مجله مهندسی مکانیک مدرس، آبان 1393، دوره 14، شماره 8، ص‌ص 165-173

ماهنامه علمی پژوهشی

مهندسی مکانیک مدرس

mme.modares.ac.ir

تحلیل ارتعاش آزاد ورق مستطیلی از جنس مواد هدفمند در تماس با سیال محدود

علی بخششی[1]، کوروش خورشیدی[2*]

1- دانشجوی کارشناسی‌ارشد، مهندسی مکانیک، دانشگاه آزاد اسلامی واحد علوم و تحقیقات اراک، اراک

2- استادیار، مهندسی مکانیک، دانشگاه اراک، اراک

* اراک، صندوق پستی 3815688349، k-khorshidi@araku.ac.ir

اطلاعات مقاله

مقاله پژوهشی کامل

دریافت: 19 مهر 1392

پذیرش: 24 آبان 1392

ارائه در سایت: 30 شهریور 1393

کلید واژگان:

فرکانس طبیعی

ورق مستطیلی

مواد هدفمند

سیال مغشوش

ریلی- ریتز

چکیده

در این مقاله ارتعاش آزاد ورق مستطیلی از جنس مواد هدفمند در تماس مقطعی با سیال مغشوش محدود مورد بررسی قرار گرفته است. جهت تقریب جابه‌جایی‌های ورق با فرض تئوری تغییر شکل برشی مرتبه سوم از توابع سعی هارمونیک مثلثاتی استفاده شده است که شرایط مرزی به‌طورکامل گیردار، تکیه‌گاه ساده متحرک و تکیه‌گاه ساده غیرمتحرک ورق را ارضاء می‌کند. معادلات حاکم بر رفتار نوسانی سیال، با حل معادله لاپلاس و ارضای شرایط مرزی سیال به‌دست می‌آیند. برای دست‌یابی به فرکانس طبیعی ورق در تماس با سیال و شکل مود ارتعاشی ورق در تماس با سیال از روش انرژی ریلی-ریتز بر مبنای انرژی پتانسیل کمینه استفاده شده است. برای بررسی دقت روش به کار رفته، نتایج عددی با نتایج دقیق موجود در مراجع مقایسه شده است. در نهایت تأثیر پارامترهای ضریب توانی نسبت حجمی، نسبت طول، نسبت ضخامت ورق، ارتفاع سیال، عرض مخزن و شرایط مرزی، بر فرکانسی طبیعی ورق در تماس با سیال مورد بررسی و تحلیل قرار گرفته است.

Free vibration analysis of functionally graded rectangular plates in contact with bounded fluid

Ali Bakhsheshy[1], Korosh Khorshidi[2*]

1- Department of Mechanical Engineering, Islamic Azad University, science and research branch, Arak, Iran
2-Department of Mechanical Engineering, Arak University, Arak, Iran
* P.O.B. 3815688349, Arak, Iran, k-khorshidi@araku.ac.ir

ARTICLE INFORMATION

Original Research Paper
Received 11 October 2013
Accepted 15 November 2013
Available Online 21 September 2014

Keywords:
Natural Frequency
Rectangular Plate
Functionally Graded Material
Sloshing Fluid
Rayleigh–Ritz Approach

ABSTRACT

This study is investigated vibration analysis of a FG rectangular plate partially contacting with a bounded fluid. Wet dynamic transverse displacement of the plates is approximated by a set of admissible trial functions which is required to satisfy the clamped (CL) and simply supported moveable (SSM) and simply supported immoveable (SSI) geometric boundary conditions. The oscillatory behavior of fluid is obtained by solving the Laplace equation and satisfies the boundary conditions. The natural frequencies and mode shapes of the plate coupled with sloshing fluid modes are calculated by using the Rayleigh– Ritz method based on minimizing the Rayleigh quotient. The proposed method is validated with available data in the literature. In the numerical results, the effects of volume fraction coefficient, thickness ratios and aspect ratios of the FG plates and depth of the fluid, width of the tank, and boundary conditions on the wet natural frequencies are examined and discussed in detail.

1- مقدمه

بررسی مشخصات ارتعاشی ورق با توجه به کاربرد آن‌ها در صنایع مختلف مهندسی مکانیک، هوافضا، عمران و کشتی‌سازی مورد توجه مهندسان است؛ بنابراین مطالعه رفتار ارتعاشی ورق‌ها برای طراحی بهینه سازه ضروری است. تلاش‌های بسیاری انجام پذیرفت تا بتوانند حل تقریبی برای پیش‌بینی فرکانس‌های طبیعی یک سازه در تماس با سیال را به‌دست آورند. که در این زمینه محققان بسیاری به صورت تحلیلی و تجربی ارتعاشات ورق در تماس با آب را مورد بررسی قرار دادند. روبینسون و پالمر [1]، تحلیل مودال یک ورق مستطیلی معلق بر سیال را انجام داده‌اند، آن‌ها پاسخ را برای یک بار نقطه‌ای هارمونیک به‌دست آورده‌اند، ولی تحلیل آن‌ها برای تعداد محدودی فرکانس-های اولیه قابل استناد است. کواک [2]، ارتعاشات آزاد ورق مستطیلی معلق بر سیال نامحدود را مورد بررسی قرار داد. اساس تحلیل یاد شده بر مبنای روش ریلی- ریتز و تابع گرین است. هاددارا و کاو [3]، یک بسط تقریبی برای تحلیل مودال[1] ورق مستطیلی یک سمت گیردار، که به طور افقی داخل سیال غوطه‌ور است را تجربی و تحلیلی بدست آورده‌اند. هچنین آن‌ها اثرات شرایط مرزی و عمق غوطه‌وری را مورد مطالعه قرار داده‌اند. ژاو و چانگ[4]، ارتعاشات ورق مستطیلی که در یک سمت با سیال در تماس است را با بکارگیری روش ریلی-ریتز مورد بررسی قرار داده‌اند. که سیال در تماس با ورق داخل یک مخزن نیمه بی‌نهایت صلب قرار دارد. لیانگ و همکاران [5]،

1- Modal Added Mass

برای ارجاع به این مقاله از عبارت ذیل استفاده نمایید:

Please cite this article using:

A. Bakhsheshy, K. Khorshidi, Free vibration analysis of functionally graded rectangular plates in contact with bounded fluid, *Modares Mechanical Engineering*, Vol. 14, No. 8, pp. 165-173, 2014 (In Persian)

[Downloaded from mme.modares.ac.ir on 2024-09-20]

[DOR: 20.1001.1.10275940.1393.14.8.15.8]

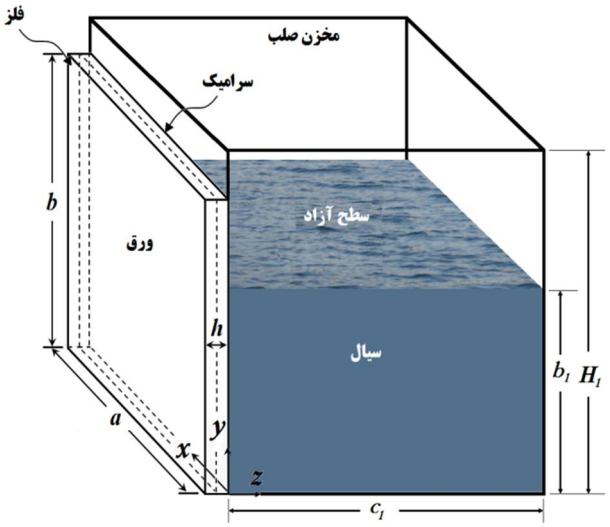
یک روش ساده جهت بدست آوردن فرکانس‌های طبیعی و شکل‌مود ورق غوطه‌ور یک سمت گیردار بر مبنای فرمول‌های روش تجربی[1] را پیشنهاد کردند. یادیکین و همکاران [6]، یک ورق مستطیلی غوطه‌ور در سیال با نسبت اضلاع مختلف را مورد تحلیل قرار داده‌اند. ورق مورد تحلیل در کار آن‌ها یک لبه گیردار و سایر لبه‌ها آزاد است. جیانگ و همکاران [7]، یک روش تحلیلی جهت برآورد فرکانس‌های دو ورق مشخص کوپله با سیال محدود، ارائه کردند. آن‌ها برای تحلیل از توابع پذیرفتنی چندجمله‌ای استفاده کرده و با بسط پتانسیل سرعت سیال، شرایط مرزی سیال را با بسط فوریه محدود ارضا نمودند. ارگین و گارلو [8]، ورق‌های یک سمت گیردار غوطه‌ور در سیال را مورد بررسی قرار دادند و اثر نسبت طول به عرض را مطالعه کردند. ژاو و لیو [9]، یک روش تئوری سه‌بعدی جهت تحلیل دینامیکی یک مخزن مستطیلی انعطاف‌پذیر که مقطعی از سیال پر شده است را با استفاده از ترکیب روش‌های ریلی- ریتز و روش گلرکین ارائه کردند.

مواد هدفمند از مواد مرکب با ریزساختار ناهمگن است که خواص مکانیکی آن‌ها به طور ملایم و پیوسته از یک سطح به سطح دیگر جسم تغییر می‌کند. نوع رایج آن ترکیب پیوسته‌ای از سرامیک و فلز است. این مواد از اختلاط پودر فلز و سرامیک به‌دست می‌آیند مزیت استفاده این مواد این است که قادر به تحمل درجه حرارت بسیار بالا و اختلاف درجه حرارت بسیار بالا بوده و مقاوم در مقابل خوردگی و سایش بوده و مقاومت بالایی در مقابل شکست دارند. در حال حاضر از این مواد برای سازه‌هایی که در مقابل درجه حرارت بالا باید مقاوم باشند، استفاده می‌شود. این نوع از مواد به دلیل ویژگی خاص در سپرهای حرارتی موشک‌ها، مخازن شیمیایی و محیط‌های سایشی مورد استفاده قرار می‌گیرد. با توجه به اهمیت مواد هدفمند در صنایع محققین زیادی به بررسی رفتار دینامیکی این نوع از مواد پرداختند. حسینی‌هاشمی و همکاران [10]، به بررسی و تحلیل ارتعاش آزاد یک ورق مستطیلی از جنس مواد هدفمند به نسبت ضخیم براساس تئوری تغییر شکل برشی مرتبه اول پرداخته‌اند. در مطالعه آن‌ها فرکانس طبیعی ورق برای 6 حالت از ترکیب شرایط مرزی مختلف ورق با دو لبه موازی ساده و سایر لبه ها ترکیبی از شرایط مرزی ساده، آزاد و گیردار با استفاده از حل دقیق بدست آمده است. یکی از مزایای این تحقیق دقت بسیار بالای روش پیشنهادی است. محمد تالها و سینق [11]، به بررسی ارتعاش و تحلیل استاتیکی صفحات از جنس مواد هدفمند با به‌کارگیری تئوری تغییر شکل برشی مرتبه سوم پرداخته‌اند اما با این تفاوت که در این تئوری، اصلاحات کمی در جابه‌جایی عرضی این صفحات، به کمک روش المان محدود انجام شده است. ژاو و همکاران [12]، تحلیلی برای ارتعاش آزاد صفحات از جنس مواد هدفمند ارائه دادند. ایشان همچنین از تئوری تغییر شکل برشی مرتبه اول برای محاسبه کرنش برشی عرضی و اینرسی چرخشی استفاده نمودند. معادلات ویژه با بکارگیری روش ریتز به توابع انرژی تبدیل و سپس حل شده است. حسینی‌هاشمی و همکاران [13]، یک حل بسته دقیق بر پایه تحلیل ارتعاش آزاد صفحات ضخیم جنس مواد هدفمند براساس تئوری تغییر شکل برشی مرتبه سوم ارائه کرده‌اند. شرایط مرزی به‌کار رفته برای دو تکیه‌گاه موازی ساده است. خورشیدی [14]، به بررسی تأثیر فشار هیدرواستاتیکی ارتعاش ورق مستطیلی کوپل با سیال پرداخته است. در این مقاله از ورق ایزوتروپ و تئوری کلاسیک استفاده شده و فرکانس ورق کوپل با سیال برای شرایط مرزی کامل ساده و کاملاً گیردار به‌دست آمده است. خورشیدی و فرهادی [15]، به بررسی ارتعاش آزاد ورق مرکب مستطیلی در تماس با سیال محدود پرداخته‌اند. در این تحقیق از تئوری‌های کلاسیک، تئوری تغییر شکل برشی مرتبه نخست و تئوری تغییر شکل برشی مرتبه سوم استفاده شده است.

در این مقاله با به‌کارگیری تئوری تغییر شکل برشی مرتبه سوم، ارتعاش خطی ورق‌های ساخته شده از مواد هدفمند در تماس مقطعی با سیال مغشوش مورد تجزیه و تحلیل قرار گرفته است. جهت بررسی رفتار ارتعاشی ورق یک مجموعه توابع پذیرفتنی هارمونیک که شرایط مرزی به طورکامل گیردار، تکیه‌گاه ساده متحرک و تکیه‌گاه ساده غیرمتحرک ورق را ارضا می‌کنند، در نظر گرفته شده است. برای استخراج روابط انرژی کرنشی و جنبشی حاکم بر رفتار دینامیکی ورق از رابطه‌ی خطی کرنش- جابه‌جایی استفاده شده است. بر مبنای کمینه‌سازی تفاضل انرژی جنبشی و پتانسیل نسبت به ثوابت مجهول توابع پذیرفتنی فرکانس‌های طبیعی و شکل مودهای ارتعاشی ورق در حالت خطی به‌دست می‌آید. معادلات حاکم بر رفتار نوسانی سیال، با حل معادله لاپلاس و ارضای شرایط مرزی سیال به‌دست می‌آیند. برای به‌دست آوردن نتایج عددی برنامه‌ای در نرم‌افزار متمتیکا[2] تهیه شده و در بخش نتایج عددی تأثیر پارامترهای ضریب توانی نسبت حجمی، نسبت طول، نسبت ضخامت ورق، ارتفاع سیال، عرض مخزن و شرایط مرزی، بر فرکانس طبیعی ورق در تماس با سیال مورد بررسی و تحلیل قرار گرفته است. برای بررسی دقت روش به کار رفته، نتایج عددی با نتایج دقیق موجود در مراجع مقایسه شده است.

2- معادلات و روابط حاکم بر رفتار دینامیکی ورق از جنس ماده هدفمند

ورقی مستطیلی از جنس مواد هدفمند به طول a و به پهنای b و ضخامت h در نظر گرفته می‌شود که این ورق از ترکیبی از سرامیک و فلز ساخته شده است. با توجه به شکل 1، در سمت راست ورق ($z=0$) سرامیک خالص و در سمت چپ سطح ورق ($z=-h$) فلز خالص وجود دارد. در تمامی روابط فرض رفتار خطی الاستیکی مواد و جابه‌جایی‌ها و کرنش‌های کوچک وجود دارند. ویژگی‌های الاستیکی مواد در راستای ضخامت صفحات متغیر است و براساس قانون نسبت حجمی است.



شکل 1 هندسه ورق مستطیلی هدفمند در تماس با سیال و دستگاه مختصات کارتزین

1- Empirical Added Mass

2- MathematicaV7

[Downloaded from mme.modares.ac.ir on 2024-09-20]
[DOR: 20.1001.1.10275940.1393.14.8.15.8]

طبق روابط (1) تا (3) داریم:

$$V_m = (\frac{-z}{h})^{\alpha} \tag{1}$$

$$E(z) = (E_m - E_c)(\frac{-z}{h})^{\alpha} + E_c \tag{2}$$

$$\rho(z) = (\rho_m - \rho_c)(\frac{-z}{h})^{\alpha} + \rho_c \tag{3}$$

در معادلات (1-3)، ρ_m و ρ_c به ترتیب بیان‌گر چگالی فلز و چگالی سرامیک، E_m و E_c مدول الاستیسیته فلز و مدول الاستیسیته سرامیک، V_m ضریب نسبت حجمی و α نیز ضریب توانی نسبت حجمی است.

مبدا مختصات با توجه به شکل 1، در انتهای پایین و سمت راست ورق در نظر گرفته شده است. با فرض تئوری تغییر شکل برشی مرتبه سوم روابط جابه‌جایی ورق در دستگاه مختصات کارتزین به صورت روابط (4-6) بیان می‌شوند[15].

$$u_1 = u + (z + h/2)\phi_x - \frac{4}{3h^2}(z + h/2)^3\left(\phi_x + \frac{\partial w}{\partial x}\right) \tag{4}$$

$$u_2 = v + (z + h/2)\phi_y - \frac{4}{3h^2}(z + h/2)^3\left(\phi_y + \frac{\partial w}{\partial y}\right) \tag{5}$$

$$u_3 = w \tag{6}$$

در روابط (4-6) u و v جابه‌جایی‌های صفحه میانی ورق به ترتیب در راستاهای x و y، w جابه‌جایی عرضی ورق در راستای z، u_1، u_2 و u_3 به ترتیب نشان‌دهنده جابه‌جایی‌های ورق در راستای محورهای x، y و z، ϕ_x و ϕ_y شیب‌های ورق ناشی از خمش به ترتیب در راستای محورهای x و y است. با توجه به روابط جابه‌جایی (4-6) و فرض کرنش خطی روابط بین کرنش‌ها و جابه‌جایی‌های ورق به قرار روابط (7-11) است [15].

$$\varepsilon_x = \varepsilon_{x,0} + (z + \frac{h}{2})\left(k_x^{(0)} + (z + \frac{h}{2})^2 k_x^{(2)}\right) \tag{7}$$

$$\varepsilon_y = \varepsilon_{y,0} + (z + \frac{h}{2})\left(k_y^{(0)} + (z + \frac{h}{2})^2 k_y^{(2)}\right) \tag{8}$$

$$\gamma_{xy} = \gamma_{xy,0} + (z + \frac{h}{2})\left(k_{xy}^{(0)} + (z + \frac{h}{2})^2 k_{xy}^{(2)}\right) \tag{9}$$

$$\gamma_{xz} = \gamma_{xz,0} + (z + \frac{h}{2})\left((z + \frac{h}{2})k_{xz}^{(1)}\right) \tag{10}$$

$$\gamma_{yz} = \gamma_{yz,0} + (z + \frac{h}{2})\left((z + \frac{h}{2})k_{yz}^{(1)}\right) \tag{11}$$

در روابط (7-11) مقادیر $\varepsilon_{x,0}$، $\varepsilon_{y,0}$، $\gamma_{xy,0}$، $\gamma_{xz,0}$، $\gamma_{yz,0}$، $k_x^{(0)}$، $k_y^{(0)}$، $k_x^{(2)}$، $k_y^{(2)}$، $k_{xy}^{(0)}$، $k_{xy}^{(2)}$، $k_{xz}^{(1)}$ و $k_{yz}^{(1)}$ به صورت روابط (12-24) به‌دست می‌آیند.

$$\varepsilon_{x,0} = \frac{\partial u}{\partial x} \tag{12}$$

$$\varepsilon_{y,0} = \frac{\partial v}{\partial x} \tag{13}$$

$$\gamma_{xy,0} = \frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x} \tag{14}$$

$$\gamma_{xz,0} = \phi_x + \frac{\partial w}{\partial x} \tag{15}$$

$$\gamma_{yz,0} = \phi_y + \frac{\partial w}{\partial y} \tag{16}$$

$$k_x^{(0)} = \frac{\partial \phi_x}{\partial x} \tag{17}$$

$$k_y^{(0)} = \frac{\partial \phi_y}{\partial y} \tag{18}$$

$$k_{xy}^{(0)} = \frac{\partial \phi_x}{\partial y} + \frac{\partial \phi_y}{\partial x} \tag{19}$$

$$k_x^{(2)} = -\frac{4}{3h^2}\left(\frac{\partial \phi_x}{\partial x} + \frac{\partial^2 w}{\partial x^2}\right) \tag{20}$$

$$k_y^{(2)} = -\frac{4}{3h^2}\left(\frac{\partial \phi_y}{\partial y} + \frac{\partial^2 w}{\partial y^2}\right) \tag{21}$$

$$k_{xy}^{(2)} = -\frac{4}{3h^2}\left(\frac{\partial \phi_x}{\partial y} + \frac{\partial \phi_y}{\partial x} + 2\frac{\partial^2 w}{\partial x \partial y}\right) \tag{22}$$

$$k_{xz}^{(1)} = -\frac{4}{h^2}\gamma_{xz,0} \tag{23}$$

$$k_{yz}^{(1)} = -\frac{4}{h^2}\gamma_{yz,0} \tag{24}$$

با توجه به قانون هوک تعمیم یافته، معادلات ساختاری برای ورق از جنس مواد هدفمند با در نظر گرفتن تئوری تغییر شکل برشی مرتبه سوم به قرار رابطه (25) است.

$$\begin{pmatrix} \sigma_x \\ \sigma_y \\ \sigma_{xy} \\ \sigma_{xz} \\ \sigma_{yz} \end{pmatrix} = \begin{bmatrix} Q_{11} & Q_{12} & 0 & 0 & 0 \\ Q_{12} & Q_{11} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & Q_{33} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & Q_{33} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & Q_{33} \end{bmatrix} \begin{pmatrix} \varepsilon_x \\ \varepsilon_y \\ \varepsilon_{xy} \\ \varepsilon_{xz} \\ \varepsilon_{yz} \end{pmatrix} \tag{25}$$

در رابطه (25) $Q_{11} = E(z)/(1-\nu^2)$، $Q_{12} = \nu Q_{11}$ و $Q_{33} = E(z)/(2(1+\nu))$ معرفی می‌شود و 9 ضریب پواسان ورق است. معادله انرژی پتاسیل ورق با در نظر گرفتن تئوری تغییر شکل برشی مرتبه سوم از رابطه (26) قابل محاسبه است.

$$U_P = \frac{1}{2}\int_0^a\int_0^b\int_{-h}^0 (\sigma_x\varepsilon_x + \sigma_y\varepsilon_y + \sigma_{xy}\varepsilon_{xy} + \sigma_{xz}\varepsilon_{xz} + \sigma_{yz}\varepsilon_{yz})dzdydx \tag{26}$$

انرژی جنبشی نیز برای ورق ازجنس مواد هدفمند با در نظر گرفتن اینرسی دورانی به صورت رابطه (27) به‌دست خواهد آمد.

$$T_P = \frac{1}{2}\int_0^a\int_0^b\int_{-h}^0 \rho(z)\left[\dot{u}_1^2 + \dot{u}_2^2 + \dot{u}_3^2\right]dzdydx \tag{27}$$

3- شرایط مرزی ورق و توابع سعی[1]

شرایط مرزی ساده با مرزهای متحرک به صورت روابط (28،29) معرفی می‌شوند.

$$v = w = \phi_y = N_x = M_x = 0, \text{ برای } x = 0, a \tag{28}$$

$$u = w = \phi_x = N_y = M_y = 0, \text{ برای } y = 0, b \tag{29}$$

در روابط (28،29) N_x و N_y نیروهایی درون صفحه‌ای بر واحد طول و M_x و M_y گشتاورهای خمشی بر واحد طول است که به صورت روابط (30-33) به‌دست می‌آیند.

$$N_x = \int_{-h}^0 \sigma_x dz \tag{30}$$

$$N_y = \int_{-h}^0 \sigma_y dz \tag{31}$$

$$M_x = \int_{-h}^0 \sigma_x z dz \tag{32}$$

$$M_y = \int_{-h}^0 \sigma_y z dz \tag{33}$$

1- Admissible Trial Functions

[Downloaded from mme.modares.ac.ir on 2024-09-20]
[DOR: 20.1001.1.10275940.1393.14.8.15.8]

شرایط مرزی ساده با مرزهای غیرمتحرک به صورت روابط (34،35) معرفی می‌شوند.

$$u = v = w = \phi_y = M_x = 0 \quad \text{برای } x = 0, a \tag{34}$$

$$u = v = w = \phi_x = M_y = 0, \quad \text{برای } y = 0, b \tag{35}$$

شرایط مرزی گیردار به صورت رابطه (36) معرفی می‌شوند.

$$u=v=w=\phi_x=\phi_y=0,\ x=0,\ a \text{ و } y=0,\ b. \tag{36}$$

با توجه به شرایط مرزی معرفی شده توابع سعی که شرایط مرزی هندسی ورق را ارضا کنند، با استفاده از توابع سعی هارمونیک به صورت روابط (37-41) معرفی می‌شوند:

الف) توابع سعی هارمونیک برای شرایط مرزی ساده با مرزهای متحرک

$$u(x,y,t) = \sum_{m=1}^{M}\sum_{n=1}^{N} u_{m,n}(t)\cos(\frac{m\pi x}{a})\sin(\frac{n\pi y}{b}) \tag{37}$$

$$v(x,y,t) = \sum_{m=1}^{M}\sum_{n=1}^{N} v_{m,n}(t)\sin(\frac{m\pi x}{a})\cos(\frac{n\pi y}{b}) \tag{38}$$

$$w(x,y,t) = \sum_{m=1}^{\hat{M}}\sum_{n=1}^{\hat{N}} w_{m,n}(t)\sin(\frac{m\pi x}{a})\sin(\frac{n\pi y}{b}) \tag{39}$$

$$\phi_x(x,y,t) = \sum_{m=1}^{\hat{M}}\sum_{n=1}^{\hat{N}} \phi_{1_{m,n}}(t)\cos(\frac{m\pi x}{a})\sin(\frac{n\pi y}{b}) \tag{40}$$

$$\phi_y(x,y,t) = \sum_{m=1}^{\hat{M}}\sum_{n=1}^{\hat{N}} \phi_{2_{m,n}}(t)\sin(\frac{m\pi x}{a})\cos(\frac{n\pi y}{b}), \tag{41}$$

در این رابطه m و n به ترتیب تعداد نیم موج‌ها در راستاهای x و y هستند، t بیان‌گر زمان و توابع $u_{m,n}(t)$، $v_{m,n}(t)$، $w_{m,n}(t)$، $\phi_{1_{m,n}}(t)$ و $\phi_{2_{m,n}}(t)$ ثوابت مجهول توابع سعی که با کمینه‌سازی اختلاف بین انرژی‌های پتانسیل و کرنشی به‌دست می‌آیند. M، $\hat{M}$، N و $\hat{N}$ تعداد جمله‌های مورد نیاز توابع سعی که تقریب مناسبی از رفتار ورق را بیان کند.

ب) توابع سعی هارمونیک برای شرایط مرزی ساده با مرزهای غیرمتحرک

$$u(x,y,t) = \sum_{m=1}^{M}\sum_{n=1}^{N} u_{m,n}(t)\sin(\frac{2m\pi x}{a})\sin(\frac{n\pi y}{b}) \tag{42}$$

$$v(x,y,t) = \sum_{m=1}^{M}\sum_{n=1}^{N} v_{m,n}(t)\sin(\frac{m\pi x}{a})\sin(\frac{2n\pi y}{b}) \tag{43}$$

$$w(x,y,t) = \sum_{m=1}^{\hat{M}}\sum_{n=1}^{\hat{N}} w_{m,n}(t)\sin(\frac{m\pi x}{a})\sin(\frac{n\pi y}{b}) \tag{44}$$

$$\phi_x(x,y,t) = \sum_{m=1}^{\hat{M}}\sum_{n=1}^{\hat{N}} \phi_{1_{m,n}}(t)\cos(\frac{m\pi x}{a})\sin(\frac{n\pi y}{b}) \tag{45}$$

$$\phi_y(x,y,t) = \sum_{m=1}^{\hat{M}}\sum_{n=1}^{\hat{N}} \phi_{2_{m,n}}(t)\sin(\frac{m\pi x}{a})\cos(\frac{n\pi y}{b}) \tag{46}$$

ج) توابع سعی هارمونیک برای شرایط مرزی گیردار

$$u(x,y,t) = \sum_{m=1}^{M}\sum_{n=1}^{N} u_{m,n}(t)\sin(\frac{2m\pi x}{a})\sin(\frac{n\pi y}{b}) \tag{47}$$

$$v(x,y,t) = \sum_{m=1}^{M}\sum_{n=1}^{N} v_{m,n}(t)\sin(\frac{m\pi x}{a})\sin(\frac{2n\pi y}{b}) \tag{48}$$

$$w(x,y,t) = \sum_{m=1}^{\hat{M}}\sum_{n=1}^{\hat{N}} w_{m,n}(t)\sin(\frac{m\pi x}{a})\sin(\frac{n\pi y}{b}) \tag{49}$$

$$\phi_x(x,y,t) = \sum_{m=1}^{\hat{M}}\sum_{n=1}^{\hat{N}} \phi_{1_{m,n}}(t)\sin(\frac{m\pi x}{a})\sin(\frac{n\pi y}{b}) \tag{50}$$

$$\phi_y(x,y,t) = \sum_{m=1}^{\hat{M}}\sum_{n=1}^{\hat{N}} \phi_{2_{m,n}}(t)\sin(\frac{m\pi x}{a})\sin(\frac{n\pi y}{b}) \tag{51}$$

شرایط مرزی گشتاور خمشی در ورق با مرزهای گیردار با فرض فنرهای پیچشی با سختی زیاد κ که در امتداد مرز توزیع شده است به عنوان یک انرژی پتانسیل اضافی لحاظ می‌شود که تقریب مناسبی از شرایط مرزی گیردار ایجاد می‌کند. این انرژی پتانسیل U_R به صورت رابطه (52) تعریف می‌شود [15].

$$U_R = \frac{1}{2}\int_0^b \kappa\left\{\left[\left(\frac{\partial w}{\partial x}\right)_{x=0}\right]^2 + \left[\left(\frac{\partial w}{\partial x}\right)_{x=a}\right]^2\right\}dy + \frac{1}{2}\int_0^a \kappa\left\{\left[\left(\frac{\partial w}{\partial y}\right)_{y=0}\right]^2 + \left[\left(\frac{\partial w}{\partial y}\right)_{y=b}\right]^2\right\}dx \tag{52}$$

جهت استخراج نتایج عددی مقدار ضریب سفتی پیچشی فنر برابر $\kappa = 10^8$ درنظر گرفته شده است.

4- معادلات و روابط حاکم بر رفتار نوسانی سیال

معادلات نوسان سیال در تماس با ورق با فرضیات؛ سیال غیرویسکوز، غیرقابل تراکم و غیرچرخشی با چگالی ρ_F، عمق b_1 و با عرض مخزن صلب c_1 (مطابق شکل 1) به‌دست می‌آید. تابع پتانسیل سرعت سیال $\phi_0(x,y,z,t)=\phi_0(x,y,z)e^{(i\,\omega t)}$، را با به‌کارگیری اصل برهم‌نهی می‌توان صورت رابطه (53) نوشت.

$$\phi_O = \phi_B + \phi_S \tag{53}$$

در رابطه (53) ϕ_B پتانسیل سرعت سیال ناشی از رفتار ارتعاشی ورق و ϕ_S نیز پتانسیل سرعت ناشی از اغتشاش سیال است. با توجه به آن‌که پتانسیل سرعت سیال باید معادله لاپلاس را ارضا کند، می‌توان رابطه (54) را نوشت.

$$\nabla^2\phi_0 = \nabla^2\phi_B + \nabla^2\phi_S = 0 \tag{54}$$

شرایط مرزی بر سطوح عمودی و افقی مخزن با توجه به شکل 1 به صورت روابط (55-62) بیان می‌شوند:

$$\left.\frac{\partial\phi_B}{\partial x}\right|_{x=0} = 0 \tag{55}$$

$$\left.\frac{\partial\phi_B}{\partial x}\right|_{x=a} = 0 \tag{56}$$

$$\left.\frac{\partial\phi_B}{\partial y}\right|_{y=0} = 0 \tag{57}$$

$$\left.\frac{\partial\phi_B}{\partial z}\right|_{z=c_1} = 0 \tag{58}$$

$$\left.\frac{\partial\phi_S}{\partial x}\right|_{x=0} = 0 \tag{59}$$

$$\left.\frac{\partial\phi_S}{\partial x}\right|_{x=a} = 0 \tag{60}$$

$$\left.\frac{\partial\phi_S}{\partial y}\right|_{y=0} = 0 \tag{61}$$

$$\left.\frac{\partial\phi_S}{\partial z}\right|_{z=0,c_1} = 0 \tag{62}$$

[Downloaded from mme.modares.ac.ir on 2024-09-20]
[DOR: 20.1001.1.10275940.1393.14.8.15.8]

برای سطح آزاد سیال شرایط مرزی بدون اغتشاش سیال به صورت رابطه (63) خواهد بود.

$$\phi_B\big|_{y=b_1}=0 \tag{63}$$

برای شرایط مرزی دیواره‌های الاستیک نیز می‌توان رابطه (64) را نوشت.

$$\left.\frac{\partial\phi_B}{\partial z}\right|_{z=0}=\frac{\partial w(x,y,t)}{\partial t} \tag{64}$$

با به‌کارگیری روش جداسازی متغییرها و اعمال شرایط مرزی پاسخ معادله (54) به صورت روابط (65،66) نتیجه می‌شود [15].

$$\phi_B(x,y,z,t)=\sum_{l=0}^{\infty}\sum_{k=0}^{\infty}A_{l,k}(t)\cos(\frac{l\pi x}{a})\cos(\frac{(2k+1)\pi y}{2b_1})(e^{S_1 z}+e^{S_1(2c-z)}) \tag{65}$$

$$\phi_S(x,y,z,t)=\sum_{i=0}^{\infty}\sum_{j=0}^{\infty}B_{i,j}(t)\cos(\frac{i\pi x}{a})\cosh(S_2 y)\cos(\frac{j\pi z}{c}),\quad (0\le x\le a),(0\le y\le b_1),(0\le z\le c_1) \tag{66}$$

در روابط (65،66)

$S_1=\pi\sqrt{(l/a)^2+((2k+1)/(2b_1))^2}$ ، $S_1=\pi\sqrt{(i/a)^2+(j/c_1)^2}$ ، $B_{i,j}(t)$

ثابت مجهول تابع پتانسیل سرعت ناشی از اغتشاش سیال و $A_{l,k}(t)$ ثابت زمانی پتانسیل سرعت ناشی از نوسانات ورق و از رابطه (67) با اعمال شرط مرزی (58) به‌دست می‌آید.

$$A_{l,k}(t)=\frac{coff_1}{ab_1}\int_0^a\int_0^{b_1}\dot{W}(x,y,t)\cos\left(\frac{l\pi x}{a}\right)\times\cos\left(\frac{(2k+1)\pi y}{2b_1}\right)dydx/(S_1(1-e^{2cS_1})) \tag{67}$$

$$coff_1=\begin{cases}1 & l=k=0\\ 2 & l=0 \text{ یا } k=0\\ 4 & l\neq 0,k\neq 0\end{cases} \tag{68}$$

معادلات انرژی جنبشی سیال ناشی از ارتعاش ورق الاستیک و اغتشاشات سیال از روابط (69،70) نتیجه می‌شود [15].

$$T_{f_B}=\frac{1}{2}\rho_f\int_0^a\int_0^{b_1}\phi_B\big|_{z=0}(-\frac{\partial w}{\partial t})dx\,dy \tag{69}$$

$$T_{f_S}=\frac{1}{2}\rho_f\int_0^a\int_0^{b_1}\phi_S\big|_{z=0}(-\frac{\partial w}{\partial t})dx\,dy \tag{70}$$

شرایط اغتشاش در سطح آزاد سیال به صورت رابطه (71) است.

$$\left.\frac{\partial\phi_0}{\partial y}\right|_{y=b_1}=\left.\frac{\omega^2}{g}\phi_0\right|_{y=b_1} \tag{71}$$

در رابطه (71) ω فرکانس دایروی صفحه کوپل با سیال مغشوش و g شتاب گرانش زمین است. با جای‌گذاری رابطه (53) در رابطه (71) و اعمال شرایط مرزی (63) رابطه (72) بدست می‌آید.

$$\left.\frac{\partial\phi_B}{\partial y}\right|_{y=b_1}+\left.\frac{\partial\phi_S}{\partial y}\right|_{y=b_1}=\left.\frac{\omega^2}{g}\phi_S\right|_{y=b_1} \tag{72}$$

با ضرب رابطه (72) در $\rho F\phi_s$ و انتگرال‌گیری بر سطح آزاد سیال رابطه (73) بدست می‌آید.

$$U_{\phi_B}+U_{\phi_S}=\omega^2 T_{\phi_S} \tag{73}$$

در رابطه (73) روابط (74-76) برقرارند.

$$U_{\phi_B}=\rho F\int_0^a\int_0^c(\phi_S\frac{\partial\phi_B}{\partial y})_{y=b_1}dz\,dx \tag{74}$$

$$U_{\phi_S}=\rho F\int_0^a\int_0^c(\phi_S\frac{\partial\phi_S}{\partial y})_{y=b_1}dz\,dx \tag{75}$$

$$T_{\phi_S}=\frac{\rho F}{g}\int_0^a\int_0^c(\phi_S{}^2)_{y=b_1}dz\,dx \tag{76}$$

5- روش انرژی ریلی-ریتز

بر اساس روش انرژی ریلی- ریتز تفاضل انرژی‌های جنبشی و پتانسیل سیستم به‌دست آمده (معادلات لاگرانژ) و با کمینه‌سازی این تفاضل ثوابت مجهول توابع سعی به‌دست می‌آیند که با کمک این روش فرکانس‌های طبیعی و شکل مودهای ارتعاشی ورق حاصل می‌شوند. برای ورق ساخته شده از مواد هدفمند در تماس با سیال مغشوش معادلات لاگرانژ به صورت رابطه (77) تعریف می‌شود.

$$\Pi=\sum U_{\max}-\sum T_{\max} \tag{77}$$

بر مبنای کمینه‌سازی معادله (77)، معادله مقدار ویژه به‌دست می‌آید.

$$\frac{\partial\Pi}{\partial q_{m,n}}=0 \tag{78}$$

در رابطه (78)، q بردار ثوابت مجهول توابع سعی است.

$$q=\left\{u_{m,n},v_{m,n},w_{m,n},\phi_{1_{m,n}},\phi_{2_{m,n}},B_{i,j}\right\}^T$$

بنابراین معادله (78) را می‌توان به صورت رابطه (79) (معادله گلرکین) بازنویسی کرد.

$$\left(K_p+K_R\right)C_{m,n}-\omega^2\left[\left(M_P+M_{fB}\right)C_{m,n}+M_{fS}B_{i,j}\right]=0 \tag{79}$$

در رابطه (79) $C_{m,n}=\left\{u_{m,n},v_{m,n},w_{m,n},\phi_{1_{m,n}},\phi_{2_{m,n}}\right\}^T$ و طبق روابط (80-84):

$$K_p=\frac{\partial^2 U_p}{\partial q_i\partial q_j} \tag{80}$$

$$K_R=\frac{\partial^2 U_R}{\partial q_i\partial q_j} \tag{81}$$

$$M_p=\frac{\partial^2 T_p}{\partial q_i\partial q_j} \tag{82}$$

$$M_{fB}=\frac{\partial^2 T_{fB}}{\partial q_i\partial q_j} \tag{83}$$

$$M_{fS}=\frac{\partial^2 T_{fS}}{\partial q_i\partial q_j} \tag{84}$$

در معادله (79) اگر ثابت $B_{i,j}$ از پیش تعیین نشده باشد، تعداد مجهولات (ثوابت مجهول $C_{m,n}$ و $B_{i,j}$) بیش از معادلات بوده، بنابراین معادله (79) حل نمی‌شود؛ باید معادله کمکی جهت برابر شدن تعداد مجهولات با تعداد معادلات به‌کار گرفت. برای این منظور معادله (73) باید به معادله (79) اضافه شود. بدین‌ترتیب مسأله مقدار ویژه از $(\bar{N}\times\bar{N})$ به $((\bar{N}+\tilde{N})\times(\bar{N}+\tilde{N}))$ افزایش می‌یابد. که $\bar{N}$ بعد مختصات بردار $\{w_{m,n}\}^T$ و $\tilde{N}$ بعد مختصات بردار $\{B_{i,j}\}^T$ است. در نتیجه معادله (79) به صورت رابطه (85) بازنویسی می‌شود.

$$\begin{bmatrix}K_p+K_R & 0\\ K_{\phi_B} & K_{\phi_S}\end{bmatrix}\begin{Bmatrix}C_{m,n}\\ B_{i,j}\end{Bmatrix}-\omega^2\begin{bmatrix}M_P+M_{fB} & M_{fS}\\ 0 & M_{\phi_S}\end{bmatrix}\begin{Bmatrix}C_{m,n}\\ B_{i,j}\end{Bmatrix}=0 \tag{85}$$

[Downloaded from mme.modares.ac.ir on 2024-09-20]
[DOR: 20.1001.1.10275940.1393.14.8.15.8]

در رابطه (85) روابط (86-88) برقرارند.

$$K_{\phi_B} = \frac{\partial^2 U_{\phi_B}}{\partial q_i \partial q_j} \tag{86}$$

$$K_{\phi_S} = \frac{\partial^2 U_{\phi_S}}{\partial q_i \partial q_j} \tag{87}$$

$$M_{\phi_S} = \frac{\partial^2 T_{\phi_S}}{\partial q_i \partial q_j} \tag{88}$$

6- صحه‌گذاری نتایج عددی

در این بخش نتایج حاصل از این تحقیق با به‌کارگیری تئوری تغییر شکل برشی مرتبه سوم و نتایج ارائه شده توسط حسینی‌هاشمی و همکاران (2010)، ژاو و همکاران (2009)، بیشوپ (1979) و اوگرلو (2008) مقایسه شده و در جدول 1 خواص فیزیکی مواد مورد استفاده جهت تحلیل نتایج عددی آورده شده است.

در جدول‌های 2 و 3 مقادیر ده فرکانس اول ورق از جنس ماده هدفمند (Ti-6Al-4V/ آلومینیوم اکساید) با شرایط مرزی کاملاً ساده در دو حالت سرامیک خالص ($\alpha \to \infty$) و فلز خالص ($\alpha = 0$) به‌دست آمده و با نتایج ارائه شده توسط ژاو و همکاران (2009) و بیشوپ (1979) مقایسه شده است. در این جداول جهت طول و عرض ورق 0/4 متر و ضخامت ورق 0/05متر فرض شده است. با توجه به نتایج ارائه شده در این جدول‌ها ملاحظه می‌شود که تطابق خوبی بین نتایج به‌دست آمده از این تحقیق و نتایج ارائه شده توسط ژاو و همکاران (2009) و بیشوپ (1979) وجود دارد.

در جدول 4 فرکانس‌های طبیعی بدون بعد $\beta = \omega h \sqrt{\rho_c / E_c}$ برای ورق از جنس ماده هدفمند Al/Al_2O_3 با شرایط مرزی کاملاً ساده با نسبت ضخامت به طول $h/a = 0.05$ و نسبت اضلاع $a/b = 1$ برای ضریب توانی نسبت حجمی مختلف (α) با نتایج ارائه شده توسط حسینی‌هاشمی و همکاران (2010) و ژاو و همکاران (2009) مقایسه شده است.

جدول 1 خواص مکانیکی مواد هدفمند

نوع ماده	چگالی	مدول الاستیسیته	ضریب پواسون
Al	2702	70	0/3
Al_2o_3	3800	393	0/3
Ti-6Al-4V	4429	105/7	0/298
آلومینیوم اکساید	3750	320/2	0/26

جدول 2 مقایسه فرکانس‌های بی‌بعد ورق از جنس فلز خالص

شماره فرکانس	مرجع [16]	مرجع [12]	تئوری تغییر شکل برشی مرتبه سوم
1	145/04	143/67	144/958
2	362/61	360/64	362/087
3	362/61	360/64	362/087
4	580/18	575/87	578/848
5	725/22	725/53	723/152
6	725/22	725/53	723/152
7	942/79	938/18	939/304
8	942/79	938/18	939/304
9	1233/0	1238/76	1226/940
10	1233/0	1238/76	1226/940

جدول 3 مقایسه فرکانس‌های بی‌بعد ورق از جنس سرامیک خالص

شماره فرکانس	مرجع [16]	مرجع [12]	تئوری تغییر شکل برشی مرتبه سوم
1	271/23	268/60	271/061
2	678/06	674/38	677/099
3	678/06	674/38	677/099
4	1084/9	1076/8	1082/48
5	1356/1	1356/9	1352/36
6	1356/1	1356/9	1352/36
7	1763/0	1754/4	1756/65
8	1763/0	1754/4	1756/65
9	2305/4	2316/9	2294/68
10	2305/4	2316/9	2294/68

جدول 4 مقایسه فرکانس‌های طبیعی بی‌بعد برای ورق مربعی با شرایط مرزی ساده

α	تئوری تغییر شکل برشی مرتبه سوم	مرجع [12]	مرجع [10]
0	0/01480	0/01464	0/01480
0/5	0/01254	0/01241	0/01281
1	0/01131	0/01118	0/01150
4	0/00980	0/00970	0/01013
10	0/00941	0/00931	0/00963

جدول 5 مقایسه فرکانس‌های طبیعی بی‌بعد برای ورق مربعی با نسبت ضخامت $h/a = 0.1$

α	تئوری تغییر شکل برشی مرتبه سوم	مرجع [12]	مرجع [10]
0	5/7694	5/6763	5/7693
0/5	4/9015	4/8209	4/9207
1	4/4192	4/3474	4/4545
2	4/0090	3/9474	4/0063
5	3/7682	3/7218	3/7837
8	3/6846	3/6410	3/6830
10	3/6368	3/5928	3/6277

جدول 6 مقایسه پارامترهای فرکانس برای ورق ایزوتروپ در تماس با سیال

b_1/b	تئوری تغییر شکل برشی مرتبه سوم	مرجع [17]
0	3/139	3/169
0/2	3/020	3/064
0/4	2/191	2/196
0/6	1/414	1/496
0/8	1/031	1/173
1	0/860	1/036

با توجه به نتایج این جدول ملاحظه می‌شود که با افزایش ضریب توانی نسبت حجمی، مقادیر فرکانسی ورق کاهش می‌یابد.

در جدول 5 فرکانس‌های طبیعی بدون بعد $\beta = \omega L^2 \sqrt{\rho_c / E_c} / h$ برای ورق از جنس ماده هدفمند (AL/Al_2O_3) با شرایط مرزی کاملاً ساده با نسبت ضخامت به طول $h/a = 0.1$ و نسبت اضلاع $a/b = 1$ برای ضریب توانی نسبت حجمی (α) مختلف با نتایج ارائه شده توسط حسینی‌هاشمی و همکاران (2010) و ژاو و همکاران (2009) مقایسه شده است. نتایج عددی ارائه شده در جداول 4 و 5 تطابق خوبی بین نتایج به‌دست آمده در این مقاله و نتایج ارائه شده توسط حسینی‌هاشمی و همکاران (2010) و ژاو و همکاران (2009) وجود دارد.

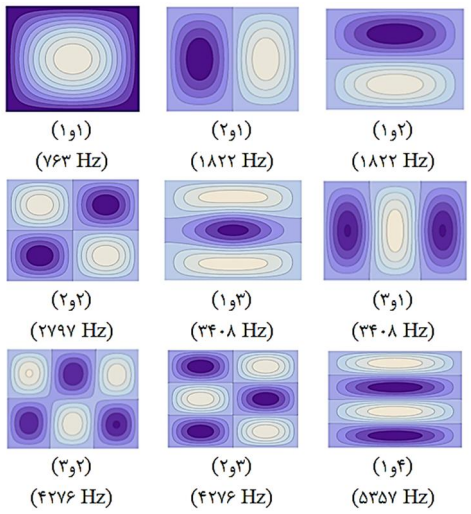
در جدول 6 فرکانس‌های طبیعی بدون بعد $\beta = \omega a^2 \sqrt{\rho_f h / D}$، $D = Eh^3 / (1 - \nu^2)$ صلبیت خمشی ورق، برای ورق ایزوتروپیک در تماس با

[Downloaded from mme.modares.ac.ir on 2024-09-20]
[DOR: 20.1001.1.10275940.1393.14.8.15.8]

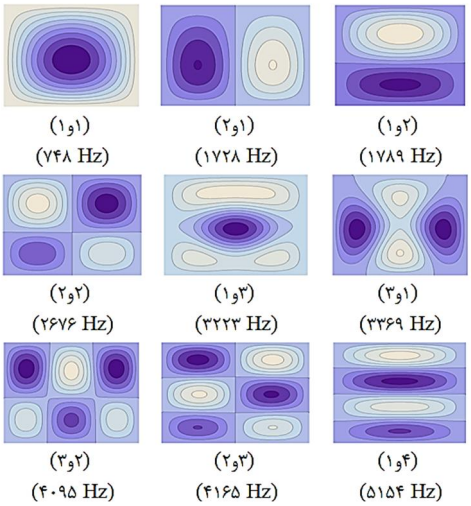
سیالی نامحدود ($c_1=\infty$) برای مقادیر b_1/b (نسبت ارتفاع مخزن حاوی سیال به عرض ورق) با نتایج اوگرلو (2008) مقایسه شده است. خواص فیزیکی ورق جهت به‌دست آوردن نتایج این جدول $E=25\,\text{GPa}$، $\rho=2400\,\text{kg/m}^3$ و $\nu=0.15$ و ابعاد هندسی ورق و مخزن $a=10\text{m}$، $b=10\text{m}$، $h=0.15\text{m}$ و $c_1=100\text{m}$ در نظر گرفته شده و شرایط مرزی کاملاً ساده فرض شده است. با توجه به نتایج این جدول ملاحظه می‌شود که با افزایش ارتفاع سیال مخزن مقادیر فرکانسی‌تر ورق الاستیک کاهش می‌یابد.

7- بررسی، تجزیه و تحلیل نتایج عددی

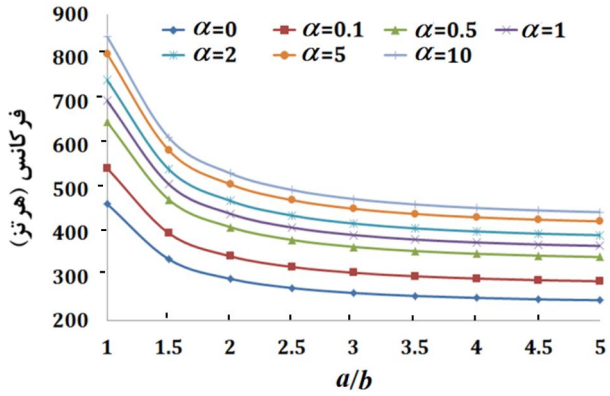
در این بخش نتایج عددی حاصل از حل معادله ارتعاشی برای یک ورق ساخته شده از مواد هدفمند در تماس با سیال مغشوش مورد بررسی و تحلیل قرار می‌گیرد. جنس ورق از ماده هدفمند (AL/Al_2O_3)، فلز مورد نظر در ورق از جنس مواد آلومینیم AL و سرامیک به‌کار رفته آلومینیوما Al_2O_3، در نظر گرفته شده است. شرایط مرزی ورق در این بخش سه شرط مرزی کلاسیک ساده متحرک، شرایط مرزی ساده غیرمتحرک و همچنین شرایط مرزی کاملاً گیردار به‌کار گرفته شده است. در ادامه تغییرات فرکانس طبیعی ورق در تماس با سیال و شکل مود ارتعاشی ورق برحسب تغییرات پارامترهای ضریب توانی نسبت حجمی، نسبت طول و نسبت ضخامت ورق، ارتفاع سیال، عرض مخزن و شرایط مرزی به‌دست آمده و مورد بحث و بررسی قرار گرفته است.



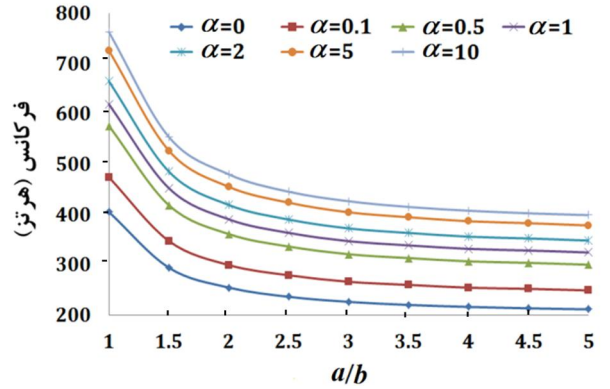
شکل 2 ورق از جنس مواد هدفمند مربعی در حالت تماس با هوا



شکل 3 ورق از جنس مواد هدفمند مربعی در حالت تماس با سیال



شکل 4 نمودار تغییرات فرکانس پایه ورق در تماس با هوا بر حسب تغییرات نسبت اضلاع ورق با شرایط مرزی ساده متحرک و غیرمتحرک



شکل 5 نمودار تغییرات فرکانس پایه ورق در تماس با سیال بر حسب تغییرات نسبت اضلاع ورق با شرایط مرزی ساده متحرک و غیرمتحرک

در شکل‌های 2 و 3 شکل مودهای ارتعاشی مرتبط با برای فرکانس‌های ارتعاشی اول تا نهم ورق مربعی در تماس با هوا و در تماس باسیال با شرایط مرزی کاملاً ساده از جنس مواد هدفمند (AL/Al_2O_3) برای $\alpha=1$ نمایش داده شده است. در این شکل‌ها نسبت ضخامت $h/a=0.1$ در نظر گرفته شده است. در شکل 3 ابعاد هندسی مخزن و سیال آب $b_1=0.3\,\text{m}$ و $c_1=0.4\text{m}$ فرض شده است. با مقایسه نتایج ارائه شده در این دو شکل برای شرایط فیزیکی و هندسی یکسان ملاحظه می‌شود که فرکانس‌های طبیعی ورق در تماس با سیال کمتر از ورق در تماس با هواست.

همچنین با توجه به نتایج این دو شکل می‌توان نتیجه گرفت که شکل مودهای ارتعاشی ورق در تماس با سیال نسبت به ورق در تماس با هوا دچار اعوجاج می‌شود. البته قابل ذکر است که ایجاد اعوجاج در شکل مودهای ارتعاشی بالاتر بیشتر ملاحظه می‌شود که دلیل این امر تأثیر انرژی‌های جنبشی سیال بر نوسانات ورق الاستیک است به عبارتی با افزایش انرژی جنبشی کل سیستم فرکانس‌های طبیعی ورق در تماس با سیال کاهش یافته و همچنین نوسانات سیال سبب ایجاد اعوجاج در شکل مودهای ارتعاشی ورق می‌شود.

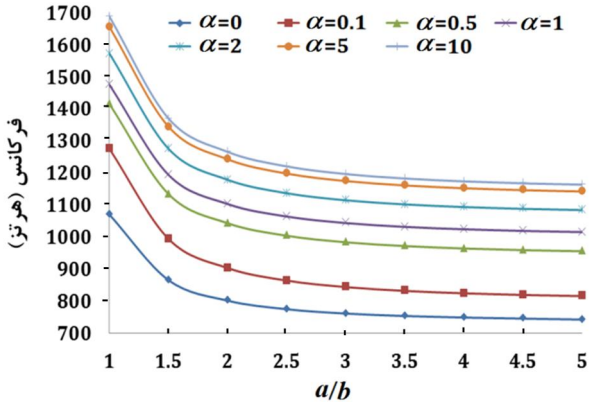
در شکل 4 نمودار تغییرات فرکانس پایه ارتعاشی ورق از جنس مواد هدفمند در تماس با هوا با نسبت ضخامت به طول $h/a=0.1$ و شرایط مرزی ساده متحرک و شرایط مرزی ساده غیرمتحرک برای ضریب توانی نسبت حجمی‌های مختلف نمایش داده شده است. با توجه به نتایج ارائه شده در شکل 4 مشاهده می‌شود فرکانس ارتعاشی سیستم در دو حالت شرایط مرزی ساده متحرک و شرایط مرزی ساده غیرمتحرک برهم منطبق است. هر چقدر مقدار طول ورق یا به عبارتی دیگر نسبت طول به عرض ورق افزایش یابد مقدار فرکانس ارتعاش ورق کمتر خواهد شد و نیز مشاهده می‌شود که

[Downloaded from mme.modares.ac.ir on 2024-09-20]
[DOR: 20.1001.1.10275940.1393.14.8.15.8]

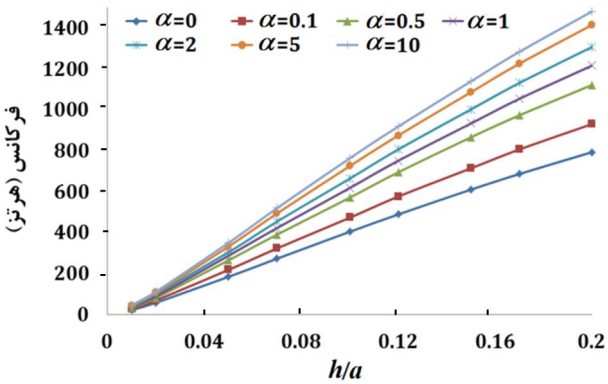
هر چه مقدار ضریب توانی نسبت حجمی افزایش می‌یابد مقدار فرکانس سیستم نیز افزایش می‌یابد. با افزایش نسبت توان حجمی به سفتی ورق افزوده می‌شود و درصد سرامیک در ورق افزایش می‌یابد دلیل رابطه مستقیم بین فرکانس و نسبت توان حجمی در شکل 4 همین امر است.

شکل 5 نمودار تغییرات فرکانس پایه ورق از جنس مواد هدفمند در تماس با سیال مغشوش برای ضریب توانی نسبت حجمی‌های مختلف با شرایط مرزی ساده متحرک و شرایط مرزی ساده غیرمتحرک نمایش داده شده است. ورق با نسبت ضخامت به طول $h/a=0.1$ در تماس با سیالی محدود مغشوش با با چگالی $\rho_F=1000\,\mathrm{kg/m^3}$، عمق سیال $b_1=0.5\,\mathrm{m}$ و عرض مخزن $c_1=0.4\,\mathrm{m}$ است. ابتدا با مقایسه مقایر فرکانس ورق در تماس با هوا و سیال مشاهده می‌شود در شرایط یکسان فرکانس در حالات تماس ورق با هوا از حالت تماس ورق با سیال مغشوش بیشتر است. در شکل 5 مشاهده می‌شود که هر چه مقدار ضریب توانی نسبت حجمی افزایش یابد مقدار فرکانس سیستم نیز افزایش می‌یابد.

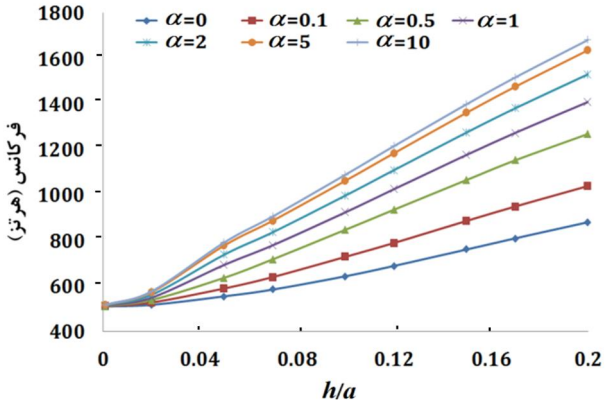
شکل 6 نمودار تغییرات فرکانس پایه ورق در تماس با سیال بر حسب تغییرات نسبت اضلاع برای شرایط مرزی گیردار نمایش داده شده است. نسبت ضخامت برای ورق $h/a=0.1$، چگالی سیال $\rho_F=1000\,kg/m^3$، عمق سیال $b_1=0.5\,m$ و عرض مخزن $c_1=0.4\,m$ فرض شده است در این شکل مشاهده می‌شود تغییرات فرکانس ارتعاشی به نسبت اضلاع برای شرایط مرزی گیردار نیز شبیه به شرایط مرزی ساده متحرک و شرایط مرزی ساده غیر متحرک است. با توجه به نتایج ارائه شده در این شکل‌ها مشاهده می‌شود که به دلیل افزایش سفتی سیستم به دلیل افزایش قیود هندسی در مرزهای ورق برای شرایط هندسی و فیزیکی یکسان فرکانس طبیعی ورق با شرایط مرزی گیردار بیش از فرکانس طبیعی ورق با شرایط مرزی ساده می‌شود.



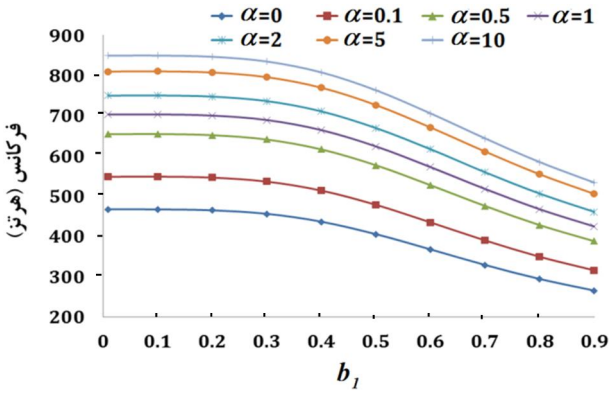
شکل 6 نمودار تغییرات فرکانس پایه ورق در تماس با سیال بر حسب تغییرات نسبت اضلاع ورق با شرایط مرزی گیردار



شکل 7 نمودار تغییرات فرکانس پایه ورق در تماس با سیال بر حسب تغییرات نسبت ضخامت ورق با شرایط مرزی ساده متحرک و غیر متحرک



شکل 8 نمودار تغییرات فرکانس پایه ورق در تماس با سیال بر حسب تغییرات نسبت ضخامت با شرایط مرزی گیردار



شکل 9 نمودار تغییرات فرکانس پایه ورق در تماس با سیال نسبت به تغییرات ارتفاع سیال با شرایط مرزی ساده متحرک و غیرمتحرک

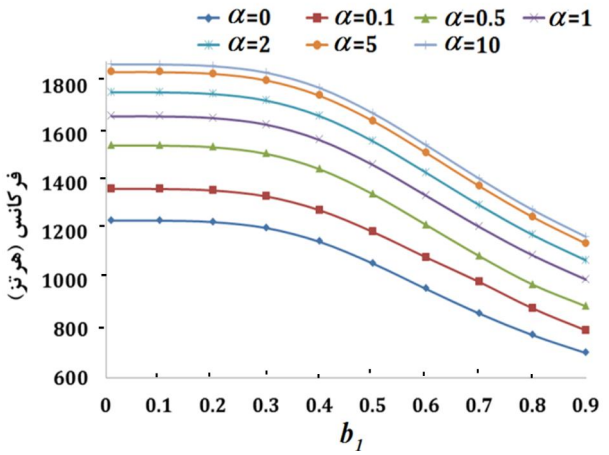
شکل‌های 7 و 8 نمودار تغییرات فرکانس پایه ورق در تماس با سیال برحسب تغییرات نسبت ضخامت برای ضریب توانی نسبت حجمی‌های مختلف نمایش داده شده است.

نسبت اضلاع ورق $a/b=1$ فرض شده است. در شکل‌های 7 و 8 مشاهده می‌شود که هر چه نسبت ضخامت ورق افزایش پیدا کند فرکانس ارتعاش سیستم نیز با شیب به نسبت زیادی افزایش خواهد یافت.

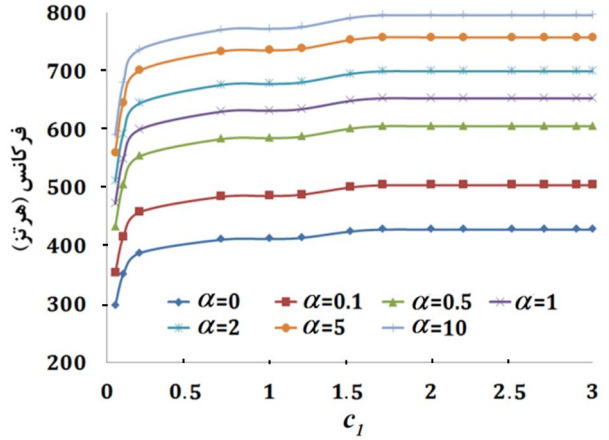
شکل‌های 9 و 10 نمودار تغییرات فرکانس پایه ورق در تماس با سیال نسبت به تغییرات ارتفاع سیال برای ضریب توانی نسبت حجمی‌های مختلف نمایش داده شده است. در این شکل‌ها نسبت اضلاع ورق $a/b=1$ و نسبت ضخامت $h/a=0.1$ فرض شده است. با توجه به نتایج ارائه شده در این شکل‌ها مشاهده می‌شود که هر چقدر ارتفاع مخزن افزایش یابد مقدار فرکانس ارتعاشی سیستم نیز کاهش می‌یابد که در ابتدا این کاهش با شیب بسیار ناچیز آغاز ولی در ادامه شیب نمودار بیشتر خواهد شد؛ همچنین مشاهده می‌شود که هر چه مقدار ضریب توانی نسبت حجمی افزایش می‌یابد مقدار فرکانس سیستم نیز افزایش پیدا می‌کند.

در شکل‌های 11 و 12 نمودار تغییرات فرکانس پایه ورق در تماس با سیال نسبت به تغییرات عرض مخزن نمایش داده شده است. جهت به‌دست آوردن این نتایج نسبت اضلاع ورق $a/b=1$ و نسبت ضخامت به طول $h/a=0.1$ فرض شده است. با توجه به نتایج ارائه شده در این شکل‌ها مشاهده می‌شود در ابتدا هر چه عرض مخزن افزایش یابد مقدار فرکانس ارتعاش ورق افزایش خواهد داشت، سپس به تدریج از شیب منحنی کاسته شده و شیب به صفر می‌رسد به طوری که برای عرض مخزن‌های زیاد با افزایش عرض مقدار فرکانس تغییری نخواهد داشت.

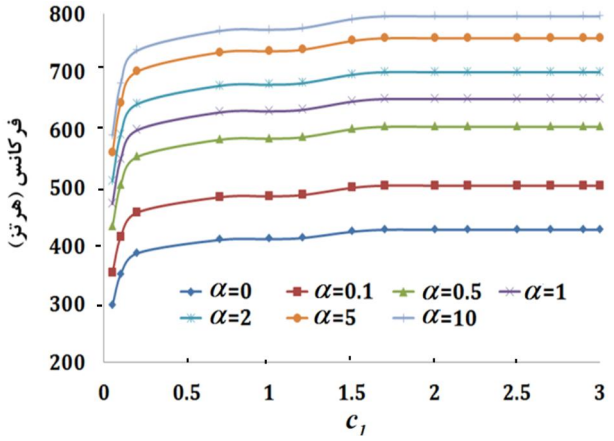
[Downloaded from mme.modares.ac.ir on 2024-09-20]
[DOR: 20.1001.1.10275940.1393.14.8.15.8]



شکل 10 نمودار تغییرات فرکانس پایه ورق در تماس با سیال نسبت به تغییرات ارتفاع سیال با شرایط مرزی گیردار



شکل 11 نمودار تغییرات فرکانس پایه ورق در تماس با سیال نسبت به تغییرات عرض مخزن با شرایط مرزی ساده متحرک و غیرمتحرک



شکل 12 نمودار تغییرات فرکانس پایه ورق در تماس با سیال نسبت به تغییرات عرض مخزن با شرایط مرزی گیردار

8- نتیجه‌گیری

در تحقیق حاضر ارتعاش آزاد ورق مستطیلی ازجنس مواد هدفمند در تماس با سیال مغشوش مورد بررسی قرار گرفت و جهت تحلیل ارتعاش ورق از تئوری تغییر شکل برشی مرتبه سوم استفاده شده است. شرایط مرزی مورد استفاده نیز برای حالت‌های ساده متحرک، ساده غیرمتحرک و گیردار است. با بررسی نتایج عددی به طور خلاصه نتایج زیر به‌دست آمدند:

- مقادیر فرکانس در حالات تماس ورق با هوا بیشتر از حالت تماس ورق با سیال مغشوش است.
- با افزایش نسبت اضلاع ورق، از مقدار فرکانس ارتعاش کاهیده خواهد شد.
- با افزایش ضخامت ورق، مقدار فرکانس نیز افزایش می‌یابد.
- با افزایش عمق سیال، مقدار فرکانس ارتعاش کمتر خواهد شد.
- با افزایش عرض مخزن، مقدار فرکانس ارتعاش ورق افزایش می‌یابد.
- فرکانس پایه ارتعاش قائم سیستم در دو حالت شرایط مرزی ساده متحرک و ساده غیرمتحرک بر هم منطبق است. همچنین مشاهده می‌شود فرکانس ارتعاشی برای حالت گیردار بیش از حالات ساده متحرک و ساده غیرمتحرک است.
- هر چه مقدار ضریب توانی نسبت حجمی افزایش یابد به دلیل افزایش سفتی ورق، مقدار فرکانس طبیعی ورق نیز افزایش می‌یابد.

9- مراجع

[1] Robinson N.J., Palmer S.C., A modal analysis of a rectangular plate floating on an incompressible liquid, *Journal of Sound and Vibration,* Vol. 142, No. 3, pp. 435-460, 1990.

[2] Kwak M.K., Hydroelastic vibration of rectangular plates, *Transaction of the American Society of Mechanical Engineers, Journal of Applied Mechanics,* Vol. 63, No. 1, pp. 110–115, 1996.

[3] Haddara M.R., Cao S., A study of the dynamic response of submerged rectangular flat plates, *Marine Structures,* Vol. 9, No. 10, pp. 913–933, 1996.

[4] Zhou D., Cheung Y.K., Vibration of vertical rectangular plate in contact with water on one side, *Earthquake Engineering and Structural Dynamics,* Vol. 29, No. 5, pp. 693–710, 2000.

[5] Liang C.C., Liao C.C., Tai Y.S., Lai W.H., The free vibration analysis of submerged cantilever plates, *Ocean Engineering,* Vol. 28, No. 9, pp. 1225–1245, 2001.

[6] Yadykin Y., Tenetov V., Levin D., The added mass of a flexible plate oscillating in a fluid, *Journal of Fluids and Structures,* Vol. 17, No. 1, pp. 115–123, 2003.

[7] Jeong K.H., Yoo G.H., Lee S.C., Hydroelastic vibration of two identical rectangular plates, *Journal of Sound and Vibration,* Vol. 272, No. 3-5, pp. 539–555, 2003.

[8] Ergin A., Uğurlu B., Linear vibration analysis of cantilever plates partially submerged in fluid, *Journal of Fluids and Structures,* Vol. 17, No. 7, pp. 927–939, 2003.

[9] Zhou D., Liu W., Hydroelastic vibrations of flexible rectangular tanks partially filled with liquid, *International Journal for Numerical Methods in Engineering,* Vol. 71, No. 2, pp.149–174, 2007.

[10] Hosseini-Hashemi Sh., Rokni-Damavandi-Taher H., Akhavan H., Omidi M., Free vibration of Functionally graded rectangular plates use first-order shear deformation plate theory, *Applied Mathematical Modelling,* Vol. 34, No. 5, pp. 1276-1291, 2010.

[11] Talha M., Singh B.N., Static response and free vibration analysis of FGM plates using higher order shear deformation theory, *Applied Mathematical Modeling,* Vol. 34, No. 12, pp. 3991-4011, 2009.

[12] Zhao X., Lee Y.Y., Liew K.M., Free vibration analysis of functionally graded plates using the element-free kp- Ritz method, *Journal of sound and Vibration,* Vol. 319, No. 3-5, pp. 918-939, 2009.

[13] Hosseini-Hashemi Sh., Rokni-Damavandi-Taher H., Akhavan H., Omidi M., study on the free vibration of thick functionally graded rectangular plates according to the new exact closed-form procedure, *Composite Structure,* Vol. 93, No. 2, pp. 722-735, 2011.

[14] Khorshidi K., Effect of Hydrostatic Pressure on vibrating rectangular plates coupled with fluid, *SCIENTIA IRANICA Transaction A, Journal of Civil Engineering,* Vol. 17, No. 6, pp 415-429, 2010.

[15] Khorshidi K., Farhadi S., Free vibration analysis of a laminated composite rectangular plate in contact with a bounded fluid, *Composite structures,* Vol. 104, 2013, pp. 176–186.

[16] Bishop R.E.D., *The Mechanics of Vibration,* Cambridge University Press, New York,1979.

[17] Uğurlu B, Kutlu A, Ergin A, Omurtag M.H., Dynamics of a rectangular plate resting on an elastic foundation and partially in contact with quiescent fluid, *Journal of Sound and Vibration,* Vol. 317, No. 1-2, pp. 308-328, 2008.

[Downloaded from mme.modares.ac.ir on 2024-09-20]
[DOR: 20.1001.1.10275940.1393.14.8.15.8]