam

<sup>3</sup> Conical Die

<sup>4</sup> Straight Die

<sup>5</sup> Purely Liquid Region

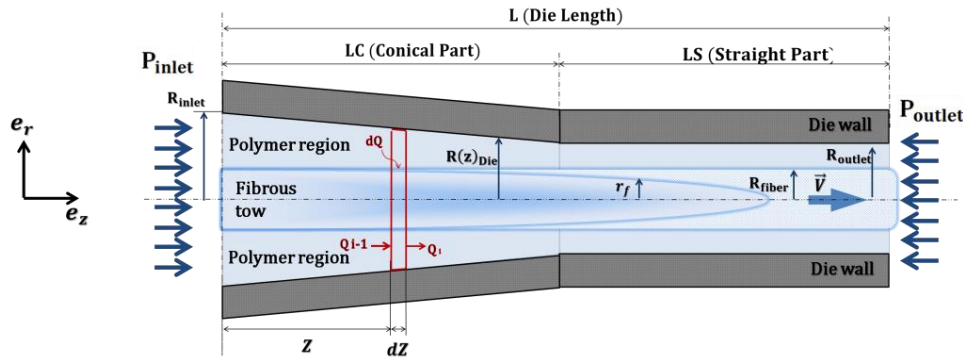


Fig. 2 Illustration of impregnation mechanism within the main die

شکل 2 شماتیک مکانیزم آغشتگی در قالب گرم

بسیار ناچیز و قابل صرف‌نظر کردن خواهد بود و لذا در هر سطح مقطع دلخواهی از قالب  $U_\theta$  برابر با صفر است ( $U_\theta = 0$ ). به علت این‌که در قسمت مخروطی قالب تغییرات شعاع نسبت به طول قالب بسیار تدریجی فرض شده است و همین‌طور به علت کم بودن حجم مذاب گرم‌نرم نفوذ کننده به درون الیاف نسبت به حجم کل مذابی که در قالب جریان دارد، می‌توان از سرعت در جهت شعاعی نسبت به سرعت در جهت طولی قالب صرف نظر کرد ( $U_r \ll U_z$ ) و بنابراین در هر سطح مقطعی از قالب خواهیم داشت  $U_r = 0$ . بنابراین تنها مولفه غیر صفر سرعت  $U_z$  است و لذا مذاب پلیمر کاملاً در جهت کشش الیاف جریان می‌یابد. چنانچه حجم پلیمر نفوذ کرده در الیاف تقویت کننده را نسبت به حجم کل مذاب پلیمر در جریان در قالب ناچیز بدانیم (همانطور که از این فرض در مراجعی نظیر [8] نیز استفاده شده است) با توجه به صفر بودن  $U_r$  و  $U_\theta$ ، از معادله پیوستگی خواهیم داشت:

$$\left\{ \begin{aligned} \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} (r U_r) + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial \theta} (U_\theta) + \frac{\partial}{\partial z} (U_z) &= 0 \\ U_r &= 0 \\ U_\theta &= 0 \end{aligned} \right. \Rightarrow \frac{\partial U_z}{\partial z} = 0 \quad (5)$$

استدلال فوق در مراجع متعددی نظیر [8,5] نیز استفاده شده است.

با توجه به بالا بودن مقدار گرانشی پلیمرهای گرم‌نرم [12] عدد رینولدز<sup>2</sup> برای فرآیند پالتروژن کم و در نتیجه اثرات اینرسی در معادلات ناویر استوکس قابل صرف‌نظر کردن است [13]. مذاب گرم‌نرم در فشارهای کاری فرآیند پالتروژن غیرقابل تراکم فرض شده [1] و جریان آن در داخل قالب، پایدار<sup>3</sup> در نظر گرفته می‌شود. با در نظر گرفتن مجموع فرضیات فوق، رابطه بقای مومنتم خطی در جهت شعاعی ( $r$ ) و زاویه‌ای ( $\theta$ ) به ترتیب به معادلات  $\frac{\partial P}{\partial r} = 0$  و  $\frac{\partial P}{\partial \theta} = 0$  ساده شده و در جهت طولی ( $z$ ) با رابطه (6) بیان می‌شود.

$$\eta \left[ \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left( r \frac{\partial U_z}{\partial r} \right) + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 U_z}{\partial \theta^2} \right] = \frac{\partial P}{\partial z} \quad (6)$$

همان‌طور که رابطه (6) نشان می‌دهد، پروفیل سرعت در سطح مقطع قالب علاوه بر موقعیت شعاعی ( $r$ ) به موقعیت زاویه‌ای ( $\theta$ ) نیز وابسته است و بنابراین  $U_z$  به شکل  $U_z = U_z(r, \theta) e_z$  بیان خواهد شد. با توجه به  $\frac{\partial P}{\partial r} = 0$  و  $\frac{\partial P}{\partial \theta} = 0$  که از ساده کردن معادله بقای اندازه حرکت در جهت شعاعی ( $r$ ) و زاویه‌ای ( $\theta$ ) به‌دست آمد، فشار در ناحیه پلیمر خالص تنها تابعی از موقعیت مکانی در راستای طول قالب است. رابطه (6) یک معادله دیفرانسیل مرتبه دوم و دو متغیره است که نمی‌توان برای آن حل تحلیلی ارائه کرد و لذا باید با روش‌های عددی به حل این معادله پرداخت.

خالص از روابط ناویر استوکس و در ناحیه متخلخل الیاف از رابطه داری استفاده شده است. با حل همزمان معادلات حاکم بر جریان پلیمر در این دو ناحیه می‌توان موقعیت جبهه جریان داخل الیاف و در نتیجه درصد آغشتگی و همچنین پروفیل سرعت در هر مقطع و پروفیل فشار در طول قالب را محاسبه کرد. همچنین با استفاده از پروفیل فشار و گرادیان سرعت مذاب، مقدار نیروی لازم برای کشش الیاف محاسبه می‌شود.

## 1-2- جریان مذاب در ناحیه پلیمر خالص

در ناحیه پلیمر خالص، جریان پلیمر با معادله حرکت<sup>1</sup> که یک معادله دیفرانسیل درجه دو غیرهمگن است، توصیف می‌شود. با فرض ثابت بودن مقدار گرانشی پلیمر، معادله حرکت به معادله ناویر-استوکس که با رابطه (1) نشان داده شده است ساده می‌شود.

$$\rho \frac{D\vec{U}}{Dt} = \rho \vec{f} - \nabla P + \eta \nabla^2 \vec{U} \quad (1)$$

در رابطه (1)،  $P$  و  $U$  نشان دهنده فشار و سرعت پلیمر در راستای ( $z$ ) هستند.  $\rho$  چگالی پلیمر و  $\vec{f}$  نیروی حجمی وارد بر آن را نشان می‌دهد و  $\eta$  نشان دهنده مقدار گرانشی مذاب پلیمر است.

به علت هندسه دایره‌ای شکل سطح مقطع قالب و توده الیاف تقویت کننده، بیان روابط در مختصات استوانه‌ای به ساده‌تر شدن آن می‌انجامد. لذا پروفیل سرعت ناحیه پلیمر خالص را می‌توان در مختصات استوانه‌ای به صورت  $U = U_r e_r + U_\theta e_\theta + U_z e_z$  در نظر گرفت که  $U_r$  و  $U_\theta$  و  $U_z$  مولفه‌های سرعت در جهت  $r$  و  $\theta$  و  $z$  را نشان می‌دهند. بسط رابطه (1) در مختصات استوانه‌ای و در جهت  $r$  و  $\theta$  و  $z$  به ترتیب با روابط (2) و (3) و (4) بیان می‌شود.

$$\rho \left( \frac{\partial U_r}{\partial t} + U_r \frac{\partial U_r}{\partial r} + \frac{U_\theta}{r} \frac{\partial U_r}{\partial \theta} - \frac{U_\theta^2}{r} + U_z \frac{\partial U_r}{\partial z} \right) = - \frac{\partial P}{\partial r} + \eta \left[ \frac{\partial}{\partial r} \left( \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} (r U_r) \right) + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 U_r}{\partial \theta^2} - \frac{2}{r^2} \frac{\partial U_\theta}{\partial \theta} + \frac{\partial^2 U_r}{\partial z^2} \right] \quad (2)$$

$$\rho \left( \frac{\partial U_\theta}{\partial t} + U_r \frac{\partial U_\theta}{\partial r} + \frac{U_\theta}{r} \frac{\partial U_\theta}{\partial \theta} + \frac{U_r U_\theta}{r} + U_z \frac{\partial U_\theta}{\partial z} \right) = - \frac{1}{r} \frac{\partial P}{\partial \theta} + \eta \left[ \frac{\partial}{\partial r} \left( \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} (r U_\theta) \right) + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 U_\theta}{\partial \theta^2} + \frac{2}{r^2} \frac{\partial U_r}{\partial \theta} + \frac{\partial^2 U_\theta}{\partial z^2} \right] \quad (3)$$

$$\rho \left( \frac{\partial U_z}{\partial t} + U_r \frac{\partial U_z}{\partial r} + \frac{U_\theta}{r} \frac{\partial U_z}{\partial \theta} + U_z \frac{\partial U_z}{\partial z} \right) = - \frac{\partial P}{\partial z} + \eta \left[ \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left( r \frac{\partial U_z}{\partial r} \right) + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 U_z}{\partial \theta^2} + \frac{\partial^2 U_z}{\partial z^2} \right] \quad (4)$$

به علت هندسه متقارن قالب و چیدمان متقارن الیاف، مقدار سرعت زاویه‌ای

<sup>2</sup> Reynolds Number

<sup>3</sup> Steady State Conditions

<sup>1</sup> Equation of Motion

$$r_f v(r_f, z) = R_{\text{fiber}} v(R_{\text{fiber}}, z) \quad (9)$$

در این رابطه  $r_f$  موقعیت جبهه جریان را نشان می‌دهد که تابعی از موقعیت مکانی ( $z$ ) است.

مقدار آغستگی ( $D_{\text{imp}}$ ) براساس مقدار نفوذ پلیمر در محیط متخلخل الیاف و با رابطه (10) تعریف می‌شود [8].

$$D_{\text{imp}} = 1 - \frac{r_f}{R_{\text{fiber}}} \quad (10)$$

مقدار  $r_f$  می‌تواند بین صفر تا  $R_{\text{fiber}}$  تغییر کند و براساس رابطه (10)،  $r_f = 0$  به معنی آغستگی کامل و  $r_f = R_{\text{fiber}}$  به معنی عدم آغستگی الیاف است.

با ترکیب معادله پیوستگی (رابطه (9)) و رابطه داری (رابطه (7)) و انتگرال‌گیری از رابطه داری از روی سطح الیاف تا موقعیت  $r_f$  (موقعیت جبهه جریان درون الیاف) رابطه (11) برای فشار درون هریک از الیاف تقویت کننده به دست می‌آید.

$$p(R_{\text{fiber}}, z) - p(r_f, z) = -\frac{\eta}{\kappa_r} R_{\text{fiber}} v(R_{\text{fiber}}, z) \ln\left(\frac{R_{\text{fiber}}}{r_f}\right) \quad (11)$$

به علت اثرات موینگی فشار در جبهه جریان درون الیاف (در موقعیت  $r_f$ ) برابر با  $\Delta P = P_{\text{atm}} - P_c$  خواهد بود [16]. در واقع بیان کننده فشار کاپیلاری است و با استفاده از رابطه یانگ-لاپلاس<sup>2</sup> محاسبه می‌شود [17].

با توجه به رابطه ناوراستوکس در جهت شعاعی ( $r$ ) - که به رابطه  $\partial P / \partial r = 0$  برای محیط پلیمر خالص منجر شد - فشار در محیط پلیمر خالص  $P(z)$  در هر موقعیت طولی از قالب به فاصله از مرکز قالب وابسته نیست و بنابراین مقدار آن برابر با فشار روی سطح توده الیاف تقویت کننده است. بنابراین با توجه به تعریف سرعت  $v(r_f, z) = \Delta z / \Delta t$ ، مقدار فشار مذاب گرمانرم در هر موقعیت از قالب با رابطه (12) محاسبه می‌شود.

$$P(z) - \Delta P = -\frac{\eta}{\kappa_r} r_f v(r_f, z) \ln\left(\frac{R_{\text{fiber}}}{r_f}\right) = -\frac{1}{2} \frac{\eta}{\kappa_r} \frac{\partial}{\partial t} r_f^2 \ln\left(\frac{R_{\text{fiber}}}{r_f}\right) \quad (12)$$

با استفاده از مفهوم مشتق فضایی و با توجه به رابطه  $z = Vt$  که زمان و موقعیت طولی در جهت کشش الیاف را به یکدیگر مرتبط می‌کند،  $\Delta z / \Delta t = V$  و لذا رابطه (12) به شکل رابطه (13) بیان خواهد شد.

$$\frac{\partial}{\partial z} r_f^2 = -\frac{2\kappa_r P(z) - \Delta P}{\eta V \ln\left(\frac{R_{\text{fiber}}}{r_f}\right)} \quad (13)$$

با استفاده از مقدار محاسبه شده برای  $r_f$  و براساس تعریف آغستگی که با رابطه (11) بیان شد، می‌توان مقدار آغستگی را در هر مقطع از قالب محاسبه کرد. رابطه (13) تا زمانی که الیاف به طور کامل آغشته نشده‌است معتبر است و پس از آن سرعت جبهه جریان باید روی عدد صفر ثابت شود و حل عددی معادلات با تمهیدات خاصی امکان پذیر است.

### 3-2- روابط نهایی محاسبه فشار و آغستگی

رابطه (6) که برای محیط پلیمر خالص به دست آمد و معادله (13) که توصیف کننده جریان در محیط متخلخل الیاف است از یکدیگر مستقل نبوده و باید با برقراری ارتباطی بین آن‌ها، به طور همزمان حل شوند. برقراری چنین ارتباطی با استفاده از قانون بقای جرم برای المانی به طول  $dz$  که در "شکل 2" نشان داده شده است امکان پذیر است. قانون بقای نرخ جریان در این المان را می‌توان با رابطه (14) بیان کرد.

شرایط مرزی برای حل این معادله را می‌توان این گونه بیان کرد که به دلیل شرط عدم لغزش سرعت روی دیواره قالب برابر با صفر و سرعت روی سطح هر یک از الیاف برابر با سرعت کشش الیاف است ( $U_z(R_{\text{fiber}}) = V$ ). با حل معادله (6) و با فرض مشخص بودن مقدار  $\partial P / \partial z$  مقدار سرعت در هر مقطع از قالب به صورت تابعی از  $r$  و  $z$  به دست می‌آید ( $U_z = U_z(r, z)e_z$ ).

### 2-2- جریان مذاب در محیط متخلخل الیاف

در دیدگاه ماکروسکوپییک ناحیه درون الیاف به صورت ناحیه‌ای پیوسته و متخلخل و همگن فرض می‌شود که جریان مذاب پلیمر گرمانرم در این ناحیه با رابطه داری قابل توصیف است. براساس رابطه داری سرعت در محیط متخلخل به صورت تابعی از نرخ تغییرات فشار، گرانیوی سیال و نفوذپذیری محیط متخلخل بیان می‌شود. آنالیز ابعادی نشان می‌دهد که برای مواد متخلخل همسانگرد<sup>1</sup> نسبت  $v_z/v_r$  دارای اندازه‌ای برابر با  $\varepsilon = R_{\text{fiber}}/L$  است که مقدار آن در فرآیند پالتروزن معمولاً عدد کوچکی است [8]. از آنجا که برای کامپوزیت‌ها نسبت نفوذپذیری عرضی به طولی حدود 3 در نظر گرفته می‌شود [15,14] در داخل محیط متخلخل الیاف سرعت پلیمر نسبت به الیاف در جهات زاویه‌ای ( $\theta$ ) و طولی ( $z$ ) نسبت به جهت شعاعی ( $r$ ) قابل صرف نظر است. بنابراین چنانچه  $v(r, z)e_r$  و  $p(r, z)$  به ترتیب نشان دهنده سرعت نفوذ (سرعت جبهه جریان) و فشار درون الیاف باشد، رابطه داری برای مذاب گرمانرم با رفتار نیوتنی (با گرانیوی ثابت) در جهت شعاعی با رابطه (7) بیان خواهد شد.

$$v(r, z) = -\frac{\kappa_r}{\eta} \frac{\partial p}{\partial r} \quad (7)$$

در رابطه (7)،  $\eta$  مقدار گرانیوی مذاب گرمانرم و  $\kappa_r$  و  $\partial p / \partial r$  به ترتیب نفوذپذیری و نرخ تغییرات فشار در جهت شعاعی الیاف تقویت کننده است. با توجه به "شکل 3"، معادله پیوستگی برای المانی استوانه‌ای درون محیط متخلخل الیاف تقویت کننده، با رابطه (8) نشان داده می‌شود.

$$q(r_f) = q(R_{\text{fiber}}) \rightarrow 2\pi\rho(r_f)r_f v(r_f, z) = 2\pi\rho(R_{\text{fiber}})R_{\text{fiber}} v(R_{\text{fiber}}, z) \quad (8)$$

در این رابطه  $q$  نشان دهنده نرخ حجمی عبور مذاب از سطح المانی استوانه‌ای شکل درون الیاف و  $\rho$  گرانیوی مذاب گرمانرم است. با فرض تراکم ناپذیری، معادله پیوستگی برای هر کدام از توده‌های الیاف تقویت کننده، به صورت رابطه (9) ساده می‌شود.

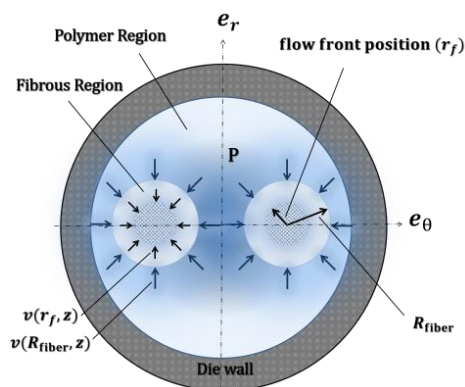


Fig. 3 Illustrations of the flow rate balances. in the fibrous zone  
شکل 3 بقای نرخ جریان در محیط الیاف

<sup>2</sup> Young-Laplace

<sup>1</sup> Isotropic

$$\tau = \eta \dot{\gamma} \quad (19)$$

نیروهای فشاری که عمود بر سطح قالب وارد می‌شود [19]، تنها در قسمت مخروطی قالب وجود دارد و مقدار آن در واحد سطح قالب به فشار درون قالب و زاویه مخروط وابسته است. مقدار این نیرو با استفاده از رابطه (20) محاسبه می‌شود [20].

$$f_{compact} = P(z) \sin \alpha \quad (20)$$

که در این رابطه  $P(z)$  مقدار فشار در قالب و  $\alpha$  زاویه قسمت مخروطی قالب است. همانطور که از این رابطه برمی‌آید، مقدار نیروهای فشاری در قسمت مستقیم قالب (که در آن  $\alpha = 0$ ) برابر با صفر است.

نیروی اصطکاکی که ناشی از تماس مستقیم الیاف با سطح داخلی قالب است با رابطه (21) در واحد سطح محاسبه می‌شود [4].

$$f_{fric} = P(z) \mu \cos^2 \alpha \quad (21)$$

که در این رابطه  $\mu$  بیانگر ضریب اصطکاک است. از آنجا که مقدار نیروی برشی و فشاری نسبت به نیروی اصطکاکی دارای مقادیر بزرگتری هستند، معمولاً از نیروهای اصطکاکی در محاسبه نیروی کشش در مقایسه با سایر نیروها صرف‌نظر می‌شود [22,21].

با مشخص شدن مقدار  $f_{tot}$ ، نیروی لازم برای انجام فرآیند پالترژن با رابطه (22) محاسبه می‌شود.

$$F_{tot} = 2\pi \int_A f_{tot}(z) R_{die}(z) dz \\ = 2\pi \int_A (f_{vis}(z) + f_{compact}(z)) R_{die}(z) dz \quad (22)$$

ذکر این نکته ضروری است که در ارائه مدل فوق، از نیروهای مقاوم خارج از قالب، نظیر مقاومت‌هایی که در قفسه الیاف، قالب پیشگرم و سایر قسمت‌های قالب وجود دارد به علت ناچیز بودن مقادیرشان صرف‌نظر شده است.

### 3- بررسی نتایج

#### 3-1- اعتبارسنجی نتایج

فرآیند پوشش‌دهی سیم با صرف‌نظر کردن از اثرات نفوذ پلیمر به محیط متخلخل الیاف، به فرآیند پالترژن شباهت‌های بسیاری دارد و در مراجع مختلف به طور گسترده و به صورت تحلیلی مورد مطالعه قرار گرفته است. در این پژوهش برای اعتبارسنجی روش مدل‌سازی، قالبی با یک توده الیاف تقویت کننده با استفاده از روش شرح داده شده در بخش قبل مدل شده و سپس با فرض این‌که ضریب نفوذپذیری برابر با صفر است (پلیمر به داخل محیط متخلخل الیاف نفوذ نمی‌کند) نتایج حاصل با نتایج مربوط به حل تحلیلی فرآیند پوشش‌دهی سیم مقایسه شده است.

در مرجع [23] فرآیند پوشش‌دهی سیم به صورت تحلیلی مورد بررسی قرار گرفته است. برای این فرآیند که در "شکل 4" به‌طور شماتیک نشان داده شده است با استفاده از معادلات بقای اندازه حرکت خطی روابطی برای محاسبه پروفیل سرعت و نرخ برش ارائه شده که این روابط به ترتیب با معادلات (23) و (24) بیان می‌شود.

$$U_z = V \left( \frac{\ln(r/R_0)}{\ln \alpha} \right) + \frac{R_0^2}{4\eta} \left( -\frac{dP}{dz} \right) \left[ 1 - \left( \frac{r}{R_0} \right)^2 - (1 - \alpha^2) \left( \frac{\ln(r/R_0)}{\ln \alpha} \right) \right] \quad (23)$$

$$\gamma_{rz} = \frac{\partial U_z}{\partial r} = \frac{V}{r \ln \alpha} - \frac{p_0 - p_L}{4\eta L} \left[ -2r - \frac{(1 - \alpha^2) R_0^2}{r} \right] \quad (24)$$

در این روابط  $\alpha = R_i/R_0$  است که  $R_i$  شعاع سیم و  $R_0$  شعاع داخلی قالب

$$\frac{dQ}{dz} + q_f = 0 \quad (14)$$

در این رابطه  $Q$  نرخ جریان عبوری از سطح مقطع قالب است و  $q_f$  نرخ حجمی جریان نفوذ کرده به داخل محیط متخلخل الیاف تقویت کننده است که مقدار آن برای قالبی با دو توده الیاف تقویت کننده با رابطه (15) محاسبه می‌شود.

$$q_f = -4\pi R_{fiber} v(R_{fiber}) \quad (15)$$

در واقع مقدار پلیمری است که در واحد طول توسط الیاف تقویت کننده جذب می‌شود. وجود علامت منفی در این رابطه به این خاطر است که حرکت شعاعی مذاب درون الیاف در خلاف جهت مثبت  $e_r$  انجام می‌شود. با استفاده از معادلات (9) و (12) و (15) مقدار  $dQ/dz$  در هر فاصله طولی از قالب با رابطه (16) محاسبه می‌شود.

$$\frac{dQ}{dz} = -4\pi \frac{\kappa_r P(z) - \Delta P}{\eta \ln \left( \frac{R_{fiber}}{r_f} \right)} \quad (16)$$

با حل همزمان مجموعه روابط شرح داده شده فوق، می‌توان پروفیل فشار و موقعیت جبهه جریان داخل الیاف را محاسبه کرد. محاسبه همزمان آغستگی و فشار درون قالب نیازمند استفاده از یک حل تکرار شونده است. در این روش محدودیت‌هایی که در پژوهش‌های پیشین بر روی مخروطی یا مستقیم بودن قالب پالترژن وجود داشت، وجود ندارد و تنها محدودیت موجود این است که تغییرات سطح مقطع قالب در قسمت مخروطی آن تدریجی و با نرخ کم انجام شود. روش شرح داده شده در فوق یک روش کلی بوده و به ابعاد و موقعیت توده الیاف تقویت کننده وابسته نیست. با استفاده از این روش می‌توان به بررسی اثر موقعیت الیاف تقویت کننده و شعاع آن‌ها بر مقدار فشار و آغستگی درون قالب پالترژن پرداخت.

#### 4-2- محاسبه نیروی کشش الیاف

با استفاده از مقادیر فشار و پروفیل سرعت محاسبه شده توسط مدل ارائه شده در قسمت قبل، می‌توان به محاسبه نیروی لازم برای کشش الیاف تقویت کننده (نیروی لازم برای انجام فرآیند پالترژن) پرداخت. به طور کلی مقدار نیرویی که برای کشیدن کامپوزیت از داخل قالب موردنیاز است با استفاده از رابطه (17) محاسبه می‌شود [18,4].

$$F = \int_A f_{tot}(z) dA(z) \quad (17)$$

این رابطه  $f_{tot}$ ، مجموع تمامی نیروهای مقاومی است که بر واحد سطح پروفیل تولید شده که در تماس با سطح داخلی قالب است وارد می‌شود و  $A$  نشانگر سطح داخلی قالب است. به طور کلی سه نوع نیروی مقاوم در قالب پالترژن وجود دارد و لذا مجموع تمامی نیروهای مقاوم وارد بر واحد سطح از رابطه (18) محاسبه می‌شود.

$$f_{tot} = f_{vis} + f_{compact} + f_{fric} \quad (18)$$

در این رابطه  $f_{vis}$  نیروهای برشی،  $f_{compact}$  نیروهای فشاری و  $f_{fric}$  نیروهای اصطکاکی را نشان می‌دهد. نیروهای برشی در واقع همان نیروهای اعمال شده بر سطح توده الیاف است که مقدار نیرو در واحد سطح آن برابر با تنش برشی اعمال شده بر واحد سطح الیاف است. از آنجا که در مدل ارائه شده، مقدار پروفیل سرعت در هر مقطع از قالب (در هر موقعیت طولی از ابتدای قالب) محاسبه می‌شود، می‌توان در هر مقطع مقدار گرادیان سرعت و در نتیجه با استفاده از رابطه (19) مقدار تنش برشی وارد بر سطح الیاف و نهایتاً مقدار نیروی برشی را محاسبه کرد.

بررسی فرآیند پالتروژن برای شرایطی که حل به صورت تحلیلی امکان پذیر نیست پرداخت.

### 3-2- نحوه تغییرات فشار و آغشتگی در طول قالب

در این بخش نتایج مدل سازی برای قالبی با سطح مقطع دایره ای که از دو بخش مخروطی و مستقیم تشکیل شده است مورد بحث و بررسی قرار می گیرد. طول هر یک از دو بخش قالب 100 میلی متر و در نتیجه طول کلی قالب 200 میلی متر در نظر گرفته شده است. شعاع ورودی قسمت مخروطی قالب 10 میلی متر و شعاع خروجی آن 5 میلی متر است که این شعاع تا انتهای قالب ثابت باقی می ماند. گرانیروی مذاب پلیمر ثابت و برابر با 500 پاسکال ثانیه و فشار در ورودی و خروجی قالب برابر با فشار اتمسفر فرض شده است. الیاف در جهت طولی  $e_z$  و با سرعت 4 میلی متر بر ثانیه از داخل قالب به بیرون کشیده می شود. ضریب نفوذپذیری محیط متخلخل الیاف مستقل از فشار و برابر با  $10^{-10}$  متر مربع و مقدار فشار کاپیلاری 1000 پاسکال در نظر گرفته شده است [8]. چنانچه توده های الیاف تقویت کننده استوانه هایی با شعاع ثابت 2 میلی متر فرض شود که در فاصله 2.5 میلی متری از مرکز قالب و به صورت متقارن قرار گرفته اند، نحوه تغییرات فشار و آغشتگی الگویی مطابق با "شکل 6" و "شکل 7" خواهد داشت. "شکل 6" نشان دهنده مقدار فشار در خارج از توده الیاف تقویت کننده است. براساس این شکل فشار به تدریج با پیشروی در قسمت مخروطی قالب افزایش می یابد تا اینکه در انتهای قسمت مخروطی به حداکثر مقدار خود می رسد. دلیل این افزایش فشار را می توان در جریان برگشتی ناشی از کاهش سطح مقطع در قسمت مخروطی قالب دانست. پس از عبور از قسمت مخروطی و با ورود به قسمت مستقیم قالب، مقدار فشار رفته رفته کاهش می یابد تا اینکه در انتهای قالب فشار مذاب برابر با فشار اتمسفر (فشار محیط) خواهد شد. در طول زمانی که الیاف در حال کشیده شدن به سمت خارج از قالب هستند، پلیمر گرماترم به علت فشار مذاب و فشار کاپیلاری به داخل محیط متخلخل توده الیاف نفوذ می کند. "شکل 7" نشان دهنده موقعیت شعاعی جبهه جریان درون محیط متخلخل الیاف است. بر اساس تعریف ارائه شده با رابطه (10)، چنانچه جبهه جریان به مرکز توده الیاف برسد نفوذ و آغشتگی کامل شده است. لذا در قالب مورد بررسی براساس آنچه در "شکل 7" نشان داده شده است در فاصله تقریبی 150 میلی متر از ورودی قالب، آغشتگی کامل به دست آمده است. اگر شیب نمودار نشان داده شده در "شکل 7" مبنایی از نرخ نفوذ مذاب در جهت شعاعی نسبت به طول قالب باشد، در قسمت مخروطی که فشار مذاب در حال افزایش است، با پیشروی در طول قالب آغشتگی با سرعت بیشتری توسعه می یابد و پس از عبور از قسمت مخروطی، افزایش شیب نمودار متوقف شده و از سرعت آغشتگی کاسته می شود. در واقع مبنای تئوری چنین نتیجه ای را می توان در رابطه دارسی جستجو کرد که براساس آن با توجه به ثابت بودن شعاع، افزایش مقدار فشار سبب افزایش نرخ تغییرات فشار و در نتیجه تسریع نفوذ مذاب پلیمر در محیط متخلخل الیاف می گردد. چنین نتیجه ای لزوم وجود قسمتی مخروطی شکل در قالب را برای افزایش مقدار آغشتگی آشکار می سازد.

### 3-3- تاثیر موقعیت توده الیاف بر مقدار فشار، آغشتگی و نیروی کشش

برای بررسی تاثیر موقعیت الیاف، دو توده الیاف با قطر 2 میلی متر در نظر گرفته شده و با تغییر فاصله شعاعی آن ها از مرکز قالب، مقدار ماکزیمم فشار

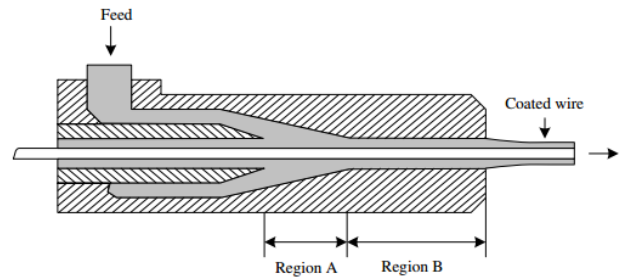


Fig. 4 Schematic of wire coating process [23]

شکل 4 شماتیک فرآیند پوشش دهی سیم [23]

است.  $p_0$  و  $p_L$  فشار در ورودی و خروجی قالب و  $L$  طول قالب را نشان می دهد.  $\eta$  گرانیروی پلیمر و  $V$  سرعت کشش سیم است.

قالبی دایره ای شکل مستقیم به طول 100 میلی متر و با شعاع سطح مقطع خروجی 5 میلی متر که یک توده الیاف تقویت کننده به شعاع 2 میلی متر از مرکز آن عبور می کند در نظر گرفته شود. این قالب را پلیمری با گرانیروی 500 پاسکال ثانیه پر کرده و فشار ورودی و خروجی قالب به ترتیب 3 و 1 اتمسفر است. توده الیاف با سرعت 4 میلی متر بر ثانیه کشیده می شود. با استفاده از رابطه (24) مقدار سرعت روی دیواره قالب برابر با صفر و روی سطح الیاف برابر با 4 میلی متر بر ثانیه (شرایط مرزی) است و مقدار ماکزیمم سرعت در فاصله شعاعی 3.05 میلی متر از مرکز قالب برابر با 6.54 میلی متر بر ثانیه به دست می آید.

"شکل 5" نتایج حاصل از حل عددی پروفیل سرعت را در قالب نشان می دهد و همان طور که از این شکل مشخص است خطای حل عددی در مقایسه با روش تحلیلی نزدیک به صفر است. پروفیل سرعت نشان داده شده در "شکل 5" با استفاده از روش عددی و با فرض ضریب نفوذپذیری صفر محاسبه شده است.

با توجه به ثابت بودن سطح مقطع قالب در طول آن نیروی فشاری ناچیز بوده و تنها نیروی وارد بر سیم نیروی ناشی از تنش برشی خواهد بود. رابطه (24) مقدار ماکزیمم نرخ برش را روی سطح سیم و برابر با 9.6 بر ثانیه محاسبه می کند که این مقدار در حل عددی 9.2 بر ثانیه به دست آمده است. بنابراین اختلاف نرخ برش و در نتیجه اختلاف نیروی برشی در حل عددی و تحلیلی کمتر از 5 درصد است.

با مقایسه نتایج حل عددی و تحلیلی فرآیند پوشش دهی سیم، دقت روش عددی مطلوب ارزیابی می شود و لذا با استفاده از این روش می توان به

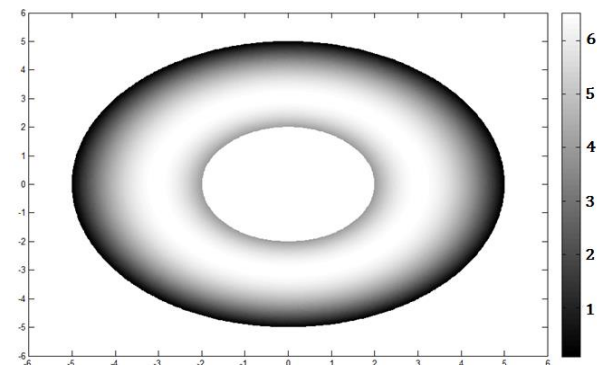


Fig. 5 Numerical results for velocity profile of wire coating process (mm/s)

شکل 5 پروفیل سرعت به دست آمده از حل عددی برای فرآیند پوشش دهی سیم (میلی متر بر ثانیه)

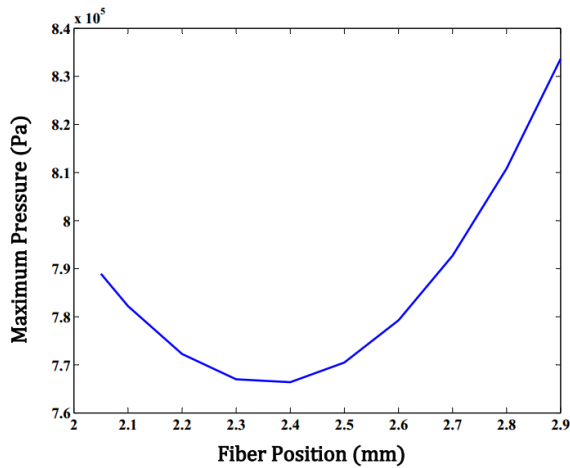


Fig. 8 Maximum pressure in die for several fibrous tows position speed  
شکل 8 فشار بیشینه درون قالب برای موقعیت‌های مختلف الیاف تقویت کننده

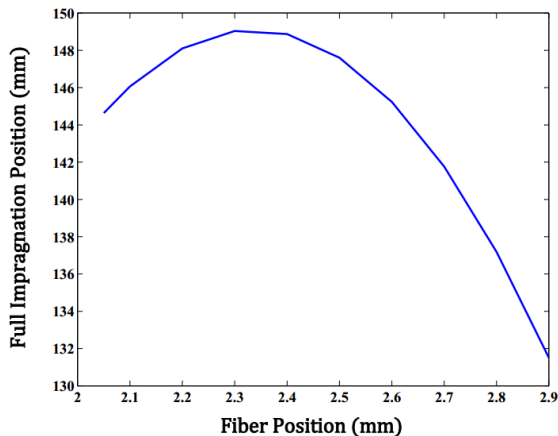


Fig. 9 Impregnation results for several fibrous tows position  
شکل 9 نتایج آغستگی برای موقعیت‌های مختلف الیاف تقویت کننده

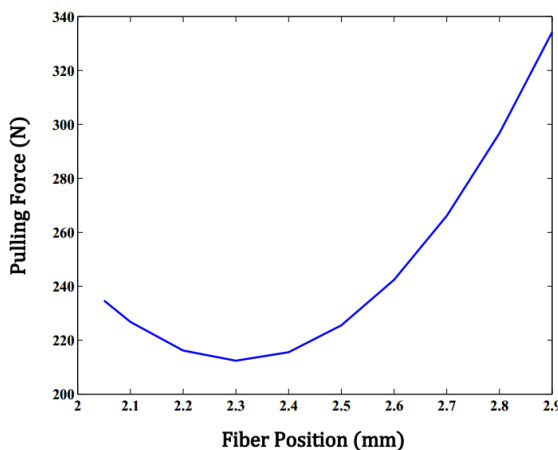


Fig. 10 pulling force for several fibrous tows position  
شکل 10 نیروی کشش برای موقعیت‌های مختلف الیاف تقویت کننده

اصلی‌ترین دلیل چنین تغییراتی را می‌توان در این دانست که براساس رابطه دارسی مقدار آغستگی به شدت از فشار درون قالب تاثیر پذیر است. براساس این رابطه با افزایش فشار درون قالب، سرعت نفوذ مذاب در محیط متخلخل الیاف افزایش یافته و در نتیجه آغستگی کامل در فاصله کمتری از ابتدای قالب تکمیل می‌شود.

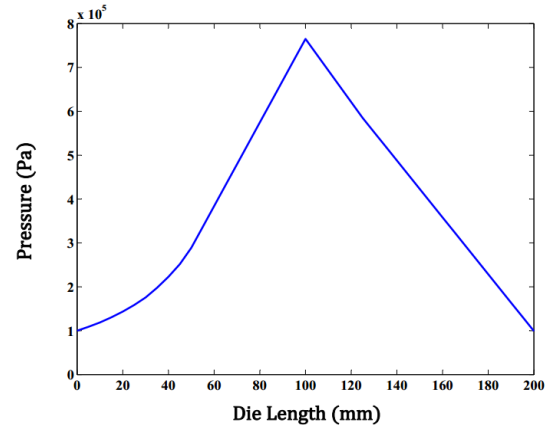


Fig. 6 Pressure profile along die length

شکل 6 تغییرات فشار در طول قالب

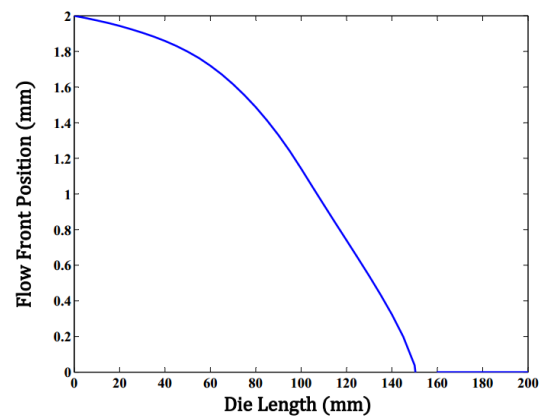


Fig. 7 Flow front position along die length

شکل 7 تغییرات موقعیت جبهه جریان در طول قالب

در انتهای قسمت مخروطی قالب، طولی از قالب که در آن آغستگی کامل حاصل شده است و مقدار نیروی لازم برای کشش الیاف محاسبه شده است. نمودارهای نشان داده شده در "شکل 8" و "شکل 9" و "شکل 10" نتایج این بررسی را نشان می‌دهد. بر اساس نتایج به دست آمده، با تغییر موقعیت الیاف، مقدار فشار بیشینه درون قالب حدود پنج درصد و مقدار آغستگی تا ده درصد تغییر می‌کند ولی این تغییرات برای نیروی لازم برای کشش الیاف بیش از پنجاه درصد است.

براساس این نتایج، با دور شدن توده الیاف از مرکز قالب، مقدار حداکثر فشار ابتدا کمی کاهش و سپس افزایش خواهد داشت. دلیل چنین تغییراتی را می‌توان در نحوه اثرگذاری موقعیت الیاف بر پروفیل سرعت مذاب در ناحیه پلیمر خالص دانست. با تغییر موقعیت الیاف، سرعت متوسط پلیمر تغییر خواهد کرد و در فاصله مشخصی از مرکز قالب (حدود 2.4 میلی‌متر) مقدار سرعت متوسط پلیمر در جهت کشش الیاف حداکثر و در نتیجه حجم جریان برگشتی حداقل خواهد بود و از آنجا که افزایش فشار ناشی از جریان برگشتی است، با حداقل شدن جریان برگشتی مقدار بیشینه فشار نیز به کمترین مقدار خود خواهد رسید. البته باید توجه کرد که با توجه به مقادیر نشان داده شده در "شکل 8"، تغییرات فشار ناشی از تغییر موقعیت الیاف ناچیز است و مقادیر این تغییرات را می‌توان قابل نظر دانست.

براساس "شکل 9"، با افزایش فاصله توده الیاف از مرکز قالب ابتدا آغستگی در فاصله بیشتری از شروع قالب تکمیل می‌شود ولی با افزایش بیشتر فاصله توده الیاف از مرکز قالب آغستگی کامل سریع‌تر اتفاق می‌افتد.



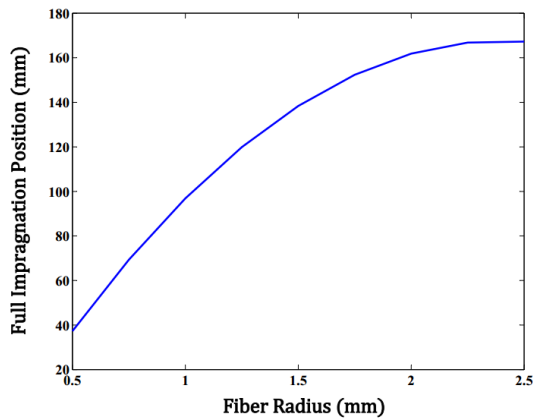


Fig. 12 Impregnation results for several fibrous tows radius

شکل 12 نتایج آغستگی برای شعاع‌های مختلف الیاف تقویت کننده

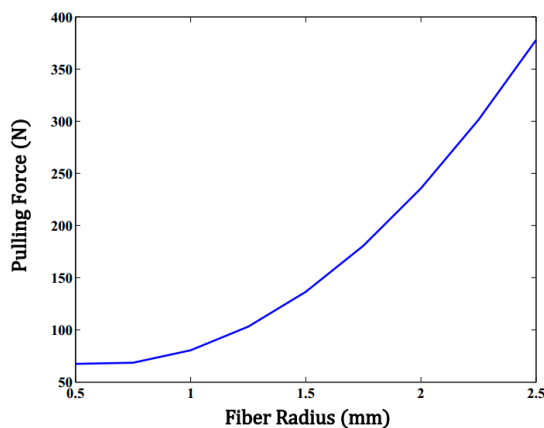


Fig. 13 pulling force for several fibrous tows radius

شکل 13 نیروی کشش برای شعاع‌های مختلف الیاف تقویت کننده

با افزایش شعاع توده الیاف، زمان بیشتری برای رسیدن مذاب پلیمر نفوذ کرده به مرکز توده الیاف لازم است و لذا آغستگی کامل در فاصله بیشتری از ابتدای قالب اتفاق می‌افتد. همانطور که در "شکل 12" نشان داده شده است، با افزایش بیشتر شعاع توده الیاف سرعت آغستگی کمتر تحت تاثیر قرار گرفته و فاصله طولی از ابتدای قالب که در آن آغستگی کامل می‌شود، تغییر چندانی نمی‌کند. این موضوع به دلیل افزایش شدید فشار اتفاق می‌افتد، به این معنی که در شعاع‌های زیاد توده الیاف، افزایش فشار به حدی زیاد است که اثرات افزایش شعاع را خنثی می‌کند. به عبارت دیگر براساس رابطه داری سرعت نفوذ مذاب به داخل الیاف به حدی زیاد می‌شود که مذاب می‌تواند در زمان کمتری خود را به مرکز توده الیاف برساند و آغستگی تکمیل شود.

"شکل 13" تغییرات نیروی کشش با افزایش شعاع توده الیاف را نشان می‌دهد. براساس این نمودار با افزایش شعاع توده الیاف از 0.5 تا 2.5 میلی‌متر (افزایش درصد حجمی الیاف از 1 تا 25 درصد) مقدار نیروی کشش تا حدود 6 برابر افزایش می‌یابد. افزایش شعاع توده الیاف - بر اساس نتایج نشان داده شده در "شکل 11" سبب افزایش شدید فشار درون قالب و در نتیجه افزایش نیروی فشاری وارد بر توده الیاف می‌شود. از طرف دیگر با افزایش شعاع توده الیاف به علت کم شدن فاصله الیاف از یکدیگر و از دیواره قالب نرخ برش نیز افزایش می‌یابد. لذا به‌طور همزمان مقدار نیروی برشی و نیروی فشاری افزایش می‌یابد و در نتیجه با افزایش شعاع توده الیاف، مقدار نیروی کشش به طور پیوسته در حال افزایش است.

"شکل 10" نحوه تغییرات نیروی لازم برای کشش الیاف را نسبت به موقعیت شعاعی توده الیاف نشان می‌دهد. براساس نتایج به دست آمده موقعیت الیاف بیشترین تاثیر را بر نیروی کشش می‌گذارد. همان‌طور که در بخش 2-4 بیان شد، نیروی کشش متشکل از دو پارامتر نیروی برشی و نیروی فشاری است. مقدار نیروی برشی به نرخ برش وارد بر سطوح الیاف وابسته است و نرخ برش با نزدیک شدن الیاف به دیواره قالب و همچنین با نزدیک شدن الیاف به یکدیگر افزایش می‌یابد. بنابراین در یک فاصله شعاعی خاص از مرکز قالب مقدار نرخ برش کمینه خواهد بود. از طرف دیگر مقدار نیروی فشاری به مقدار فشار درون قالب وابسته است و همان‌طور که در "شکل 8" نشان داده شده است با افزایش فاصله از مرکز قالب و در نقطه‌ای خاص مقدار این فشار کمینه است. از آنجا که نیروی کشش الیاف از جمع مقادیر این دو نیرو به دست می‌آید، می‌توان انتظار داشت که فاصله شعاعی بینه‌ای برای موقعیت الیاف وجود داشته باشد که در آن فاصله مقدار نیروی کشش به حداقل برسد. الگوی نشان داده شده در "شکل 10" نیز چنین استدلالی را تایید می‌کند. براساس این شکل نیروی کشش با افزایش فاصله شعاعی از مرکز قالب ابتدا کاهش می‌یابد و پس از رسیدن به حداقل خود، روندی افزایشی به خود گرفته به نحوی که در نزدیکی دیواره قالب این مقدار به حداکثر خود می‌رسد.

### 3-4- تاثیر شعاع توده الیاف بر مقدار فشار، آغستگی و نیروی کشش

برای بررسی تاثیر شعاع الیاف، دو توده الیاف که در فاصله شعاعی ثابت 2.5 میلی‌متر از مرکز قرار دارند در نظر گرفته شده و با تغییر شعاع توده الیاف از 0.5 تا 2.5 میلی‌متر، مقدار ماکزیمم فشار در انتهای قسمت مخروطی طولی از قالب که در آن آغستگی کامل حاصل شده است و مقدار نیروی لازم برای کشش الیاف محاسبه شده است. نتایج این بررسی در "شکل 11" و "شکل 12" و "شکل 13" نشان داده شده است. ابتدا باید در نظر داشت که تغییر شعاع توده الیاف از 0.5 میلی‌متر به 2.5 میلی‌متر سبب افزایش درصد حجمی الیاف از 1 درصد به 25 درصد می‌شود.

بر اساس نتایج نشان داده شده در "شکل 11"، افزایش قطر توده الیاف به شدت بر میزان افزایش فشار درون قالب موثر است و مقدار فشار را تا حدود 4 برابر افزایش می‌دهد. دلیل این افزایش فشار به علت افزایش حجم جریان برگشتی است که از افزایش سطح مقطع اشغال شده توسط توده الیاف ناشی می‌شود.

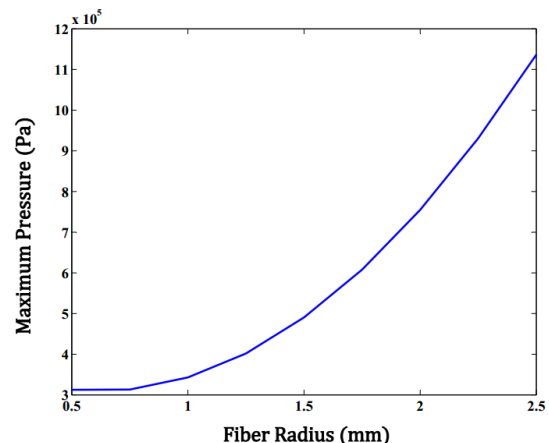


Fig. 11 Maximum pressure in die for several fibrous tows radius

شکل 11 فشار بیشینه درون قالب برای شعاع‌های مختلف الیاف تقویت کننده

## 4- نتیجه گیری

در این پژوهش به ارائه مدلی برای محاسبه مقدار آغشتگی و فشار درون قالب و نیروی لازم برای کشش الیاف پرداخته شد. با استفاده از این مدل نحوه تغییرات فشار در طول قالب و همچنین موقعیت جبهه جریان در داخل توده الیاف بر حسب فاصله طولی از ابتدای قالب در قالبی با سطح مقطع دایره‌ای شکل که دو توده الیاف تقویت کننده از آن عبور می‌کند، محاسبه شد. تاثیر موقعیت شعاعی و شعاع توده الیاف بر مقدار بیشینه فشار، نیروی کشش و فاصله طولی موردنیاز برای تکمیل آغشتگی مورد بررسی قرار گرفت.

براساس نتایج به دست آمده تاثیر موقعیت الیاف بر مقدار حداکثر فشار و آغشتگی نسبت به تاثیر آن بر مقدار نیروی کشش قابل صرف نظر کردن است. بنابراین می‌توان در فرآیند پالتروژن موقعیتی از الیاف تقویت کننده را تعیین کرد که در آن موقعیت بدون این که تاثیر قابل توجهی در مقدار آغشتگی و فشار ایجاد شود، مقدار نیروی کشش و به تبع آن توان موردنیاز برای انجام فرآیند به حداقل برسد. بنابراین با استفاده از صفحات راهنمایی که الیاف را در موقعیت بهینه ثابت نگه دارد می‌توان به کاهش انرژی و هزینه موردنیاز برای انجام فرآیند پالتروژن پرداخت.

تاثیر شعاع توده الیاف بر مقدار آغشتگی، فشار و نیروی کشش بسیار قابل توجه است. با افزایش شعاع توده الیاف و در نتیجه افزایش درصد حجمی الیاف از 1 تا 25 درصد، در صورتی که شرایط انجام فرآیند ثابت بماند، مقدار فشار تا 4 برابر افزایش، نرخ آغشتگی تا 4 برابر کاهش و مقدار نیروی لازم برای کشش الیاف تا 6 برابر افزایش می‌یابد. از آنجا که افزایش شعاع الیاف سبب افزایش فشار و نرخ برش و در نتیجه افزایش نیروی فشاری و نیروی برشی می‌شود، بیشترین تاثیر تغییر اندازه شعاع الیاف بر مقدار نیروی لازم برای کشش الیاف است.

روش ارائه شده در این پژوهش یک روش کلی بوده و با استفاده از آن می‌توان به بررسی تاثیر پارامترهای مختلف مربوط به هندسه قالب، شرایط انجام فرآیند و ویژگی‌های مواد بر مقدار فشار، آغشتگی و نیروی کشش الیاف پرداخت.

## 5- فهرست علائم

$P$	فشار ( $\text{kgm}^{-1}\text{s}^{-2}$ )
$Q$	نرخ حجمی عبور جریان ( $\text{m}^3\text{s}^{-1}$ )
$t$	زمان (sec)
$U$	سرعت ( $\text{ms}^{-1}$ )
$V$	سرعت کشش الیاف ( $\text{ms}^{-1}$ )

## علائم یونانی

$\eta$	لزجت دینامیکی ( $\text{kgm}^{-1}\text{s}^{-1}$ )
$\rho$	چگالی ( $\text{kgm}^{-3}$ )
$\tau$	تنش برشی (Pa)
$\kappa$	ضریب نفوذ ( $\text{mm}^2$ )
$\mu$	ضریب اصطکاک

## زیر نویس ها

$c$	فشار کاپیلاری
compact	نیروی فشاری
$f$	جبهه جریان
fiber	الیاف
fric	نیروی اصطکاکی

imp آغشتگی  
vis نیروی برشی

## 6- مراجع

- [1] T. Starr, *Pultrusion for Engineers*, Second Edition, pp. 205-212, New York: Elsevier Science, 2000.
- [2] T. A. Osswald, G. Menges, *Material Science of Polymers for Engineers*, Third Edition, pp. 205-212, New York: Hanser, 2012.
- [3] B. T. Astrom, Development and application of a process model for thermoplastic pultrusion, *Composites Manufacturing*, Vol. 3, No. 8, pp. 189-197, 1992.
- [4] B. T. Astrom, R. B. Pipes, A modeling approach to thermoplastic pultrusion, I: Formulation of models, *Polymer Composites*, Vol. 14, No. 21, pp. 173-183, 1993.
- [5] G. Sala, D. Cutolo, The pultrusion of powder-impregnated thermoplastic composites, *Composites Part A: Applied Science and Manufacturing*, Vol. 28, No. 6, pp. 637-646, 1997.
- [6] H. Ghorbani, M. Golzar, A. Behraves, Modeling of impregnation in the pultrusion of the thermoplastic composites, *Journal Of Science And Technology Of Composites (JSTC)*, Vol. 3, pp. 31- 41, 2016.
- [7] D. Kim, W. I. Lee, K. Friedrich, A model for a thermoplastic pultrusion process using commingled yarns, *Composites Science and Technology*, Vol. 61, No. 11, pp. 1065-1077, 2001.
- [8] S. Koubaa, S. L. Corre, C. Burtin, Thermoplastic pultrusion process: Modeling and optimal conditions for fibers impregnation, *Journal of Reinforced Plastics and Composites*, Vol. 32, No. 3, pp. 1285-1294, 2013.
- [9] A. Babeau, S. Comas-Cardona, C. Binetruy, G. Orange, Modeling of heat transfer and unsaturated flow in woven fiber reinforcements during direct injection-pultrusion process of thermoplastic composites, *Composites Part A: Applied Science and Manufacturing*, Vol. 77, No. 4, pp. 310-318, 2015.
- [10] P. Simacek, S. G. Advani, Simulating tape resin infiltration during thermoset pultrusion process, *Composites Part A: Applied Science and Manufacturing*, Vol. 72, No.6, pp. 115-126, 2015.
- [11] P. J. Novo, J. F. Silva, J. P. Nunes, A. T. Marques, Pultrusion of fibre reinforced thermoplastic pre-impregnated materials, *Composites Part B: Engineering*, Vol. 89, No. 7, pp. 328-3, 2015.
- [12] E. Margolis, *Engineering Thermoplastics: Properties and Applications*, Third Edition, pp. 125-129, New York: Taylor & Francis, 1985.
- [13] A. A. Collyer, L. A. Utracki, *Polymer Rheology and Processing*, pp. 125-136, Springer Netherlands, 1990.
- [14] K. Seferis, J. Berg, Simultaneous measurements of permeability and capillary pressure of thermosetting matrices in woven fabric reinforcements, *Polymer Composites*, Vol. 12, No. 4, pp. 146-152, 1991.
- [15] T. Lundstrom, The permeability of non-crimp stitched fabrics, *Composites Part A: Applied Science and Manufacturing*, Vol. 12, No. 6, pp. 1345-1353, 2000.
- [16] H. Liu, W. wang, Transient filling simulations in unidirectional fibrous porous media, *Korea-Australia Rheology Journal*, Vol. 21, No. 4, pp. 71-79, 2009.
- [17] G. Gagneux, O. Millet, *Discrete Mechanics of Capillary Bridges*, pp. 205-212, New York: Elsevier Science, 2017.
- [18] M. S. Yun, W. I. Lee, Analysis of pulling force during pultrusion process of phenolic foam composites, *Composites Science and Technology*, Vol. 68, No. 3, pp. 140-146, 2008.
- [19] P. Carlone, G. S. Palazzo, Viscous pull force evaluation in the pultrusion process by a finite element thermo-chemical rheological model, *International Journal of Material Forming*, Vol. 1, No. 4, pp. 831-834, 2008.
- [20] D. Srinivasagupta, S. Potaraju, J. L. Kardos, B. Joseph, Steady state and dynamic analysis of a bench-scale injected pultrusion process, *Composites Part A: Applied Science and Manufacturing*, Vol. 34, No. 5, pp. 835-846, 2003.

[23]Z. Tadmor, C. G. Gogos, *Principles of Polymer Processing*, pp. 205-212, New York: Wiley, 1979.

[21]D. kim, P. Han, A model for thermosetting composite pultrusion process, *Journal of Composite Materials*, Vol. 31, No. 3, pp. 105–122, 1997.

[22]I. Mustafa, B. Khomami, A 3D non-isothermal flow simulation model for injected pultrusion process, *American Institute of Chemical Engineers*, Vol. 45, No. 4, pp. 151–163, 1999.