



## تعیین تجربی و به کارگیری عددی پارامترهای آسیب نرم آلومینیوم 2024-O

اسماعیل سلیمپور ممان<sup>1</sup>، مجید میرزایی<sup>2\*</sup>

1- فارغ التحصیل کارشناسی ارشد، مهندسی هوافضا، دانشگاه تربیت مدرس، تهران  
 2- دانشیار، مهندسی مکانیک، دانشگاه تربیت مدرس، تهران  
 \* تهران، صندوق پستی 14115-143، mmirzaei@modares.ac.ir

### اطلاعات مقاله

مقاله پژوهشی کامل  
 دریافت: 03 آبان 1396  
 پذیرش: 15 دی 1396  
 ارائه در سایت: 03 بهمن 1396

کلید واژگان:

آسیب نرم  
 شبیه سازی اجزای محدود  
 تنش سه محوره  
 کرنش شکست

### چکیده

تعیین پارامترهای آسیب مواد مختلف می‌تواند در تحلیل و ارزیابی گسیختگی ورق‌های نازک فلزی در حین شکل‌دهی بسیار مفید باشد. کمیت آسیب به‌طور عمده به کرنش‌های ایجاد شده در قطعه، وضعیت تنش، مسیر کرنش و نرخ کرنش وابسته است. وضعیت تنش در محل آسیب یک پارامتر مهم و مؤثر است که با استفاده از پارامترهایی نظیر نسبت تنش سه‌محوره، پارامتر اثر نامتغیر سوم تانسور تنش انحرافی و تنش معادل توصیف می‌گردد. در این مقاله به بررسی رفتار مکانیکی و خواص آسیب نرم آلومینیوم 2024-O پرداخته شده است. هدف تعیین رفتار مکانیکی و ارائه رابطه‌ای برای ارتباط کرنش شکست و وضعیت تنش در محل وقوع آسیب است. برای این منظور آزمون‌های تجربی بر روی نمونه‌های صاف و نمونه‌های تخت شیاردار انجام گرفته است. با استفاده از نمونه‌هایی با شیارهای متفاوت نسبت تنش سه محوره‌های مختلفی در محل شیار در نمونه‌ها ایجاد شده و با تعیین کرنش‌های شکست هریک از نمونه‌ها، ثوابت مربوط به آسیب نرم ماده تعیین گردیده است. با استفاده از نتایج آزمون‌های انجام شده، ارتباط کرنش شکست و نسبت تنش سه محوره در رژیم کرنش صفحه‌ای برای آلومینیوم 2024-O ارائه شده است. به‌منظور ارزیابی روند شبیه‌سازی عددی و کاربرد روابط ارائه شده در شبیه‌سازی‌های عددی پیچیده‌تر، مسئله با استفاده از معیار آسیب نرم در نرم‌افزار آباکوس شبیه‌سازی گردیده و نتایج با نتایج آزمون‌های تجربی مقایسه شده است. نتایج شبیه‌سازی‌های عددی و تجربی از همخوانی بسیار خوبی برخوردار است.

## Experimental determination and numerical implementation of ductile damage parameters of Al 2024-O

Esmail Salimpour maman, Majid Mirzaei\*

Department of Mechanical Engineering, Tarbiat Modares University, Tehran, Iran  
 \* P.O.B. 14115-143, Tehran, Iran, mmirzaei@modares.ac.ir

### ARTICLE INFORMATION

Original Research Paper  
 Received 25 October 2017  
 Accepted 05 January 2018  
 Available Online 23 January 2018

### Keywords:

Ductile damage  
 Finite element simulation  
 Stress triaxiality  
 Fracture strain

### ABSTRACT

Determination of the damage parameters for different materials can be beneficial to the analysis and assessment of rupture during forming of thin metallic plates. The amount of damage depends on the strain amplitude, the state of stress, and also the path and rate of the strain. The state of stress at the damage location is an important and effective parameter which is described by stress triaxiality, load angle and equivalent stress. In this paper, the mechanical behavior and ductile damage properties of Al 2024-O have been investigated. The aim was the determination of the mechanical behavior and development of an expression for correlation between the failure strain and the state of stress at the damage location. Hence, the experimental tests were carried out on both smooth and notched flat specimens. Various levels of stress triaxiality in notched specimens were created by variation of the notch radius. Based on the test results, a new expression has been developed for correlation between the failure strain and the triaxiality ratio for Al 2024-O in the plane strain regime. In order to evaluate the simulation procedure and applicability of the proposed expressions in more complex problems, the process was simulated using ductile damage criterion in the ABAQUS software, and the experimental and numerical results were compared. Very good agreements were observed between the simulation and experimental results.

### 1- مقدمه

مشکلاتی از قبیل چروک شدگی، نازک شدن، ناپایداری و گلوبی شدن موضعی می‌شوند که از نظر سیستم کیفیت قابل قبول نمی‌باشند و بایستی از به وجود آمدن این قبیل عیوب جلوگیری شود. امروزه به کمک تحلیل‌های عددی و روش‌های مکانیک آسیب تا حدود زیادی زمان و مکان وقوع این پدیده‌ها در حین فرایند شکل‌دهی قابل پیش‌بینی شده است. با پیش‌بینی علت، زمان و مکان رخ دادن این عیوب می‌توان به اصلاح و بهینه‌سازی فرایند

ورق‌های نازک فلزی شکل‌دهی شده بخش عمده‌ای از تولیدات صنعتی مخصوصاً در صنایع بزرگی همچون خودروسازی، هوافضا و کشتی‌سازی را شامل می‌شوند. در حین فرایند شکل‌دهی، ورق تغییر شکل‌های پلاستیک بسیار بزرگی را تجربه می‌کند که توصیف تحلیلی این میدان تغییر شکل بسیار دشوار و پیچیده می‌باشد. قطعات فلزی در حین شکل‌دهی دچار

### Please cite this article using:

E. Salimpour maman, M. Mirzaei, Experimental determination and numerical implementation of ductile damage parameters of Al 2024-O, *Modares Mechanical Engineering*, Vol. 18, No. 02, pp. 45-52, 2018 (in Persian)

برای ارجاع به این مقاله از عبارت ذیل استفاده نمایید:

تولید پرداخت و از هزینه‌های اضافی و تولیدات ناقص کم نمود. محققان زیادی در زمینه بررسی روش‌های پیش‌بینی زمان و مکان ایجاد آسیب در فرایند شکل‌دهی ورق‌های نازک فلزی فعالیت داشته‌اند [1-3]. پارامترهای متنوعی در بررسی آسیب نرم مؤثر می‌باشد که هر یک اثر خاصی بر فرایند ایجاد و رشد آسیب دارد. کرنش معادل در شکست یک پارامتر مناسب برای بیان شکل‌پذیری ماده می‌باشد. یکی از ابتدایی‌ترین و ساده‌ترین معیارهای شکست، کرنش معادل شکست ثابت است. در این معیار، کرنش معادل شکست که از آزمون تجربی تعیین شود برای تمام حالت‌های بارگذاری ماده یکسان فرض می‌شود. ثابت شده است که کرنش معادل شکست در شرایط بارگذاری مختلف متغیر بوده و وابسته به پارامترهایی نظیر وضعیت تنش، نرخ کرنش و... است. وضعیت تنش در یک نقطه با پارامترهای نسبت تنش سه محوره<sup>1</sup> و پارامتر مسیر بار<sup>2</sup> بیان می‌گردد، نسبت تنش سه محوره یکی از مهم‌ترین پارامترهایی است که بر شکل‌پذیری مواد اثرگذار است. پژوهش‌های تجربی بریچمن [4] نشان داد که اگر در آزمون کشش، نمونه همزمان تحت فشار هم باشد، کرنش در هنگام شکست افزایش می‌یابد. وی علت این موضوع را کاهش نسبت تنش سه محوره در محل گلوبی شدن بیان داشت. با استفاده از آزمون‌های تجربی هنکوک و مکنزی [5] و هنکوک و براون [6] به این نتیجه رسیدند که کرنش در زمان شکست به‌صورت نزولی تابعی از نسبت تنش سه محوره است. مک لینتاک [7] و رایس و همکارانش [8] رشد حفره‌ها تحت بارگذاری هیدرواستاتیک را بررسی نمودند و یک رابطه نمایی ساده برای کرنش شکست برحسب تنش سه محوره ارائه نمودند. جانسون و کوک [9] پیشنهاد دادند که در نرخ کرنش و دمای ثابت، کرنش معادل شکست به‌صورت نمایی با تنش سه محوره ارتباط دارد. به‌علاوه آن‌ها اثرات هم‌زمان چند محوریت تنش، نرخ کرنش و دما را به پارامترهای آسیب ارتباط داده و یک رابطه بسیار پرکاربرد مهندسی خصوصاً در مسائل برخورد با سرعت بالا ارائه نمودند.

هنکوک و مکنزی با استفاده از آزمون کشش روی نمونه‌های شیاردار از جنس فولاد دریافتند که شکل‌پذیری به‌طور قابل توجهی به نسبت تنش سه محوره بستگی دارد [10]. معمولاً مطالعه اثر نسبت تنش سه محوره بر روی شکست و ارتباط آن با کرنش شکست برای نسبت‌های بزرگ تنش سه محوره با استفاده از نمونه‌های آزمون کشش مدور شیاردار<sup>3</sup> برای حالت تنش صفحه‌ای و برای نسبت‌های منفی با استفاده از یک سری آزمون تجربی دیگر تعیین می‌شود. باث و همکارانش [11, 12] با انجام آزمون‌های گسترده بر روی آلیاژ آلومینیوم 2024 حرارت دیده تلاش کردند تا مکان هندسی کرنش شکست را در بازه‌های مختلف چند محوریت تنش به‌دست آورند. آن‌ها آزمون‌هایی شامل نمونه‌هایی برای آزمون برش، آزمون کشش ساده و آزمون فشار را مورد بررسی قرار داده و برای بازه‌های مختلف نسبت تنش سه محوره رابطه‌ای برای ارتباط کرنش شکست و نسبت سه محوریت تنش ارائه نمودند. نتایج آن‌ها نشان می‌داد که سه تابع مختلف برای این ارتباط در بازه‌های مختلف وجود دارد. برخی از محققان نشان دادند کرنش شکست علاوه بر نسبت تنش سه محوره به پارامتر مسیر بار نیز وابسته است آن‌ها با انجام آزمون‌های تجربی وابستگی کرنش شکست به پارامترهای فوق را بررسی نمودند [13-16]. بای و همکارانش [17] با انجام آزمون‌های گسترده بر روی آلومینیوم 2024-T3 توانستند به‌صورت هم‌زمان ارتباط کرنش شکست و

پارامتر اثر نامتغیر سوم تانسور تنش انحرافی و نسبت تنش سه محوره را بیان کردند. آن‌ها برای حالت کشش متقارن از آزمون‌های نمونه مدور صاف و شیاردار، برای حالت کرنش صفحه‌ای از نمونه‌های تخت شیاردار و برای حالت فشار از نمونه‌های استوانه‌ای فشاری استفاده نمودند و در نهایت رابطه پارامترهای شکست را در حالت‌های مختلف تعیین نمودند. در رابطه پیشنهادی آن‌ها تابعیت کرنش شکست از نسبت تنش سه محوره به‌صورت نمایی و تابعیت پارامتر اثر نامتغیر سوم تانسور تنش انحرافی به‌صورت چندجمله‌ای تعیین شده بود. براساس نتایج آن‌ها در هر مقدار پارامتر اثر نامتغیر سوم تانسور تنش انحرافی، ارتباط کرنش شکست و نسبت تنش سه محوره به‌صورت نمایی نزولی قابل بیان است. همچنین بای و همکارانش [18] در پژوهش دیگری به بررسی خواص آسیب و ارتباط نسبت تنش سه محوره با کرنش شکست پرداختند. آن‌ها برای دو نوع فولاد نمودارهای مرتبط با آسیب نرم را تدوین و نتایج را گزارش نمودند. حاجی‌ابوطالبی و بنی‌هاشمی [19] با استفاده از معیار آسیب حد شکل‌دهی و شبیه‌سازی عددی پارامترهای معیار آسیب نرم فولاد St14 را استخراج نمود و با استفاده از این پارامترها نمونه‌های متنوعی از مسایل شکل دهی را شبیه‌سازی و صحت‌سنجی نمود. پرادیو و همکارانش [20] با استفاده از معیار تسلیم ناهمسانگرد و انجام آزمایش‌های متنوع به بررسی معیارهای شکست آلیاژ آلومینیوم 6061 پرداختند. براساس گزارشات آن‌ها نتایج روند عددی و آزمایشات انجام شده هم‌خوانی بسیار خوبی دارند.

به‌دلیل خواص منحصربه‌فرد آلیاژهای آلومینیوم، به‌طور گسترده در صنایع هوافضا از این آلیاژها استفاده می‌گردد. هدف این پژوهش تعیین پارامترهای ماده و روابط موردنیاز برای تحلیل آسیب نرم به‌منظور شبیه‌سازی گسیختگی ورق‌های نازک فلزی در فعالیت‌های شکل‌دهی قطعات پیچیده می‌باشد. برای این منظور آزمون‌های تجربی نمونه کشش تخت و تخت شیاردار با شعاع شیارهای مختلف انجام گرفته و کرنش شکست تعیین گردیده است. سپس با استفاده از داده‌های تجربی ارتباط میان کرنش شکست و نسبت تنش سه محوره به‌صورت رابطه‌ای نمایی تعیین گردیده است. به‌منظور بررسی میزان دقت معادلات پیشنهادی در پیش‌بینی آسیب، آزمون‌های انجام شده با استفاده از نرم‌افزار آباکوس با در نظر گرفتن خواص آسیب پیشنهاد شده، شبیه‌سازی گردیده و نمودار نیرو-جابجایی حاصل از شبیه‌سازی عددی با نتایج تجربی مقایسه گردیده است. نتایج حاصل تطابق بسیار خوبی با داده‌های تجربی را نشان می‌دهد.

## 2- معیار آسیب نرم<sup>4</sup>

مکانیک آسیب ابزار قدرتمندی جهت پیش‌بینی و بررسی عیوب مکانیکی محصولات فرایندهای متنوع شکل‌دهی فلزات به‌شمار می‌آید. به‌طورکلی مدل‌های گوناگونی جهت پیش‌بینی نحوه رشد و توزیع آسیب در فرایندهای مکانیکی مختلف ارائه شده است که هر یک محدودیت‌ها و مزایایی نسبت به هم دارند. یکی از پرکاربردترین این روش‌ها، روش آسیب نرم می‌باشد. در یک فرایند شکل‌دهی رفتار شکست نرم تحت تأثیر مقدار کرنشی است که ماده می‌تواند تحمل نماید به‌عبارت دیگر اگر کرنش در ماده، که خود تابع پارامترهای مختلفی از جمله حالت تنش است، به کرنش شکست برسد آسیب در ماده ایجاد خواهد شد. برای ارزیابی حالت تنش وارده، پارامتر نسبت تنش سه محوره به‌صورت رابطه (1) تعریف می‌گردد:

<sup>1</sup> Stress Triaxiality

<sup>2</sup> Load Angle Parameter

<sup>3</sup> Pre-Notched Round Tensile Specimens

<sup>4</sup> Ductile Damage

بودن تابع کرنش شکست برحسب تنش سه محوره و همچنین برای  $\bar{\theta}$  مشخص، مطابق رابطه زیر محاسبه می‌شود:

$$D = \int \frac{d\bar{\epsilon}_{pl}}{\bar{\epsilon}_{pl,D}(\eta, \bar{\theta}, \xi)} \quad (12)$$

که  $\bar{\epsilon}_{pl,D}$  کرنش معادل پلاستیک در شروع آسیب می‌باشد که تابعی از نسبت تنش سه محوره و نرخ کرنش در پارامتر اثر نامتغیر سوم تانسور تنش انحرافی مشخصی است. متغیر آسیب از حالت ایده‌آل برای ماده بدون آسیب  $D = 0$  تا شکست کامل قطعه  $D = 1$  تغییر می‌کند.

اولین قدم برای استفاده از روش مکانیک آسیب نرم تعیین ارتباط نسبت تنش سه محوره و کرنش شکست است. تلاش‌های بسیار زیادی برای تعیین ارتباط این پارامترها برای مواد مختلف انجام گرفته است. مشهورترین روابط ارائه شده که به‌طور گسترده در مراجع مختلف مورد استفاده شده است، معیار رایس-تریسی، جانسون-کوک و هوپوترا<sup>3</sup> می‌باشد. معیار رایس-تریسی [8] و جانسون-کوک [9] ارتباط میان نسبت تنش سه محوره و کرنش شکست را به ترتیب به‌صورت روابط (13) و (14) بیان می‌کنند.

$$\epsilon_f = C_1 \exp(-c_2 \eta) \quad (13)$$

$$\epsilon_f = d_1 + d_2 \exp(d_3 \eta) \quad (14)$$

در رابطه بالا  $c_1, c_2, d_1, d_2, d_3$  ثوابت ماده می‌باشند که برای هر ماده آزمون‌های با آزمون‌های تجربی تعیین شوند. در مدل هوپوترا [21]، کرنش پلاستیک معادل شکست  $\epsilon_f$  تابعی نمایی از نسبت تنش سه محوره  $\eta$  در نظر گرفته شده است.

$$\epsilon_f = A \exp(-c\eta) + B \exp(c\eta) \quad (15)$$

که در رابطه فوق  $A, B, C$  و پارامترهای آسیب ماده‌اند و در مراجع مختلف با استفاده از آزمایش‌های تجربی برای مواد مختلف تعیین شده‌اند [22, 23]. برای به‌دست آوردن ثوابت  $c_1, c_2, d_1, d_2, d_3$  و  $A, B$  در مراجع مختلف از آزمون‌های خاصی استفاده شده است. آزمون‌هایی با نمونه‌های کشش مدور صاف و نمونه‌های شیاردار در حالت کشش متقارن ( $\bar{\theta} = 1$ )، نمونه‌های تخت شیاردار برای حالت کرنش صفحه‌ای ( $\bar{\theta} = 0$ )، نمونه‌های پروانه‌ای برای حالت برش و نمونه‌های استوانه‌ای فشاری ( $\bar{\theta} = -1$ ) برای حالت فشار بسیار مرسوم می‌باشد. در حالت کرنش صفحه‌ای و برای نمونه‌های تخت شیاردار می‌توان میدان تنش و رابطه تنش سه محوره را برحسب پارامترهای شیار به‌دست آورد [4].

$$\eta = \frac{\sqrt{3}}{3} [1 + 2\ln(1 + \frac{t_0}{4R})] \quad (16)$$

که در رابطه فوق  $t_0$  ضخامت اولیه نمونه و  $R$  شعاع شیار ایجاد شده در نمونه می‌باشد. همان‌طور که از رابطه (16) مشخص است نسبت تنش سه محوره در مرکز نمونه با تغییر شعاع شیار تغییر می‌کند. "شکل 1" نمای شماتیک نمونه تخت شیاردار مورد استفاده در تعیین خواص آسیب را نشان می‌دهد.

در این پژوهش نیز از نمونه‌های تخت شیاردار برای تعیین پارامترهای آسیب نرم برای آلومینیوم 2024-O شده استفاده شده است.

### 3- آزمون‌های تجربی انجام شده

آلیاژهای آلومینیوم به‌دلیل شکل‌پذیری مناسب و استحکام ویژه مناسب به‌طور گسترده در صنایع هوافضا مورد استفاده قرار می‌گیرد. عنصر اصلی آلیاژهای سری 2000 مس می‌باشد که قابلیت‌های عملیات حرارتی و

$$\eta = \frac{\sigma_m}{\sigma_{eq}} \quad (1)$$

$$\sigma_m = \frac{\sigma_{ii}}{3} \quad (2)$$

$$\sigma_{eq} = \left[ \frac{1}{2} [(\sigma_1 - \sigma_2)^2 + (\sigma_2 - \sigma_3)^2 + (\sigma_3 - \sigma_1)^2] \right]^{\frac{1}{2}} \quad (3)$$

در روابط فوق  $\sigma_1, \sigma_2$  و  $\sigma_3$  تنش‌های اصلی و  $\sigma_m, \sigma_{eq}$  به ترتیب تنش میانگین و معادل می‌باشند. علاوه بر نسبت تنش سه محوره، پارامتر اثر نامتغیر سوم تانسور تنش انحرافی نیز در شکست مؤثر است. ارتباط میان این پارامترها با استفاده از نامتغیرهای<sup>1</sup> تانسور تنش انحرافی<sup>2</sup> برقرار می‌گردد. تانسور تنش انحرافی  $S$  به‌صورت رابطه (4) تعریف می‌گردد.

$$S = \sigma + pI \quad (4)$$

$$p = -\sigma_m = -\frac{1}{3} tr(\sigma) \quad (5)$$

$$q = \bar{\sigma} = \sqrt{\frac{1}{2} [(\sigma_1 - \sigma_2)^2 + (\sigma_1 - \sigma_3)^2 + (\sigma_2 - \sigma_3)^2]} \quad (6)$$

در روابط بالا  $p$  تنش هیدروستاتیک و  $I$  تانسور واحد می‌باشد. اگر  $S_1, S_2$  و  $S_3$  مقادیر اصلی تانسور تنش انحرافی باشند، نامتغیرهای دوم و سوم تانسور تنش انحرافی به‌صورت رابطه (7) و (8) تعریف می‌گردند.

$$J_2 = \frac{1}{2} (S_1^2 + S_2^2 + S_3^2) \quad (7)$$

$$J_3 = \det(S) = S_1 S_2 S_3 \quad (8)$$

پارامتر اثر نامتغیر سوم تانسور تنش انحرافی  $\theta$ ، به‌صورت رابطه (9) تعریف می‌گردد.

$$\xi = \left( \frac{r}{q} \right)^3 = \cos(3\theta) \quad (9)$$

و  $r$  به‌صورت رابطه (10) تعریف می‌گردد.

$$r = \left[ \frac{27}{2} \det(S) \right]^{1/3} \quad (10)$$

مقدار  $0 \leq \theta \leq \pi/3$  است و  $-1 \leq \xi \leq 1$  می‌باشد. علاوه بر روابط فوق  $\theta$  را می‌توان به‌صورت دیگری نیز نرمالایز نمود.

$$\bar{\theta} = 1 - \frac{60}{\pi} = 1 - \frac{2}{\pi} \text{Arccos}(\xi) \quad (11)$$

$\bar{\theta}$  معمولاً به‌عنوان پارامتر اثر نامتغیر سوم تانسور تنش انحرافی شناخته می‌شود و مقدار آن  $-1 \leq \bar{\theta} \leq 1$  است. با توجه به این پارامترها می‌توان تنش در یک نقطه را به‌صورت تابعی از نسبت تنش سه محوره و پارامتر اثر نامتغیر سوم تانسور تنش انحرافی بیان داشت. می‌توان نشان داد که  $\bar{\theta} = 1$  مربوط به حالت کشش متقارن و  $\bar{\theta} = -1$  در حالت فشار متقارن می‌باشد. برای حالت کرنش صفحه‌ای و برش خالص تعمیم یافته  $\bar{\theta} = 0$  می‌باشد [17]. با توجه به مطالب فوق می‌توان وضعیت تنش در هر نقطه را با استفاده از  $\bar{\theta}$  و  $\eta$  بیان نمود. مدل آسیب نرم بر این فرض استوار است که بیشترین عاملی که بر روی کرنش شکست ماده اثرگذار است میزان نسبت تنش سه محوره می‌باشد. بر این اساس مقدار کرنشی که ماده تا لحظه‌ی شکست تحمل می‌نماید به‌صورت تابعی از تنش سه محوره‌ی وارد شده به ماده تعریف می‌گردد و مقدار پارامتر آسیب در هر لحظه از بارگذاری محاسبه می‌شود. با دانستن مقدار پارامتر آسیب و همچنین پارامتر آسیب بحرانی ماده‌ی موردنظر، می‌توان مکان و زمان شروع ترک‌ها و همچنین محل‌های شکست احتمالی را در یک فرایند پیش‌بینی نمود. متغیر آسیب  $D$  با توجه به مشخص

<sup>1</sup> Invariants

<sup>2</sup> Deviatoric Stress Tensor

<sup>3</sup> Hooputra Ductile Damage

برای تعیین ارتباط نسبت تنش سه محوره و کرنش شکست نمونه‌هایی به‌صورت نمونه‌های آزمون استاندارد ASTM E8 در راستای طولی ورق آماده گردیده و به‌منظور ایجاد نسبت‌های تنش سه محوره متفاوت در آزمون، در بخش میانی نمونه‌ها مطابق "شکل 3" شیارهای با شعاع‌های 3، 4، 5 و 6 میلی‌متر ایجاد گردیده است. کرنش در لحظه شکست برای نمونه‌های تخت بدون شیار از رابطه (18) قابل محاسبه می‌باشد [23].

$$\epsilon_f = \frac{2}{\sqrt{3}} \ln \left( \frac{t_0}{t_f} \right) + \frac{2n}{\sqrt{3}} [\sqrt{3} - 1] \quad (18)$$

که در آن  $t_0$  و  $t_f$  به ترتیب ضخامت ابتدایی و نهایی ورق و  $n$  توان کار سختی ماده می‌باشد. برای نمونه‌های شیاردار کرنش شکست به‌صورت رابطه (19) محاسبه می‌گردد [22].

$$\epsilon_f = \frac{2}{\sqrt{3}} \ln \left( \frac{t_0}{t_f} \right) \quad (19)$$

نتایج آزمون‌های انجام شده در جدول 2 گزارش شده است. نسبت تنش سه محوره و کرنش شکست به ترتیب از روابط (21)، (22) و (23) محاسبه شده است.

با انجام آزمون‌های ذکر شده و تعیین کرنش شکست ارتباط میان نسبت تنش سه محوره و کرنش شکست و با استفاده از برازش منحنی نمایی ثوابت آسیب نرم به صورت جدول 3 تعیین شده است.

جدول 1 خواص مکانیکی آلومینیوم 2024-O در جهت نورد

خواص مکانیکی	علامت	مقدار
مدول یانگ	$E$ (GPa)	70
ضریب پواسون	$\nu$	0.33
تنش تسلیم	$\sigma_0$ (MPa)	73
ضریب کار سختی <sup>1</sup>	$K$ (MPa)	363
توان کار سختی <sup>2</sup>	$n$	0.24

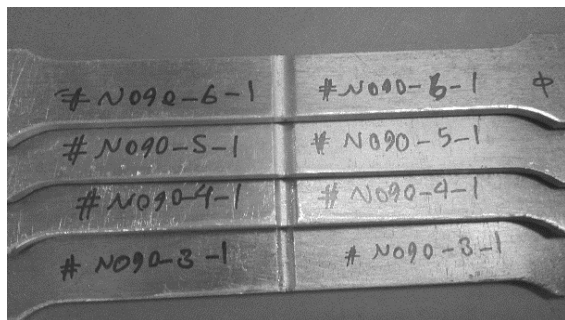


Fig. 3 Uniaxial Specimens with Different Notch Radius

شکل 3 نمونه‌های کششی با شعاع‌های شیار مختلف

جدول 2 نتایج آزمایش نمونه تخت شیاردار برای آلومینیوم 2024-O

$R$ (mm)	$t_0$ (mm)	$t_f$ (mm)	$\eta$	$\epsilon_f$
3	1.498	1.32	0.713	0.1465
4	1.412	1.24	0.675	0.1583
5	1.549	1.28	0.663	0.2178
6	1.498	1.29	0.647	0.1730
-	2.286	1.85	0.33	0.4709

<sup>1</sup> Strength Coefficient

<sup>2</sup> Strain Hardening Exponent

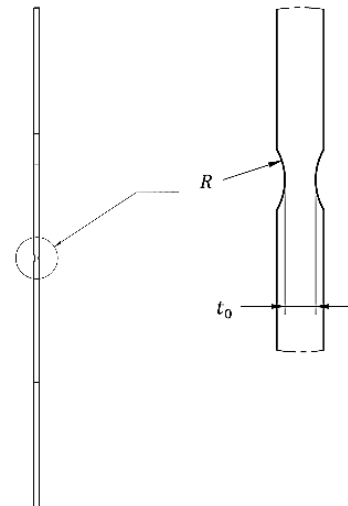


Fig. 1 Test Specimens Schematics Geometry

شکل 1 نمای شماتیک هندسه نمونه‌های مورد استفاده در آزمون

شکل‌پذیری خوبی دارند. برای تعیین رفتار مکانیکی این ماده از آزمون‌های استاندارد و مرسوم استفاده شده است. در این پژوهش دو دسته آزمون انجام گرفته است. دسته اول آزمون‌های تعیین خواص مکانیکی ماده با استفاده از نمونه‌های تخت استاندارد براساس استاندارد ASTM E8 و دسته دوم استفاده از نمونه‌های تخت شیاردار برای تعیین ارتباط نسبت تنش سه محوره با کرنش شکست در ماده. نمونه‌های شیاردار با شعاع شیارهای مختلف نسبت‌های تنش سه محوره متفاوتی را در محل شیار ایجاد می‌کند که می‌توان با یافتن کرنش معادل شکست در نمونه‌ها ارتباط میان این دو پارامتر اثرگذار در آسیب نرم را تعیین نمود. به‌منظور تعیین خواص مکانیکی قطعه‌هایی از ورق آماده‌سازی شده و سپس در سه راستای صفر، 45 و 90 درجه نسبت به راستای نورد، نمونه‌های آزمون کشش تک‌محوره آماده و آزمون گردیده است. نمودار تنش-کرنش مهندسی برای آلومینیوم 2024-O در سه راستای مشخص شده در "شکل 2" نشان داده شده است.

ارتباط میان تنش و کرنش پلاستیک حقیقی با استفاده از رابطه نمایی به‌صورت رابطه (17) در نظر گرفته شده است.

$\sigma = K\epsilon^n$  (17)  
با استفاده از روابط و آزمون‌های انجام شده خواص مکانیکی آلیاژ موردنظر به‌صورت جدول 1 تعیین می‌گردد.

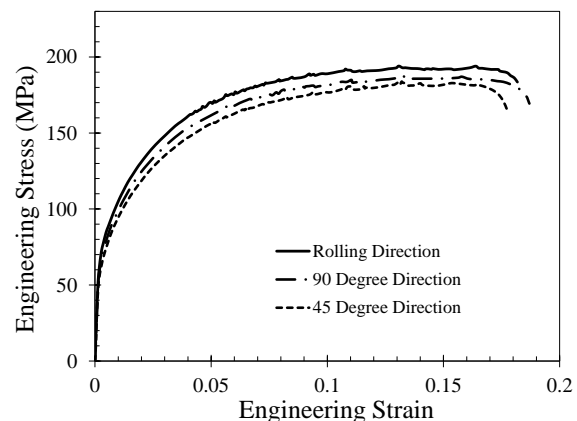


Fig. 2 Engineering Stress-Strain Curve for AL2024-O

شکل 2 نمودار تنش و کرنش مهندسی برای آلومینیوم 2024-O

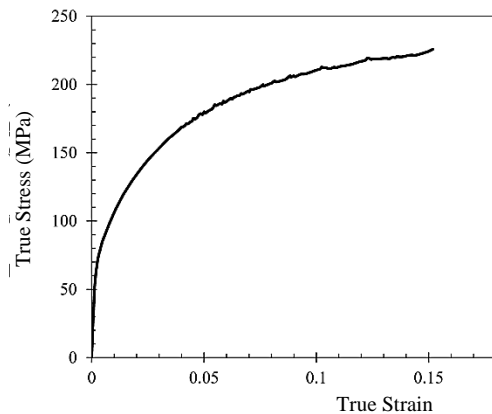


Fig. 5 True Stress-Strain Curve of AL2024-O

شکل 5 نمودار تنش-کرنش حقیقی آلومینیوم 2024-O

گسیختگی بایستی خواص آسیب پیش‌رونده در نرم‌افزار وارد گردد. در این حالت با رسیدن پارامتر آسیب به مقدار بحرانی، المان مربوط حذف می‌گردد. در این مقاله جابجایی در لحظه شکست به‌عنوان پارامتر آسیب پیش‌رونده در شبیه‌سازی عددی در نظر گرفته شده است. این پارامتر با استفاده از تست‌های انجام شده و ابعاد المان مورد استفاده، 0.5 mm در نظر گرفته شده است.

برای مدل نمونه بدون شیار به‌منظور تعیین و مقایسه محل شکست با نمونه تجربی، نمونه کامل مدل‌سازی گردیده و برای نمونه‌های شیاردار مدل یک‌چهارم استفاده شده است. یک نقطه مرجع<sup>1</sup> در مرکز انتهای نمونه در نظر گرفته شده است که این نقطه به بخش‌هایی که فک دستگاه برخورد می‌کند با قید Tie متصل شده است. شرایط مرزی به‌صورت تقارن در دو صفحه تقارن برای مدل‌های یک‌چهارم و جابجایی به نقطه مرجع در نظر گرفته شده وارد شده است. در هر دو حالت شیاردار و بدون شیار مسئله با استفاده از حل گر صریح<sup>2</sup> در نرم‌افزار آباکوس حل گردیده است.

#### 5- بررسی و مقایسه نتایج تجربی و شبیه‌سازی عددی

برای بررسی و مقایسه نتایج آزمون‌های تجربی و نتایج تحلیل‌های عددی پاسخ نیرو-جابجایی و محل شکست به‌عنوان پارامترهای کنترل صحت نتایج در نظر گرفته شده است. ابتدا نمونه تخت بدون شیار مورد بررسی قرار گرفته و پس از بررسی دقت و همگرایی مش نتایج نهایی تعیین شده است. بررسی نتایج نشان می‌دهد که درصد خطای نیروی بیشینه که به نمونه وارد می‌شود همخوانی بسیار خوبی دارد و تنها 0.53% اختلاف دارد اما خطای مربوط به مقدار جابجایی انجام گرفته نمونه در لحظه از دست دادن ظرفیت تحمل بار 9.8% است. این مقدار اختلاف را می‌توان مربوط به مسیر بارگذاری ارتباط داد. چرا که این آزمون مسئله‌ای تنش صفحه‌ای است درحالی‌که معیار ارائه شده در حالت کرنش صفحه‌ای استخراج شده است و حالت کرنش صفحه‌ای محافظه‌کارانه‌ترین حالت در شروع فرایند آسیب است. در "شکل 6" نمودار نیرو-جابجایی تجربی و عددی برای نمونه تخت نشان داده شده است. در "شکل 7" نمونه تجربی و نتایج شبیه‌سازی عددی نشان داده شده است همان‌طور که از شکل نیز مشخص است محل و الگوی شکست کاملاً با نمونه‌ی تجربی همخوانی دارد.

جدول 3 ثوابت مربوط به روابط آسیب نرم برای آلومینیوم 2024-O

Table 3 Ductile Damage Constants for Al2024-O

A	B	c	c <sub>1</sub>	c <sub>2</sub>	d <sub>1</sub>	d <sub>2</sub>	d <sub>3</sub>
1.196	0.0001	2.86	1.24	2.913	1.23	1.405	-0.303

براساس رابطه رایس-تریسی و جانسون-کوک ارتباط میان کرنش شکست و نسبت تنش سه محوره به‌صورت رابطه (20) و (21) برای آلومینیوم 2024-O تعیین می‌گردد.

$$\varepsilon_f = 1.24 \exp(-2.913\eta) \quad (20)$$

$$\varepsilon_f = 1.23 \exp(-1.405\eta) - 0.303 \quad (21)$$

اگر از رابطه هوپوترا برای تعیین ارتباط میان کرنش شکست و نسبت تنش سه محوره استفاده شود ثوابت رابطه به‌صورت زیر به‌دست می‌آیند.

$$\varepsilon_f = 0.000154 \exp(2.864\eta) + 1.196 \exp(-2.864\eta) \quad (22)$$

نتایج آزمون‌های تجربی و روابط پیشنهادی در "شکل 4" نشان داده شده است.

با توجه به نمودار "شکل 4" می‌توان دریافت که برای آلومینیوم 2024-O، هر سه رابطه تقریباً پیش‌بینی نزدیک به هم دارند بنابراین می‌توان از آن‌ها با خطای بسیار ناچیز نسبت به هم استفاده کرد. براساس تحقیقات پیشین برای آلومینیوم 2024 نمودار کرنش شکست برحسب نسبت تنش سه محوره دارای سه بخش مختلف در بازه‌های مختلف است [12]. روابط ارائه شده در این مقاله نیز در بازه نشان داده شده در "شکل 4" معتبر می‌باشند.

#### 4- شبیه‌سازی عددی

به‌منظور شبیه‌سازی عددی و بررسی صحت نتایج معیار پیشنهادی، آزمون‌های تجربی انجام گرفته در نرم‌افزار آباکوس با استفاده از خواص آسیب نرم شبیه‌سازی گردیده است. با استفاده از ارتباط میان کرنش شکست و نسبت تنش سه محوره پیشنهادی معیار آسیب تعریف گردیده است. برای شبیه‌سازی آسیب نرم در این نرم‌افزار بایستی ارتباط میان کرنش شکست، پارامتر اثر نامتغیر سوم تانسور تنش انحرافی و تنش سه محوره مشخص گردد. خواص آلومینیوم مطابق جدول 1 و رفتار سخت‌شوندگی پلاستیک ماده براساس نمودار تنش-کرنش واقعی ماده به‌صورت "شکل 5" در نظر گرفته شده است. برای شبیه‌سازی فرایند آسیب و ارتباط کرنش شکست و نسبت تنش سه محوره از رابطه تعیین شده از آزمون‌های تجربی براساس معیار رایس-تریسی تعیین شده از آزمون‌های تجربی، رابطه (20)، استفاده شده است. برای شبیه‌سازی عددی آسیب پیش‌رونده و مشاهده فرآیند

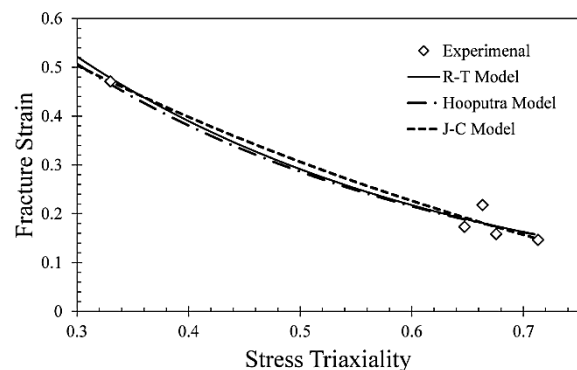


Fig. 4 Experimental Results and Fitted Curves

شکل 4 نتایج آزمون‌های تجربی و منحنی‌های برازش شده

<sup>1</sup> Reference Point

<sup>2</sup> Explicit

"شکل 9" پاسخ نیرو-جابجایی مدل با شیار به شعاع 4 mm را درازای تعداد المان‌های مختلف نشان می‌دهد. در این مورد پس از بررسی‌های همگرایی مش تعداد 6720 المان مکعبی خطی در نظر گرفته شده است.

با در نظر گرفتن همگرایی مش و تعداد مناسب المان برای حالت‌های با شعاع شیار 3,5,6 پاسخ نیرو-جابجایی تعیین شده است و به ترتیب در "شکل‌های 10 تا 12" نشان داده شده است.

در این موارد خطا در دو موضوع بررسی شده است، با شروع آسیب ماده ظرفیت تحمل بار خود را از دست می‌دهد، هدف از شبیه‌سازی مکانیک آسیب تعیین بیشینه نیرویی که ماده قبل از شکست تحمل می‌کند و دوم تعیین میزان جابجایی نمونه‌ها در لحظه شکست و مقایسه با نتایج تجربی

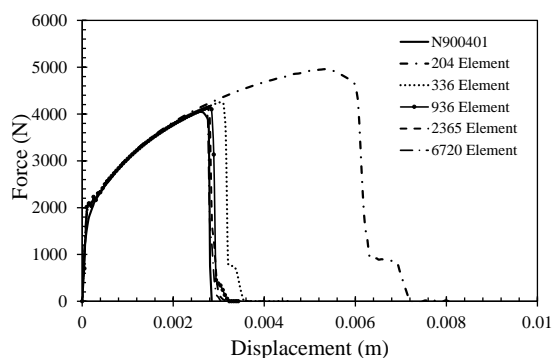


Fig. 9 Force-Displacement response of 4 mm notched specimen

شکل 9 پاسخ نیرو-جابجایی نمونه شیاردار با شعاع شیار 4 mm

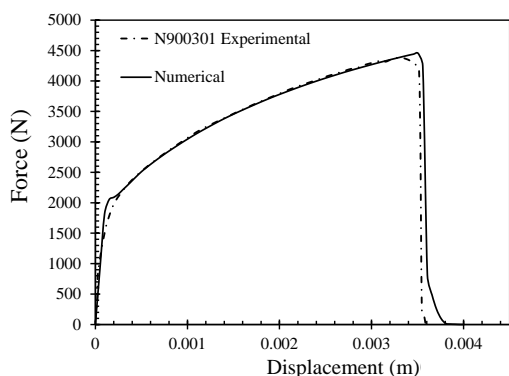


Fig. 10 Force-Displacement response of 3 mm notched specimen

شکل 10 پاسخ نیرو-جابجایی نمونه شیاردار با شعاع شیار 3 mm

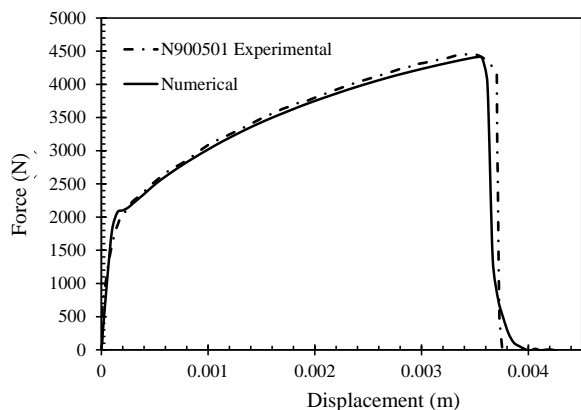


Fig. 11 Force-Displacement response of 5 mm notched specimen

شکل 11 پاسخ نیرو-جابجایی نمونه شیاردار با شعاع شیار 5 mm

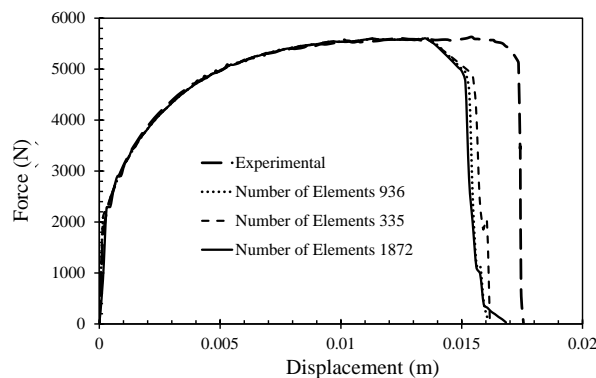


Fig. 6 Force-Displacement of Flat Specimen

شکل 6 نمودار نیرو-جابجایی نمونه تخت تحت کشش

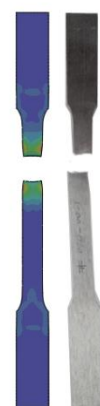


Fig. 7 Finite Element Result and Experimental

شکل 7 نمونه آزمون تجربی و نتایج شبیه‌سازی عددی

نمونه‌های تخت شیاردار که دارای شیار عرضی می‌باشند به‌عنوان نمونه‌های کرنش صفحه‌ای شناخته می‌شوند از آنجایی که معیار و معادلات ارائه شده در این پژوهش بر مبنای همین نمونه‌ها استخراج شده است بنابراین انتظار می‌رود بیشترین همخوانی با نتایج تجربی را داشته باشد. به‌منظور مقایسه پاسخ شبیه‌سازی عددی برای نمونه‌های شیاردار با نتایج تجربی، نمونه‌هایی با شعاع شیارهای مختلف در نرم‌افزار شبیه‌سازی گردیده است. به‌دلیل تقارن مسئله و کاهش حجم محاسبات از مدل یک‌چهارم برای این نمونه‌ها استفاده شده است. به‌منظور اطمینان از دقت نتایج المان محدود همگرایی مش برای تمام نمونه‌های انجام گرفته و تعداد مناسب المان برای هر مدل در نظر گرفته شده است. "شکل 8" نمونه‌های مش‌بندی شده را با تعداد مختلف المان را نشان می‌دهد.

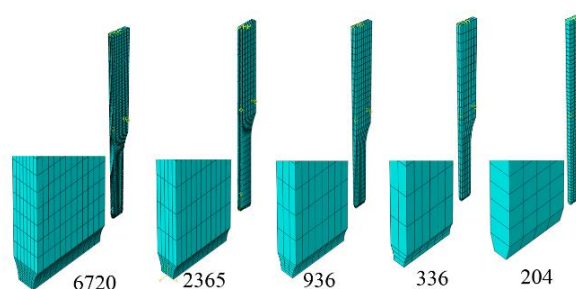


Fig. 8 Mesh Convergence Analysis

شکل 8 بررسی دقت نتایج المان محدود با همگرایی مش

## 6- نتیجه‌گیری

در این پژوهش خواص مکانیکی آلومینیوم 2024-O با استفاده از آزمون استاندارد ASTM E8 تعیین گردید و به‌منظور بررسی فرایند پاره شدن و آسیب ورق‌های فلزی از این جنس در حین فرایند شکل‌دهی با استفاده از مکانیک آسیب، رابطه میان نسبت تنش سه محوره و کرنش شکست با استفاده از آزمون‌های تجربی تعیین شد. برای این منظور از نمونه‌های تخت شیاردار با شعاع‌های متفاوت شیار استفاده گردید تا بتوان نسبت‌های سه محوره متفاوت را در این نمونه‌ها ایجاد نمود. پس از انجام آزمون‌ها و با استفاده از برازش منحنی‌های نمایی ثابت مورد استفاده در تحلیل آسیب نرم استخراج و رابطه میان کرنش شکست و نسبت تنش سه محوره ارائه گردید. به‌منظور بررسی روند شبیه‌سازی عددی و صحت‌گذاری بر روش استفاده از خواص مکانیکی و مکانیک آسیب ارائه شده در شبیه‌سازی شکل دهی ورق از جنس AL2024-O، آزمون‌های انجام شده در نرم‌افزار آباکوس شبیه‌سازی گردید. پس از حل عددی مسئله و بررسی دقت نتایج، نمودار نیرو-جابجایی برای نمونه‌های شیاردار استخراج و ارائه گردیده است. بیشترین خطا در مورد جابجایی تا شروع آسیب در حدود 5.5% و بیشترین خطا برای بیشینه نیروی نمونه‌ها در حدود 2.3% تعیین گردید. در حالت نمونه تخت بدون شیار معیار پیشنهادی آسیب را زودتر از نتایج تجربی پیش‌بینی می‌نماید که دلیل این امر را می‌توان محافظه‌کار بودن آزمون‌های کرنش صفحه‌ای دانست. علاوه‌بر این موارد نتایج نشان داد برای این آلیاژ معیارهای آسیب از سه معادله هوپتر، جانسون-کوک و رایس-تریسی نتایج تقریباً یکسانی دارد.

## 7- مراجع

- [1] K. Saanouni, on the numerical prediction of the ductile fracture in metal forming, *Engineering Fracture Mechanics*, Vol. 75, No. 11, pp. 3545-3559, 2008.
- [2] F. Djevanroodi, A. Derogar, Experimental and numerical evaluation of forming limit diagram for Ti6Al4V titanium and Al6061-T6 aluminum alloys sheets, *Materials & Design*, Vol. 31, No. 10, pp. 4866-4875, 2010.
- [3] F. Haji Aboutalebi, M. Farzin, M. Poursina, Numerical simulation and experimental validation of a ductile damage model for DIN 1623 St14 steel, *International Journal of Advanced Manufacturing Technology*, Vol. 53, No. 1-4, pp. 157-165, 2011.
- [4] P. W. Bridgman, *Studies in Large Plastic Flow and Fracture*, pp. 21-37, New York, McGraw-Hill Inc, 1952.
- [5] J. W. Hancock, A. C. Mackenzie, On the mechanisms of ductile failure in high strength steels subjected to multi-axial stress-states, *Journal of the Mechanics and Physics of Solids*, Vol. 24, No. 2-3, pp. 147-169, 1976.
- [6] J. W. Hancock, D. K. Brown, On the role of strain and stress state in ductile failure, *Journal of the Mechanics and Physics of Solids*, Vol. 31, No. 1, pp. 1-24, 1983.
- [7] F. A. McClintock, A criterion of ductile fracture by the growth of holes, *ASME Journal of Applied Mechanics*, Vol. 35, No. 2, pp. 363-371, 1968.
- [8] J. R. Rice, D. M. Tracey, On the ductile enlargement of voids in triaxial stress fields, *Journal of the Mechanics and Physics of Solids*, Vol. 17, No. 3, pp. 201-217, 1969.
- [9] G. R. Johnson, W. H. Cook, Fracture characteristics of three metals subjected to various strains, strain rates, temperatures and pressures, *Engineering Fracture Mechanics*, Vol. 21, No. 1, pp. 31-48, 1985.
- [10] J. W. Hancock, A. C. Mackenzie, On the mechanisms of ductile failure in high-strength steels subjected to multi-axial stress-states. *Journal of the Mechanics and Physics of Solids*, Vol. 24, pp.147-69, 1976.
- [11] Y. Bao, *Prediction of Ductile Crack Formation in Uncracked Bodies*, Ph.D. Thesis, Massachusetts Institute of Technology, Cambridge, 2003.
- [12] Y. Bao, T. Wierzbicki, On fracture locus in the equivalent strain and stress triaxiality space, *International Journal of Mechanical Sciences*, Vol. 46, No. 1, pp. 81-98, 2004.
- [13] M. L. Wilkins, R. D. Streit, J. E. Reaugh, Cumulative-Strain-damage model of ductile fracture: simulation and prediction of engineering fracture tests, *Lawrence Livermore Laboratory, Technical Report No. UCRL-53058*, 1980.
- [14] T. Wierzbicki, L. Xue, On the effect of the third invariant of the stress deviator on ductile fracture, *Impact and Crashworthiness Laboratory, Technical Report No. 136*, 2005.
- [15] T. Wierzbicki, Y. Bao, Y. Lee, Y. Bai, Calibration and evaluation of seven fracture models, *International Journal of Mechanical Sciences*, Vol. 47, No. 4, pp. 719-743, 2005.
- [16] L. Xue, Damage accumulation and fracture initiation in uncracked ductile

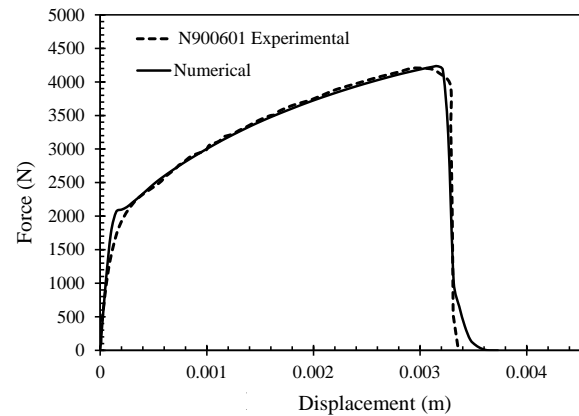


Fig. 12 Force-Displacement response of 6 mm notched specimen

شکل 12 پاسخ نیرو-جابجایی نمونه شیاردار با شعاع شیار 6 mm

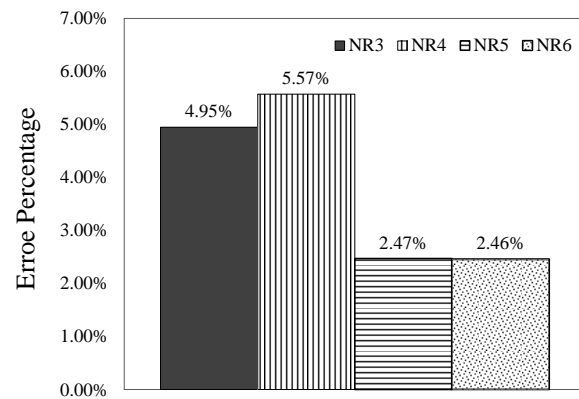


Fig. 13 Displacement response error for notched specimen

شکل 13 خطای جابجایی برای نمونه‌های مختلف شیاردار

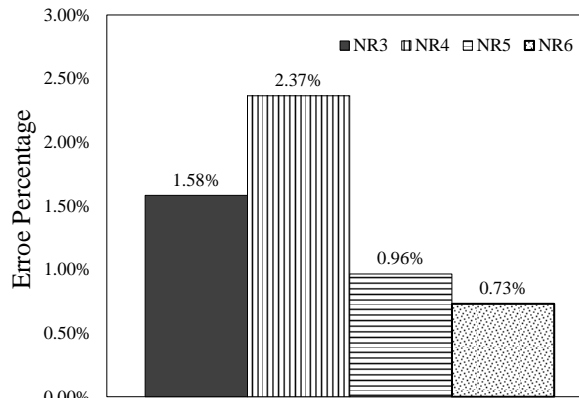


Fig. 14 Displacement response error for notched specimen

شکل 14 خطا در پیش‌بینی بیشینه نیرو برای نمونه‌های مختلف شیاردار

می‌باشد. پس از تکمیل نتایج خطاهای ذکر شده برای نمونه‌های مختلف تعیین شده و به‌صورت نمودارهای "شکل 13 و 14" ارائه شده است. بیشینه خطا مربوط به نمونه با شیار 4 mm و حدود 5.5% می‌باشد. منابع خطا می‌تواند ناشی از شبیه‌سازی عددی و یا فرایند آماده‌سازی و انجام آزمون‌ها باشد. با توجه به نتایج به دست آمده و خطاهای در حد قابل قبول می‌توان دریافت روش‌های ارائه شده در این پژوهش از همخوانی قابل قبولی با نتایج تجربی برای بررسی پدیده آسیب در تحلیل‌های مهندسی برای آلومینیوم 2024-O می‌باشد و از این روابط می‌توان برای تعیین آسیب و گسیختگی در فرایندهای شکل دهی با هندسه پیچیده استفاده نمود.

- [20] A. Pradeau, S. Thuillier, J. W. Yoon, Prediction of failure in bending of an aluminium sheet alloy, *International Journal of Mechanical Sciences*, Vol. 119, No. 1, pp. 23-35, 2016.
- [21] H. Hooputra, H. Gese, H. Dell, H. Werner, A comprehensive failure model for crashworthiness simulation of aluminum extrusions, *International Journal of Crashworthiness*, Vol. 9, No. 5, pp. 449-464, 2004.
- [22] Y. Bai, X. Teng, T. Wierzbicki, On the application of stress triaxiality formula for plane strain fracture testing, *Journal of Engineering Materials and Technology*, Vol. 131, No. 2, pp. 557-566, 2009.
- [23] Y. W. Lee, *Fracture Prediction in Metal Sheets*, Ph.D Thesis, Massachusetts Institute of Technology, pp. 98-102, 2005.
- solids subject to triaxial loading, *International Journal of Solids and Structures*, Vol. 44, No. 16, pp. 5163-5181, 2007.
- [17] Y. Bai, T. Wierzbicki, A new model of metal plasticity and fracture with pressure and lode dependence, *International Journal of Plasticity*, Vol. 24, No. 6, pp. 1071-1096, 2008.
- [18] Y. Bai, X. Teng, T. Wierzbicki, On the application of stress triaxiality formula for plane strain fracture testing, *Journal of Engineering Materials and Technology*, Vol. 131, No. 2, pp. 021002-1-10, 2009.
- [19] F. Haji Aboutalebi, A. Banihashemi, Numerical estimation and practical validation of hooputra's ductile damage parameters, *International Journal of Advanced Manufacturing Technology*, Vol. 75, No. 9-12, pp. 1701-1710, 2014.