



بررسی عددی جریان آشفته نانوسیال آب- نانولوله کربنی چند جداره در لوله با خم 180° و انتخاب مدل توربولانسی بهینه

قنبر علی شیخزاده^{1*}، علیرضا آقایی²، نرگس احمدی³

1- دانشیار، مهندسی مکانیک، دانشگاه کاشان، کاشان

2- دانشجوی دکترا، مهندسی مکانیک، دانشگاه کاشان، کاشان

3- دانشجوی کارشناسی، مهندسی مکانیک، دانشگاه کاشان، کاشان

* کاشان، صندوق پستی 8731753153، kashanu.ac.ir، sheikhz@kashanu.ac.ir

چکیده

یکی از مسائلی که امروزه در طراحی مبدل‌های حرارتی بسیار مورد توجه است، افزایش میزان انتقال حرارت با کمترین میزان حجم مبدل حرارتی است. سیالات معمولی مانند آب، اتیلن گلیکول و موارد مشابه برای انتقال حرارت، ضریب هدایت حرارتی پایینی در مقایسه با فلزات و حتی اکسیدهای فلزی دارند. به همین دلیل در چند دهه اخیر استفاده از نانوسیال‌ها، که کلونیدی از یک سیال پایه مانند آب یا روغن و نانوذرات فلزی، سرامیکی یا پلیمری هستند، بیشتر مورد توجه بوده است. در این مطالعه انتقال حرارت جابه‌جایی اجباری نانوسیال آب- نانولوله چند جداره کربنی (MWCNT) در جریان آشفته داخل لوله با خم 180° درجه با شرط مرزی دما ثابت دیواره به صورت عددی شبیه‌سازی شده است. تاثیر تغییر کمیت‌هایی مانند عدد رینولدز و کسر حجمی نانوذرات بر انتقال حرارت جابه‌جایی بررسی شده است. نتایج عددی نشان دادند که با افزایش عدد رینولدز از 4000 تا 6000، ضریب انتقال حرارت جابه‌جایی 24 درصد افزایش می‌یابد. همچنین با افزایش کسر حجمی نانوذرات تا 0.01 ضریب انتقال حرارت جابه‌جایی 21 درصد نسبت به سیال پایه زیاد می‌شود.

کلید واژگان: نانوسیال، نانولوله چند جداره کربنی، جریان آشفته، انتقال حرارت جابه‌جایی، بررسی عددی

Numerical investigation of multi walled carbon nanotubes- water nanofluid turbulent flow in a tube with 180° bent and selection of optimum turbulency model

Ghanbar Ali Sheikhzadeh*, Alireza Aghaei, Narges Ahmadi

Department of Mechanical Engineering, University of Kashan, Kashan, Iran

* P.O.B. 8731753153 Kashan, Iran, sheikhz@kashanu.ac.ir

ABSTRACT

Common fluids such as water, ethylene glycol and oil have low thermal conductivity compared to metals and metal oxides. Hence, in recent decades, use of nanofluids has received significant interest. These fluids are colloidal of a base fluid (such as water or oil) with metal, ceramic or polymer nanoparticles. In this study, multi walled carbon nanotubes/water nanofluid in a forced convection heat transfer was investigated numerically in turbulent flow through a curved tube (180°) with constant wall temperature. Effects of Reynolds number and nanoparticles volume fraction on convection heat transfer were considered. Results showed that with increase in Reynolds number from 4000 to 6000, convection heat transfer coefficient was enhanced by 24%. Also, with increasing the volume fraction of nanoparticles up to 0.01, convection heat transfer coefficient increased by 21% compared to the base flow.

Keywords: nanofluid, multi walled carbon nanotubes, turbulent flow, Numerical analysis

معنای امروزی را می‌توان سیالاتی دانست که ذرات بسیار ریز در حدود 1 تا 100 نانومتر، در داخل سیال پایه مانند آب و یا اتیلن گلیکول پایدار شده‌اند [3]. زینگ و همکاران [4] استفاده از نانوسیال در سیستم‌های سرمایش روغن موتور اتومبیل‌ها را به عنوان ایده‌ای نو مطرح کردند. لی و ژوان [5] طی آزمایش‌هایی برای اندازه گیری انتقال حرارت نانوسیال آب- Cu در داخل لوله ای با شار حرارتی ثابت دیواره نشان دادند که عدد ناسلت نانوسیال حاوی 1 درصد حجمی ذرات مس بیش از 12 درصد افزایش می‌یابد. همچنین نتایج تجربی بیانگر آن است که عدد ناسلت با افزایش کسر حجمی ذرات نانو افزایش می‌یابد.

چوی و ژانگ [6] به صورت تجربی نانوسیال روغن موتور- نانولوله‌های

1- مقدمه

افزایش راندمان و بهبود مصرف انرژی در صنایع همواره مورد توجه محققان بوده است. بهبود انتقال حرارت در سیستم‌های گرمایشی و سرمایشی نیز از این قاعده مستثنی نیست، از این رو تحقیقات گسترده‌ای برای استفاده از سیالات جایگزین به‌جای سیالات متداول نظیر آب و اتیلن گلیکول، که بتواند خواص حرارتی مناسب تری را بروز دهد انجام شده است. از سوی دیگر خواص چند برابری هدایت حرارتی فلزاتی نظیر مس و آلومینیوم در مقایسه با مایعات متداول باعث شده تا ایده پخش کردن ذرات فلزی در مایعات توسط ماکسول [1] مطرح شود. اما می‌توان گفت چوی و ایستمن [2] اولین محققانی بودند که نانوسیالات در معنای امروزی را مورد استفاده قرار دادند نانوسیالات در

Please cite this article using:

Ghanbar A. Sheikhzadeh, A. Aghaei, N. Ahmadi, Numerical investigation of multi walled carbon nanotubes- water nanofluid turbulent flow in a tube with 180° bent and selection of optimum turbulency model, *Modares Mechanical Engineering, Proceedings of the Second International Conference on Air-Conditioning, Heating and Cooling Installations*, Vol. 16, No. 13, pp. 153-156, 2016 (in Persian فارسی)

برای ارجاع به این مقاله از عبارت ذیل استفاده نمایید:

1-2- تولید هندسه و شبکه

مطابق "شکل 1" هندسه مورد بررسی دارای دو قسمت مستقیم ورودی و خروجی است. جریان در ورودی لوله طوری شبیه‌سازی شده که کاملاً توسعه یافته است. دیواره لوله، در شرایط دما ثابت $T_{wall} = 313.15 \text{ K}$ و دمای سیال ورودی به لوله $T_{in} = 293.15 \text{ K}$ است. پارامتر S/D طول بی بعد لوله است.

2-2- انتخاب مدل توربولانسی بهینه

انتخاب یک مدل آشفتگی می‌تواند وابسته به شرایط فیزیکی مساله، دقت موردنیاز و زمان موجود برای تحلیل و شبیه‌سازی باشد. در این مطالعه مدل $k-w$ (std) به‌عنوان بهترین مدل با معیار کمترین تعداد تکرار برای همگرا شدن، انتخاب شده است.

3-2- الگوریتم حل میدان سرعت و فشار

اکثر اوقات نمی‌توان میدان سرعت را مشخص ساخت و باید مولفه‌های سرعت موضعی و میدان جرم مخصوص را با استفاده از معادلات حاکم مناسب بدست آورد. در این مطالعه برای رفع مشکل محاسبه میدان سرعت هنگام نامعلوم بودن میدان فشار، از الگوریتم سیمپل استفاده شده است.

3- معادلات حاکم

معادله پیوستگی برای جریان تراکم‌ناپذیر و آشفته:

$$\frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_i} = 0 \quad (1)$$

معادله مومنتوم برای جریان آشفته به‌صورت رابطه (2) بیان می‌شود:

$$\rho \left[\frac{\partial \bar{u}_i}{\partial t} + \bar{u}_j \frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_j} \right] = \bar{B}_i - \frac{\partial \bar{p}}{\partial x_i} + \frac{\partial}{\partial x_j} \left[\mu \frac{\partial \bar{u}_i}{\partial t} - \rho \bar{u}_i \bar{u}_j' \right] \quad (2)$$

معادله انرژی نیز برای جریان آشفته به‌صورت رابطه (3) بیان می‌شود:

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial t} \left(\frac{\bar{u}_i \bar{u}_i}{2} \right) + \frac{\partial}{\partial x_i} \left(\frac{\bar{u}_i \bar{u}_j \bar{u}_j}{2} \right) = & - \frac{\partial}{\partial x_i} \left[\bar{u}_i \left(\frac{\bar{p}}{\rho} + \frac{\bar{u}_i \bar{u}_j}{2} \right) \right] \\ + \bar{u}_i \bar{u}_j \frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_i} + v \frac{\partial}{\partial x_i} \left[\bar{u}_j \left(\frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_j} + \frac{\partial \bar{u}_j}{\partial x_i} \right) \right] & - v \left(\frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_j} + \frac{\partial \bar{u}_j}{\partial x_i} \right) \frac{\partial \bar{u}_j}{\partial x_i} \end{aligned} \quad (3)$$

برای محاسبه ضریب انتقال حرارت جابه‌جایی از روابط (4) استفاده شده است، ضریب انتقال حرارت موضعی عبارت است از:

$$h = \frac{K_{nf} \frac{\partial T}{\partial y}}{T_{wall} - T_b} \quad (4)$$

در معادله بالا دمای توده سیال است که به‌صورت (5) محاسبه می‌شود:

$$T_b = \frac{\int T |\rho \vec{v} \cdot d\vec{A}|}{\int |\rho \vec{v} \cdot d\vec{A}|} \quad (5)$$

گرادیان دما در نزدیکی دیواره لوله است.

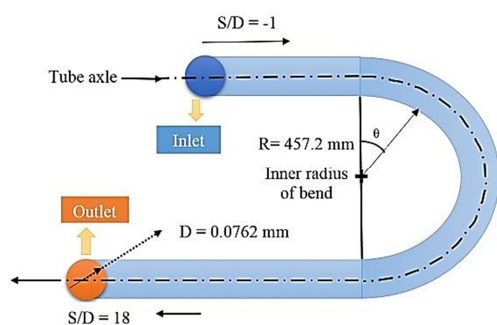


Fig. 1 profile of curved tube geometry

شکل 1 مشخصات هندسه لوله خمیده

کربنی را بررسی کرده و با اندازه‌گیری ضریب هدایت حرارتی این نانوسیال مشخص شد که نانولوله‌های کربنی نسبت به دیگر مواد نانو افزایش بیشتری را در ضریب هدایت حرارتی نشان می‌دهد. خانفر و وفایی [7] به صورت عددی انتقال حرارت جابه‌جایی آزاد نانوسیال را در داخل یک سیستم دو بعدی بررسی کردند. نتایج حاصل بیانگر افزایش عدد ناسلت با افزایش کسرحجمی ذرات نانو در اعداد گراش مختلف است. داس و پوترا [8] در ضمن مطالعات تجربی خود وابستگی ضریب هدایت حرارتی نانوسیال را با دما نشان دادند. به طوری که در دماهای بالاتر افزایش ضریب هدایت حرارتی بیشتری مشاهده می‌شود و این مسئله استفاده از نانوسیال را در دماهای بالاتر جذاب تر می‌سازد.

پاک و چو [9] به‌صورت تجربی انتقال حرارت جابه‌جایی نانوسیالات اکسید آلومینیوم- آب و دی‌اکسید تیتانیوم- آب را در جریان آشفته بررسی کردند. آن‌ها دریافتند که عدد ناسلت با افزایش غلظت حجمی نانوذرات و عدد رینولدز افزایش می‌یابد. عملکرد انتقال حرارت جابه‌جایی نانوسیال گرافیت- آب نیز درون لوله مدور در شرایط جریان آرام توسط یانگ و همکاران به- صورت تجربی مطالعه شده است [10]. آن‌ها دریافتند که با افزایش کسر حجمی نانوذرات انتقال حرارت بیشتر شده و میزان این افزایش در اعداد رینولدز بالاتر بیشتر است. فولکنر و همکاران [11] افزایش انتقال حرارت جابه‌جایی نانوسیال آب- نانولوله کربنی را در رینولدزهای پایین (2 تا 17) و در غلظت‌های حجمی ذرات بین 1.1 تا 4.4 درصد درون میکرو کانال گزارش کردند. دینگ و همکاران [12] نانوسیال آب- نانولوله کربنی را در منطقه ورودی لوله و در گستره اعداد رینولدز 800 تا 1200 بررسی کردند. آن‌ها افزایش بیش از 350 درصد در ضرایب انتقال حرارت را در رینولدز 800 برای 0.5 درصد وزنی از نانولوله کربنی چندجداره مشاهده کردند. وانگ و همکاران [13] به‌صورت تجربی انتقال حرارت جابه‌جایی و افت فشار نانوسیالات شامل نانولوله‌های کربنی را در جریان آرام اندازه‌گیری کردند. آن‌ها افزایش انتقال حرارت 70 و 190 درصد را برای غلظت‌های حجمی 0.05 و 0.25 درصد در رینولدز 120 گزارش کردند، در حالی که افزایش هدایت حرارتی کمتر از 10 درصد بوده است.

هدایت گرمایی بسیار بالای نانولوله‌های کربنی جایگاه این نانومواد را در نانوسیالات بهبود بخشیده است. در این مطالعه، نانولوله‌های چند جداره کربنی¹ استفاده شده است. جریان داخل لوله‌های خمیده یکی از مسائلی است که در صنایع مختلف مورد توجه است. در مورد الگوی جریان و انتقال حرارت در نانوسیالات درون لوله‌های خمیده اطلاعات کمی در دسترس است. در این مطالعه پس از یافتن مدل توربولانسی بهینه، انتقال حرارت جابه‌جایی اجباری این نانوسیال در جریان آشفته در یک لوله با خم 180 درجه تحت شرایط مرزی دمای ثابت روی دیواره بررسی شده است.

2-2- محاسبات عددی و شبیه‌سازی سه‌بعدی

معادلات دیفرانسیل حاکم غیرخطی کوپل هستند که با توجه به شرایط مرزی باید حل شوند. حل این معادلات با استفاده از نرم‌افزار فلوئنت به روش حجم محدود انجام می‌شود. در این روش ابتدا شبکه‌ای از نقاط بر میدان حل منطبق می‌شود و با انصال معادلات دیفرانسیل روی این شبکه، این معادلات به معادلات جبری در هر نقطه از شبکه تبدیل می‌شود. سپس دستگاه معادلات جبری به‌دست آمده حل شده و توزیع کمیت‌های مختلف در نقاط شبکه به‌دست می‌آید.

¹ MWCNT

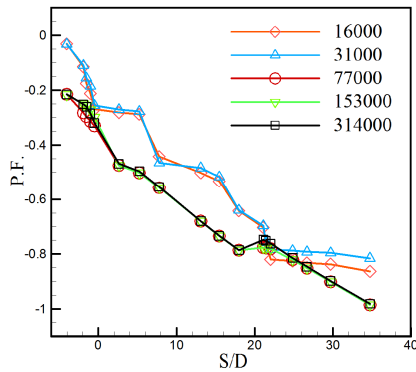


Fig. 2 variation of pressure factor for different meshes

شکل 2 تغییرات ضریب فشار برای تعداد المان‌های مختلف

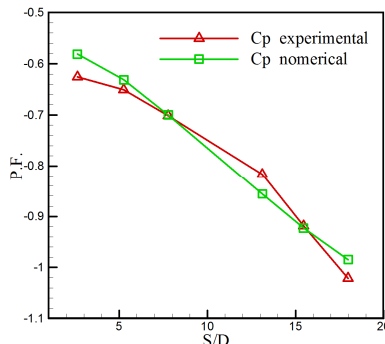


Fig. 3 Validation

شکل 3 اعتبار سنجی

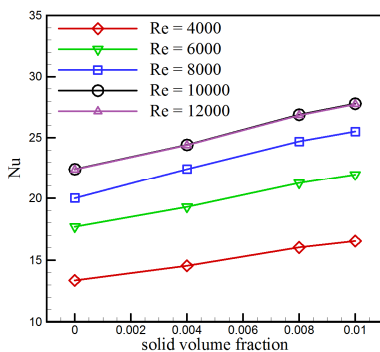


Fig. 4 variation of average Nusselt number at different Reynolds number and valiums fraction

شکل 4 تغییرات عدد ناسلت متوسط در اعداد رینولدز و کسر حجمی‌های مختلف

7- نتایج

7-1- بررسی اثر غلظت نانو ذرات و عدد رینولدز روی انتقال حرارت

تغییرات عدد ناسلت آب و نانوسیال در کسرهای حجمی و اعداد رینولدز مختلف در "شکل 4" نشان داده شده است.

نتایج نشان می‌دهد که معلق کردن مقدار کمی از نانوذرات، ضرایب انتقال حرارت را به صورت قابل توجهی نسبت به آب افزایش می‌دهد. همچنین با افزایش عدد رینولدز و نیز تاثیر مثبتی روی بهبود انتقال حرارت دارد.

7-2- بررسی اثر غلظت نانو ذرات و تغییر عدد رینولدز بر ضریب فشار

با توجه به "شکل 5" با افزایش عدد رینولدز مقدار قدرمطلق ضریب فشار تقریباً 7 درصد کاهش می‌یابد. همچنین از نتایج مشخص شد که با افزایش غلظت نانوذرات مقدار قدرمطلق ضریب فشار تقریباً 0.5 درصد کاهش می‌یابد. و این کاهش خیلی محسوس نیست.

عدد ناسلت نیز به صورت (6) محاسبه می‌شود:

$$Nu = \frac{hD}{k} \quad (6)$$

برای محاسبه عدد رینولدز از رابطه (7) استفاده می‌شود:

$$Re = \frac{\rho VD}{\mu} \quad (7)$$

برای محاسبه ضریب فشار از رابطه (8) استفاده می‌شود:

$$P.F. = \frac{P - P_0}{\frac{1}{2} \rho V^2} \quad (8)$$

P_0 فشار در ابتدای لوله ($S/D = -18$) است.

4- مدل سازی خواص ترموفیزیکی نانوسیال

محمد همت و همکاران [14] در سال 2014 رابطه‌ای برای تعیین ضریب هدایت حرارتی و لزجت دینامیکی نانوسیال آب- نانولوله چند جداره کربنی ارائه دادند. که در محدوده دمایی 25 تا 55 درجه سانتی‌گراد هستند.

$$\frac{k_{nf}}{k_w} = \frac{(360.69 + T)}{(405.59 - 11080\phi)} \quad (9)$$

$$\frac{\mu_{nf}}{\mu_w} = 38.15\phi - 0.0017357T + 1.1296 \quad (10)$$

قانون مخلوط‌ها رابطه معروفی برای محاسبه چگالی نانوسیالات است.

$$\rho_{nf} = \phi \rho_s + (1 - \phi) \rho_f \quad (11)$$

به علت کمتر بودن گرمای ویژه فلزات نسبت به سیالات، وجود نانوذرات در سیال موجب کاهش گرمای ویژه نانوسیالات نسبت به سیال پایه می‌شود، لانگو [15] رابطه (12) را برای محاسبه گرمای ویژه نانوسیالات ارائه کرد.

$$(C_p)_{nf} = \frac{\phi(\rho C_p)_s + (1 - \phi)(\rho C_p)_f}{\phi \rho_s + (1 - \phi) \rho_f} \quad (12)$$

در "جدول 1" خواص ترموفیزیکی آب که سیال پایه است [16] و همچنین نانوذرات، نانولوله چند جداره کربنی، آورده شده است [14].

5- استقلال نتایج از شبکه

با توجه به "شکل 2" مقادیر ضریب فشار در طول یک خط در قسمت دیواره درونی خم لوله استخراج شده است. مشاهده می‌شود که بعد از تعداد المان 77000، مقدار ضریب فشار تغییر زیادی نمی‌کند. اگر تعداد المان‌ها از 77000 بیشتر در نظر گرفته شود نه تنها دقت بالا نمی‌رود بلکه ممکن است حجم زیاد معادلات حل را برای نرم‌افزار سخت‌تر و دقت عمل پایین آید. پس تعداد المان در این مطالعه 77000 در نظر گرفته شده است.

6- اعتبارسنجی نتایج

محمد انور و آر. ام. سی. سو [16] مطالعه تجربی برای جریان آشفته در یک لوله خمیده انجام دادند. از نتایج موجود در این مقاله (مانند ضریب فشار در دیواره درونی خم لوله) برای اعتبارسنجی استفاده شده است. هندسه و نوع جریان مشابه است و شرایط دیگر به صورت یکسان در نظر گرفته شده است. با توجه به "شکل 3" تفاوت نتایج کمتر از 5 درصد و نتایج معتبر است.

جدول 1 خواص ترموفیزیکی نانوذرات و سیال پایه [14]

Table 1 nanoparticles and base fluid properties [14]

آب (سیال پایه)	نانولوله چند جداره کربنی
ρ	2100
C_p	0.516
μ	نمودار موجود در مرجع [14]
k	نمودار موجود در مرجع [14]
997.1	
4179	
0.001003	
0.613	

رینولدز از 4000 تا 6000، ضریب انتقال حرارت جابه‌جایی 24 درصد افزایش می‌یابد. همچنین با افزایش کسر حجمی نانوذرات تا 0.01 ضریب انتقال حرارت جابه‌جایی 21 درصد نسبت به سیال پایه زیاد می‌شود. با افزایش رینولدز از 6000 تا 8000، 13 درصد و از 8000 تا 10000، 8 درصد افزایش داشت. وجود خم باعث ایجاد جریان ثانویه، تغییر ضخامت لایه مرزی، پروفیل دما و نرخ انتقال حرارت می‌شود که در این مطالعه باعث بهبود انتقال حرارت شد.

9- مراجع

- [1] J. C. Maxwell, A treatise on electricity and magnetism, Clarendon, 1955.
- [2] S. U. Choi, J. Eastman, Enhancing thermal conductivity of fluids with nanoparticles, Argonne National Lab., IL (United States), pp. 1995.
- [3] O. Mahian, S. Mahmud, S. Zeinali Heris, Effect of Uncertainties in Physical Properties on Entropy Generation Between Two Rotating Cylinders With Nanofluids, *Journal of Heat Transfer*, Vol. 134, No. 10, pp. 101704-101704, 2012.
- [4] S. C. Tzeng, C. W. Lin, and K.D. Huang, Heat transfer enhancement of nanofluids in rotary blade coupling of four wheel drive vehicles, *Acta Mechanica*, Vol. 179, pp.11-23, 2005.
- [5] Q. Li, and Y. Xuan, Experimental investigation of transport properties of nanofluids, *Heat Transfer Science Technology*, Wang Bu-Xuan eds., Higher Education Press, pp. 757-762, 2000.
- [6] S. U. S. Choi, Z. G. Zhang, W. Yu, F.E. Lockwood, and E.A. Grulke, Anomalous thermal conductivity enhancement in nanotube suspensions, *Applied Physics Letter*, Vol. 79, No. 14, pp. 2252-2254, 2001.
- [7] K. Khanafer, K. Vafai, and M. Lightstone, Buoyancy driven heat transfer enhancement in a two-dimensional enclosure utilizing nanofluids, *International Journal of Heat and Mass Transfer*, Vol. 46, pp. 3639 3653, 2003.
- [8] S.K. Das, N. Putra, P. Theisen and W. Roetzel, Temperature dependence of thermal conductivity enhancement for nanofluid, *International Journal of Heat and Mass Transfer*, Vol. 125, pp. 567-574, 2003.
- [9] B. C. Pak, Y. I. Cho, Hydrodynamic and heat transfer study of dispersed fluids with submicron metallic oxide particles, *Experimental Heat Transfer an International Journal*, Vol. 11, No. 2, pp. 151-170, 1998.
- [10] Y. Yang, Z. G. Zhang, E. A. Grulke, W. B. Anderson, G. Wu, Heat transfer properties of nanoparticle-in-fluid dispersions (nanofluids) in laminar flow, *International Journal of Heat and Mass Transfer*, Vol. 48, No. 6, pp. 1107-1116, 2005.
- [11] D. J. Faulkner, D. R. Rector, J. J. Davidson, R. Shekarriz, Enhanced heat transfer through the use of nanofluids in forced convection, in Proceeding of, American Society of Mechanical Engineers, pp. 219-224.
- [12] Y. Ding, H. Alias, D. Wen, R. A. Williams, Heat transfer of aqueous suspensions of carbon nanotubes (CNT nanofluids), *International Journal of Heat and Mass Transfer*, Vol. 49, No. 1, pp. 240-250, 2006.
- [13] J. Wang, J. Zhu, X. Zhang, Y. Chen, Heat transfer and pressure drop of nanofluids containing carbon nanotubes in laminar flows, *Experimental Thermal and Fluid Science*, Vol. 44, pp. 716-721, 2013.
- [14] M. Hemmat Esfe et al, Thermophysical properties, heat transfer and pressure drop of COOH-functionalized multi walled carbon nanotubes/water nanofluids. *International Communications in Heat and Transfer* 58, (2014) 176-183.
- [15] G.Longo, Nanofluids, *Journal of Applied Physics*, Vol.35, P. 426, 2007.
- [16] M. Anwer and R. M. C. So, Swirling turbulent flow through a curved pipe, *Experiments Fluids* 14, 85-96 (1993).

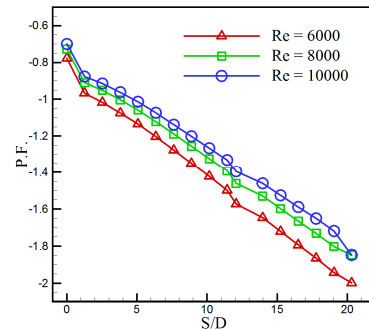


Fig. 5 variation of pressure factor in different Reynolds numbers

شکل 5 تغییرات ضریب فشار در اعداد رینولدز مختلف

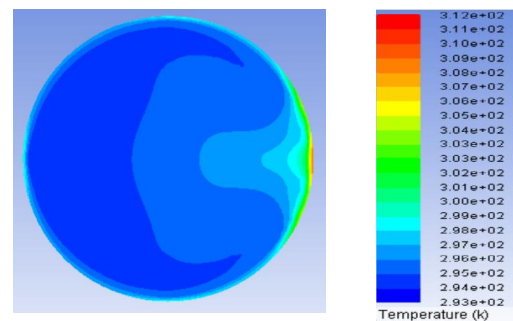


Fig. 6 temperature contour

شکل 6 میدان دما

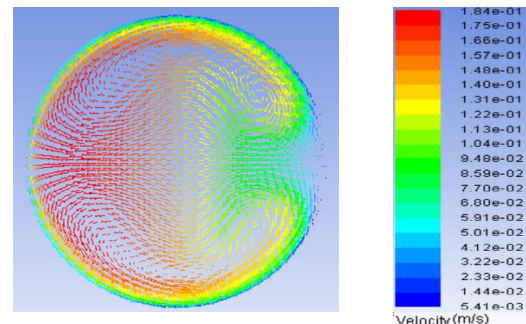


Fig. 7 velocity vectors

شکل 7 بردارهای سرعت

7-3- رسم میدان دما و خطوط جریان در سطح مقطع میانی خم لوله

مطابق "شکل 6" دمای سیال در قسمت دیواره داخلی خم بیشترین دما را دارد. همچنین در "شکل 7" جریان ثانویه ناشی از خم مشاهده می‌شود. وجود این گردابه‌ها انتقال حرارت را افزایش داده است.

8- نتیجه‌گیری

در این مطالعه انتقال حرارت جابه‌جایی اجباری نانوسیال آب- نانولوله چند جداره کربنی در جریان آشفته داخل لوله با خم 180 درجه با شرط مرزی دما ثابت دیواره به صورت عددی شبیه‌سازی شده است. تغییرات عدد Nu برحسب عدد Re اثر کسر حجمی نانوذرات بر بهبود انتقال حرارت جابه‌جایی بررسی و نتایج تحلیل شده است. نتایج عددی نشان دادند که با افزایش عدد