



## تحلیل تأثیر حضور سرنشین بر ارتعاشات آشوبناک مدل غیرخطی خودروی کامل

جواد فخرائی<sup>1</sup>، حشمت‌اله محمدخانلو<sup>2</sup>، مصطفی غیور<sup>3\*</sup>

1-دانشجوی کارشناسی ارشد، مهندسی مکانیک، دانشگاه صنعتی اصفهان، اصفهان

2- استادیار، مهندسی هوافضا، دانشگاه علوم و فنون هوایی شهید ستاری، تهران

3- استاد، مهندسی مکانیک، دانشگاه صنعتی اصفهان، اصفهان

\*اصفهان، کد پستی 84156-83111، ghayour@cc.iut.ac.ir

## اطلاعات مقاله

مقاله پژوهشی کامل

دریافت: 23 شهریور 1393

پذیرش: 18 مهر 1393

ارائه در سایت: 09 آذر 1393

کلید واژگان:

ارتعاشات آشوبناک

خودروی یازده درجه آزادی

مقطع پوانکاره

تأخیر زمانی

## چکیده

هدف این مقاله تحلیل و بررسی اثر حضور سرنشین بر ارتعاشات آشوبناک خودرو می‌باشد. مدل در نظر گرفته شده برای خودرو به صورت غیرخطی کامل بوده که دارای هفت درجه آزادی است و به ازای هر سرنشین یک درجه آزادی به آن اضافه می‌شود. چهار سرنشین به صورت متوالی به خودرو اضافه شده و مدل‌های خودرو هشت، نه، ده و یازده درجه آزادی را به ترتیب ایجاد می‌کنند و سپس در هر مرحله اثر حضور سرنشینان بر ارتعاشات آشوبناک خودرو مورد مطالعه قرار می‌گیرد. غیرخطی بودن سیستم به دلیل فنرها و دمپره‌های غیرخطی به کار رفته در سیستم تعلیق و لاستیک‌هاست. ناهمواری سطح جاده به شکل موج‌های سینوسی همراه با تأخیر زمانی برای لاستیک‌ها فرض شده است. معادلات حاکم بر مسئله با استفاده از قوانین نیوتن - اویلر استخراج شده و به روش عددی رانگ - کوتای مرتبه چهار حل می‌شوند. با مشخص شدن نواحی ناپایداری فرکانسی سیستم در یک فرکانس مشخص از نیروی تحریک سطح جاده که امکان وقوع آشوب در آن وجود دارد، رفتار دینامیکی سیستم توسط تکنیک‌هایی مانند: نمودار دوشاخه‌ای شدن، نمودار طیف توان، مقطع پوانکاره و بیشینه نماهای لیاپانوف که ابزارهای شناسایی حرکت آشوبناک می‌باشند مورد بررسی قرار می‌گیرد. نتایج به دست آمده نشان دهنده متفاوت بودن نوع جاذب‌های دینامیکی غیرخطی در خودروی با حضور سرنشین نسبت به خودروی بدون سرنشین است. همچنین با اضافه شدن سرنشین و افزایش لختی سیستم تغییرات قابل توجه در رفتار دینامیکی خودرو حاصل می‌شود.

## Analysis of the passengers effect on chaotic vibrations of a nonlinear full vehicle model

Javad Fakhraei<sup>1</sup>, HeshmataIah Mohammad Khanlo<sup>2</sup>, Mostafa Ghayour<sup>3\*</sup>

1-Department of Mechanical Engineering, Isfahan University of Technology, Isfahan, Iran

2- Department of Aerospace Engineering, Aeronautical University of Science and Technology, Tehran, Iran

3- Department of Mechanical Engineering, Isfahan University of Technology, Isfahan, Iran

\*P.O.B. 84156-83111, Esfahan, Iran, ghayour@cc.iut.ac.ir

## ARTICLE INFORMATION

Original Research Paper  
Received 14 September 2014  
Accepted 10 October 2014  
Available Online 30 November 2014

## Keywords:

Chaotic vibrations  
Vehicle eleven degrees of freedom  
Poincare section  
Time delay

## ABSTRACT

In this paper, the effect of passengers on the chaotic vibrations of the full vehicle model is investigated. The vehicle system is modeled as full nonlinear seven degrees of freedom with an additional one -degree of freedom for each passenger. Four passengers are added sequentially to the vehicle that produces eight, nine, ten and eleven degrees of freedom models, respectively. The effect of passengers on the chaotic vibrations of vehicle is studied for the above mentioned cases. The nonlinearities of the system are due to the nonlinear springs and dampers that are used in the suspension and tires. Roughness of the road surface is considered as sinusoidal waveforms with time delay for tires. The governing differential equations are extracted by Newton-Euler laws and are solved numerically via forth-order Runge-Kutta method. The analysis is conducted first by detecting the unstable regions of the system and is then followed by a specific excitation frequency, where there is possibility of chaos. The dynamic behavior of the system is investigated by special nonlinear techniques such as bifurcation diagram, power spectrum, pioncare section and maximum Lyapunov exponents. The obtained results represent different types of nonlinear dynamic absorbers in the vehicle with and without passengers. Taking the passengers in to consideration and increasing the mass of the system can result in significant changes in the dynamic behavior which improves the chaotic vibration of the vehicle.

## 1- مقدمه

گرفته است. پایداری خودرو و کنترل‌پذیری آن در مواجهه با این ناهمواری‌ها از عوامل مهمی هستند که در طراحی دینامیکی خودرو باید مورد توجه قرار گیرند. همچنین راحتی سرنشینان و افزایش طول عمر قطعات خودرو از جمله

در سال‌های اخیر تحقیقات زیادی در زمینه ارتعاشات ناخواسته ناشی از ناهمواری‌های سطح جاده و کاهش اثرات نامطلوب آن روی خودرو صورت

Please cite this article using:

برای ارجاع به این مقاله از عبارت ذیل استفاده نمایید:

J. Fakhraei, H. Mohammad Khanlo, M. Ghayour, Analysis of the passengers effect on chaotic vibrations of a nonlinear full vehicle model, *Modares Mechanical Engineering*, Vol. 15, No. 1, pp. 173-184, 2015 (In Persian)

مسائل ضروری هستند که همواره مورد توجه محققان و شرکت‌های سازنده خودرو بوده است.

در مدل‌سازی دینامیکی خودرو معمولاً سه قسمت مهم: بدنه به‌عنوان جرم فنربندی شده<sup>1</sup>، سیستم تعلیق و لاستیک‌ها به‌عنوان جرم فنربندی نشده<sup>2</sup> در نظر گرفته می‌شود. از این رو محققان از سه نوع مدل: یک‌چهارم، نصف و مدل کامل برای بررسی رفتار دینامیکی خودرو در تحقیقات خود استفاده می‌کنند. ساده‌ترین مدل خودرو مدل یک‌چهارم است که بدنه با یک فنر و یک دمپر به یک چرخ متصل است و چرخ نیز با یک فنر با زمین در ارتباط می‌باشد. در این مدل، یک درجه آزادی جابجایی قائم برای بدنه و یک درجه آزادی جابجایی قائم برای چرخ در نظر می‌گیرند. از این مدل، تنها برای مطالعه حرکت قائم بدنه خودرو استفاده می‌شود [1]. مدل نصف شامل دو چرخ بوده که هرکدام با فنر و دمپر به بدنه متصل می‌شوند. در این مدل برای جابجایی قائم هر کدام از چرخ‌ها یک درجه آزادی و برای جابجایی قائم و چرخشی بدنه دو درجه آزادی در نظر می‌گیرند. از این مدل برای تحلیل هم‌زمان جابجایی قائم و چرخشی بدنه خودرو استفاده می‌شود [2]. مدل‌های یک‌چهارم و نصف مدل‌های صفحه‌ای هستند. در مدل کامل که یک مدل سه بعدی است، چهار چرخ با فنر و دمپر به بدنه متصل می‌شوند. جابجایی قائم هر کدام از چرخ‌ها دارای یک درجه آزادی بوده و بدنه دارای سه درجه آزادی شامل یک درجه آزادی برای جابجایی قائم و دو درجه آزادی برای چرخش حول محورهای طولی و عرضی می‌باشد [3]. این مدل به دلیل توانایی در ارائه هم‌زمان پاسخ‌های انتقالی و چرخش حول محورهای طولی و عرضی بدنه خودرو، نسبت به دو مدل دیگر دارای پاسخ‌های کامل‌تری است. از طرف دیگر حضور سرنشین به‌عنوان یک عامل اجتناب‌ناپذیر هنگام حرکت خودرو، نقش مهمی در پاسخ‌های دینامیکی خودرو ایفا می‌کند. از این رو در نظر گرفتن مدل مناسبی که بتواند اثر حضور سرنشین بر حرکت خودرو و اثرات حرکت خودرو روی سرنشین را توجیه کند ضروری به نظر می‌رسد. این درحالی است که در اکثر مدل‌سازی‌های انجام شده اثر سرنشین نادیده گرفته شده است.

با توجه به اینکه سیستم تعلیق و لاستیک‌های خودرو و همچنین فنرها و دمپرهای به‌کار رفته در آنها دارای رفتار غیرخطی هستند، بنابراین خودرو یک سیستم غیرخطی محسوب می‌شود. لذا در مدل‌سازی آن روابط ریاضی به صورت غیرخطی خواهند بود. از این رو امکان وقوع رفتارهای آشوبناک به هنگام عبور خودرو از یک ناهمواری‌های در سطح جاده وجود دارد. از آنجایی که رفتارهای آشوبناک علیرغم ورودی معلوم، دارای ماهیت نامشخص (دامنه ارتعاش کاملاً نامشخص) در خروجی سیستم‌های غیرخطی هستند، لذا می‌توانند برای خودرو و راحتی سرنشینان نامطلوب باشند. پس شناسایی و کنترل این نوع رفتارها ضروری به‌نظر می‌رسد. از جمله اجزای غیرخطی به کار گرفته شده در خودرو می‌توان به دمپرهای مگنتو-رنولوژیکی<sup>3</sup> و همچنین فنرهای با انحنا نابرابر<sup>4</sup> اشاره کرد [4-6]. در سال‌های اخیر تحقیقات زیادی در زمینه تحلیل ارتعاشات غیرخطی و بررسی رفتارهای آشوبناک در مدل‌های مختلف خودرو با درجات آزادی متفاوت تحت ناهمواری‌های سطح جاده با به کارگیری مدل‌های ریاضی مختلف صورت گرفته است. لیتاک و همکاران [7] به کنترل آشوب در خودروی غیرخطی یک‌چهارم با یک درجه آزادی تحت ناهمواری سطح جاده پرداختند. آنها در تحقیقات دیگری به بررسی ارتعاشات آشوبناک در مدل یک‌چهارم خودرو با یک درجه آزادی تحت تحریک سطح

جاده که به شکل سینوسی همراه با ناهمواری‌های اتفاقی مدل شده بود، پرداختند و با به کارگیری نمودارهای صفحه فاز و پوانکاره این پدیده را نشان دادند [9,8]. سمندری و رضایی [10] با به کارگیری مدل یک‌چهارم خودرو با دو درجه آزادی و با مدل‌سازی نیروی فنر و دمپر غیرخطی درجه سه، اثرات ناشی از ناهمواری سطح جاده را روی مدل خود بررسی کردند. نتایج آنها بیانگر وقوع ارتعاشات آشوبناک به‌ازای شرایط اولیه مشخص بود. نایک و سینگورا [11] به تحلیل پایداری، رزونانس و آشوب در یک مدل یک‌چهارم خودرو با یک درجه آزادی پرداختند و با استفاده از معیار ملینیکوف<sup>5</sup> پاسخ فرکانسی و محدوده پایداری را به‌ازای تأخیر زمانی متفاوت به‌دست آوردند. ژو و ایشیتویی [12] به بررسی و تحلیل دوشاخه‌ای شدن و ارتعاشات آشوبناک در مدل خودروی غیرخطی نصف با چهار درجه آزادی پرداختند. آنها نیروی دینامیکی غیرخطی فنرهای سیستم را بر حسب جابجایی آن با توان غیر صحیح و تابع علامت بیان کردند و نشان دادند که به‌ازای فرکانس مشخصی از نیروی تحریک سطح جاده، رفتارهای آشوبناک در خودروی مدل شده قابل مشاهده است. در زمینه تحلیل حرکت آشوبناک تحت ناهمواری‌های سطح جاده در مدل خودروی نصف همچنین می‌توان به [14,13] اشاره کرد. رضایی و همکاران [15] با در نظر گرفتن مدل نصف خودرو با سه درجه آزادی، تأثیر مشخصه‌های ارتعاشی صندلی خودرو بر راحتی سفر در خودروی سواری تحت تحریک اتفاقی جاده را مورد مطالعه قرار دادند. ژو و ایشیتویی [16] در تحقیق دیگری با استفاده از روابطی که در مدل خودروی نصف ارائه داده بودند رفتار آشوبناک را در یک خودروی غیرخطی کامل با هفت درجه آزادی مورد مطالعه قرار دادند. آنها با در نظر گرفتن تأخیر زمانی بین توابع نیرویی وارد به چرخ‌های خودرو به‌عنوان پارامتر کنترلی، تأثیر این پارامتر را بر ورود و خروج سیستم از آشوب تحلیل کردند. در تحلیل رفتار آشوبناک مدل خودروی غیرخطی کامل همچنین می‌توان به [18,17] اشاره کرد.

در تحقیقات صورت گرفته قبلی که به برخی از آنها در بالا اشاره شد اثر سرنشین در مدل‌سازی ارتعاشی خودرو لحاظ نشده است و در اکثر آنها مدل‌های در نظر گرفته شده برای خودرو به‌صورت یک‌چهارم یا نصف است که با توجه به دور بودن آنها از مدل واقعی، نتایج به‌دست آمده نیز نسبت به مدل کامل از دقت کمتری برخوردار است. از این رو در این مقاله با در نظر گرفتن مدل غیرخطی خودروی کامل با هفت درجه آزادی و اضافه شدن سرنشین به آن، با استفاده از تکنیک‌های شناسایی حرکت آشوبناک، به بررسی و مقایسه نتایج حاصل از تحلیل ارتعاشات آشوبناک در خودروی کامل بدون سرنشین و با حضور سرنشین پرداخته شده و اثر حضور سرنشین بر روی ارتعاشات آشوبناک خودرو مورد بررسی قرار می‌گیرد. در مرحله نخست، سرنشین در جایگاه راننده قرار گرفته و سپس سرنشین دیگری در سمت راست آن قرار می‌گیرد. در مرحله بعد علاوه بر دو سرنشین جلو سرنشین سوم در جایگاه پشت راننده قرار می‌گیرد و نهایتاً سرنشین چهارم به خودرو اضافه می‌شود و مدل خودروهای هشت، نه، ده و یازده درجه آزادی ایجاد می‌شوند.

## 2- فرمول‌بندی و تعریف مسئله

شکل 1 مدل غیرخطی خودروی کامل با حضور سرنشین با یازده درجه آزادی را نشان می‌دهد. بدنه خودرو به‌عنوان یک جرم فنربندی‌شده با یک بلوک مکعبی صلب مدل‌سازی شده و دارای سه درجه آزادی به‌ازای سه حرکت جابجایی قائم ( $Z$ )، چرخش حول محور طولی ( $\theta$ ) و چرخش حول محور

1- Sprung mass  
2- Unsprung mass  
3- Magneto-rheological dampers  
4- Unequal curvature springs

5- Melnikov criterion

عرضی ( $\theta$ ) می‌باشد. چهار جرم فنربندی نشده (یعنی: جلو- چپ، جلو- راست، عقب- چپ، عقب- راست) به گوشه‌های این بلوک متصل شده و همراه با فنرهای غیرخطی و میرایی ویسکوز بیانگر مدل لاستیک‌ها هستند که قابلیت جابجایی در راستای قائم را دارند. سیستم تعلیق بین جرم‌های فنربندی شده و فنربندی نشده با المان‌های فنر و دمپر غیرخطی مدل می‌شود.

هر کدام از سرنشینان با یک جرم متصل به فنر و دمپر خطی مدل شده‌اند و دارای یک درجه آزادی در راستای قائم هستند. نیروی فنرها و دمپرهای متصل به سرنشینان از رابطه‌های (1) و (2) به دست می‌آیند.

در روابط (1) و (2)، زیرنویس  $p$  برای مشخص کردن جایگاه سرنشین،  $k_p$  سختی فنر و  $c_p$  ضریب دمپ می‌باشند. رابطه ریاضی حاکم بر نیروی فنرها و دمپرهای غیرخطی سیستم تعلیق به صورت روابط (3) و (4) بیان می‌شوند [16]:

$$Z_{fl} = A \sin(2\pi ft + \beta) \quad (8)$$

$$Z_{fr} = A \sin(2\pi ft) \quad (9)$$

$$Z_{rl} = A \sin(2\pi ft + \alpha + \beta) \quad (10)$$

$$Z_{rr} = A \sin(2\pi ft + \alpha) \quad (11)$$

$A$  دامنه و  $f$  فرکانس نیروی سینوسی تحریک جاده می‌باشد. پارامتر  $\alpha$  نشان دهنده تأخیر زمانی بین توابع نیرویی وارد به لاستیک‌های جلو- راست و عقب- راست (یا جلو- چپ و عقب- چپ) و پارامتر  $\beta$  نشان دهنده تأخیر زمانی بین دو لاستیک جلو (یا دو لاستیک عقب) از طرف ناهمواری سطح جاده می‌باشند.

$$F_{pk} = k_p \Delta_p \quad p = a, b, c, d \quad (1)$$

$$F_{pc} = c_p \dot{\Delta}_p \quad p = a, b, c, d \quad (2)$$

پس از توازن نیرویی حول نقطه تعادل استاتیکی، با استفاده از قوانین نیوتن- اوایلر معادلات حرکت برای خودروی کامل با حضور چهار سرنشین با یازده درجه آزادی به صورت روابط (12) تا (22) حاصل می‌شوند.

$$F_{sij} = k_{sij} \operatorname{sgn}(\Delta_{sij}) |\Delta_{sij}|^{n_{si}} \quad (i = f, r, j = l, r) \quad (3)$$

$$F_{cij} = c_{si} \dot{\Delta}_{uij} \quad (i = f, r, j = l, r) \quad (4)$$

که زیرنویس  $s$  بیانگر فنر و زیرنویس  $c$  بیانگر دمپر به کار رفته در سیستم تعلیق است. منظور از زیرنویس  $i = f, r$  لاستیک‌های جلو و عقب و زیرنویس  $j = l, r$  لاستیک‌های سمت چپ و راست متصل به سیستم تعلیق می‌باشد.  $\operatorname{sgn}()$  تابع علامت بوده و  $k_{sij}$  ضریب سختی فنرهای سیستم تعلیق و  $n_{si}$  مقدار تغییر طول نسبی فنر است. به عنوان ضریب غیرخطی فنر معرفی می‌شود. ضریب دمپ  $c_{si}$  در حالت کشش و فشار دمپرها متغیر بوده و از رابطه (5) به دست می‌آید.

$$m_a \ddot{Z}_a = -F_{ac} - F_{ak} - m_a g \quad (12)$$

$$m_b \ddot{Z}_b = -F_{bc} - F_{bk} - m_b g \quad (13)$$

$$m_c \ddot{Z}_c = -F_{cc} - F_{ck} - m_c g \quad (14)$$

$$m_d \ddot{Z}_d = -F_{dc} - F_{dk} - m_d g. \quad (15)$$

برای جرم فنربندی شده (روابط (16) تا (18)).

$$c_{si} = \begin{cases} c_{sui} & \Delta_{uij} \geq 0 \\ c_{sdi} & \Delta_{uij} < 0 \end{cases} \quad (i = f, r, j = l, r) \quad (5)$$

که  $c_{sui}$  و  $c_{sdi}$  به ترتیب ضریب دمپ در کشش و فشار هستند. نیروی فنرهای غیرخطی و دمپرهای ویسکوز لاستیک‌ها (جرم‌های فنربندی نشده) از رابطه‌های (6) و (7) به دست می‌آیند.

$$m_s \ddot{Z}_s = -(F_{sfl} + F_{cfl} + F_{sfr} + F_{cfr} + F_{srl} + F_{crl} + F_{srr} + F_{crr}) + (F_{ac} + F_{ak} + F_{bc} + F_{bk} + F_{cc} + F_{ck} + F_{dc} + F_{dk}) - m_s g \quad (16)$$

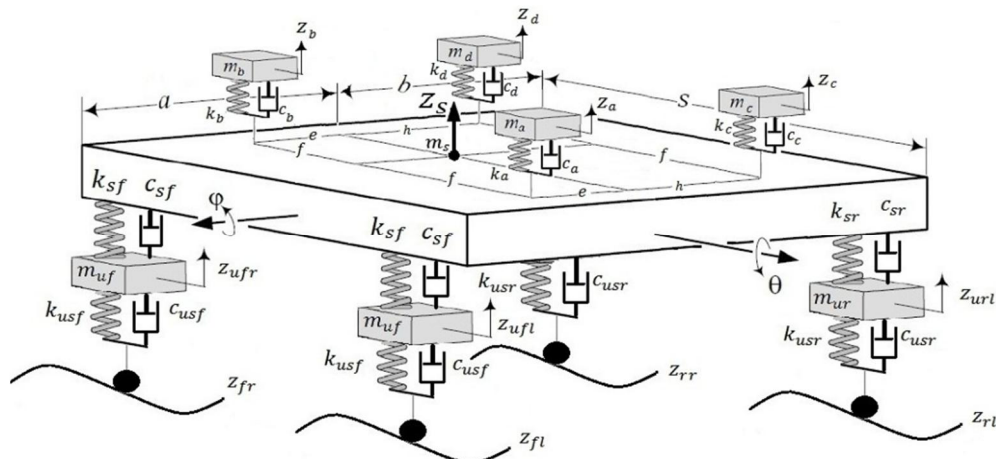
$$I_{\theta} \ddot{\theta} = [(-F_{sfl} - F_{cfl} + F_{sfr} + F_{cfr} - F_{srl} - F_{crl} + F_{srr} + F_{crr}) \frac{S}{2} + (-F_{ac} - F_{ak} + F_{bc} + F_{bk} + F_{cc} + F_{ck} - F_{dc} - F_{dk}) f] \cos \theta \quad (17)$$

$$I_{\theta} \ddot{\theta} = [(F_{sfl} + F_{cfl} + F_{sfr} + F_{cfr}) a - (F_{srl} + F_{crl} + F_{srr} + F_{crr}) b - (F_{ac} + F_{ak} + F_{bc} + F_{bk}) e + (F_{cc} + F_{ck} + F_{dc} + F_{dk}) h] \cos \theta. \quad (18)$$

$$F_{usij} = k_{usi} \operatorname{sgn}(\Delta_{usij}) |\Delta_{usij}|^{n_{usi}} \quad (i = f, r, j = l, r) \quad (6)$$

$$F_{ucij} = c_{usi} \dot{\Delta}_{usij} \quad (i = f, r, j = l, r) \quad (7)$$

منظور از زیرنویس  $us$  فنر و زیرنویس  $uc$  دمپر لاستیک‌ها است.  $k_{usi}$



شکل 1 شماتیک خودروی غیرخطی کامل با سرنشین

$$\Delta_{sfr} = \left[ (100^{(n_{sf}-1)} k_{sf})^{-1} \left( \frac{m_s g b}{2(a+b)} + W_{dfr} + W_{bfr} + W_{cfr} + W_{dfr} \right) \right]^{1/n_{sf}} \quad (52)$$

$$\Delta_{srl} = \left[ (100^{(n_{sr}-1)} k_{sr})^{-1} \left( \frac{m_s g a}{2(a+b)} + W_{arl} + W_{brl} + W_{crl} + W_{drl} \right) \right]^{1/n_{sr}} \quad (53)$$

$$\Delta_{srl} = \left[ (100^{(n_{sr}-1)} k_{sr})^{-1} \left( \frac{m_s g a}{2(a+b)} + W_{arl} + W_{brl} + W_{crl} + W_{drl} \right) \right]^{1/n_{sr}} \quad (54)$$

در روابط فوق  $W_{pij}$  اثر وزنی سرنشینان بر روی گوشه‌های بدنه خودرو هستند. نیروی فنر و دمپر لاستیک‌ها در معادلات (15) تا (18) از روابط (55) تا (62) به دست می‌آیند.

$$F_{usfl} = 100^{(n_{usf}-1)} k_{usf} \operatorname{sgn}(\Delta_{usfl} - \Delta_{suf}) |\Delta_{usfl} - \Delta_{suf}|^{n_{usf}} \quad (55)$$

$$F_{usfr} = 100^{(n_{usf}-1)} k_{usf} \operatorname{sgn}(\Delta_{usfr} - \Delta_{suf}) |\Delta_{usfr} - \Delta_{suf}|^{n_{usf}} \quad (56)$$

$$F_{ucfl} = c_{usf} \dot{\Delta}_{usfl} \quad (57)$$

$$F_{ucfr} = c_{usf} \dot{\Delta}_{usfr} \quad (58)$$

$$F_{usrl} = 100^{(n_{usr}-1)} k_{usr} \operatorname{sgn}(\Delta_{usrl} - \Delta_{surl}) |\Delta_{usrl} - \Delta_{surl}|^{n_{usr}} \quad (59)$$

$$F_{usrr} = 100^{(n_{usr}-1)} k_{usr} \operatorname{sgn}(\Delta_{usrr} - \Delta_{surr}) |\Delta_{usrr} - \Delta_{surr}|^{n_{usr}} \quad (60)$$

$$F_{ucrl} = c_{usr} \dot{\Delta}_{usrl} \quad (61)$$

$$F_{ucrr} = c_{usr} \dot{\Delta}_{usrr} \quad (62)$$

جابجایی دینامیکی فنرها با روابط (63) تا (66) بیان می‌شوند.

$$\Delta_{usfl} = z_{ufl} - A \sin(\omega t + \beta) \quad (63)$$

$$\Delta_{usfr} = z_{ufr} - A \sin(\omega t) \quad (64)$$

$$\Delta_{usrl} = z_{url} - A \sin(\omega t + \alpha + \beta) \quad (65)$$

$$\Delta_{usrr} = z_{urr} - A \sin(\omega t + \alpha) \quad (66)$$

جابجایی استاتیکی آنها با روابط (67) تا (70) بیان می‌شوند.

$$\Delta_{suf} = \left[ (100^{(n_{usf}-1)} k_{usf})^{-1} \left( \frac{m_s g b}{2(a+b)} + m_{uf} + W_{afl} + W_{bfl} + W_{cfl} + W_{dfl} \right) \right]^{1/n_{usf}} \quad (67)$$

$$\Delta_{suf} = \left[ (100^{(n_{usf}-1)} k_{usf})^{-1} \left( \frac{m_s g b}{2(a+b)} + m_{uf} + W_{afr} + W_{bfr} + W_{cfr} + W_{dfr} \right) \right]^{1/n_{usf}} \quad (68)$$

$$\Delta_{surl} = \left[ (100^{(n_{usr}-1)} k_{usr})^{-1} \left( \frac{m_s g b}{2(a+b)} + m_{ur} + W_{arl} + W_{brl} + W_{crl} + W_{drl} \right) \right]^{1/n_{usr}} \quad (69)$$

$$\Delta_{surr} = \left[ (100^{(n_{usr}-1)} k_{usr})^{-1} \left( \frac{m_s g a}{2(a+b)} + m_{ur} + W_{arr} + W_{brr} + W_{crr} + W_{drr} \right) \right]^{1/n_{usr}} \quad (70)$$

برای به دست آوردن معادلات حرکت خودروهای هفت، هشت، نه و ده درجه آزادی در هر مرحله یک سرنشین حذف می‌شود و معادلات سیستم در غیاب نیروهای ناشی از آن حاصل می‌شود.

جرم‌های فنربندی نشده جلو (روابط (19) و (20)).

$$m_{uf} \ddot{z}_{ufl} = F_{sfl} + F_{cfl} - F_{usfl} - F_{ucfl} - m_{uf} g \quad (19)$$

$$m_{uf} \ddot{z}_{ufr} = F_{sfr} + F_{cfr} - F_{usfr} - F_{ucfr} - m_{uf} g \quad (20)$$

جرم‌های فنربندی نشده عقب (روابط (21) و (22)).

$$m_{ur} \ddot{z}_{url} = F_{srl} + F_{crl} - F_{usrl} - F_{ucrl} - m_{ur} g \quad (21)$$

$$m_{ur} \ddot{z}_{urr} = F_{srr} + F_{crr} - F_{usrr} - F_{ucrr} - m_{ur} g \quad (22)$$

نیروی فنرها و دمپرها متصل به سرنشینان در معادلات (12) تا (15)

از روابط (23) تا (30) به دست می‌آیند.

$$F_{ak} = k_a (\Delta_{ua} - \Delta_{sa}) \quad (23)$$

$$F_{ac} = c_a \dot{\Delta}_{ua} \quad (24)$$

$$F_{bk} = k_b (\Delta_{ub} - \Delta_{sb}) \quad (25)$$

$$F_{bc} = c_b \dot{\Delta}_{ub} \quad (26)$$

$$F_{ck} = k_c (\Delta_{uc} - \Delta_{sc}) \quad (27)$$

$$F_{cc} = c_c \dot{\Delta}_{uc} \quad (28)$$

$$F_{dk} = k_d (\Delta_{ud} - \Delta_{sd}) \quad (29)$$

$$F_{dc} = c_d \dot{\Delta}_{ud} \quad (30)$$

$\Delta_{sp}$  و  $\Delta_{up}$  ( $p=a, b, c, d$ ) به ترتیب جابجایی‌های دینامیکی و استاتیکی

فنرهای متصل به سرنشینان هستند و از روابط (31) تا (38) به دست می‌آیند:

$$\Delta_{ua} = z_a - f \sin \phi - e \sin \theta - z_s \quad (31)$$

$$\Delta_{sa} = m_a g / k_a \quad (32)$$

$$\Delta_{ub} = z_b + f \sin \phi - e \sin \theta - z_s \quad (33)$$

$$\Delta_{sb} = m_b g / k_b \quad (34)$$

$$\Delta_{uc} = z_c + f \sin \phi + h \sin \theta - z_s \quad (35)$$

$$\Delta_{sc} = m_c g / k_c \quad (36)$$

$$\Delta_{ud} = z_d - f \sin \phi + h \sin \theta - z_s \quad (37)$$

$$\Delta_{sd} = m_d g / k_d \quad (38)$$

در روابط بالا  $e$  و  $f$  و  $h$  به ترتیب فواصل عرضی و طولی سرنشینان جلو و

عقب تا مرکز جرم خودرو هستند. نیروی فنرها و دمپرها سیستم تعلیق در

معادلات (16) تا (22) با روابط (39) تا (46) بیان می‌شوند.

$$F_{sfl} = 100^{(n_{sf}-1)} k_{sf} \operatorname{sgn}(\Delta_{ufl} - \Delta_{sfl}) |\Delta_{ufl} - \Delta_{sfl}|^{n_{sf}} \quad (39)$$

$$F_{sfr} = 100^{(n_{sf}-1)} k_{sf} \operatorname{sgn}(\Delta_{ufr} - \Delta_{sfr}) |\Delta_{ufr} - \Delta_{sfr}|^{n_{sf}} \quad (40)$$

$$F_{cfl} = c_{sf} \dot{\Delta}_{ufl} \quad (41)$$

$$F_{cfr} = c_{sf} \dot{\Delta}_{ufr} \quad (42)$$

$$F_{srl} = 100^{(n_{sr}-1)} k_{sr} \operatorname{sgn}(\Delta_{url} - \Delta_{srl}) |\Delta_{url} - \Delta_{srl}|^{n_{sr}} \quad (43)$$

$$F_{srr} = 100^{(n_{sr}-1)} k_{sr} \operatorname{sgn}(\Delta_{urr} - \Delta_{srr}) |\Delta_{urr} - \Delta_{srr}|^{n_{sr}} \quad (44)$$

$$F_{crl} = c_{sr} \dot{\Delta}_{url} \quad (45)$$

$$F_{crr} = c_{sr} \dot{\Delta}_{urr} \quad (46)$$

جابجایی دینامیکی فنرها از روابط (47) تا (50) به دست می‌آید.

$$\Delta_{ufl} = z_s + \frac{s}{2} \sin \phi - a \sin \theta - z_{ufl} \quad (47)$$

$$\Delta_{ufr} = z_s - \frac{s}{2} \sin \phi - a \sin \theta - z_{ufr} \quad (48)$$

$$\Delta_{url} = z_s + \frac{s}{2} \sin \phi + b \sin \theta - z_{url} \quad (49)$$

$$\Delta_{urr} = z_s - \frac{s}{2} \sin \phi + b \sin \theta - z_{urr} \quad (50)$$

جابجایی استاتیکی آنها از روابط (51) تا (54) به دست می‌آید.

$$\Delta_{sfl} = \left[ (100^{(n_{sf}-1)} k_{sf})^{-1} \left( \frac{m_s g b}{2(a+b)} + W_{afl} + W_{bfl} + W_{cfl} + W_{dfl} \right) \right]^{1/n_{sf}} \quad (51)$$

## 3- شبیه‌سازی عددی و تحلیل نتایج

است که محدوده ناپایداری دیگری فقط در خودروی هفت درجه آزادی در محدوده  $5/39 < f < 5/07$  هرتز و خودروی یازده درجه آزادی در محدوده  $5/52 < f < 5/38$  هرتز مشاهده می‌شود. در این محدوده‌ها، ارتعاشات اجزای سیستم به پدیده ضربان (ضربه زدن) تغییر می‌یابد.

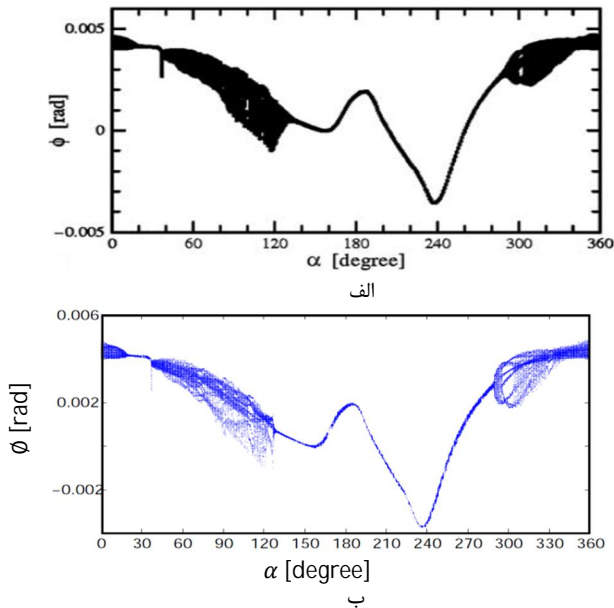
اگرچه دامنه پاسخ‌ها در چرخش حول محور طولی بدنه کوچک است، اما وجود نواحی ناپایداری همراه با ضربان و پرش نشان دهنده امکان وقوع آشوب در حرکت چرخش حول محور طولی بدنه می‌باشد. در شکل 5 نیز یک پرش بلند در فرکانس  $3/55$  هرتز و یک محدوده ناپایداری مشترک در  $3/0 < f < 2/90$  هرتز در تمام مدل‌های خودرو ارائه شده و محدوده ناپایداری

حل عددی معادلات دیفرانسیل غیرخطی حاکم بر سیستم با استفاده از روش عددی رانگ- کوتای مرتبه چهار در نرم‌افزار متلب انجام گرفته و از خروجی آنها برای تحلیل رفتارهای دینامیکی غیرخطی استفاده می‌شود. مقادیر عددی پارامترهای مختلف در شبیه‌سازی، مطابق جدول 1 است. در این تحلیل، از شرایط اولیه صفر برای شبیه‌سازی استفاده می‌شود. برای تحلیل رفتار دینامیکی سیستم‌ها و شناسایی پاسخ‌های آشوبناک، از ابزارهایی مانند: نمودار پاسخ فرکانسی، نمودار دو شاخه‌ای شدن، نمودار طیف توان، مقطع پوانکاره و ماکزیمم ناهای لیاپانوف استفاده شده است. لازم به ذکر است که در تحلیل رفتارهای آشوبناک برای اطمینان از دریافت خروجی حل معادلات در حالت دائمی، تعداد زیادی از اطلاعات اولیه حاصل از انتگرال گیری عددی در یک فاصله زمانی که در حالت گذرا هستند کنار گذاشته شده و پس از اطمینان از رسیدن به حالت دائمی، تعدادی فاصله زمانی را برای ثبت اطلاعات، انتخاب کرده و به پردازش نتایج این بخش پرداخته می‌شود. برای اطمینان از صحت برنامه‌های رایانه‌ای نوشته شده ابتدا نتایج مدل خودروی کامل هفت درجه آزادی بدون سرنشین بدست آورده شده و به منظور صحت‌گذاری، با نتایج مرجع [16] مورد مقایسه گرفت. سپس با حصول اطمینان از برنامه‌های رایانه‌ای، تغییرات مورد نظر در مدل خودروی هفت درجه آزادی اعمال و در هر مرحله سرنشینان به خودرو اضافه گردیدند. در شکل‌های 2 و 3 چند مورد از نتایج به دست آمده از برنامه‌های رایانه‌ای و نتایج مرجع [16] ارائه شده است. همانگونه که مشاهده می‌شود این نتایج هم‌خوانی خوبی با نتایج مرجع اشاره شده دارد. با ایجاد مدل‌های خودروی هشت، نه، ده و یازده درجه آزادی، اثر اضافه شدن سرنشین به خودرو مورد بررسی و مقایسه قرار گرفته است که در ادامه به تشریح آنها پرداخته می‌شود.

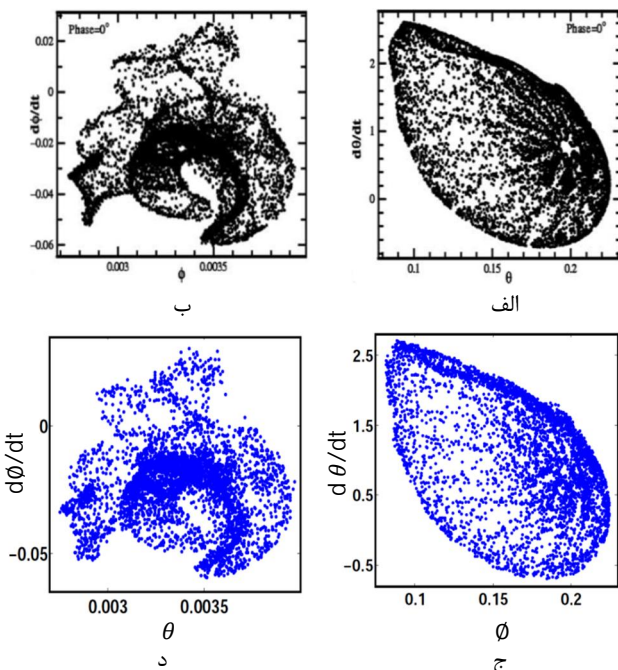
## 3-1- پاسخ فرکانسی

برای خودرو کامل نمودار پاسخ فرکانسی با تعریف ماکزیمم قدر مطلق مقدار دامنه جابجایی اجزای سیستم بر حسب تغییرات فرکانس نیروی تحریک جاده رسم می‌شود. از این نمودار برای مشخص شدن نواحی ناپایداری فرکانسی سیستم استفاده می‌شود [19]. با توجه به اینکه امکان وقوع پاسخ‌های آشوبناک در نواحی ناپایداری بسیار زیاد است، شناسایی این نواحی از اهمیت ویژه‌ای در تحلیل دینامیکی سیستم برخوردار است.

شکل 4 نمودار پاسخ فرکانسی چرخش حول محور طولی بدنه و شکل 5 نمودار پاسخ فرکانسی چرخش حول محور عرضی بدنه را برای خودروهای هفت، هشت، نه، ده و یازده درجه آزادی نشان می‌دهند. در این نمودارها فرکانس نیروی تحریک جاده با گام  $0/001$  در محدوده فرکانسی  $0/01-10$  هرتز تغییر می‌کند. همانطوری که قبلاً نیز اشاره شد، شرایط اولیه صفر در شبیه‌سازی استفاده شده است. با توجه به محدوده فرکانسی مورد نظر و شروع از فرکانس  $0/01$  هرتز و پریودیک بودن رفتار سیستم در محدوده نسبتاً گسترده‌ای، تغییر در شرایط اولیه تأثیری بر رفتار سیستم در این حالت ندارد. البته در رابطه با تأثیر شرایط اولیه و حساسیت به آن در حالت‌های آشوبناک، مطالب تکمیلی در توضیح ماکزیمم ناهای لیاپانوف آورده می‌شود. روند رسم نمودارهای پاسخ فرکانسی همان روند رسم نمودارهای دو شاخه‌ای می‌باشد که در بخش بعدی به جزئیات آن پرداخته شده است. با توجه به شکل 4، در نمودار پاسخ فرکانسی چرخش حول محور طولی بدنه در تمام مدل‌های خودروی ارائه شده یک پرش کوچک در فرکانس  $3/55$  هرتز و یک محدوده ناپایداری مشترک در  $3/55 < f < 2/93$  هرتز مشاهده می‌شود. این در حالی



شکل 2 نمودار دو شاخه‌ای شدن چرخش حول محور طولی بدنه با تغییر پارامتر کنترلی  $\alpha$ ، (الف) نتیجه مرجع [16]، (ب) نتیجه پژوهش کنونی



شکل 3 نمودار مقطع پوانکاره چرخش حول محورهای طولی و عرضی بدنه، (الف) و (ب) نتایج مرجع [16]، (ج) و (د) نتایج پژوهش کنونی

رفتار نامنظم در ناحیه اول و کم بودن اثر نواحی دیگر پی برد. در ادامه با استفاده از تکنیک‌های شناسایی رفتارهای غیرخطی، به بررسی رفتار دینامیکی سیستم پرداخته می‌شود.

### 3-2- دو شاخه‌ای شدن

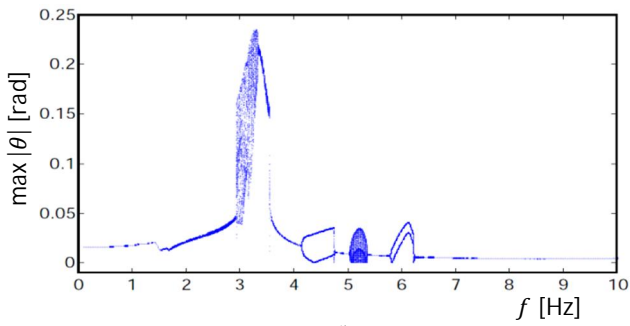
در این قسمت تأثیر انتخاب پارامترهای سیستم روی پدیده دو شاخه‌ای شدن مورد بحث قرار می‌گیرد. تغییرات پارامترهای یک سیستم دینامیکی ممکن است به گونه‌ای باشد که پایداری نقاط تعادل و تعداد آنها تغییر کند. مطالعه این تغییرات در مسائل غیرخطی موضوع تئوری دو شاخه‌ای شدن می‌باشد. مقادیر این پارامترها که طبیعت کیفی حرکت سیستم را تغییر می‌دهد تحت عنوان مقادیر بحرانی یا مقادیر دو شاخه‌ای شدن معرفی می‌شوند [21,20]. تمایز بین رفتار پریودیک از آشوبناک از طریق مطالعه شکل‌های دو شاخه‌ای شدن میسر می‌شود. نمودار دو شاخه‌ای شدن بر حسب تغییرات پارامترهای سیستم (به‌عنوان مثال تأخیر زمانی) با توجه به مسیرهای برگشتی از مقطع پوانکاره ایجاد می‌شوند. چنانچه حرکت پریودیک با پیود اول باشد با تغییر پارامتر کنترلی با گام‌های ثابت در هر گام فقط یک نقطه روی منحنی دیده می‌شود در صورتی که حرکت شبه پریودیک یا آشوبناک باشد ستونی از نقاط روی منحنی مشاهده می‌شود. در این حالت با مراجعه به مقطع پوانکاره می‌توان حرکت شبه پریودیک را از آشوبناک تشخیص داد [22,21].

از آنجایی که نیروی وارد از طرف ناهمواری‌های جاده به چرخ‌های خودرو در هر لحظه متفاوت بوده و به‌صورت یکسان به چرخ‌ها وارد نمی‌شود لذا از تأخیرهای زمانی  $\alpha$  و  $\beta$  به‌عنوان پارامتر کنترلی در رسم نمودارهای دو شاخه‌ای شدن استفاده شده است. شکل 6 نمودار دو شاخه‌ای شدن چرخش حول محور طولی بدنه با تغییر پارامتر کنترلی  $\alpha$  و شکل 7 نمودار دو شاخه‌ای شدن چرخش حول محور عرضی بدنه با تغییر پارامتر کنترلی  $\beta$  را نشان می‌دهند. این نمودارها در محدوده  $0^\circ \leq \alpha, \beta < 360^\circ$  با انتگرال گیری عددی مستقیم از معادلات حرکت هر مدل خودرو رسم شده‌اند. مقادیر پارامترهای نیروی تحریک که در حل عددی مورد استفاده قرار گرفته‌اند به‌صورت  $A=0/06$  متر،  $f=3/2$  هرتز و شرایط اولیه صفر در نظر گرفته شده‌اند. با توجه به شکل 6 در نمودار دو شاخه‌ای شدن چرخش حول محور طولی بدنه در تمام مدل‌های خودروی ارائه شده در سه محدوده، رفتار دینامیکی سیستم‌ها نامنظم می‌باشد که این محدوده‌ها در جدول 2 ارائه شده‌اند. در این محدوده‌ها تعداد نقاط تعادل در شکل دو شاخه‌ای شدن سیستم‌ها بطور نامحدودی اضافه شده که این رفتار، حرکتی نامنظم را برای سیستم‌ها پیش‌بینی می‌کند. در بین این محدوده‌ها رفتار دینامیکی منظم (پریودیک 1T) برای همه مدل‌های خودرو مشاهده می‌شود. در این بازه‌ها نقاط تعادل در تعامل یک به یک با پارامتر کنترلی سیستم هستند، به بیان دیگر به ازای یک پارامتر کنترلی مشخص فقط یک نقطه تعادل مشاهده می‌شود. نقاطی که در آنها رفتار پریودیک سیستم‌ها به رفتار نامنظم تغییر می‌کند یا به‌عبارت دیگر نقاط ورود به محدوده‌های نامنظم در هر یک از سیستم‌ها نقاط بحرانی برای آن سیستم به شمار می‌آیند. از آنجایی که بدون دو برابر شدن پیود حرکت در این نقاط رفتار پریودیک به‌صورت ناگهانی به رفتار نامنظم تبدیل می‌شود، این نوع تغییر رفتار در تمام مدل‌های خودرو ارائه شده در رده دو شاخه‌ای شدن خطرناک قرار می‌گیرد [21]. در شکل 7 در دو محدوده از نمودار چرخش حول محور عرضی بدنه در تمام مدل‌های خودرو ارائه شده، رفتار دینامیکی سیستم‌ها نامنظم بوده و بین این محدوده‌ها رفتار دینامیکی به‌صورت منظم (پریودیک 1T) مشاهده می‌شود.

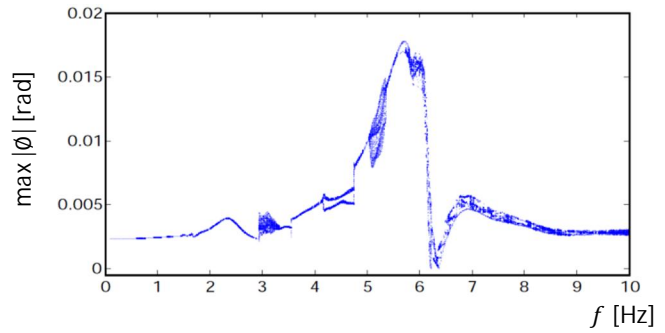
دوم در  $f < 5/40$  و  $f < 5/09$  هرتز و  $f < 5/52$  و  $f < 5/38$  هرتز به‌ترتیب برای خودروهای هفت درجه آزادی و یازده درجه آزادی در نمودارهای پاسخ فرکانسی چرخش حول محور عرضی بدنه مشاهده می‌شود. در این نواحی همانند پاسخ‌های فرکانسی چرخش حول محور طولی بدنه در پاسخ‌های فرکانسی چرخش حول محور عرضی بدنه نیز پدیده ضربان دیده می‌شود. با شناسایی محدوده رفتار نامنظم (آشوبناک یا شبه پریودیک) در شکل‌های 4 و 5 می‌توان به تحلیل هر کدام از این محدوده‌ها پرداخت. ناحیه اول با توجه به بالا بودن دامنه جابجایی از اهمیت بیشتری برخوردار است. این محدوده در  $f < 3/55$  و  $f < 2/93$  هرتز قرار دارد که در ادامه، با توجه به نتایج مرجع [16]، فرکانس نیروی تحریک در  $3/2$  هرتز ثابت نگه داشته شده و با تغییر پارامترهای دیگر، رفتار دینامیکی سیستم مورد بررسی قرار گرفته است. البته در ادامه با استفاده از نمودارهای طیف توان (شکل‌های 10 و 11) نشان می‌دهیم که این فرکانس، اولین فرکانس اصلی سیستم بوده و دارای بیشترین محتوای فرکانسی و اهمیت ویژه است. با این توضیح می‌توان به اهمیت

جدول 1 مقادیر عددی پارامترهای سیستم

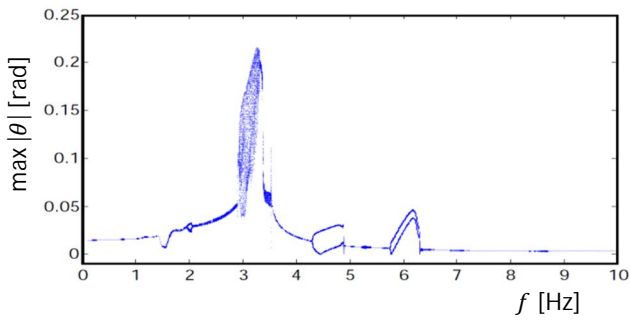
پارامتر	مقدار
$m_p$ ، مجموع جرم سرنشین و صندلی	90 (kg)
$m_s$ ، جرم بدنه	1500 (kg)
$I_\theta$ ، ممان اینرسی طولی بدنه	460 (kg m)
$I_\phi$ ، ممان اینرسی عرضی بدنه	2160 (kg m)
$m_{uf}$ ، جرم لاستیک‌های جلو	59 (kg)
$m_{ur}$ ، جرم لاستیک‌های عقب	59 (kg)
$k_p$ ، سختی فنر صندلی سرنشین	10000(N/m)
$c_p$ ، ضریب دمپ صندلی سرنشین	150(Ns/m)
$k_{sf}$ ، سختی فنرهای جلو سیستم تعلیق	35000(N/m)
$k_{sr}$ ، سختی فنرهای عقب سیستم تعلیق	38000(N/m)
$n_{sf}$ ، $n_{sr}$ ، ضریب غیرخطی فنرهای سیستم تعلیق	1/5
$c_{suf}$ ، ضریب دمپ جلو سیستم تعلیق در کشش	1000 (Ns/m)
$c_{sdf}$ ، ضریب دمپ جلو سیستم تعلیق در فشار	720 (Ns/m)
$c_{sur}$ ، ضریب دمپ عقب سیستم تعلیق در کشش	1000 (Ns/m)
$c_{sdr}$ ، ضریب دمپ عقب سیستم تعلیق در فشار	720 (Ns/m)
$k_{usf}$ ، $k_{usr}$ ، سختی فنر لاستیک‌ها	190000(N/m)
$c_{usf}$ ، $c_{usr}$ ، ضریب دمپ لاستیک‌ها	10(Ns/m)
$n_{usf}$ ، $n_{usr}$ ، ضریب غیرخطی فنرهای لاستیک‌ها	1/25
$a$ ، فاصله بین مرکز جرم تا جلو خودرو	1/4(m)
$b$ ، فاصله بین مرکز جرم تا عقب خودرو	1/7(m)
$s$ ، عرض بدنه خودرو	3(m)
$e$ ، فاصله عرضی صندلی سرنشینان جلو تا مرکز جرم خودرو	0/35(m)
$f$ ، فاصله طولی صندلی سرنشینان تا مرکز جرم خودرو	0/37(m)
$h$ ، فاصله عرضی صندلی سرنشینان عقب تا مرکز جرم خودرو	0/40(m)



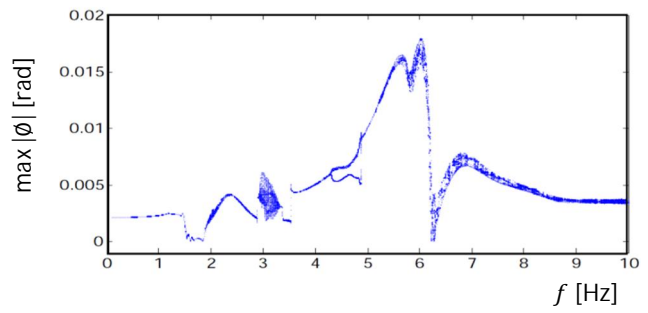
الف



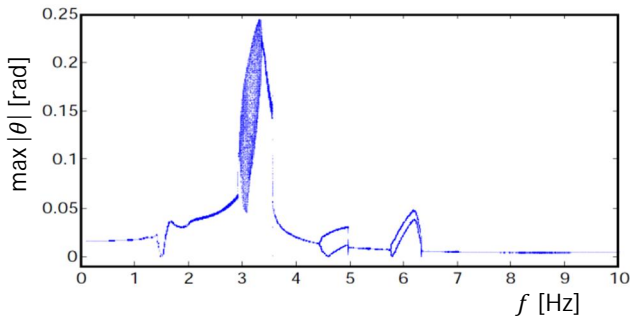
الف



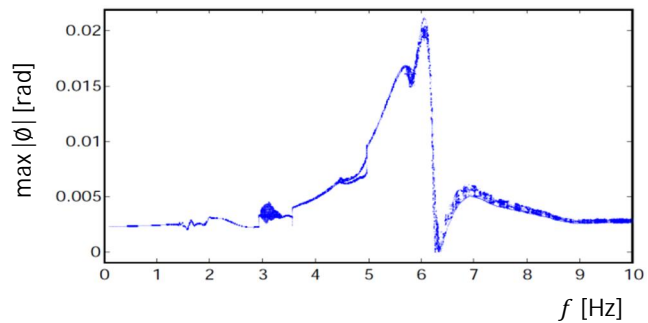
ب



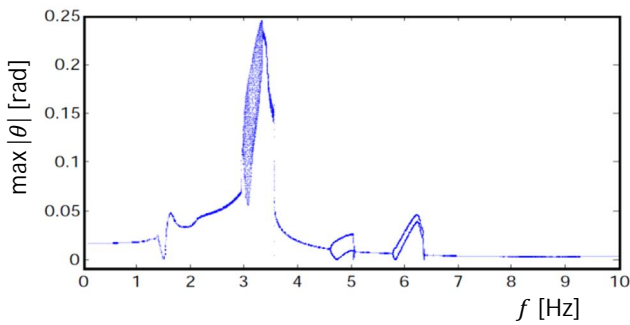
ب



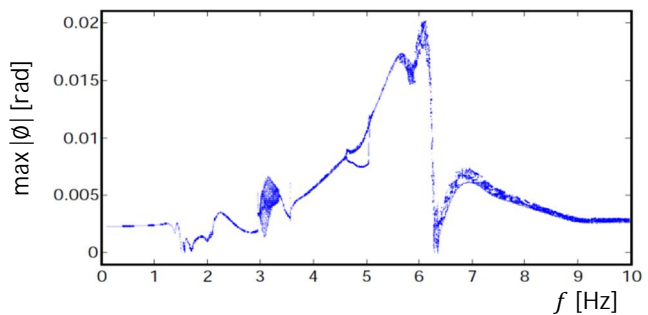
ج



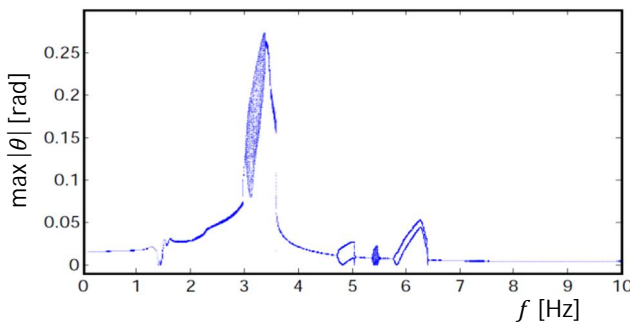
ج



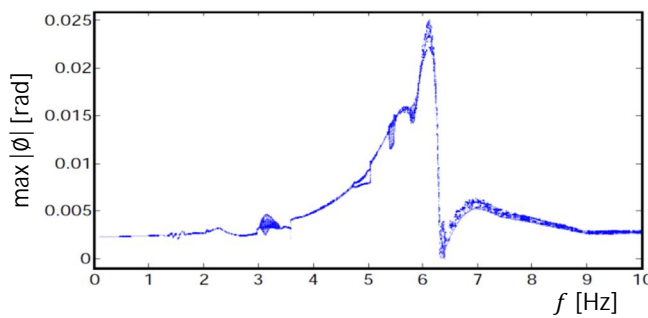
د



د



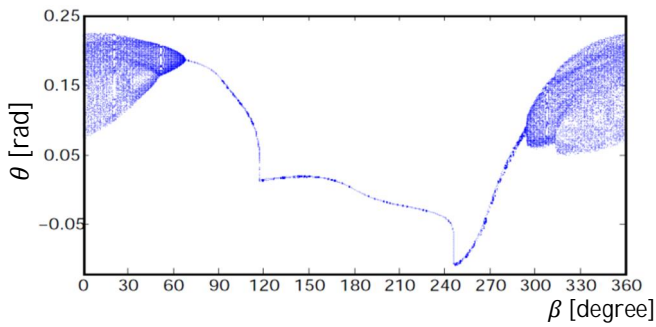
ه



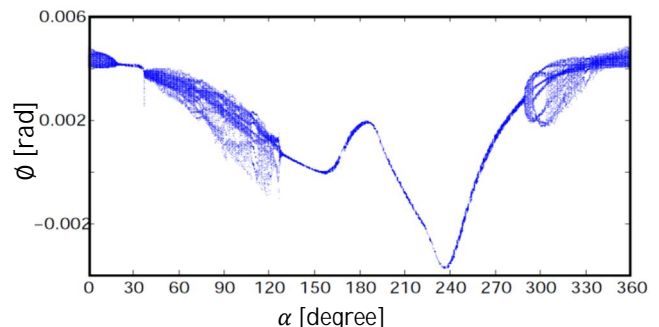
ه

شکل 5 نمودار پاسخ فرکانسی چرخش حول محور عرضی بدنه، (الف) خودروی هفت درجه آزادی، (ب) خودروی هشت درجه آزادی، (ج) خودروی نه درجه آزادی (د) خودروی ده درجه آزادی، (ه) خودروی یازده درجه آزادی  
( $A=0.06\text{ m}, \alpha = 58^\circ, \beta = 9^\circ$ )

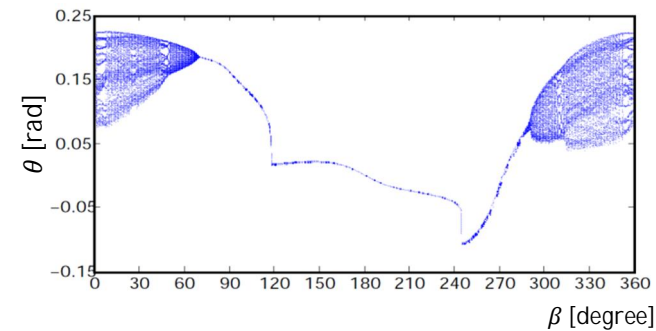
شکل 4 نمودار پاسخ فرکانسی چرخش حول محور طولی بدنه، (الف) خودروی هفت درجه آزادی، (ب) خودروی هشت درجه آزادی، (ج) خودروی نه درجه آزادی (د) خودروی ده درجه آزادی، (ه) خودروی یازده درجه آزادی  
( $A=0.06\text{ m}, \alpha = 58^\circ, \beta = 9^\circ$ )



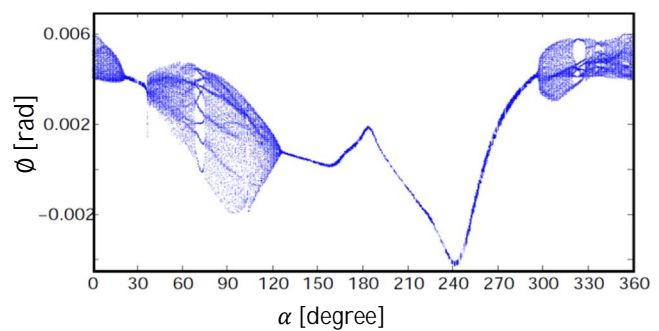
الف



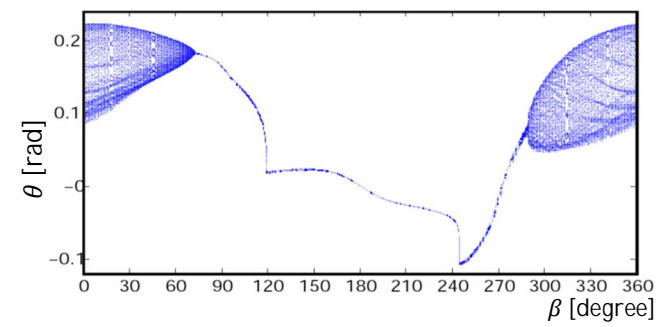
الف



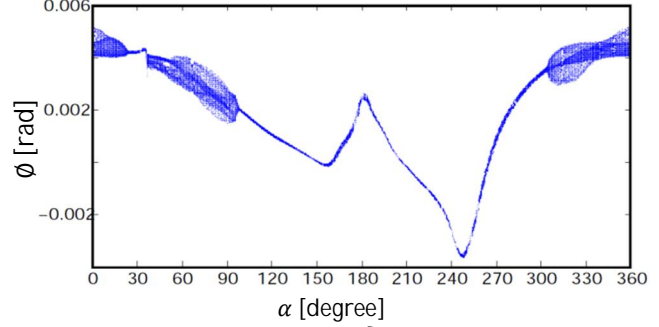
ب



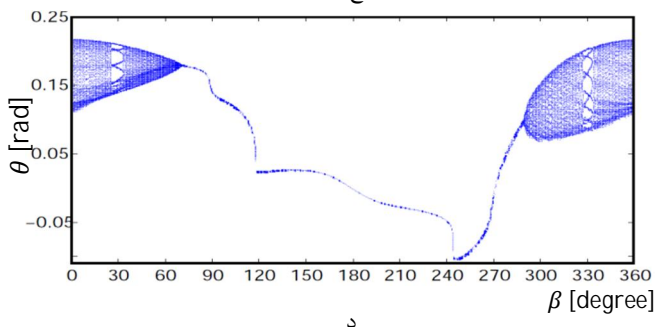
ب



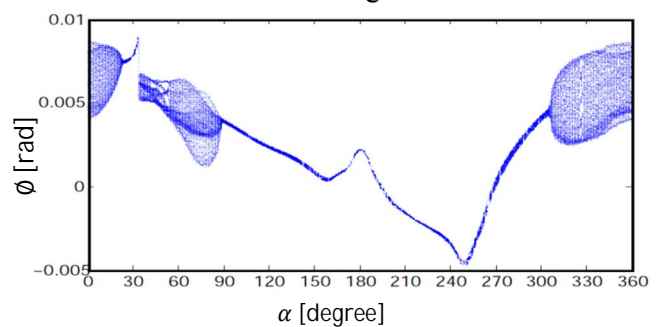
ج



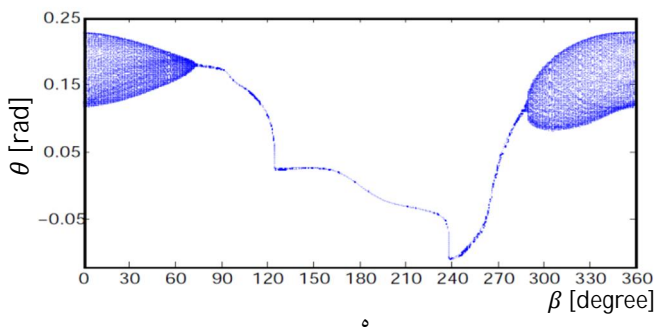
ج



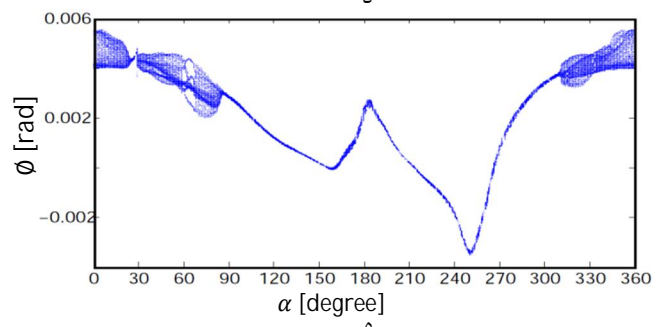
د



د



ه



ه

شکل 7 نمودار دو شاخه‌ای شدن چرخش حول محور عرضی بدنه با تغییر پارامتر کنترلی  $\beta$ ، (الف) خودروی هفت درجه آزادی، (ب) خودروی هشت درجه آزادی، (ج) خودروی نه درجه آزادی (د) خودروی ده درجه آزادی، (ه) خودروی یازده درجه آزادی ( $A=0.06 \text{ m}$ ,  $f = 3.2 \text{ Hz}$ ,  $\alpha = 58^\circ$ )

شکل 6 نمودار دو شاخه‌ای شدن چرخش حول محور طولی بدنه با تغییر پارامتر کنترلی  $\alpha$ ، (الف) خودروی هفت درجه آزادی، (ب) خودروی هشت درجه آزادی، (ج) خودروی نه درجه آزادی (د) خودروی ده درجه آزادی، (ه) خودروی یازده درجه آزادی ( $A=0.06 \text{ m}$ ,  $f = 3.2 \text{ Hz}$ ,  $\beta = 9^\circ$ )



این محدوده‌های نامنظم در جدول 3 ارائه شده‌اند. نقاط ورود به این محدوده‌ها برای هر سیستم نقاط بحرانی آن سیستم به حساب می‌آیند. با توجه به این شکل، دو شاخه‌ای شدن چرخش حول محور عرضی بدنه در تمام مدل‌های خودرو چرخش حول محور عرضی بدنه در تمام مدل‌های خودرو نیز دو شاخه‌ای شدن خطرناک است. محدوده‌های رفتار نامنظم مربوط به درجات آزادی دیگر نیز مشابه محدوده‌های داده شده در جدول‌های 2 و 3 در هر یک از مدل‌های ذکر شده خودرو می‌باشد که به جهت کوتاه شده متن، از ارائه آنها چشم پوشی شده است. کمتر شدن چند شاخه‌ای و چند پرپود شدن حرکت و کاهش محسوس محدوده‌های نامنظم دوم و سوم با تغییر پارامتر کنترلی  $\alpha$  در خودروهای با حضور سرنشین نسبت به خودرو بدون سرنشین به خوبی نشان دهنده اثر اضافه شدن سرنشین به خودرو است. با اضافه شدن سرنشین، جرم و لختی خودرو افزایش یافته و به دنبال رفتارهای نامنظم دینامیکی خودرو و تبدیل حرکات چند پرپودی به شبه پرپودیک و آشوبناک و بالعکس کاهش می‌یابد.

با پیگیری رفتار سیستم‌ها از روی نمودارهای دو شاخه‌ای شدن می‌توان شناخت کلی نسبت به رفتار آنها در محدوده پارامتر کنترلی پیدا کرد. از طرفی رفتارهای دینامیکی نامنظم در یک سیستم غیرخطی می‌تواند منجر به ارتعاشاتی با دامنه کاملاً متغیر شود. این مسئله نیز به نوبه خود می‌تواند سبب ایجاد تنش‌های متغیر در خودرو شود. تنش‌های متغیر نیز منجر به ایجاد خستگی و کاهش عمر قطعات خودرو و اختلال در راحتی سرنشینان می‌شود. در حالات فوق نوع جاذب‌های دینامیکی غیرخطی با یکدیگر متفاوت است که در ادامه به چند نمونه دیگر آنها با استفاده از تکنیک‌های دیگر رفتارهای غیرخطی پرداخته می‌شود. برای بررسی دقیق‌تر رفتار دینامیکی سیستم‌ها و به ویژه تشخیص حرکت نامنظم شبه پرپودیک از حرکت آشوبناک، نمودار دو شاخه‌ای شدن به تنهایی کافی نبوده و از دیگر تکنیک‌های شناسایی حرکت آشوبناک استفاده می‌شود.

### 3-4- مقطع و نگاشت پوانکاره

مقطع پوانکاره یک ابر صفحه در فضای حالت است که مسیر سیستم معادلات داده شده را قطع می‌کند. به تصویر مقطع پوانکاره روی صفحه فاز یا مسیر دینامیکی (سرعت بر حسب مکان) نگاشت پوانکاره اطلاق می‌شود. نگاشت پوانکاره مسائل مربوط به مسیریابی بسته را به مسائل مربوط به نقاط ثابت یک نگاشت تبدیل می‌کند [23]. در حرکت پرپودیک مقطع پوانکاره به صورت نقاط مجزا در صفحه ظاهر می‌شود. در حرکت شبه پرپودیک نقاط مقطع پوانکاره تشکیل منحنی بسته می‌دهند. در حرکت آشوبناک مقطع پوانکاره به شکل توده‌ای از نقاط نامنظم در فضای فازی ظاهر می‌شود [22,21]. شکل 9 نمودارهای مقطع پوانکاره چرخش حول محورهای طولی و عرضی بدنه را در پارامترهای کنترلی  $\alpha = 58^\circ$  و  $\beta = 9^\circ$  نشان می‌دهد. همانطور که در این شکل مشخص است در قسمت (الف) که مربوط به خودروی بدون سرنشین است، مقطع پوانکاره متشکل از توده‌ای از نقاط است که بخشی از صفحه را پر کرده و اصطلاحاً ساختار فراکتالی دارد که از نشانه‌های مهم ورود به حرکت آشوبناک است. در قسمت (ب) در خودروی با حضور راننده توده نقاط نسبتاً متراکم در مقطع پوانکاره بیانگر حرکت آشوبناک می‌باشد. در قسمت‌های (ج)، (د) و (ه) که به ترتیب مربوط به خودروهای با حضور دو، سه و چهار سرنشین است مقطع پوانکاره چرخش‌های طولی و عرضی بدنه به صورت یک منحنی بسته با نقاط پراکنده روی منحنی‌ها ظاهر شده است که نشان دهنده حرکت آشوبناک در این مقدار از پارامترهای کنترلی است.

با مقایسه مقاطع پوانکاره به دست آمده در خودروی بدون سرنشین و خودروهای با حضور سرنشین در یک مقدار مشترک از پارامترهای کنترلی  $\alpha$  و  $\beta$ ، مشاهده می‌شود که با اضافه شدن سرنشین به خودرو تراکم نقاط مقطع پوانکاره کاهش یافته و از توده نقاط متراکم در صفحه به سمت تشکیل منحنی بسته میل می‌کند و این به مفهوم این است که با افزایش جرم و لختی سیستم، احتمال وقوع رفتار نامنظم مکرر در سیستم کاهش می‌یابد. کاهش نقاط مقاطع پوانکاره در سیستم‌های فوق خود تأییدی بر متفاوت بودن جاذب‌های دینامیکی غیرخطی است.

در این قسمت رفتار دینامیکی خودروهای هفت و ده درجه آزادی در محدوده‌هایی از پارامترهای کنترلی که چند شاخه‌ای شدن مشاهده می‌شود، با استفاده از نمودارهای طیف توان و مقطع پوانکاره مورد بررسی قرار می‌گیرد. با توجه به نمودار دو شاخه‌ای شدن چرخش حول محور طولی بدنه در خودرو هفت درجه آزادی، در محدوده  $295^\circ \leq \alpha \leq 305^\circ$  حرکت زیر هارمونیک (6T) مشاهده می‌شود. برای تأیید این رفتار می‌توان با مراجعه به نمودارهای طیف توان و مقطع پوانکاره پاسخ دینامیکی سیستم را تحلیل کرد.

با پیگیری رفتار سیستم‌ها از روی نمودارهای دو شاخه‌ای شدن می‌توان شناخت کلی نسبت به رفتار آنها در محدوده پارامتر کنترلی پیدا کرد. از طرفی رفتارهای دینامیکی نامنظم در یک سیستم غیرخطی می‌تواند منجر به ارتعاشاتی با دامنه کاملاً متغیر شود. این مسئله نیز به نوبه خود می‌تواند سبب ایجاد تنش‌های متغیر در خودرو شود. تنش‌های متغیر نیز منجر به ایجاد خستگی و کاهش عمر قطعات خودرو و اختلال در راحتی سرنشینان می‌شود. در حالات فوق نوع جاذب‌های دینامیکی غیرخطی با یکدیگر متفاوت است که در ادامه به چند نمونه دیگر آنها با استفاده از تکنیک‌های دیگر رفتارهای غیرخطی پرداخته می‌شود. برای بررسی دقیق‌تر رفتار دینامیکی سیستم‌ها و به ویژه تشخیص حرکت نامنظم شبه پرپودیک از حرکت آشوبناک، نمودار دو شاخه‌ای شدن به تنهایی کافی نبوده و از دیگر تکنیک‌های شناسایی حرکت آشوبناک استفاده می‌شود.

### 3-3- طیف توان (فوریه)

یکی از راه‌های شناسایی ارتعاش آشوبناک وجود طیف گسترده‌ای از فرکانس‌ها در خروجی است، در حالی که ورودی یک حرکت هارمونیک تک فرکانسی است. اغلب، اگر یک مولفه غالب فرکانسی  $\omega_0$  وجود داشته باشد نشانه ورود به حرکت آشوبی، پیدایش هارمونیک‌های پایین  $\omega_0/n$  و

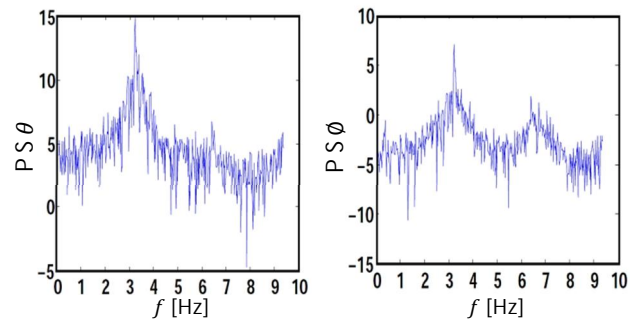
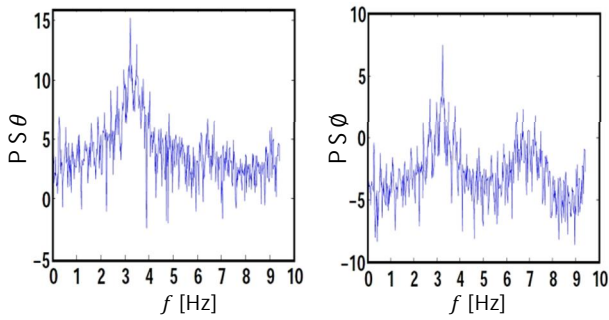
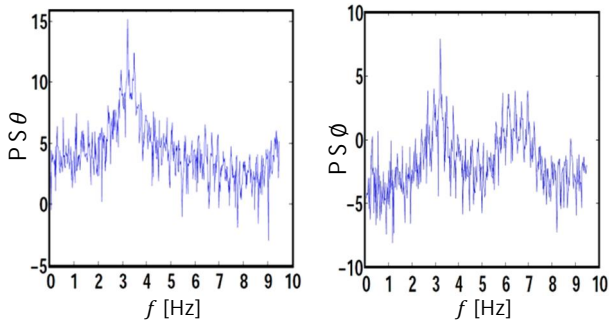
جدول 2 محدوده‌های نامنظمی رفتار دینامیکی خودرو با تغییر پارامتر کنترلی  $\alpha$

درجات آزادی خودرو	محدوده اول [degree]	محدوده دوم [degree]	محدوده سوم [degree]
هفت	$0 \leq \alpha \leq 20$	$38 \leq \alpha \leq 136$	$290 \leq \alpha \leq 360$
هشت	$0 \leq \alpha \leq 22$	$38 \leq \alpha \leq 136$	$298 \leq \alpha \leq 360$
نه	$0 \leq \alpha \leq 23$	$36 \leq \alpha \leq 98$	$304 \leq \alpha \leq 360$
ده	$0 \leq \alpha \leq 24$	$34 \leq \alpha \leq 90$	$306 \leq \alpha \leq 360$
یازده	$0 \leq \alpha \leq 26$	$28 \leq \alpha \leq 86$	$310 \leq \alpha \leq 360$

جدول 3 محدوده‌های نامنظمی رفتار دینامیکی خودرو با تغییر پارامتر کنترلی  $\beta$

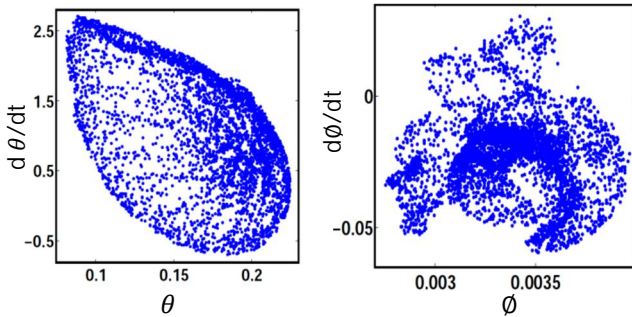
درجات آزادی خودرو	محدوده اول [degree]	محدوده دوم [degree]
هفت	$0 \leq \beta \leq 68$	$292 \leq \beta \leq 360$
هشت	$0 \leq \beta \leq 70$	$290 \leq \beta \leq 360$
نه	$0 \leq \beta \leq 72$	$290 \leq \beta \leq 360$
ده	$0 \leq \beta \leq 70$	$290 \leq \beta \leq 360$
یازده	$0 \leq \beta \leq 72$	$288 \leq \beta \leq 360$

در شکل 10 مشاهده می‌شود که در  $\alpha = 300^\circ$ ، نمودار طیف توان دارای یک قله در فرکانس  $3/2$  هرتز و قله‌هایی در ضرایب یک-ششم، دو-ششم و ... است. مقطع پوانکاره نیز دارای شش نقطه مجزا است که همگی تأیید کننده رفتار زیر هارمونیک با پرپود ششم می‌باشند. برای  $327^\circ \leq \beta \leq 335^\circ$  در نمودار دو شاخه‌ای شدن چرخش حول محور عرضی بدنه خودروی ده درجه آزادی حرکت زیر هارمونیک (12T) مشاهده می‌شود. در این حالت نیز نمودار طیف توان دارای یک قله در فرکانس  $3/2$  هرتز و قله‌هایی در ضرایب یک-دوازدهم، دو-دوازدهم و ... است، و دوازده نقطه مجزا در مقطع پوانکاره چرخش حول محور عرضی بدنه در شکل 11 تأیید کننده این رفتار به‌ازای  $\beta = 330^\circ$  در خودروی ده درجه آزادی می‌باشند. نکته قابل ذکر در اینجا، ایجاد قله با دامنه بزرگ در فرکانس  $3/2$  هرتز در هر دو حالت است، که در بخش 1-3 به آن اشاره شد. همانطور که نتایج نشان می‌دهند، این فرکانس جزو اولین فرکانس اصلی سیستم بوده و رفتار سیستم در حوالی آن اهمیت ویژه‌ای دارد.

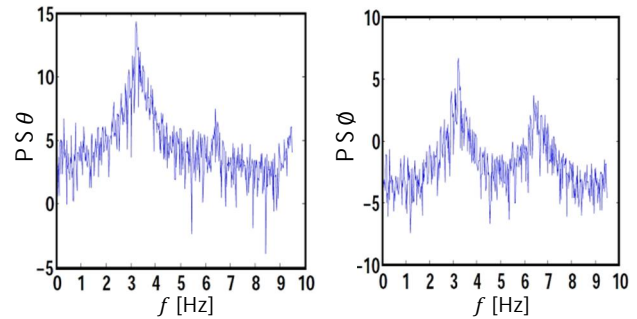


شکل 8 نمودار طیف توان چرخش حول محورهای طولی و عرضی بدنه، (الف) خودروی هفت درجه آزادی، (ب) خودروی هشت درجه آزادی، (ج) خودروی نه درجه آزادی (د) خودروی ده درجه آزادی، (ه) خودروی یازده درجه آزادی ( $A=0.06 \text{ m}, \alpha = 58^\circ, \beta = 9^\circ$ )

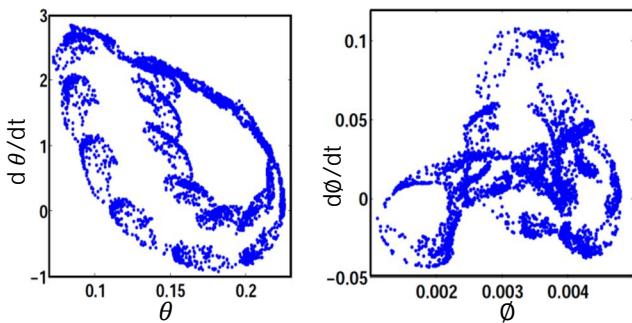
الف



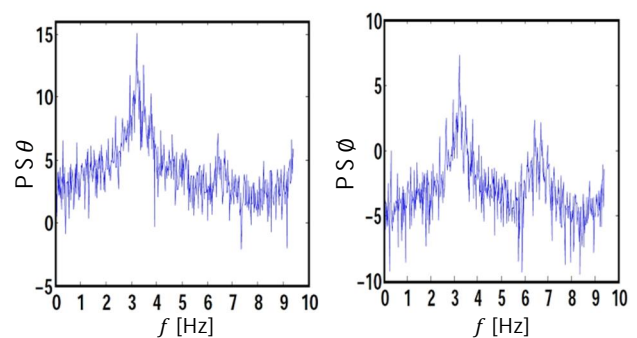
الف



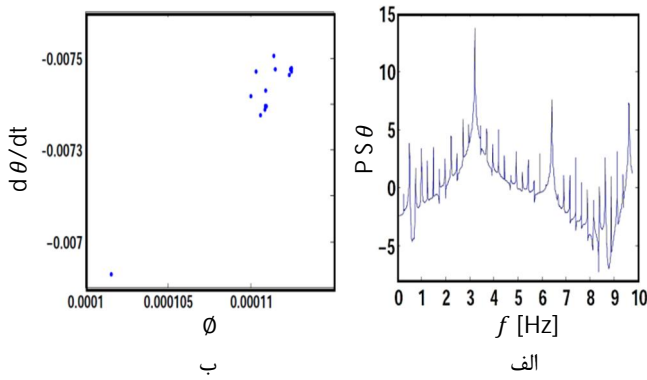
ب



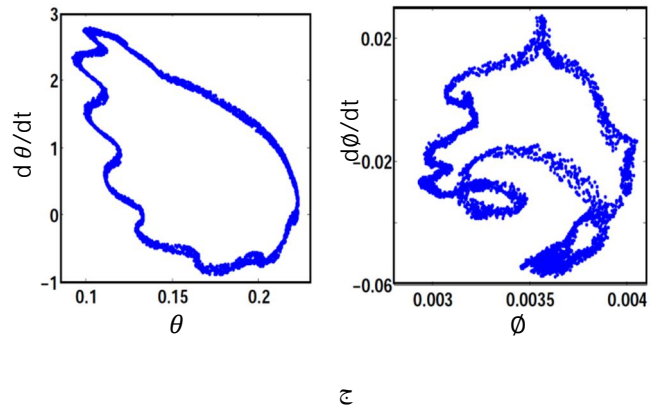
ب



ج



شکل 11 (الف) نمودار طیف توان، (ب) نمودار مقطع پوانکاره چرخش حول محور عرضی بدنه خودروی ده درجه آزادی ( $A=0.06m, f=3.2 \text{ Hz}, \beta = 330^\circ$ )



### 3-5- ماکزیمم نماهای لیاپانوف

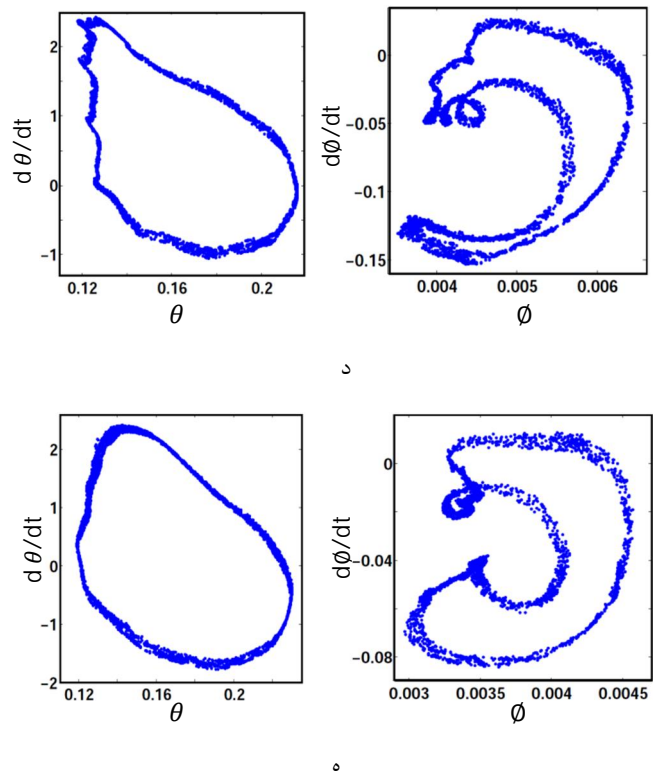
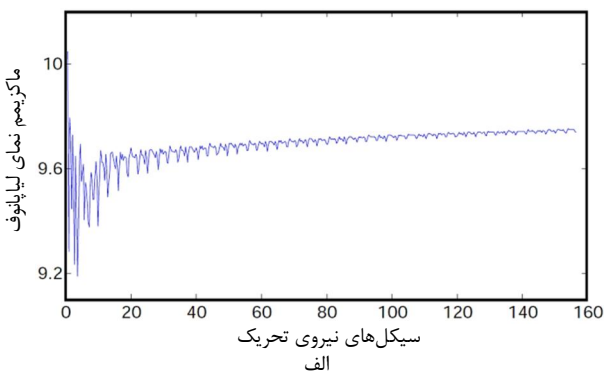
آشوب در سیستم‌های معین اجباری وابستگی شدیدی نسبت به شرایط اولیه دارد. به این معنی که اگر دو خط سیر در فضای فازی از دو نقطه نزدیک به هم شروع شوند با گذشت زمان به صورت نمایی از یکدیگر دور می‌شوند. پس اگر  $d_0$  اندازه اولیه بین دو نقطه شروع باشد پس از گذشت زمان  $t$  فاصله بین آنها به صورت رابطه زیر خواهد بود:

$$d(t) = d_0 2^{\lambda t} \quad (71)$$

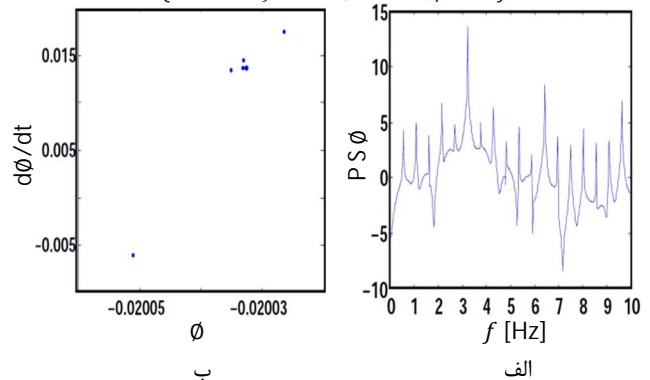
انتخاب پایه دو، یک انتخاب مناسب ولی دلخواه بوده و  $\lambda$  به نماهای لیاپانوف اشاره دارد. واگرایی مدارهای آشوبناک تنها به صورت محلی، نمای است، چون اگر سیستم محدود باشد چنانچه اکثر سیستم‌های فیزیکی این چنین هستند  $d(t)$  نمی‌تواند به بی‌نهایت میل کند. پس برای تعریف این واگرایی مدارها (مسیرها) باید در نقاط بسیاری در مسیر از رشد نمایی، متوسط گیری کرد. بدین ترتیب نمای لیاپانوف را می‌توان به صورت زیر تعریف کرد:

$$\lambda = \frac{1}{t_N - t_0} \sum_{k=1}^N \log_2 \frac{d(t_k)}{d_0(t_{k-1})} \quad (72)$$

نماهای لیاپانوف با استفاده از الگوریتم تعیین شده در [24] به دست آورده شده‌اند. مثبت بودن ماکزیمم نماهای لیاپانوف بیانگر رفتار آشوبناک و منفی بودن آن نشان دهنده رفتار منظم در سیستم است. صفر بودن نمای لیاپانوف حالت گذرای سیستم را بیان می‌کند. با توجه به اینکه سیستم‌های غیرخطی تأثیر پذیری شدیدی نسبت به شرایط اولیه دارند، با در نظر گرفتن چندین شرایط اولیه متفاوت غیر صفر، تأثیر این شرایط روی رفتار دینامیکی سیستم‌ها مورد بررسی قرار گرفته و در قالب نمودارهای ماکزیمم نماهای لیاپانوف در شکل 12 نشان داده شده است.



شکل 9 نمودار مقطع پوانکاره چرخش حول محورهای طولی و عرضی بدنه، (الف) خودروی هفت درجه آزادی، (ب) خودروی هشت درجه آزادی، (ج) خودروی نه درجه آزادی (د) خودروی ده درجه آزادی، (ه) خودروی یازده درجه آزادی ( $A=0.06 \text{ m}, f=3.2 \text{ Hz}, \alpha = 58^\circ, \beta = 9^\circ$ )

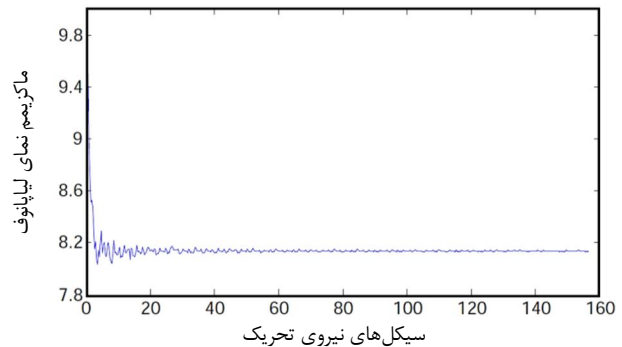
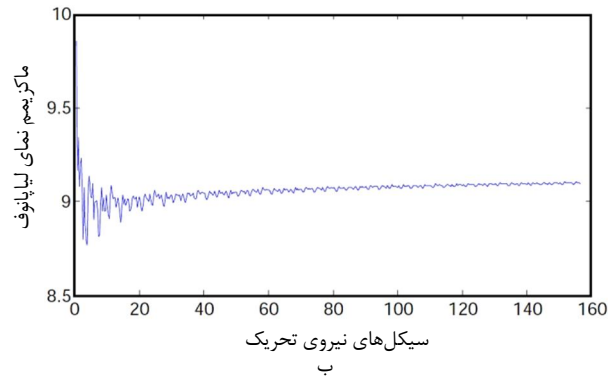


شکل 10 (الف) نمودار طیف توان، (ب) نمودار مقطع پوانکاره چرخش حول محور طولی بدنه خودروی هفت درجه آزادی ( $A=0.06 \text{ m}, f=3.2 \text{ Hz}, \alpha = 300^\circ$ )

نامنظم در مقایسه با خودروی بدون سرنشین کاهش می‌یابد. به عبارتی با افزایش جرم سیستم و به دنبال آن افزایش لختی سیستم، احتمال خروج از رفتارهای آشوبناک نیز افزایش می‌یابد. همچنین نتایج این مقاله می‌تواند با ارائه یک مدل واقعی‌تر در کمک به طراحان و سازندگان خودرو در تحلیل رفتارهای غیرخطی مفید باشد و با شناسایی محدوده‌های بحرانی و اجتناب از آنها موجب افزایش عمر قطعات شود.

## 5- مراجع

- [1] J. D. Robson, Road surface description and vehicle response, *International Journal of Vehicle Design*, Vol. 9, pp. 25–35, 1979.
- [2] A. Moran, M. Nagai, Optimal active control of nonlinear vehicl suspension using neural networks, *JSMIE International Journal*, Vol. 37, pp. 707–718, 1994.
- [3] S. Ikenaga, F. L. Lewis, J. Campos, L. Davis, Active suspension control of ground vehicle based on a full-vehicle model, *Proceedings of American Control Conference*, Chicago, USA, pp. 28–30, 2000.
- [4] C. Y. Lai, W. H. Liao, Vibration Control of a Suspension System via a Magneto-Reheological Fluid Damper, *Journal of Vibration and Control*, Vol. 8, pp. 527–547, 2002.
- [5] H. Liu, K. Nonami, T. Hagiwara, Semi-active fuzzy sliding mode control of full vehicle and suspensions, *Journal of Vibration and Control*, Vol. 8, pp. 1025–1042, 2005.
- [6] M. Yu, X. M. Dong, S. B. Choi, C. R. Liao, Human simulated intelligent control of vehicle suspension system with MR dampers, *Journal of Sound and Vibration*, Vol. 319, pp. 753–767, 2009.
- [7] G. Litak, M. Borowiec, M. Ali, L. M. Saha, M. I. Friswell, Pulsive Feedback Control of a Quarter Car Model Forced by a Road Profile, *Journal of Chaos, Solitons and Fractals*, Vol. 33, pp. 1672–1676, 2007.
- [8] G. Litak, M. Borowiec, M. I. Friswell, K. Szabelski, Chaotic vibration of a quarter-car model excited by the road surface profile, *Communications in Nonlinear Science and Numerical*, Vol. 13, pp. 1373–1383, 2008.
- [9] G. Litak, M. Borowiec, M. I. Friswell, W. Przystupa, Chaotic response of quarter car model forced by a road profile with a stochastic component, *Chaos, Solitons and Fractals*, Vol. 39, pp. 2448–2456, 2009.
- [10] H. Samandari, M. Rezaee, The stability and chaos analysis of a nonlinear wheeled vehicle model under road excitation, *Proceedings of 10th Biennial Conference on Engineering Systems Design and Analysis*, Istanbul, Turkey, ASME, 2010.
- [11] R. Naik, P. Singru, Resonance, stability and chaotic vibration of a quarter car vehicle model with time-delay feedback, *Communications in Nonlinear Science and Numerical Simulation*, Vol. 16, pp. 3397–3410, 2011.
- [12] Q. Zhu, M. Ishitobi, Chaos and bifurcation in a nonlinear vehicle model, *Journal of solid and vibration*, Vol. 275, pp. 1136–1146, 2004.
- [13] S. Zhong, Y. Chen, Bifurcation of piecewise-linear nonlinear vibration system of vehicle suspension, *Applied Mathematics and Mechanics*, Vol. 30, pp. 677–684, 2009.
- [14] W. Can, W. Weirui, Chaotic behaviors of half car model excited by the road surface profile, *The 1st International Conference on Information Science and Engineering*, pp. 3752–3755, 2009.
- [15] M. Rezaee, H. A. Arghand, A. Taraghi Osguei, M. Fathi, On the effects of Passenger Seat Characteristics on the Ride Comfort of a Vehicle under the Random Excitation, *Modares Mechanical Engineering*, Vol. 11, No. 3, pp. 43–57, 2011. (In Persian)
- [16] Q. Zhu, M. Ishitobi, Chaotic vibration of a nonlinear full-vehicle model, *International Journal of Solids and Structures*, Vol. 43, pp. 747–759, 2006.
- [17] H. Hajkarami, H. Samandari, S. Ziaei-Rad, Analysis of chaotic vibration of a nonlinear seven degrees-of freedom full vehicle model, *3rd International Conference on Integrity*, Porto, pp. 20–24, 2009.
- [18] W. Wei, L. Guixian, S. Yuling, Nonlinear Dynamic Analysis of the Whole Vehicle on Bumpy Road, *Harbin Institute of Technology*, Trans, Tianjin Univ, Vol. 16, pp. 050–055, 2010.
- [19] D. Belato, H. I. Weber, J. M. Balthazar, M. D. T. Mook, Chaotic vibration of a nonideal electro-mechanical system, *International Journal of Solids and Structures*, Vol. 38, pp. 1699–1706, 2001.
- [20] F. C. Moon, *Chaotic Vibration, An Introduction for Applied Scientists and Engineers*, New Jersey, Wiley, 2004.
- [21] A. H. Nayfeh, B. Balachandran, *Applied nonlinear dynamics, Analytical, Computational and Experimental Method*, New York: Wiley, 1995.
- [22] J. H. Kim, *Applied chaos*, John Wiley and Sons, 1992.
- [23] S. H. Strogatz, B. Balachandran, *Nonlinear dynamics and chaos with applications to biology, chemistry and engineering*, Westview, 2000.
- [24] A. Wolf, J. B. Swift, H. L. Swinney, J. A. Vastano, Determining Lyapunov exponents from a time series, *Physica D*, Vol 16, pp. 285–317, 1985.



شکل 12 نمودار مکزیتم نمای لیاپانوف، (الف) خودروی هفت درجه آزادی، (ب) خودروی هشت درجه آزادی، (ج) خودروی نه درجه آزادی  
( $A=0.06\text{ m}$ ,  $f=3.2\text{ Hz}$ ,  $\alpha = 58^\circ$ ,  $\beta = 9^\circ$ )

شکل (12) نشان می‌دهد که در پارامترهای کنترلی  $\alpha = 58^\circ$  و  $\beta = 9^\circ$  برای خودروهای هفت، هشت و نه درجه آزادی، مکزیتم نماهای لیاپانوف مثبت بوده و تأیید کننده رفتار آشوبناک در هر سه مدل خودرو است.

## 4- نتیجه گیری

در این مقاله ارتعاشات آشوبناک خودروی کامل با و بدون حضور سرنشین مورد بررسی قرار گرفت و نتایج حاصل از آنها با هم مقایسه گردید. خودروی کامل دارای هفت درجه آزادی بوده و به‌ازای هر سرنشین یک درجه آزادی به آن اضافه می‌شود. سرنشین یک مرحله در جایگاه راننده قرار گرفته و سپس علاوه بر راننده سه سرنشین دیگر به‌ترتیب در جایگاه دستیار راننده، پشت راننده و پشت دستیار راننده به خودرو اضافه می‌شوند و به این ترتیب مدل‌های خودروی هشت، نه، ده و یازده درجه آزادی ایجاد می‌شوند. با مشخص شدن محدوده ناپایداری فرکانسی سیستم‌ها، در یک فرکانس مشخص از نیروی تحریک (برابر با فرکانس اصلی اول) سطح جاده از تکنیک‌هایی مانند: نمودار دو شاخه‌ای شدن، نمودار طیف توان، مقطع پوانکاره و مکزیتم نماهای لیاپانوف برای تحلیل و مقایسه رفتار آشوبناک سیستم‌ها استفاده شد. تأخیر زمانی بین لاستیک‌های خودرو به‌عنوان پارامتر کنترلی مورد استفاده قرار گرفت. نتایج به‌دست آمده نشان دهنده متفاوت بودن جاذب‌های دینامیکی غیرخطی در خودروی بدون سرنشین نسبت به خودروی با حضور سرنشین است. همچنین نمودارهای دو شاخه‌ای شدن و مقاطع پوانکاره نشان می‌دهند که با اضافه شدن سرنشین به خودرو، تغییرات پی‌درپی رفتار دینامیکی سیستم و تبدیل رفتارهای دینامیکی منظم به