مجله مهندسی مکانیک مدرس، تیر 1396، دوره 17، شماره 4، ص‌ص 111-116

ماهنامه علمی پژوهشی

مهندسی مکانیک مدرس

mme.modares.ac.ir

بهینه‌سازی توپولوژی براساس قابلیت اطمینان برای حداکثرسازی هم‌زمان سختی و فرکانس

حامد محمدزاده[1]، محمدحسین ابوالبشری[2*]

1- کارشناس ارشد، مهندسی مکانیک، دانشگاه فردوسی مشهد، مشهد

2- استاد، مهندسی مکانیک، دانشگاه فردوسی مشهد، مشهد

* مشهد، صندوق پستی 1111-91775، abolbash@um.ac.ir

اطلاعات مقاله

مقاله پژوهشی کامل

دریافت: 09 بهمن 1395

پذیرش: 02 اسفند 1395

ارائه در سایت: 14 فروردین 1396

کلید واژگان:

قابلیت اطمینان

بهینه‌سازی توپولوژی چند هدفه

بهینه‌سازی دو جهتی تکاملی سازه‌ها

چکیده

بهینه‌سازی توپولوژی براساس قابلیت اطمینان[1] برای در نظر گرفتن عدم قطعیت، در متغیرهای طراحی استفاده می‌شود. در این مقاله نشان داده می‌شود که گاهی اوقات بهینه‌سازی فرکانس ممکن است سازه‌ای با سختی کم یا برعکس بهینه‌سازی سختی، سازه‌ای با فرکانس پایین تولید کند. در این مورد، بهینه‌سازی چندهدفه برای هر دو سختی و فرکانس استفاده می‌شود. در این مقاله بهینه‌سازی توپولوژی براساس قابلیت اطمینان با استفاده از بهینه‌سازی دو جهتی تکاملی سازه‌ها[2] با طرح فیلتر بهبود یافته ارائه می‌شود. برای محاسبات معیار اطمینان از قابلیت اطمینان مرتبه اول[3] و روش پاسخ سطح استاندارد[4] برای تقریب تابع حالت حدی استفاده می‌شود. برای افزایش بازده محاسبات، تخمین اطمینان با فرایند بهینه‌سازی توپولوژی کوپل شده است. بهینه‌سازی توپولوژی به‌صورت کمینه کردن حجم با قیود احتمالاتی تغییر مکان و فرکانس فرمول‌بندی می‌شود. چگالی، مدول یانگ و بار به‌عنوان متغیرهای عدم قطعیت در نظرگرفته می‌شود. توپولوژی به دست آمده با بهینه‌سازی توپولوژی براساس قابلیت اطمینان با توپولوژی به دست آمده از بهینه‌سازی توپولوژی قطعی[5] مقایسه می‌شود. نتایج نشان می‌دهد بهینه‌سازی توپولوژی براساس قابلیت اطمینان با استفاده از بهینه‌سازی دو جهتی تکاملی سازه‌ها به‌طور مؤثر توانایی حل مسائل بهینه‌سازی چند هدفه برای فرکانس و سختی را دارد.

Reliability based topology optimization for maximizing stiffness and frequency simultaneously

Hamed Mohammadzadeh[1], Mohammad Hossein Abolbashari [1*]

1- Department of Mechanical Engineering, Ferdowsi University of Mashhad, Mashhad, Iran.
* P.O.B 91775-1111 Mashhad, Iran, abolbash@um.ac.ir

ARTICLE INFORMATION

Original Research Paper
Received 28 January 2017
Accepted 20 February 2017
Available Online 03 April 2017

Keywords:
Reliability
multi-objective topology optimization
Bidirectional evolutionary structural optimization

ABSTRACT

Reliability Based Topology Optimization (RBTO) is a process of determining optimal design satisfying uncertainties of design variables. Sometimes frequency optimization might produce a design with low stiffness or stiffness optimization might lead to a design with low frequency. In this paper, the multi-objective optimization for both stiffness and frequencies is presented. This article presents RBTO using Bi-directional Evolutionary Structural Optimization (BESO) with an improved filter scheme. A multi-objective topology optimization technique is implemented to simultaneously consider the stiffness and natural frequency. In order to compute reliability index the First Order Reliability Method (FORM) and Standard Response Surface Method (SRSM) for generating limit state function is employed. To increase the efficiency of the solution process the reliability estimates are coupled with the topology optimization process. Topology optimization is formulated as volume minimization problem with probabilistic displacement and frequency constraints. Young's module, density, and external load are considered as uncertain variables. The topologies obtained by RBTO are compared with that obtained by Deterministic Topology Optimization (DTO). Results show that RBTO using BESO method is capable of the multi-objective optimization problem for stiffness and frequency effectively.

1- مقدمه

مهندسان مکانیک همیشه انتظار دارند سازه‌ای بسازند که در طول عمر خود به‌درستی کار کند، اما وجود فاکتورهای عدم قطعیت مانند ابعاد، خواص مواد و بار به‌احتمال زیاد سبب شکست سازه می‌شود. در بهینه‌سازی توپولوژی براساس قابلیت اطمینان هرکدام از این پارامترهای عدم قطعیت به‌عنوان متغیر تصادفی انتخاب و قیود قابلیت اعتماد به‌صورت توابع احتمالاتی، به‌منظور حاصل شدن سازه‌ای قابل اعتمادتر، در فرمول‌بندی مسئله بهینه‌سازی توپولوژی وارد می‌شوند.

[1] Reliability Based Topology Optimization (RBTO)
[2] Bi-directional Evolutionary Structural Optimization (BESO)
[3] First Order Reliability Method (FORM)
[4] Standard Response Surface Method (SRSM)
[5] Deterministic Topology Optimization (DTO)

Please cite this article using:

برای ارجاع به این مقاله از عبارت ذیل استفاده نمایید:

H. Mohammadzadeh, M. H. Abolbashari, Reliability based topology optimization for maximizing stiffness and frequency simultaneously, *Modares Mechanical Engineering*, Vol. 17, No. 4, pp. 111-116, 2017 (in Persian)

[Downloaded from mme.modares.ac.ir on 2024-04-26]

[DOR: 20.1001.1.10275940.1396.17.4.48.4]

بهینه‌سازی تکاملی سازه‌ها[1] یکی از روش‌های معمول مورد استفاده برای بهینه‌سازی توپولوژی است. این روش نخستین بار در اوایل دهه 1990 توسط شی و استیون [1] ارائه شد. روش یادشده الگوریتم ساده حذف مواد ناکارآمد را دنبال می‌کند. با این حال بازیابی موادی که در بهینه‌سازی تکاملی سازه‌ها زودتر از موعد مقرر حذف شدند مجاز نیست. در اواخر دهه 1990 بهینه‌سازی دو جهتی تکاملی سازه‌ها به‌عنوان بهینه‌سازی تکاملی سازه‌ها توسعه‌یافته ارائه شد [2]. در این نسخه مواد به‌طور هم‌زمان می‌توانند حذف و یا اضافه شوند. راه‌حل وابسته به مش آن یکی از معایب این روش‌ها بود، که این مسئله با راه‌حل‌های مستقل از مش پیشنهاد شده توسط هانگ و شی حل شد [3].

اواسط دهه 2000 روش‌های طراحی آماری و احتمالاتی در بهینه‌سازی توپولوژی معرفی شدند که به‌عنوان بهینه‌سازی توپولوژی براساس قابلیت اطمینان شناخته می‌شوند. در سال‌های اخیر مطالعه بر بهینه‌سازی توپولوژی براساس قابلیت اطمینان توسط مشایخی و همکاران [4] و پاتل و چوی [5] با در نظر گرفتن متغیرهای تصادفی به‌طور فعال در حال پیشرفت است. بهینه‌سازی توپولوژی براساس قابلیت اطمینان به روش مبتنی‌بر چگالی برای نخستین بار توسط کارماندا و همکاران[6] ارائه شد. نسبت به بهینه‌سازی توپولوژی براساس قابلیت اطمینان با استفاده از روش مبتنی بر چگالی، کارهای کمی از بهینه‌سازی توپولوژی براساس قابلیت اطمینان با استفاده بهینه‌سازی تکاملی سازه‌ها/ بهینه‌سازی دو جهتی تکاملی سازه‌ها انجام شده است. استفاده از روش قابلیت اطمینان مرتبه اول در بهینه‌سازی توپولوژی براساس قابلیت اطمینان توسط کیم و همکاران [7] ارائه شد. به تازگی یو و همکاران [8] بهینه‌سازی توپولوژی براساس قابلیت اطمینان با روش حذف سخت بهینه‌سازی دو جهتی تکاملی سازه‌ها بهبودیافته با استفاده از دو روش پاسخ سطح، روش پاسخ سطح سنتی و روش پاسخ سطح استاندارد برای محاسبه معیار اطمینان با قابلیت اطمینان مرتبه اول مورد مطالعه قرار دادند.

بهینه‌سازی فرکانس در بسیاری از زمینه‌های مهندسی از اهمیت بسیاری برخوردار است. اگر فرکانس اساسی سازه نزدیک به فرکانس تحریک باشد ممکن است پاسخ مخرب ایجاد شود. بیشینه رساندن فرکانس اساسی سازه جهت اجتناب از اثر تشدید مطلوب است. گاهی اوقات بهینه‌سازی فرکانس ممکن است سازه‌ای با سختی کم تولید کند، برای از بین‌بردن این شکل بهینه‌سازی چندهدفه برای هر دو سختی و فرکانس استفاده می‌شود.

در این مقاله بهینه‌سازی توپولوژی براساس قابلیت اطمینان با در نظر گرفتن هم‌زمان سختی و فرکانس طبیعی انجام می‌گیرد و در آن از یکی از جدیدترین روش‌های حذف نرم بهینه‌سازی دو جهتی تکاملی سازه‌ها برای بهینه‌سازی فرکانس بهره گرفته می‌شود. در این مطالعه از قابلیت اطمینان مرتبه اول برای محاسبه قیدهای احتمالی، معمول‌ترین روش‌های آنالیز قابلیت اطمینان برای تقریب تابع حالت حدی از روش پاسخ سطح استاندارد و برای افزایش دقت تقریب تابع حالت حدی از روش پاسخ سطح استاندار تکراری استفاده می‌شود. آنالیز اجزای محدود با استفاده از انسیس انجام و محاسبات قابلیت اطمینان هم‌زمان با فرایند بهینه‌سازی دو جهتی تکاملی سازه‌ها در متلب صورت می‌گیرد.

2- روش بهینه‌سازی دو جهتی تکاملی سازه‌ها

2-1- ضریب حساسیت برای سفتی

در روش اجزا محدود رفتار استاتیکی سازه با رابطه (1) بیان می‌شود.

$$Ku = f \tag{1}$$

K ماتریس سختی سازه، u بردار تغییر مکان و f بردار نیرو است. انرژی کرنشی به‌صورت رابطه (2) تعریف می‌شود.

$$C = \frac{1}{2} f^{\mathrm{T}} u \tag{2}$$

زمانی که المان i-ام از ساختار حذف می‌شود ماتریس سختی به‌صورت رابطه (3) تغییر خواهد کرد.

$$\Delta K = K^{*} - K = -K_i \tag{3}$$

K^{*} ماتریس سختی سازه پس از حذف المان و K_i ماتریس سختی المان iام است. فرض می‌شود حذف المان هیچ تأثیری بر بار اعمالی f ندارد. با نادیده گرفتن جمله‌های مرتبه بالاتر تغییر بردار تغییر مکان به‌صورت رابطه (4) به‌دست می‌آید.

$$\Delta u = -K^{-1} \Delta K u \tag{4}$$

از روابط (4,2) رابطه (5) به‌دست می‌آید.

$$\Delta C = \frac{1}{2} f^{\mathrm{T}} \Delta u = -\frac{1}{2} f^{\mathrm{T}} K^{-1} \Delta K u = \frac{1}{2} u_i^{\mathrm{T}} K_i u_i \tag{5}$$

u_i بردار تغییر مکان المان i-ام است؛ بنابراین ضریب حساسیت برای نرمی میانگین می‌تواند به‌صورت رابطه (6) تعریف شود [1].

$$\alpha_{i,\mathrm{static}} = \frac{1}{2} u_i^{\mathrm{T}} K_i u_i \tag{6}$$

رابطه (6) نشان می‌دهد که افزایش نرمی میانگین در نتیجه حذف المان با انرژی کرنشی خود المان برابر است. برای به کمینه رساندن نرمی میانگین (معادل بیشینه‌سازی سفتی) از طریق حذف قسمت‌هایی از سازه، روشن است که مؤثرترین راه از بین بردن قسمت‌هایی که دارای پایین‌ترین ارزش‌های α_i است به‌طوری‌که افزایش در C به کمینه برسد.

2-2- ضریب حساسیت برای فرکانس طبیعی

در تحلیل المان محدود رفتار دینامیکی یک سازه را می‌توان با مسئله عمومی مقدار ویژه به‌صورت رابطه (7) نمایش داد [9].

$$\left(K - \omega_j^2 M\right) u_j = 0 \tag{7}$$

K ماتریس سختی کلی، M ماتریس جرم کلی، ω_j فرکانس طبیعی j-ام و u_j بردار متناظر با ω_j است. u_j و ω_j از طریق رابطه (8) با هم ارتباط پیدا می‌کنند [9].

$$\omega_j^2 = \frac{u_j^{\mathrm{T}} K u_j}{u_j^{\mathrm{T}} M u_j} \tag{8}$$

برای به دست‌آوردن اطلاعات گرادیانی متغیرهای طراحی ضروری است که مصالح را بین دو مقدار $\mathrm{x}_{\min}$ و 1 درون‌یابی می‌شود. استفاده از مدل جریمه‌کردن توانی برای مدل یانگ و مدل خطی درون‌یابی برای درون‌یابی چگالی یکی از روش‌های معمول درون‌یابی مصالح است. چنین طراحی سبب به وجود آمدن ناپایداری‌های عددی می‌شود. مشکل اصلی این است که نسبت‌های بسیار بالا بین سختی و جرم برای مقادیر کم x_i (زمانی که توان جریمه بیشتر از یک باشد) سبب ایجاد مدهای ارتعاشی محلی مصنوعی در نواحی با چگالی پایین می‌شود. یکی از راه‌حل‌ها برای اجتناب از چنین مشکلی ثابت نگه‌داشتن نسبت بین جرم و سختی زمانی که $\mathrm{x}_i = \mathrm{x}_{\min}$ و به‌صورت رابطه (9) است [9].

$$\begin{aligned} \rho(x_{\min}) &= x_{\min} \rho^0 \\ E(x_{\min}) &= x_{\min} E^0 \end{aligned} \tag{9}$$

ρ^0 و E^0 به ترتیب چگالی و مدول یانگ المان‌های توپر است؛ بنابراین طرح درون‌یابی به‌صورت رابطه (10) است [9].

[1] Evolutionary Structural Optimization (ESO)

[Downloaded from mme.modares.ac.ir on 2024-04-26]
[DOR: 20.1001.1.10275940.1396.17.4.48.4]

$$\rho(x_i) = x_i\rho^0$$
$$E(x_i) = \left[\frac{x_{\min}-x_{\min}^p}{1-x_{\min}^p}\left(1-x_i^p\right)+x_i^p\right]E^0$$
$$(0 < x_{\min} \le x_i \le 1) \tag{10}$$

p فاکتور تنبیه است. از رابطه (10) مشتقات ماتریس جرم کلی M و ماتریس سختی کلی K به‌صورت رابطه (11) به دست می‌آید [9].

$$\frac{\partial M}{\partial x_i} = M_i^0$$
$$\frac{\partial K}{\partial x_i} = \frac{1-x_{\min}}{1-x_{\min}^p}px_i^{p-1}K_i^0 \tag{11}$$

M_i^0 و K_i^0 به ترتیب ماتریس جرم و سختی المان iام در زمان توپر است.

از رابطه (8) حساسیت فرکانس ω_i به شکل رابطه (12) می‌تواند بیان شود [9].

$$\frac{d\omega_j}{dx_i} = \frac{1}{2\omega_j u_j^{\mathrm{T}} M u_j}\left[2\frac{\partial u_j^{\mathrm{T}}}{\partial x_i}\left(K-\omega_j^2 M\right)u_j + u_j^{\mathrm{T}}\left(\frac{\partial K}{\partial x_i}-\omega_j^2\frac{\partial M}{\partial x_i}\right)u_j\right] \tag{12}$$

رابطه (12) با استفاده از رابطه (7) به شکل رابطه (13) ساده می‌شود [9].

$$\frac{d\omega_j}{dx_i} = \frac{1}{2\omega_j u_j^{\mathrm{T}} M u_i}\left[u_j^{\mathrm{T}}\left(\frac{\partial K}{\partial x_i}-\omega_j^2\frac{\partial M}{\partial x_i}\right)\right]u_j \tag{13}$$

با جایگزینی رابطه (11) در رابطه (13) و با فرض بردار ویژه u_j با ماتریس جرم کلی مربوطه نرمالایز شده حساسیت j-امین فرکانس طبیعی می‌تواند به شکل رابطه (14) بیان شود [9].

$$\frac{d\omega_j}{dx_i} = \frac{1}{2\omega_j}u_j^{\mathrm{T}}\left(\frac{1-x_{\min}}{1-x_{\min}^p}px_i^{p-1}K_i^0-\omega_j^2 M_i^0\right)u_j \tag{14}$$

ضریب حساسیت برای المان‌های توپر و توخالی به شکل رابطه (15) بیان می‌شود [9].

$$\alpha_{i,\mathrm{freq}} = \frac{1}{p}\frac{d\omega_j}{dx_i} = \begin{cases} \frac{1}{2\omega_j}u_j^{\mathrm{T}}\left(\frac{1-x_{\min}}{1-x_{\min}^p}K_i^0-\frac{\omega_j^2}{p}M_i^0\right)u_j & x=1 \\ \frac{1}{2\omega_j}u_j^{\mathrm{T}}\left(\frac{x_{\min}^{p-1}-x_{\min}^p}{1-x_{\min}^p}K_i^0-\frac{\omega_j^2}{p}M_i^0\right)u_j & x=x_{\min} \end{cases} \tag{15}$$

2-3- ضریب حساسیت برای بهینه‌سازی چند هدفه

در این مقاله ضریب حساسیت چند هدفه به‌صورت رابطه (16) برای پیدا کردن توپولوژی بهینه جهت ماکزیمم‌سازی سختی و فرکانس طبیعی به‌طور هم‌زمان تعریف می‌شود که ترکیبی از ضرایب حساسیت نرمالایز شده سختی و فرکانس طبیعی، و فاکتورهای وزنی λ_1 و λ_2 به ترتیب جهت نشان دادن اهمیت سختی و فرکانس طبیعی است [10].

$$\alpha_{i,\mathrm{multi}}^e = \lambda_1\left(\frac{\alpha_{i,\mathrm{static}}-\alpha_{\mathrm{static}}^{\max}}{\alpha_{\mathrm{static}}^{\max}-\alpha_{\mathrm{static}}^{\min}}\right)+\lambda_2\left(\frac{\alpha_{i,\mathrm{freq}}-\alpha_{\mathrm{freq}}^{\max}}{\alpha_{\mathrm{freq}}^{\max}-\alpha_{\mathrm{freq}}^{\min}}\right) \tag{16}$$

$\alpha_{\mathrm{static}}^{\max}$ و $\alpha_{\mathrm{static}}^{\min}$ به ترتیب ماکزیمم و مینیمم ضریب حساسیت برای سختی، و $\alpha_{\mathrm{freq}}^{\max}$ و $\alpha_{\mathrm{freq}}^{\min}$ به ترتیب ماکزیمم و مینیمم ضریب حساسیت برای فرکانس است.

2-4- پدیده شطرنجی و وابستگی به مش

اصطلاح وابستگی به مش به مشکل به‌دست آمدن توپولوژی‌های مختلف با استفاده از مش‌های متفاوت اشاره دارد. تکنیک‌های مختلفی برای غلبه بر مشکل وابستگی به مش ارائه شده است مانند طرح فیلتر حساسیت و کنترل محیطی، اما در روش کنترل محیطی انتخاب مقداری مناسب برای طول محیطی مشکل است؛ بنابراین طرح فیلتر در مدل بهینه‌سازی دو جهتی تکاملی سازه‌ها جدید معرفی می‌شود.

پیش از اعمال طرح فیلتر ضرایب حساسیت گرهی به‌وسیله میانگین ضرایب حساسیت المانی به صورت رابطه (17) تعریف می‌شوند [3].

$$\alpha_j^n = \sum_{i=1}^{m}\omega_i\alpha_i^e \tag{17}$$

m تعداد کل المان‌های متصل به گره j-ام را نشان می‌دهد. ω_i ضریب وزنی المان i-ام و به‌صورت رابطه (18) تعریف می‌شود [3].

$$\omega_i = \frac{1}{m-1}\left(1-\frac{r_{ij}}{\sum_{i=1}^{m}r_{ij}}\right) \tag{18}$$

r_{ij} فاصله بین مرکز المان i-ام و گره j-ام است.

ضرایب حساسیت گرهی به ضرایب حساسیت المانی هموارشده تبدیل خواهد شد. برای انجام این فرآیند طرح فیلتر استفاده می‌شود. طرح فیلتر مقیاسی با طول $r_{\min}$ دارد که با تغییر مش تغییر نمی‌کند. ضریب حساسیت بهبودیافته به شکل رابطه (19) تعریف می‌شود [3].

$$\alpha_i = \frac{\sum_{j=1}^{k}\omega(r_{ij})\alpha_j^n}{\sum_{j=1}^{k}\omega(r_{ij})} \tag{19}$$

k تعداد کل نودها در دایره تولیدشده توسط $r_{\min}$ است. $\omega(r_{ij})$ ضریب وزنی خطی است که به‌صورت رابطه (20) تعریف می‌شود [3].

$$\omega(r_{ij}) = r_{\min}-r_{ij}\ \ (j=1,2,\dots,k) \tag{20}$$

2-5- پایدارسازی در روند تکاملی

طرح فیلتر می‌تواند به‌طور قابل‌توجهی مشکل وابستگی به مش را حل کند. با این وجود ممکن است تابع هدف و توپولوژی مربوطه همگرا نشود برای بهبود همگرایی الگوریتم ضریب حساسیت به‌دست‌آمده از رابطه (21) با ضریب به‌دست‌آمده از تکرار پیشین میانگین گرفته می‌شود [3].

$$\alpha_i = \frac{\alpha_i^k+\alpha_i^{k-1}}{2} \tag{21}$$

2-6- حذف و اضافه المان‌ها و معیار همگرایی

پس از این‌که حساسیت‌های اصلاح‌شده تمام المان‌ها مرتب شدند مقدار آستانه برای حذف و اضافه المان‌ها با توجه به حجم هدف چرخه جاری تعیین می‌شود. عناصر توپر با حساسیت‌های کوچک‌تر از حد آستانه حذف و عناصر توخالی با حساسیت‌های بزرگ‌تر از آستانه به المان‌های توپر اضافه می‌شوند. آزمایش‌های عددی نشان می‌دهد زمانی که رفتار المان‌های توپر و توخالی ثابت می‌شود راه‌حل همگرا به دست می‌آید. مرجع [11] برای جزئیات حذف و اضافه المان‌ها و معیار همگرایی می‌تواند مفید باشد.

3- بهینه‌سازی توپولوژی براساس قابلیت اطمینان

در [12] بهینه‌سازی طراحی براساس قابلیت اطمینان مانند رابطه (22) با قیدهای احتمالی برای در نظر گرفتن عدم قطعیت در متغیرهای تصادفی رابطه‌سازی می‌شود.

کمینه‌سازی: $\mathrm{F}(\mathrm{d})$

با قید: $\mathrm{P}[\mathrm{g}(\mathrm{d},\mathrm{X}) \le 0] \le \mathrm{P_t}$ (22)

$g(d,X) > 0$ دامنه ایمن، $g(d,X) < 0$ دامنه شکست و $g(d,X) = 0$ تابع حالت حدی، d متغیرهای قطعی و X متغیرهای تصادفی است. P_t احتمال

[Downloaded from mme.modares.ac.ir on 2024-04-26]
[DOR: 20.1001.1.10275940.1396.17.4.48.4]

شکست هدف است. قیود احتمالی نشان می‌دهند که احتمال شکست سیستم باید کوچک‌تر یا مساوی احتمال شکست هدف باشد.

در این مقاله قابلیت اطمینان مرتبه اول برای محاسبه احتمال شکست استفاده می‌شود. این روش براساس مفهوم معیار اطمینان که تخمینی از احتمال شکست است و از طریق انتقال متغیرهای تصادفی از فضای تصادفی اصلی X به فضای نرمال استاندارد U، تحت این شرط که تابع توزیع تجمعی نرمال استاندارد[1] متغیرهای تصادفی پیش و پس از انتقال یکسان باقی بماند، انجام می‌گیرد.

محاسبه معیار اطمینان β به شکل رابطه (23) نشان داده می‌شود [13].

$$\beta = \text{Min} \ \| u \| \quad \text{S.t} \ g(u) = 0 \tag{23}$$

در تقریب قابلیت اطمینان مرتبه اول احتمال شکست به‌صورت رابطه (24) محاسبه می‌شود [13].

$$P_f \approx \Phi(-\beta) \tag{24}$$

$\Phi(.)$ تابع توزیع تجمعی نرمال استاندارد است.

4- الگوریتم و گام‌های حل مسئله

نمودار درختی الگوریتم بهینه‌سازی توپولوژی براساس قابلیت اطمینان در شکل 1 نشان داده شده است. برای افزایش بازده محاسبات تخمین اطمینان با فرایند بهینه‌سازی توپولوژی کوپل شده است.

گام‌های حل مسئله به شرح زیر است.

گام اول: مدسازی اجزای محدود و حل اجزای محدود

گام دوم: محاسبه ضریب حساسیت سختی و فرکانس و ترکیب آن‌ها با استفاده از رابطه (16)

گام سوم: ترکیب مختلف متغیرهای تصادفی و محاسبه تغییر مکان ماکزیمم و فرکانس با استفاده از اجزای محدود

گام چهارم: تقریب تابع حالت حدی با استفاده از روش پاسخ سطح استاندارد

گام پنجم: محاسبه معیار اطمینان با استفاده از رابطه (23)

گام ششم: حذف و اضافه المان‌ها

گام هفتم: تکرار گام‌های اول تا ششم تا رسیدن به حل بهینه

5- مثال

تیری به ابعاد 30m در 10m به ضخامت 1m که در طول دو لبه کوتاه‌ترش دارای تکیه‌گاه گیردار در نظرگرفته می‌شود. نیروی 1000 kN به مرکز لبه بالایی وارد می‌شود دامنه طراحی نشان داده‌شده در شکل 2 به 40□120 المان تنش صفحه‌ای تقسیم شده و خواص مواد E=200 GPa، $\rho = 8000\ \text{kg/m}^3$ و $\upsilon = 0.3$ است. و شعاع فیلتر $r_{\text{filter}} = 1\ \text{m}$ ، $x_{\min} = 10^{-6}$، $\text{ER} = 2\%$ و $p = 2$ استفاده می‌شود.

ابتدا افزایش سختی به‌عنوان تابع هدف و حجم 75% به‌عنوان قید در نظر گرفته می‌شود. شکل 3 پیشینه تغییر مکان ماکزیمم و فرکانس طبیعی اول را نشان می‌دهد. توپولوژی نهایی برای این حالت در شکل 4 نشان داده شده است. همان‌طور که مشاهده می‌شود با افزایش تکرار (کاهش حجم) فرکانس طبیعی اول ابتدا کمی افزایش و پس از آن کاهش می‌یابد.

[1] Cumulative distribution function

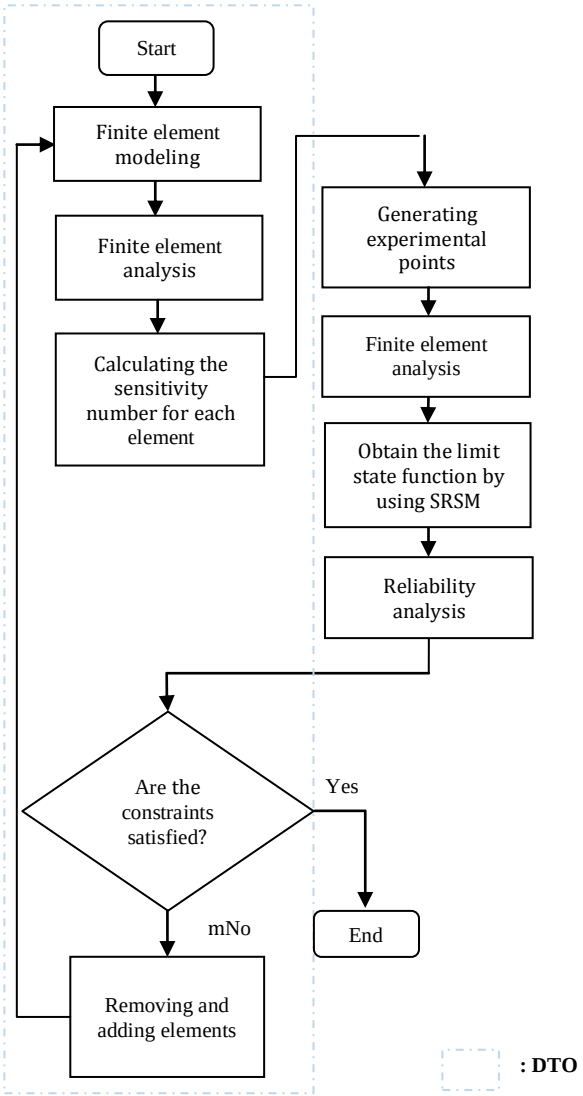

Fig. 1 flowchart of DTO and RBTO based on BESO method [8]

شکل 1 نمودار درختی بهینه‌سازی توپولوژی قطعی و بهینه‌سازی توپولوژی براساس قابلیت اطمینان به روش بهینه‌سازی دو جهتی تکاملی سازه‌ها [8]

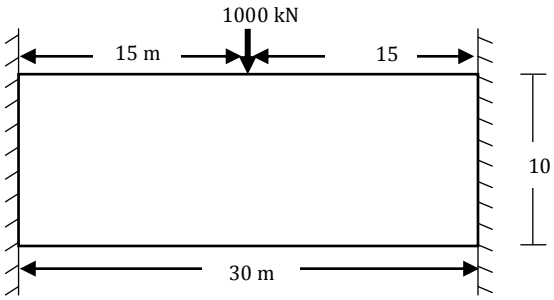

Fig. 2 Design domain

شکل 2 دامنه طراحی

سپس افزایش فرکانس طبیعی نخست به‌عنوان تابع هدف و حجم 75% به‌عنوان قید انتخاب می‌شود. شکل 5 پیشینه تغییر مکان ماکزیمم و فرکانس طبیعی اول را نشان می‌دهد و توپولوژی نهایی برای این حالت در شکل 6 نشان داده شده است. همان‌طور که مشاهده می‌شود با افزایش تکرار (کاهش حجم) فرکانس همواره افزایش و در عوض تغییر مکان در مقایسه با حالت پیشین 350% افزایش دارد.

[Downloaded from mme.modares.ac.ir on 2024-04-26]
[DOR: 20.1001.1.10275940.1396.17.4.48.4]

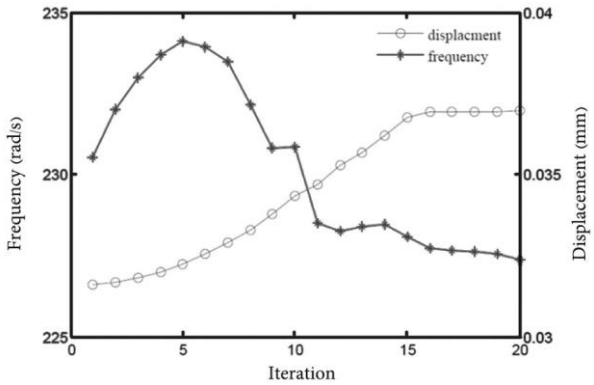

Fig. 3 The evolutionary history for the stiffness optimization

شکل 3 پیشینه تکاملی برای بهینه‌سازی سختی

Fig. 4 Final topology considering only stiffness

شکل 4 توپولوژی نهایی با در نظر گرفتن تنها سختی

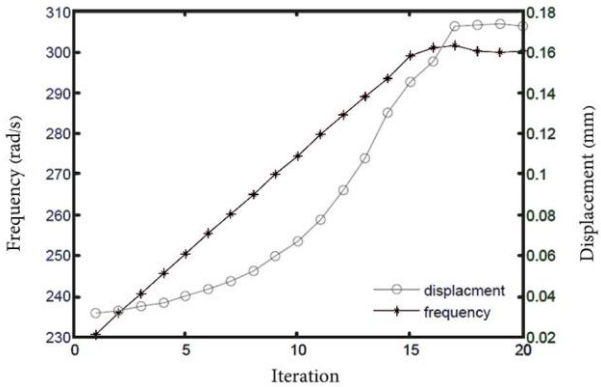

Fig. 5 The evolutionary history of the frequency optimization

شکل 5 پیشینه تکاملی بهینه‌سازی فرکانس

Fig. 6 Final topology considering only stiffness

شکل 6 توپولوژی نهایی با در نظر گرفتن تنها فرکانس

5-1- بهینه‌سازی توپولوژی قطعی

بهینه‌سازی توپولوژی قطعی به شکل رابطه (25) بیان می‌شود.

کمینه‌سازی: V

با قیود: $g_1 = \delta_{\text{all}} - \delta \geq 0$

$$g_2 = \omega_1 - \omega_{\text{all}} \geq 0 \qquad (25)$$

V حجم، δ تغییر مکان واقعی، ω_1 فرکانس طبیعی اول است δ_{all} تغییر مکان مجاز و ω_{all} فرکانس مجاز به ترتیب برابر 0.05mm و 250rad/s فرض می‌شود.

جدول 1 مقادیرتغییر مکان، فرکانس و حجم نهایی برای ضرایب وزنی مختلف آورده شده و کمترین مقدار حجم برای حالت $\lambda_1 = 0.75$ و $\lambda_2 = 0.25$ است؛ بنابراین در ادامه مقاله این مقادیر برای ضرایب وزنی انتخاب می‌شود.

شکل 7 پیشینه تغییر مکان ماکزیمم و فرکانس طبیعی اول را در زمان $\lambda_1 = 0.75$ و $\lambda_2 = 0.25$ نشان می‌دهد و توپولوژی نهایی برای این حالت در شکل 8 نشان داده شده است. حجم نهایی 78% است. این حالت ترکیبی از ویژگی‌های حالت بهینه‌سازی سختی و بهینه‌سازی فرکانس است.

5-2- بهینه‌سازی توپولوژی براساس قابلیت اطمینان

مدول یانگ چگالی و مقدار بار به‌عنوان متغیرهای تصادفی با واریانس 10% مقدار میانگین و $\beta_{\text{target}} = 2$ فرض می‌شود.

بهینه‌سازی توپولوژی براساس قابلیت اطمینان به شکل رابطه (26) بیان می‌شود.

جدول 1 مقادیر تغییر مکان، فرکانس و حجم نهایی برای ضرایب وزنی مختلف

Table 1 Displacement, frequency and volume for different weighted factors

فرکانس (rad/s)	تغییرمکان (mm)	حجم%	λ_2	λ_1
279	0.0489	78.47	0.25	0.75
264	0.0484	85	0.5	0.5
260	0.0462	86.81	0.75	0.25
265	0.0472	86.81	1	0

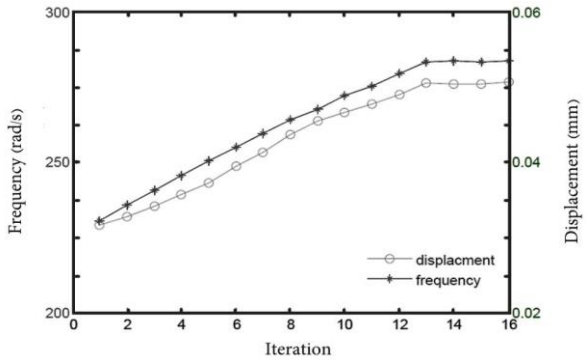

Fig. 7 The evolutionary history of the stiffness-frequency deterministic topology optimization

شکل 7 پیشینه تکاملی برای بهینه‌سازی توپولوژی قطعی سختی- فرکانس

Fig. 8 The final topology of the stiffness-frequency deterministic topology optimization

شکل 8 توپولوژی نهایی برای بهینه‌سازی توپولوژی قطعی سختی- فرکانس

[Downloaded from mme.modares.ac.ir on 2024-04-26]
[DOR: 20.1001.1.10275940.1396.17.4.48.4]

جدول 2 مقادیر معیار اطمینان برای حجم‌های مختلف

Table 2 Reliability index for different volumes

حجم%	β_1	β_2
88.75	4.03	1.5
87	2.85	2.33
85.25	2.02	2.86
83.58	1.51	3.57

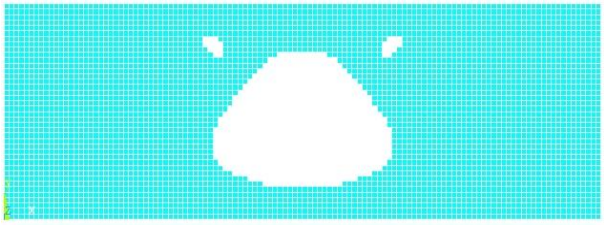

Fig. 9 The final topology of the stiffness-frequency reliability based topology optimization

شکل 9 توپولوژی نهایی برای بهینه‌سازی توپولوژی براساس قابلیت اطمینان سختی-فرکانس

کمینه‌سازی: V

با قیود: $\beta_1(g_i \geq 0) \geq \beta_{\text{target}}$

$$g_1 = \delta_{\text{all}} - \delta \geq 0$$
$$g_2 = \omega_1 - \omega_{\text{all}} \geq 0 \tag{26}$$

براساس جدول 2 معیار اطمینان اول مربوط به قید تغییر مکان ماکزیمم با کاهش حجم کاهش و معیار اطمینان دوم مربوط به قید فرکانس با کاهش حجم افزایش می‌یابد در حجم 85.25% هردو مقدار بزرگ‌تر از 2 و در حدود 7% بیشتر از بهینه‌سازی توپولوژی قطعی است. شکل 9 توپولوژی بهینه‌سازی توپولوژی براساس قابلیت اطمینان را نشان می‌دهد.

6- نتیجه‌گیری

در این مقاله بهینه‌سازی توپولوژی براساس قابلیت اطمینان و بهینه‌سازی توپولوژی قطعی براساس بهینه‌سازی دو جهتی تکاملی سازه‌ها با استفاده از تکنیک بهینه‌سازی توپولوژی چندهدفه مورد استفاده قرار گرفت. به‌طور کلی از این مطالعه می‌توان نتایج زیر را استنتاج کرد.

1. گاهی در بهینه‌سازی فرکانس امکان دارد سازه‌ای با سختی کم یا برعکس در بهینه‌سازی سختی، سازه‌ای با فرکانس پایین تولید شود.
2. بهینه‌سازی توپولوژی براساس قابلیت اطمینان با استفاده از بهینه‌سازی دو جهتی تکاملی سازه‌ها توانایی حل مسائل بهینه‌سازی چند هدفه برای فرکانس و سختی را دارد.
3. حجم نهایی توپولوژی به‌دست‌آمده از بهینه‌سازی توپولوژی براساس قابلیت اطمینان برای برقراری قابلیت اطمینان کمی بیشتر از بهینه‌سازی توپولوژی قطعی است.

7- مراجع

[1] Y. M. Xie, G. P. Steven, A simple evolutionary procedure for structural optimization, *Computers & Structures*, Vol. 49, No. 5, pp. 885-896, 1993.
[2] X. Y. Yang, Y. M. Xei, G. P. Steven, O. M. Querin, Bidirectional evolutionary method for stiffness optimization, *AIAA*, Vol. 37, No. 11, pp. 1483-1488, 1999.
[3] X. Huang, Y. M. Xie, Convergent and mesh-independent solutions for the bi-directional evolutionary structural optimization method, *Finite Element in Analysis And Design*, Vol. 43, No. 14, pp. 1039-1049, 2007.
[4] M. Mashayekhi, E. Salajegheh, J. Salajegheh, M. J. Fadaee, Reliability-based topology optimization of double layer grids using a two-stage optimization method, *Structural and Multidisciplinary Optimization*, Vol. 45, No. 6, pp. 815-833, 2012.
[5] J. Patel, S.-K. Choi, Classification approach for reliability-based topology optimization using probabilistic neural networks, *Structural and Multidisciplinary Optimization*, Vol. 45, No. 4, pp. 529-543, 2012.
[6] G. Kharmanda, N. Olhoff, A. Mohamed, M. Lemaire Reliability-based topology optimization, *Structural and Multidisciplinary Optimization*, Vol. 26, No. 5, pp. 295-307, 2004.
[7] S. R. Kim, W. G. Lee, J. Y. Park, J. S. Yu, S. Y. Han, Reliability-based topology optimization using reliability index approach, Proceeding of SPIE, *The International Society for Optical Engineering*, Vol. 7375, paper 73752W, pp.1-6, 2009.
[8] K.-S. Yoo, Y.-S. Eom, J.-Y. Park, M.-G. Im, S.-Y. Han, Reliability-based topology optimization using successive standard response surface method, *Finite Element in Analysis And Design*, Vol. 47, No. 7, pp. 843-849, 2011.
[9] X. Huang, Z. H. Zuo, Y. M. Xie, Evolutionary topological optimization of vibrating continuum structures for natural frequencies, *Computers & Structures*, Vol. 88, No. 5–6, pp. 357-364, 2010.
[10] K.-H. Cho, J.-Y. Park, S.-P. Ryu, J.-Y. Park, S.-Y. Han, Reliability-based topology optimization based on bidirectional evolutionary structural optimization using multi-objective sensitivity numbers *Automotive Technology*, Vol. 12, No. 6, pp. 849-856, 2011.
[11] X. Huang, Y. M. Xie, Bi-directional Evolutionary Structural Optimization Method, in: *Evolutionary Topology Optimization of Continuum Structures*, Eds., pp. 17-38, United Kingdom: John Wiley & Sons, Ltd, 2010.
[12] R. E. Roberson, Synthesis of a nonlinear dynamic vibration absorber, *the Franklin Institute*, Vol. 254, No. 3, pp. 205-220, 1952.
[13] X. Du, *First Order and Second Reliability Methods*, in: *Probabilistic Engineering Design*, Chapter 7, pp. 1-33, United States: Missouri, 2005.

[Downloaded from mme.modares.ac.ir on 2024-04-26]
[DOR: 20.1001.1.10275940.1396.17.4.48.4]