



## مطالعه تجربی و ارائه مدل تحلیلی برای پاسخ غیر الاستیک ورق‌های مستطیلی تحت بارگذاری هیدرودینامیکی

هاشم بابایی<sup>1\*</sup>، توحید میرزابابایی مستوفی<sup>2</sup>، مجید علی طاولی<sup>3</sup>

1- استادیار، مهندسی مکانیک، دانشگاه گیلان، رشت

2- دانشجوی دکتری، مهندسی مکانیک، دانشگاه گیلان، رشت

3- دانشیار، مهندسی مکانیک، دانشگاه گیلان، رشت

\* رشت، صندوق پستی 3756-41635، ghababaei@guilan.ac.ir

### چکیده

### اطلاعات مقاله

مقاله پژوهشی کامل

دریافت: 01 بهمن 1393

پذیرش: 26 بهمن 1393

ارائه در سایت: 16 اسفند 1393

کلید واژگان:

تغییر شکل غیر الاستیک

چکش پرتابه‌ای

روش انرژی

روش لولای پلاستیک

ورق مستطیلی

هدف از این مقاله، مطالعه تجربی و تحلیلی تغییر شکل غیر الاستیک ورق‌های مستطیلی کاملاً گیردار تحت بارگذاری هیدرودینامیکی با نرخ پایین توسط سامانه چکش پرتابه‌ای است. در بخش تحلیلی، مدل‌هایی برای پیش‌بینی خیز مرکز ورق با استفاده از دو روش لولای پلاستیک و انرژی ارائه می‌شود. در روش لولای پلاستیک فرض می‌شود که ورق استفاده‌شده در بررسی‌های تجربی شامل یک لولای مرکزی و 4 لولای غیر مرکزی در داخل و همچنین 4 لولا برای شرایط تکیه‌گاهی کاملاً گیردار باشد. اما در روش انرژی، مدل ارائه‌شده با ضمن فرض پروفیل تغییر شکل در سه راستا، اثرات کرنش غشایی و خمشی و همچنین نرخ کرنش همزمان لحاظ شده است. بدین منظور در بخش تجربی، برای اعتبار سنجی نتایج به‌دست‌آمده از مدل‌های تحلیلی ارائه‌شده و همچنین بررسی رفتار مکانیکی مواد مختلف نسبت به بار ضربه‌ای واردشده، آزمایش‌هایی بر روی ورق‌های مستطیلی با ضخامت، جنس و همچنین سطوح انرژی متفاوت انجام می‌شود. از مقایسه نتایج تحلیلی و تجربی مشاهده می‌شود که نتایج تحلیلی صحت قابل قبولی را دارا هستند بنابراین استفاده از مدل‌های تحلیلی ارائه‌شده برای پیش‌بینی خیز مرکز ورق مستطیلی تحت بارگذاری هیدرودینامیکی مطلوب است.

## Experimental Study and Analytical Modeling for Inelastic Response of Rectangular Plates under Hydrodynamic Loads

Hashem Babaei\*, Tohid Mizababaie Mostofi, Majid Alitavoli

Department of Mechanical Engineering, University of Guilan, Rasht, Iran

\* P.O.B. 3756-41635 Rasht, Iran, ghababaei@guilan.ac.ir

### ARTICLE INFORMATION

Original Research Paper  
Received 21 January 2015  
Accepted 15 February 2015  
Available Online 07 March 2015

#### Keywords:

Inelastic Deformation  
Drop hammer  
Energy Method  
Plastic Hinge Line Method  
Rectangular Plate

### ABSTRACT

The main aim of this paper is to perform analytical and experimental study on the inelastic deformation of fully clamped rectangular plates under the low rate hydrodynamic loading with drop-hammer. In the analytic section, some models are presented for predicting the mid-point deflection by two methods, namely the plastic hinge and energy method. Through the plastic hinge method, it is assumed that the used plate in the experimental analysis consists of a central and four decentralized hinges inside, and also four hinges for fully clamped supported conditions; while in the energy method the proposed model assumes the deformation in three directions, membranes and bending strains. Besides, the deformation profile and also the strain rate are assumed. To do this, in experimental section, some experiments were conducted on rectangular plates with different thicknesses, materials and levels of energy in order to validate the obtained analytic results and also survey the mechanical behavior of materials according to impacts. By comparing analytic and experimental results, it is obvious that they have sufficient accuracy, therefore using the presented analytic models is desired for predicting the mid-point deflection of rectangular plates under the hydrodynamic loading.

### 1 - مقدمه

روش‌های مختلف شکل‌دهی را می‌توان به دو روش کلی سنتی و غیر سنتی تقسیم کرد. روش‌های غیر سنتی، فرآیندهای شکل‌دهی فلزات در سرعت پایین، متوسط و بالا هستند. عمده‌ترین مزیت این روش‌ها، قابلیت آنها برای شکل‌دهی قطعات یکپارچه بسیار پیچیده، تنها در یک مرحله کاری است درحالی‌که تولید چنین قطعاتی با روش‌های سنتی تولید، ممکن است در چند

### مرحله انجام شود.

در فرآیندهای شکل‌دهی با سرعت بالا، نحوه شکل‌دهی بدین‌صورت است که در زمان بسیار کوتاه، انرژی زیادی آزادشده و قطعه به سرعت و شتاب بالایی می‌رسد. این عمل باعث می‌شود تا به قطعه فشار زیادی وارد شود [1-4]. از کارهای انجام‌شده در این زمینه می‌توان به تحقیقات ژاکوب اشاره کرد که در مورد تغییر شکل غیر الاستیک ورق‌ها تحت بارگذاری انفجاری انجام

Please cite this article using:

H. Babaei, T. Mirzababaie Mostofi, M. Alitavoli, Experimental Study and Analytical Modeling for Inelastic Response of Rectangular Plates under Hydrodynamic Loads, *Modares Mechanical Engineering*, Vol. 15, No. 4, pp. 361-368, 2015 (In Persian)

برای ارجاع به این مقاله از عبارت ذیل استفاده نمایید:

H. Babaei, T. Mirzababaie Mostofi, M. Alitavoli, Experimental Study and Analytical Modeling for Inelastic Response of Rectangular Plates under Hydrodynamic Loads, *Modares Mechanical Engineering*, Vol. 15, No. 4, pp. 361-368, 2015 (In Persian)

داد. او با استفاده از روابط ریاضی که توسط خودش مطرح گردیده بود، توانست مدلی را جهت خیز ورق‌های مربعی ارائه دهد. در مدل او اثری از ایمپالس دیده نمی‌شود و به جای ایمپالس محاسباتش را بر اساس سرعت قرار داده است. سرعت در محاسبات او از تقسیم انتگرال فشار-زمان بر جرم واحد سطح به دست می‌آید که فشار نیز از روابط تئوری محاسبه می‌گردد. مدل او دربرگیرنده نیروهای غشایی و گشتاورهای خمشی بود. او همچنین پارامتر انرژی جنبشی بدون بعد را برای بارگذاری به وسیله ضربه زننده ارائه کرد [5]. در فرآیندهای شکل‌دهی با سرعت پایین، دستگاه چکش پرتابه‌ای یکی از سامانه‌های پرکاربرد در این زمینه است که از آن برای شکل‌دهی ورق، تراکم پودر و جاذب‌های انرژی استفاده می‌شود. در این سامانه، با به‌کارگیری انرژی حاصل از منابعی که می‌تواند باعث رهاسازی چکش شود، شکل‌دهی صورت می‌گیرد. به‌عبارت‌دیگر در یک فرآیند کنترل‌شده فشار ناشی از موج ضربه بر روی قطعه کار منتقل می‌گردد. یکی از نکات قابل توجه در استفاده از این سامانه، استفاده از سیال واسط است که این امکان را به کاربر می‌دهد تا شکلی متقارن به دلیل توزیع یکنواخت فشار را داشته باشد.

## 2-2- نمونه‌های آزمایشی

نمونه ورق‌های مورد آزمایش از جنس فولاد نرم و آلیاژ آلومینیم در ضخامت‌های متفاوت 1، 2 و 3 میلی‌متر است. در ابتدا نمونه ورق‌ها به‌صورت مستطیلی در ابعاد  $31 \times 26$  سانتی‌متر برش زده شده‌اند. مطابق شکل 2، ورق‌های برش خورده جهت نصب در ورق گیرهای جلو و عقبی و همچنین مهار آن، سوراخ‌کاری شده‌است. سپس نمونه‌ها میان دو صفحه فولادی به ابعاد  $31 \times 26$  سانتی‌متر و با ضخامت 20 میلی‌متر قرار داده شده و به وسیله پیچ‌هایی که در پیرامون این صفحات تعبیه شده‌اند، مهار شده است. شایان‌ذکر است که ورق گیر جلو به حوضچه‌ای به ابعاد  $20 \times 15$  سانتی‌متر و سیلندری کاملاً صیقلی به قطر داخلی 12 سانتی‌متر به‌صورت یکپارچه جوش داده شده است.

در وسط صفحه پایینی، سوراخی به ابعاد  $20 \times 15$  سانتی‌متر ایجاد شده است. این سوراخ‌ها برای اعمال بار هیدرودینامیکی روی ورق و در صفحه پایینی شکل‌گیری ورق است. مطابق شکل 3، در میانه و کف سیلندر، به ترتیب سوراخی جهت هواگیری و نصب حس‌گر فشار قرار گرفته است. شایان‌ذکر است که حس‌گر فشار استفاده شده به شکل استوانه‌ای، قطر 16 و ارتفاع 33 میلی‌متر است که قابلیت کار در محیط سیال و گاز را داراست. جداره این حس‌گر دارای رزه‌ای است که برای استفاده باید جداره سیلندر را در انتهای‌ترین قسمت قلاویز کرد و این حس‌گر را در آن قسمت قرارداد.



شکل 1 دستگاه چکش پرتابه‌ای [8]

یکی از تحقیقات انجام شده در زمینه شکل‌دهی ورق با استفاده از سامانه چکش پرتابه‌ای، مربوط به قسمتی از کار کیراک و همکارانش است که در آن به بررسی تغییر شکل پلاستیک ورق مسی با استفاده از موج فشار ایجاد شده در یک لوله آلومینیومی به طول 1/3 متری با قطر داخلی 32 میلیمتر توسط پیستون رهاشده با سرعت اولیه 22/94 متر بر ثانیه و میانگین جرم بر واحد سطح 74/1 کیلوگرم بر مترمربع پرداخته شده است [6].

نمونه‌های دیگر از آزمایش‌های انجام شده در زمینه شکل‌دهی با آب مربوط به کار کوسینگ و اسکویوس است که به بررسی شکل‌دهی با سرعت بالای ورق‌های دایروی با استفاده از دستگاه شاک تیوب پرداخته است. در شکل‌دهی با این سامانه که محتوی آب است، از انرژی پتانسیل هوای فشرده شده در لوله استفاده می‌شود. در این روش، با باز شدن دیافراگم پلاستیکی، انرژی پتانسیل ناشی از هوای فشرده شده به انرژی جنبشی برای حرکت بسیار سریع پیستون تبدیل می‌شود. همچنین با وارد شدن ضربه ناشی از حرکت پیستون بر سطح آب، انرژی جنبشی پیستون به فشار هیدرودینامیکی تبدیل می‌شود. قسمت تحلیلی این مطالعه با روش انرژی انجام گرفته است که در نهایت یک معادله برای محاسبه خیز مرکز ورق به دست آمده است. در این تحلیل به دلیل در نظر گرفتن هندسه تقریبی و همچنین وارد نکردن تأثیر غیرقابل چشم‌پوشی نرخ کرنش در معادلات انرژی، ضعیفی بسیار عمیق دیده می‌شود [7].

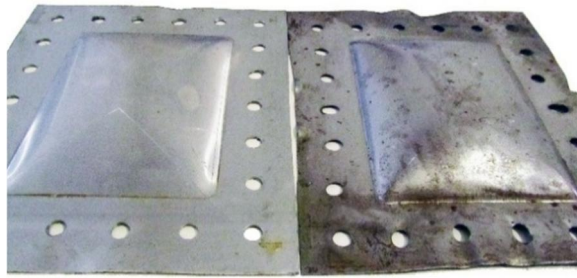
از جدیدترین تحقیقات انجام شده با سامانه چکش پرتابه‌ای می‌توان به تحقیق بابایی و همکارانش اشاره کرد. در این تحقیق به بررسی تجربی و تحلیلی تغییر شکل پلاستیک ورق‌های دایروی تحت بارگذاری هیدرودینامیکی پرداخته شده است که در قسمت تحلیلی با استفاده از روش انرژی یک رابطه برای حداکثر خیز مرکز ورق ارائه شده است [8].

در این مقاله روش شکل‌دهی با نرخ انرژی پایین با دستگاه چکش پرتابه‌ای به‌صورت تجربی و تحلیلی مورد بررسی قرار گرفته است. در بخش تحلیلی، با استفاده از دو روش لولای پلاستیک و انرژی، مدلی برای پیش‌بینی خیز مرکز ورق مستطیلی تحت بار هیدرودینامیکی ارائه شده است.

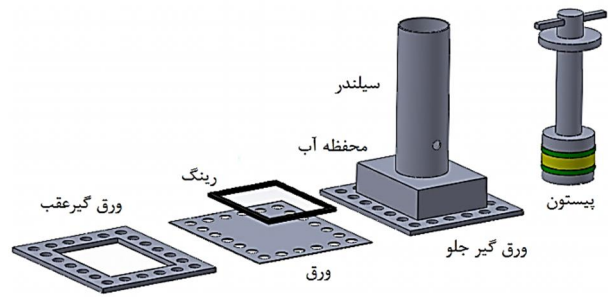
## 2- بررسی تجربی

### 2-1- سامانه چکش پرتابه‌ای

یکی از سامانه‌های به‌کاررفته جهت شکل‌دهی ورق با سرعت پایین،



شکل 4 نمونه‌هایی از تغییر شکل ورق مستطیلی تحت بارگذاری هیدرودینامیکی



شکل 2 شماتیک اجزای سامانه شکل‌دهی

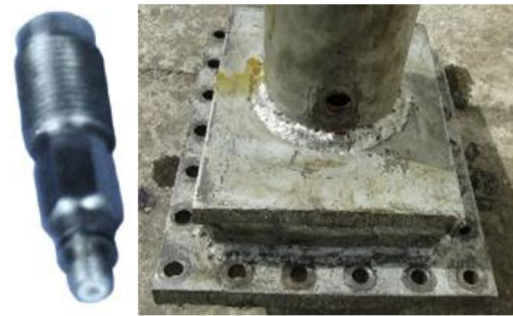
جدول 1 خواص مکانیکی مواد استفاده شده

ماده	میانگین تنش نهایی (MPa)	میانگین تنش تسلیم استاتیکی (MPa)	چگالی (kg/m <sup>3</sup> )	مدول الاستیسیته (GPa)	ضریب پواسون
فولاد	476	289	7850	210	0/3
آلومینیوم	153	126	2700	70	0/33

جدول 2 مشخصات و نتایج آزمایش‌های انجام شده

شماره آزمایش	جنس ورق	ضخامت ورق (mm)	وزنه حداکثر فشار وارده خیز مرکز ورق (mm)	ارتفاع وزنه حداکثر فشار وارده خیز مرکز ورق (cm)	مقدار تنش (Mpa)
1	فولاد	1	220	280	16/36
2	فولاد	1	200	250	14/92
3	فولاد	1	230	250	14/73
4	فولاد	2	350	250	14/46
5	فولاد	2	190	225	13/90
6	فولاد	2	230	225	13/85
7	فولاد	1	330	225	13/69
8	فولاد	1	180	200	12/88
9	فولاد	1	220	200	12/73
10	فولاد	2	310	200	12/61
11	فولاد	2	150	170	11/83
12	فولاد	2	180	170	11/69
13	فولاد	3	280	170	11/52
14	فولاد	3	180	150	10/88
15	فولاد	3	260	150	10/76
16	آلومینیوم	1	260	40	4/14
17	آلومینیوم	2	140	40	4/20
18	آلومینیوم	2	170	50	4/77
19	آلومینیوم	1	240	35	4/01
20	آلومینیوم	2	220	70	5/60
21	آلومینیوم	1	210	25	3/42
22	آلومینیوم	2	180	60	5/37
23	آلومینیوم	1	140	15	2/56
24	آلومینیوم	2	100	30	3/66
25	آلومینیوم	1	170	20	3/01

در جدول 2 کلیه مشخصات و نتایج آزمایش‌های انجام شده روی ورق‌های فولادی و آلومینیومی آمده است. با توجه به جدول 2، مقادیر حداکثر فشار از طریق حس گر فشار و با کمک داده‌پرداز دینامیکی آزمایشگاه ثبت گردیده است. در شکل 5 نمودار فشار-زمان برای یک نمونه آزمایشی نشان داده شده است. از نمودار ارائه شده مشخص است، با توجه به اینکه فرآیند انجام گرفته از دسته فرآیندهای شکل‌دهی با سرعت پایین است، فشار هیدرودینامیکی در بازه میلی ثانیه به ورق وارد می‌شود.



شکل 3 محل قرارگیری و شکل ظاهری حس گر فشار

پس از بستن صفحات بالایی و پایینی، در داخل سلیندر، آب تا ارتفاع بیش از محل قرارگیری شیر تخلیه هوا ریخته می‌شود و سپس با قرار دادن پیستون و فشار دادن آن به سمت پایین، تخلیه هوا صورت گرفته و سامانه آماده برخورد چکشی که از ارتفاع معین پرتاب می‌شود، است. در شکل 3، محل قرارگیری و شکل ظاهری حس گر فشار به ترتیب از راست به چپ نشان داده شده است.

### 3-2- خواص مکانیکی مواد

خواص مکانیکی ورق‌های فولادی و آلومینیومی بکار رفته در بررسی‌های تجربی از طریق آزمایش کشش تک‌محوره بر روی این مواد به دست آمده است. بدین منظور نمونه‌هایی در سه راستای افقی، عمودی و اریب بریده شده است و با دو سرعت 2 و 5 میلی متر بر دقیقه تحت آزمایش کشش برای به دست آوردن مقادیر تنش تسلیم و نهایی استاتیکی قرار گرفته است. شایان ذکر است که آزمون کشش بر روی ورق‌های بریده شده برای تعیین نمودار تنش کرنش مطابق با استاندارد ASTM-E8 صورت گرفته است. نتایج این آزمایش در جدول 1 ارائه شده است [8].

### 4-2- نتایج آزمایش‌ها

در این قسمت، نتایج به دست آمده از آزمایش‌های انجام گرفته، بیانگر حداکثر خیز و همچنین حداکثر فشار اعمال شده به ورق‌های فولادی و آلومینیومی تحت بارگذاری هیدرودینامیکی توسط سامانه چکش پرتابه‌ای است که در آن اثر تغییرات جنس، ضخامت ورق و نیز تغییرات شرایط بارگذاری با توجه به تغییرات ارتفاع چکش پرتاب شده در نظر گرفته شده است. تغییر ارتفاع چکش پرتاب شده موجب افزایش انرژی انتقالی به ورق و به تبع آن تغییر نرخ سرعت تغییر شکل می‌شود. انرژی تولید شده در این فرآیند با صرف نظر از اصطکاک از رابطه (1) به دست می‌آید:

$$U = mgh \quad (1)$$

که در آن  $m$  جرم چکش و  $h$  ارتفاع چکش نسبت به ورق قبل از سقوط آزاد است. در شکل 4 نمونه‌ای از تغییر شکل پلاستیک ورق‌های مستطیلی تحت بارگذاری هیدرودینامیکی با دستگاه چکش پرتابه‌ای نشان داده شده است. در تصاویر نشان داده شده هیچ‌گونه آثار تخریب ناشی از بارگذاری دیده نمی‌شود.

### 3- ارائه مدل تحلیلی برای تغییر شکل غیر الاستیک ورق‌های مستطیلی تحت بارگذاری هیدرودینامیکی

#### 1-1- روش لولای پلاستیک

در این بخش، مدل تحلیلی برای پیش‌بینی تغییر شکل ورق‌های مستطیلی تحت بارگذاری هیدرودینامیکی با استفاده از روش لولای پلاستیک ارائه می‌شود.

در تغییر شکل غیر الاستیک ناشی از فشار هیدرودینامیکی برای ورق‌های مستطیلی، با استفاده از روش جونز و با توجه به نتایج حاصل از آزمایش‌های تجربی انجام‌شده در این مقاله، لولاهای پلاستیک به‌صورت شکل 7 در نظر گرفته می‌شوند که شامل یک لولای مرکزی و چهار لولای غیر مرکزی که از هر گوشه به سمت لولای مرکزی گسترش یافته، است [9-12]. همان‌طور که از شکل 7 مشخص است، الگوی ارائه‌شده دارای تقارن است. با در نظر گرفتن ربع سمت راست بالایی به‌عنوان مرجع، تغییر شکل‌های نواحی کناری ورق به‌صورت معادله (2) و (3) است:

$$\omega_I = W \left( 1 - \frac{2x'}{b \tan \phi} \right) \quad (2)$$

$$\omega_{II} = W \left( 1 - \frac{2y}{b} \right) \quad (3)$$

که  $W$  حداکثر خیز ورق،  $\phi$  زاویه‌ی یک لولای غیر مرکزی اعمال‌شده به صفحه و  $x'$  مختصات مرجع انتهایی لولای پلاستیک مرکزی است.

با فرض کوچک بودن نسبت  $\phi$  به  $W$ ، سرعت و شتاب‌های دو ناحیه کناری می‌توانند به‌سادگی با جایگذاری  $\dot{W}$  یا  $\ddot{W}$  به‌جای  $W$  در معادلات (2) و (3) تقریب زده شوند. به علاوه، با استفاده از هندسه و با فرض اینکه  $W < b/6$ ، سرعت‌های زاویه‌ای نواحی I و II و لولای غیر مرکزی به ترتیب توسط معادلات (4-6) حاصل شوند:

$$\theta_1 = \frac{2W}{b \tan \phi} \quad (4)$$

$$\theta_2 = \frac{2W}{b} \quad (5)$$

$$\theta_3 = \frac{2W}{b \sin \phi} \quad (6)$$

با در نظر گرفتن اثر دینامیکی فشار واردشده به ورق و برقراری رابطه تبادل انرژی در آن معادله (7) حاصل می‌شود:

$$\int (P - \mu \dot{\omega}) \dot{\omega} dA = \sum_{m=1}^r \int (M + N\omega) \dot{\theta}_m dl_m \quad (7)$$

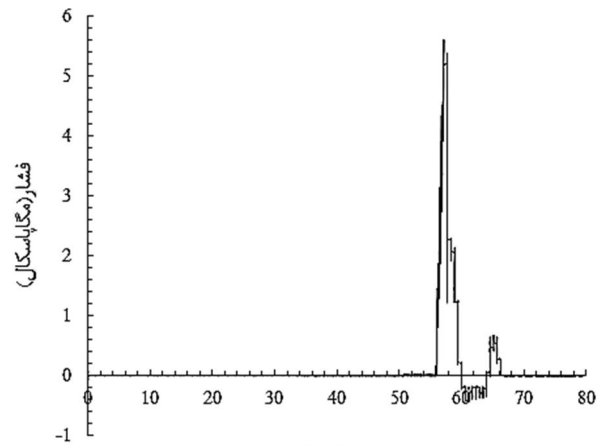
که در آن  $P$  فشار خارجی وارد بر سطح،  $\mu$  جرم ورق به ازای مساحت واحد و  $\omega$  تغییر شکل عرضی در طول یکی از لولای پلاستیک به طول  $l_m$  است. به‌علاوه  $M$ ،  $N$  و  $\theta_m$  به ترتیب گشتاورهای خمشی، نیروی غشایی به ازای واحد طول و سرعت زاویه‌ای نسبی در طول لولای  $m$ ام است. سمت چپ معادله (7) یک تعادل میان نرخ کارهای داخلی و خارجی است، درحالی‌که معادله سمت راست انرژی تلف‌شده داخلی در طول لولاهای است.

با ارزیابی عبارت‌های سمت چپ و راست معادله (7)، در معادلات (8) و (9) داریم:

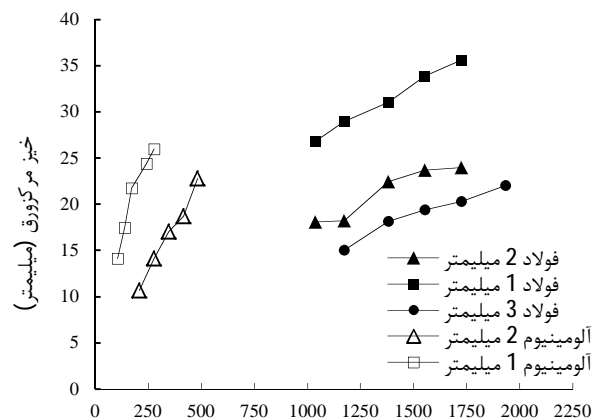
$$\int (P - \mu \dot{\omega}) \dot{\omega} dA = \frac{1}{2} P b \dot{W} \left( a - \frac{1}{3} b \tan \phi \right) - \frac{1}{3} \mu b \dot{W} \dot{W} \left( a - \frac{1}{2} b \tan \phi \right) \quad (8)$$

$$E_{diss} = \sum_{m=1}^r \int (M + N\omega) \dot{\theta}_m dl_m = \sum_{m=1}^r \int 4 M_0 \frac{\omega}{h} \dot{\theta}_m dl_m \quad (9)$$

لازم به توضیح است که در معادله (9) با توجه به اینکه نیروهای غشایی، قسمت‌هایی از ورق را که در آنجا خیز از مقدار بحرانی خود تجاوز کرده، تحت تأثیر قرار داده است، بنابراین در این قسمت‌های تغییر شکل یافته،  $M = 0$  و

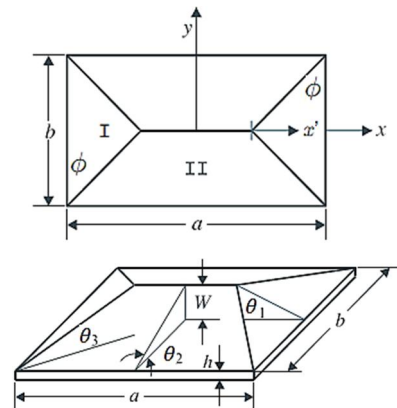


شکل 5 نمونه‌ای از نمودار فشار-زمان ثبت‌شده



انرژی انتقالی تغییر شکل ورق (ژول)

شکل 6 نمودار تغییرات خیز مرکز ورق نسبت به انرژی انتقالی



شکل 7 الگوی تغییر شکل غیر الاستیک (نمای بالا و نمای ایزومتریک)

در شکل 6 نمودار تغییرات خیز مرکز ورق برحسب انرژی منتقل‌شده از سامانه نشان داده‌شده است. در این نمودار خیز مرکز ورق‌ها برحسب انرژی در ضخامت‌های متفاوت برای دو جنس مختلف فولاد و آلومینیوم به‌صورت تفکیک‌شده و متمایز ترسیم‌شده است. مطابق این نمودار، تأثیر جنس و ضخامت ورق بر میزان تغییر شکل کاملاً مشهود است و با افزایش انرژی انتقالی و همچنین کاهش ضخامت ورق، مقادیر خیز مرکز ورق افزایش می‌یابند. شب تغییرات مقادیر خیز مرکز ورق در ورق‌های فولادی نسبت به ورق‌های آلومینیومی به دلیل پایین‌تر بودن تنش جریان متوسط آلومینیوم نسبت به فولاد است.

معادله (21) اصلاح می‌شود:

$$\ddot{W} + \frac{24}{\beta} \frac{\sigma_y h (1 + \xi)}{\rho b^2 \left(\frac{2}{\beta} - 1\right)} \frac{W}{h} + 8 \frac{\sigma_y h (1 + \xi)}{\rho b^2 \left(\frac{2}{\beta} - 1\right)} \frac{h}{W} = \frac{P(t)}{\rho h} \left(1 + \frac{1}{2 - \beta}\right) \quad (19)$$

$$\eta = \frac{\sigma_y h (1 + \xi)}{\rho b^2 \left(\frac{2}{\beta} - 1\right)} \quad (20)$$

$$\ddot{W} + \frac{24}{\beta} \eta \frac{W}{h} + 8\eta \frac{h}{W} = \frac{P(t)}{\rho h} \left(1 + \frac{1}{2 - \beta}\right) \quad (21)$$

برای حل عددی معادله (21) از روش رانگ-کوتا مرتبه چهارم استفاده شده است.

### 3-2- روش انرژی

در این قسمت، مدل تحلیلی برای پیش‌بینی تغییر شکل ورق‌های مستطیلی کاملاً گیردار تحت بارگذاری هیدرودینامیکی با استفاده از روش انرژی ارائه می‌شود. فرضیات اعمال شده برای تعیین مدل‌های تحلیلی بر اساس نتایج حاصل از آزمایش‌های تجربی انجام شده در این مقاله است.

در تغییر شکل غیر الاستیک ناشی از بارگذاری هیدرودینامیکی، تابع مفروض گستره تغییر شکل ورق دوکی شکل نبوده و بیشتر به صورت گنبدی یا پوسته کروی ناقص است. با مقایسه نتایج و بررسی‌های انجام شده بر روی آزمایش‌ها، معادلات (22-24) بهترین تقریب برای تابع مفروض گستره تغییر شکل ورق مستطیلی در راستای عمود بر صفحه ورق است [14,15].

$$u = C \sin\left(\frac{\pi x}{a}\right) \cos\left(\frac{\pi y}{2b}\right) \quad (22)$$

$$v = C \sin\left(\frac{\pi y}{b}\right) \cos\left(\frac{\pi x}{2a}\right) \quad (23)$$

$$w = W_0 \cos\left(\frac{\pi x}{2a}\right) \cos\left(\frac{\pi y}{2b}\right) \quad (24)$$

که در آن  $u$ ،  $v$  و  $w$  تابع جابجایی،  $W_0$  مقدار خیر مرکز ورق و  $C$  ضریبی مجهول است که در ادامه به بررسی آن پرداخته شده است. روابط عمومی کرنش-تغییر مکان صفحه میانی ناشی از خمش و کشیدگی ورق یا همان کرنش‌های غشایی با معادلات (25-27) به دست می‌آیند:

$$\varepsilon_{xx}^m = \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{1}{2} \left(\frac{\partial w}{\partial x}\right)^2 \quad (25)$$

$$\varepsilon_{yy}^m = \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{1}{2} \left(\frac{\partial w}{\partial y}\right)^2 \quad (26)$$

$$\gamma_{xy}^m = \frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x} + \frac{\partial w}{\partial x} \frac{\partial w}{\partial y} \quad (27)$$

حال با به دست آوردن انرژی کرنش غشایی با استفاده از رابطه (28) و مینیمم کردن آن در معادله (29)، با توجه به رابطه (30) مقدار  $C$  به دست می‌آید:

$$U_m = \frac{Eh}{2(1-\nu^2)} \int \int \left( (\varepsilon_{xx}^m)^2 + (\varepsilon_{yy}^m)^2 + 2\nu\varepsilon_{xx}^m\varepsilon_{yy}^m + \frac{1-\nu}{2} (\gamma_{xy}^m)^2 \right) dx dy \quad (28)$$

$$\frac{\partial U_m}{\partial C} = 0 \quad (29)$$

$$C = \alpha W_0^2 \quad (30)$$

که در معادلات فوق  $\nu$  ضریب پواسون،  $E$  مدول الاستیسیته و مقدار  $\alpha$  از رابطه (31) به دست می‌آید:

$$\alpha = \frac{3(a+b)\pi^2[4(a^2+b^2)-3ab(1+\nu)]}{ab[9\pi^2(a^2+b^2)(\nu-9)-128ab(1+\nu)]} \quad (31)$$

کار پلاستیک انجام شده در حین تغییر شکل ورق از رابطه (32) قابل محاسبه است [16]:

$$W_p = 4\sigma_D h \int_0^a \int_0^b \left( \varepsilon_{xx}^m + \varepsilon_{yy}^m + \frac{2\gamma_{xy}^m}{\sqrt{3}} \right) dx dy \quad (32)$$

حال با جایگذاری معادلات (25)، (26)، (27) و (30) در معادله (32) و تعریف

$N$  مقدار کاملاً پلاستیک خود را می‌پذیرد و معادله (9) نتیجه می‌شود که در آن رابطه گشتاور خمشی با نیروی غشایی پلاستیک کامل به صورت معادله (10) است.

$$N_0 = \sigma_D h = \frac{4\sigma_D h^2}{h} = \frac{4M_0}{h} \quad (10)$$

برای ناحیه‌هایی که در آن خیز ورق غیر بحرانی است، قانون سیلان به صورت معادله (11) است:

$$\frac{M}{M_0} + \left(\frac{N}{N_0}\right)^2 = 1 \quad (11)$$

با استفاده از معادلات (4)، (5)، (6)، (10) و (11)، نرخ انرژی تلف شده را می‌توان به ازای پنج لولای پلاستیک داخلی و چهار لولای پلاستیک تکیه‌گاهی محاسبه نمود. با مساوی قرار دادن نرخ‌های اتلاف انرژی در طول لولاهای پلاستیک با نرخ‌های کار داخلی و خارجی (معادله 7) و با فرض اینکه  $45 = \phi$  معادله حاکم، به صورت معادله (12) حاصل می‌شود:

$$\mu \left(\frac{2a-b}{3a-b}\right) \ddot{W} + \left(\frac{96M_0}{b^2\left(3-\frac{b}{a}\right)h}\right) W + \left(\frac{32M_0h}{b^2\left(\frac{3a}{b}-1\right)}\right) \frac{1}{W} = P(t) \quad (12)$$

با توجه به اینکه در فرآیند شکل‌دهی انجام شده تأثیر نرخ کرنش بسیار حائز اهمیت است، بنابراین از رابطه کوپر-سایموند برای محاسبه تنش دینامیکی استفاده شده است که به صورت معادله (13) است [1,2]:

$$\sigma_a = \sigma_y \left[1 + \left(\frac{\dot{\varepsilon}_m}{D}\right)^{\frac{1}{q}}\right] \quad (13)$$

در معادله (13)،  $\sigma_a$  تنش تسلیم دینامیکی با در نظر گرفتن نرخ کرنش متوسط پلاستیک،  $\dot{\varepsilon}_m$  نرخ کرنش پلاستیک و  $\sigma_y$  تنش تسلیم استاتیکی است. همچنین در این رابطه،  $D$  پارامتر ویسکوزیته و  $q$  پارامتر سخت‌شوندگی کرنشی است که مقادیر آن‌ها به ترتیب برای فولاد 40/4 و 5 و برای آلومینیوم 6500 و 4 است.

مقدار نرخ کرنش برای ورق مستطیلی با استفاده از تحقیقات شن به صورت معادله (14) تقریب زده شده است [13]:

$$\dot{\varepsilon}_m = \frac{WV_0}{3\sqrt{2}LB} \quad (14)$$

که در معادله بالا مقادیر  $L$  و  $B$  به ترتیب برابر با نصف طول و عرض ورق فرض شده در شماتیک مسئله هستند. با جای گذاری معادله (14) در (13)، معادله (15) حاصل می‌شود:

$$\sigma_a = \sigma_y \left[1 + \left(\frac{WV_0}{3\sqrt{2}LBD}\right)^{\frac{1}{q}}\right] \quad (15)$$

با ساده‌سازی‌های انجام شده و با تعریف پارامتر  $\xi$  در معادله (17)، رابطه (15) به صورت معادله (16) اصلاح می‌شود:

$$\sigma_a = \sigma_y \left[1 + \xi \left(\frac{W}{h}\right)^{\frac{1}{q}}\right] \quad (16)$$

$$\xi = \left(\frac{V_0 h}{3\sqrt{2}LBD}\right)^{\frac{1}{q}} \quad (17)$$

با جای گذاری معادله (16) در (12) و فرض  $\beta = b/a$  در معادله (18) داریم:

$$\begin{aligned} \ddot{W} + \frac{24}{\beta} \frac{\sigma_y h}{\rho b^2 \left(\frac{2}{\beta} - 1\right)} \left[\frac{W}{h} + \xi \left(\frac{W}{h}\right)^{1+\frac{1}{q}}\right] \\ + 8 \frac{\sigma_y h}{\rho b^2 \left(\frac{2}{\beta} - 1\right)} \left[\frac{h}{W} + \xi \left(\frac{h}{W}\right)^{1-\frac{1}{q}}\right] \\ = \frac{P(t)}{\rho h} \left(\frac{2}{\beta} - 1\right) \end{aligned} \quad (18)$$

در معادله (18) با فرض اینکه  $1 \pm \frac{1}{q} \approx 1$ ، معادله‌ی مذکور به شکل معادله (19) ساده شده و با تعریف پارامتر  $\eta$  در معادله (20)، معادله (19) به صورت

ضخامت برای ورق‌های فولادی ارائه شده است. شایان ذکر است شکل 10 و 11 به ترتیب مربوط به روش انرژی و روش لولای پلاستیک هستند.

همان‌گونه که از شکل 10 مشخص است، در ورق‌های فولادی به دلیل اینکه چکش از ارتفاع نسبتاً بالاتری در مقایسه با ورق‌های آلومینیومی رها شده است، پس مقدار عددی نرخ کرنش افزایش یافته و مقادیر نسبت خیز مرکز ورق به ضخامت در روش انرژی برای دو حالت با در نظر گرفتن نرخ کرنش و بدون در نظر گرفتن آن از یکدیگر دور هستند، به عبارت دیگر در نظر گرفتن نرخ کرنش در معادله 37 باعث نزدیک شدن نتایج تحلیلی به نتایج تجربی شده است به طوری که 47% از داده‌های مربوط به این روش در محدوده  $\pm 1$  و 20% در محدوده  $\pm 2$  و 33% در خارج از این محدوده هستند، در صورتی که در روش انرژی بدون در نظر گرفتن نرخ کرنش تنها 33% از داده‌ها در محدوده  $\pm 2$  هستند و بقیه در خارج از محدوده‌های مورد نظر هستند. این موضوع از نقاط قوت مدل تحلیلی ارائه شده در معادله (37) برای پیش‌بینی خیز مرکز ورق‌های مستطیلی تحت بارگذاری هیدرونیامیکی است.

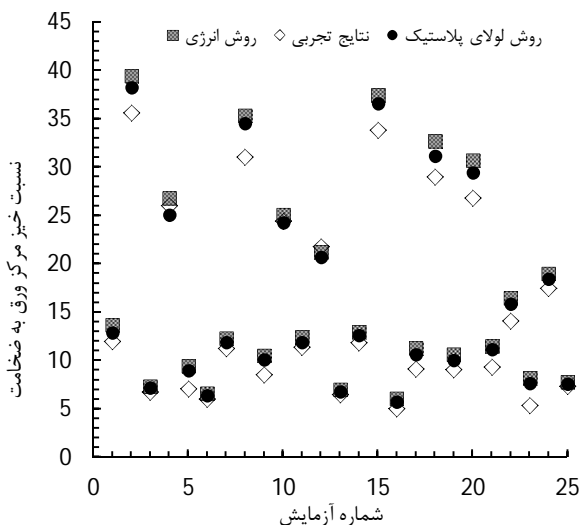
مقادیر تحلیلی نسبت خیز مرکز ورق به ضخامت با استفاده از روش لولای پلاستیک برای ورق‌های فولادی در شکل 11 ارائه شده است. در این روش به دلیل اینکه تابع فشار حاصل از حس گر فشار به صورت مستقیم در معادله (21) وارد شده است، نتایج نسبتاً بهتری در مقایسه با روش انرژی حاصل شده است به طوری که 60% از داده‌ها در محدوده  $\pm 1$  و 13% از داده‌ها در محدوده  $\pm 2$  و 27% در ناحیه‌ای بسیار نزدیک به محدوده  $\pm 2$  واقع شده است.

نمودار کلی مقادیر تحلیلی و تجربی نسبت خیز مرکز ورق به ضخامت برای دو ورق آلومینیومی و فولادی با هر دو روش لولای پلاستیک و انرژی در شکل 12 نمایش داده شده است. نتایج بدین صورت است که در روش لولای پلاستیک و انرژی به ترتیب 56% و 44% از داده‌ها در محدوده  $\pm 1$  و همچنین 28% و 24% از داده‌ها در محدوده  $\pm 2$  هستند.

در جدول 3 مجموع مربعات خطای برازش برای مدل‌های تحلیلی ارائه شده، محاسبه شده است.

جدول 3 مجموع مربعات خطا (RMSE)

(RMSE)	
1/63	روش لولای پلاستیک
2/22	روش انرژی با در نظر گرفتن نرخ کرنش
4/87	روش انرژی بدون در نظر گرفتن نرخ کرنش



شکل 8 مقایسه تحلیلی و تجربی نسبت خیز مرکز ورق به ضخامت در هر آزمایش

پارامتر  $\lambda$  در معادله (34) کار پلاستیک در معادله (33) محاسبه می‌شود:

$$W_p = \sigma_D h W_0^2 \lambda \quad (33)$$

$$\lambda = \left[ \frac{2\sqrt{3}}{3} \left( 1 - \frac{8\alpha}{\pi} (a+b) \right) + \frac{\pi^2}{8} \left( \frac{a}{b} + \frac{b}{a} \right) \right] \quad (34)$$

انرژی صرف شده به واسطه کار پلاستیک در مرحله تغییر شکل برابر با انرژی پتانسیل تغییر شکل ورق در حین جابجایی است که این انرژی از طریق ضربه زننده (چکش) تأمین می‌شود، لذا با مساوی قرار دادن رابطه (33) با رابطه (1) معادله (35) به دست می‌آید:

$$mgH = \sigma_D h W_0^2 \lambda \quad (35)$$

با جایگذاری معادله (16) در معادله (35) و ساده‌سازی آن، در معادله (36) داریم:

$$\frac{mgH}{h^3 \sigma_y \lambda} = \left( \frac{W_0}{h} \right)^2 + \xi \left( \frac{W_0}{h} \right)^{2+\frac{1}{q}} \quad (36)$$

با فرض اینکه  $2 \pm \frac{1}{q} \approx 2$ ، معادله مذکور به شکل معادله (37) ساده می‌شود:

$$W_0 = \sqrt{\frac{mgH}{h \sigma_y \lambda (1 + \xi)}} \quad (37)$$

معادله بالا نمایانگر مقدار تحلیلی خیز مرکز ورق با روش انرژی است.

#### 4- بحث و نتایج

برای ارزیابی دقت مدل‌های تحلیلی ارائه شده با استفاده از روش‌های لولای پلاستیک و انرژی برای ورق‌های مستطیلی تحت بارگذاری هیدرونیامیکی، در شکل 8، مقادیر تحلیلی و تجربی نسبت خیز مرکز ورق به ضخامت برای هر آزمایش مقایسه شده است. لازم به ذکر است که مقادیر تحلیلی از معادلات (21) و (37) و همچنین نتایج تجربی از جدول 2 استخراج شده است.

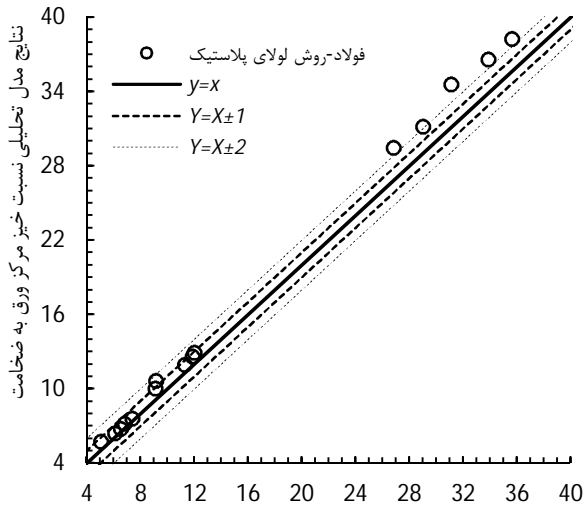
همان‌گونه که در شکل 8 مشاهده می‌شود، پیش‌بینی مدل‌های تحلیلی ارائه شده در مقایسه با نتایج تجربی از دقت بسیار قابل قبولی برخوردار است به طوری که نتایج روش لولای پلاستیک در مقایسه با روش انرژی به نتایج تجربی نزدیک‌تر است. از مهم‌ترین دلایل این نتیجه می‌توان به وارد کردن مستقیم تابع فشار در معادله (21) اشاره کرد، در صورتی که در روش انرژی، فرض بر این است که 100% انرژی منتقل شود و از اصطکاک صرف‌نظر شده است.

برای ارزیابی بیشتر دقت مدل‌های تحلیلی ارائه شده در ابتدا در شکل 9، نمودار تحلیلی و تجربی نسبت خیز مرکز ورق به ضخامت برای ورق‌های آلومینیومی مورد بررسی قرار گرفته است.

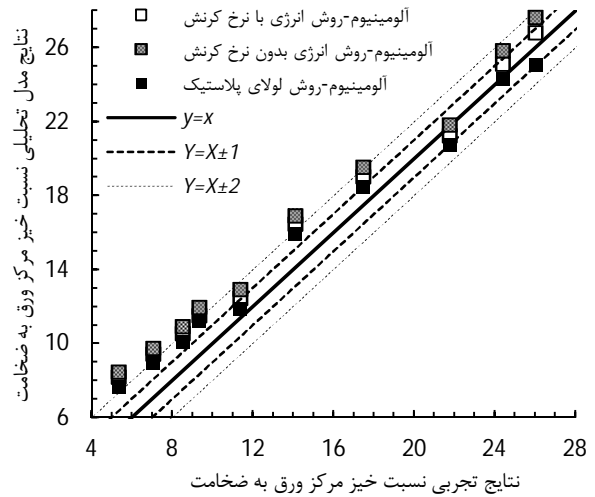
خط  $y = x$  یا خط 45 درجه مکان هندسی نقاطی است که مقادیر تحلیلی با تجربی برابر هستند و خطوطی که با تلورانس  $\pm 1$  و  $\pm 2$  مشخص شده‌اند، حالت کاملاً سخت‌گیرانه و محدود است. همان‌گونه که در شکل 9 مشخص است، در ورق‌های آلومینیومی به دلیل اینکه چکش از ارتفاع بسیار پایین‌تری نسبت به ورق‌های فولادی رها شده است، پس مقدار عددی نرخ کرنش بسیار کم است و تقریباً مقادیر نسبت خیز مرکز ورق به ضخامت در روش انرژی برای دو حالت با در نظر گرفتن نرخ کرنش و بدون در نظر گرفتن آن به هم نزدیک هستند.

به‌طور کلی برای ورق‌های آلومینیومی با روش لولای پلاستیک، روش انرژی با در نظر گرفتن نرخ کرنش و روش انرژی بدون در نظر گرفتن نرخ کرنش به ترتیب 50%، 40%، 10% از نقاط در محدوده  $\pm 1$  و 50%، 30%، 40% از داده‌ها در محدوده  $\pm 2$  قرار گرفته‌اند. شایان ذکر است که در روش انرژی سایر داده‌ها در خارج از محدوده ذکر شده قرار گرفته‌اند.

همچنین برای بررسی دقت مدل‌های تحلیلی ارائه شده برای ورق‌های فولادی، در شکل 10 و 11، نمودار تحلیلی و تجربی نسبت خیز مرکز ورق به



شکل 11 مقایسه مقادیر تحلیلی و تجربی نسبت خیز مرکز ورق به ضخامت محاسبه شده برای ورق‌های فولادی (روش لولای پلاستیک)



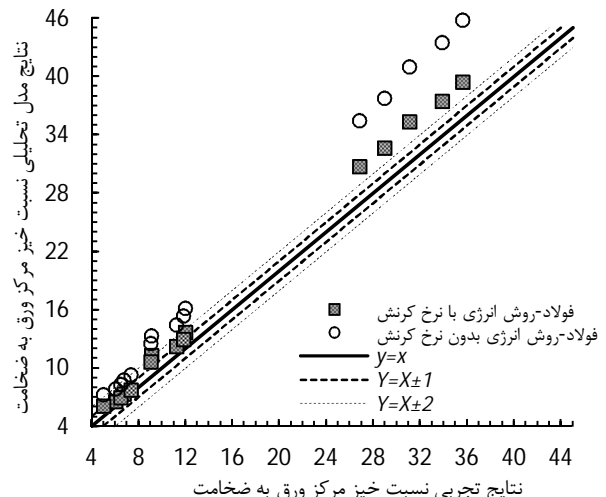
شکل 9 مقایسه مقادیر تحلیلی و تجربی نسبت خیز مرکز ورق به ضخامت محاسبه شده برای ورق‌های آلومینیومی

### 5- نتیجه گیری

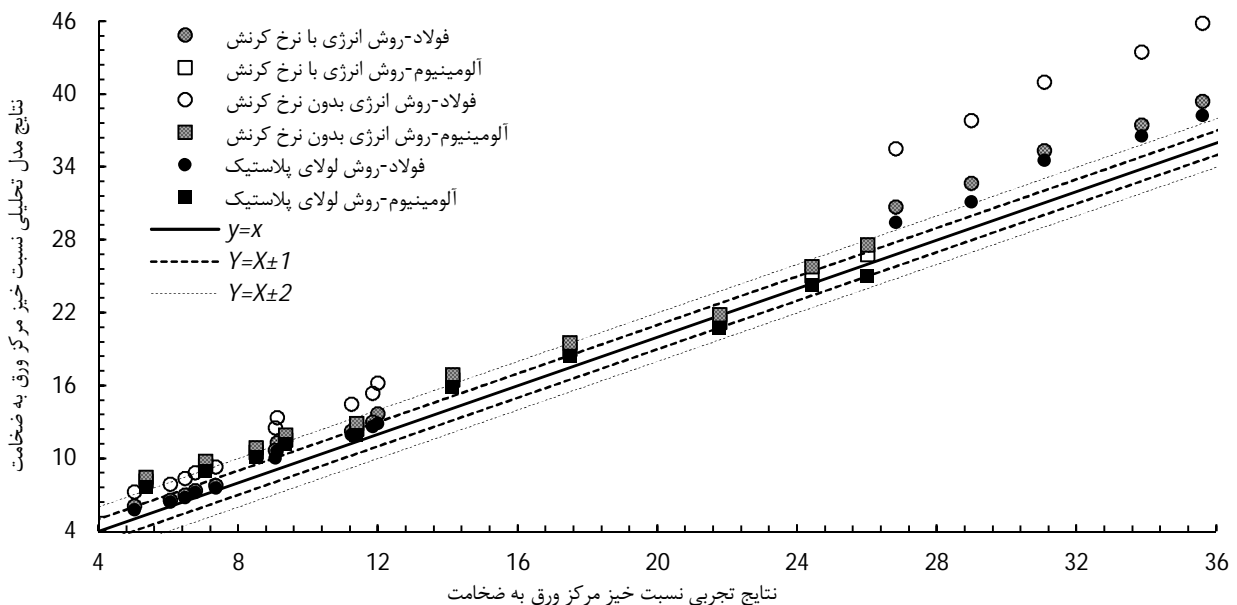
در این مقاله تغییر شکل غیر الاستیک ورق مستطیلی تحت بارگذاری هیدرونیامیکی توسط سامانه چکش پرتابه‌ای به صورت تحلیلی و تجربی مورد بررسی قرار گرفت. از مزیت‌های روش شکل‌دهی با این سامانه می‌توان به سادگی، ارزان و کم‌خطر بودن اشاره کرد در صورتی که کیفیت تغییر شکل ورق مشابه سایر فرآیندهای شکل‌دهی است. در این فرآیند ورق شکل داده شده بسیار متقارن و گنبدی است به این معنا که فشار هیدرونیامیکی به صورت کاملاً یکنواخت وارد شده است.

در بخش تجربی، ورق‌های آزمایشی از دو جنس متفاوت فولاد و آلومینیوم در نظر گرفته شد و با رهاسازی چکش از ارتفاع‌های مختلف، بررسی رفتار مکانیکی ورق با جنس و ضخامت‌های مختلف پرداخته شد.

در بخش تحلیلی با استفاده از دو روش لولای پلاستیک و انرژی، رابطه‌ای برای پیش‌بینی خیز مرکز ورق ارائه شد.



شکل 10 مقایسه مقادیر تحلیلی و تجربی نسبت خیز مرکز ورق به ضخامت محاسبه شده برای ورق‌های فولادی (روش انرژی)



شکل 12 مقایسه مقادیر تحلیلی و تجربی نسبت خیز مرکز ورق به ضخامت

زیر نویس‌ها		نتایج به‌دست‌آمده از مدل‌های تحلیلی مطابقت نسبتاً خوبی با نتایج تجربی دارد درحالی‌که خواص مکانیکی مواد، فاصله چکش از هدف و ضخامت ورق تغییر می‌کند.
دینامیک	D	
متوسط	m	
پلاستیک	P	مقایسه نتایج تحلیلی با نتایج تجربی نشان‌دهنده دقت بالای روش لولای پلاستیک نسبت به روش انرژی است و داده‌ها در محدوده‌ای با خطای قابل قبول قرار گرفته‌اند. در روش انرژی در نظر گرفتن نرخ کرنش باعث نزدیک شدن نتایج تجربی و مدل تحلیلی به هم شد.
تسلیم	y	
در جهت x	xx	
در جهت y	yy	
برشی	xy	

## 6- فهرست علائم

C	ضریب
D	ثابت ماده
E	مدول الاستیسیته ( $\text{kgm}^2\text{s}^{-2}$ )
g	شتاب گرانش زمین ( $\text{ms}^{-2}$ )
h	ارتفاع چکش (m)
H	ضخامت ورق (m)
m	جرم چکش (kg)
M	گشتاور خمشی ( $\text{kgm}^2\text{s}^{-2}$ )
N	نیروی غشایی ( $\text{kgms}^{-2}$ )
P	فشار خارجی ( $\text{kgm}^2\text{s}^{-2}$ )
q	ثابت ماده
u	تابع جابجایی در جهت x
U	انرژی ( $\text{kgm}^2\text{s}^{-2}$ )
v	تابع جابجایی در جهت y
V	سرعت ( $\text{ms}^{-1}$ )
w	تابع جابجایی در راستای عمود بر صفحه
W	خیز مرکز ورق (m)

## علائم یونانی

$\epsilon$	کرنش
$\sigma$	تنش ( $\text{kgm}^{-1}\text{s}^{-2}$ )
$\lambda$	ضریب
$\mu$	جرم بر واحد سطح ( $\text{kgm}^{-2}$ )
$\omega$	تغییر شکل ناحیه کناری (m)
$\gamma$	کرنش
$\zeta$	پارامتر تعریف‌شده برای نرخ کرنش
$\nu$	ضریب پواسون
$\alpha$	ضریب

## بالانویس‌ها

0	مرکز
.	نرخ
m	غشایی

## 7- مراجع

- [1] H. Babaei, A. Darvizeh, Investigation into the Response of Fully Clamped Circular Steel, Copper, and Aluminum Plates Subjected to Shock Loading, *Mechanics Based Design of Structures and Machines*, Vol. 39, No. 4, pp. 507-526, 2011.
- [2] H. Babaei, A. Darvizeh, Experimental and analytical investigation of large deformation of thin circular plates subjected to localized and uniform impulsive loading, *Mechanics Based Design of Structures and Machines*, Vol. 38, No. 2, pp. 171-189, 2010.
- [3] D.J. Mynors, B. Zhang, Applications and capabilities of explosive forming, *Journal of materials processing technology*, Vol. 125, pp. 1-25, 2002.
- [4] H.P. Tardif, Explosive forming of cones by metal gathering, *Metal progress*, Vol. 76, No. 3, pp. 84, 1959.
- [5] N. Jacob, S. Chung Kim Yuen, G.N. Nurick, D. Bonorchis, S.A. Desai, D. Tait, Scaling aspects of quadrangular plates subjected to localised blast loads—experiments and predictions, *International Journal of Impact Engineering*, Vol. 30, No. 8, pp. 1179-1208, 2004.
- [6] F. Cirak, R. Deiterding, P. Mauch, Large-scale fluid-structure interaction simulation of viscoplastic and fracturing thin-shells subjected to shocks and detonations, *Computers & Structures*, Vol. 85, No. 11, pp. 1049-1065, 2007.
- [7] O.E. Kosing, B.W. Skews, An investigation of high-speed forming of circular plates in a liquid shock tube, *International Journal of Impact Engineering*, Vol. 21, No. 9, pp. 801-816, 1998.
- [8] H. Babaei, A. Darvizeh, M. Alitavoli, T. Mirzababaie Mostofi, Experimental and Analytical Investigation into Plastic Deformation of Circular Plates Subjected to Hydrodynamic Loading, *Journal of Modares Mechanical Engineering*, Vol.15, No.2, pp.305-312, 2015. (In Persian)
- [9] N. Jones, *Structural impact*, Cambridge: Cambridge University Press, 1989.
- [10] N. Jones, A theoretical study of the dynamic plastic behavior of beams and plates with finite-deflections, *International Journal of Solids and Structures*, Vol. 7, No. 8, pp. 1007-1029, 1971.
- [11] N. Jones, Dynamic inelastic response of strain rate sensitive ductile plates due to large impact, dynamic pressure and explosive loadings, *International Journal of Impact Engineering*, Vol 72, pp. 3-15, 2014.
- [12] J. Florek, H. Benaroya, A Large Deflection Model for Thin, Rectangular Plates Subjected to Blast Loading, *47th AIAA/ASME/ASCE/AHS/ASC Structures, Structural Dynamics, and Materials Conference*, 2006.
- [13] W. Q. Shen, Dynamic response of rectangular plates under drop mass impact, *International journal of impact engineering*, Vol. 19, No.3, pp. 207-229, 1997.
- [14] S. Timoshenko, S. Woinowsky-Krieger, Theory of plates and shells. *New York: McGraw-hill*, Vol. 2, pp. 120, 1959.
- [15] Y. Yuan, P. J. Tan, Deformation and failure of rectangular plates subjected to impulsive loadings, *International Journal of Impact Engineering*, Vol. 59, pp. 46-59, 2013.
- [16] F. Zhu, Z. Wang, G. Lu, L. Zhao, Analytical investigation and optimal design of sandwich panels subjected to shock loading, *Materials & Design*, Vol. 30, No. 1, pp. 91-100, 2009.