



## یک مدل جبری جدید بر مبنای تانسور همبستگی سرعت برای شبیه‌سازی مستقیم عددی کاهش درگ آشفته به کمک افزودنی‌های میکروفیبر

امین موسائی<sup>1\*</sup>، کوروش گودرزی<sup>1</sup>، جلیل عباسی<sup>2</sup>

1- استادیار، مهندسی مکانیک، دانشگاه یاسوج، یاسوج  
2- دانش آموخته کارشناسی ارشد، مهندسی مکانیک، دانشگاه یاسوج، یاسوج  
\* یاسوج، صندوق پستی 75914-353، moosaie@yu.ac.ir

### چکیده

### اطلاعات مقاله

در این مقاله، یک مدل بستگی جبری برای شبیه‌سازی مستقیم عددی کاهش درگ آشفته در جریان کانال به کمک افزودنی‌های میکروفیبر پیشنهاد شده است. این مدل توسعه‌ای از یک مدل موجود در جهت رفع برخی نواقص آن است. در این مدل پیشنهادی، با در نظر گرفتن تانسور همبستگی سرعت در فرآیند مدل‌سازی، شرایط فیزیکی بیشتری از جریان آشفته در مدل دخیل است. با این کار، بخشی از نواقص مدل‌های جبری قبلی برطرف شده است. مدل پیشنهادی برای شبیه‌سازی مستقیم عددی کاهش درگ آشفته در یک جریان کانال افقی تحت گرادین فشار ثابت به کار رفته است. برای این منظور، معادلات ناویر-استوکس سه‌بعدی و وابسته به زمان برای جریان تراکم ناپذیر یک سیال غیرنیوتنی به صورت عددی حل شده است. کمیت‌های آماری به دست آمده از مدل جدید در مقایسه با شبیه‌سازی حل دقیق مونت-کارلو و مدل‌های جبری پیشین آورده شده‌اند. انطباق خوب نتایج نشان از دقت مناسب مدل جدید دارد. به طور خاص، جذر متوسط مربعات نوسان‌های سرعت در جهت اصلی جریان با دقت بسیار بیشتری نسبت به مدل‌های قبلی پیش‌بینی شده است. دیگر کمیت‌های آماری نیز با دقت مناسبی محاسبه شده‌اند. این مدل همه ویژگی‌های جریان کاهش درگ یافته به کمک میکروفیبر را پیش‌بینی می‌کند.

مقاله پژوهشی کامل  
دریافت: 06 تیر 1393  
پذیرش: 14 مرداد 1393  
ارائه در سایت: 17 آبان 1393  
کلید واژگان:  
جریان کانال آشفته  
کاهش درگ  
مدل بستگی جبری  
شبیه‌سازی مستقیم عددی  
تانسور همبستگی سرعت

## A new algebraic model based on the velocity correlation tensor for DNS of turbulent drag reduction by microfiber additives

Amin Moosaie<sup>1\*</sup>, Kourosh Goudarzi<sup>1</sup>, Jalil Abbasi<sup>1</sup>

1- Department of Mechanical Engineering, Yasouj University, Yasouj, Iran.  
\* P.O.B. 75914-353 Yasouj, moosaie@yu.ac.ir

### ARTICLE INFORMATION

Original Research Paper  
Received 27 June 2014  
Accepted 05 August 2014  
Available Online 08 November 2014

### Keywords:

Turbulent channel flow  
drag reduction  
algebraic closure model  
direct numerical simulation  
velocity correlation tensor

### ABSTRACT

In this paper, a new algebraic closure model for the DNS of turbulent drag reduction in a channel flow using microfiber additives is presented. This model is an extension of an existing model and cures some of the shortcomings of the old model. In the proposed model, using the velocity correlation tensor in the modeling process, more physical conditions of the flow field are taken into account. With this, some of the shortcomings of other models are cured. The proposed model is used to directly simulate turbulent drag reduction in a horizontal channel flow under the action of a constant pressure gradient. For this purpose, time-dependent, three-dimensional Navier-Stokes equations for the incompressible flow of a non-Newtonian fluid are numerically solved. Statistical quantities obtained by the new model are compared with the results of previous simulations. Good agreement between the results demonstrates the proper accuracy of the new model. Especially, the root-mean-square of velocity fluctuations in the streamwise direction is predicted with high accuracy as compared to previous models. Other statistical quantities are also computed with appropriate accuracy. This model is capable of predicting all properties of a microfiber-induced drag-reduced flow.

### 1- مقدمه

مشخص حرکت می‌کند. جریان آشفته در نزدیکی دیواره را می‌توان به سه لایه مجزا تقسیم بندی کرد که شامل زیر لایه لزج، لایه بافر و ناحیه لگاریتمی است. جریان در زیر لایه لزج آرام است. آرام بودن جریان در زیر لایه لزج به معنای داریم بودن جریان نیست، بلکه جریان در این ناحیه، به دلیل نفوذ اثر جریان آشفته لایه بالای آن غیردایم است. با توجه به این که لایه‌های بالاتر آشفته‌تر هستند، توسط مکانیزم تزریق و جاروب در جریان آشفته، سیال با سرعت بالا از ناحیه دور از دیوار به نزدیک دیواره پمپ می‌شود. این عمل باعث افزایش

از مباحث مهم و بسیار پیچیده در زمینه مکانیک سیالات مبحث جریان‌های آشفته است. با توجه به نام‌گذاری آن مشهود است که دارای رفتاری بسیار اتفاقی و بی‌سازمان است. به واسطه فرآیندهای اختلاطی شدید، به جز در نواحی بسیار نزدیک به دیواره، شکل لایه‌های جریان به راحتی قابل تشخیص نبوده و ذرات سیال مسیرهای مشخص و از پیش تعیین شده‌ای را طی نمی‌کنند. این رفتار برخلاف رفتار جریان آرام است که در آن سیال تحت لایه‌ها و مسیرهای

Please cite this article using:

A. Moosaie, K. Goudarzi, J. Abbasi, A new algebraic model based on the velocity correlation tensor for DNS of turbulent drag reduction by microfiber additives, *Modares Mechanical Engineering*, Vol. 14, No. 16, pp. 223-230, 2015 (In Persian)

برای ارجاع به این مقاله از عبارت ذیل استفاده نمایید:

به دلیل ابعاد بالای آن (شش بعد)، به وسیله روش‌های عددی معمول کاربردی نیست. حجم چشمگیر محاسبات شبیه‌سازی مستقیم عددی برای سیال نیوتنی بدون حضور فیبرها، که تقریباً متناسب با توان سوم عدد رینولدز است، این تکنیک را در حال حاضر محدود به جریان‌های با عدد رینولدز کوچک تا متوسط کرده است. حال، چنانچه فیبرها هم اضافه شوند، حجم محاسبات مورد نیاز بسیار بالا خواهد بود. این موضوع موجب شده است که محققان به ارائه مدل‌های نسبتاً ساده مهندسی برای شبیه‌سازی مستقیم عددی پدیده کاهش درگ با استفاده از کامپیوترهای شخصی در مدت زمان قابل قبول و پاسخ‌هایی با دقت بالا تمایل داشته باشند.

اورلاندی [6] یکی از پیشگامان DNS جریان کاهش درگ یافته به کمک افزودنی‌های پلیمری است. وی با معرفی یک مدل ساده از پلیمرهای ناهمسانگرد کششی در جریان توسعه یافته در داخل کانال کاهش درگ را بررسی نمود. این مدل به وسیله نتایج آزمایشگاهی و یافته‌های تئوری پشتیبانی می‌شود که نشان می‌دهند، در جریان کاهش درگ یافته، پلیمر باعث لزجت کششی بالا و تغییرات اندک در لزجت برشی می‌شود. مدل اورلاندی می‌گوید که لزجت ناهمسانگرد ناشی از پلیمرها بر پایه تانسورهای نرخ کرنش و نرخ چرخش محاسبه می‌شود. لزجت کششی موقعی به وجود می‌آید که اختلاف نرخ کرنش از نرخ چرخش از یک مقدار از پیش تعریف شده بیشتر باشد. مدل ساده او قادر است که ویژگی‌های اساسی جریان کاهش درگ یافته را پیش‌بینی کند. با این حال، هنوز راه‌های زیادی برای بهبود مدل پلیمر معلق در جریان سیال آشفته وجود داشت.

دن توندرو و همکاران [7] برای مطالعه کاهش درگ از یک مدل مبتنی بر لزجت غیرایزوتروپ، که اثر فیبرهای صلب را در نظر می‌گیرد، استفاده کردند. این مدل بر اساس این فرض است که جهت فیبر به‌طور کامل با بردار محلی سرعت جریان در یک راستاست. بعدها مانهارت و فریدریش [8] از این مدل برای مطالعه جریان آشفته کاهش درگ یافته در جریان کانال استفاده و به کمک آن تأثیر برخی پارامترها بر میزان کاهش درگ را بررسی کردند.

هر دو مدل فوق کاملاً لزج هستند که با موفقیت کامل به پیش‌بینی کاهش درگ در جریان آشفته دست یافتند. این حقیقت در راستای تئوری کاهش درگ پیشنهاد شده توسط لاملی [3] است که اثرات لزج را مسئول کاهش درگ می‌داند. این تئوری در تقابل با تئوری الاستیک تابور و دی جینیس [9] است که اثرات الاستیک را مسئول کاهش درگ می‌داند. بنابراین، به نظر می‌رسد که در حالت پلیمرهای میله‌ای صلب یا میکرو فیبرها، اثرات ویسکوز کافی هستند تا جریان از خود کاهش درگ نشان دهد، هر چند شواهد تجربی و عددی وجود دارند که نشان می‌دهند الاستیسیته سوسپانسیون در کاهش درگ به وسیله پلیمرهای انعطاف‌پذیر با ارجاع به پدیده گذار از حالت پیچ به حالت گسترش یافته و آغاز کاهش درگ مؤثر است. البته، شایان ذکر است که گیلیسن [10] به وسیله حل عددی نشان داد که الاستیسیته پلیمر نقش حاشیه‌ای در مکانیزم کاهش درگ دارد.

شبیه‌سازی جریان‌های سوسپانسیون فیبر را می‌توان به‌صورت کوپل یک-طرفه و یا دوطرفه انجام داد. در کوپل یک‌طرفه، اثر میدان جریان بر فیبرها در نظر گرفته می‌شود و از اثرگذاری فیبرها بر روی میدان جریان صرف‌نظر می‌شود، ولی، در کوپل دوطرفه، اثرات میدان جریان و دینامیک فیبرها بر روی هم به‌طور هم‌زمان در نظر گرفته می‌شود. برای شبیه‌سازی جریان‌های کاهش درگ یافته به کمک میکرو فیبر سه روش کلی وجود دارد که عبارت‌اند از: روش مستقیم، روش تقریب گشتاور و روش مدل جبری. کارهای انجام شده در زمینه شبیه‌سازی در ادامه ارائه شده‌اند.

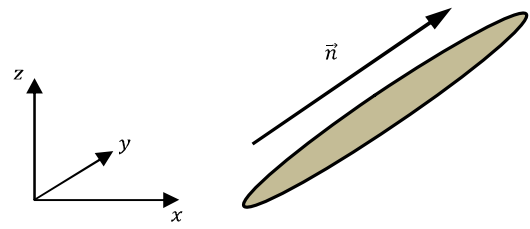
گرایان سرعت متوسط و در نتیجه افزایش نیروی درگ لزج بر روی دیواره می‌شود [1]. بنابراین، آشفتگی باعث افزایش قابل ملاحظه درگ اصطکاکی می‌شود. این پدیده به نوبه خود موجب افزایش مصرف انرژی و در نتیجه کاهش بهره‌وری اقتصادی و نیز افزایش آلاینده‌گی محیط زیست می‌شود.

در مسایل صنعتی و مهندسی، به‌دنبال راهی برای کاهش درگ آشفته هستیم. نیروی درگ در جریان‌های داخلی به‌صورت افزایش در افت فشار و نیاز به توان پمپاژ بیشتر و در جریان‌های خارجی به‌صورت افزایش در توان مورد نیاز سیستم‌های پیش‌رانش و جلو برنده ظاهر می‌شود. از این رو، جای تعجب نیست که سالیان متمادی همواره سعی شده که این نیرو در کمترین مقدار ممکن قرار داشته باشد. برخی از روش‌های موجود برای کاهش درگ اصطکاکی عبارت‌اند از: افزودنی‌های پلیمری و فیبری [2,3]، استفاده از حباب و میکرو حباب [4] و ریبلت‌ها [5].

در این پژوهش، پدیده کاهش درگ آشفته به وسیله افزودن میکرو فیبرها (پلیمرهای صلب) مورد توجه قرار گرفته است. پلیمرها به دو دسته انعطاف‌پذیر و صلب میله‌ای شکل تقسیم می‌شوند. پلیمرهای انعطاف‌پذیر در مقایسه با پلیمرهای صلب (فیبرها) درگ را در سطح بالاتری کاهش می‌دهند، اما حالت ارتجاعی آنها سبب می‌شود که در یکدیگر فرو رفته و خواص خود را در کاهش درگ جریان آشفته از دست دهند. بنابراین، کاهش درگ ناشی از فیبرها پایدارتر از کاهش درگ ناشی از پلیمرهای انعطاف‌پذیر است [2]. در ضمن، پیشنهاد شده برای کاهش درگ از پلیمرهای صلب و انعطاف‌پذیر به-صورت هم‌زمان نیز استفاده شود که در این زمینه تحقیقات زیادی صورت گرفته و یک مسأله پژوهشی باز است.

بررسی پدیده کاهش درگ، به دلیل مطالعه بنیادی فیزیک جریان کاهش درگ یافته و همچنین به دلیل کاربرد زیاد آن در صنایع گوناگون، به‌عنوان مثال در حرکت زیر دریایی، حمل و نقل مایعات و لوله‌های آتش‌نشانی اهمیت بسیاری دارد. در سال‌های اخیر، مطالعات مبسوطی به‌منظور شناخت مکانیزم تأثیرگذاری فیبرها بر جریان آشفته و همچنین نقش پارامترهای مختلف بر میزان کاهش درگ صورت گرفته است. در گذشته، به دلیل کمبود امکانات محاسباتی و نیز عدم وجود مدل‌های رئولوژیکی دقیق برای جریان‌های سوسپانسیون فیبر، پژوهش‌ها معمولاً فقط به‌صورت آزمایشگاهی و نظری انجام گرفته است. اما، امروزه، با پیدایش روش شبیه‌سازی مستقیم عددی (DNS)، تحلیل کمیت‌های جریان آشفته به‌صورت بسیار دقیق انجام می‌گیرد. یک جریان آشفته شامل طیف وسیعی از مقیاس‌های مکانی و زمانی است. شبیه‌سازی مستقیم عددی برای یک میدان جریان آشفته تمامی مقیاس‌های مکانی و زمانی را به‌دقت شبیه‌سازی می‌کند و طیف کامل مقیاس‌های جریانی، اعم از بزرگ‌ترین گردابه‌ها که در مرتبه طول مقیاس هندسی جریان می‌باشند تا کوچک‌ترین گردابه‌ها در طول مقیاس کولموگروف را به‌طور کامل تحت سیطره محاسباتی خود در می‌آورد.

جریان آشفته سوسپانسیون فیبر دارای معادلات حاکم پیچیده‌ای است، زیرا، علاوه بر حل میدان جریان، باید تأثیر دینامیک فیبرها و رئولوژی آنها نیز در نظر گرفته شود. اثرگذاری فیبرها بر روی جریان، با در نظر گرفتن فرضیاتی که در ادامه مطرح می‌شوند، توسط یک تانسور تنش غیر نیوتنی بیان می‌شود. این تنش تابع جهت‌گیری ذرات معلق است. جهت‌گیری فضایی میکرو فیبرها توسط تابع توزیع احتمال جهت‌گیری توصیف می‌شود. همچنین، تابع توزیع احتمال جهت‌گیری نیز از حل معادله فوکر-پلانک به‌دست می‌آید. معادله فوکر-پلانک تابعی از دو متغیر در فضای حالت، سه متغیر در فضای فیزیکی اقلیدسی و همچنین زمان است. بنابراین، حل معادله فوکر-پلانک،



شکل 1 میکروفیبر صلب و بردار جهت‌گیری فضایی آن

دیوارها، تانسور گشتاور دوم تابع توزیع جهت‌گیری فیبرها را به‌درستی پیش-بینی نمی‌کند. در این مقاله، این مشکل با استفاده از تانسور همبستگی سرعت برطرف شده است.

ادامه این مقاله به‌ترتیب زیر ارائه شده است. در بخش دوم، به‌اختصار فرضیات در نظر گرفته شده برای حل جریان غیرنیوتنی سوسپانسیون فیبر معرفی می‌شوند. در بخش سوم، تئوری و معادلات حاکم بر مسئله بیان می‌شوند. بخش چهارم به معرفی مدل‌های بستگی جبری می‌پردازد. در بخش پنجم، مدل جدید پیشنهادی آورده شده، در بخش ششم روش‌های عددی و پارامترهای شبیه‌سازی ارائه می‌شوند. بخش هفتم به گزارش نتایج شبیه‌سازی می‌پردازد و نهایتاً مقاله در بخش هشتم نتیجه‌گیری شده است.

## 2- فرضیات اساسی

مفروضاتی که در این مقاله مورد استفاده قرار می‌گیرند، در زیر آورده شده‌اند. فیبرهای معلق در جریان، صلب و به‌شکل بیضی‌گون هستند. از حرکت براونی دورانی فیبرها صرف‌نظر شده است. حرکت براونی دورانی ناشی از بمباران فیبرها توسط مولکول‌های سیال اطراف آن است. تمام فیبرهای معلق در جریان دارای اندازه و خواص یکسان هستند. طول فیبرها از کوچک‌ترین گردابه‌های جریان یعنی مقیاس طولی کولموگروف، کوچک‌تر است. به‌دلیل اینکه فیبرهای مورد استفاده بسیار کوچک هستند، جریان اطراف آنها خزشی در نظر گرفته می‌شود و می‌توان از اثرات اینرسی جریان چشمپوشی کرد. همچنین، از کشش سطحی میان سیال و ذرات صرف‌نظر می‌شود. سیال حامل بدون حضور میکروفیبرهای معلق یک سیال نیوتنی است و اثرات غیرنیوتنی صرفاً ناشی از حضور فیبرهاست. از بردار یکه محوری  $\vec{n}$  مطابق شکل 1 برای توصیف ریاضی جهت‌گیری فضایی ذرات فیبر استفاده می‌شود. یکی از خواص هندسی مهم فیبرها ضریب منظر آن‌ها یعنی  $r = L/a$  است که در آن  $L$  نصف طول فیبر و همچنین شعاع استوای فیبر است. برای فیبرها،  $r > 1$  است و با افزایش بیشتر  $r$  فیبرها تمایل به نازک‌تر شدن پیدا می‌کنند. براساس یافته‌های تجربی، فیبرهای با ضریب منظر بزرگ‌تر از 30 برای کاهش درگ مناسب هستند. همچنین، هنگامی که  $r$  حدوداً بزرگ‌تر از 100 است، افزایش بیشتر  $r$  سبب تغییر کیفی در رفتار تنش‌های غیرنیوتنی نشده و فقط تغییرات کمی را در پی دارد.

به‌دلیل کاهش حجم محاسبات و یکسان بودن کیفی نتایج هنگامی که سوسپانسیون نیمه‌رقیق و یا رقیق در نظر گرفته شود، در این پژوهش، سوسپانسیون فیبر رقیق در نظر گرفته شده است. برای دسته‌بندی سوسپانسیون به رژیم‌های مختلف، نیاز به پارامترهایی برای کمی‌سازی غلظت است. دو پارامتر مهم برای این منظور کسر حجمی  $\phi$  و چگالی عددی  $n$  است که با استفاده از روابط (1) و (2) تعریف می‌شوند:

$$\phi = \frac{V_p N_p}{V_t} = n V_p \quad (1)$$

$$n = \frac{V_p}{V_t} \quad (2)$$

که در آن  $N_p$  تعداد ذرات،  $V_t$  حجم کل سوسپانسیون و  $V_p$  حجم یک ذره است. شرایط برقراری سوسپانسیون رقیق عبارت است از  $\phi r^2 < 1$  که در آن می‌توان از تعاملات مکانیکی (تأثیر مستقیم فیبرها بر روی یکدیگر به‌دلیل تماس مکانیکی) و تعاملات هیدرودینامیکی (تأثیر فیبرها بر روی هم‌دیگر از راه دور، بدون تماس مستقیم و از طریق میدان جریان سیال حامل) صرف‌نظر کرد. حالت نیمه‌رقیق در محدوده  $\phi r^2 < 1 < \phi r$  حاصل می‌شود که فقط تعاملات هیدرودینامیکی مهم هستند. همچنین، سوسپانسیون فیبر غلیظ نیز برای حالت  $\phi r > 1$  ایجاد می‌شود که در آن تعاملات مکانیکی و هیدرودینامیکی هر دو پر اهمیت هستند.

مانه‌هات [11] یک حلگر مستقیم مونت-کارلو برای محاسبه دینامیک جهت‌گیری فیبرها پیشنهاد کرد. او از شبیه‌سازی یک طرفه در جریان کانال آشفته استفاده کرد و اثر ضریب نفوذ براونی و ضریب منظر در تنش غیرنیوتنی ناشی از فیبرها را مورد مطالعه قرار داد. شبیه‌سازی دوطرفه کاهش درگ اولین‌بار به‌وسیله پاشکویتز و همکاران [12] در جریان کانال آشفته با استفاده از روش تقریب گشتاور همراه با مدل بستگی ترکیبی و برازش بهینه بر پایه نامتغیرها ارائه شد. آن‌ها نشان دادند فیبرهای غیربراونی نسبت به فیبرهای براونی در کاهش درگ نقش مؤثرتری دارند و ماکزیمم کاهش درگ از فیبرهای غیربراونی حاصل می‌شود. این نتیجه در تطابق است با این حدس که اثرات لزج به‌طور اصلی مسئول کاهش درگ توسط فیبرها هستند. باید توجه داشت که در مورد فیبرها، الاستیسیته، که مربوط به حرکت براونی دورانی فیبرهاست، نیز مهم است [13]. پس از آن، گیلیسن و همکاران [15، 14] شبیه‌سازی کاهش درگ در کانال را براساس روش تقریب گشتاور به کمک مدل بستگی برازش بهینه بر پایه مقدار ویژه انجام دادند. موسائی [16] برای نخستین‌بار حل دو طرفه مستقیم (دقیق) از طریق حل معادله فوکر-پلانک به کمک یک روش اویلری-لاگرانژی استوکاستیک مونت-کارلو را ارائه نمود. نتایج این تحقیق، همچنین، در مرجع [17] ارائه شده است. این حل نشان داد که شبیه‌سازی با استفاده از روش تقریب گشتاور به‌ویژه در نزدیکی دیوار دقت کافی ندارد و در نتیجه میزان کاهش درگ را به‌درستی پیش‌بینی نمی‌کند. اخیراً، موسائی [18] استفاده از روش میدان‌های تصادفی برای شبیه‌سازی مستقیم عددی کاهش درگ آشفته به کمک میکروفیبرها را پیشنهاد داده است. وی نشان داد که این روش دارای دقت بالا و حجم محاسبات قابل قبولی است.

محاسبه مستقیم دینامیک فیبرها در مقایسه با روش تقریب گشتاور بسیار حجیم است و نیاز به سوپر کامپیوترهای بزرگ دارد [16]. روش تقریب گشتاور حجم محاسبات کمتری دارد، اما حجم محاسبات آن کم‌کم می‌تواند قابل توجه باشد، به‌ویژه اگر از یک مدل بستگی گشتاور پیچیده استفاده شود. علاوه بر این، معادله تقریب گشتاور فاقد جمله نفوذ فضایی است و بنابراین بدیهی است حل عددی آن ساده نبوده و دقت ویژه‌ای را می‌طلبد. برای رفع این مشکلات، استفاده از روش مدل‌های جبری پیشنهاد می‌شود. اورلاندی [6] و همچنین دن‌توند و همکاران [7] از این روش برای شبیه‌سازی کاهش درگ استفاده کرده‌اند. مدل‌های جبری آن‌ها مشکلاتی داشت. در توسعه روش‌های مدل بستگی جبری، اخیراً، مدل جبری VAF توسط موسائی و مانه‌هات [19] پیشنهاد شده است. با استفاده از این مدل جبری برخی از مشکلات مدل‌های قبلی رفع شده است. در این مدل، فرض شده است که فیبرها با بردار سرعت نوسانی جریان آشفته هم‌راستا هستند. با توجه به کاهش قابل توجه حجم محاسبات در این مدل، شبیه‌سازی جریان کاهش درگ یافته فیبری در اعداد رینولدز برشی بالا نیز بررسی شده است [20]. نتایج شبیه‌سازی این مدل برای کمیت‌های آماری با مطالعات قبلی مطابقت قابل قبولی دارند. مدل جبری VAF هنوز دارای این مشکل است که در ناحیه مرکز کانال و به دور از

### 3- تئوری و معادلات حاکم

با در نظر گرفتن فرضیات پیش گفته، تأثیر فیبرها بر روی جریان را می‌توان توسط تانسور تنش غیرنیوتنی نشان داد. معادلات حاکم بر جریان معادلات ناویر-استوکس غیر نیوتنی تراکم ناپذیر هستند که توسط روابط (3) و (4) بیان می‌شوند:

$$\nabla \cdot \vec{U} = 0 \quad (3)$$

$$\rho \frac{D\vec{U}}{Dt} = -\nabla P + \nabla \cdot (\underline{\underline{\tau}}^N + \underline{\underline{\tau}}^{NN}) \quad (4)$$

که در روابط بالا، اپراتور  $\nabla$ ، اپراتور نابلا،  $\vec{U}$  میدان برداری سرعت،  $\rho$  چگالی سیال حامل و  $P$  میدان فشار است. مشتق مادی بردار سرعت نیز به شکل رابطه (5) توصیف می‌شود:

$$\frac{D}{Dt} = \frac{\partial}{\partial t} + \vec{U} \cdot \nabla \quad (5)$$

نمادهای  $\square$  و  $\blacksquare$  به ترتیب ضرب دیادیک و ضرب اسکالر هستند. تانسور تنش نیوتنی  $\underline{\underline{\tau}}^N$  طبق قانون لزجت نیوتن به صورت رابطه (6) توصیف می‌شود:

$$\underline{\underline{\tau}}^N = 2\mu \underline{\underline{D}} \quad (6)$$

در رابطه (6)،  $\mu$  ضریب لزجت دینامیکی سیال حامل و  $\underline{\underline{D}}$  تانسور نرخ کرنش است:

$$\underline{\underline{D}} = \frac{1}{2} (\nabla \circ \vec{U} + \vec{U} \circ \nabla) \quad (7)$$

به منظور بسته شدن معادلات ناویر-استوکس (3) و (4)، نیاز به تانسور تنش غیرنیوتنی  $\underline{\underline{\tau}}^{NN}$  است. براساس تئوری رئولوژی برنر [21]، تانسور تنش غیرنیوتنی وابسته به گشتاورهای آماری دوم و چهارم تابع توزیع جهت‌گیری<sup>1</sup> فیبرهاست. بنابراین، نیاز به دانستن دینامیک جهت‌گیری فیبرها در میدان جریان است که با استفاده از تابع توزیع جهت‌گیری فیبرها  $\psi(\vec{n}; \vec{x}, t)$  توصیف می‌شود.  $\psi(\vec{n}; \vec{x}, t)$  بیان‌کننده احتمال یافتن فیبری در جهت  $\vec{n}$  در نقطه  $\vec{x}$  از میدان جریان در زمان  $t$  است.  $\psi(\vec{n}; \vec{x}, t)$  بیان‌کننده احتمال یافتن فیبری در جهت  $\vec{n}$  در نقطه  $\vec{x}$  از میدان جریان در زمان  $t$  است. برای به دست آوردن تابع توزیع جهت‌گیری باید معادله فوکر-پلانک<sup>2</sup> (8) حل شود:

$$\frac{\partial \psi}{\partial t} + \vec{U} \cdot \nabla \psi = -\nabla_n \cdot (\vec{n} \psi) + D_r \Delta_n \psi \quad (8)$$

در معادله فوکر-پلانک (8)،  $\Delta_n = \nabla_n \cdot \nabla_n$  و  $\nabla_n = \nabla_n \cdot \nabla_n$  به ترتیب اپراتورهای نابلا و لاپلاسیان بر روی سطح کره واحد هستند. ترم اول در سمت چپ معادله نشان دهنده تغییرات زمانی تابع توزیع احتمال جهت‌گیری، ترم دوم بیانگر جابه‌جایی تابع توزیع احتمال جهت‌گیری در فضای اقلیدسی توسط میدان سرعت  $\vec{U}$ ، همچنین، ترم اول در سمت راست معادله نشان‌دهنده جابه‌جایی در فضای حالت (روی کره) با سرعت تغییر بردار جهت‌گیری  $\vec{n}$  و ترم دوم سمت راست نفوذ بر روی کره توسط حرکت براونی دورانی است. سرعت تغییر بردار جهت‌گیری ظاهر شده در معادله (8) توسط معادله جفری [22] به صورت معادله (9) معرفی می‌شود:

$$\dot{\vec{n}} = \underline{\underline{\Omega}} \cdot \vec{n} + \kappa [\underline{\underline{D}} \cdot \vec{n} - (\vec{n} \cdot \underline{\underline{D}} \cdot \vec{n}) \vec{n}] \quad (9)$$

که در آن  $\underline{\underline{\Omega}}$  تانسور نرخ چرخش و  $\kappa$  ضریب شکل فیبرهاست که با روابط (9) و (10) تعریف می‌شوند:

$$\underline{\underline{\Omega}} = \frac{1}{2} (\nabla \circ \vec{U} - \vec{U} \circ \nabla) \quad (10)$$

$$\kappa = \frac{r^2 - 1}{r^2 + 1} \quad (11)$$

معادله جفری (9) از حل تحلیلی معادله استوکس (جریان خزشی) بر روی ذرات بیضی‌گون (فیبر) حاصل شده است. ترم اول  $\underline{\underline{\Omega}} \cdot \vec{n}$  در سمت راست معادله (9) دوران جسم صلب و ترم  $\underline{\underline{D}} \cdot \vec{n}$  نشان‌دهنده تغییر فرم فیبرها توسط تانسور نرخ کرنش است. به دلیل اینکه فیبرها صلب هستند، بردار یکه

جهت‌گیری آنها نیز ثابت و به‌عنوان یک قید هندسی در کلیه فرمول‌ها باید لحاظ شود. ترم  $\vec{n} \cdot \underline{\underline{D}} \cdot \vec{n}$  تغییر فرم ناشی از  $\underline{\underline{D}} \cdot \vec{n}$  را جبران و یکه نگه داشتن بردار جهت‌گیری  $\vec{n}$  را تضمین می‌کند.

گشتاورهای آماری مرتبه دوم و چهارم تابع توزیع جهت‌گیری  $\psi(\vec{n}; \vec{x}, t)$  توسط روابط (12) و (13) تعریف می‌شوند:

$$\langle \vec{n} \vec{n} \rangle_\psi(\vec{x}, t) = \iint_S \vec{n} \circ \vec{n} \psi(\vec{n}; \vec{x}, t) ds(\vec{n}) \quad (12)$$

$$\langle \vec{n} \vec{n} \vec{n} \vec{n} \rangle_\psi(\vec{x}, t) = \iint_S \vec{n} \circ \vec{n} \circ \vec{n} \circ \vec{n} \psi(\vec{n}; \vec{x}, t) ds(\vec{n}) \quad (13)$$

که در آنها انتگرال‌های سطح بر روی فضای حالت که سطح کره واحد است، انجام شده‌اند. طبق تئوری برنر [21]، تانسور تنش غیرنیوتنی حاصل از حضور فیبرها در جریان به صورت رابطه (14) بیان می‌شود:

$$\underline{\underline{\tau}}^{NN} = 2\mu_0 \underline{\underline{D}} + \mu_1 \underline{\underline{E}} (\underline{\underline{D}} : \langle \vec{n} \vec{n} \rangle_\psi) + \mu_2 \underline{\underline{D}} : (\langle \vec{n} \vec{n} \vec{n} \vec{n} \rangle_\psi) + 2\mu_3 (\langle \vec{n} \vec{n} \rangle_\psi \cdot \underline{\underline{D}} + \underline{\underline{D}} \cdot \langle \vec{n} \vec{n} \rangle_\psi) + 2\mu_4 D_r (3 \langle \vec{n} \vec{n} \rangle_\psi - \underline{\underline{E}}) \quad (14)$$

در رابطه (14)،  $\mu_{i=0..4}$  پنج ضریب مواد،  $\underline{\underline{E}}$  تانسور یکه،  $D_r$  ضریب نفوذ براونی دورانی و  $\mu$  اپراتور ضرب اسکالر دوگانه تانسورهاست. پنج ضریب مواد  $\mu_i$  تابعی از لزجت سیال حامل  $\mu$ ، نسبت منظر فیبرها  $r$  و کسر حجمی  $\phi$  (توصیف غلظت سوسپانسیون) هستند. این توابع در [16] داده شده‌اند.

حل معادلات فوق منجر به پاسخ دقیق مسأله می‌شود، اما این کار مستلزم حجم محاسبات بسیار زیادی است. برای کاهش حجم محاسبات از مدل‌های بستگی جبری استفاده می‌شود که موضوع بخش بعدی است.

### 4- مدل‌های بستگی جبری

مدل‌های بستگی جبری، که توسط محققان مختلف ارائه شده‌اند، در این بخش تشریح می‌شوند و مشکلات هر یک مورد بازبینی قرار می‌گیرد. نخستین مدل بستگی جبری توسط اورلاندی [6] ارائه شد. این مدل به وسیله نتایج آزمایشگاهی و یافته‌های تئوری پشتیبانی می‌شود. در این مدل، وی تانسور تنش غیر نیوتنی را براساس تجربه طبق رابطه (15) پیشنهاد داد:

$$\underline{\underline{\tau}}^{NN} = 2\mu_p \underline{\underline{D}} \quad (15)$$

که در آن  $\mu_p = \mu_p(\vec{x}, t)$  میدان لزجت غیرایزوتروپ به دلیل حضور فیبرهاست که در جریان‌های کششی (هنگامی که دو گردابه در خلاف جهت همدیگر می‌چرخند) تشدید می‌شود. مدل اورلاندی ویسکوزیته ناهمسانگرد ناشی از فیبرها را برپایه تانسورهای نرخ کرنش و نرخ چرخش محاسبه می‌کند. ویسکوزیته کششی موقعی به وجود می‌آید که اختلاف نرخ کرنش از نرخ چرخش  $\underline{\underline{D}} : \underline{\underline{D}} \geq \underline{\underline{\Omega}} : \underline{\underline{\Omega}}$  و همچنین از یک مقدار ثابت از پیش تعریف شده  $S_r$  بزرگ‌تر باشد. این مدل ساده قادر است که ویژگی‌های اساسی جریان کاهش درگ یافته را پیش‌بینی نماید. طبق یافته‌های تجربی، اورلاندی مدلی مطابق رابطه (16) را برای محاسبه لزجت پلیمر پیشنهاد کرد:

$$\mu_p = C \left( \frac{\underline{\underline{\Omega}} : \underline{\underline{\Omega}}}{\underline{\underline{D}} : \underline{\underline{D}}} \right) \quad (16)$$

از نواقص این مدل می‌توان به عدم ارائه یک رابطه ریاضی بین ثابت مدل  $C$  و غلظت پلیمرها یا فیبرها اشاره کرد. همچنین، این مدل نسبت به تبدیلات گالیله نامتغیر نیست.

در تلاش برای به دست آوردن آمار واقعی‌تر از جریان آشفته کاهش درگ یافته، مدل بستگی جبری دوم توسط دن‌توند و همکاران [7] برای مطالعه کاهش درگ در جریان لوله پیشنهاد شد. بعداً این مدل توسط مانهارت و فریدریش [8] برای شبیه‌سازی کاهش درگ در جریان کانال به کار رفت. این مدل لزج غیرایزوتروپ (VA) نام دارد که اثر فیبرهای صلب را در نظر می‌گیرد. در این مدل فرض می‌شود که فیبرها با بردار سرعت محلی جریان هم‌راستا

1- Orientation distribution function (ODF)  
2- Fokker-Planck equation

در آن سرعت‌های نوسانی تقریباً به شکل  $v = w = 0$  و  $u \neq 0$  هستند، می‌توان گشتاور آماری مرتبه دوم به‌دست آمده از مدل VAF را به‌طور تقریبی مطابق رابطه (24) نوشت:

$$\langle n_i n_j \rangle = \frac{u_i u_j}{u_k u_k}, \bar{u} = u_i \bar{e}_i = (u, v, w)$$

$$\langle n_1 n_1 \rangle = \frac{u^2}{u^2 + v^2 + w^2} = 1$$

$$\langle n_1 n_2 \rangle = \langle n_1 n_3 \rangle = 0$$

$$\langle n_2 n_2 \rangle = \langle n_2 n_3 \rangle = 0,$$

$$\langle n_3 n_3 \rangle = 0 \quad (24)$$

از طرفی، حل دقیق مسأله به روش مونت-کارلو گشتاور آماری مرتبه دوم در نزدیکی دیوار را تقریباً به شکل تانسور (25) به‌دست می‌دهد [16]:

$$\langle \bar{n} \bar{n} \rangle = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \quad (25)$$

بنابراین، گشتاور دوم پیش‌بینی شده توسط مدل VAF در محدوده نزدیک به دیوار با حل مستقیم مطابقت دارد. ضمناً، گشتاور آماری مرتبه دوم معادله (25) نشان‌دهنده آن است که جهت‌گیری فضایی همه فیبرها در جهت  $x$  است.

شبیه‌سازی مونت-کارلو نشان می‌دهد که در مرکز کانال، احتمال یافتن فیبرها در همه جهات تقریباً یکسان است [16]. یعنی گشتاور دوم تقریباً یک تانسور کروی است. در اینجا مشکل مدل VAF ظاهر می‌شود؛ در مرکز کانال، سرعت‌های نوسانی تقریباً با یکدیگر برابر هستند، یعنی  $u = v = w$ . بر این اساس گشتاور آماری مرتبه دوم با روابط (26) و (27) محاسبه می‌شود:

$$\langle n_1 n_1 \rangle = \frac{u^2}{3u^2} = \frac{1}{3}, \langle n_i n_j \rangle = \frac{1}{3} \quad (26)$$

$$\langle \bar{n} \bar{n} \rangle = \frac{1}{3} \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \end{pmatrix} \quad (27)$$

نتیجه به‌دست آمده از مدل VAF در مرکز کانال، در مقایسه با حل دقیق، یکسان نیست. برای رفع این مشکل، مدل جدید VAF در این مقاله پیشنهاد می‌شود. در مدل جدید، جزئیات بیشتری از فیزیک جریان آشفته (یعنی تانسور همبستگی<sup>1</sup> سرعت) در مدل بستگی جبری در نظر گرفته شده است. تانسور همبستگی سرعت با رابطه (28) تعریف می‌شود:

$$R(\bar{x}, t) = \langle \bar{u}(\bar{x}, t) \circ \bar{u}(\bar{x}, t) \rangle = \langle \bar{u} \circ \bar{u} \rangle \quad (28)$$

با ضرب کردن تانسور همبستگی سرعت در گشتاور آماری مرتبه دوم به‌دست آمده از مدل VAF، پاسخ فیزیکی در جریان‌های ایزوتروپ از رابطه (29) استخراج می‌شود:

$$\langle n_i n_j \rangle = \frac{u_i u_j}{u_k u_k} R(u_i u_j) \quad (29)$$

دلیل این انتخاب آن است که تانسور همبستگی سرعت به‌دست آمده از DNS جریان کانال، رفتاری کاملاً مشابه رفتار تانسور گشتاور آماری مرتبه دوم به‌دست آمده از حل مستقیم دارد. بنابراین، با استفاده از مدل جدید ارائه شده، به‌لحاظ نظری انتظار می‌رود که پدیده کاهش درگ در سطح مطلوبی در نزدیکی دیواره و همچنین در مرکز کانال پیش‌بینی شود. برای آزمون درستی این مطلب، روش فوق در کد DNS مورد استفاده پیاده‌سازی شده و شبیه‌سازی مستقیم عددی انجام شده است که نتایج آن در بخش 7 ارائه می‌شود.

### 6- روش عددی و جزئیات شبیه‌سازی

برای حل معادلات ناوبر-استوکس تراکم‌ناپذیر و غیرنیوتنی از کد MGLET استفاده شده است. این کد برای شبیه‌سازی مستقیم عددی و شبیه‌سازی گردابه‌های بزرگ جریان آشفته قابل استفاده است. برای گسسته‌سازی فضایی در این کد از یک روش گسسته‌سازی حجم محدود مرتبه دوم و برای انتگرال‌گیری زمانی از یک روش رونگه کوتاه مرتبه سوم استفاده شده است.

هستند. این فرض قبل از آن توسط لیسکومب و همکاران [22] برای مطالعه جریان سوسپانسیون فیبر در هندسه‌های پیچیده و در اعداد رینولدز پایین پیشنهاد شده است. با توجه به معادله مواد برای تانسور تنش غیرنیوتنی، برای فیبرهای غیربراونی و بسیار نازک، می‌توان نشان داد که رابطه (14) به رابطه (17) تقلیل می‌یابد [19]:

$$\underline{\tau}^{NN} = \alpha \mu D: (\bar{n} \bar{n} \bar{n} \bar{n})_{\psi} \quad (17)$$

که در آن  $\mu$  ضریب لزجت دینامیکی سیال حامل و  $\alpha$  تابعی از کسر حجمی و ضریب منظر فیبرهاست که به‌صورت رابطه (18) تعریف می‌شود:

$$\alpha = \frac{\phi r^2}{\ln r} \quad (18)$$

این مدل براساس این فرض است که جهت فیبر به‌طور کامل با بردار محلی سرعت جریان طبق رابطه (19) در یک راستا است:

$$\bar{n} = \frac{\bar{U}}{|\bar{U}|} \quad (19)$$

که بر اساس این فرض، برای تانسور تنش غیر نیوتنی می‌توان رابطه (20) را نوشت:

$$\underline{\tau}^{NN} = \alpha \mu D: \frac{\bar{U} \circ \bar{U} \circ \bar{U} \circ \bar{U}}{(\bar{U} \cdot \bar{U})^2} \quad (20)$$

هر دو مدل جبری فوق کاملاً لزج هستند و با موفقیت به پیش‌بینی کاهش درگ اصطکاکی دست یافتند. اما هر دو روش نسبت به تبدیل گالیله ناوردا نیستند و این یک نقص اساسی برای آنهاست. علاوه بر این مشکل، مدل VA مشکلات دیگری نیز دارد. این مدل لزجت برشی را بسیار کمتر از حالت واقعی تخمین می‌زند. همچنین، از شبیه‌سازی‌های مستقیم عددی می‌دانیم که تانسور گشتاور دوم متوسط  $\langle \bar{n} \bar{n} \rangle_{\psi}$  در مرکز کانال باید حالت ایزوتروپ داشته باشد. اما تانسور گشتاور دوم متوسطی که این مدل پیش‌بینی می‌کند به‌شدت غیرایزوتروپ است.

اخیراً موسائی و مانهارت [19] یک مدل جبری به‌نام VAF را پیشنهاد داده‌اند که برخی از مشکلات اساسی دو مدل قبل را مرتفع کرده است و پدیده کاهش درگ را با دقت بالایی پیش‌بینی می‌کند. مدل VAF در حقیقت توسعه‌ای از مدل VA است. در این مدل، طبق رابطه (21)، فرض شده است که فیبرها با بردار سرعت نوسانی  $\bar{u}$  جریان آشفته، که با رابطه (22) تعریف می‌شود، هم راستا هستند:

$$\bar{n} = \frac{\bar{u}}{|\bar{u}|} \quad (21)$$

$$\bar{u} = \bar{U} - \langle \bar{U} \rangle \quad (22)$$

که در آن سرعت نوسانی  $\bar{u}$  از تفاضل بردار سرعت لحظه‌ای  $\bar{U}$  و سرعت متوسط  $\langle \bar{U} \rangle$  حاصل می‌شود. با قرار دادن رابطه (21) درون رابطه تانسور تنش غیر نیوتنی (17) رابطه (23) به‌دست می‌آید:

$$\underline{\tau}^{NN} = \alpha \mu D: \frac{\bar{u} \circ \bar{u} \circ \bar{u} \circ \bar{u}}{(\bar{u} \cdot \bar{u})^2} \quad (23)$$

### 5- مدل جدید بستگی جبری پیشنهادی

در این مقاله، یک مدل بستگی جبری جدید پیشنهاد می‌شود که VAF نام‌گذاری شده است. مدل بستگی جبری پیشنهاد شده در واقع توسعه‌ای از مدل قبلی VAF است که شرایط فیزیکی بیشتری از جریان آشفته کاهش درگ یافته به‌وسیله میکروفیبرها را ارضا می‌نماید. مدل VAF کاهش درگ در جریان‌های غیرایزوتروپ را به‌خوبی شبیه‌سازی می‌کند. یکی از ضعف‌های این مدل آن است که پاسخ‌ها به‌صورت متوسط صحیح هستند، ولی به‌صورت لحظه‌ای نادرست هستند.

با بررسی جریان فیبری در کانال و در محدوده بسیار نزدیک به دیوار، که

1- Correlation

$$u_\tau = \sqrt{\frac{\tau_w}{\rho}} \quad (32)$$

با استفاده از سرعت برشی  $u_\tau$  می‌توان فاصله بدون بعد از دیوار  $z^+$  و تابع بدون بعد سرعت متوسط  $\langle U \rangle^+$  را به صورت روابط (33) و (34) تعریف کرد:

$$z^+ = \frac{zu_\tau}{\nu} \quad (33)$$

$$\langle U \rangle^+ = \frac{\langle U \rangle}{u_\tau} \quad (34)$$

اعتبارسنجی کد محاسباتی فوق در اعداد رینولدز مختلف در مرجع [23] و دیگر منابع بررسی شده است. همچنین با توجه به بزرگ‌تر شدن مقیاس‌های جریان کاهش درگ یافته نسبت به جریان نیوتنی، شبکه‌ای که برای DNS جریان نیوتنی مناسب باشد، حتماً برای DNS جریان کاهش درگ یافته نیز مناسب است.

### 7- نتایج

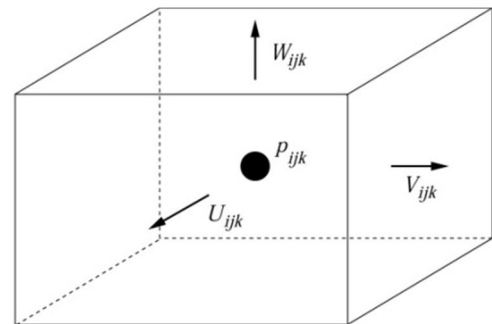
در این قسمت، نتایج مدل جبری جدید پیشنهاد شده یعنی مدل VAFC در جریان کانال آشفته کاهش درگ یافته در رینولدز برشی  $Re_\tau = 180$  در قیاس با شبیه‌سازی مستقیم مونت-کارلو [16]، مدل VAF [19] و جریان نیوتنی ارائه می‌شود. به صورت کلی، خواص جریان کاهش درگ یافته آشفته درون کانال نسبت به جریان نیوتنی عبارت‌اند از: افزایش فاصله بین رگه‌های جریان در ناحیه نزدیک دیوار، افزایش ضخامت رگه‌های جریان، افزایش سرعت متوسط، افزایش نوسان‌های سرعت در جهت جریان، کاهش نوسان‌های سرعت در دو جهت دیگر و نیز کاهش تنش برشی رینولدز. در ادامه، خواص جریان کاهش درگ یافته بحث و بررسی صورت می‌گیرد.

نمایه سرعت متوسط به‌عنوان تابع فاصله بی‌بعد از دیوار در شکل 4 نشان داده شده است. افزایش سرعت قابل ملاحظه‌ای در جریان فیبری نسبت به جریان نیوتنی دیده می‌شود که نشانه کاهش درگ است. در نزدیک دیواره، نمایه سرعت متوسط در روش‌های مختلف تقریباً یکسان است، اما در مرکز کانال بسته به مدل به کار رفته متفاوت است. مطابقت مطلوب مدل جدید ارائه شده با حل دقیق مونت-کارلو نیز به صورت مطلوبی مشهود است.

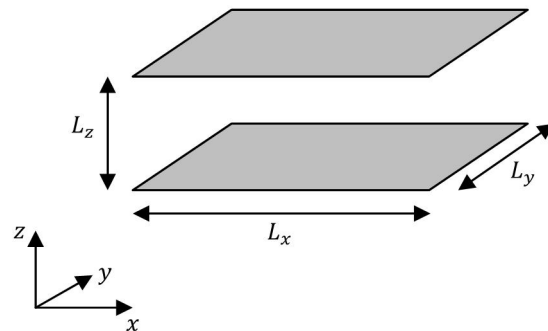
کمیت‌های آماری مرتبه دوم (در اینجا ریشه‌های متوسط مربع سرعت‌های نوسانی) به‌عنوان تابع فاصله بدون بعد از دیوار  $z^+$  در مدل‌های VAF، VAFC، مونت-کارلو و نیوتنی با یکدیگر مقایسه شده و در شکل‌های 5 تا 7 نشان داده شده‌اند. بی‌بعدسازی کمیت‌های آماری با استفاده از رابطه (35) صورت گرفته است:

$$u_{rms}^+ = \frac{\sqrt{\langle uu \rangle}}{u_\tau}, v_{rms}^+ = \frac{\sqrt{\langle vv \rangle}}{u_\tau}, w_{rms}^+ = \frac{\sqrt{\langle ww \rangle}}{u_\tau} \quad (35)$$

$u_{rms}^+$  در جریان کاهش درگ یافته در مقایسه با جریان نیوتنی افزایش می‌یابد، در صورتی که RMS نوسان‌های سرعت در جهت عرضی کانال  $y$  و نیز در جهت عمود بر دیوار  $z$  نسبت به جریان نیوتنی کاهش پیدا می‌کنند. بررسی این موضوع توسط پروسه توزیع مجدد در جریان آشفته بیان می‌شود [16]. مؤلفه  $u_{rms}^+$  دارای مقداری بسیار بزرگ‌تر از دو مؤلفه دیگر است. تطابق بسیار خوب این کمیت در مدل VAFC با حل دقیق مونت-کارلو بیانگر کارایی بالای این مدل است. در جریان‌های کاهش درگ یافته، ماکزیمم مقدار ریشه‌های متوسط جریان در فاصله دورتری از دیواره اتفاق می‌افتد که این نشانه‌ای از ضخیم‌تر شدن زیر لایه لزج است. این ضخیم‌تر شدن زیر لایه لزج در شبیه‌سازی دیگر محققان هم مشاهده شده است.



شکل 2 محل قرارگیری سرعت‌ها و فشار در یک سلول محاسباتی جابه‌جا شده



شکل 3 هندسه و ابعاد کانال شبیه‌سازی شده

معادله پواسون برای تصحیح فشار به‌طور مستقیم حل می‌شود. برای این منظور، در دو جهت پرئودیک به کمک تبدیل فوریه و در جهت عمود بر دیوار از یک حلگر سه قطری توماس (TDMA) استفاده می‌شود. متغیرهای جریان در یک شبکه جابه‌جا شده ذخیره می‌شوند. تانسور تنش غیرنیوتنی در نقاط گرهی فشار (در مرکز سلول محاسباتی) و مؤلفه‌های سرعت بر روی سطوح سلول قرار می‌گیرند (مطابق شکل 2).

جریان کانال عبارت است از جریان عبوری بین دو صفحه بی‌نهایت بزرگ که در راستای محور  $z$  به فاصله  $2h$  از یکدیگر قرار می‌گیرند. برای آنکه انجام شبیه‌سازی ممکن شود، به‌جای صفحات بی‌نهایت بزرگ از صفحات محدود استفاده می‌شود. در جهات  $x$  و  $y$  جریان با شرط مرزی پرئودیک در نظر گرفته می‌شود. در جهت عمود بر دیوار  $z$  شرط عدم لغزش اعمال شده است. دامنه جریانی مورد استفاده در این شبیه‌سازی، یک مکعب مستطیل به ابعاد  $(L_x, L_y, L_z) = (4\pi h, 4\pi h/3, 2h)$  است. این دامنه شبیه‌سازی به‌وسیله یک شبکه محاسباتی غیریکنواخت کارترزین سه‌بعدی گسسته شده است. این شبکه دارای  $(N_x, N_y, N_z) = (180, 140, 128)$  گره محاسباتی است که مجموعاً شامل 3225600 سلول است. هندسه کانال به‌طور شماتیک در شکل 3 نشان داده شده است.

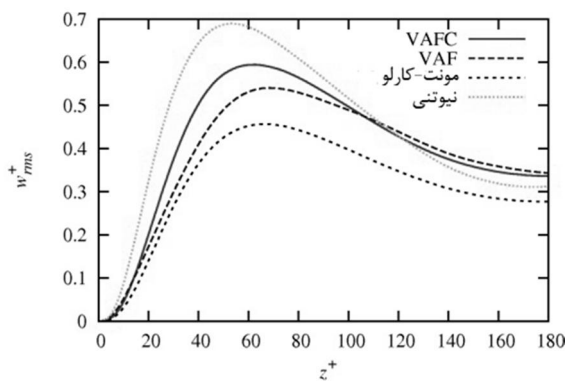
جریان در کانال توسط یک گرادیان فشار ثابت در جهت  $x$  رانده می‌شود. این گرادیان فشار طبق رابطه (30) با تنش برشی متوسط دیوار و نصف ارتفاع کانال مرتبط است:

$$\frac{\partial \langle P \rangle}{\partial x} = -\frac{\tau_w}{h} \quad (30)$$

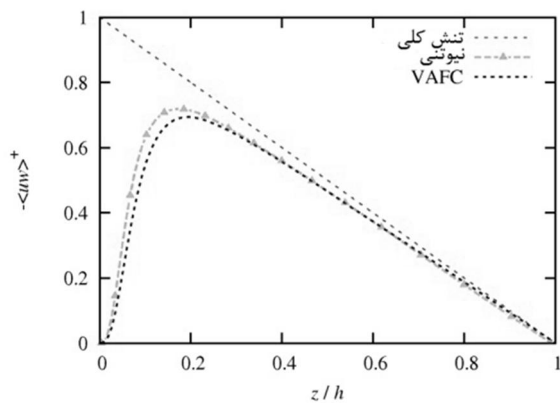
گرادیان فشار اعمالی، ضریب لزجت و دیگر خواص جریان چنان انتخاب شده‌اند که عدد رینولدز برشی  $Re_\tau = 180$  حاصل شود. عدد رینولدز برشی به صورت رابطه (31) بیان می‌شود:

$$Re_\tau = \frac{hu_\tau}{\nu} \quad (31)$$

که در آن  $\nu$  لزجت سینماتیکی سیال حامل بوده و سرعت برشی  $u_\tau$  براساس تنش برشی دیوار مطابق رابطه (32) تعریف می‌شود:



شکل 7 کمیت  $w_{rms}^+$  نسبت به فاصله بدون بعد از دیواره در مدل‌های VAF, VAFc, مونت-کارلو و نیوتنی



شکل 8 تنش برشی رینولدز  $-(uw)^+$  نسبت به فاصله از دیواره.

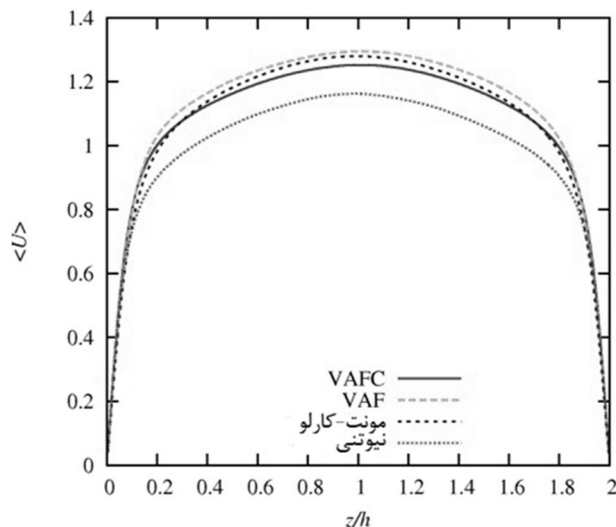
بنابراین، کاهش این کمیت موجب تضعیف مکانیزم تولید آشفتگی می‌شود. به همین دلیل جریان در نزدیک دیواره آرام‌تر شده که به نوبه خود باعث افزایش ضخامت زیر لایه لزج می‌شود. این پدیده در مکانیزم کاهش درگ بسیار مهم است.

### 8- نتیجه‌گیری

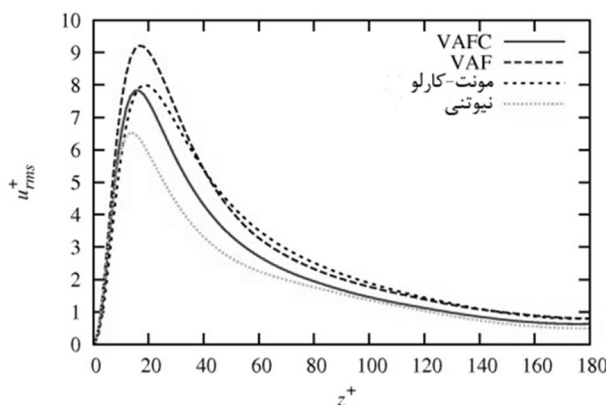
در مقاله حاضر، شبیه‌سازی مستقیم عددی کاهش درگ آشفته به کمک افزودنی‌های میکروفیبر با استفاده از یک مدل بستگی جبری جدید، که VAFc نام‌گذاری شده، در عدد رینولدز برشی 180 گزارش شده است. برای حل معادلات حاکم بر جریان سوسپانسیون میکروفیبر، در ابتدا فرضیاتی در نظر گرفته شده است. معادلات حاکم بر مسئله معادلات ناویر-استوکس سه‌بعدی و وابسته به زمان برای جریان تراکم‌ناپذیر یک سیال غیرنیوتنی هستند. تأثیر فیبرهای غیربروانی با استفاده از تانسور تنش غیر نیوتنی در نظر گرفته شده است. تانسور تنش غیرنیوتنی تابعی از توزیع جهت‌گیری فضایی فیبرهاست که توسط تابع توزیع احتمال (معادله فوکر-پلانک) بیان می‌شود. مدل‌های جبری موجب کاهش چشمگیر حجم محاسبات می‌شوند [20]. به همین دلیل مورد توجه جدی محققان قرار گرفته‌اند. برای رفع مشکلات مدل‌های جبری پیشین، مدل جدید VAFc پیشنهاد شده است. نتایج حاصل از این مدل در قسمت نتایج بحث و بررسی شده‌اند. مطابقت مطلوب نتایج مدل پیشنهادی با حل مستقیم مونت-کارلو [16] بیانگر پیش‌بینی دقیق کاهش درگ در جریان کانال آشفته توسط این مدل است.

### 9- مراجع

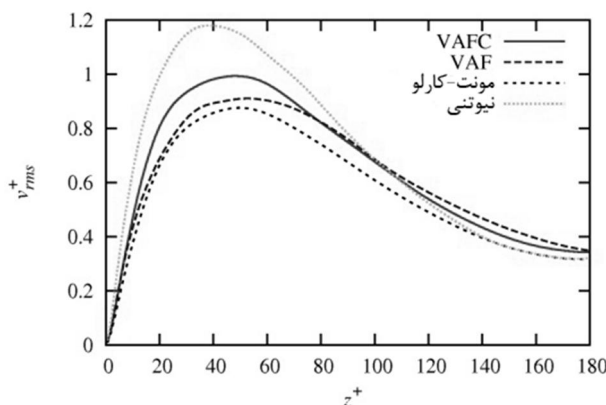
[1] P. H. Alfredsson, A. V. Johansson, On the detection of turbulence-generating events, *Journal of Fluid Mechanics*, Vol. 139, pp. 325-345, 1984.



شکل 4 پروفایل سرعت متوسط نسبت به فاصله از دیوار در مدل‌های VAF, VAFc, مونت-کارلو و نیوتنی



شکل 5 کمیت  $u_{rms}^+$  نسبت به فاصله بدون بعد از دیواره در مدل‌های VAF, VAFc, مونت-کارلو و نیوتنی



شکل 6 کمیت  $v_{rms}^+$  نسبت به فاصله بدون بعد از دیواره در مدل‌های VAF, VAFc, مونت-کارلو و نیوتنی

نمایه تنش برشی رینولدز بی‌بعد  $-(uw)^+$  در شکل 8 نشان داده شده است. دیده می‌شود که تنش برشی در جریان فیبری نسبت به جریان نیوتنی کاهش پیدا کرده است. مطابق ترم تولید در جریان آشفته، که در رابطه (36) نشان داده شده است،  $-(uw)^+$  در تولید انرژی آشفتگی مؤثر است [16]:

$$P_{ij} = -\langle u_i u_k \rangle \frac{\partial \langle U_j \rangle}{\partial x_k} - \langle u_j u_k \rangle \frac{\partial \langle U_i \rangle}{\partial x_k} \quad (36)$$

- [14] J. J. J. Gillissen, B. J. Boersma, P. H. Mortensen, H. I. Andersson, On the performance of the moment approximation for the numerical computation of fiber stress in turbulent channel flow, *Physics of Fluids*, Vol. 19, pp. 035102, 2007.
- [15] J. J. J. Gillissen, B. J. Boersma, P. H. Mortensen, H. I. Andersson, The stress generated by non-Brownian fibers in turbulent channel flow simulations, *Physics of Fluids*, Vol. 19, pp. 115107, 2007.
- [16] A. Moosaie, *Direct Numerical Simulation of Turbulent Drag Reduction by Rigid Fiber Additives*, PhD Thesis, Mechanical Engineering, Technical University of Munich, Munich, 2011.
- [17] A. Moosaie, M. Manhart, Direct Monte-Carlo simulation of turbulent drag reduction by rigid fibers in a channel flow, *Acta Mechanica*, Vol. 224, pp. 2385-2413, 2013.
- [18] A. Moosaie, Development of stochastic field method for DNS of drag reduction by microfibers in turbulent channel flow, *Modares Mechanical Engineering*, Vol. 14, No. 4, pp. 75-82, 2014. (In Persian)
- [19] A. Moosaie, M. Manhart, An algebraic closure for the DNS of fiber-induced turbulent drag reduction in a channel flow, *Journal of Non-Newtonian Fluid Mechanics*, Vol. 166, pp. 1190-1197, 2011.
- [20] A. Moosaie, DNS of turbulent drag reduction in a horizontal channel by microfibers at high Reynolds numbers using an algebraic closure model, *Modares Mechanical Engineering*, Vol. 13, No. 4, pp. 117-127, 2013. (In Persian).
- [21] H. Brenner, Rheology of a dilute suspension of axisymmetric Brownian particles, *International Journal of Multiphase Flow*, Vol. 1, pp. 195-341, 1974.
- [22] G. G. Lipscomb, M. M. Denn, D. U. Hur, D. V. Boger, The flow of fiber suspensions in complex geometries, *Journal of Non-Newtonian Fluid Mechanics*, Vol. 26, pp. 297-325, 1988.
- [23] A. Hokpunna, M. Manhart, Compact fourth-order finitevolume method for numerical solutions of Navier-Stokes equations on staggered grids, *Journal of Computational Physics*, Vol. 229, pp. 7545-7570, 2010.
- [2] C. M. White, M. G. Mungal, Mechanics and prediction of turbulent drag reduction with polymer additives, *Annual Review of Fluid Mechanics*, Vol. 40, pp. 235-256, 2008.
- [3] J. L. Lumley, Drag reduction by additives, *Annual Review of Fluid Mechanics*, Vol. 1, pp. 367-384, 1969.
- [4] J. Xu, M. R. Maxey, G. E. Karniadakis, Numerical simulation of turbulent drag reduction using micro-bubbles, *Journal of Fluid Mechanics*, Vol. 468, pp. 271-281, 2002.
- [5] H. Choi, P. Moin, J. Kim, Direct numerical simulation of turbulent flow over riblets, *Journal of Fluid Mechanics*, Vol. 255, pp. 503-539, 1993.
- [6] P. Orlandi, A tentative approach to the direct simulation of drag reduction by polymers, *Journal of Non-Newtonian Fluid Mechanics*, Vol. 60, pp. 277-301, 1995.
- [7] J. M. J. Den Toonder, M. A. Hulsen, G. D. C. Kuiken, F. T. M. Nieuwstadt, Drag reduction by polymer additives in a turbulent pipe flow, *Journal of Fluid Mechanics*, Vol. 337, pp. 193-231, 1997.
- [8] M. Manhart, R. Friedrich, Direct numerical simulation of turbulent channel flow of a viscous anisotropic fluid, *Springer*, Vol. 1, pp. 277-296, 1999.
- [9] M. Tabor, P. de Gennes, A cascade theory of drag reduction, *Eurphysics*, Vol. 2, pp. 519-522, 1986.
- [10] J. J. J. Gillissen, Polymer flexibility and turbulent drag reduction, *Physical Review E*, Vol. 78, pp. 046311, 2008.
- [11] M. Manhart, Rheology of suspensions of rigid-rod like particles in turbulent channel flow, *Journal of Non-Newtonian Fluid Mechanics*, Vol. 112, pp. 269-293, 2003.
- [12] J. S. Paschkewitz, Y. Dubief, C. D. Dimitropoulos, E. S. G. Shaqfeh, P. Moin, Numerical simulation of turbulent drag reduction using rigid fibres, *Journal of Fluid Mechanics*, Vol. 518, pp. 281-317, 2004.
- [13] J. S. Paschkewitz, Y. Dubief, E. S. G. Shaqfeh, The dynamic mechanism for turbulent drag reduction using rigid fibers based on Lagrangian condition alstatistics, *Physics of Fluids*, Vol. 17, pp. 063102, 2005.