مجله مهندسی مکانیک مدرس، خرداد 1395، دوره 16، شماره 3، ص‌ص 202-210

ماهنامه علمی پژوهشی

مهندسی مکانیک مدرس

mme.modares.ac.ir

روشی هندسی جهت بررسی خواص مکانیکی کامپوزیت‌های تقویت شده با ذرات

حامد خضرزاده*

استادیار، دانشکده مهندسی عمران و محیط زیست، دانشگاه تربیت مدرس، تهران

* تهران، صندوق‌پستی 143-14115، khezrzadeh@modares.ac.ir

اطلاعات مقاله

مقاله پژوهشی کامل
دریافت: 10 آذر 1394
پذیرش: 22 بهمن 1394
ارائه در سایت: 15 اسفند 1394

کلید واژگان:
کامپوزیت‌های دانه‌ای
همگن‌سازی
میکرومکانیک
خواص مکانیکی
سلول واحد

چکیده

بررسی‌های صورت گرفته بر روی ریزساختار برخی از مواد پرکاربرد در مهندسی بیانگر این امر هستند که ریزساختار برخی از این مواد در مقیاس های مختلف طول از الگوهای یکسانی پیروی می‌کنند. با توجه به این‌که الگوهای اشاره شده در مقیاس‌های مختلف تکرار می‌شوند می‌توان کل ریزساختار ماده را به‌صورت مجموعه‌ای از زیرساختارهای متناوب درنظر گرفت. روش همگن‌سازی با فرض ریزساختار متناوب یکی از روش‌های پرکاربرد در شبیه‌سازی رفتار مکانیکی مواد کامپوزیت با در نظر گرفتن هندسه توزیع الیاف می‌باشد. در این تحقیق روش همگن‌سازی برای مواد با ریزساختار متناوب تعمیم داده شده است. در تعمیم این روش اثرات ریزساختار در مقیاس‌های مختلف در یک فرایند همگن‌سازی چند مرحله‌ای در نظر گرفته شده است. در هریک از مراحل همگن‌سازی هندسه مبتنی بر واقعیت ریزساختار ماده جهت تعیین خواص سلول مربوطه ایجاد شده و ویژگی‌های مکانیکی آن محاسبه می‌شوند. با استفاده از این روش تاثیر اندازه و درصد حجمی هرکدام از ذرات فاز مسلح‌کننده و همچنین اثرات برهم‌کنش بین ذرات در داخل ریزساختار درنظر گرفته می‌شود. نتایج حاصل از تئوری ارائه شده با نتایج حاصل از مطالعات آزمایشگاهی بر روی کامپوزیت‌های مسلح‌شده با ذرات مقایسه شده است. براساس نتایج این مقایسه تطابق مناسبی بین نتایج بدست آمده ار تئوری فوق با داده‌های آزمایشگاهی وجود دارد.

Geometrical method for determination of mechanical properties of particle reinforced composites

Hamed Khezrzadeh*

Faculty of Civil and Environmental Engineering, Tarbiat Modares University, Tehran, Iran
* P.O.B. 14115-143, Tehran, Iran, khezrzadeh@modares.ac.ir

ARTICLE INFORMATION

Original Research Paper
Received 01 December 2015
Accepted 11 February 2016
Available Online 05 March 2016

Keywords:
Particulate Composites
Homogenization
Micromechanics
Mechanical Properties
Unit Cell

ABSTRACT

Research on microstructure of main engineering materials revealed that some of these materials exhibit similar microstructure patterns at different length scales. Since these patterns are replicated at different length scales the whole microstructure can be viewed as a set of periodic substructures. Homogenization technique for periodic microstructures has found many applications in simulation of composite materials by considering the geometry of fibers distribution. In this study a homogenization technique for periodic microstructures is developed. In this generalization a multi-step homogenization is being used. In each step of homogenization the geometry which is coincident with the true microstructure is produced to maintain the properties of the mechanical properties of the related cell. By using the presented method, effect of size and grading of each of the reinforcing phases and the interaction between fibers is taken into account. The results of the presented theory are compared with the existing experimental data on the particle reinforced composites. Good agreement between the presented theory and experimental data is found.

1- مقدمه

تعیین خواص مکانیکی مواد کامپوزیت به‌عنوان یکی از پرکاربردترین مواد در کاربردهای مختلف مهندسی، همواره یکی از چالش‌های اصلی در زمینه توسعه کاربردهای مواد مرکب بوده است. با توجه به قدمت و گستردگی استفاده از این‌گونه مواد تلاش‌های بسیاری در زمینه تعیین خواص مختلف مواد کامپوزیت صورت پذیرفته است. بسیاری از این تحقیقات برپایه فرضیات ساده شده و در جهت برآورده کردن نیازهای کاربردی صورت گرفته‌اند و از این رو روش‌های مبتنی بر واقعیت رفتار پیچیده واقع شده در ریزساختار ماده در آن‌ها درنظر گرفته نشده است. از اولین مطالعات صورت گرفته بر روی رفتار مواد که در آن اثر ریزساختار ماده بر رفتار مکانیکی مورد بررسی قرار گرفته است می‌توان به مطالعات اشلبی [1-3] بر روی اینکلوژن‌های بیضی‌گون اشاره کرد. بر پایه این تحقیقات، بررسی‌های بسیاری بر روی جنبه‌های متعددی از رفتار میکرومکانیکی مواد صورت گرفته است. با استفاده از نتایج این تحقیق مطالعاتی در جهت تعیین خواص مکانیکی مواد صورت پذیرفته است که از آن جمله می‌توان به ارائه روش اینکلوژن معادل [5,4] اشاره نمود که توسط محققان بسیاری برای بررسی خواص مکانیکی مواد کامپوزیت مختلف مورد

برای ارجاع به این مقاله از عبارت ذیل استفاده نمایید:

Please cite this article using:
H. Khezrzadeh, Geometrical method for determination of mechanical properties of particle reinforced composites, *Modares Mechanical Engineering*, Vol. 16, No. 3, pp. 202-210, 2016 (in Persian)

[Downloaded from mme.modares.ac.ir on 2024-04-19]

[DOR: 20.1001.1.10275940.1395.16.3.39.6]

استفاده قرار گرفته است.

از دیگر مطالعات صورت گرفته در زمینه خواص مکانیکی مواد مرکب می‌توان به مطالعات صورت گرفته بر روی مواد با ریز ساختار متناوب اشاره نمود [6-9]. خواص این‌گونه از مواد با استفاده از خاصیت تکرارشوندگی ریزساختار و روش اینکلوژن معادل مورد بررسی قرار می‌گیرد. علی‌رغم اینکه این روش برای بررسی ریزساختار منظم و متناوب استفاده شده است اما بررسی‌ها بر روی موادی با توزیع تصادفی فاز مسلح کننده نشان دهنده این امر است که با استفاده از این روش و با تخمین ریزساختار ناهمگن با معادل متناوب آن می‌توان ویژگی‌های مکانیکی رفتار مواد را به نحوی مناسب تعیین کرد [6-9]. تحقیقات بسیاری بر روی خواص مکانیکی با ریزساختار متناوب توسط محققان مختلف صورت گرفته است. که از آن جمله می‌توان به [11,10] اشاره نمود که در این پژوهش‌ها خواص الاستیک برای ساختارهای متناوب با ذرات تقویت کننده پوششدار در تمرکز بالای ذرات بدست آمده است. از این روش برای تحلیل میدان‌های الکترواستاتیکی در محیط‌های پیزوالکتریک با توزیع متناوب ذرات استفاده شده است [13,12]. مرور جامعی از انواع روش‌های شبیه‌سازی میکرومکانیکی رفتار مواد در مراجع ذیل ارایه شده است[18-14,9] .

در بسیاری از مواد کامپوزیت دانه‌ای از ذرات مسلح‌کننده با اندازه‌های متفاوت استفاده می‌شود. به عنوان نمونه‌ای از این مواد می‌توان به بتن اشاره نمود که در آن توزیع ذرات مسلح‌کننده مقیاس‌های وسیعی از طول را پوشش می‌دهند. تحقیقات صورت گرفته بر روی ریزساختار بتن با استفاده از بررسی سطوح شکست در این ماده بیانگر وجود الگوهای تکرار شونده در مقیاس‌های مختلف می‌باشند [19-21]، این الگوها با استفاده از مفاهیم مطرح شده در هندسه فراکتالی [22] قابل باز تولید می‌باشند.

وجود ذرات با مقیاس‌های متفاوت در داخل ریزساختار به‌عنوان منبعی برای پدیده تاثیر اندازه[1] بر خواص ماده خواهد بود. با توجه به اهمیت درنظر گرفتن اثرات ذرات با اندازه‌های مختلف در تحقیق پیش‌رو خواص مکانیکی مواد با ساختار متناوب در مقیاس‌های مختلف طول مورد بررسی قرار می‌گیرد. ساختار متناوب در مقیاس‌های مختلف با استفاده از روش تعیین خواص مکانیکی ساختارهای متناوب برای هر مقیاس طول محاسبه شده و بسته به نحوه توزیع ذرات در داخل ساختار ماده مدل هندسی مناسبی ارائه خواهد شد که مبتنی‌بر ریزساختار واقعی ماده باشد. نتایج حاصل از این روش با نتایج آزمایش‌های صورت گرفته بر روی مواد کامپوزیت مختلف با فاز مسلح کننده ذره‌ای مقایسه شده است و نتایج این مقایسه بیانگر آن است که این مدل تطابق خوبی در مدل‌سازی رفتار این مواد دارد.

2- مبانی هندسی روش ارایه شده

همانگونه که اشاره شد هدف از این روش بررسی رفتار مواد کامپوزیت دانه‌ای با ریزساختار متناوب مشابه در مقیاس‌های مختلف طول است. برای این منظور ساختار ماده به سلول‌های متناوب در مقیاس‌های مختلف تقسیم می‌شود. آرایش هندسی قرارگیری ذرات در داخل این سلول‌ها فرم‌های مختلفی از جمله مکعبی ساده[2]، bcc، fcc و غیره هستند. با توجه به نحوه آرایش قرارگیری ذرات در سلول پایه در مرحله‌های بعدی با توجه به نسبت حجمی ذرات فاز مسلح کننده سلول‌های بعدی تشکل خواهد شد و از خواص مکانیکی سلول پیش از آن‌ها به‌عنوان خواص ماتریس برای آن‌ها استفاده خواهد شد. این فرایند برای ذرات مختلف موجود در ساختار ماده ادامه خواهد یافت تا اثر تمامی ذرات درنظر گرفته شوند. در شکل 1 سلسله مراتب درنظر گرفته شده برای سلول‌های اشاره شده نشان داده شده است.

با استفاده از شکل شماتیک ارایه شده مدل هندسی برای درنظر گرفتن اثرات ذرات در مقیاس‌های مختلف شرح داده شده است. در حقیقت در این فرایند شبیه‌سازی موقعیت هندسه ذرات در داخل ریزساختار به‌صورت یک ساختار تناوبی در مقیاس‌های متناوب در نظر گرفته می‌شود بدین ترتیب روش تحلیل بر پایه انجام محاسبات در مقیاس‌های متفاوت خواهد بود. در حقیقت بسته به این‌که ذرات موجود در ماده کامپوزیت در چه محدوده ابعادی هستند مدل متناوب در مقیاس‌های مختلف تولید خواهد شد و بر پایه روش ارایه شده خواص الاستیک نهایی بدست خواهد آمد.

در مدل هندسی شماتیک ارایه شده در شکل 1 فرض بر آرایش هندسی مکعبی ساده با فاز مسلح کننده کروی بوده است. اما باید به این نکته توجه داشت که این مدل هندسی قابلیت تعمیم به فرم‌های مختلف حاصل از یک فاز مسلح‌کننده با شکل بیضی‌گون و سلول مکعب مستطیل را نیز دارا است. بنابراین با استفاده از این مدل هندسی آرایش‌ها و فرم‌های مختلفی قابل مدل‌سازی هستند.

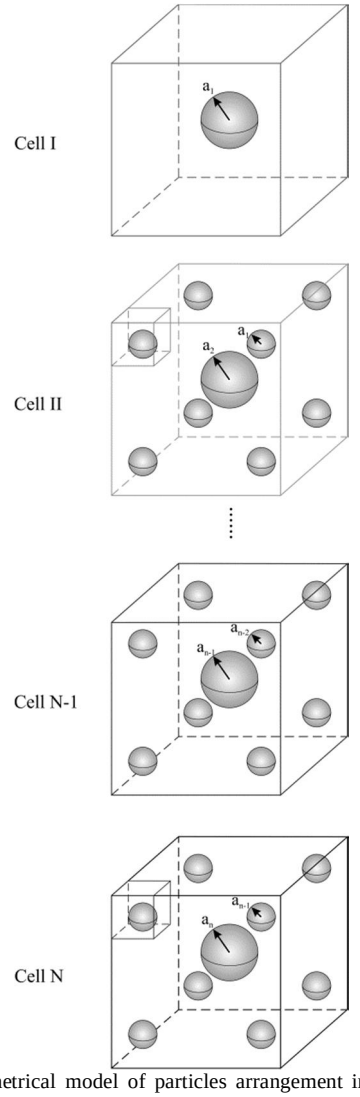

Fig. 1 Geometrical model of particles arrangement inside subsequent cells

شکل 1 مدل هندسی آرایش ذرات در داخل سلول‌های متعاقب

[1] Size Effect
[2] Simple Cubic

[Downloaded from mme.modares.ac.ir on 2024-04-19]
[DOR: 20.1001.1.10275940.1395.16.3.39.6]

3- مبانی میکرومکانیک تئوری پیشنهادی

در این بخش مبانی همگن‌سازی براساس کرنش ویژه[1] برای مواد با ریزساختار متناوب ارایه می‌شود. این روش مبتنی بر مفهوم اینکلوژن معادل است که برای اولین بار توسط مورا [4] ارایه گردید. روش اینکلوژن معادل بصورت گسترده‌ای در شبیه‌سازی رفتار مواد کامپوزیت مورد استفاده قرار گرفته است. در این بخش روش بررسی رفتار میکرومکانیکی مواد با ریزساختار متناوب مورد بررسی قرار خواهند گرفت و سپس نتایج آن برای سلول پایه (سلول شماره 1) با فرض توزیع مکعبی ساده ارایه خواهد شد.

توزیع متناوب ذرات مسلح‌کننده در ریزساختار مواد کامپوزیت منجر به ایجاد میدان‌های تنش و کرنش متناوب خواهد شد. روش ریاضی برای مدل‌سازی چنین میدان‌هایی استفاده از سری فوریه برای میدان‌های جابجایی است. یک سلول مکعب- مستطیلی را درنظر بگیرید، این سلول بصورت رابطه (1) تعریف می‌شود،

$$V := \{x| -b_j \le x_j \le b_j, j = 1,2,3\} \tag{1}$$

که در آن b_j برابر با نیمی از طول ضلع سلول در جهت j است. برای موادی با ساختار متناوب می‌توان ویژگی‌های ماده را بصورت رابطه (2) نوشت:

$$\mathbb{C}(x + d) = \mathbb{C}(x) \tag{2}$$

که در رابطه فوق $d = \sum_{j=1}^{3} 2m_j b_j e_j , j = 1,2,3$ و m_j اعداد صحیح دلخواه هستند. با توجه به شرط متناوب بودن ریزساختار میدان‌های جابجایی نیز متناوب خواهند بود. با استفاده از بسط سری فوریه میدان جابجایی داریم [7]:

$$u_i(\mathrm{x}) = \sum_{\xi\in\Lambda'} \hat{u}_i(\xi) e^{\mathrm{i}\mathrm{x}.\xi} \tag{3}$$

که در رابطه فوق

$$\hat{u}_i(\xi) = \frac{1}{|V|}\int_V u_i(\mathrm{x}) e^{-\mathrm{i}\mathrm{x}.\xi}\, d\mathrm{x} \tag{4}$$

و $|V|$ حجم سلول واحد است. به روش مشابه می‌توان کرنش ویژه $\varepsilon^*_{kl}(\mathrm{x})$ و کرنش آشفتگی[2] $\varepsilon^d_{ij}(\mathrm{x})$ را بصورت سری فوریه بسط داد، داریم:

$$\varepsilon^*_{kl}(\mathrm{x}) = \sum_{\xi\in\Lambda'} \hat{\varepsilon}^*_{kl}(\xi) e^{\mathrm{i}\mathrm{x}.\xi} \tag{5}$$

که در رابطه فوق

$$\hat{\varepsilon}^*_{kl}(\xi) = \frac{1}{|V|}\int_V \varepsilon^*_{kl}(\mathrm{x}) e^{-\mathrm{i}\mathrm{x}.\xi}\, d\mathrm{x} \tag{6}$$

$$\varepsilon^d_{kl}(\mathrm{x}) = \frac{1}{2}\{\varepsilon^d_{k,l} + \varepsilon^d_{l,k}\} = \frac{\mathrm{i}}{2}\sum_{\xi\in\Lambda'} \left[\xi_k \hat{u}^d_l(\xi) + \xi_l \hat{u}^d_k(\xi)\right] e^{\mathrm{i}\mathrm{x}.\xi} \tag{7}$$

با استفاده از عبارت‌های فوق، رابطه بین تنش و کرنش در داخل سلول واحد تعیین خواهد شد. فرض کنید که میدان تغییر شکل یکنواخت u^0 به سلول واحد اعمال شده است. در صورتی که سلول واحد دارای ساختار همگن باشد اعمال میدان جابجایی یکنواخت باعث ایجاد کرنش یکنواخت در ماده همگن خواهد شد:

$$\mathrm{u}^0 = \mathrm{x}.\varepsilon \tag{8}$$

وجود ناهمگونی در داخل ریزساختار ماده منجر به ایجاد آشفتگی در میدان کرنش یکنواخت می‌شود. این آشفتگی با تعریف میدان کرنش آشفتگی $\varepsilon^d_{ij}(\mathrm{x})$ در نظر گرفته می‌شود. با استفاده از روش اینکلوژن معادل [4]، شرط سازگاری تنش در ماده همگن‌سازی شده را می‌توان بصورت زیر بیان کرد:

$$\sigma_{ij}(\mathrm{x}) = \begin{cases} C^{\Omega}_{ijkl}[\varepsilon^0_{kl} + \varepsilon^d_{kl}(\mathrm{x})] = & \mathrm{x}\in\Omega \\ C^{\mathrm{M}}_{ijkl}[\varepsilon^0_{kl} + \varepsilon^d_{kl}(\mathrm{x}) - \varepsilon^*_{kl}(\mathrm{x})] & . \\ C^{\mathrm{M}}_{ijkl}[\varepsilon^0_{kl} + \varepsilon^d_{kl}(\mathrm{x})] & \mathrm{x}\in M \end{cases} \tag{9}$$

که در رابطه فوق Ω نشان دهنده ناهمگونی و M بیانگر ماتریس می‌باشد. بنابراین با استفاده از رابطه فوق مشخص می‌شود که کرنش ویژه همگن‌ساز صرفا در ناحیه ناهمگونی اعمال می‌شود. از این رو با توجه به عدم وجود کرنش ویژه در نواحی ماتریس می‌توان تنش برای کل ماده کامپوزیت را بصورت زیر بازنویسی کرد:

$$\sigma_{ij}(\mathrm{x}) = C^{\mathrm{M}}_{ijkl}\left[\varepsilon^0_{kl} + \varepsilon^d_{kl}(\mathrm{x}) - \varepsilon^*_{kl}(\mathrm{x})\right] \quad \mathrm{x}\in V \tag{10}$$

با استفاده از رابطه فوق معادله تعادل در صورت عدم وجود نیروهای بدنه‌ای بصورت رابطه (11) در خواهد آمد:

$$\sigma_{ij,j}(\mathrm{x}) = C^{\mathrm{M}}_{ijkl}\left[\varepsilon^0_{kl} + \varepsilon^d_{kl}(\mathrm{x}) - \varepsilon^*_{kl}(\mathrm{x})\right]_{,j} = 0, \qquad \mathrm{x}\in V \tag{11}$$

با جایگزینی کرنش آشفتگی از رابطه (6) و پس از انجام محاسبات جبری خواهیم داشت [7]:

$$\varepsilon^d_{ij}(\mathrm{x}) = \sum_{\xi\in\Lambda'} \Gamma_{ijmn}(\xi)\hat{\varepsilon}^*_{mn}(\xi) e^{-\mathrm{i}\mathrm{x}.\xi} \tag{12}$$

که در رابطه فوق برای حالتی که ناهمگونی و ماتریس همسانگرد باشند $\Gamma_{ijmn}(\xi)$ توسط رابطه زیر تعریف می‌شود[7]:

$$\Gamma_{ijmn}(\xi) = \frac{1}{2\xi^2}\left[\xi_j(\delta_{il}\xi_k + \delta_{ik}\xi_l) + \xi_i(\delta_{jl}\xi_k + \delta_{jk}\xi_l)\right] - \frac{1}{1-\nu}\frac{\xi_i\xi_j\xi_k\xi_l}{\xi^4} + \frac{\nu}{1-\nu}\frac{\xi_i\xi_j}{\xi^2}\delta_{kl} \tag{13}$$

در رابطه فوق $\xi^2 = \xi_1^2 + \xi_2^2 + \xi_3^3$ و ν ضریب پواسون ماتریس است. با استفاده از شرط همسازی تنش در رابطه (9)، رابطه بین تنش ثابت دوردست و میدان کرنش آشفتگی و کرنش ویژه بصورت رابطه (14) تعریف می‌شود:

$$\varepsilon^0 = \mathbb{A}^{\Omega}: \varepsilon^*(\mathrm{x}) - \varepsilon^d(\mathrm{x}) \tag{14}$$

که در رابطه فوق $\mathbb{A}^{\Omega} = \left(\mathbb{C}^M - \mathbb{C}^{\Omega}\right)^{-1}: \mathbb{C}^M$. با استفاده از روابط میکرومکانیک حاکم بر مواد با ریزساختارهای متناوب و با فرض مدل‌سازی توزیع کرنش ویژه در داخل ناهمگونی با میانگین آن $(\bar{\varepsilon}^*_{mn})$ بر روی حجم، رابطه بین کرنش ویژه و کرنش ثابت اعمالی با استفاده از رابطه (6) در دور دست بصورت رابطه (15) تعریف می‌گردد:

$$\varepsilon^0_{ij} = A^{\Omega}_{ijmn}\bar{\varepsilon}^*_{mn} - \sum_{\xi\in\Lambda'} f_{\Omega}\Gamma_{ijmn}(\xi)t(\xi)t(-\xi)\,\bar{\varepsilon}^*_{mn} \tag{15}$$

که در رابطه فوق f_{Ω} نسبت حجمی ناهمگونی‌ها است. در رابطه فوق از میانگین حجمی کرنش ویژه در داخل حجم ناهمگونی استفاده شده است. برای تعریف این میانگین نیاز به تعریف تابع $t(\xi)$ بصورت رابطه (16) است:

$$t(\xi) = \frac{1}{|\Omega|}\int_{\Omega} e^{\mathrm{i}\mathrm{x}.\xi}\, d\mathrm{x} \tag{16}$$

با تعریف $T(\xi) = t(\xi)t(-\xi)$ ، تانسور اشلبی برای ساختارهای تناوبی بصورت رابطه (17) تعریف می‌شود [7]:

$$S^{\Omega}_{ijmn} = \sum_{\xi\in\Lambda'} f_{\Omega}\Gamma_{ijmn}(\xi)T(\xi) \tag{17}$$

تانسور اشلبی تعریف شده توسط رابطه فوق وابسته به هندسه، نحوه توزیع الیاف و خواص الاستیک ماتریس می‌باشد. تابع تعریف کننده تانسور اشلبی برای آرایشهای مختلف ذرات در داخل ریزساختار در بخش بعد تعریف شده است. با استفاده از تانسور اشلبی رابطه بین کرنش اعمال شده در

[1] Eigenstrain
[2] Disturbance

[Downloaded from mme.modares.ac.ir on 2024-04-19]
[DOR: 20.1001.1.10275940.1395.16.3.39.6]

دوردست و کرنش ویژه میانگین بصورت رابطه (18) قابل تعریف است:

$$\varepsilon^0 = \left(\mathbb{A}^\Omega - \mathbb{S}^\Omega\right): \bar{\varepsilon}^* \tag{18}$$

با استفاده از نتایج فوق و با توجه به این‌که انرژی کرنشی ذخیره شده در جامد همگن معادل باید برابر با جامد ناهمگن موجود باشد، برای خواص جامد همگن معادل ($\mathbb{C}^h$) داریم:

$$\mathbb{C}^h = \mathbb{C}^M: [\mathbb{I}^{IV} - f_\Omega\left(\mathbb{A}^\Omega - \mathbb{S}^\Omega\right)^{-1}] \tag{19}$$

که در رابطه فوق $\mathbb{I}^{IV}$ تانسور همانی مرتبه چهار می‌باشد. در روش ارایه شده در هر مرحله از همگن‌سازی بسته به اندازه و خواص الاستیک ذرات درنظر گرفته شده در مدل از تانسور اشلبی متناظر استفاده می‌شود. برای حالت‌های با توزیع متقارن مرکزی ذرات (مکعبی ساده، bcc یا fcc) و ذرات مسلح‌کننده کروی خواص همگن معادل نیز همسانگرد خواهند بود و این خواص تنها وابسته به سه مولفه تانسور اشلبی ($S_{1111}, S_{1122}, S_{1212}$) هستند. پس از انجام عملیات جبری بر روی رابطه (19) مدول حجمی K^h و مدول برشی μ^h در این حالت بصورت روابط (20) و (21) قابل تعریف هستند:

$$\mu^h = \mu^M + \frac{f_\Omega}{\frac{2S_{1212}}{\mu^M} + \frac{1}{\mu^\Omega - \mu^M}} \tag{20}$$

$$K^h = K^M + \frac{f_\Omega}{\frac{S_{1111}+2S_{1122}}{K^M} + \frac{1}{K^\Omega - K^M}} \tag{21}$$

در قسمت بعد نتایج حاصل از روابط فوق به ازای آرایش‌های مختلف ذرات در داخل ریزساختار مورد بررسی قرار خواهند گرفت. نتایج حاصل از رابطه فوق برای یک توزیع از یک ذره با ابعاد مشخص و یا ساختارهای تناوبی ساده قابل استفاده خواهد بود. اما برای حالتی که ذرات دارای توزیع اندازه گسترده هستند نتایج قابل قبولی ارایه نمی‌کند. برای این منظور در این پژوهش بر پایه توزیع ذرات و ابعاد ذرات مسلح‌کننده موجود در ریزساختار با استفاده از روش شبیه‌سازی چند مرحله‌ای [23] دو روش مشخص برای محاسبه خواص الاستیک همگن معادل پیشنهاد می‌شود. در قسمت اول به توزیع گسسته ذرات خواهیم پرداخت. برای توزیع گسسته ذرات با استفاده از تفسیر هندسی ارایه شده در شکل شماره 1 در هر مرحله حجم و اندازه ذرات در مدل هندسی مرتبط قرار داده شده و مشخصات ماده همگن معادل محاسبه می‌شود. ترتیب کار بدین صورت خواهد بود که در یک مرحله خواص الاستیک همگن‌سازی شده پیش از این مرحله به‌عنوان خواص ماتریس درنظر گرفته می‌شود. ماده جدید در این مرحله مجددا همگن‌سازی خواهد شد. برای انجام این منظور میدان تنش حاصل از کرنش ویژه موجود در فرایند همگن‌سازی در محل ذره جدید معرفی شده به سیستم میانگین‌گیری می‌شود. برای انجام این امر فرض کنید که ذرات درنظر گرفته شده دارای شکل کروی باشند. با توجه به روابط ارایه شده توسط [24,5] تانسور اشلبی برای نقاط داخل و خارج یک ناهمگونی کروی با شعاع a بصورت رابطه (22) قابل تعریف می‌باشد:

- برای نقاط داخل ناهمگونی:

$$D^I_{ijmn}(\mathrm{x}) = \frac{5\nu - 1}{15(1-\nu)}\delta_{ij}\delta_{mn} + \frac{4 - 5\nu}{15(1-\nu)}\left(\delta_{im}\delta_{jn} + \delta_{in}\delta_{jm}\right) \tag{22}$$

- برای نقاط خارج از ناهمگونی:

$$\begin{aligned} D^E_{ijmn}(\mathrm{x}) = \frac{\rho^3}{30(1-\nu)}\big[&(3\rho^2 + 10\nu - 5)\delta_{ij}\delta_{mn} \\ &+(3\rho^2 - 10\nu + 5)\left(\delta_{im}\delta_{jn} + \delta_{in}\delta_{jm}\right) \\ &+15(1-\rho^2)\delta_{ij}\bar{x}_m\bar{x}_n \\ &+15(1-2\nu-\rho^2)\delta_{mn}\bar{x}_m\bar{x}_n \\ &+15(\nu-\rho^2)(\delta_{im}\bar{x}_j\bar{x}_n + \delta_{in}\bar{x}_j\bar{x}_m + \\ &\delta_{jm}\bar{x}_i\bar{x}_n + \delta_{jn}\bar{x}_i\bar{x}_m) \\ &+15(7\rho^2 - 5)\,\bar{x}_i\bar{x}_j\bar{x}_m\bar{x}_n\big] \end{aligned} \tag{23}$$

که در رابطه فوق $\rho = a/|x|$ ، $\bar{x} = x/|x|$ و x بردار متصل‌کننده مرکز ناهمگونی به نقطه مدنظر برای تعیین میدان تنش می‌باشد.

در این قسمت مبانی روش به‌کار رفته برای درنظر گرفتن اثرات برهم‌کنش ذرات شرح داده خواهد شد. ساختار نشان داده شده در شکل 1 برای سلول واحد شماره 2 را درنظر بگیرید که در آن ذره بزرگتر در مرکز واقع شده است و هشت ناهمگونی کوچک‌تر در اطراف آن قرار گرفته‌اند. برداری که مرکز هر یک از ناهمگونی‌های کوچکتر شماره 1 تا 8 را به مرکز ناهمگونی بزرگتر متصل می‌کند با c_i مشخص شده است. در این مرحله فرض می‌شود که مجددا یک سلول واحد از نوع مکعبی ساده داشته باشیم که خواص الاستیک همگن‌سازی شده ماتریس آن از مرحله قبلی محاسبه شده است. برای درنظر گرفتن اثرات برهم کنش ذرات در داخل این ساختار فرض می‌شود که اثرات ذرات کوچکتر بر یکدیگر ناچیز باشد و بنابراین تاثیر میدان تنش ایجاد شده توسط آن‌ها در محدوده ناهمگونی بزرگتر محاسبه می‌شود. برای درنظر گرفتن همزمان اثرات ناهمگونی‌های کوچکتر و ناهمگونی جدید، علاوه بر مساله همگن‌سازی ناشی از بارگذاری در بی‌نهایت بایستی یک مساله همگن‌سازی ناشی از میدان تنش ایجاد شده توسط ذرات کوچک در محدوده ذره جدید معرفی شده (Ω_2) صورت پذیرد. این مساله به صورت رابطه (24) تعریف می‌شود [23]:

$$\sigma_{ij}(\zeta) = \begin{cases} C^{\Omega_2}_{ijkl}[D^{\mathrm{E},\Sigma}_{klmn}(\zeta)\bar{\varepsilon}^*_{mn} + \varepsilon^{d(2)}_{kl}(\zeta)] = & \zeta \in \Omega \\ C^{\mathrm{M}}_{ijkl}[D^{\mathrm{E},\Sigma}_{klmn}(\zeta)\bar{\varepsilon}^*_{mn} + \varepsilon^{d(2)}_{kl}(\zeta) - \varepsilon^{*(2)}_{kl}(\zeta)] & . \\ C^{\mathrm{M}}_{ijkl}[D^{\mathrm{E},\Sigma}_{klmn}(\zeta)\bar{\varepsilon}^*_{mn} + \varepsilon^{d(2)}_{kl}(\zeta)] & \zeta \in \mathrm{M} \end{cases} \tag{24}$$

که در رابطه فوق

$$D^{\mathrm{E},\Sigma}_{klmn}(\zeta) = \sum_{i=1}^{8} D^{\mathrm{E}}_{klmn}(\rho(\zeta, \mathrm{c_i})) \tag{25}$$

که در آن ζ بردار مکان به نقاط داخلی ذره بزرگتر است. بنابراین بردار مکان از مرکز هر یک از ذرات کوچکتر به نقاط داخل ذره بزرگتر بصورت $\mathrm{x} = \zeta - \mathrm{c_i}$ تعریف می‌شود و $\bar{\varepsilon}^*_{mn}$ با استفاده از رابطه (18) بصورت زیر بدست خواهد آمد:

$$\bar{\varepsilon}^*_{mn} = \left(A^\Omega_{mnpq} - S^\Omega_{mnpq}\right)^{-1}\varepsilon^0_{pq} \tag{26}$$

با تعیین کردن میانگین $D^{\mathrm{E},\Sigma}_{klmn}(\zeta)$ بر روی دامنه ذره بزرگتر با $\bar{D}^{\mathrm{E},\Sigma}_{klmn}$ و جایگزینی در رابطه (24) دستگاه معادلات جهت تعیین کرنش ویژه در داخل ذره بزرگتر ناشی از کرنش‌های ویژه در ذرات کوچک‌تر بصورت زیر در خواهد آمد [23]:

$$\begin{aligned} &C^{\Omega_2}_{ijkl}\left[\bar{D}^{\mathrm{E},\Sigma}_{klmn}\left(A^{\Omega_1}_{mnpq} - S^{\Omega_1}_{mnpq}\right)^{-1}\varepsilon^0_{pq} + D^I_{ijmn}\varepsilon^{*(2)}_{mn}\right] \\ &= C^M_{ijkl}\left[\bar{D}^{\mathrm{E},\Sigma}_{klmn}\left(A^{\Omega_1}_{mnpq} - S^{\Omega_1}_{mnpq}\right)^{-1}\varepsilon^0_{pq} + D^I_{ijmn}\varepsilon^{*(2)}_{mn} \right. \\ &\left. - \varepsilon^{*(2)}_{mn}\right] \end{aligned} \tag{27}$$

با تعریف تانسور $B_{klpq} = \bar{D}^{\mathrm{E},\Sigma}_{klmn}\left(A^{\Omega_1}_{mnpq} - S^{\Omega_1}_{mnpq}\right)^{-1}$ و حل معادله (26)، خواص همگن‌سازی مرحله دوم شده بصورت رابطه (28) بدست خواهد آمد [23]:

$$\begin{aligned} \mathbb{C}^{h(2)} = \mathbb{C}^{h(1)}: [&\mathbb{I}^{IV} - f_{\Omega_2}\left(\mathbb{A}^{\Omega_2} - \mathbb{S}^{\Omega_2}\right)^{-1} + \mathbb{B}: \\ &\left(\mathbb{A}^{\Omega_2} - \mathbb{D}^{\mathrm{I}}\right)^{-1}] \end{aligned} \tag{28}$$

[Downloaded from mme.modares.ac.ir on 2024-04-19]
[DOR: 20.1001.1.10275940.1395.16.3.39.6]

در روش همگن‌سازی چند مرحله‌ای [23] با تکرار فرایند فوق اثر تمامی ذرات درنظر گرفته خواهند شد. با استفاده از این روش آثار توزیع و اندازه ذرات مختلف مورد بررسی قرار خواهند گرفت. برای تعیین خواص کلی الاستیک در هر مرحله با تعیین نسبت حجمی برای ذرات با ابعاد مشخص و تعیین هندسه متناوب متناسب با نسبت حجمی ذرات در دو مرحله متوالی با استفاده از روابط ارایه شده ویژگی‌های الاستیک همگن‌سازی شده تعیین خواهند گردید. در قسمت بعد با بکارگیری این روش برای آرایش‌های مختلف ذرات در داخل ریزساختار خواص الاستیک تعیین خواهد گردید.

4- نتایج حاصل برای سلول‌های ریزساختار پایه با هندسه‌های مختلف

در این بخش با توجه با نتایج بدست آمده در قسمت پیشین برای ریزساختار متناوب، برای فرم‌های مختلف هندسی قرارگیری ذرات در داخل ریزساختار ماده خواص مکانیکی بدست آمده است. فرمهای هندسی درنظر گرفته شده به دو بخش توزیع گسسته ذرات و توزیع پیوسته تقسیم‌بندی می‌شوند. در قسمت توزیع گسسته، به‌عنوان نمونه توزیع متناوب مکعبی ساده، bcc و bcc با ذره مرکزی متفاوت نشان داده شده در شکل 2، مورد بررسی قرار گرفته و خواص الاستیک حاصل برای یک ماده با سلول‌های واحد اشاره شده برای درصدهای حجمی متفاوت نشان داده شده است. در کامپوزیت‌های درنظر گرفته شده از ماتریس با خواص الاستیک ($\mu = \mu^M$ و $\nu = 0.3$) و ذرات مسلح کننده با خواص الاستیک ($\mu = 10\mu^M$ و $\nu = 0.15$) استفاده شده است. نتایج حاصل از روش ارائه شده در شکل 3 ارایه شده است. همان‌گونه که در شکل قابل مشاهده است نتایج حاصل از سلول‌های متفاوت در یک نسبت حجمی مشخص با یکدیگر متفاوت است و بنابراین علاوه بر نسبت حجمی ذرات مسلح کننده ابعاد و نحوه توزیع آن‌ها در ریزساختار بر خواص مکانیکی مواد تاثیرگذار است.

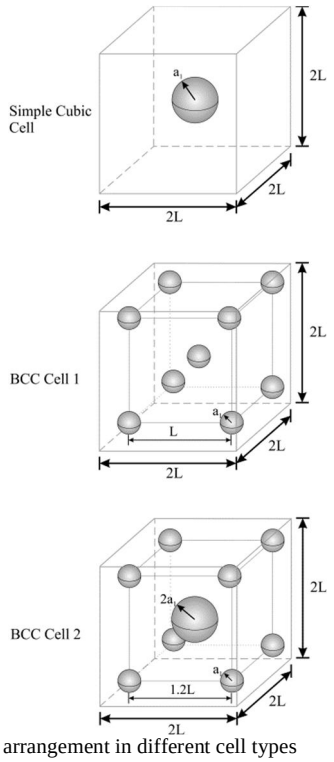

Fig. 2 Particles arrangement in different cell types

شکل 2 آرایش ذرات در انواع مختلف سلول‌ها

برای تعیین خواص الاستیک نیاز به محاسبه تانسور اشلبی برای ساختار متناوب (رابطه 17) می‌باشد. برای این منظور سلول واحد مکعبی ساده ارایه شده در شکل 2 را در نظر بگیرید. این سلول حالت خاص از سلول مکعب با ناهمگونی با شکل بیضی‌گون می‌باشد. برای حالت کلی سلول مطابق با استفاده از نتایج ارایه شده توسط [6] داریم:

$$T(\xi) = \frac{16\pi^2}{f_\Omega^2}\frac{a_1^6[\sin\eta - \eta\cos\eta]^2}{\eta^6} \tag{29}$$

که در این رابطه a_i شعاع‌های اصلی بیضی‌گون هستند و داریم $\eta = a_1\sqrt{\xi_1^2 + \alpha\xi_2^2 + \beta\xi_3^2}$ ، $\alpha = a_2/a_1$ ، $\beta = a_3/a_1$. در حالت کلی توزیع تعدادی n ذره با بردار موقعیت c_i تابع $T(\xi)$ بصورت رابطه (30) تعریف خواهد شد:

$$T(\xi) = \frac{16\pi^2}{f_\Omega^2}\left[\sum_{i=1}^{n}\frac{a_{1(i)}^3[\sin\eta_i - \eta_i\cos\eta_i]e^{-\mathrm{i}c_i.\xi}}{\eta^3}\right]^2 \tag{30}$$

برای توزیع ذرات کروی با تقارن مرکزی در صورت همسانگرد بودن ذرات و ماتریس مطابق با روابط (19) و (20) برای تعیین خواص الاستیک صرفا نیاز به محاسبه سه مولفه تانسور اشلبی زیر خواهد بود:

$$\begin{aligned}
S_{1111}^{\Omega} &= \sum_{\xi\in\Lambda'} f_\Omega T(\xi)\left(\frac{2-\nu}{1-\nu}\frac{\xi_1^2}{\xi^2} - \frac{1}{1-\nu}\frac{\xi_1^4}{\xi^4}\right)\\
S_{1122}^{\Omega} &= \sum_{\xi\in\Lambda'} f_\Omega T(\xi)\left(\frac{\nu}{1-\nu}\frac{\xi_1^2}{\xi^2} - \frac{1}{1-\nu}\frac{\xi_1^2\xi_2^2}{\xi^4}\right)\\
S_{1212}^{\Omega} &= \sum_{\xi\in\Lambda'} f_\Omega T(\xi)\left(\frac{\xi_1^2+\xi_2^2}{2\xi^2} - \frac{1}{1-\nu}\frac{\xi_1^2\xi_2^2}{\xi^4}\right)
\end{aligned} \tag{31}$$

نتایج حاصل برای سلول‌های مختلف شکل شماره 2 در شکل شماره 3 نشان داده شده است. همان‌گونه که مشاهده می‌شود به‌ازای یک نسبت حجمی مشخص از ذرات آرایش‌های مختلف در ریزساختار نتایج متفاوتی برای خواص همگن معادل بدست خواهند داد.

همان‌گونه که در شکل شماره 3 مشخص است نتایج حاصل از درنظر گرفتن توزیع کرنش یکنواخت خارج از محدوده هاشین-اشتریکمان [25-27] قرار می‌گیرند، محدوده مرزهای هاشین-اشتریکمان در تحلیل‌های میکرومکانیک به‌عنوان مرزهای عمومی در تعیین خواص مواد کامپوزیت درنظر گرفته می‌شوند. برای اصلاح این جواب‌ها اثرات بر هم کنش ذرات با استفاده از رابطه (27) برای یک همگن‌سازی دومرحله‌ای نیز محاسبه شده است. همان‌گونه که در شکل قابل مشاهده است نتایج حاصله با درنظر گرفتن اثرات برهم کنش ذرات منجر به نتایجی خواهد شد که در محدوده مرزهای عمومی هاشین-اشتریکمان قرار می‌گیرند. نکته دیگر که در بررسی خواص مکانیکی شایان توجه است پدیده تاثیر اندازه ذرات بر خواص مکانیکی است به نحوی که برای یک نسبت حجمی مشخص از ذرات مسلح کننده بین نتایج حاصل برای توزیع با اندازه یکنواخت (شکل 2، BCC Cell 1) و توزیع با دو اندازه متفاوت (شکل 2، BCC Cell 2) نتایج متفاوت می‌باشند.

در قسمت دوم این بخش کامپوزیت‌هایی با توزیع پیوسته ذرات مسلح کننده درنظر گرفته شده است برای این منظور توزیع ذرات با توان‌های متفاوت تابع توزیع حجمی با یکدیگر مقایسه شده است تا تاثیر نحوه توزیع حجمی ذرات بر خواص مکانیکی مورد بررسی قرار گیرد. در بسیاری از موارد فاز مسلح کننده دارای توزیع متفاوتی از ابعاد مختلف می‌باشد. نحوه توزیع حجمی ذرات فاز مسلح کننده با ابعاد مختلف تحت عنوان منحنی تجمعی توزیع ذرات شناخته می‌شود. از این رو نسبت حجمی ذرات مسلح کننده در هر مرحله از فرایند همگن‌سازی را می‌توان بصورت رابطه (32) تعریف نمود:

[Downloaded from mme.modares.ac.ir on 2024-04-19]
[DOR: 20.1001.1.10275940.1395.16.3.39.6]

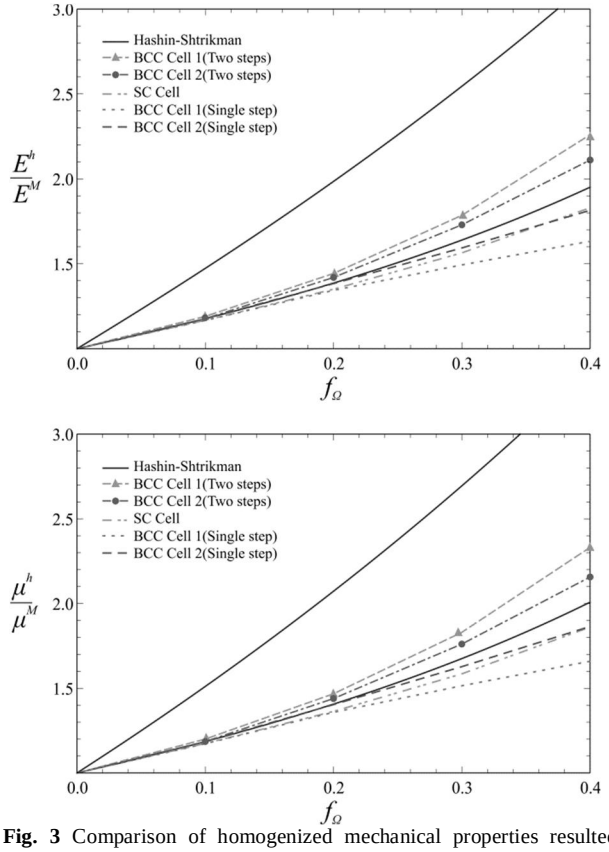

Fig. 3 Comparison of homogenized mechanical properties resulted from different periodic cells

شکل 3 مقایسه خواص مکانیکی همگن شده منتج از سلول‌های متناوب مختلف

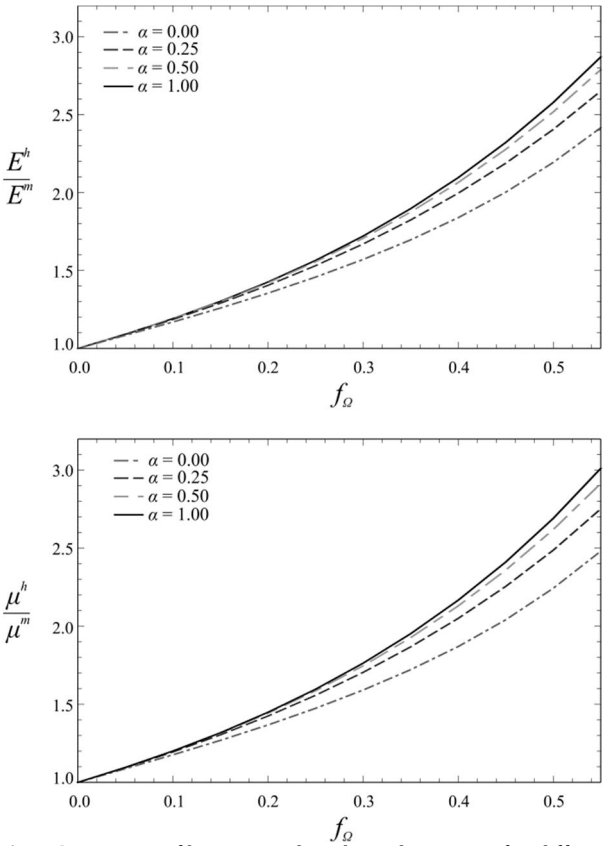

Fig. 4 Comparison of homogenized mechanical properties for different accumulative distribution of particles

شکل 4 مقایسه خواص مکانیکی همگن شده برای انواع مختلف توزیع تجمعی ذرات

$$f_{\Omega(\mathrm{i})} = \frac{f_\Omega(\ell_\mathrm{i}^\alpha - \ell_{\mathrm{i}-1}^\alpha)}{1 - f_\Omega(1 - \ell_{\mathrm{i}-1}^\alpha)} \tag{32}$$

که در رابطه فوق $(\ell_\mathrm{i} = a_\mathrm{i}/a_n)$ و α توان تابع توزیع تجمعی است. نتایج حاصل از توزیع ذرات با توان‌های متفاوت در شکل 4 نشان داده شده است. با بررسی این نمودار مشخص می‌گردد که نحوه توزیع حجمی ذرات مسلح‌کننده نیز بر خواص مکانیکی ماده مرکب تاثیرگذار می‌باشد.

نتایج حاصل از این بخش بیانگر آن است که نسبت حجمی و ابعاد هر یک از ذرات مسلح‌کننده بر خواص مکانیکی ماده تاثیرگذاری هستند. از این‌رو در تحلیل خواص الاستیک معادل یک ماده ناهمگن علاوه بر نسبت حجمی، نحوه توزیع و همچنین ابعاد ذرات مسلح‌کننده موجود نیز درنظر گرفته شوند.

در ادامه در بخش بعد نتایج حاصل از روش ارایه شده با نتایج حاصل از آزمایش برروی مواد کامپوزیت دانه‌ای با توزیع پیوسته و گسسته مورد مقایسه و بررسی قرار خواهد گرفت.

5- مقایسه نتایج حاصل از روش همگن‌سازی با نتایج آزمایشگاهی

در این قسمت نتایج حاصل از این تئوری با چند نمونه از نتایج آزمایشگاهی بر روی مواد کامپوزیت با ماتریس‌ها و ذرات مسلح کننده مختلف مورد بررسی و مقایسه قرار خواهد گرفت. نتایج آزمایشگاهی انتخاب شده در این بخش برای آزمودن تاثیر نحوه مختلف توزیع ذرات در داخل ریزساختار انتخاب شده‌اند. مراجع انتخابی و مشخصات اجزای مواد تشکیل دهنده ماده کامپوزیت در جدول 1 نشان داده شده است.

اولین مجموعه از آزمایش‌ها در مرجع [28] بر روی ماده کامپوزیت با جنس ماتریس PMMA و ذرات پوشش‌دار با هسته لاستیکی[1] انجام شده است. در این آزمایش ذرات لاستیکی به ماده کامپوزیت اضافه شده‌اند تا طاقت شکست ماده کامپوزیت حاصل را افزایش دهند از این‌رو از موادی با سختی کمتر نسبت به ماتریس برای این منظور استفاده شده است. ذرات به کار رفته دارای ابعاد یکسان می‌باشند و یک نمونه نیز با استفاده از دو نوع از اندازه ذرات ساخته شده است. برای شبیه‌سازی نمونه‌های با سایز یکسان ذرات از نتایج سلول واحد شماره 1 و برای نمونه با دو اندازه مختلف ذرات از نتایج سلول واحد 2 (همگن‌سازی دو مرحله‌ای) استفاده شده است. مقایسه نتایج حاصل شده با نتایج آزمایشگاهی در شکل 5 نشان داده شده است. همان‌گونه که در شکل قابل ملاحظه است، نتایج حاصل از سلول واحد

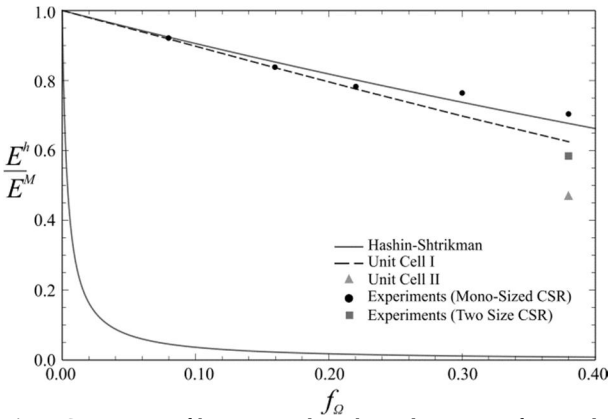

Fig. 5 Comparison of homogenized mechanical properties from multi-step method with experimental data adapted from [28]

شکل 5 مقایسه خواص مکانیکی همگن شده با روش همگن‌سازی چند مرحله‌ای با نتایج آزمایشگاهی اقتباس شده از [28]

[1] Core-Shell Rubber

[Downloaded from mme.modares.ac.ir on 2024-04-19]
[DOR: 20.1001.1.10275940.1395.16.3.39.6]

جدول 1 مشخصات مکانیکی اجزای تشکیل دهنده ماده کامپوزیت در تست‌های آزمایشگاهی

Table 1 Mechanical properties of constituent materials in experimental tests

مرجع	مدول یانگ ماتریس (GPa)	ضریب پواسون ماتریس	مدول یانگ فاز مسلح کننده (GPa)	ضریب پواسون فاز مسلح کننده	مدول یانگ پوشش (GPa)	ضریب پواسون پوشش
[28]	3.29	0.36	0.003	0.4998	-	-
[29]	1.075	0.35	88.9	0.2599	-	-
[30]	32.11	0.228	205.8	0.33	-	-
[30]	28.46	0.228	205.8	0.33	-	-
[30]	23.83	0.208	205.8	0.33	-	-
[31]	15	0.25	70	0.15	7.5	0.3

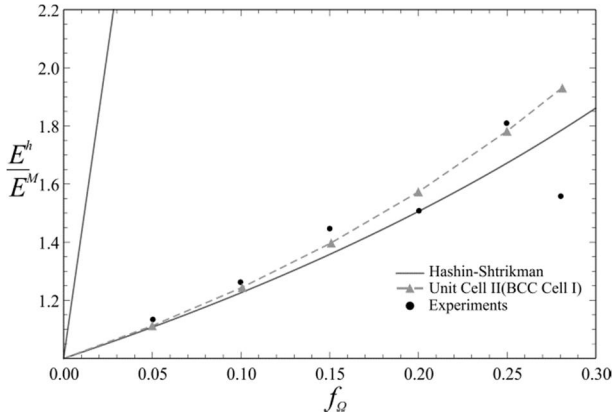

Fig. 6 Comparison of homogenized mechanical properties from multi-step method with experimental data adapted from [29]

شکل 6 مقایسه خواص مکانیکی همگن شده با روش همگن‌سازی چند مرحله‌ای با نتایج آزمایشگاهی اقتباس شده از [29]

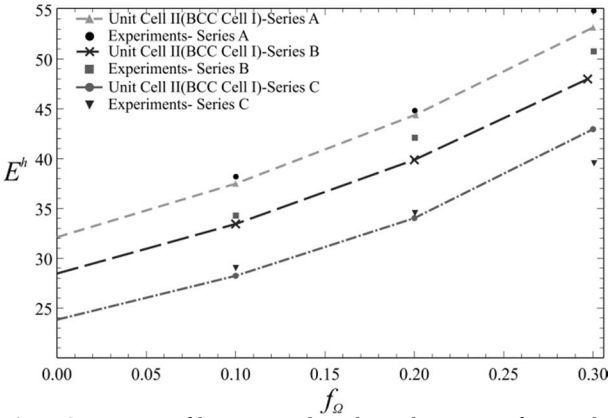

Fig. 7 Comparison of homogenized mechanical properties from multi-step method with experimental data adapted from [30]

شکل 7 مقایسه خواص مکانیکی همگن شده با روش همگن‌سازی چند مرحله‌ای با نتایج آزمایشگاهی اقتباس شده از [30]

شماره 1 در درصدهای حجمی مختلف از ذرات تطابق خوبی با نتایج آزمایشگاهی مشاهده شده دارد به‌نحوی که متوسط میزان خطای نتایج حاصل از مدل ارایه شده و نتایج آزمایشگاهی برابر با 4.12% برای حالت ذرات با ابعاد یکسان است. تفاوت نتایج حاصل با نتایج آزمایشگاهی در درصدهای حجمی بالاتر بیشتر می‌شود، یکی از دلایل این امر افزایش احتمال تجمع ذرات در یک نقطه و تشکیل خوشه‌های ذرات باشد که این امر در باعث باعث پراکندگی نتایج آزمایشگاهی و تفاوت آن با نتایج مدل شده است.

سری بعدی نتایج آزمایشگاهی از نتایج برگرفته از مطالعات [29] بر روی ماده کامپوزیت با ماتریس Nylon-6 و ذرات تقویت کننده کربنات کلسیم انتخاب شده است. برای مقایسه نتایج حاصل از این تحقیق با نتایج حاصل از مدل ارایه شده از یک فرایند همگن‌سازی دو مرحله‌ای استفاده شده است. نتایج حاصل در شکل 6 ارایه شده است که نشان دهنده تطابق مناسب نتایج حاصل از روش ارایه شده با نتایج آزمایشگاهی است. متوسط میزان خطای نتایج حاصل از روش ارایه شده با نتایج آزمایشگاهی در این مورد برابر با 6.05% است در صورت حذف داده مربوط به نسبت حجمی 28% که همان‌گونه که در شکل مشخص است تفاوت بسیار زیادی با روند کلی اطلاعات آزمایشگاهی دارد میزان متوسط خطا برابر با 2.57% خواهد شد. همان گونه که در شکل قابل ملاحظه است با درنظر گرفتن اثر برهم کنش ذرات با استفاده از سلول واحد (BCC cell 2) در نسبت‌های حجمی پایین ذرات فاز مسلح‌کننده تفاوت بین حد پایین هاشین-اشتریکمان با نتایج حاصل از روش ارایه شده بسیار اندک است اما با افزایش نسبت حجمی ذرات به نحوی که در نمودار قابل ملاحظه است فاصله نتایج پیش‌بینی شده توسط روش شبیه‌سازی دو مرحله‌ای با حد پایین هاشین-اشتریکمان افزایش می‌یابد.

در ادامه، تحقیقات صورت گرفته بر روی بتن تولید شده با ذرات کروی فولادی به‌عنوان سنگدانه مورد بررسی قرار گرفته است. نتایج حاصل از آزمایشات گزارش شده در [30] با نتایج حاصل از یک همگن‌سازی دو مرحله‌ای (BCC cell 2) مورد مقایسه قرار گرفته است. در تحقیق آزمایشگاهی انجام شده سه ملات سیمانی با نسبت‌های مختلف آب به سیمان و با نسبت‌های حجمی مختلف سنگدانه‌های فولادی مورد آزمایش قرار گرفته است. نتایج حاصل از این مقایسه برای سه نمونه ملات و نسبت‌های مختلف حجمی ذرات تقویت‌کننده در شکل 7 آورده شده است. در این شکل برای جلوگیری از تداخل نمودارها حدود هاشین-اشتریکمان برای آزمایش‌های مختلف نشان داده نشده است، اما با بررسی نتایج مشخص می‌گردد که مشابه با نتایج حاصل از مقایسه مدل با نتایج مرجع [29]، در نظر گرفتن اثرات برهم‌کنش بین ذرات با استفاده از نتایج حاصل از روش ارایه شده منجر به تطابق مناسب بین نتایج آزمایشگاهی و پیش‌بینی مدل شده است. بررسی نتایج بیانگر این امر است که برای سه مجموعه نتایج آزمایشگاهی ارایه شده در مرجع [29] متوسط خطای موجود بین نتایج آزمایشگاهی و نتایج حاصل از روش ارایه شده به ترتیب برابر با 2.30%، 4.13% و 4.40% است.

در پایان و در جهت بررسی نتایج مدل ارایه شده با نتایج حاصل از آزمایش بر روی کامپوزیت‌های با توزیع گسترده اندازه ذرات نتایج حاصل از روش شبیه‌سازی چند مرحله‌ای با نتایج آزمایش‌های ارایه شده توسط [31] مقایسه شده است. در این مجموعه از آزمایش‌ها چندین نمونه آزمایشگاهی بتنی با نسبت‌های حجمی مختلف ذرات تحت آزمایش‌های کشش و فشار قرار گرفته و مدول یانگ در این آزمایش‌ها تعیین شده است. با توجه به پیوسته بودن توزیع ذرات تقویت کننده و محدوده وسیع ابعاد آن‌ها (0.15-9.5

[Downloaded from mme.modares.ac.ir on 2024-04-19]

[DOR: 20.1001.1.10275940.1395.16.3.39.6]

میلی‌متر) از یک الگوریتم همگن‌سازی با تعداد مراحل زیاد (40 مرحله) برای تعیین خواص الاستیک بتن استفاده شده است. نکته حایز اهمیت در این فرایند درنظر گرفتن منحنی توزیع اندازه ذرات می‌باشد که در این مجموعه از آزمایش‌ها سنگدانه‌ها دارای منحنی آزمایشگاهی فولر [32] هستند. با توجه به این‌که بین ذرات و ماتریس سیمانی یک ناحیه انتقالی بین سطحی[1] وجود دارد خواص این ناحیه نیز در شبیه‌سازی درنظر گرفته شده است. ناحیه انتقالی بین سطحی به عنوان پوشش سنگدانه‌ها در بتن درنظر گرفته شده و خواص الاستیک معادل سنگدانه و ناحیه انتقالی سطحی با استفاده از حدود هاشین-اشتریکمان در هر مرحله تعیین شده است. بایستی به این نکته توجه نمود که برای ضخامت مشخصی از ناحیه انتقالی بین‌سطحی بسته به اندازه سنگدانه خواص الاستیک معادل آن متفاوت خواهد بود که این امر منجر به تاثیر اندازه بر خواص الاستیک معادل خواهد شد. نتایج حاصل از روش پیشنهادی برای دو ضخامت متفاوت ناحیه انتقالی بین سطحی (50 و 70 میکرومتر) در شکل 8 ارایه شده است که نشانگر تطابق مناسب نتایج حاصل از روش همگن‌سازی چند مرحله‌ای با نتایج آزمایشگاهی برای بتن که ماده‌ای بسیار ناهمگن است دارد. مجموع نتایج بدست آمده از مقایسه نتایج آزمایشگاهی متعدد و نتایج حاصل از روش همگن‌سازی چند مرحله‌ای حاکی ار قابلیت این روش برای تخمین خواص الاستیک مواد کامپوزیت تقویت شده با ذرات مسلح‌کننده دانه‌ای می‌باشد. مقایسه نتایج حاصل از این روش برای حالت حد پایین با ضخامت ناحیه انتقالی بین لایه‌ای (50 میکرومتر) با میانگین نتایج آزمایش‌های کشش و فشار بیانگر تفاوت 7.15% است که خطای بسیار پایینی بین نتایج آزمایشگاهی و نتایج روش حاضر را نشان می‌دهد.

6- جمع‌بندی و نتیجه‌گیری

در این تحقیق روشی مبتنی بر میکرومکانیک جهت تعیین خواص مکانیکی مواد کامپوزیت دانه‌ای ارایه شده است. برای فرموله کردن این روش، مدل میکرومکانیکی مواد با ساختار متناوب و هندسه‌های متناوب در مقیاس‌های مختلف در نظر گرفته شده است. در این روش علاوه درنظر گرفتن ذرات مسلح کننده با ابعاد مختلف و تاثیر آن‌ها بر رفتار کلی ماده مرکب، تاثیرات برهم کنش ذرات با یکدیگر نیز در نظر گرفته شده است. با استفاده از این روش ویژگی‌های مکانیکی معادل مواد کامپوزیت دانه‌ای با توزیع مختلف

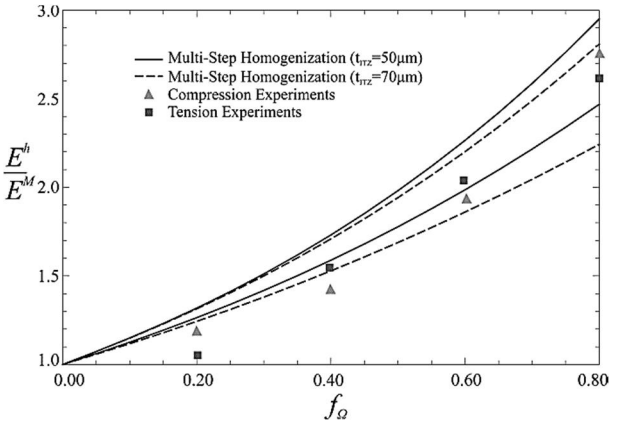

Fig. 8 Comparison of homogenized mechanical properties from multi-step method with experimental data adapted from [31]

شکل 8 مقایسه خواص مکانیکی همگن شده با روش همگن‌سازی چند مرحله‌ای با نتایج آزمایشگاهی اقتباس شده از [31]

[1] Interfacial Transition Zone (ITZ)

حجمی ذرات در مقیاس‌های مختلف تعیین می‌گردند. با استفاده از نتایج تحقیق پیش‌رو تاثیر توزیع اندازه ذرات بر خواص مکانیکی کامپوزیت‌های دانه‌ای قابل بررسی است. مقایسه نتایج حاصل از مدل ارائه شده با نتایج آزمایشگاهی متعدد بر روی مواد کامپوزیت مختلف بیانگر این امر است که این مدل قابلیت بسیار مناسبی در مدل‌سازی رفتار مواد کامپوزیت دانه‌ای دارد.

7- مراجع

[1] J. D. Eshelby, The determination of the elastic field of an elipsoidal inclusion, and related problems. *Proceedings of the Royal Society of London A: Mathematical, Physical and Engineering Sciences.* Vol. 241, pp. 376-396, 1957.
[2] J. D. Eshelby, The elastic field outside an ellipsoidal inclusion. *Proceedings of the Royal Society of London. Series A. Mathematical and Physical Sciences*, Vol. 252, No. 1271, pp. 561-569, 1959.
[3] J. D. Eshelby, Elastic inclusions and inhomogeneities. *Progress in Solid Mechanics*, Vol. 2, No. 1, pp. 89-140, 1961.
[4] T. Mura, Periodic distributions of dislocations. *Proceedings of the Royal Society of London. Series A. Mathematical and Physical Sciences*, Vol. 280, No. 1383, 528-544, 1964.
[5] T. Mura, *Micromechanics of Defects in Solids*, pp. 1-37, Dordrecht: Martinus Nijhoff, 1987.
[6] S. Nemat-Nasser, M. Taya, On effective moduli of an elastic body containing periodically distributed voids. *Quarterly of Applied Mathematics*, Vol. 39, pp. 43-59, 1981.
[7] S. Nemat-Nasser, T. Iwakuma, M. Hejazi, On composites with periodic structure. *Mechanics of Materials*, Vol. 1, No. 3, pp. 239-267, 1982.
[8] S. Nemat-Nasser, N. Yu, M. Hori, Bounds and estimates of overall moduli of composites with periodic microstructure. *Mechanics of Materials*, Vol. 15, No. 3, pp. 163-181, 1993.
[9] Nemat-Nasser S, Hori M. Micromechanics: overall properties of heterogeneous materials. Elsevier, Amsterdam, pp. 430-473, 2013.
[10] H. M. Shodja, F. Roumi, Overall behavior of composites with periodic multi-inhomogeneities. *Mechanics of Materials*,Vol. 37, No. 2, pp. 343-353, 2005.
[11] H. M. Shodja, F. Roumi, Effective moduli of coated particulate composites with BCC structure at high concentration. *Journal of Engineering Mechanics*, Vol. 132, No.8, pp. 882-888, 2006.
[12] H. M. Shodja, E. Rashidinejad, Interacting functionally graded quantum wires/quantum dots with arbitrary shapes and general anisotropy within a distinct piezoelectric matrix, *Journal of the Mechanical Behavior of Materials*, Vol. 23, No. 1-2, pp. 1-14, 2014.
[13] E. Rashidinejad, H. Mohammadi Shoja, Analytical solutions for electro-elastic fields of periodic quantum nanostructures within transversely isotropic piezoelectric media: studying the geometry effects, *Modares Mechanical Engineering*, Vol. 15, No. 12, pp. 46-54, 2015 (in Persian فارسی).
[14] J. Aboudi, A continuum theory for fiber-reinforced elastoviscoplastic compoites. *International Journal of Engineering Science*, Vol. 20, No.5, pp. 605–621, 1982.
[15] Z. Hashin, Analysis of composite materials: a survey. *ASME Journal of Applied Mechanics*, Vol. 50, No.3, pp. 481–505, 1983.
[16] S. Torquato, *Random heterogeneous materials: microstructure and macroscopic properties*. Springer, New York, pp. 357-383, 2002.
[17] T.I. Zohdi, Homogenization methods and multiscale modeling. In: Encyclopedia of computational mechanics. Solids and structures, Vol 2. Wiley, New York, pp. 357-383, 2004.
[18] P. Kanouté, D. P. Boso, J. L. Chaboche, B. A. Schrefler, Multiscale methods for composites: a review. *Archives of Computational Methods in Engineering*, Vol. 16, No. 2, pp. 31-75, 2009.
[19] V. E. Saouma, C. C. Barton, Fractals, fracture, and size effect in concrete, *Engineering Fracture mechanics*, Vol. 120, No. 4, pp. 835-854, 1994.
[20] V. E. Saouma, C. C. Barton, N. A. Ganaledin, Fractal characterization of fracture surfaces in concrete, *Engineering Fracture Mechanics*, Vol. 35, pp. 47-53, 1990.
[21] A. Carpinteri, B. Chiaia, S. Invernizzi, Three-dimensional fractal analysis of concrete fracture at the meso-level, *Theoretical and Applied Fracture Mechanics* Vol. 31, pp. 163-172, 1991.
[22] B. B. Mandelbrot, *The fractal geometry of nature*, Macmillan, New York, pp. 1-20, 1983.
[23] H. Khezrzadeh, Overall Properties of Particulate Composites with Fractal Distribution of Fibers, *Mechanics of Materials*, Vol. 96, pp. 1-11, 2016.
[24] J. Ju, L. Sun, A novel formulation for the exterior-point eshelby's tensor of an ellipsoidal inclusion. *Journal of Applied Mechanics*, Vol. 66, No.2, pp. 570-574, 1999.
[25] Z. Hashin, S. Shtrikman, Note on a variational approach to the theory of composite elastic materials. *Journal of the Franklin Institute*, Vol. 271, No. 4, pp. 336-341, 1961.
[26] Z. Hashin, S. Shtrikman, A variational approach to the theory of the elastic behaviour of polycrystals. *Journal of the Mechanics and Physics of Solids*, Vol. 10, No. 4, pp. 343-352, 1962.

[Downloaded from mme.modares.ac.ir on 2024-04-19]
[DOR: 20.1001.1.10275940.1395.16.3.39.6]

[27] Z. Hashin, S. Shtrikman, A variational approach to the theory of the elastic behaviour of multiphase materials. *Journal of the Mechanics and Physics of Solids*, Vol. 11, No. 2, pp. 127-140, 1963.
[28] D. Quan, A. Ivankovic, Effect of core-shell rubber (csr) nanoparticles on mechanical properties and fracture toughness of an epoxy polymer, *Polymer*, Vol. 66, pp. 16-28, 2015.
[29] M. W. L. Wilbrink, A. S. Argon, R. E. Cohen, M. Weinberg, Toughenability of Nylon-6 with $CaCO_3$ filler particles: new findings and general principles. *Polymer*, Vol. 42, No. 26, pp. 10155-10180, 2001.
[30] C. C. Yang, R. Huang, W. Yeih, I. C. Sue, Aggregate effect on elastic moduli of cement-based composite materials. *Journal of Marine Science and Technology*, Vol. 3, No. 1, pp. 5-10, 1995.
[31] G. Li, Y. Zhao, S. –S. Pang, Four-phase sphere modeling of effective bulk modulus of concrete. *Cement and Concrete Research*, Vol. 29, No. 6, pp. 839-845, 1999.
[32] W. B. Fuller, S. E. Thompson, The laws of proportioning concrete, *Transactions of the American Society of Civil Engineers*, Vol. 59, No. 2, pp. 67-143, 1907.

[Downloaded from mme.modares.ac.ir on 2024-04-19]

[DOR: 20.1001.1.10275940.1395.16.3.39.6]