

بررسی عددی لایه مرزی هیدرودینامیکی و حرارتی فالکنر-اسکن سیالات ویسکوالاستیک

مریم باوو^۱, محمود نوروزی^{۲*}, علی جباری مقدم^۳

۱- کارشناس ارشد، مهندسی مکانیک، دانشگاه شهرود، شهرود

۲- استادیار، مهندسی مکانیک، دانشگاه شهرود، شهرود

۳- دانشیار، مهندسی مکانیک، دانشگاه شهرود، شهرود

* شهرود، صندوق پستی ۳۱۶، mnorouzi@shahroodut.ac.ir

چکیده

مطالعه جریان لایه مرزی یکی از مسائل بنیادی در مکانیک سیالات به شمار می‌رود، که از دیرباز مورد توجه پژوهشگران این رشته قرار داشته است. تاکنون تحقیقات بسیار زیادی روی جریان لایه مرزی صورت گرفته است که بیشتر آنها در خصوص سیالات نیوتینی بوده و سهم اندکی از آنها به سیالات غیر نیوتینی پرداخته‌اند. هدف اصلی این پژوهش شناخت بهتر اثرات خواص ویسکوالاستیک، بر مشخصه‌های لایه مرزی می‌باشد. در این تحقیق با رویکرد عددی به انتقال حرارت و لایه مرزی ایجاد شده توسط جریان سیال ویسکوالاستیک با وجود جمله گرادیان فشار پرداخته شده است. در رویکرد عددی، برای شبیه‌سازی این جریان، از دینامیک سیالات محاسباتی به صورت ضمنی با استفاده از نرم‌افزار متلب و از مدل مرتبه دو، به عنوان مدل ساختاری سیال ویسکوالاستیک استفاده شده است. برای اطمینان از پاسخ‌های روش عددی، استقلال نتایج از شبکه محاسباتی بررسی و همچنین پاسخ‌ها در حالت نیوتینی با حل بلازیوس و فالکنراسکن مقایسه شده‌اند. در حل عددی نشان داده شد که با افزایش اختلاف تنش‌های نرمال اول روی دیواره، ضخامت لایه مرزی هیدرودینامیکی، ضخامت مومنت، ضخامت جابجایی و ضخامت لایه مرزی حرارتی افزایش می‌یابد. تغییرات ضربی درگ در اختلاف تنش‌های نرمال اول گرادیان فشارهای متفاوت گزارش شده است. تأثیر تغییرات عدد پرانتل در جریان سیال ویسکوالاستیک بر مشخصه‌های لایه مرزی مورد مطالعه قرار گرفته است. عدد ناسلت متوسط در گرادیان فشارهای متفاوت و ضربی اختلاف تنش نرمال اول مورد ارزیابی قرار گرفته است و در نهایت در یک گرادیان فشار ثابت، با افزایش ضربی اختلاف تنش نرمال اول ناسلت متوسط در طول صفحه، کاهش می‌یابد.

اطلاعات مقاله

مقاله پژوهشی کامل
دریافت: ۰۳ مهر ۱۳۹۴
پذیرش: ۲۸ آبان ۱۳۹۴
ارائه در سایت: ۱۲ بهمن ۱۳۹۴

کلید واژگان:
لایه مرزی
انتقال حرارت
فالکنراسکن
سیال مرتبه دوم
ویسکوالاستیک

Numerical investigation of hydrodynamic and thermal Falkner–Skan boundary layer of viscoelastic fluids

Maryam Baou, Mahmood Norouzi*, Ali Jabari-Moghadam

Department of Mechanical Engineering, Shahrood University, Shahrood, Iran.
*P.O.B. 316, Shahrood, Iran, mnorouzi@shahroodut.ac.ir

ARTICLE INFORMATION

Original Research Paper
Received 25 September 2015
Accepted 19 November 2015
Available Online 01 February 2016

Keywords:
Boundary layer
Heat transfer
Falkner-Skan
Second order fluid
Viscoelastic

ABSTRACT

The study of the boundary layer flow is considered as one of the fundamental issues in fluid mechanics that attracts the attention of many of the researchers' in this field. Most of the previous researches on boundary layer problem are limited to Newtonian fluids and only a few researches have considered the non-Newtonian fluids. The main objective of this research is to better recognize the viscoelastic properties effect on characteristics of the boundary layer. In this study, the hydrodynamic and thermal boundary layer of viscoelastic Falkner-Skan problem is investigated numerically. Here, the second order model has been used as the viscoelastic constitutive equation and MATLAB software is used for analysis. Both constant temperature and constant heat flux at walls are used as thermal boundary conditions. The effect of Reynolds number, the coefficient of the first normal stress difference, Prandtl number and wedge shape factor on the thickness of dynamic and heat transfer boundary layer, momentum thickness, displacement thickness, drag coefficient and Nusselt number are studied. The effects of both adverse pressure gradient and favorable pressure gradient in heat and hydrodynamics boundary layer characteristics are investigated. The magnitude of the non-Newtonian hydrodynamic and heat boundary layer are found to increase with increasing the coefficient of the first normal stress and finally at constant pressure gradient, average Nusselt number decreases along plate by increasing first normal stress coefficient.

قطعات پلاستیکی با استفاده از اکستروژن، کاربرد دارد. از جمله اولین تحقیقات انجام شده در این زمینه، پژوهش‌های بنیادی فالکنر و اسکن [۱] در سال ۱۹۳۱ می‌باشد. هر تری [۲] مسئله لایه مرزی جریان سیال با گرادیان فشار را در زوایای مختلف سطح شیبدار (گرادیان فشارهای مختلف) مورد

بررسی جریان لایه مرزی روی سطح شیبدار (جریان با گرادیان فشار) از جمله مسائل بسیار مهم و بنیادی در مکانیک سیالات است که در صنایع مختلفی که با جریان سیال در ارتباطند مانند تولید نوار چسب و یا ساخت انواع

۱- مقدمه

Please cite this article using:

M. Baou, M. Norouzi, A. Jabari-Moghadam, Numerical investigation of hydrodynamic and thermal Falkner–Skan boundary layer of viscoelastic fluids, *Modares Mechanical Engineering*, Vol. 16, No. 2, pp. 69-78, 2016 (in Persian)

برای ارجاع به این مقاله از عبارت ذیل استفاده نمایید:

[DOR: 20.1001.1.10275940.1395.16.229.4]

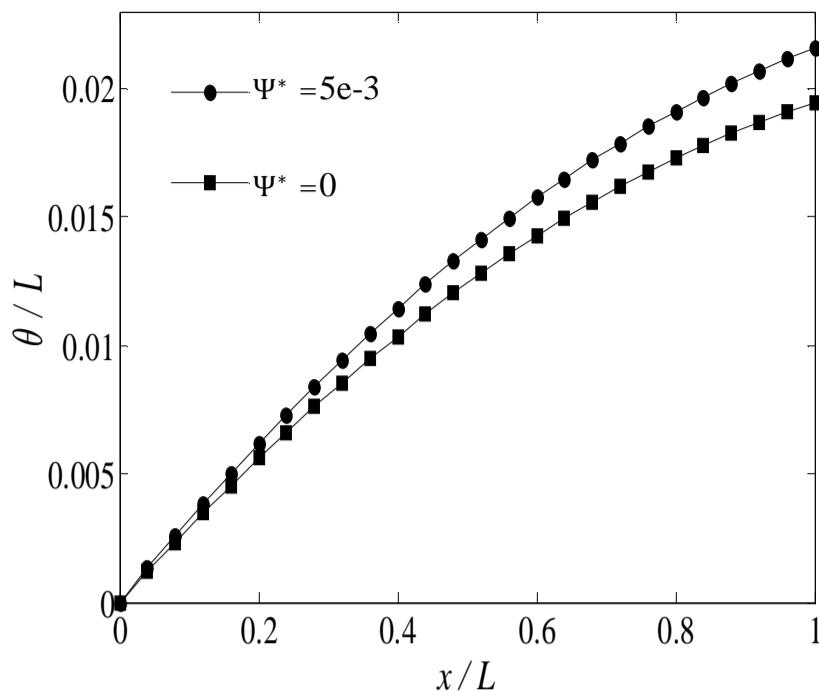


Fig. 7 Comparison of the momentum thickness between Newtonian and viscoelastic fluid

شکل 7 مقایسه ضخامت مومنتوم بین سیال نیوتونی و ویسکوالاستیک

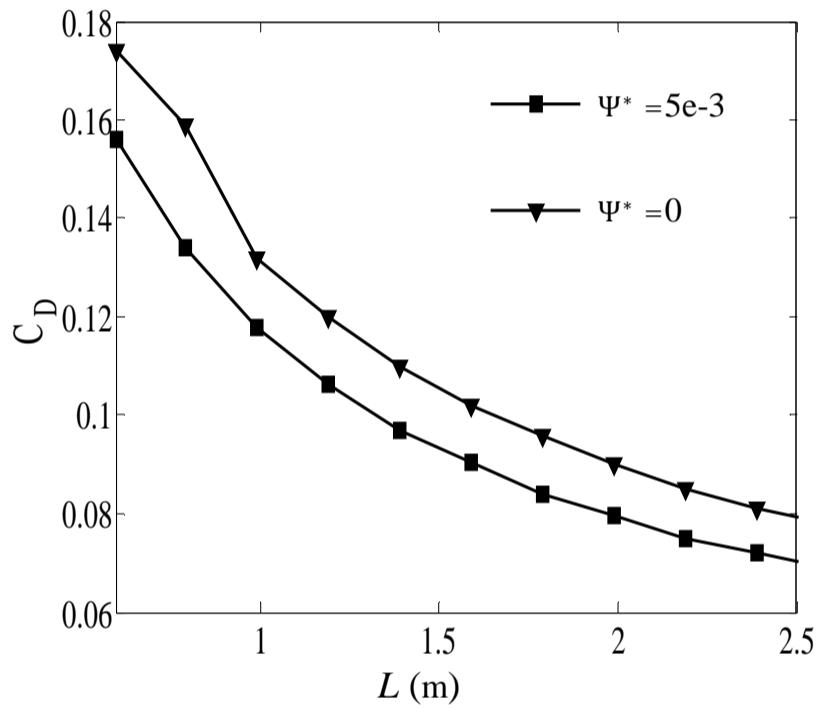


Fig. 8 The local drag coefficient along plate between Newtonian and viscoelastic fluid at $Re=1000$

شکل 8 مقدار ضریب درگ محلی در طول صفحه در دو حالت نیوتونی و ویسکوالاستیک در $Re=1000$

10- بررسی اثر تغییرات عدد رینولدز بر مشخصه‌های لایه‌مرزی در جریان سیال ویسکوالاستیک

در ابتدا، در شکل 9 به بررسی تأثیرگذاری تغییر عدد رینولدز بر روی پروفیل سرعت در یک مقطع از صفحه ($x/L=0.5$) و سپس به چگونگی تغییرات ضخامت لایه‌مرزی در شکل 10 پرداخته می‌شود. در شکل‌های 11 و 12 به ترتیب تغییرات ضخامت جابجایی و ضخامت مومنتوم برای تغییرات عدد رینولدز نمایش داده شده‌اند. در نمودارهای مربوط به سرعت، محور افقی برای سرعت بی‌بعد شده می‌باشد که در ابتدا مقدار آن به دلیل شرط عدم لغزش در دیواره، صفر می‌باشد. U_{ref} طبق رابطه (42) قابل محاسبه می‌باشد. با حرکت در راستای عمود بر جریان سرعت جریان سیال افزایش می‌یابد تا در نهایت به مقداری ثابت که همان سرعت جریان آزاد می‌باشد، برسد. هرچه عدد Re بزرگ‌تر باشد سرعت جریان بیشتر، $\partial U / \partial y$ بیشتر و در نتیجه ضخامت لایه‌مرزی کمتر خواهد بود. در یک عدد رینولدز یکسان در جریان سیال بر روی صفحه، ضخامت لایه‌مرزی تابعی از X می‌باشد، اما اگر چند

9- مقایسه لایه‌مرزی در سیال نیوتونی و ویسکوالاستیک

در این بخش، پارامترهای گوناگون لایه‌مرزی بین سیال نیوتونی و ویسکوالاستیک با یکدیگر مقایسه خواهند شد. تفاوت دو سیال در ضریب اختلاف تنش نرمال اول آن‌ها می‌باشد. در سیال نیوتونی Ψ برابر با صفر در نظر گرفته شده است و در سیال ویسکوالاستیک 5×10^{-3} لحاظ شده است. در شکل 5 ضخامت لایه‌مرزی در دو حالت جریان سیال نیوتونی و ویسکوالاستیک و در شکل‌های 6 و 7 به ترتیب ضخامت جابجایی و ضخامت مومنتوم مورد بررسی قرار گرفته است. مشهود است که افزایش اختلاف تنش نرمال اول در سیال موجب شده سیال ویسکوالاستیک نسبت به سیال نیوتونی، دیرتر به مقدار بیشینه سرعت خودکه همان سرعت جریان آزاد است، برسد، در نتیجه ضخامت لایه‌مرزی، ضخامت جابجایی و ضخامت مومنتوم در سیال ویسکوالاستیک بیشتر از حالت نیوتونی می‌باشد. لازم به ذکر است که ضخامت جابجایی فاصله‌ای است که باید مرز جامد در یک جریان بدون اصطکاک را تغییر داد تا همان کاهش دبی جرمی را در حالتی که مرز جامد در لایه‌مرزی بود، بددهد و همچنین ضخامت مومنتوم به عنوان ضخامتی از لایه سیال تعریف می‌شود که به ازای آن شار مومنتوم برابر با شار مومنتوم در لایه‌مرزی می‌باشد و به ترتیب طبق روابط (40) و (41) محاسبه می‌شود [6]. در سیال ویسکوالاستیک وجود ترم اختلاف تنش نرمال اول موجب ایجاد نیروی عمود بر جریان می‌گردد، بنابراین برخاستگی در جریان سیال ویسکوالاستیک در راستای عمود بر جریان رخ خواهد داد. این پدیده موجب افزایش ضخامت δ ، و θ می‌شود. در شکل 8 میزان ضریب درگ محلی در طول صفحه نشان داده شده است. همان‌طور که قابل پیش‌بینی است در این شکل میزان ضریب درگ در اوایل صفحه که گرادیان سرعت در لایه‌مرزی بالاتر است، مقدار بیشتری دارد. ضریب درگ در حالت نیوتونی نسبت به حالت ویسکوالاستیک بیشتر می‌باشد. دلیل این موضوع را می‌توان در تغییر ایجاد شده در پروفیل سرعت، به دلیل وجود اختلاف تنش نرمال اول دانست. در واقع تنش نرمال اول موجب می‌شود سرعت دیرتر به سرعت جریان آزاد برسد، درنتیجه گرادیان سرعت ($\partial U / \partial y$) کمتر بوده، بنابراین تنش برشی و ضریب درگ نیز مقدار کمتری نسبت به حالت نیوتونی خواهد داشت.

$$\delta^* = \int_{y=0}^{\infty} \left(1 - \frac{u}{U_{\infty}}\right) dy \quad (40)$$

$$\theta = \int_{y=0}^{\infty} \frac{u}{U_{\infty}} \left(1 - \frac{u}{U_{\infty}}\right) dy \quad (41)$$

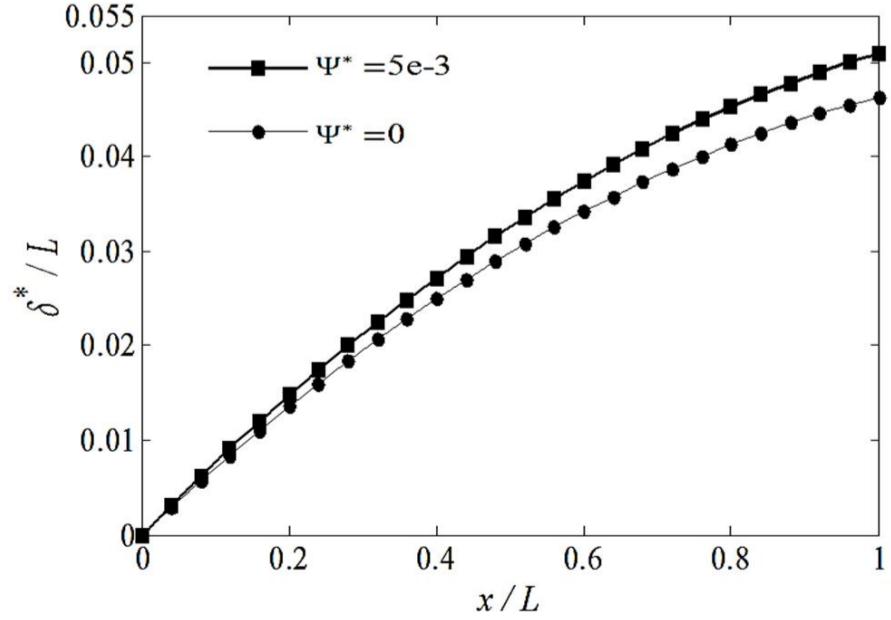


Fig. 6 Comparison of the displacement boundary layer thickness between Newtonian and viscoelastic fluid

شکل 6 مقایسه ضخامت جابجایی بین سیال نیوتونی و ویسکوالاستیک

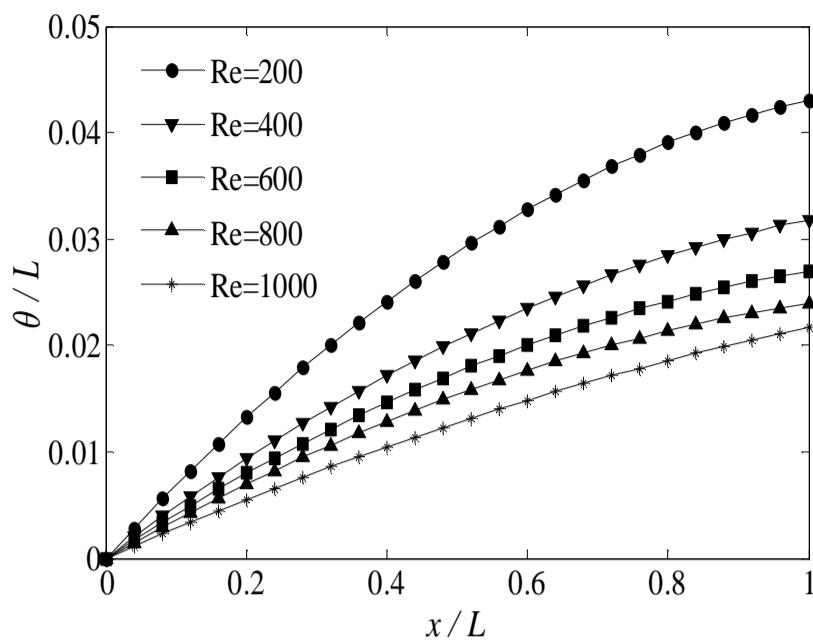


Fig. 12 Comparison of the momentum thickness at different Reynolds numbers

شکل 12 مقایسه ضخامت مومنتم در رینولدزهای مختلف

11- بررسی تأثیر تغییرات گرادیان فشار بر مشخصه‌های لایه‌مرزی
در شکل 13 تغییرات سرعت در راستای عمود بر جریان، در مقطعی خاص از صفحه که در اینجا $x/L=0.5$ در نظر گرفته شده است، نشان داده شده است. از مقایسه پروفیل‌های به دست آمده برای حالت‌های مختلف می‌توان گفت که در اثر گرادیان فشار معکوس ($\beta < 0$) ضخامت لایه‌مرزی افزایش بیشتری نسبت به موقعیت مشابه بر روی صفحه مسطح دارد. از طرفی هر چه میزان گرادیان فشار معکوس شدیدتر باشد ضخامت لایه‌مرزی افزایش چشمگیرتری خواهد داشت. همانند صفحه مسطح مقدار $dy/\partial u$ دچار سیر نزولی شده و حداکثر مقدار آن بر روی دیواره تشکیل می‌شود همچنین $\partial u/\partial y$ در مقایسه با سطوح صاف میزان کمتری در موقعیت مشابه دارد. در گرادیان فشار معکوس مقدار $\partial u/\partial y$ مثبت و مقدار $\partial u/\partial x$ منفی است و در عین حال از لحاظ قدر مطلق نیز از مقدار آن در شرایط مشابه با سطح مسطح بیشتر است یعنی منفی‌تر است. مقادیر δ ، θ در حالت گرادیان فشار معکوس دارای سرعت رشد بیشتری هستند هر چه میزان β بیشتر شود در این حالت این مقادیر هم بزرگ‌تر خواهند بود و هم دارای سرعت رشد بیشتری نسبت به حالت‌های دیگر خواهد بود. این مهم در شکل‌های 14 تا 16 بخوبی دیده می‌شود.

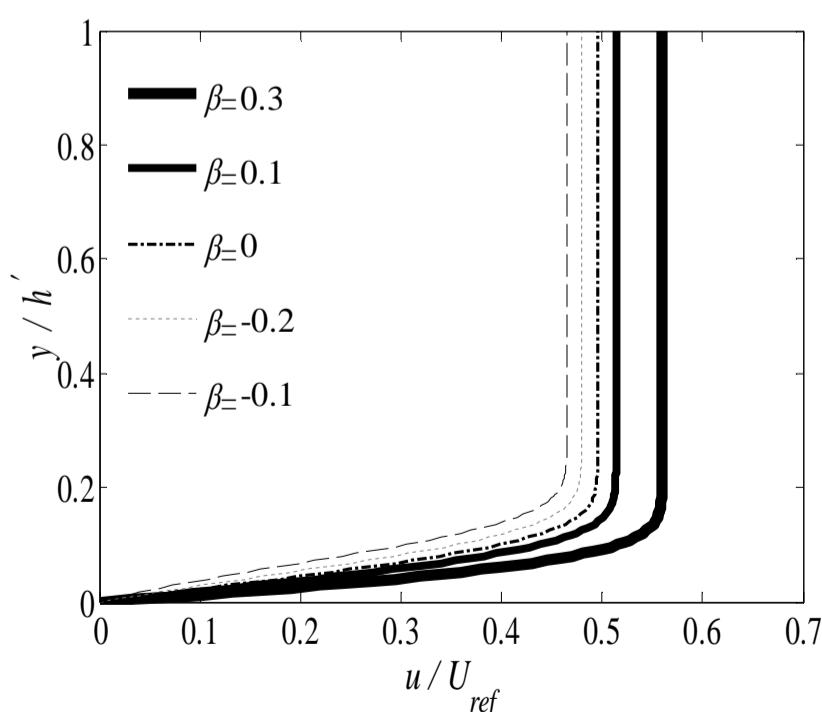


Fig. 13 Velocity profile at different pressure gradient

شکل 13 پروفیل سرعت در گرادیان فشارهای مختلف

جریان وجود داشته باشد که سرعت آزاد آن‌ها متفاوت باشد آن جریانی که سرعت بیشتری دارد ضخامت لایه‌مرزی کمتری خواهد داشت. در واقع هرچه عدد رینولدز جریانی بیشتر باشد ضخامت لایه‌مرزی تشکیل شده بر روی سطح، در آن حالت کمتر خواهد بود. همین شرایط برای ضخامت مومنتم و ضخامت جابجایی نیز برقرار است.

$$U_{\text{ref}} = \frac{1}{L} \int_0^L U(x) dx \quad (42)$$

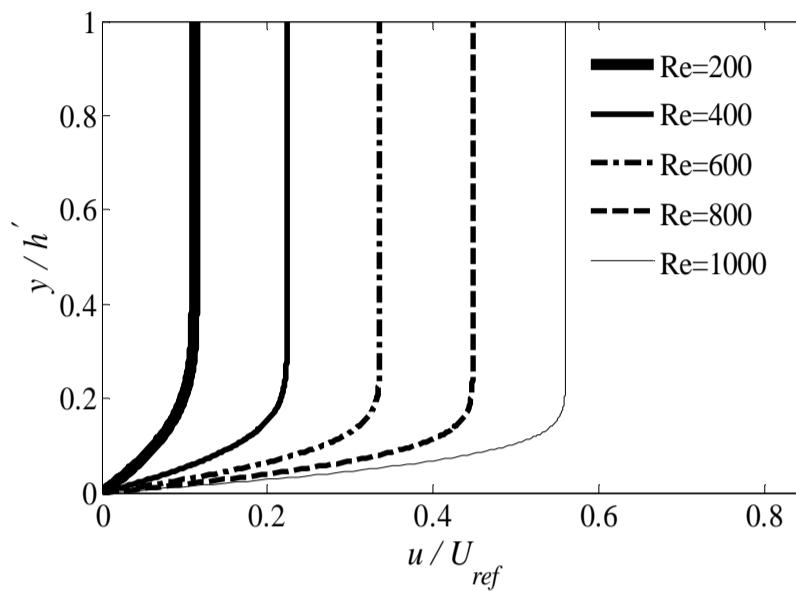


Fig. 9 Velocity profile at different Reynolds numbers

شکل 9 پروفیل سرعت در اعداد رینولدز مختلف

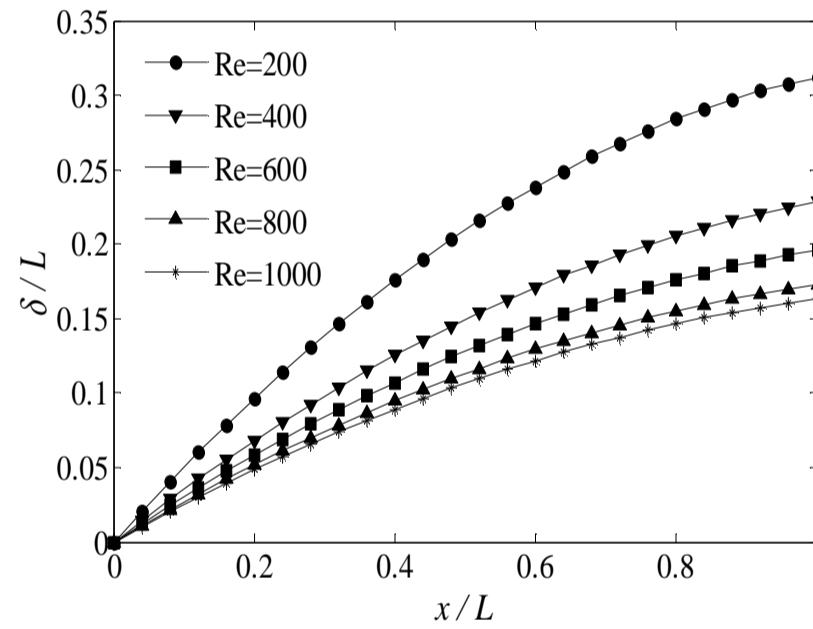


Fig. 10 Comparison of the boundary layer thickness at different Reynolds numbers

شکل 10 مقایسه ضخامت لایه‌مرزی در رینولدزهای مختلف

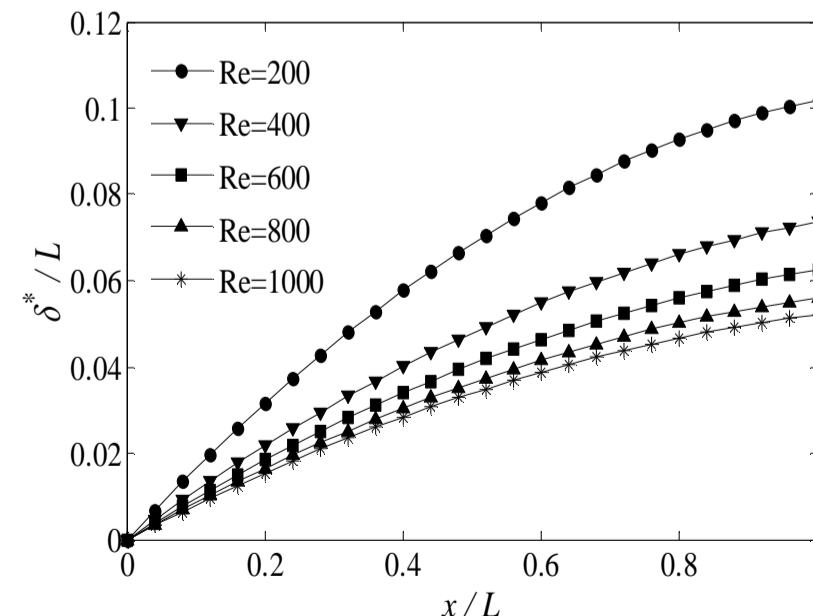


Fig. 11 Comparison of the displacement thickness at different Reynolds numbers

شکل 11 مقایسه ضخامت جابجایی در رینولدزهای مختلف

12- بررسی تأثیر تغییرات اختلاف تنش نرمال اول بر مشخصه‌های لایه مرزی

همان‌طور که در شکل 17 مشاهده می‌شود با افزایش اختلاف تنش نرمال اول، نیروی عمود بر جریان افزایش می‌باید بنابراین برخاستگی در جریان سیال رخ می‌دهد که به معنای افزایش ضخامت لایه مرزی می‌باشد. در شکل 18 به مقایسه تغییرات ضریب درگ بر حسب عدد رینولدز در اختلاف تنش نرمال اول متفاوت پرداخته شده است. همان‌طور که مشاهده می‌شود با افزایش عدد رینولدز ضریب درگ کاهش می‌باید. مقدار C_D در جریان سیال بر روی صفحه با توجه به کاهش تنش برشی ناشی از لزجت در روی دیواره کاهش خواهد یافت.

13- بررسی تأثیر تغییرات عدد پرانتل بر مشخصه‌های لایه مرزی گرمایی

به منظور بررسی تأثیر تغییرات عدد پرانتل بر مشخصه‌های لایه مرزی گرمایی،

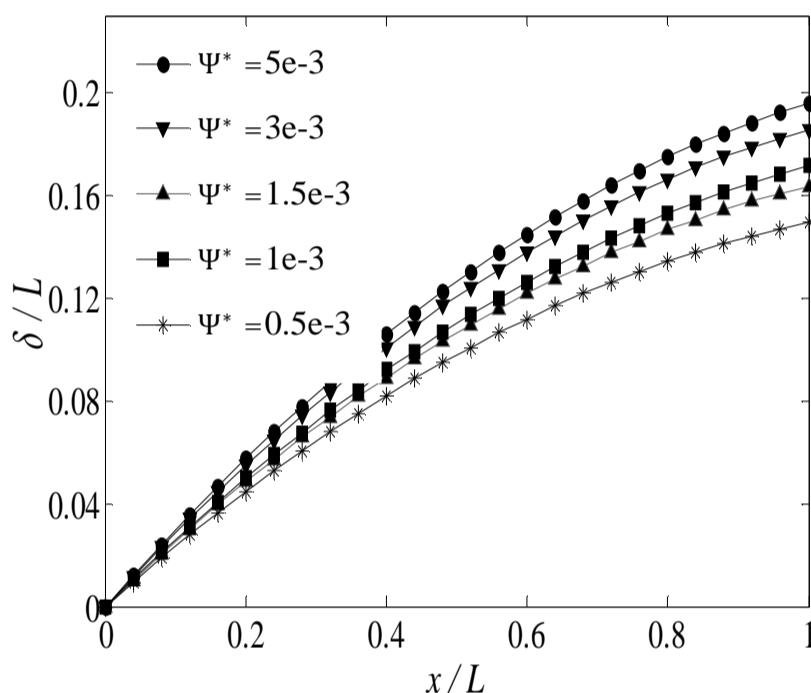


Fig. 17 Comparison of the boundary layer thickness at different first normal stress

شکل 17 مقایسه لایه مرزی در اختلاف تنش نرمال اول مختلف

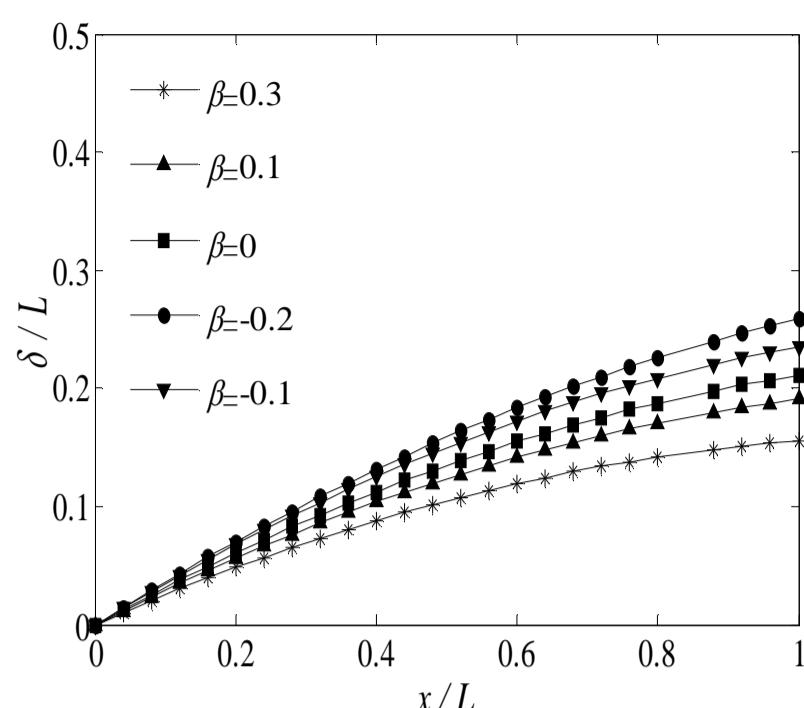


Fig. 14 Comparison of the boundary layer thickness at different pressure gradient

شکل 14 مقایسه ضخامت لایه مرزی در گرادیان فشارهای مختلف

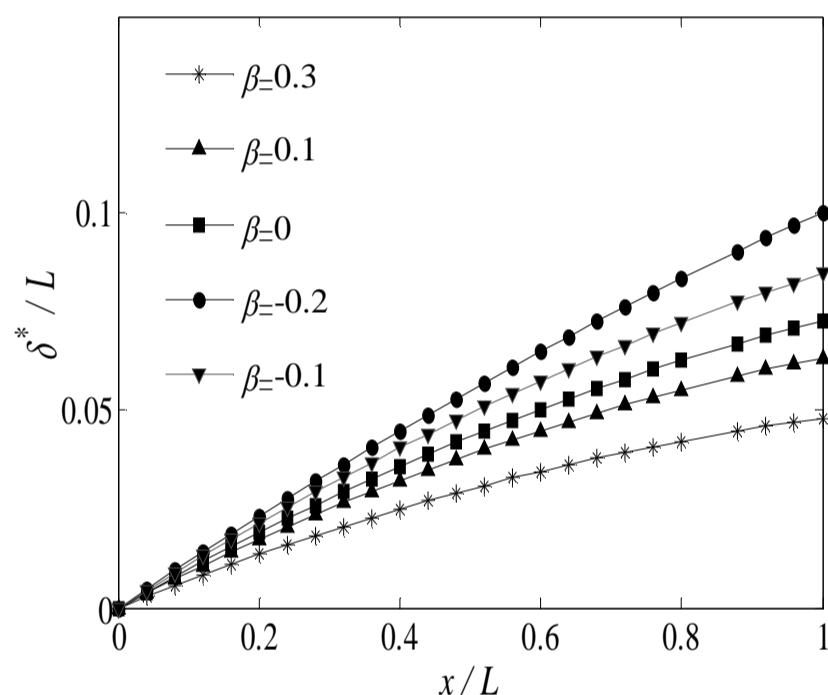


Fig. 15 Comparison of the displacement thickness at different pressure gradient

شکل 15 مقایسه ضخامت جابجایی در گرادیان فشارهای مختلف

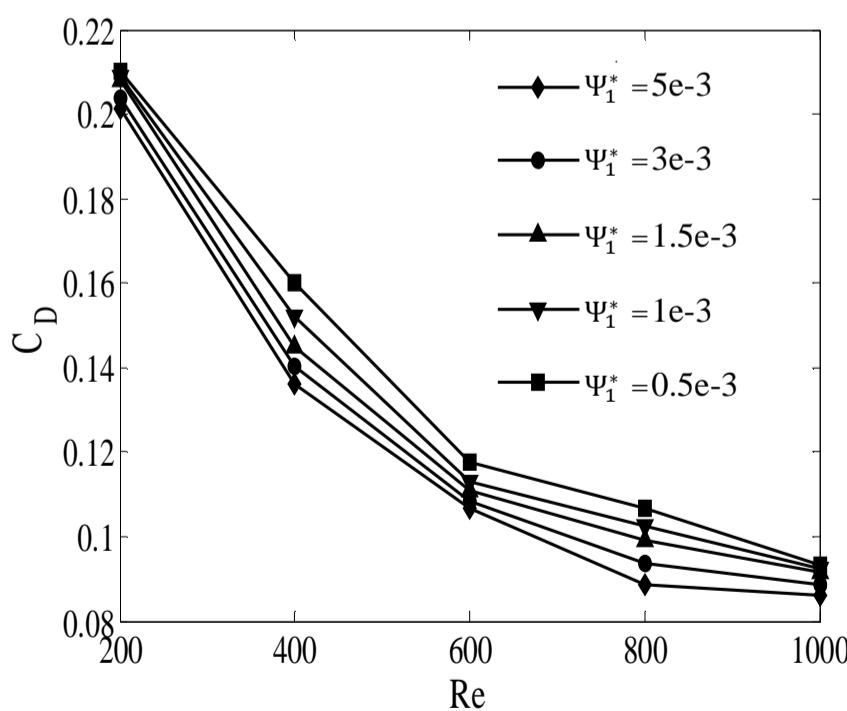


Fig. 18 Variation of drag coefficient to Reynolds numbers at different first normal stress

شکل 18 تغییرات ضریب درگ بر حسب عدد رینولدز در اختلاف تنش نرمال اول متفاوت

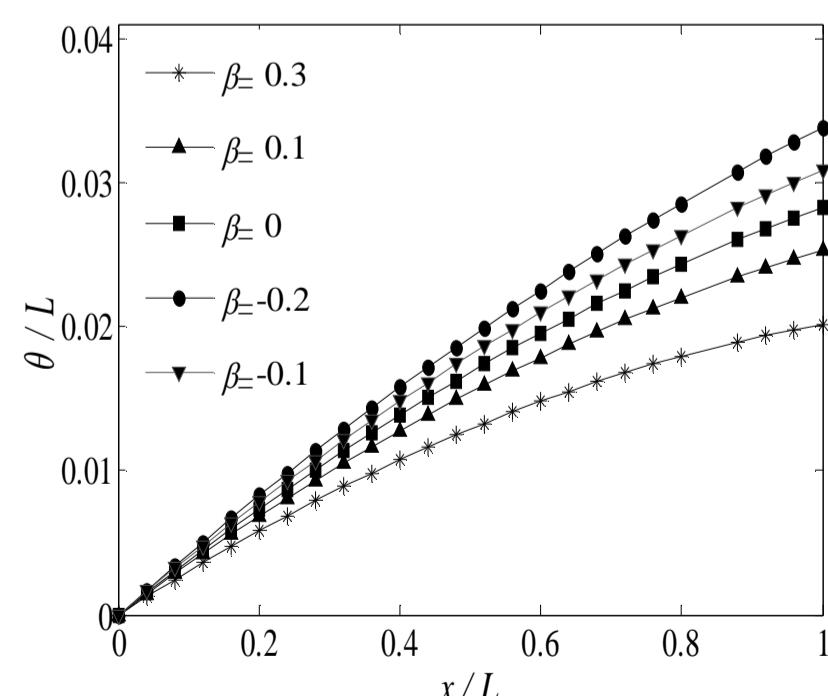


Fig. 16 Comparison of the momentum thickness at different pressure gradient

شکل 16 مقایسه ضخامت مومنتوم در گرادیان فشارهای مختلف

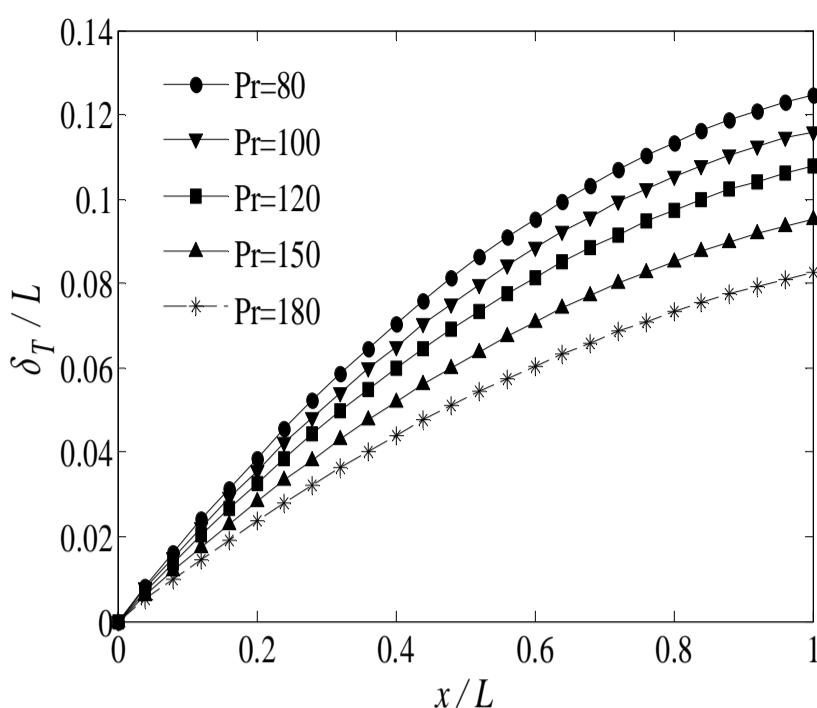


Fig. 20 Comparison of thermal boundary layer at different prandtl numbers at constant heat flux

شکل 20 مقایسه لایه مرزی گرمایی در پرانتل‌های مختلف در حالت شار ثابت

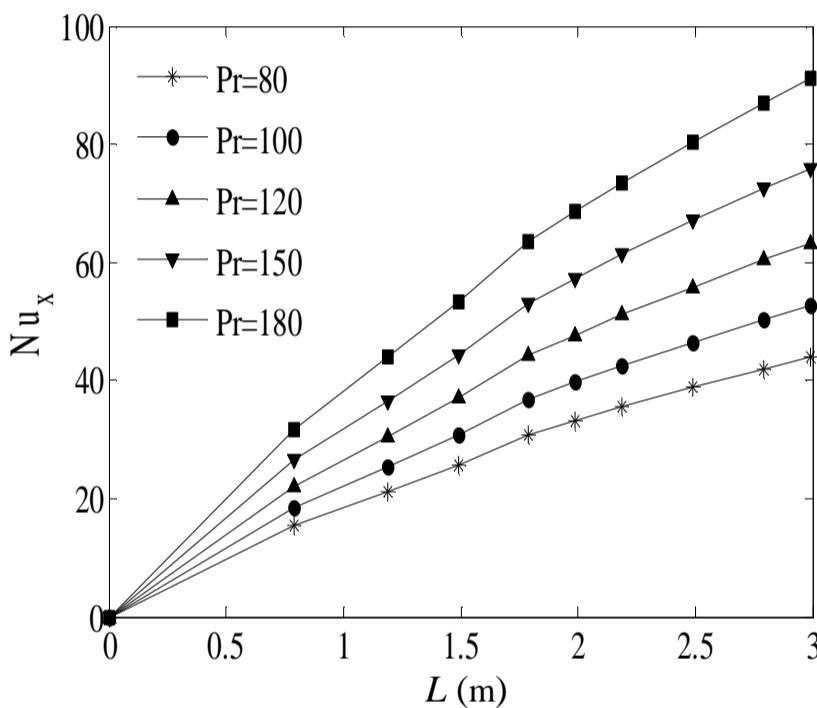


Fig. 21 Variation of local nusselt number of the plate length at different prandtl number in heating case

شکل 21 تغییرات عدد ناسلت محلی در راستای صفحه به ازای تغییرات پرانتل در حالت دما ثابت

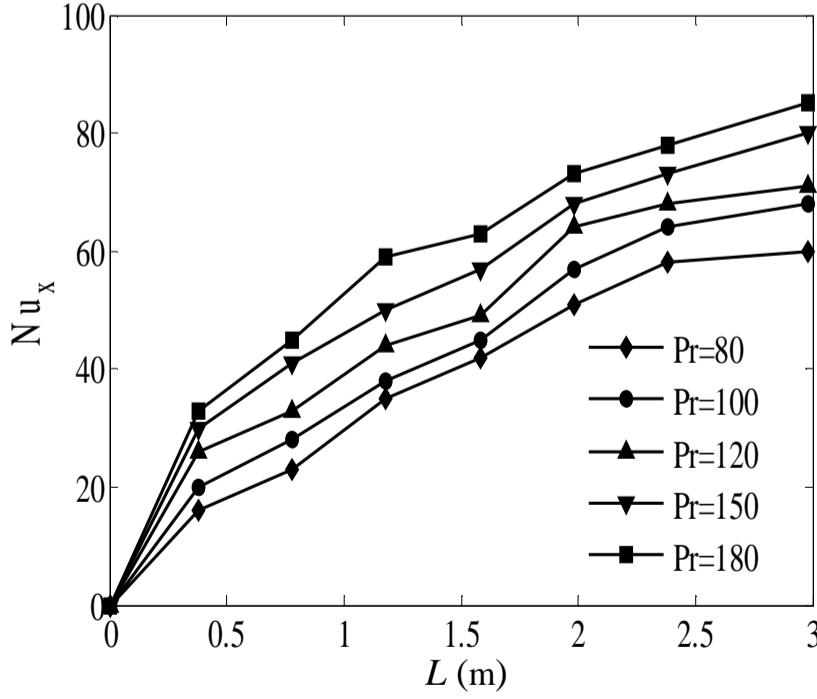


Fig. 22 Variation of local nusselt number of the plate length at different prandtl number in constant heat flux

شکل 22 تغییرات عدد ناسلت محلی در راستای صفحه به ازای تغییرات پرانتل در حالت شار ثابت

در این بخش در اختلاف تنش 0.0015 و گرادیان فشار 0.3، به مطالعه نمودارهای دما، لایه مرزی گرمایی و ناسلت محلی پرداخته شده است. محدوده پرانتل‌های بررسی شده در این تحقیق نسبت به سیال نیوتونی بسیار بزرگ‌ترمی باشد، علت این است که اکثر سیالات غیر نیوتونی نظریه مواد پلیمری، دارای ضریب نفوذ حرارتی ($\alpha = k / \rho C_p$) بسیار کوچکی هستند [19]، به طوری که بسیاری از آن‌ها جز عایق‌های حرارتی محاسبه می‌شوند؛ بنابراین این‌گونه سیالات ضریب انتقال حرارت (k) بسیار کوچکی دارند، بنابراین بزرگ بودن عدد پرانتل منطقی به نظریه رسید. نتایج حاصل از حل عددی در دو بخش دما دیواره ثابت و شار ثابت گزارش شده است. تغییرات عدد پرانتل بر ضخامت لایه مرزی گرمایی مطابق شکل‌های 19 و 20 تأثیرگذار می‌باشد. همانطور که در نمودارها مشهود است با افزایش عدد پرانتل ضخامت لایه مرزی گرمایی کاهش می‌باید، علت این است که با افزایش عدد پرانتل پخش هیدرودینامیکی به پخش حرارتی بیشتر شده بنابراین نفوذ گرمایی در جریان سیال کمتر می‌شود. در شکل‌های 21 و 22 دیده می‌شود که با حرکت در طول صفحه ناسلت محلی افزایش می‌یابد زیرا انتقال حرارت جابجاگی آزاد با حرکت سیال در طول صفحه بیشتر می‌شود. در واقع در ابتدا صفحه که سیال حرکت ندارد، میزان انتقال حرارت هم کم است، با حرکت در راستای صفحه، رینولدز محلی افزایش می‌یابد بنابراین سرعت نیز افزایش دارد که خود موجب افزایش چشمگیر عدد ناسلت می‌شود. عدد پرانتل نسبت ضخامت لایه مرزی سرعت به لایه مرزی گرمایی می‌باشد بنابراین هرچه پرانتل جریانی بزرگ‌تر باشد، ضخامت لایه مرزی آن بزرگ‌تر است. در شکل‌های 23 و 24 به بررسی تغییرات عدد متوسط در گرادیان فشارهای مختلف و ضریب اختلاف تنش نرمال متفاوت پرداخته می‌شود. با دقت در شکل‌ها دیده می‌شود که با افزایش β ، ناسلت متوسط افزایش می‌یابد، بنابراین سیال زوتر به دما افزایش β سرعت حرکت سیال افزایش می‌یابد، بنابراین سیال زوتر به دما افزایش ضریب اختلاف تنش نرمال اول، افزایش ضخامت لایه مرزی گرمایی را به دنبال دارد، پس dT / dy در یک مقطع خاص از صفحه ($x / L = 0.5$) به دنبال داشت؛ بنابراین ناسلت کلی نیز کاهش خواهد یافت.

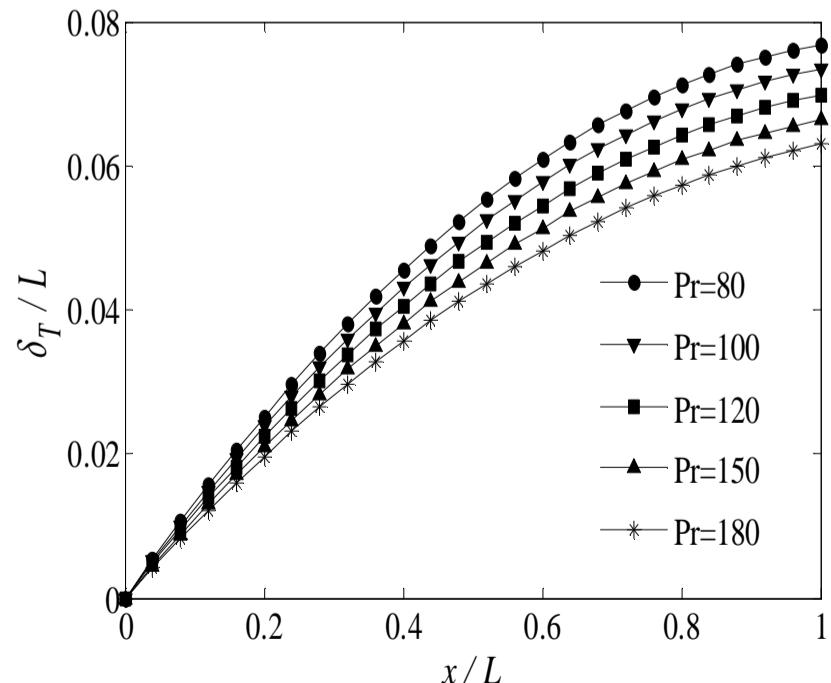


Fig. 19 Comparison of thermal boundary layer at different prandtl numbers at heating

شکل 19 مقایسه لایه مرزی گرمایی در پرانتل‌های مختلف در حالت دما ثابت

مورد این گونه جریان‌ها خودنمایی می‌کند افزایش ضخامت لایه مرزی در گرادیان فشار معکوس ($\beta < 0$) است. در این تحقیق، افزایش چشمگیر این پارامتر (δ) به ازای مقادیر مختلف β نسبت به صفحه تخت دیده می‌شود. از طرفی این افزایش در ضخامت لایه مرزی سبب می‌شود که شاهد افزایش پارامترهای دیگری از جمله ضخامت جابجایی و ضخامت مومنتم باشیم. تأثیر گرادیان فشار بر ضخامت لایه مرزی گرمایی نیز دارای روندی مشابه لایه مرزی هیدرودینامیکی می‌باشد. در $*\Psi$ ثابت، با افزایش گرادیان فشار مساعد، از آنجایی که ضخامت لایه مرزی گرمایی کاهش می‌یابد، ناسلت متوسط نیز افزایش می‌یابد. در رواح کاهش ضخامت لایه مرزی افزایش انتقال حرارت جابجایی و افزایش ناسلت متوسط را به دنبال دارد. به بیان دیگر با افزایش \bar{h}_x ، ضخامت لایه مرزی گرمایی کاهش می‌یابد در نتیجه dT/dy و \bar{h}_x جریان افزایش می‌یابد و به دنبال آن افزایش ناسلت متوسط را در پی خواهد داشت.

در جریان سیال ویسکوالاستیک، در اختلاف تنش نرمال اول ثابت، با گذر از گرادیان فشار نامساعد به مساعد، ضخامت لایه مرزی کاهش می‌یابد، بنابراین تنش برشی بر روی سطح افزایش یافته و ضریب درگ مقدار بیشتری خواهد داشت. در جریان سیال ویسکوالاستیک در یک β ثابت، با افزایش اختلاف تنش نرمال اول تنش برشی روی صفحه کاهش می‌یابد بنابراین ضریب درگ کاهش می‌یابد. در یک گرادیان فشار ثابت، با افزایش ضریب اختلاف تنش نرمال اول ناسلت متوسط در طول صفحه، کاهش می‌یابد. از آنجایی که با افزایش $*\Psi$ ضخامت لایه مرزی گرمایی افزایش می‌یابد و لایه مرزی همانند عایق گرمایی برای انتقال حرارت جابجایی عمل می‌کند، بنابراین کاهش ناسلت متوسط منطقی به نظر می‌رسد. بطور کلی می‌توان گفت با استفاده از مدل ویسکوالاستیک مرتبه 2 این امکان فراهم می‌شود که بتوان بطور خالص تاثیر خواص الاستیک سیال را بر خصوصیات لایه مرزی سرعت و گرمایی که از جمله اصلی ترین اهداف این پژوهش می‌باشد بررسی نمود و از این نظر مدل مناسبی بشمار می‌رود. همچنین گرادیان فشار تأثیر بسیار واضح و مهمی را بر روی تمامی خصوصیات لایه مرزی سیال ویسکوالاستیک خواهد گذاشت که نکته قابل توجه آن افزایش چشمگیر ضخامت لایه مرزی در گرادیان فشار معکوس است.

15- فهرست علایم

ضریب درگ	C_D
ظرفیت گرمایی ویژه در فشار ثابت (KJ Kg ⁻¹ K ⁻¹)	C_P
نیروی درگ (N)	F_D
ضریب انتقال حرارت جابجایی (Wm ⁻² K ⁻¹)	h
ارتفاع در راستای y [m]	h'
بردار یکه در راستای محور x	i
بردار یکه در راستای محور y	j
ضریب انتقال حرارت هدایت (Wm ⁻¹ K ⁻¹)	k
طول صفحه (m)	L
فاکتور سرعت	m
عدد ناسلت محلی	Nu_x
عدد ناسلت متوسط	$\langle Nu \rangle$
عدد پرانتل	Pr
عدد رینولدز	Re
دما سیال (K)	T

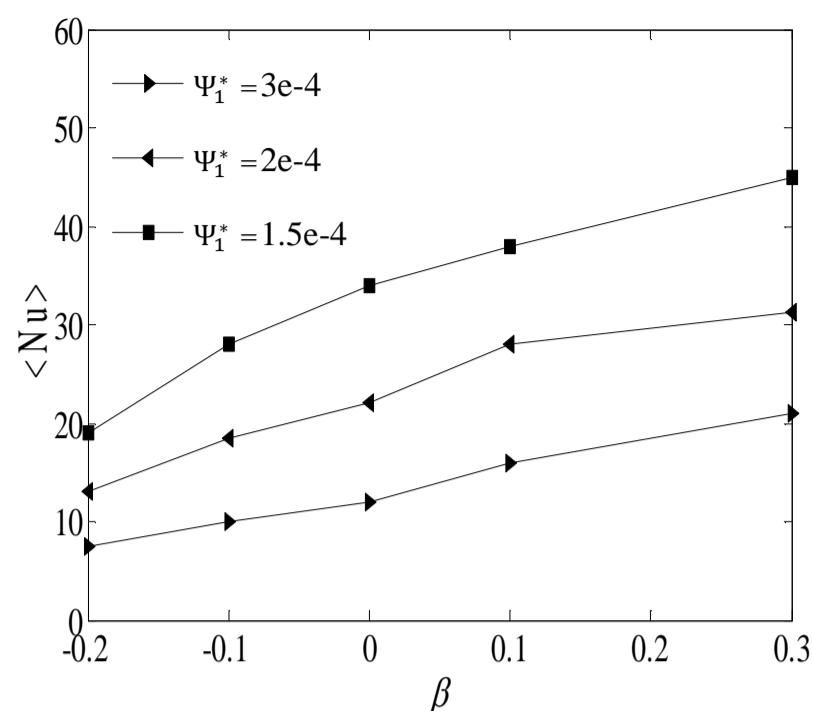


Fig. 23 Variation of average nusselt number to β at different first normal stress

شکل 23 تغییرات عدد ناسلت متوسط بر حسب β در اختلاف تنش نرمال اول متفاوت در حالت دما ثابت

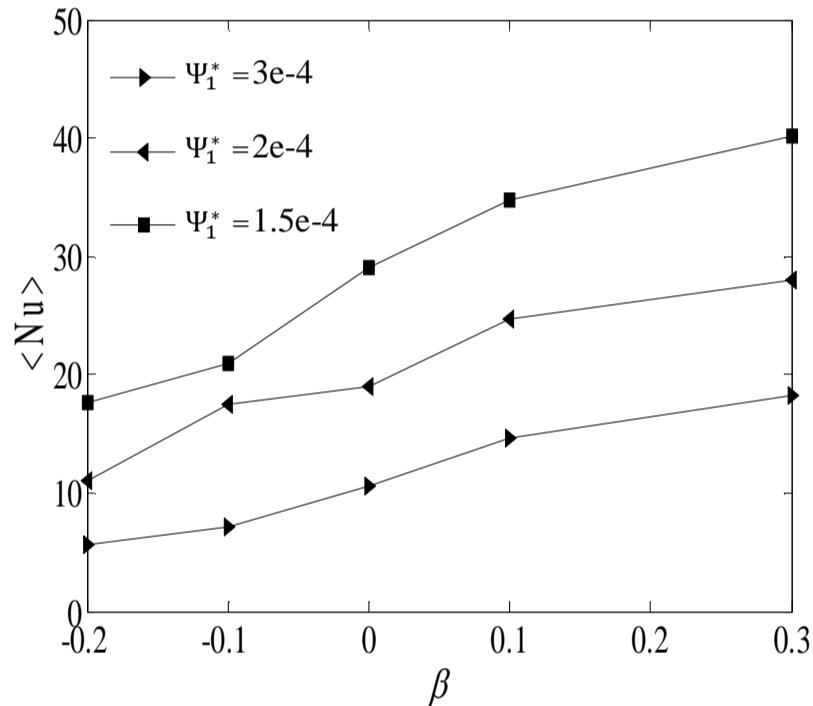


Fig. 24 Variation of average nusselt number to β at different first normal stress in constant heat flux

شکل 24 تغییرات عدد ناسلت متوسط بر حسب β در اختلاف تنش نرمال اول متفاوت در حالت شار ثابت

14- نتیجه گیری

در این بخش به مرور کلی نتایج حاصل از تحقیق حاضر برای جریان لایه مرزی سیال ویسکوالاستیک با وجود جمله گرادیان فشار پرداخته می‌شود: افزایش اختلاف تنش نرمال اول موجب افزایش ضخامت لایه مرزی هیدرودینامیکی خواهد شد. در سیال ویسکوالاستیک وجود ترم اختلاف تنش نرمال اول موجب ایجاد نیروی عمود بر جریان رخ خواهد داد. افزایش اختلاف تنش نرمال اول در سیال موجب شده سیال ویسکوالاستیک نسبت به سیال نیوتونی، دیرتر به مقدار بیشینه سرعت خودکه همان سرعت جریان آزاد است، بررسد، در نتیجه ضخامت لایه مرزی، ضخامت جابجایی و ضخامت مومنتم در سیال ویسکوالاستیک بیشتر از حالت نیوتونی می‌باشد. گرادیان فشار تأثیر بسیار واضح و مهمی را بر روی تمامی خصوصیات لایه مرزی سیال ویسکوالاستیک خواهد گذاشت آنچه که بیشتر از همه در

- [5] T. Fang, J. Zhang, An exact analytical solution of the Falkner-Skan equation with mass transfer and wall stretching, *International Journal of Non-Linear Mechanics*, Vol. 43, No. 9, pp. 1000-1006, 2008.
- [6] White, M. Frank and Isla Corfield, *Viscous fluid flow*, Vol. 3, New York: McGraw-Hill, 2006.
- [7] Y. Nagano, M. Tagawa and T. Tsuji, *Efect of adverse Pressure gradients on mean flow and turbulence statistics in a boundary layer*, *Turbulent shear flows*, pp. 110-112, 1993.
- [8] V. Baskaran, A.J. Smits and p.n. Joubert, A turbulent flow over a curved hill, Part 1. Growth of an internal boundary layer, *Journal of Fluid Mechanics*, Vol. 182, pp. 47-83, 1987.
- [9] R. N. Meroney, P. Bradshaw, Turbulent boundary layer growth over a longitudinally curved surface, *Journal* Vol. 11, No. 13, pp. 1448-1453, 1975.
- [10] T. Cebeciand, A.M.O. Smith, *Analysis of turbulent boundary layers*, Academic Press, pp. 48-55, New York, 1974.
- [11] B. Van den Berg, Boundary layer measurements on a two-dimensional wing with flap, *NRL TR79009 U*, 1979.
- [12] C.D. Aubertine, J. K. Eaton, Reynolds number scaling in a non-equilibrium turbulent boundary layer with mild adverse pressure gradient, *International Journal of Heat and Fluid Flow*, Vol. 4, No. 4, pp. 575-566, 2006.
- [13] B.D. Beardand K. Walters K, Elastico-viscous boundary-layer flows I. Two-dimensional flow near a stagnation point, *In Mathematical Proceedings of the Cambridge Philosophical Society*, Vol. 60, No. 03, pp. 667-674, 1964.
- [14] Harris, *Rheology and non-newtonian flow*, pp. 199-204, Logman, 1977.
- [15] M. S. Abel, P. Siddheshwar, M. MNandeppanavar, Heattransfer in a viscoelastic boundary layer flow over a stretching sheet with viscous dissipation and non-uniform heat source, *International Journal of Heat and Mass Transfer*, Vol. 50, No. 5, pp. 960-966, 2007.
- [16] A. Postelnicu, I. Pop, Falkner-Skan boundary layer flow of a power-law fluid past a stretching wedge, *Applied Mathematics and Computation*, Vol. 217, No. 9, pp. 4359-4368, 2011.
- [17] D. O. Olagunju, Local similarity solutions for boundary layer flow of a FENE-P fluid, *Applied Mathematics and Computations*, Vol. 1, No. 173, pp. 593-602, 2006.
- [18] D. O. Olagunju, The Falkner-Skan flow of a viscoelastic fluid, *International Journal of Non-Linear Mechanics*, Vol. 41, No. 6, pp. 825-829, 2006.
- [19] Mark, J.E., *Physical properties of polymers handbook*, pp. 105-111, Springer, 2007.

دما بی بعد برای حالت دمل ثابت	T^*
دما بی بعد برای حالت شار ثابت	T_h^*
دما سیال ورودی K	T_c
سرعت در جهت x (ms^{-1})	u
سرعت جریان آزاد (ms^{-1})	U_∞
سرعت در جهت y (ms^{-1})	v
علامه یونانی	
فاکتور گرادیان فشار	β
نرخ برش 1/s	$\dot{\gamma}$
ضخامت لایه مرزی هیدرودینامیکی (m)	δ
ضخامت لایه مرزی گرمایی (m)	δ_T
ضخامت جابجایی (m)	δ^*
لزجت دینامیکی (kg m s^{-1})	η
ضخامت مومنتم (m)	θ
لزجت سینماتیکی ($\text{m}^2 \text{s}^{-1}$)	ν
چگالی (kg m^{-3})	ρ
تنش برشی (Pa)	τ
ضریب اختلاف تنش نرمال اول (Pa s^2)	Ψ_1
ضریب اختلاف تنش نرمال دوم (Pa s^2)	Ψ_2

16- مراجع

- [1] V. Falkneb, S. W. Skan, Solutions of the boundary-layer equations, *The London, Edinburgh, and Dublin Philosophical Magazine and Journal of Science*, Vol. 8, No. 12, pp. 865-896, 1931.
- [2] D. Hartree, *On an equation occurring in Falkner and Skan's approximate treatment of the equations of the boundary layer*, pp. 80-88, Cambridge Univ Press, 1937.
- [3] H. T. Lin, L. K. Lin, Similarity solutions for laminar forced convection heat transfer from wedges to fluids of any Prandtl number, *International journal of heat and mass transfer*, Vol. 30, No. 6, pp. 1111-1118, 1987.
- [4] M. Rosales-Vera, A. Valencia, Solutions of Falkner-Skan equation with heat transfer by Fourier series, *International Communications in Heat and Mass Transfer*, Vol. 37, No. 7, pp. 761-765, 2010.