

تعیین پارامترهای سطح تسلیم وابسته به فشار برای کامپوزیت‌های پلیمری به روش بهینه‌سازی بر پایه مدل کریجینگ

جواد پاینده‌پیمان^۱، غلامحسین مجذوبی^{۲*}، رضا باقری^۳

۱- دانشجوی دکتری، مهندسی مکانیک، دانشگاه بوعلی سینا، همدان

۲- استاد، مهندسی مکانیک، دانشگاه بوعلی سینا، همدان

۳- استاد، مهندسی مواد، دانشگاه صنعتی شریف، تهران

*همدان، ۰۶۵۱۷۵۴۱۶۱، gh_majzoobi@basu.ac.ir

چکیده

در مقاله حاضر، جهت تعیین وابستگی سطح تسلیم به فشار نانوکامپوزیت پلی پروپیلن/ خاک رس، از معیار تسلیم دراگر - پراگر تعمیم‌یافته استفاده شده است و ضرایب آن با استفاده از ترکیبی از روش‌های تجربی، عددی و بهینه‌سازی محاسبه شده است. در این روش، اختلاف نتایج روش‌های عددی و تجربی که از آزمون خمس سه نقطه ای حاصل شده است، کمینه می‌شود. برای کاهش بار محاسباتی شبیه‌سازی عددی، یک الگوی جایگزین بر پایه مدل کریجینگ به منظور پیش‌بینی تابع هزینه تولید می‌شود. نقطه بهینه این تابع با روش بیشینه کردن امید ریاضی استخراج می‌شود. در ادامه با استفاده از آزمون‌های کشش و فشار صحت نتایج سنجیده می‌شود. نتایج نشان می‌دهند که این روش می‌تواند جایگزین آزمون‌های پیچیده مکانیکی برای تعیین ضرایب دراگر - پراگر تعمیم‌یافته باشد، همچنین از این روش می‌توان خواص مکانیکی ترمومپلاستیک‌ها مانند تنفس تسلیم کششی، فشاری و مدول الاستیک ماده را با انجام تنها آزمون خمس سه نقطه‌ای پیش‌بینی کرد. علاوه‌بر این مشخص شد که تغییر حجم در تغییر شکل‌های پلاستیک برای ترمومپلاستیک‌ها قابل ملاحظه است و فرض جریان پتانسیل غیر وابسته نسبت به جریان وابسته در معیار دراگر - پراگر تعمیم‌یافته برای این مواد مناسب‌تر است.

اطلاعات مقاله

مقاله پژوهشی کامل
دریافت: ۲۵ مرداد ۱۳۹۴
پذیرش: ۱۳ آذر ۱۳۹۴
ارائه در سایت: ۲۶ دی ۱۳۹۴

کلید واژگان:
نانوکامپوزیت پلی پروپیلن/ خاک رس
معیار دراگر - پراگر تعمیم‌یافته
مدل کریجینگ

Deriving parameters of pressure-dependent yield surface for polymeric composites using kriging-based optimization method

Javad Payandehpeyman¹, Gholamhossein Majzoobi^{1*}, Reza Bagheri²

۱- Mechanical Engineering Department, Bu-Ali Sina University, Hamedan, Iran.

۲- Polymeric Materials Research Group, Department of Materials Science and Engineering, Sharif University of Technology, Tehran, Iran.

* P.O.B. 651754161, Hamedan, Iran, gh_majzoobi@basu.ac.ir

ARTICLE INFORMATION

Original Research Paper
Received 16 August 2015
Accepted 04 December 2015
Available Online 16 January 2016

Keywords:
Polypropylene/nanoclay nanocomposites
Extended Drucker-Prager criterion
Kriging model

ABSTRACT

In the present paper, to determine the pressure-dependent yield surface of polypropylene/nanoclay nanocomposites, the extended Drucker-Prager yield criterion is used and its parameters are derived by a combined experimental/numerical/optimization approach. In this method, the difference between the experimental and numerical results obtained from three-point bending test is minimized. In order to alleviate the burdensome numerical simulation, a surrogate model based on Kriging method is used to estimate the cost function. The optimum of this function is obtained by maximizing expected improvement method. Afterwards, the results are verified by tension and compression tests. The results show that this method can substitute the complicated experimental tests which are normally employed to identify the extended Drucker-Prager parameters. Also, this method can be used to determine the mechanical properties of thermoplastic material such as tensile and compressive yield stresses and elastic modulus using only a three-point bending test. In addition, it is found that the volumetric change of thermoplastic during plastic deformation is significant and the non-associative, compared with the associative, plastic flow assumption is more proper for this material for the extended Drucker-Prager criterion.

کلسیم، الیاف شیشه و الیاف کربن در داخل پلی پروپیلن بر خواص مختلف مکانیکی، شیمیایی و مورفولوژی آن انجام شده است [۱-۳]. فروغ فرد و همکاران مقدار درصد بهینه خاک رس را در پلی پروپیلن و پلی اتیلن جهت افزایش خواص مکانیکی آن‌ها به دست آورده‌اند [۴].

۱- مقدمه

استفاده از کامپوزیت‌های پلی پروپیلن به عنوان یک ترمومپلاستیک چندمنظوره ارزان قیمت، مورد توجه زیادی قرار گرفته است. تحقیقات زیادی در زمینه اثر استفاده از پرکننده‌های مختلف از جمله ذرات تالک، خاک رس، کربنات

Please cite this article using:

J. Payandehpeyman, Gh. Majzoobi, R. Bagheri, Deriving parameters of pressure-dependent yield surface for polymeric composites using kriging-based optimization method, *Modares Mechanical Engineering*, Vol. 16, No. 1, pp. 280-290, 2016 (in Persian)

برای ارجاع به این مقاله از عبارت ذیل استفاده نمایید:

[DOR: 20.1001.1.10275940.1395.16.1.30.3]

(سطح بالای تار خنثی) می‌شود و در نتیجه اثر حساسیت نمونه پلیمری به نوع تنش (کششی یا فشاری) در نتیجه آزمایش مشاهده می‌شود. دیگر ویژگی این آزمون ساده بودن انجام آن و همچنین تهیه ساده‌تر نمونه‌های آزمون نسبت به نمونه سایر آزمون‌های مکانیکی مانند کشش، فشار و برش است. در ادامه آزمون خمس سه نقطه‌ای با استفاده از مدل ماده دراگر- پراگر تعیین‌یافته¹³ در نرم‌افزار آباقوس شبیه‌سازی می‌شود. سپس اختلاف آزمایش عملی و شبیه‌سازی به عنوان تابع هدف¹⁴ و ضرایب مدل ماده به عنوان متغیرهای طراحی¹⁵ یک مسئله بهینه‌سازی در نظر گرفته شده و تابع هدف توسط یک مدل کریجینگ پیش‌بینی می‌شود. سپس با کمینه کردن تابع هدف، ضرایب دراگر- پراگر تعیین‌یافته برای درصدهای مختلف نانوکامپوزیت پلی پروپیلن/ خاک رس محاسبه می‌شود، همچنین اثرات مقدار خاک رس بر ضرایب مدل ماده نیز مورد بررسی قرار می‌گیرد. در پایان برای صحبت‌سنگی، آزمون‌های کشش و فشار نیز به صورت مجزا انجام می‌شود و با نتایج روش جاری مقایسه می‌شود. ویژگی بارز این مقاله علاوه‌بر محاسبه ضرایب دراگر- پراگر تعیین‌یافته، پیش‌بینی تنش تسليم فشاری و کششی مواد ترمoplastیک با انجام تنها آزمایش خمس سه نقطه است که از نظر عملی می‌تواند بسیار کارایی داشته باشد.

2- انجام آزمایش

2-1- ساخت نمونه‌ها

برای ساخت کامپوزیت‌ها، پلی پروپیلن با گرید C30S (با چگالی 0.91 گرم بر سانتی‌متر مکعب و شاخص جریان مذاب¹⁶ 6 گرم بر 10 دقیقه) از شرکت پتروشیمی مارون تهیه شده است. کامپوزیت‌ها با استفاده از اکسترودر تهیه شده و نمونه‌های استاندارد آزمون کشش و خمس با استفاده از تزریق تولید می‌شوند (شکل 1). نمونه‌های آزمون فشار نیز به قطر 10 و ارتفاع 5 میلی‌متر از روی نمونه‌های خمس با ابزار مخصوص بریده می‌شوند. درصدهای مختلف نانوکامپوزیت‌های تولیدی و کدبندی آن‌ها در جدول 1 نمایش داده شده است.

2-2- آزمون‌های مکانیکی

آزمون‌های کشش با استفاده از دستگاه یونیورسال¹⁷ روئیک 25 کیلو نیوتونی و طبق استاندارد دی¹⁸ 638 انجام شده است. تنش تسليم کششی با رسم خط موازی با قسمت الاستیک از نقطه کرنش 2% روی نمودار تنش-کرنش واقعی¹⁹ محاسبه می‌شود. آزمون‌های کشش و فشار در نرخ کرنش نامی²⁰ 0.001 انجام می‌شوند. در آزمون فشار برای جلوگیری از اثر اصطکاک، از گریس در سطح تماس نمونه و فک دستگاه استفاده می‌شود. آزمون خمس سه نقطه‌ای طبق استاندارد ای. اس. تی. ام 790²¹ با استفاده از دستگاه سنتام و با یک نیرو سنج²² یک تنی که به فک بالایی دستگاه متصل می‌شود، انجام شده است (شکل 2). نمونه به مقدار 35 میلی‌متر و به صورت استاتیکی با سرعت 3.33 میلی‌متر بر دقیقه بارگذاری شده است. مدول خمشی²³ حاصل از آزمون خمس سه نقطه‌ای با استفاده از رابطه (1) قبل محاسبه است:

- 13- Extended Drucker-Prager
- 14- Objective Function
- 15- Design Variables
- 16- Melt Flow Index(MFI)
- 17- Universal
- 18- D638
- 19- True Stress-Strain
- 20- Nominal Strain rate
- 21- ASTM790
- 22- Load Cell
- 23- Flexural Modulus

افزایش روزافزون استفاده از ترمoplastیک‌ها در قطعات مختلف مکانیکی، لزوم مدل‌سازی و شبیه‌سازی آن‌ها را در بارگذاری‌های مختلف ضروری کرده است. حساسیت تسليم مواد پلیمری نسبت به فشار هیدرواستاتیک، سبب شده است که تنش تسليم فشاری به میزان قابل توجهی با تنش تسليم کششی اختلاف داشته باشد. مدل ماده دراگر- پراگر¹ با در نظر گرفتن این ویژگی برای مواد پلیمری در مطالعات زیادی در سال‌های اخیر مورد استفاده قرار گرفته است [8-5]. این مدل ماده با این که به خوبی می‌تواند، رفتار مواد پلیمری را پیش‌بینی کند، اما محاسبه ضرایب آن نیاز به آزمون‌های زیاد مکانیکی همراه با بارگذاری‌های پیچیده سه محوره که پر هزینه و در مواردی برای مواد پلیمری غیرممکن است [9].

یکی از روش‌های پیشنهادی برای محاسبه ضرایب مدل مواد مختلف استفاده از روش ترکیبی که شامل آزمایش عملی، شبیه‌سازی عددی و بهینه‌سازی است. در این روش سعی می‌شود با کمینه کردن اختلاف بین آزمایش عملی و شبیه‌سازی عددی ضرایب محاسبه شوند. یکی از مشکلات این روش پرهزینه بودن شبیه‌سازی‌های عددی از نظر محاسباتی است [10]. همچنین نامشخص بودن دقیق ارتباط بین ورودی‌ها و خروجی شبیه‌سازی سبب شده است که به این مسائل، بهینه‌سازی پرهزینه جعیه سیاه² اطلاق شود و روش مدل جایگزین³ برای آن پیشنهاد شود [11]. در این روش سعی می‌شود یک مدل ریاضی ارائه شود که بتواند در زمان بسیار کم و با دقت مناسب مقدار خروجی شبیه‌ساز را به‌ازای ضرایب مختلف به عنوان ورودی پیش‌بینی کند. روش جایگزین دارای انواع مدل‌های مختلفی از جمله مریع حداقل خط⁴، تابع شعاعی ریشه‌ای⁵، توابع چند جمله‌ای و کریجینگ⁶ است. این روش برای محاسبات سنگین عددی مانند اجزا محدود غیرخطی⁷ و دینامیک سیالات محاسباتی⁸ مورد استفاده قرار گرفته است [14-12]. ستار و همکاران و همچنین کحال و همکاران، از این روش در بهینه‌سازی شکل‌دهی فلزات با استفاده از اجزا محدود استفاده کردند. مجذوبی و همکاران [15] با استفاده از روش توابع درجه دو، ضرایب مدل ماده جانسون- کوک⁹ و زریلی- آرمسترانگ¹⁰ را برای فولاد و آلومینیوم در بارگذاری استاتیکی و دینامیکی محاسبه کردند. همچنین آن‌ها ضرایب مدل کپ دراگر- پراگر¹¹ را برای پودر آلومینیوم و فولاد با این روش محاسبه کردند [16]. دهقانی و همکاران مدل کریجینگ را برای بهینه‌سازی هندسی دیفیوزرها حلقوی استفاده کردند. پلانکو و همکاران [17] با انجام آزمون‌های مختلف کشش و استفاده از تکنیک‌های پردازش تصویر، منحنی تنش- کرنش واقعی را برای کامپوزیت پلی پروپیلن محاسبه کرده و با استفاده از روش جایگزین ضرایب مدل ماده بوسیس- رقاوا¹² را محاسبه کردند. مدل کریجینگ به دلیل انعطاف زیاد و همچنین توانایی بالا در پیش‌بینی شبیه‌سازی‌های پیچیده توسط محققان زیادی برای بهینه‌سازی طراحی‌های مختلف استفاده شده است.

در این مقاله برای آزمایش عملی از آزمون خمس سه نقطه‌ای استفاده شده است. در این آزمون به دلیل این که نمونه تحت بارگذاری خمشی قرار می‌گیرد، مقطع نمونه همزمان کشیده (سطح پائینی تار خنثی) و فشرده

- 1- Drucker-Prager
- 2- Expensive Black-Box Optimization Problems
- 3- Surrogate Model
- 4- Least Square Error(LSE)
- 5- Radial Basis Functions(RBFs)
- 6- Kriging
- 7- Nonlinear Finite Element
- 8- Computational Fluid Dynamics(CFD)
- 9- Johnson-Cook
- 10- Zerilli-Armstrong
- 11- Drucker-Prager Cap Model
- 12- Boyce-Raghava

جدول ۱ جزئیات ترکیبات نمونه‌ها

Table 1. The composition details of samples

کد نمونه	درصد وزنی خاک رس (wt%)	-	PP
PPNC05	0.5		
PPNC1	1		
PPNC3	3		
PPNC6	6		

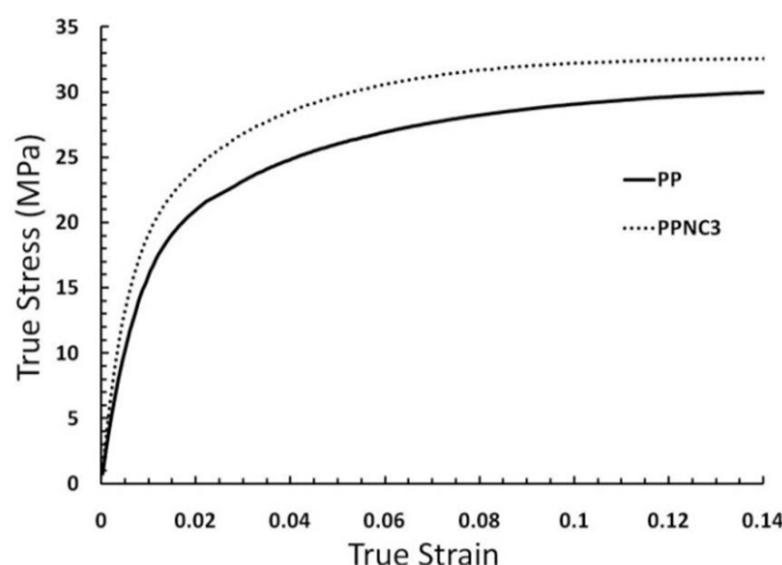


Fig. 3 Tensile true stress-strain curves for PP and PPNC3

شکل ۳ منحنی‌های تنش - کرنش حقيقی کششی برای PP و PPNC3

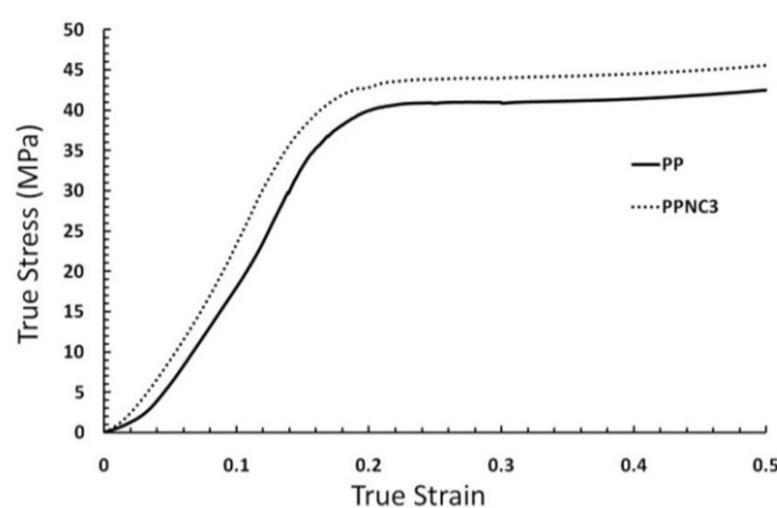


Fig. 4 Compressive true stress-strain curves for PP and PPNC3

شکل ۴ منحنی‌های تنش - کرنش حقيقی فشاری برای PP و PPNC3

3- شبیه‌سازی عددی

3-۱-۳- مدل اجزا محدود^۱

برای شبیه‌سازی آزمون خمش سه نقطه‌ای، یک مدل سه بعدی در نرم‌افزار آباکوس طبق شکل ۵ مدل شده است. تکیه‌گاهها و ابزار بارگذاری به دلیل تغییر شکل‌های ناچیز نسبت به نمونه به صورت الاستیک و با خواص فولاد در نظر گرفته می‌شوند. ضریب اصطکاک دینامیکی و استاتیکی بین پلی پروپیلن و فولاد براساس مرجع [18] به ترتیب ۰.۳۶ و ۰.۲۶ است که در این شبیه‌سازی به دلیل لغزش نمونه بر تکیه‌گاهها ۰.۲۶ در نظر گرفته می‌شود. تغییر ضریب اصطکاک تأثیر ناچیزی بر منحنی نیرو- جابه‌جایی حاصل از شبیه‌سازی دارد. تماس‌ها از نوع سطح به سطح و نوع حل به صورت ضمنی^۲

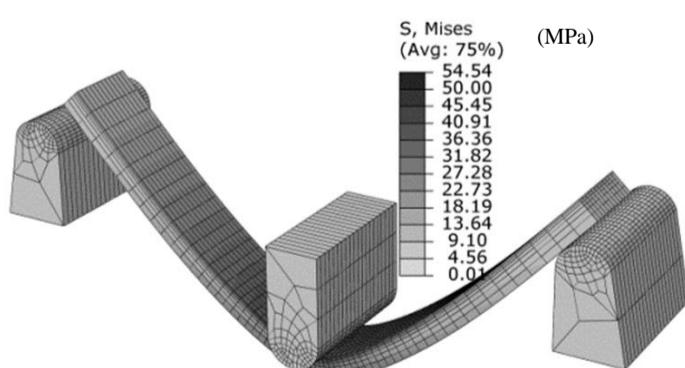


Fig. 5 Finite element modeling of three-point bending test

شکل ۵ مدل‌سازی اجزا محدود آزمون خمش سه نقطه‌ای

1- Finite Element Model(FEM)

2- Implicit



Fig. 1 Tension, compression and bending specimens a- PP b- PPNC3

شکل ۱ نمونه‌های تست کشش، فشار و خمش (a) PPNC3 (b) PP (a) خمش (b) PP

$$E_m = \frac{ml^3}{4bh^3} \quad (1)$$

که l فاصله تکیه‌گاه‌ها از هم، h ، ضخامت قطعه، b عرض نمونه و m نیز شیب منحنی نیرو- جابه‌جایی در مبداست. هر یک از آزمون‌های مکانیکی یادشده، پنج بار تکرار می‌شوند و میانگین نتایج گزارش می‌شود. برای یک نمونه پلیمری خالص و همچنین نمونه کامپوزیتی با ۳٪ وزنی، منحنی تنش - کرنش حقيقی در آزمون کشش و فشار در شکل‌های ۳ و ۴ رسم شده است. در این منحنی‌ها اثر خاک رس بر استحکام نمونه کامپوزیتی کاملا مشهود است. خواص مکانیکی حاصل از تست‌های خمش، کشش و فشار در جدول ۲ خلاصه شده است. اثر افزودن خاک رس بر خواص مکانیکی آن‌ها کاملا مشهود است.

جدول ۲ خواص مکانیکی پلی پروپیلن و نانوکامپوزیت‌های آن (واحد: MPa)

Table 2. Mechanical properties of PP and its nanocomposites (Units: MPa)

خواص مکانیکی	PPNC6	PPNC3	PPNC1	PPNC05	PP
مدول الاستیک	1588	1654	1700	1556	1500
مدول خمشی	1746	1734	1690	1627	1409
تنش تسلیم فشاری	40.8	43.8	44.2	43.2	42.0
تنش تسلیم کششی	26.8	27.5	27.6	26.6	24.0

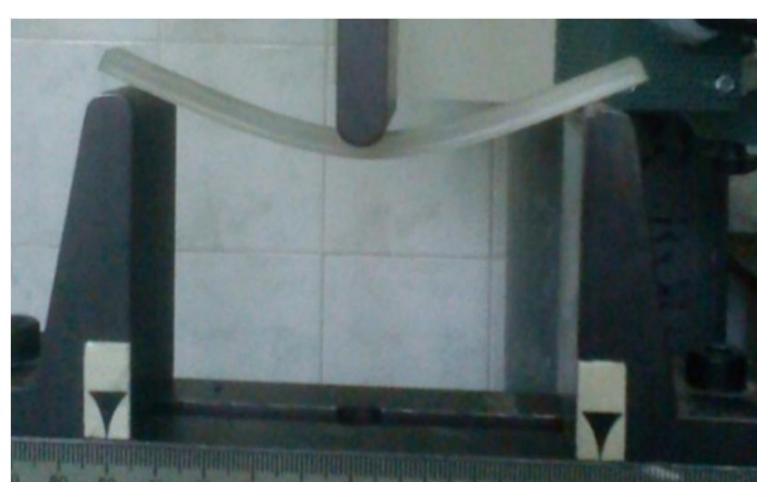


Fig. 2 Configuration of three-point bending test

شکل ۲ نحوه انجام تست خمش سه نقطه‌ای

استفاده از روابط (4) قابل تبدیل به یکدیگر هستند. جهت بررسی اثر ثابت‌های مدل دراگر- پراگر، یک مدل با ضرایب ثابت را درنظر گرفته و با ثابت نگه داشتن بقیه پارامترها، اثر تغییرات پارامتر مورد نظر را بر منحنی نیرو- جابه‌جایی بررسی می‌کنیم. در شکل‌های 7 و 8 به ترتیب اثر مدول الاستیسیته و تنش تسلیم فشاری، بر منحنی نیرو- جابه‌جایی نشان داده شده است. اثر مدول الاستیک در شبیه‌سازی نمودار و تنش تسلیم، در ناحیه پلاستیک مشهود است.

4- روش بینه‌سازی جایگزین بر پایه مدل کریجینگ

بینه‌سازی به روش جایگزین شامل مراحل زیر است که در این بخش به تفضیل در مورد آن بحث خواهد شد [10]. 1) طراحی آزمایش‌ها¹⁴ جهت تولید نمونه‌های نخستین، 2) انجام شبیه‌سازی بر نمونه‌های اولیه و به دست آوردن سطح پاسخ، 3) ساخت مدل کریجینگ، 4) بینه‌کردن مدل و پیداکردن نمونه بعدی برای اصلاح مدل اولیه، 5) تکرار مراحل 2-4 برای رسیدن به همگرایی مطلوب.

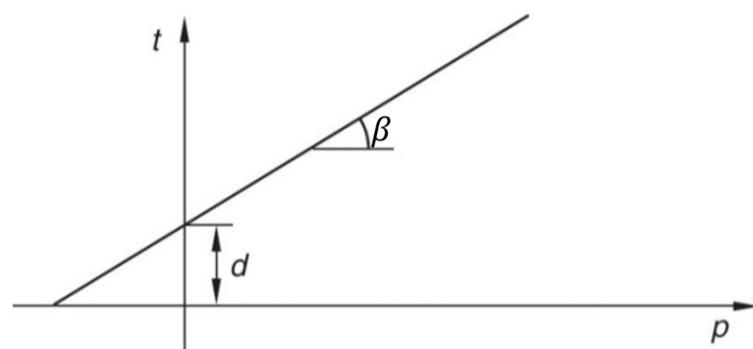


Fig. 6 Drucker-Prager yield criterion[8]

شکل 6 معیار تسلیم دراگر- پراگر [8]

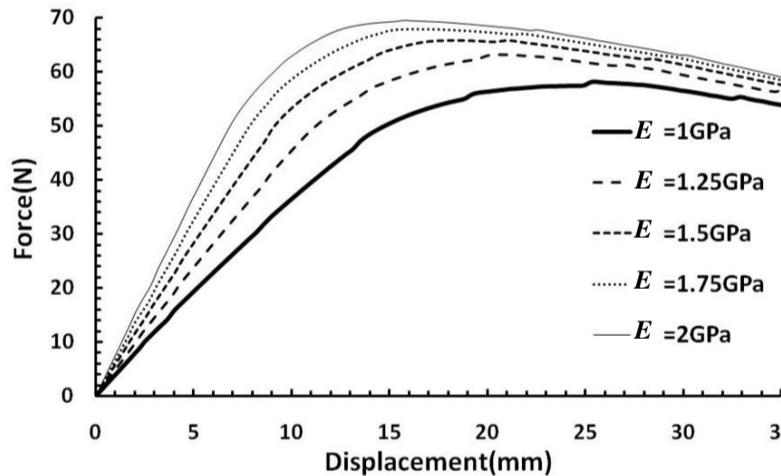


Fig. 7 The effect of elastic modulus variation on the load-deflection curve obtained from simulation

شکل 7 اثر تغییر مدول الاستیسیته بر منحنی نیرو- جابه‌جایی حاصل از شبیه‌سازی

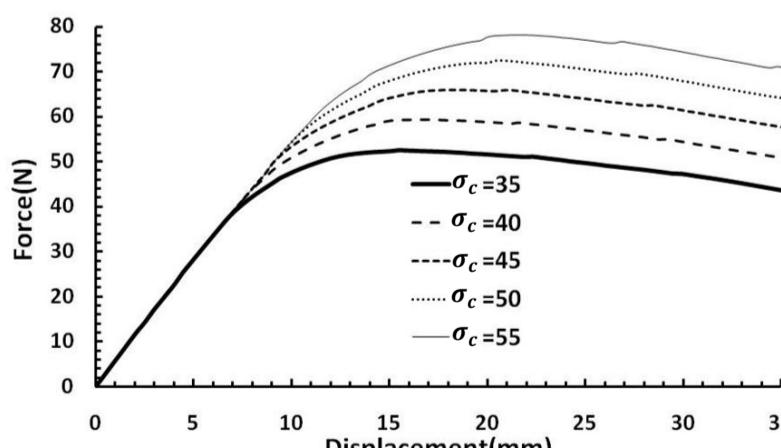


Fig. 8 The effect of σ_c variation on the load-deflection curve obtained from simulation

شکل 8 اثر تغییر σ_c بر منحنی نیرو- جابه‌جایی حاصل از شبیه‌سازی

درنظر گرفته شده است. المان‌ها از نوع 8 گره‌ای¹ و جهی خطی² است و تعداد المان‌ها² و گره‌ها³ به ترتیب تا 8200 و 10465 عدد برای رسیدن به دقت قابل قبول افزایش پیدا کرده است. مدت زمان حل هر شبیه‌سازی، با یک رایانه با هسته آی.⁴ و حافظه 4 گیگابایتی⁵ 20 دقیقه است.

2-3- مدل ماده

مدل ماده دراگر- پراگر تعمیم‌یافته که در شکل 6 نمایش داده شده است، به صورت رابطه (2) تعریف می‌شود [8].

$$F = t - p \tan \beta - d = 0 \quad (2)$$

که در آن t و p به ترتیب تنש مؤثر⁶ و فشار هیدرولاستاتیک⁷ بوده و بر حسب نامتغیر نخست تنش I_1 ⁸ و نامتغیرهای انحرافی⁹ دوم و سوم تنش J_2 و J_3 به صورت روابط (3) محاسبه می‌شوند.

$$t = \frac{q}{2} \left[1 + \frac{1}{K} - \left(1 - \frac{1}{K} \right) \left(\frac{r}{q} \right)^3 \right] \quad (a-3)$$

$$q = \sqrt{3J_2} \quad (b-3)$$

$$r = \frac{27}{2} J_3 \quad (c-3)$$

$$p = -\frac{I_1}{3} \quad (d-3)$$

در رابطه (2) β زاویه اصطکاک¹⁰ بوده (زاویه خط تسلیم در صفحه $t-p$ و به ازای $0 = \beta$ مدل دراگر- پراگر به معیار فون میسز¹¹ ساده می‌شود. پارامتر d مقاومت ماده در بارگذاری برش خالص است و مقدار آن بر حسب تنش تسلیم فشاری σ_c یا کششی σ_t با روابط (4) محاسبه می‌شود.

$$d = (1 - \frac{\tan \beta}{3}) \sigma_c \quad (a-4)$$

$$d = (\frac{1}{K} + \frac{\tan \beta}{3}) \sigma_t \quad (b-4)$$

متغیر K در واقع ضریب تصحیح مدل دراگر- پراگر تعمیم یافته است و نسبت تنش تسلیم کششی به فشاری در بارگذاری سه محوره و مقدار آن $0.78 \leq K \leq 1$ است که مدل ماده دراگر- پراگر تعمیم یافته به ازای $K = 1$ به مدل دراگر- پراگر نخستین تبدیل می‌شود [19].

پتانسیل جریان مدل ماده نیز به صورت رابطه (5) تعریف می‌شود:

$$G = t - p \tan \psi \quad (5)$$

ψ زاویه اتساع¹² بوده و میزان تغییر حجم ماده را کنترل می‌کند و به ازای $\beta = \psi$ و $\beta \neq \psi$ به ترتیب پتانسیل جریان وابسته و غیروابسته خواهیم داشت. به ازای $0 = \psi$ تغییر حجم ماده صفر بوده و اعوجاج نخواهیم داشت [19].

در تغییر شکل‌های الاستیک نیز با فرض همگن¹³ بودن ماده، مدول الاستیسیته E و نسبت پواسان ν از ثابت الاستیک مدل ماده محاسبه می‌شوند. در مجموع این مدل ماده دارای چهار ثابت پلاستیک σ_c ، K ، β ، ψ و دو ثابت الاستیک E و ν است که باید از طریق آزمایش تعیین شوند. البته باید در نظر داشت که به جای σ_c ، می‌توان از σ_t یا d نیز استفاده کرد که با

1- C3D8R

2- Element

3- Node

4- Core i5

5- 4GB

6- Effective Stress

7- Hydrostatic Pressure

8- First Invariant Stress

9- Deviatoric

10- Friction Angle

11- Von-Mises Criterion

12- Dilatation Angle

13- Isotropic

$$y(x) = \beta_0 + r^T(x)R^{-1}(y_s - \beta_0 1) \quad (9)$$

که β_0 تخمین مربع حداقل⁷ است و به صورت رابطه (10) تعریف می‌شود.

$$\beta_0 = (1^T R^{-1} 1) 1^T R^{-1} y_s \quad (10)$$

در روابط بالا، برداری است با آرایه‌های 1 و y_s مقدار تابع در نقاط نمونه‌های اولیه است. r و R نیز به ترتیب بردار همبستگی⁸ و ماتریس همبستگی⁹ است که به صورت روابط (12,11) محاسبه می‌شوند.

$$R = \begin{bmatrix} R(x^{(1)}, x^{(1)}) & R(x^{(1)}, x^{(2)}) & \dots & R(x^{(1)}, x^{(n)}) \\ R(x^{(2)}, x^{(1)}) & R(x^{(2)}, x^{(2)}) & \dots & R(x^{(2)}, x^{(n)}) \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ R(x^{(n)}, x^{(1)}) & R(x^{(n)}, x^{(2)}) & \dots & R(x^{(n)}, x^{(n)}) \end{bmatrix} \quad (11)$$

$$r = \begin{bmatrix} R(x^{(1)}, x) \\ R(x^{(2)}, x) \\ \vdots \\ R(x^{(n)}, x) \end{bmatrix} \quad (12)$$

در روابط (12,11) x و $x^{(i)}$ بردار متغیرهای طراحی هستند که مقادیر تابع هدف آنها به ترتیب مجهول و معلوم (مقدار تابع هدف در نمونه‌های اولیه) است. یکی از ویژگی‌های منحصر به فرد مدل کریجینگ که برای تعیین نمونه بعدی برای حدس مقادیر بهینه و همچنین اصلاح مدل اولیه بسیار سودمند، توانایی محاسبه میانگین مربع خطأ براساس رابطه (13) است.

$$s^2(x) = \sigma^2 \left[1.0 - r^T R^{-1} r + \frac{(r^T R^{-1} 1)^2}{1^T R^{-1} 1} \right] \quad (13)$$

با فرض توزیع گوسی نمونه‌ها، تابع درست نمایی¹⁰ را می‌توان با رابطه (14) محاسبه کرد.

$$L(\beta_0, \sigma^2, \theta, c) = \frac{1}{\sqrt{2\pi(\sigma^2)^n |R|}} \exp \left\{ -\frac{1}{2} \frac{(y_s - \beta_0 1)^T R^{-1} (y_s - \beta_0 1)}{\sigma^2} \right\} \quad (14)$$

مقدار β_0 از رابطه (10) و مقدار واریانس نیز از رابطه (15) به دست می‌آید.

$$\sigma^2(\beta_0, \theta, c) = \left(\frac{1}{n} (y_s - \beta_0 1)^T R^{-1} (y_s - \beta_0 1) \right) \quad (15)$$

با قرار دادن روابط (15,10) در رابطه (14) و گرفتن لگاریتم، رابطه (16) حاصل خواهد شد.

$$MLE(\theta, c) = -n \ln \sigma^2(\theta) - \ln R(\theta) \quad (16)$$

با بیشینه کردن رابطه (16) مقادیر مجهول پارامترهای مدل کریجینگ (c_k و θ_k) محاسبه می‌شود. در این مقاله برای کاهش پیچیدگی‌های محاسبه ضرایب بالا $c_k = 2$ در نظر گرفته می‌شود. ضرایب θ_k نیز با بیشینه کردن رابطه (16) با یکی از روش‌های عددی مانند روش الگوریتم ژنتیک¹¹ محاسبه می‌شوند.

پس از محاسبه ضرایب مدل کریجینگ و ساخت مدل می‌توان با روش‌های مختلف بهینه‌سازی مقدار بهینه متغیرهای طراحی را محاسبه کرد. در ساده‌ترین روش معمولاً به طور مستقیم خود مدل جایگزین را بهینه‌سازی کرده و سپس مقادیر به دست آمده را اعتبارسنجی می‌کنند (با انجام شبیه‌سازی و یا انجام آزمایش بهازای نمونه جدید). این روند معمولاً چندین بار اتفاق می‌افتد تا به خطای مورد قبول برسیم. یکی از ایرادهای روش بالا به

7- Least Square Estimation
8- Correlation Vector
9- Correlation Matrix
10- Likelihood Function
11- Genetic Algorithm

1-4- طراحی آزمایش‌ها

جهت تولید نمونه‌های اولیه برای ساخت مدل جایگزین، روش‌های مختلفی ارائه شده است [21,20]. در بهینه‌سازی مسائل جعبه سیاه پر هزینه، باید نمونه‌های اولیه طوری انتخاب شوند که با کمینه تعداد بتوانند بیشترین پراکندگی ممکن را در بازه متغیرهای طراحی داشته باشند و به خوبی همه بازه متغیرهای طراحی را پوشش دهند [11,10]. از روش‌های کارآمد برای این منظور روش هایپرکیوب لاتین¹ است. در این روش ابتدا نمونه‌ها با یک پراکندگی اولیه در محدوده جواب انتخاب می‌شوند و سپس با الگوریتم‌های تکراری سعی می‌شود فاصله بین نمونه‌ها از هم بیشینه شود (شکل 9). این روش منجر به تولید نمونه‌های اولیه با بهترین پوشش و کمینه تعداد می‌شود. در این مقاله 30 نمونه اولیه با کدنویسی در نرم‌افزار متلب² و با استفاده از تابع هایپرکیوب لاتین³ در متلب تولید می‌شود.

2-4- ساخت مدل کریجینگ و بهینه‌سازی

در این مدل مقدار تابع تخمینی $y(x)$ به صورت ترکیب خطی از تابع اصلی (x) f و تابع تصادفی $Z(x)$ به صورت رابطه (6) بیان می‌شود [10]:

$$y(x) = f(x) + Z(x) \quad (6)$$

تابع $f(x)$ معمولاً به صورت یک چند جمله‌ای یا تابع پایه ریشه‌ای مشخص می‌شود. $Z(x)$ یک تابع تصادفی گوسی با میانگین صفر، واریانس⁴ σ^2 و همچنین کوواریانس⁵ غیر صفر مطابق با رابطه (7) است.

$$cov[Z(x), Z(x')] = \sigma^2 R(x, x') \quad (7)$$

در اینجا $R(x, x')$ یک تابع همبستگی⁶ است که تنها به فاصله اقلیدسی بین دو بردار x و x' بستگی دارد و به صورت یک تابع همبستگی گوسی براساس رابطه (8) در نظر گرفته می‌شود.

$$R(x, x') = \exp \left(-\sum_{k=1}^m \theta_k |x_k - x'_k|^{c_k} \right) \quad (8)$$

در این رابطه مقادیر θ_k و c_k ضرایب مجهول مدل کریجینگ است که دارای مقادیر $< 0 < \theta_k < 1 < c_k < 2$ بوده و باید محاسبه شوند. تعداد این ضرایب با تعداد متغیرهای طراحی برابر است. به بیان ساده‌تر مقادیر این پارامترها اثر هر متغیر طراحی را بر تابع هدف نشان می‌دهند. رابطه (6) را می‌توان به شکل ماتریسی به صورت رابطه (9) نوشت.

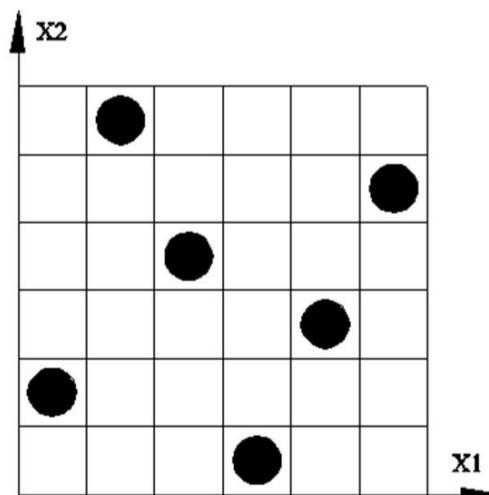


Fig. 9 Schematic representation of six sample points selected using LHS method for two variables functions

شکل 9 نمایش شماتیک انتخاب شش نمونه به روش LHS برای تابع دو متغیره

1- Latin Hypercube
2- Matlab
3- Lhsdesign
4- Variance
5- Covariance
6- Correlation Function

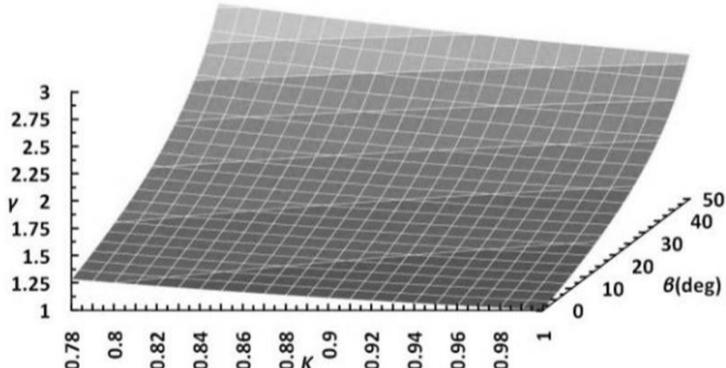
(2) و با در نظر گرفتن اثر نانوذرات که معمولاً به صورت افزایش مقاومت و استحکام گزارش شده است، به ترتیب $E \leq 2GPa$ و $1GPa \leq E \leq 2GPa$ و $\sigma_c \leq 35MPa$ و $55MPa \leq \sigma_c$ در نظر گرفته می‌شود [25,24,3]. مقدار پارامتر K نیز طبق مرجع [8] است. برای تعیین محدوده زاویه اصطکاک، روابط (4) با هم ترکیب شده و به صورت رابطه (22) ساده‌سازی می‌شود.

$$\gamma = \frac{\sigma_c}{\sigma_t} = \frac{\frac{1}{K} + \frac{\tan \beta}{3}}{1 - \frac{\tan \beta}{3}} \quad (22)$$

که γ نسبت تنفس فشاری به کششی بوده و بر حسب K و β در شکل 10 نمایش داده شده است. نسبت γ برای مواد ترمومپلاستیک دارای بازه معینی است که این مقدار برای پلیپروپیلن طبق مطالعات پیشین و جدول 2 قابل محاسبه است. با توجه به شکل 10 که از قرار دادن مقادیر پارامتر در رابطه 22 ایجاد شده است، $0 \leq \beta \leq 50$ درجه (Degree) محدوده مناسبی به نظر می‌رسد. برای تعیین زاویه اتساع ψ از رابطه (23) استفاده می‌شود [26].

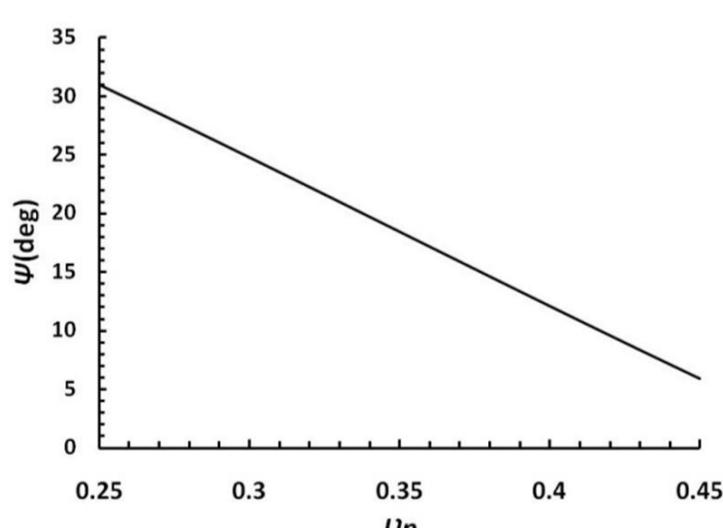
$$\tan(\psi) = \frac{3(1 - 2v_p)}{2(1 + v_p)} \quad (23)$$

که در آن v_p نسبت پواسان پلاستیک و با توجه به مرجع [23] محدوده آن برای پلیپروپیلن حدوداً $0.45 \leq v_p \leq 0.25$ گزارش شده است که با جایگذاری آن در رابطه (23) منجر به شکل 11 خواهد شد. با توجه به این شکل محدوده $0 \leq \psi \leq 30$ درجه (Degree) برای زاویه اتساع در نظر گرفته می‌شود. محدوده‌های بالا برای اطمینان از صحت روش و همچنین در نظر گرفتن اثر پرکننده‌ها، تا حدودی بزرگ‌تر از مقدار لازم (مقادیر ارائه شده در مقالات) در نظر گرفته شده است. تابع هدف و قیود متغیرهای طراحی در جدول 3 خلاصه شده است.



شکل 10 تغییرات γ نسبت به β و K

شکل 10 تغییرات γ نسبت به β و K



شکل 11 تغییرات ψ نسبت به v_p

شکل 11 تغییرات ψ نسبت به v_p

تله افتادن تابع در نقاط بهینه محلی¹ است. برای رفع این مشکل، برای پیدا کردن نقطه بهینه می‌توان به جای این که مدل را بهینه کرد، به جستجوی نقاطی پرداخت که امید ریاضی² یافتن پاسخ بهتر، در آن‌ها زیاد باشد. به بیان دیگر باید امید ریاضی یافتن بهترین جواب را بیشینه کرد [22].

امید ریاضی برای مقادیر $x > 0$ طبق رابطه (17) محاسبه می‌شود.

$$E[I(x)] = (y_{\min} - y(x))\Phi\left(\frac{y_{\min} - y(x)}{s(x)}\right) + s(x)\phi\left(\frac{y_{\min} - y(x)}{s(x)}\right) \quad (17)$$

که ϕ و Φ در آن به ترتیب تابع توزیع تجمعی³ و تابع چگالی احتمال⁴ است. y_{\min} نیز کمترین مقدار تابع هدف به ازای نمونه‌های شبیه‌سازی شده و مقدار $E[I(x)]$ به ازای $s(x) = 0$ صفر است.

دقت مدل نیز به ترتیب توسط خطای جذر ریشه مربعات و ضریب همبستگی با استفاده از روابط (19,18) محاسبه می‌شوند.

$$RMSE = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (y^i(x) - y_s^i)^2}{n}} \quad (18)$$

$$\Delta^2 = \left(\frac{n \sum_{i=1}^n y^i(x) y_s^i - \sum_{i=1}^n y^i(x) \sum_{i=1}^n y_s^i}{\sqrt{[n \sum_{i=1}^n y^i(x)^2 - \sum_{i=1}^n y^i(x)^2][n \sum_{i=1}^n y_s^{i(2)} - \sum_{i=1}^n y_s^{i(2)}]}} \right)^2 \quad (19)$$

در رابطه (18) خطای جذر ریشه مربعات نسبت به دامنه تابع (f0) نرمالیزه شده است.

3-4- تعریف مسئله بهینه‌سازی

در این مقاله اختلاف منحنی نیرو- جابه‌جایی آزمون خمس سه نقطه‌ای حاصل از شبیه‌سازی و آزمایشگاهی به عنوان تابع هدف در نظر گرفته می‌شود. به این منظور N نقطه با فواصل برابر از دو منحنی انتخاب کرده و اختلاف آن‌ها را براساس روابط (20) محاسبه می‌شود.

$$\Delta f_1 = |f_1^{\text{exp}} - f_1^{\text{sim}}| \quad (20)$$

(ندیس‌های exp و sim به ترتیب نشان‌دهنده مقدار آزمایشگاهی و مقدار شبیه‌سازی است) حال مجموعه این اختلاف را براساس رابطه (21) به عنوان تابع هدف در نظر گرفته می‌شود.

$$y(x) = \sqrt{\Delta f_1^2 + \dots + \Delta f_N^2} = \sqrt{\sum_{i=1}^N \Delta f_i^2} \quad (21)$$

همان‌طور که در قسمت شبیه‌سازی عددی بیان شد، مدل ماده دراگر- پراگر تعمیم یافته دارای شش ثابت است که باید تعیین شوند. مقدار نسبت پواسان به دلیل اثر کمی که در تابع هدف دارد و مقدار آن تقریباً مشخص است، مقدار ثابت $v = 0.42$ در نظر گرفته شده است [23]؛ بنابراین پنج ثابت دیگر به عنوان متغیرهای طراحی در نظر گرفته می‌شود. با توجه به فیزیک مسئله و مدل ماده دراگر- پراگر تعمیم یافته، برای متغیرهای طراحی قید در نظر گرفته می‌شود. بازه تغییرات مدول الاستیک و تنفس تسخیم فشاری پلی پروپیلن با توجه به مقالات (نتایج تجربی مقاله حاضر طبق جدول

1- Local Optimum Point

2- Expected Improvement

3- cumulative distribution function

4- probability density function

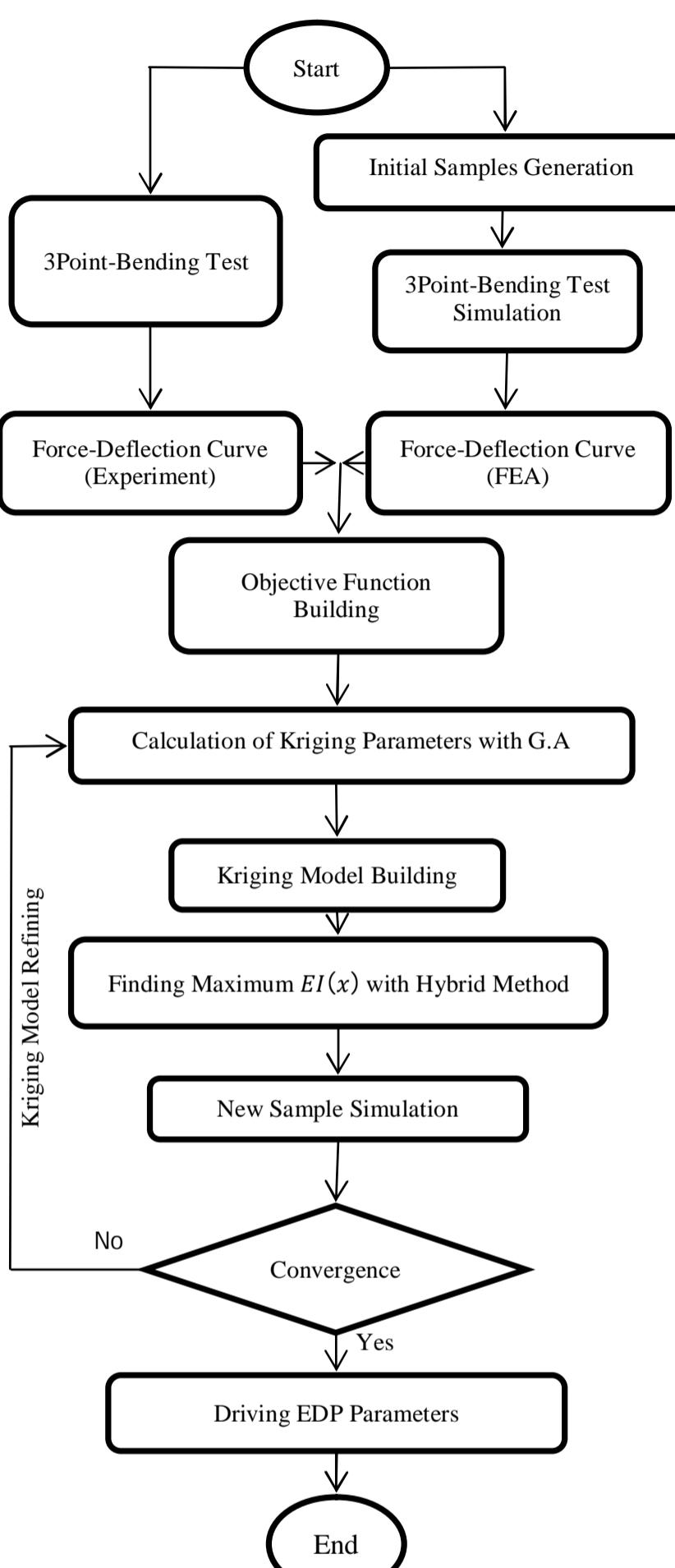


Fig. 12 Flowchart of Kriging-based optimization method for deriving extended Drucker-Prager parameters

شکل ۱۲ فلوچارت روش بهینه‌سازی بر پایه مدل کریجینگ برای تعیین ضرایب دراگر-پراگر تعمیم‌یافته

در این شکل اثر افزایش نانوکلی بر نیروی بیشینه نیز به خوبی قابل مشاهده است. در شکل ۱۵ مقدار تابع هدف در نقاط نمونه‌های اولیه (تا ۳۰ شبیه‌سازی اول) و سپس اثر بهینه‌سازی بر مقادیر تابع هدف در نمونه‌های بعدی نمایش داده شده است. همان‌طور که مشاهده می‌شود، مقادیر تابع هدف شروع به کاهش کرده است و مقدار بهینه پیدا شده است. مقادیر کاهش بیشینه $EI(x)$ در شکل ۱۶ نمایش داده شده است. همان‌طور که مشاهده می‌شود، ابتدا یک کاهش سریع در همه نمودارها اتفاق افتاده و سپس این کاهش با شدت کمتری ادامه پیدا کرده است.

جدول ۳ تعریف قیود وتابع هدف

Table 3 Definition of constraints and objective function

تابع هدف: کمینه کردن اختلاف نیرو - جابه‌جایی شبیه‌سازی و آزمایش

متغیر طراحی	پارامتر	واحد	قیود	ضرایب مدل کریجینگ
	x_1	GPa	E	θ_1
	x_2	MPa	σ_c	θ_2
	x_3	Degree	β	θ_3
	x_4	-	K	θ_4
	x_5	Degree	ψ	θ_5

مراحل محاسبه ضرایب دراگر-پراگر در فلوچارت شکل ۱۲ رسم شده است. ابتدا باید به روش طراحی آزمایش‌ها نمونه‌های اولیه برای ساخت مدل ایجاد شود. سپس با استفاده از مدل اجزا محدود در آباکوس، منحنی نیرو-جابه‌جایی این مقادیر استخراج شده و با مقایسه با نتایج آزمون عملی تابع هدف تولید شود. حال با استفاده از روش الگوریتم ژنتیک با بیشینه کردن رابطه (۱۶) مقادیر ضرایب کریجینگ استخراج شده و مدل کریجینگ ایجاد می‌شود. در ادامه با بیشینه کردن رابطه (۱۷) ضرایب دراگر-پراگر برای نمونه جدید استخراج می‌شود. جهت بهینه‌سازی رابطه (۱۷)، از روش ترکیبی^۱ در نرم‌افزار متلب استفاده می‌شود. در این روش ابتدا نقطه بهینه با استفاده از روش الگوریتم ژنتیک با تنظیمات مختلف در نحوه تولید نسل‌های بعدی و الگوریتم‌های مختلف آن محاسبه می‌شود. سپس بهترین نقطه به عنوان آغاز نقطه جستجو به تابع بهینه ساز مقید^۲ در متلب داده می‌شود و این الگوریتم دقیق جواب بهینه را بالا می‌برد. با بدست آمدن پاسخ، مدل اجزا محدود برای آن حل شده و سپس معیار همگرایی مسئله بررسی می‌شود. در صورت عدم همگرایی این پاسخ به عنوان نمونه بعدی در داخل مدل وارد شده و ضرایب مدل کریجینگ دوباره محاسبه و اصلاح می‌شود. در نهایت با ۵-۱۵ بار تکرار نقطه بهینه محاسبه می‌شود و مدل کاملاً همگرا می‌شود. برای اطمینان از صحت مدل، ۲۰ تکرار انجام شده است. مدل اجزا محدود با استفاده از زبان برنامه‌نویسی پایتون در نرم‌افزار آباکوس ایجاد شده و با فراخوانی آن توسط کد نوشته شده در متلب، مرحله تکرار الگوریتم بالا برای به همگرایی کافی، به صورت پیوسته و اتوماتیک انجام می‌شود. به بیان دیگر با متصل کردن نرم‌افزار آباکوس با متلب زمان زیادی که برای استخراج و منتقل کردن اطلاعات بین این دو نرم‌افزار لازم است، صرفه‌جویی می‌شود. برای محاسبه ضرایب هر نمونه کامپوزیتی بدون در نظر گرفتن مدت زمان حل ۳۰ نمونه اولیه، حدود ۷ ساعت زمان صرف می‌شود.

۵- نتایج

۱-۵- بررسی همگرایی مدل کریجینگ

در شکل ۱۳ انطباق خوبی بین نتایج تجربی و بهینه‌سازی مشاهده می‌شود. بیشتر اختلاف‌ها در قسمت تغییر شکل‌های الاستیک است که می‌تواند به دلیل رفتار ویسکوالاستیک پلیمرها باشد و سبب شود که مدول الاستیک تحت بارگذاری با گذشت زمان تغییر کند. منحنی نمونه کامپوزیتی با ۱٪ وزنی نسبت به نمونه پلیمری خالص دارای شیب بیشتر و نقطه بیشینه بزرگ‌تری است.

در شکل ۱۴ نیز نیروی بیشینه حاصل از بهینه‌سازی و آزمایش‌ها به ازای درصدهای مختلف خاک رس مقایسه شده است که انطباق بسیار خوبی دارند.

1- Hybrid

2- Fmincons

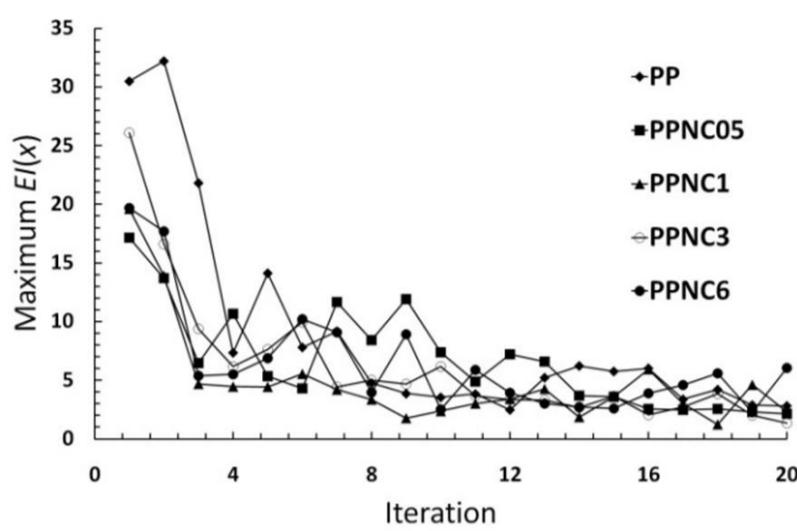
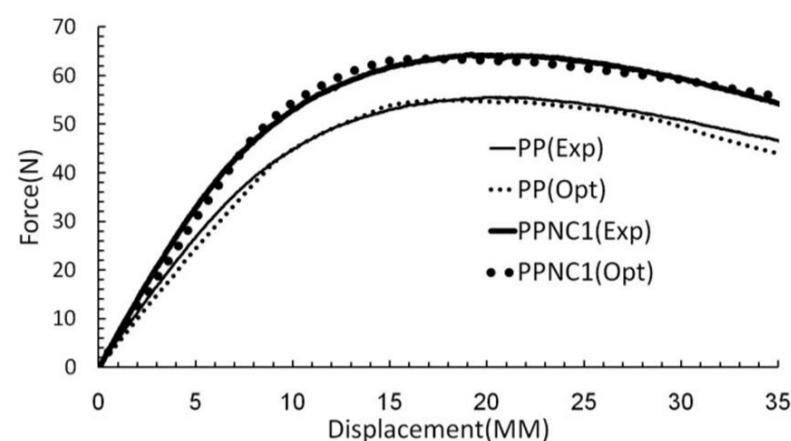
Fig. 16 Variation of Maximum $EI(x)$ at optimization procedure

Fig. 13 The convergence between the experiment and the numerical results for PP composite

شکل 13 همگرایی بین آزمایش و نتایج عددی برای نانوکامپوزیت پلی پروپیلن

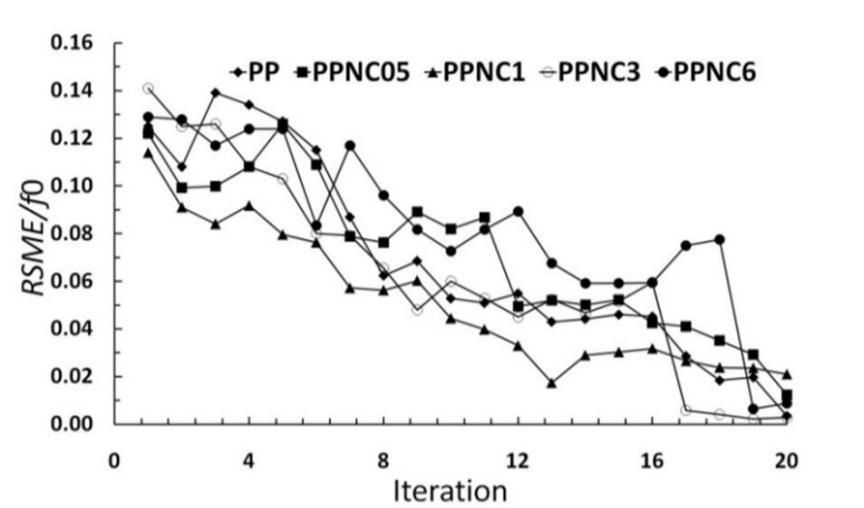
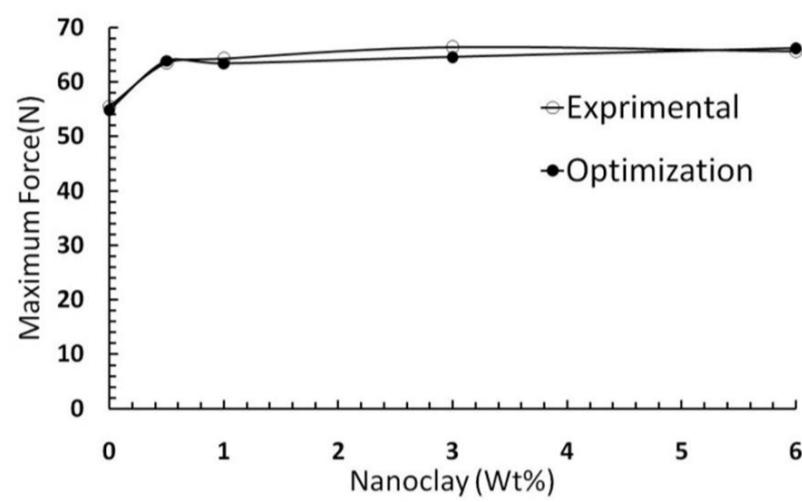
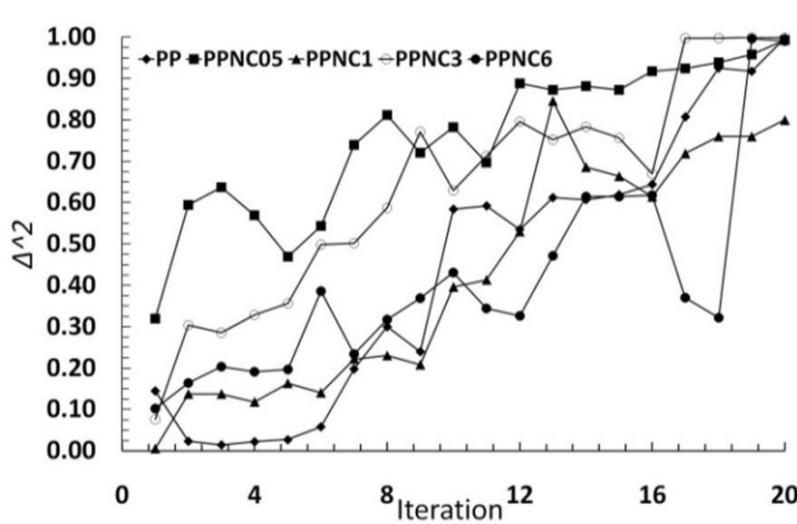
Fig. 17 Variation of $RSME/f_0$ at optimization procedure

Fig. 14 Comparison of maximum force obtained from experimental and optimization methods

شکل 14 مقایسه نیروی بیشینه حاصل از روش‌های بهینه‌سازی و تجربی

Fig. 18 Variation of Δ^2 at optimization procedure
شکل 18 تغییر Δ^2 در فرآیند بهینه‌سازی

ویسکوالاستیک پلی‌پروپیلن با استفاده از میانگین‌گیری از مدول الاستیک محاسبه شده است [17]. هر دو روش افزایش مدول الاستیک با اضافه کردن نانوکلری را نشان می‌دهند. همچنین دقیق تر محااسبه مدول الاستیک ماده که در پلیمر خالص بسیار خوب است. یکی دیگر از ثابت الاستیک ماده که در آزمون خم شه سه نقطه مورد بحث قرار می‌گیرد، مدول خم شی است که با استفاده از رابطه (1) محاسبه می‌شود. نتایج حاصل از آزمایش عملی از مقادیر روش بهینه‌سازی تا اندازه‌ای بیشتر است که به دلیل بیشتر بودن شبیه اولیه منحنی نیرو- جابه‌جایی آزمایش عملی شبیه منحنی در ابتدای بارگذاری است. در حالت آزمایش عملی شبیه منحنی به دلیل رفتار ویسکوالاستیک پلی‌پروپیلن کم کاهش می‌یابد، اما این رفتار همان‌طور که در بخش شبیه‌سازی اشاره شد در مدل ماده دراگر- پراگر پیش‌بینی نشده است؛ بنابراین در حالت شبیه‌سازی این شبیه ثابت بوده و تا پیش از تغییر

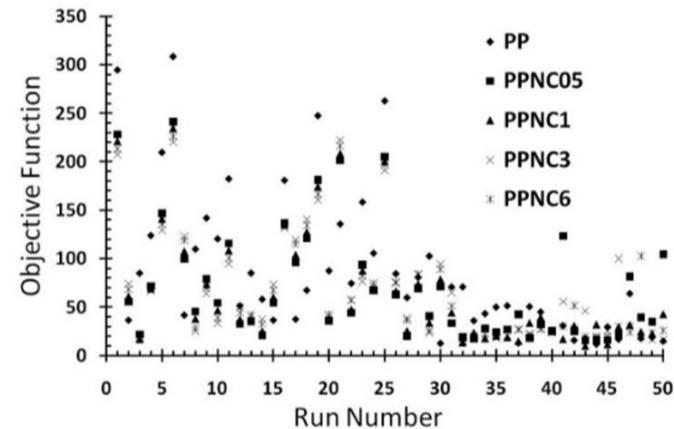


Fig. 15 Objective function values at different runs

شکل 15 مقادیر تابع هدف در حل‌های مختلف

نکته مهمی که قابل توجه است، کاهش مقادیر بیشینه $EI(x)$ الزاماً منجر به یافتن جواب بهینه در جستجوی بعدی نمی‌شود و ما با جستجوی جواب‌هایی که امید ریاضی بالایی دارند از یافتن جواب بهینه مطلق مطمئن خواهیم شد. در تکرارهایی که مقدار بیشینه $EI(x)$ افزایش پیدا کرده است، نشانه وجود پاسخ‌های مطلق و فرار از تله‌های جواب‌های بهینه محلی است. همگرا شدن مدل در شکل‌های 17 و 18 برای همه نمونه‌ها نشان داده شده است. همان‌طور که مشاهده می‌شود، دقیق تر مدل پس از 20 بار تکرار مناسب، خطای را به کاهش و دقیق تر مدل (نژدیک شدن Δ^2 به مقدار 1) رو به بینود است. البته امکان دارد این مسئله برای کامپوزیت‌های مختلف متفاوت باشد، با این حال 20 تکرار منجر به نتایج قابل قبولی شده است.

5-2- ضرایب الاستیک ماده

ضرایب الاستیک حاصل از دو روش بهینه‌سازی و تجربی در شکل 19 با هم مقایسه شده‌اند. مدول الاستیک حاصل از روش تجربی به دلیل خواص

کمی بر نتایج دارد و دلیل پراکندگی زیاد این زاویه نیز این مسئله است. با توجه به این که زاویه اتساع صفر و همچنین با مقادیر زاویه اصطکاک یکسان نیست، فرض جریان پلاستیک غیروابسته برای تغییر شکل کامپوزیت نسبت به وابسته ارجاعیت دارد.

تغییرات ضریب تصحیح K در شکل 23 با افزایش نانوکلی نمایش داده شده است. فاصله گرفتن این مقدار از مقدار 1 (بهای 1 مدل دراگر-پراگر تعمیم‌یافته به دراگر-پراگر معمولی تغییر می‌کند) نشان می‌دهد که مدل دراگر-پراگر تعمیم‌یافته برای شبیه‌سازی ترمومپلاستیک‌ها نسبت به مدل دراگر-پراگر معمولی دقیق‌تر است. نتیجه دیگر این که نسبت تنش تسلیم کششی به فشاری در بارگذاری سه محوره یکسان نیست.

6- نتیجه‌گیری

نتایج نهایی حاصل از این پژوهش را می‌توان به صورت زیر خلاصه کرد:

- روش بهینه‌سازی بر پایه مدل کریجینگ ابزار مناسبی برای محاسبه پاسخ‌های بهینه مطلق است.

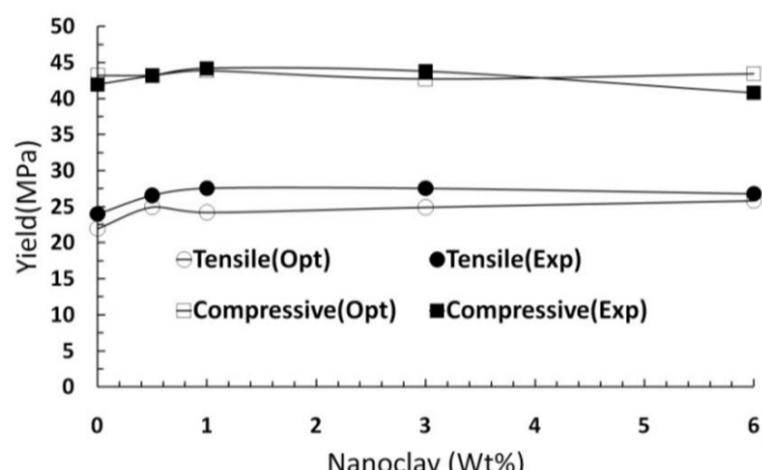


Fig. 21 Dependence of the tensile and compressive yield stress on the nanoclay content

شکل 21 وابستگی تنش تسلیم فشاری و کششی به مقدار خاک رس

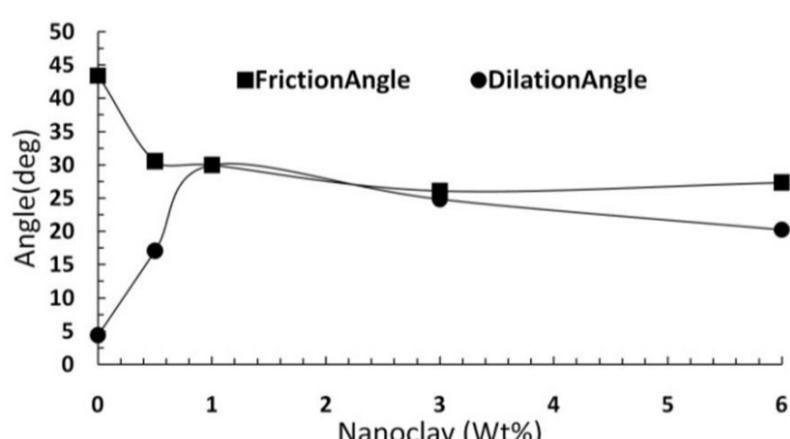


Fig. 22 Dependence of dilation and friction angle on the nanoclay content

شکل 22 وابستگی زاویه اصطکاک و اتساع به مقدار خاک رس

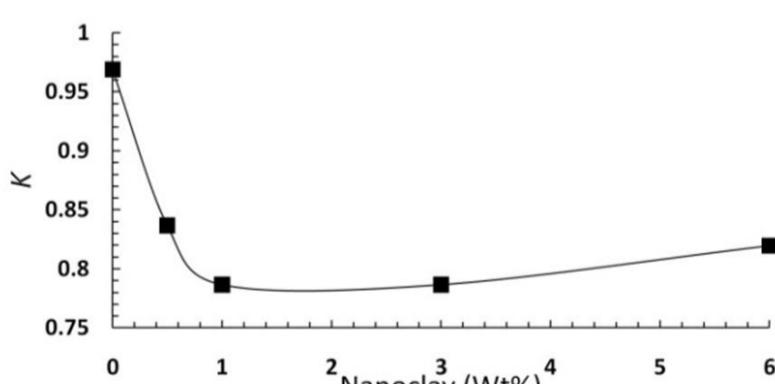


Fig. 23 Dependence of K parameter on the nanoclay content

شکل 23 وابستگی پارامتر K به مقدار خاک رس

شکل‌های پلاستیک نمونه تغییری نمی‌کند. حال اگر مانند روش توصیه شده در مرجع [17]، از این شبیه در حالت آزمایش عملی در ناحیه الاستیک متوضط‌گیری شود، نتایج شکل 20 به دست می‌آید. نتایج بسیار عالی و تطابق بسیار خوبی بین نتایج مشاهده می‌شود.

3-5- ضرایب پلاستیک ماده

تنش تسلیم فشاری و کششی حاصل از روش بهینه‌سازی و آزمایش عملی برای نانوکامپوزیت‌ها در شکل 21 مقایسه شده‌اند. تنش تسلیم فشاری به طور مستقیم از بهینه‌سازی محاسبه و اما تنش تسلیم کششی با قراردادن پارامترهای σ_c , β و K حاصل از بهینه‌سازی در رابطه (4) محاسبه شده است، همین امر سبب شده است دقت نتایج تنش تسلیم فشاری نسبت به تنش تسلیم کششی بیشتر باشد. در هر دو روش افزایش نمایش تنش تسلیم نانوکامپوزیت‌ها به دلیل افزودن نانوکلی مشاهده می‌شود، هرچند این افزایش استحکام برای تنش تسلیم کششی مشهودتر است. افزایش مدول الاستیک، تنش تسلیم کششی و استحکام پلی‌پروپیلن با افزودن خاک رس به آن توسط مراجع [4,3] نیز گزارش شده است که با نتایج مطالعه حاضر هم خوانی دارد. افزایش بیشتر تنش تسلیم کششی نسبت به فشاری سبب کاهش زاویه اصطکاک کامپوزیت‌ها نسبت به پلیمر خالص شده که در شکل 22 نمایش داده شده است. دلیل این مسئله افزایش تنش تسلیم کششی نسبت به تنش تسلیم فشاری با افزودن خاک رس است. با مراجعه به شکل 6 اگر تسلیم در حالت کشش (سمت چپ نمودار) نسبت به تسلیم در حالت فشار (سمت راست نمودار) افزایش بیشتری داشته باشد، شبیه خط تسلیم کاهش می‌یابد که به معنی کاهش زاویه اصطکاک است. زاویه اتساع غیرصفر نشان‌دهنده تغییر حجم کامپوزیت هنگام بارگذاری است (شکل 22). دلیل این تغییر حجم در مراجع، ایجاد ترک و حفره به هنگام بارگذاری گزارش شده است [23]. البته همان‌طور که در قسمت پیشین اشاره شد، تغییر زاویه اتساع تأثیر

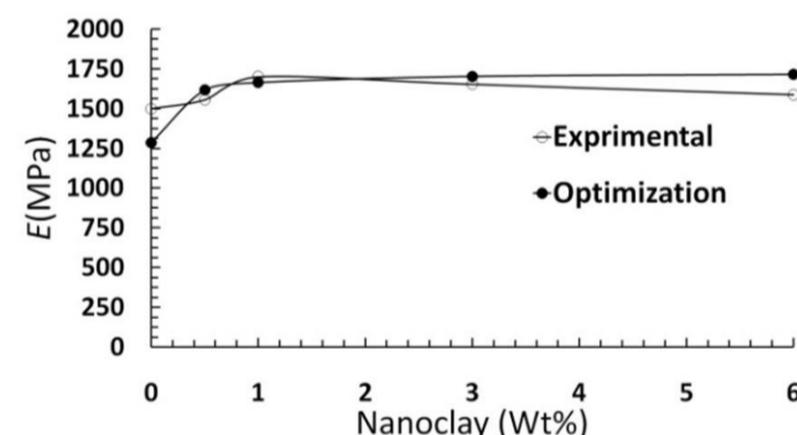


Fig. 19 Dependence of the elastic modulus on the nanoclay content

شکل 19 وابستگی مدول الاستیک به مقدار خاک رس

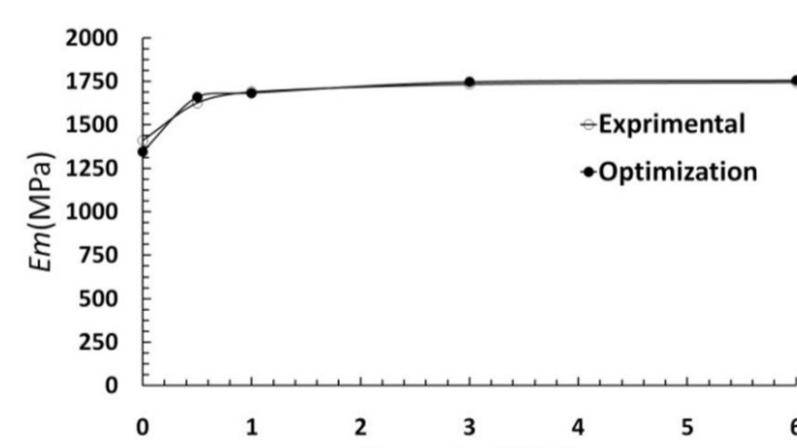


Fig. 20 Dependence of the flexural modulus on the nanoclay content

شکل 20 وابستگی مدول خمشی به مقدار خاک رس

علائم یونانی			
زاویه اصطکاک (درجه)	β	تلغیق شبیه‌سازی، بهینه‌سازی و تست کارایی بسیار خوبی دارد.	•
تخمین مربع حداقل	β_0	با این روش می‌توان ضرایب دراگر - پراگر اصلاح شده را برای نانوکامپوزیت‌های پلی‌پروپیلن با دقت خوبی محاسبه کرد.	•
نسبت تنش تسلیم فشاری به کششی	γ	همچنین با این روش با انجام تنها آزمون خمش، خواص مکانیکی شامل تنش تسلیم کششی، فشاری و همچنین مدول الاستیک کامپوزیت‌های پلیمری را با دقت بسیار خوبی پیش‌بینی کرد.	•
ضریب همبستگی	Δ^2	نانوکامپوزیت پلی‌پروپیلن به هنگام بارگذاری دچار تغییر حجم قابل توجه می‌شود و فرض جریان پتانسیل غیروابسته برای آن نسبت به وابسته در سطح تسلیم دراگر - پراگر تعیین یافته مناسب‌تر است.	•
ضرایب مدل کریجینگ	θ	با توجه به این که مقدار K کوچک‌تر از 1 است، دراگر - پراگر تعیین یافته نسبت به دراگر - پراگر معمولی برای شبیه‌سازی ترمومیکانیک‌ها مناسب‌تر است.	•
تنش تسلیم کششی (MPa)	σ_t	افزایش خاک رس به پلی‌پروپیلن منجر به کاهش زاویه اصطکاک پلی‌پروپیلن می‌شود.	•
تنش تسلیم فشاری (MPa)	σ_c		
واریانس	σ^2		
نسبت پواسان در حالت الاستیک	v		
نسبت پواسان در حالت پلاستیک	v_p		
تابع توزیع تجمعی	ϕ		
تابع چگالی احتمال	Φ		
زاویه اتساع (درجه)	ψ		
بالانویس‌ها			
آزمایشگاهی	exp		
شبیه‌سازی	sim		

8- تقدیر و تشکر

نویسنده‌گان وظیفه خود می‌دانند که از ستاد ویژه توسعه فناوری نانو که از این پژوهش حمایت کرده است، تقدیر و تشکر کنند.

9- مراجع

- [1] A. Afshar, I. Massoumi, R. L. Khosh, R. Bagheri, Fracture behavior dependence on load-bearing capacity of filler in nano- and microcomposites of polypropylene containing calcium carbonate, *Materials & Design*, Vol. 31, No. 2, pp. 802-807, 2010.
- [2] R. D. K. Misra, Q. Yuan, P. K. C. Venkatsurya, Mechanics of nanoscale surface deformation in polypropylene-clay nanocomposite, *Mechanics of Materials*, Vol. 45, pp. 103-116, 2012.
- [3] V. Selvakumar, K. Palanikumar, K. Palanivelu, Studies on Mechanical Characterization of Polypropylene/ Na + -MMT Nanocomposites, *Minerals & Materials Characterization & Engineering*, Vol. 9, pp. 671-681, 2010.
- [4] A. Forughfarad, A. A. Pourkamali Anarak, E. Ghasemi, Comparison of mechanical properties of PP/ NANOCLAY and LLDPE/ NANOCLAY nanocomposites, *Modares Mechanical Engineering*, Vol. 13, No. 5, pp. 83-90, 2013. (in Persian)
- [5] R. C. Batra, G. Gopinath, J. Q. Zheng, Material parameters for pressure-dependent yielding of unidirectional fiber-reinforced polymeric composites, *Composites Part B: Engineering*, Vol. 43, No. 6, pp. 2594-2604, 2012.
- [6] R. Seltzer, A. P. Cisilino, P. M. Frontini, Y.-W. Mai, Determination of the Drucker-Prager parameters of polymers exhibiting pressure-sensitive plastic behaviour by depth-sensing indentation, *Mechanical Sciences*, Vol. 53, No. 6, pp. 471-478, 2011.
- [7] D. Rittel, a. Dorogoy, A methodology to assess the rate and pressure sensitivity of polymers over a wide range of strain rates, *the Mechanics and Physics of Solids*, Vol. 56, No. 11, pp. 3191-3205, 2008.
- [8] J.-F. Jiang, Y.-F. Wu, Identification of material parameters for Drucker-Prager plasticity model for FRP confined circular concrete columns, *Solids and Structures*, Vol. 49, No. 3, pp. 445–456, 2012.
- [9] L. H. Han, J. a. Elliott, a. C. Bentham, a. Mills, G. E. Amidon, B. C. Hancock, A modified Drucker-Prager Cap model for die compaction simulation of pharmaceutical powders, *Solids and Structures*, Vol. 45, No. 10, pp. 3088-3106, 2008.
- [10] Z.-H. Han, K.-S. Zhang, Surrogate-Based Optimization, *Real-World Applications of Genetic Algorithms*, Croatia: InTech, pp. 343-362, 2008.
- [11] J. Müller, C. a. Shoemaker, R. Piché, SO-MI: A surrogate model algorithm for computationally expensive nonlinear mixed-integer black-box global optimization problems, *Computers & Operations Research*, Vol. 40, No. 5, pp. 1383-1400, 2013.
- [12] P. Kahhal, S. Y. Ahmadi Brooghani, H. D. Azodi, Multi-objective optimization of sheet metal forming die using FEA coupled with RSM, *Modares Mechanical Engineering*, Vol. 13, No. 9, pp. 47-57, 2013. (in Persian)
- [13] M. Dehghani, H. Ajam, S. Farahat, Geometry optimization of turbulent flow inside annular diffusers by CFD analysis and surrogate modeling *Modares*

7- فهرست علائم

عرض نمونه (m)	b
ضرایب مدل کریجینگ	c
مقاومت برشی ماده (MPa)	d
مدول الاستیک (MPa)	E
مدول خمشی (MPa)	E_m
امید ریاضی	$E(I(x))$
تابع اصلی (تابع هدف)	$f(x)$
سطح تسلیم (Pa)	F
پتانسیل جریان (Pa)	G
ضخامت نمونه (m)	h
نامتغیر اول تنش (Pa)	I_1
نامتغیر انحرافی دوم تنش (Pa)	J_2
نامتغیر انحرافی سوم تنش (Pa)	J_3
ضریب تصحیح مدل دراگر - پراگر	K
فاصله تکیه‌ها (m)	l
تابع درست نمایی	L
شبیه‌منحنی نیرو - جایه‌جایی در مبدأ (Nm^{-1})	m
تعداد نمونه‌ها	n
فشار هیدرواستاتیک (Pa)	p
تنش معادل (Pa)	q
بردار همبستگی	r
تابع همبستگی	$R(x)$
ماتریس همبستگی	R
خطای جذر ریشه مربعات	$RMSE$
میانگین مربع خطأ	s^2
تنش مؤثر (Pa)	t
بردار متغیر طراحی	x_i
تابع تخمین	$y(x)$
مقدار دقیق تابع (مقدار محاسبه شده از شبیه‌سازی)	y_s
تابع تصادفی	$Z(x)$

- 12-23, 2014.
- [21] N. V. Queipo, R. T. Haftka, W. Shyy, T. Goel, R. Vaidyanathan, P. Kevin Tucker, Surrogate-based analysis and optimization, *Progress in Aerospace Sciences*, Vol. 41, No. 1, pp. 1-28, 2005.
- [22] A. I. J. Forrester, A. Sóbester, A. J. Keane, *Engineering Design via Surrogate Modelling-A Practical Guide*, pp. 89-90, UK: Wiley, 2008.
- [23] K.-h. Nitta, M. Yamana, Poisson's ratio and mechanical nonlinearity under tensile deformation in crystalline polymers, in *Rheology*, pp. 114-132, Croatia: InTech, 2012.
- [24] L. A. Fasce, V. Pettarin, C. Marano, M. Rink, P. M. Frontini, Biaxial yielding of polypropylene / elastomeric polyolefin blends: effect of elastomer content and thermal annealing, *Polymer Engineering & Science*, Vol. 48, No. 7, pp. 1414-1423, 2008.
- [25] M. Jerabek, D. Tscharnutter, Z. Major, K. Ravi-Chandar, R. Lang, Multiaxial yield behaviour of polypropylene, *EPJ Web of Conferences*, Vol. 6, pp. 30051-30058, 2010.
- [26] M. N. Charalambides, A. Olusanya, *The Constitutive Models Suitable for Adhesives in some Finite Element Codes and Suggested Methods of Generating the Appropriate Materials Data The Constitutive Models Suitable for Adhesives in some Finite Element Codes and Suggested Methods of Generating*, Centre for Materials Measurement and Technology National Physical Laboratory, Teddington, UK, pp. 1-33, 1997.
- Mechanical Engineering*, Vol. 15, No. 7, pp. 371-384, 2015. (in Persian فارسی)
- [14] S. Sattar, S. Mazdak, E. Sharifi, Numerical Analysis and Simulation of Effective Parameters on the Defects of Ellipsoidal Pre-notched U-channel Section Produced by Cold Roll-Forming Process, *Modares Mechanical Engineering*, Vol. 15, No. 8, pp. 125-133, 2015. (in Persian فارسی)
- [15] G. H. Majzoobi, S. F. Z. Khosroshahi, H. B. Mohammadloo, Determination of materials parameters under dynamic loading Part II : Optimization, *Computational Materials Science*, Vol. 49, No. 2, pp. 201-208, 2010.
- [16] G. H. Majzoobi, s. Jannesari, Determination of the constants of cap model for compaction of three metal powders, *Advanced Powder Technology*, Vol. 26, No. 3, pp. 928-934, 2015.
- [17] M. Polanco-Loria, H. Daiyan, F. Grytten, Material parameters identification: An inverse modeling methodology applicable for thermoplastic materials, *Polymer Engineering & Science*, Vol. 52, No. 2, pp. 438-448, 2012.
- [18] P. J. Blau, ASM Handbook, Volume 18: Friction, Lubrication, and Wear Technology, Vol. 18, pp. 70-75, 1992.
- [19] Y. B. Lu, Q. M. Li, Dynamic behavior of polymers at high strain-rates based on split Hopkinson pressure bar tests, *Impact Engineering*, Vol. 38, No. 1, pp. 41-50, 2011.
- [20] R. G. Regis, Particle swarm with radial basis function surrogates for expensive black-box optimization, *Computational Science*, Vol. 5, No. 1, pp.