



## بررسی نتایج مدل سازی چندشعاعی با مدل تک شعاعی در جریان بخار آب چگالشی در نازل همگرا-واگرای مافوق صوت

محمد علی فقیه علی آبادی<sup>1</sup>، محمد رضا مه پیکر<sup>2\*</sup>

1- دانشجوی کارشناسی ارشد، تبدیل انرژی، دانشگاه فردوسی مشهد، مشهد

2- استاد، مهندسی مکانیک، دانشگاه فردوسی مشهد، مشهد

\* صندوق پستی 917751111، mahpeymr@um.ac.ir

### اطلاعات مقاله

مقاله پژوهشی کامل

دریافت: 17 آذر 1395

پذیرش: 11 بهمن 1395

ارائه در سایت: 09 اسفند 1395

کلید واژگان:

چند شعاعی

تک شعاعی

جوانه زایی

رشد قطره

گروه قطره

### چکیده

بخار آب در توربین های کم فشار به علت مافوق سرد شدن باعث پدیده جوانه زایی می شود. در اکثر این مدل سازی ها برای محاسبه شعاع قطرات از مدل تک شعاعی برای کاهش محاسبات استفاده می شود. شواهد آزمایشگاهی در مورد جریان های چگالشی حتی یک بعدی وجود اندازه چندگانه شعاع قطرات را اثبات می نماید. در این مقاله برای واقعی تر شدن مدل رشد قطرات از روش چندشعاعی با استفاده از معادله جوانه زایی کلاسیک اصلاح شده و روش یک بعدی با حل تقریبی HLL برای مسئله ریمان استفاده می شود. بدین منظور برای محاسبه روش چندشعاعی رشد قطرات، برای اولین بار مدل ساده ای در روش اولی-اولی ارائه می گردد. در این روش ابتدا تعدادی حجم کنترل در منطقه جوانه زایی لحاظ شده که قطراتی که در هریک از این حجم کنترل ها تولید می شوند را در گروهی قرار می دهد و سپس قطرات جدیدی که در سایر حجم کنترل های بعدی تولید می گردد را با استفاده از نسبت تعداد قطرات در هریک از گروه های موجود جهت ادغام قطرات جدید با این گروه ها و همچنین جهت ثابت ماندن تعداد گروه ها، توزیع می کند. این گروه ها به صورت جداگانه تا انتهای نازل رشد می کنند و هر کدام از این گروه ها دارای رطوبت، دما، تعداد قطرات و شعاع خود می باشند. بر طبق نتایج در مدل چندشعاعی پیشنهادی مقدار جوانه زایی و تعداد قطرات بیشتر از مدل تک شعاعی است ولی مقدار شعاع متوسط قطرات کمتر از مدل تک شعاعی و به شعاع تجربی نازل مور با تفاوت 10 درصدی بسیار نزدیک تر است. هردو مدل از نظر توزیع فشار تطابق خوبی با نقاط تجربی دارد ولی در مجموع مدل سازی به روش چندشعاعی پیشنهادی به ویژه از نظر نزدیک تر شدن شعاع قطرات به نتیجه آزمایشگاهی به مراتب دقیق تر است.

## Comparison between polydispersed and monodispersed models on condensing water-vapor flow in a supersonic convergent-divergent nozzle

Mohammad Ali Faghih Aliabadi, Mohammad Reza Mahpeykar\*

Department of Mechanical Engineering, Ferdowsi University of Mashhad, Mashhad, Iran

\* P.O.B. 917751111 Mashhad, Iran mahpeymr@um.ac.ir

### ARTICLE INFORMATION

Original Research Paper  
Received 07 December 2016  
Accepted 30 January 2017  
Available Online 27 February 2017

**Keywords:**  
Polydispersed  
Monodispersed  
Nucleation  
Droplet growth  
Droplet group

### ABSTRACT

The supercooled steam in low pressure turbines creates the nucleation phenomenon. In most modeling approaches, to reduce the computation time a monodispersed model is used. However, experimental evidence even on one dimensional condensing flow demonstrates the existence of droplets with several sizes. In this paper to make the modeling more realistic, a polydispersed model is used along with the one dimensional HLL Riemann solver. In this study, a simple method is proposed for polydispersed model in Eulerian-Eulerian method. In this scheme, first, a number of elements are considered in the nucleation region and the droplets formed in each of the elements are put into a group. Then the new droplets formed in consecutive elements are distributed based on the ratio between the number of droplets in each group available for merging constrained by having the same number of groups. These groups grow individually until the end of the nozzle and each group has their own wetness, temperature, number of droplets and radius. Based on the results of the proposed polydispersed, the nucleation rate and the number of droplets are found to be more than the results of the monodispersed model, but the average droplet radius is less, with 10% difference closer to the empirical radius of the Moore nozzle. The pressure distributions for both models have good agreement with experimental data, but overall, the results of the proposed polydispersed method are significantly closer to experimental results, especially with regard to the droplet radius.

### 1- مقدمه

فازی بخار-مایع در آن ها می شود. ظهور این قطرات و حرارت نهان آزاد شده توسط آن ها در داخل جریان بخار مافوق صوت باعث ایجاد ضربه چگالش در جریان شده و اثرات قابل ملاحظه ای روی متغیرهای جریان از قبیل توزیع

انبساط مداوم بخار تا زیر شرایط اشباع در بسیاری از توربین های مولد قدرت که با بخار کار می کنند، باعث جدا شدن رطوبت از بخار و ایجاد جریان دو

Please cite this article using:

M. A. Faghih Aliabadi, M. R. Mahpeykar, Comparison between polydispersed and monodispersed models on condensing water-vapor flow in a supersonic convergent-divergent nozzle, *Modares Mechanical Engineering*, Vol. 17, No. 3, pp. 19-30, 2017 (in Persian)

برای ارجاع به این مقاله از عبارت ذیل استفاده نمایید:

را اثبات نموده و اندازه‌گیری‌های نوری آشکار ساخته که توزیع شعاع بسیار گسترده است و در توربین، قطرات الزاما دارای یک شعاع نیستند [15]. والتز در قسمت کم فشار یک توربین بخار 500 مگاواتی شعاع قطرات آب را اندازه گرفت و نتایج اندازه‌گیری خود را در شکل 1 منتشر کرد [16] و این واقعیت را نشان داد که محاسبات رایج بخار مرطوب غیر تعادلی قادر به پیش‌بینی این نوع از توزیع اندازه قطرات نیست. جکسون و دیویدسون پیشنهاد کردند قطراتی که در منطقه جوانه‌زایی در هر یک از حجم کنترل‌ها به وجود می‌آیند، با هم ترکیب نشوند و به صورت جداگانه رشد کنند [17]. یانگ [16] و وایت و یانگ [18] مدل چندشعاعی را در روش لاگرانژی-اویلری به صورت دو بعدی در نازل و پره‌های توربین به کار بردند. وایت مدل‌های مختلف چند-شعاعی را بر شمرد و این مدل‌ها را با هم مقایسه کرد [15]. هالاما در نظر گرفتن رشد جداگانه قطراتی که در هر حجم کنترل از منطقه جوانه‌زایی و در دیدگاه اویلری-اویلری تولید می‌شوند را کاری بسیار دشوار می‌داند [19]. گریب و موسوی [20]، هالاما [21] و روبلسکی و دیکاس [22] با استفاده از روش مومن‌ت به بررسی مدل چندشعاعی پرداختند.

تا به حال مطالعات زیادی بر روی روش‌های عددی، مدل تک سیالی و دو سیالی، معادلات جوانه‌زایی، رشد قطره و خواص صورت گرفته است اما در مورد نحوه شکل‌گیری، ادغام و شکست گروه‌های قطره در ناحیه جوانه‌زایی مطالعه جامعی صورت نگرفته است. در مدل تک‌شعاعی، فرض ادغام تمامی قطرات با یکدیگر و رشد آن‌ها هر چند سبب ساده تر شدن حل می‌شود ولی از نظر فیزیکی فرض درستی به حساب نمی‌آید. در مطالعه پیش‌رو، در جهت واقعی‌تر کردن شکل‌گیری قطرات مایع در منطقه جوانه‌زایی، از مدل چند-شعاعی استفاده شده است. در این روش استفاده شده برای مدل چندشعاعی ابتدا تعدادی گروه در نظر گرفته سپس به تعداد گروه‌های قطره حجم کنترل در منطقه جوانه‌زایی در نظر گرفته می‌شود. قطراتی که در هر یک از این حجم کنترل‌ها تولید می‌شود در هر یک از این گروه‌ها قرار می‌گیرد. سپس قطراتی که در سایر حجم کنترل‌های منطقه جوانه‌زایی تولید می‌شود با نسبت تعداد قطرات در هر یک از این گروه‌ها توزیع و یا ادغام می‌شوند، با این هدف که تعداد گروه‌های قطرات با شعاع‌های متفاوت در تعدادی منطقی باقی بماند و حجم محاسبات در حد ممکن افزایش یابد. لازم به ذکر است که چون هدف در تحقیقات آینده استفاده از این مدل در جریان‌های چگالشی دوبعدی می‌باشد و از روش تکرار نیز معمولاً استفاده می‌شود تعداد گروه‌ها نمی‌توانند زیاد باشند. تعداد گروه‌های قطرات براساس تجربه در هندسه‌های مختلف توسط

فشار، درجه حرارت، سرعت، دانسیته و غیره می‌گذارد. این موضوع علاوه بر ایجاد افت‌های ترمودینامیکی و اثرودینامیکی در جریان، باعث فرسایش پره-های توربین و خسارت‌های مکانیکی می‌شود. با توجه به اهمیت توربین‌های بخار کم فشار در نیروگاه‌های بخاری، طراحی دقیق‌تر این توربین‌ها می‌تواند باعث افزایش راندمان شود.

معادله جوانه‌زایی یکی از معادلات مهم مورد نیاز برای مدل‌سازی جریان دوفازی است. این معادله در هر گام محاسباتی تعداد قطرات تازه شکل گرفته با شعاع بحرانی مربوط به همان شرایط را محاسبه می‌کند و در نتیجه تعیین کننده تعداد قطرات تولیدی می‌باشد. جوانه‌زایی پس از انبساط جریان و قطع کردن خط اشباع ابتدا با میزان بسیار کم شروع می‌شود. پس از ورود به منطقه اشباع به علت انبساط سریع دمای سیال از دمای اشباع آن کمتر و فشار سیال از فشار اشباع آن بیشتر شده و جریان فوق اشباع می‌گردد. در این شرایط با ادامه انبساط جریان و افزایش میزان درجه فوق سردی جوانه‌زایی بیشتر می‌شود. ولی در کل بخار می‌تواند هنوز تک‌فاز فرض شود ولی هنگامی که میزان درجه فوق سردی به حد قابل توجهی برسد قطرات با شعاع بحرانی به تعداد قابل توجهی تشکیل می‌شود و چگالش به مقدار موثر جهت دوفازی شدن جریان رخ می‌دهد. چگالش روی سطح قطرات موجود سبب رشد آن‌ها شده و همزمان قطرات جدیدی نیز شکل می‌گیرد تا سیستم به تعادل ترمودینامیکی باز گردد. پس از آن با کاهش چشمگیر میزان درجه فوق سردی دیگر قطرات جدیدی تولید نمی‌شود و قطرات قبلی رشد می‌نمایند. در جریان چگالشی بخار، قطرات با یکدیگر برخورد داشته و برخورد قطرات ممکن است به ادغام یا شکست آن‌ها بیانجامد. این موضوع موجب پیچیده‌تر شدن مدل‌سازی این نوع جریان‌ها می‌شود [1].

از آنجا که نتایج حاصل از تئوری در منطقه جوانه‌زایی با نتایج تجربی موجود همواره مطابقت چندان خوبی ندارد، محققین مختلف سعی می‌کنند با اعمال تصحیحات لازم به معادله جوانه‌زایی و رشد قطره و نزدیک کردن شرایط به حالت واقعی، نتایج حاصل را تصحیح کنند. به این منظور در چند دهه گذشته تلاش‌های زیادی جهت توصیف کیفی و کمی تشکیل و حرکت قطرات اب داخل جریان بخار انجام شده و نتایج ارزشمندی به دست آمده است. در بیشتر تحقیقات انجام شده در جریان دوفازی بخار-مایع تاکنون از مدل تک‌شعاعی استفاده شده است و یک اندازه برای شعاع در هر قسمت نازل یا پره‌های توربین گزارش شده است. از آنجا که این مدل حجم محاسبات بسیار کمتری نسبت به مدل چندشعاعی دارد، مورد علاقه پژوهشگران قرار گرفت و مطالعات متعددی بر روی آن صورت گرفت.

مدل‌های عددی متنوعی برای حل جریان بخار تر با استفاده از مدل تک-شعاعی به کار برده شده است. مدل لاگرانژی-اویلری یک بعدی توسط محققانی نظیر مه‌پیکر و همکاران [2]، امیری‌راد و همکاران [3] و لکزبان و همکاران [4] استفاده شد. روش لاگرانژی-اویلری تایم مارچینگ دو بعدی توسط باختر و توچایی [5] و تیمورتاش و مه‌پیکر [6] و روش لاگرانژی-اویلری سه بعدی توسط کرمانی و گریب [7] بر جریان بخار تر اعمال گشته است. مدل اویلری-اویلری به شکل یک بعدی توسط حمیدی و کرمانی [8]، در قالب طرح دو بعدی توسط نوری رحیم آبادی و کوهی‌کمالی [9]، باقری و همکاران [10]، گریب و کرمانی [11] و هالاما و همکاران [12] و به شکل سه بعدی توسط دیکاس و روبلسکی [13] و نوری رحیم آبادی و احمدپور [14] استفاده شده است.

شواهد آزمایشگاهی در مورد توربین‌های بخار وجود اندازه چندگانه شعاع

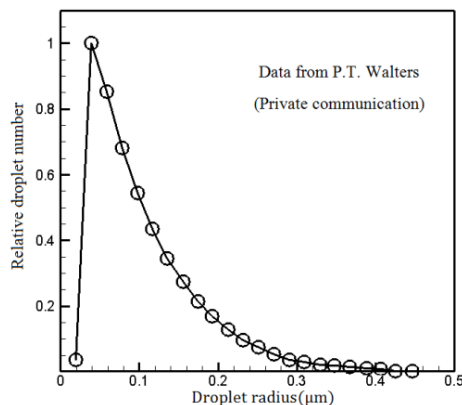


Fig. 1 Droplet size distribution measured at inlet to last stage of a 500 MW steam turbine [16]

شکل 1 توزیع اندازه قطرات در قسمت آخر توربین بخار 500 مگاواتی [16]

$$E_t = H_t - \frac{P}{\rho} + \frac{1}{2}u^2 \quad (8)$$

$A$  سطح مقطع نازل،  $\rho$  چگالی مخلوط،  $u$  سرعت مخلوط،  $n$  تعداد قطرات،  $E_t$  و  $H_t$  به ترتیب انرژی داخلی کل و انتالپی کل به ازای واحد جرم هستند. برای به دست آوردن دمای بخار، ابتدا یک مقدار برای دمای بخار حدس زده می‌شود. با استفاده از معادله حالت فشار بدست می‌آید. از این مقادیر فشار و دمای بخار برای محاسبه انتالپی بخار استفاده می‌شود. اگر این مقدار با انتالپی بخار معادله (9) مساوی نباشد، مقدار دمای بخار به روش نیوتن رافسون اصلاح می‌گردد.

$$E_t - h_v(p, T_v)(1 - \gamma) - h_l(p, T_l)\gamma + \frac{P}{\rho} - \frac{1}{2}u^2 = 0 \quad (9)$$

دمای قطره با استفاده از تقریب گرمایی که مورد استفاده محققین زیادی می‌باشد به دست می‌آید [2].

$$T_l = T_s(P) - (T_s(P) - T_v) \frac{r^*}{r} \quad (10)$$

$T$  دما،  $r$  شعاع قطره و  $r^*$  شعاع بحرانی است. زیرنویس  $S$  به حالت اشباع اشاره می‌کند.

### 2-2- مدل چندشعاعی

در مدل چندشعاعی معادلات حاکم بر قطره برای هر یک از گروه‌ها جداگانه حل می‌شود و گروه‌ها بدون آنکه کنش و واکنشی با یکدیگر داشته باشند تا انتهای نازل رشد می‌کنند. رطوبت کل برابر است با مجموع رطوبت تمام گروه‌ها و از رابطه (11) به دست می‌آید.

$$y(I) = \sum y_i(I) \quad (11)$$

برای هر گروه از قطرات معادله رطوبت به صورت جداگانه با رابطه (12) حل می‌شود.

$$\frac{\partial(\rho y_i)}{\partial t} + \frac{1}{A} \frac{\partial(\rho u y_i)}{\partial x} = \Gamma_{1i} + \Gamma_{2i} \quad (12)$$

زیر نویس  $i$  به شماره گروه قطرات اشاره می‌کند. دمای هر گروه از قطرات از تقریب گرمایی با رابطه (13) به دست می‌آید.

$$T_{li} = T_s(P) - (T_s(P) - T_v) \frac{r_i^*}{r_i} \quad (13)$$

شعاع هر گروه به روش حجمی با رابطه (14) محاسبه می‌شود.

$$r_i = \left( \frac{3y_i}{4\pi\rho_{li}n_i} \right)^{1/3} \quad (14)$$

$y_i$ ،  $n_i$ ،  $\rho_{li}$  و  $r_i$  به ترتیب رطوبت، تعداد قطرات، چگالی، شعاع و دمای قطره گروه  $i$  هستند.

### 3- توزیع و ادغام قطرات

#### 1-3- مدل تک‌شعاعی

مدل تک‌شعاعی با این فرض صورت می‌گیرد که تمامی قطرات تولید شده در منطقه جوانه‌زایی با هم ادغام می‌شوند و به صورت یک گروه در می‌آیند و تمامی قطرات دارای یک اندازه هستند. در این مدل روند تشکیل گروه‌های قطرات بدین صورت است که در گام اول ناحیه جوانه‌زایی، اولین گروه قطرات جوانه زده می‌شود. در گام دوم گروه دوم ایجاد می‌گردد و گروه اول رشد می‌کند. در گام سوم، گروه سوم تولید می‌شود و دو گروه قبلی با یکدیگر ادغام شده و به یک گروه تبدیل شده و رشد می‌نمایند و این روند تا پایان محدوده جوانه‌زایی ادامه می‌یابد و سر انجام یک گروه قطره باقی می‌ماند و رشد می‌کند [1].

نویسندگان مقاله به دست آمده و پیشنهاد در این مقاله شده است که می‌تواند این تعداد برای هندسه‌های کم فشار مناسب باشد. با پیشروی در منطقه جوانه‌زایی قطرات تولید شده در حجم کنترل‌ها افزایش می‌یابد. از آنجا که هر چه تعداد قطرات موجود در گروه‌ها بیشتر باشند می‌توانند قطرات بیشتری را در خود ادغام کنند، این نسبت به گونه‌ای در نظر گرفته شده که گروه‌هایی که قطرات بیشتری دارند، قطرات بیشتری در آن‌ها توزیع می‌شود. این نسبت بدین گونه است که پس از اتمام تشکیل گروه‌ها تعداد قطرات گروه تقسیم بر تعداد کل قطرات موجود می‌شود. در مدل چندشعاعی پیشنهادی هم چند شعاعی بودن جریان دو فازی یک بعدی تاکید شده و هم پدیده ادغام لحاظ شده است. ضمن اینکه حجم محاسبات منطقی افزایش پیدا کرده است. مدل چندشعاعی و تک‌شعاعی در دیدگاه اویلری-اویلری و به صورت یک بعدی که در آن حل تقریبی مسئله ریمان HLL<sup>1</sup> استفاده می‌گردد به کار رفته‌اند و با نتایج تجربی موجود در نازل مور مقایسه شده‌اند.

## 2- معادلات حاکم

### 1-2- مدل تک‌شعاعی

در این مقاله برای بررسی جریان دو فازی از دیدگاه تک سیالی استفاده می‌شود. در این دیدگاه فاز مایع و بخار را به صورت هم‌زمان محاسبه و معادلات حاکم برای ترکیب دو سیال قطره و بخار حل می‌شود و از سرعت لغزشی بین دو فاز به علت کوچکی قطر قطرات مایع و یا کوچک بودن نیروی درگ صرف نظر می‌شود [13]. روابط (1) تا (3) فاز مایع و بخار را بهم مرتبط می‌کند.

$$P = P_v = P_l \quad (1)$$

$$\frac{1}{\rho} = \frac{1 - \gamma}{\rho_v} + \frac{\gamma}{\rho_l} \quad (2)$$

$$h_t = (1 - \gamma)h_v + \gamma h_l \quad (3)$$

$P$  فشار،  $\rho$  چگالی،  $\gamma$  رطوبت و  $h$  انتالپی است. زیر نویس‌های  $v$  و  $l$  به ترتیب به فاز بخار و مایع اشاره می‌کند. معادله‌ی حاکم بر جریان شبه یک بعدی، گذرا، غیر لزج و قابل تراکم در نازل همگرا-واگرا با در نظر گرفتن معادلات پیوستگی، مومنتم، انرژی، رطوبت و تعداد قطرات و با صرف نظر از نیروهای وزنی در حالت کاملاً پایستار عبارت است از:

$$\frac{\partial Q}{\partial t} + \frac{\partial F}{\partial x} = W \quad (4)$$

$Q$  بردار پایستار،  $F$  بردار شار،  $W$  بردار چشمه،  $x$  و  $t$  مولفه‌های زمان و مکان هستند و از روابط (5) تا (8) بدست می‌آیند.

$$Q = A \begin{bmatrix} \rho \\ \rho u \\ \rho E_t \\ \rho y \\ \rho n \end{bmatrix} \quad (5)$$

$$F = A \begin{bmatrix} \rho u \\ \rho u^2 + P \\ \rho u H_t \\ \rho u y \\ \rho u n \end{bmatrix} \quad (6)$$

$$W = A \begin{bmatrix} 0 \\ -\frac{P}{A} \frac{dA}{dx} \\ 0 \\ \Gamma_1 + \Gamma_2 \\ \rho j \end{bmatrix} \quad (7)$$

<sup>1</sup> Harten-Lax-van Leer Riemann solver

### 3-2- مدل چندشعاعی

تاکنون سه روش در مدل چندشعاعی استفاده شده است. این سه روش در دیدگاه‌های لاگرانژی-ویلری و ویلری-ویلری به کار رفته است. روش اول که به آن روش لاگرانژی-ویلری گفته می‌شود قطرات تولید شده در هر یک از حجم‌کنترل‌های منطقه جوانه‌زایی را در گروه‌هایی در نظر می‌گیرد. در این روش به تعداد حجم‌کنترل‌های منطقه جوانه‌زایی گروه در نظر گرفته می‌شود و تعداد قطرات هر گروه ثابت باقی می‌ماند. معادلات حاکم بر قطره در دیدگاه لاگرانژی برای هر یک از گروه‌ها حل می‌شود و این گروه‌ها به صورت جداگانه تا انتهای نازل رشد می‌کنند. در روش دوم که در دیدگاه ویلری-ویلری به کار رفته است قطرات تولید شده در منطقه جوانه‌زایی در تعدادی بین تقسیم می‌شود. در این روش محدوده اندازه قطرات تولید شده به اندازه‌های ثابتی تقسیم می‌شود که به آن بین<sup>1</sup> گفته می‌شود. در هر بین ممکن است یک حجم‌کنترل یا چندین حجم‌کنترل از حجم‌کنترل‌های منطقه جوانه‌زایی در آن باشد. معادلات حاکم بر قطره برای هر بین حل می‌شود و هر بین به صورت جداگانه تا انتهای نازل رشد می‌کند. در روش سوم که در روش مومن<sup>2</sup> به کار رفته است از توابع خاصی برای رشد قطره و اندازه قطرات تولید شده استفاده می‌شود و معادلات قطره برای یک گروه قطره حل می‌شود [15].

در مدل چندشعاعی در دیدگاه ویلری-ویلری از انجائی استفاده از بین مشکل است در این مقاله تعدادی حجم‌کنترل از منطقه جوانه‌زایی را در نظر گرفته و قطراتی در هر یک از این حجم‌کنترل‌ها تولید می‌شود را در یک گروه قرار می‌دهد. سپس قطراتی که در سایر حجم‌کنترل‌ها تولید می‌شود را با نسبت تعداد قطرات در هر یک از گروه‌ها توزیع می‌کند. با توجه به اینکه با افزایش گروه‌های قطرات در مدل چندشعاعی باعث افزایش بالای حجم محاسبات می‌شود به ویژه برای زمانی که این مدل پیشنهادی در مدل‌سازی دوبعدی و سه‌بعدی جریان دوفازی بخار-مایع بخواهد استفاده شود و همچنین اضافه شدن بیش از حد گروه‌های قطرات غیر واقعی می‌باشد، لذا تا حدود نصف منطقه جوانه‌زایی گروه‌های قطرات با شعاع‌های مختلف تشکیل می‌شود و پس از آن تا انتهای جوانه‌زایی پدیده ادغام صورت می‌گیرد. لذا در مدل چند شعاعی پیشنهادی هم چند شعاعی بودن جریان دو فازی یک بعدی تاکید شده و هم پدیده ادغام لحاظ شده است. ضمن اینکه حجم محاسبات منطقی افزایش پیدا کرده است.

اگر به تعداد  $b$  گروه قطره باشد، قطراتی که در  $b$  حجم‌کنترل اول از منطقه جوانه‌زایی در هر یک از گروه‌ها جای می‌گیرد از رابطه (15) به دست می‌آید.

$$n_i = n(I) - n(I - 1) \quad (15)$$

با گذر از  $b$  حجم‌کنترل اول  $b$  گروه قطره تشکیل شده است. قطرات تولید شده در سایر حجم‌کنترل‌های منطقه جوانه‌زایی با نسبت (16) در هر یک از گروه‌ها توزیع می‌شود.

$$d_i = \frac{n_i}{\sum_{i=1}^b n_i} \quad (16)$$

$d_i$  نسبت توزیع قطرات در هر یک از گروه‌ها است. نسبت توزیع قطرات باید به گونه‌ای انتخاب شود که گروه‌هایی که قطرات بیشتری دارند بتوانند قطرات بیشتری را در خود ادغام کنند. تعداد قطرات هر یک از گروه‌ها برابر است با:

$$n_i(I) = n_i(I - 1) + d_i(n(I) - n(I - 1)) \quad (17)$$

تعداد قطرات کل برابر است با مجموع تعداد قطرات هر یک از گروه‌ها و از رابطه (18) محاسبه می‌شود.

<sup>1</sup> Bin

$$n(I) = \sum_{i=1}^b n_i(I) \quad (18)$$

### 4- معادله حالت و خواص

یکی از موضوعات چالش بر انگیز در بحث جریان دوفازی، معادله حالت است. از آنجا که در جریان دوفازی بخار مافوق سرد تولید می‌شود، لذا یافتن معادله حالت مناسبی که بتواند خواص بخار آب را در چنین شرایط غیر تعادلی پیش‌بینی کند، اهمیت می‌یابد. معادله حالت برای بخار به شکل‌های زیادی وجود دارد. یکی از دقیق‌ترین شکل‌های معادله حالت، معادلات IAPWS - IF97 است. فشار از رابطه (19) به دست می‌آید.

$$P = \rho_v RT_v (\gamma^0 + \gamma^r) \quad (19)$$

سایر خواص بخار از معادلات IAPWS - IF97 به دست می‌آید. برای حالت مایع و در فشار کمتر از یک بار و در زیر خط اشباع، معادلات IAPWS - IF97 برای تعیین خواص مایع مثل دما، چگالی، انتالپی از دقت خوبی برخوردار است [23].

### 5- مدل چگالشی

#### 5-1- مدل جوانه‌زایی

چنانچه جریان بخار مافوق صوت در حال انبساط با سطح جامد تماسی نداشته و عاری از ذرات خارجی و یون باشد، هنگام برخورد با خط اشباع سریعاً چگالیده نمی‌شود بلکه دچار حالت شبه پایدار و فوق اشباع می‌گردد. با گذر زمان از طریق شکل‌گیری و رشد تعداد زیاد قطرات بسیار ریز، جریان دوفازی شده به حالت تعادل بر می‌گردد. فرایند شکل‌گیری قطرات در این شرایط جوانه‌زایی همگن نامیده می‌شود. برای آنکه جوانه‌زایی رخ دهد باید خوشه‌های مولکولی بر سد انرژی آزاد بحرانی غلبه کنند تا قطره با شعاع بحرانی شکل گیرد. انرژی آزاد گیبس مورد نیاز برای تشکیل یک قطره کروی از رابطه (20) به دست می‌آید.

$$\Delta G = 4\pi r^2 \sigma_r - mRT_v \ln\left(\frac{P}{P_s(T_v)}\right) \quad (20)$$

$\sigma_r$  تنش سطحی که در این مطالعه برابر با تنش سطحی صفحه تخت است. برای هر بخار تک فاز ما فوق سرد تغییرات انرژی آزاد گیبس دارای یک نقطه بیشینه است. شعاع متناظر با این نقطه را شعاع بحرانی می‌نامند و با  $r^*$  نمایش می‌دهند.

$$r^* = \frac{2\sigma_r}{\rho_l RT_v \ln\left(\frac{P}{P_s(T_v)}\right)} \quad (21)$$

رابطه (21) که به معادله کلونین هلمهتز معروف است برای هر نسبت فوق اشباع، اندازه قطره‌ای که در تعادل شبه پایدار است را معلوم می‌کند. معادله جوانه‌زایی کلاسیک که بیان گر نرخ تولید قطرات با شعاع بحرانی بر واحد جرم بخار به واحد زمان می‌باشد، به صورت رابطه (22) است.

$$J_{\text{class}} = q_c \sqrt{\frac{2\sigma_r}{\pi}} m_m^{-3/2} \frac{\rho_v}{\rho_l} \exp\left(-\frac{4\pi r^{*2} \sigma_r}{3kT_v}\right) \quad (22)$$

$q_c$  ضریب چگالش است و در این پژوهش برابر با یک است.  $k$  ثابت بولتزمن،  $m$  جرم یک مولکول و  $R$  ثابت گازها است. بعدها تصحیحات مختلفی بر معادله جوانه‌زایی کلاسیک اعمال شد که از آن جمله می‌توان به تصحیحات کانترویتز [24] اشاره کرد که به صورت رابطه (23) به کار رفته است.

$$J_{\text{ka}} = \frac{1}{1 + \phi} J_{\text{class}} \quad (23)$$

$\phi$  ضریب اصلاح دمایی است و از رابطه (24) به دست می‌آید.

منطقه جوانه‌زایی به شکل رابطه (33) و بعد از آن با توجه به رابطه (16) در هر یک از گروه‌ها تقسیم می‌شود.

$$\phi = 2 \frac{(\gamma - 1) h_{lv}}{(\gamma + 1) RT_v} \left( \frac{h_{lv}}{RT_v} - \frac{1}{2} \right) \quad (24)$$

گرمای نهان تبخیر است.

### 6- حل عددی

مدل توصیف شده در این مطالعه توسط کد دینامیک سیالات محاسباتی به کار برده شده است. معادلات حاکم به صورت یک بعدی و با دیدگاه حجم کنترل و با طرح گودناو گسسته سازی می‌شود و با روش صریح رانج کوتای مرتبه چهار انتگرال زمانی گرفته می‌شود. از آنجا که استفاده از حل دقیق مسئله ریمان برای گاز حقیقی نسبتاً پیچیده و زمان‌بر می‌باشد از حل تقریبی مسئله ریمان استفاده می‌شود [26].

$$\frac{\partial Q_I}{\partial t} + \frac{F_{I+1/2} - F_{I-1/2}}{\Delta x} = W_I \quad (35)$$

ساختار حل مسئله ریمان در شکل 2 نشان داده شده است. در این حل سه موج وجود دارد. موج میانی همیشه یک تماس ناپیوستگی است. موج‌های سمت چپ و راست امواج غیر خطی هستند و می‌توانند به صورت شوک یا انبساط باشند. از این رو چهار الگو برای امواج وجود دارد. امواج میانی و شوک به صورت ناپیوستگی و امواج انبساطی به صورت پیوسته هستند. منطقه بین امواج غیر خطی فشار ثابت  $P^*$  و سرعت ثابت  $u^*$  دارند. مقدار چگالی به صورت ناپیوسته در سراسر سطح تماس از مقدار ثابت  $\rho_L^*$  از سمت چپ سطح تماس تا مقدار ثابت  $\rho_R^*$  از سمت راست سطح تماس تغییر می‌کند.

یک نوع بسیار ساده از حل تقریبی توسط هارتن و همکاران برای مسئله ریمان ارائه شده است. این حل تقریبی موج میانی را در نظر نمی‌گیرد و محدوده سرعت امواج غیر خطی را توسط  $S_L$  و  $S_R$  تخمین می‌زند و برای بردار شار  $F$  در مرز  $I + 1/2$  رابطه (36) را ارائه می‌دهد [27].

$$F_{I+1/2}^{HLL} = \begin{cases} F_L, & S_L \geq 0 \\ F_{I+1/2}^*, & S_L \leq 0 \leq S_R \\ F_R, & S_R \leq 0 \end{cases} \quad (36)$$

$$F_{I+1/2}^* = \frac{S_R F_L - S_L F_R + S_L S_R (Q_R - Q_L)}{S_R - S_L} \quad (37)$$

مسئله اصلی در این حل تقریبی برآورد مقدار کافی و مناسب برای  $S_L$  و  $S_R$  است. تورو با استفاده از خطی سازی معادلات اوپلر در متغیرهای اولیه حل تقریبی برای مسئله ریمان ارائه کرد [27].

$$P^* = \frac{1}{2} (P_L + P_R) - \frac{1}{2} (u_R - u_L) \bar{\rho} \bar{a} \quad (38)$$

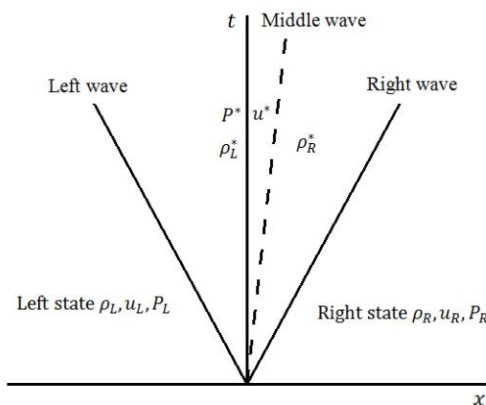


Fig. 2 Solution of the Riemann problem with data  $Q_L$  and  $Q_R$  in the  $x-t$  plane. The three waves present define four piece-wise constant states [27].

شکل 2 حلی از مسئله ریمان با مقادیر  $Q_L$  و  $Q_R$  در صفحه  $x-t$  را نشان می‌دهد. سه موج حاضر چهار مقدار ثابت تعریف می‌کند [27].

### 5-2- نرخ رشد قطره

فرایند جذب خوشه‌های مولکولی شبه پایدار روی سطح جوانه‌های پایدار در اغلب موارد اهمیتی معادل با فرایند جوانه‌زایی دارد. گرمای نهان چگالش آزاد شده بر اثر جذب مولکول‌ها روی سطح قطرات شکل گرفته موجب افزایش دمای قطره می‌شود و در اثر اختلاف دما بین قطرات و محیط بخار انتقال گرما صورت می‌گیرد. به این ترتیب علاوه بر انتقال جرم به سمت فاز مایع، انتقال گرما به سمت فاز بخار نیز صورت می‌گیرد. انتقال همزمان جرم و انرژی که به شدت به عدد بی بعد ندسن وابسته است فرایند رشد قطره‌ها را کنترل می‌کند. برای عددهای نودسن بسیار کوچک قوانین مکانیک سیالات محیط پیوسته حاکم بوده و عامل تعیین کننده انتقال جرم است. از طرف دیگر برای عددهای نودسن بسیار بزرگ رشد قطرات تحت تاثیر فرایند جنبشی تصادفی برخورد مولکول‌های بخار با سطح قطرات است و شرایط جریان آزاد مولکولی حاکم است. اما در اغلب موارد عدد نودسن مقدار متوسطی دارد و در هیچ یک از محدوده‌های نامبرده قرار نمی‌گیرد. به همین دلیل این موضوع مورد توجه بسیاری از پژوهشگران قرار گرفته و در نتیجه مدل‌های رشد گوناگونی معرفی شد.

$$Kn = \frac{\bar{l}}{2r} \quad (25)$$

$$\bar{l} = \frac{\mu_v}{\rho_v} \left( \frac{\pi}{2RT_v} \right)^{0.5} \quad (26)$$

$Kn$  عدد نودسن،  $\bar{l}$  فاصله آزاد مولکولی و  $\mu$  ویسکوزیته است. معادله رشد قطره برای رژیم آزاد مولکولی ( $Kn \gg 1$ ) به صورت رابطه (27) می‌باشد.

$$\frac{dr}{dt} HK = \frac{1}{\rho_l} \left[ \frac{P}{\sqrt{2\pi T_v}} - \frac{P}{\sqrt{2\pi T_l}} \right] \quad (27)$$

معادله رشد قطره در رژیم پیوسته ( $Kn \ll 1$ ) به صورت رابطه (28) می‌باشد.

$$\frac{dr}{dt} CON = \frac{\lambda_v T_s - T_v}{\rho_l r h_{lv}} \quad (28)$$

$\lambda$  ضریب هدایت حرارتی است. معادله رشد نهایی قطره ترکیبی از معادلات (27) و (28) می‌باشد و معادله رشد قطره به شکل رابطه (29) می‌شود [25].

$$\frac{dr}{dt} = \psi \frac{dr}{dt} CON + (1 - \psi) \frac{dr}{dt} HK \quad (29)$$

$$\psi = \exp(-0.69315Kn) \quad (30)$$

### 5-3- تبادل جرمی

در مدل حاضر تغییرات فاز توسط دو منبع جرمی تعریف می‌شود. برای مدل تک شعاعی:

$$\Gamma_1 = \frac{4}{3} \pi \rho_l \rho r^*{}^3 J \quad (31)$$

$$\Gamma_2 = 4\pi \rho_l \rho n r^*{}^2 \frac{dr}{dt} \quad (32)$$

$\Gamma_1$  نرخ منبع جرمی ناشی از قطرات تولید شده در فرایند جوانه‌زایی و  $\Gamma_2$  نرخ جرمی قطرات چگالیده شده در فرایند رشد قطره است [13].

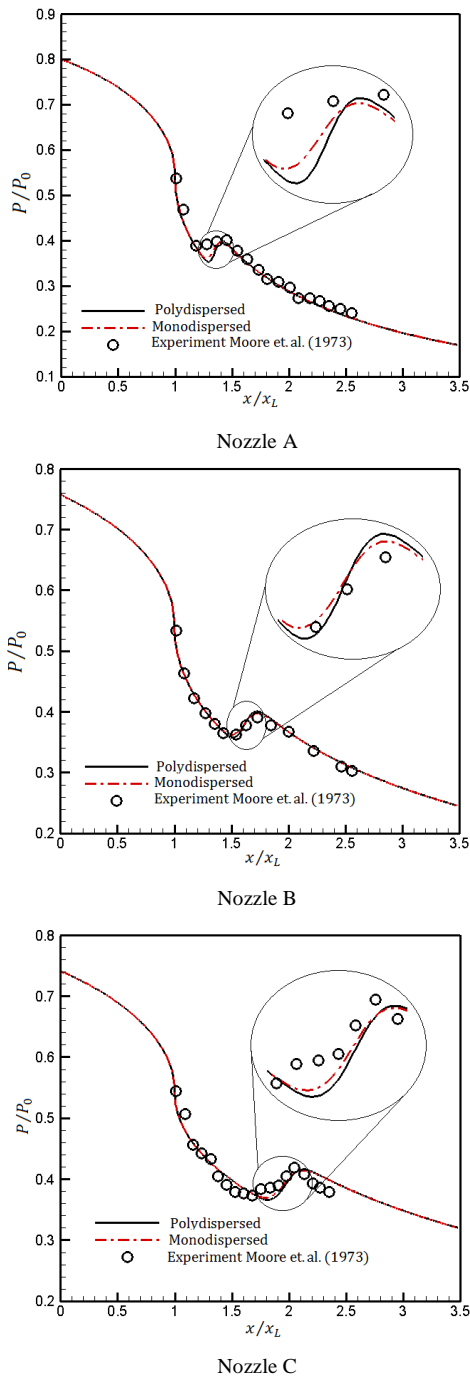
$$\Gamma_{1i} = \frac{4}{3} \pi \rho_{li} \rho r_i^*{}^3 J_i \quad (33)$$

$$\Gamma_{2i} = 4\pi \rho_{li} \rho n_i r_i^*{}^2 \frac{dr_i}{dt} \quad (34)$$

$\Gamma_{1i}$  نرخ منبع جرمی ناشی از قطرات تولید شده در فرایند جوانه‌زایی و  $\Gamma_{2i}$  نرخ جرمی قطرات چگالیده شده در فرایند رشد قطره برای گروه  $i$  است. جرم ناشی از قطرات تولید شده در فرایند جوانه‌زایی تا  $b$  حجم کنترل اول از

در نظر گرفته می شود. بعد از شکل گیری گروه های قطره قطرات تولید شده در سایر حجم کنترل های منطقه جوانه زایی با نسبت (16) در گروه ها ادغام می شوند. در پایان حجم کنترل های منطقه جوانه زایی تعداد قطرات گروه ها ثابت شده و این گروه ها تا انتهای نازل و بدون هیچ کنش و واکنشی با یکدیگر رشد می کنند.

در شکل 4 توزیع فشار استاتیکی برای مدل چندشعاعی با مدل تک شعاعی برای دو نازل A، B و C رسم شده است و با نتایج تجربی موجود در



**Fig. 4** Comparison of static pressure distribution between polydispersed and monodispersed models, and then with the experimental data along the nozzle

شکل 4 مقایسه توزیع فشار برای مدل چندشعاعی با مدل تک شعاعی و نتایج تجربی موجود در طول نازل

$$u^* = \frac{1}{2}(u_L + u_R) - \frac{1}{2} \frac{P_R - P_L}{\bar{\rho} \bar{a}} \quad (39)$$

$$\rho_L^* = \rho_L + \frac{(u_L - u^*)\bar{\rho}}{\bar{a}} \quad (40)$$

$$\rho_R^* = \rho_R + \frac{(u^* - u_R)\bar{\rho}}{\bar{a}} \quad (41)$$

$$\bar{a} = \frac{1}{2}(a_L + a_R) \quad (42)$$

$$\bar{\rho} = \frac{1}{2}(\rho_L + \rho_R) \quad (43)$$

مقادیر سمت چپ و راست متغیرهای اولیه جریان بر روی مرزها با روش MUSCL TVD<sup>1</sup> محاسبه می شود [28]. این روش در جهت بالا بردن دقت و از بین بردن ناپایداری های عددی استفاده می شود. تورو و همکاران برای  $S_L$  و  $S_R$  رابطه (46) و (47) را پیشنهاد کردند [27].

$$a_L^* = \sqrt{\frac{\gamma P^*}{\rho_L^*}} \quad (44)$$

$$a_R^* = \sqrt{\frac{\gamma P^*}{\rho_R^*}} \quad (45)$$

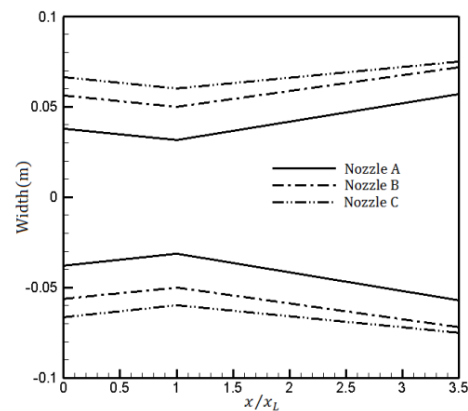
$$S_L = \min\{u_L - a_L, u^* - a_L^*\} \quad (46)$$

$$S_R = \max\{u_R - a_R, u^* - a_R^*\} \quad (47)$$

## 7- نتایج

در این مقاله مدل چندشعاعی با مدل تک شعاعی بدون استفاده از ضریب تصحیح در تنش سطحی و نرخ جوانه زایی با هم و با نتایج تجربی موجود در نازل مور A، B و C مقایسه شده اند. شکل 3 هندسه نازل مور A، B و C را نشان می دهد [29].  $X_L$  طول قسمت همگرای نازل مور است و مقدار آن برابر 0.2 است. برای هر سه هندسه موجود از 400 گره استفاده شده است. استفاده شده است. فشار سکون ورودی برای نازل مور 25 kPa است. دمای سکون ورودی برای نازل مور A، 354.6 K، برای نازل مور B، 357.6 K و برای نازل مور C، 358.6 K است. جریان در ورودی مادون صوت و به صورت بخار خشک وارد نازل عایق همگرا-واگرا می شود و جریان در خروجی مافوق صوت خارج می شود.

در مدل چندشعاعی به تعداد حجم کنترل های موجود در حدود نیمه اول منطقه جوانه زایی گروه در نظر گرفته می شود. قطراتی که در هر یک از این حجم کنترل ها تولید می شود در یک گروه قرار می گیرد. در نازل A، پانزده گروه قطره، در نازل B، بیست گروه قطره و در نازل C، بیست پنج گروه قطره



**Fig. 3** Geometry of nozzles that studied [29]

شکل 3 هندسه نازل ها در این مطالعه [29]

<sup>1</sup> Monotonic Upstream-Centred Scheme for conservation law Total Variation Diminishing

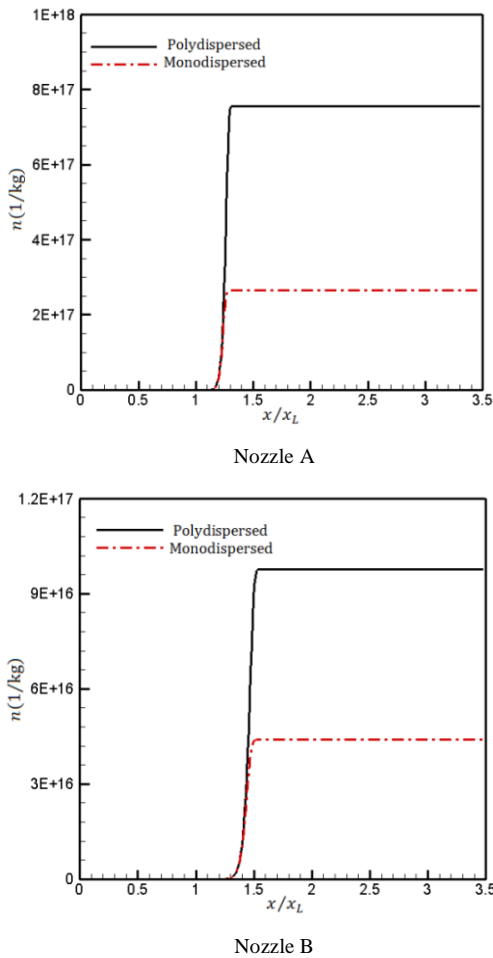


Fig. 6 Comparison of number of droplet between polydispersed and monodispersed models along the nozzle

شکل 6 مقایسه تعداد قطرات تولید شده برای مدل چندشعاعی با مدل تک‌شعاعی در طول نازل

تک‌شعاعی  $2.66 \times 10^{17}$  به واحد  $1/\text{kg}$  است و قطرات تولید شده در مدل چندشعاعی 2.84 برابر مدل تک‌شعاعی است. قطرات تولید شده در نازل مور B برای مدل چندشعاعی  $9.77 \times 10^{16}$  و برای مدل تک‌شعاعی  $4.39 \times 10^{16}$  به واحد  $1/\text{kg}$  است و قطرات تولید شده در مدل چندشعاعی 2.22 برابر مدل تک‌شعاعی است. در مدل چندشعاعی مقدار نرخ جوانه‌زایی و در نتیجه قطرات تولید شده بیشتر از مدل تک‌شعاعی است و محدوده منطقه جوانه‌زایی در مدل چندشعاعی بزرگتر از محدوده منطقه جوانه‌زایی در مدل تک‌شعاعی است. در بیشترین مقدار نرخ جوانه‌زایی شوک میعان رخ می‌دهد. در مدل چندشعاعی بیشترین مقدار نرخ جوانه‌زایی کمی جلوتر از مدل تک‌شعاعی است و نشان می‌دهد شوک میعان در مدل چندشعاعی با کمی تأخیر رخ می‌دهد.

شکل 7 رطوبت تولید شده در طول نازل‌های موجود برای دو مدل چندشعاعی و تک‌شعاعی را نشان می‌دهد. میزان رطوبت در مدل چندشعاعی در ابتدا کمتر از مدل تک‌شعاعی است و سپس میزان رطوبت در مدل چندشعاعی افزایش پیدا کرده و تقریباً مقدار رطوبت برای هر دو مدل با هم برابر می‌شود. علت این تغییرات را می‌توان در نرخ جرم چگالیده شده مولکول‌های بخار بررسی کرد.

نازل A، B و C مقایسه شده‌اند.

فشار استاتیکی در طول نازل کاهش می‌یابد و هنگامی که چگالش غیر تعادلی اتفاق می‌افتد گرمای نهان آزاد می‌شود و با انتقال این گرما به جریان، شوک میعان رخ می‌دهد و مقدار فشار و دما افزایش می‌یابد. هر دو مدل تطابق خوبی با نقاط تجربی دارند و شوک میعان را به خوبی نشان می‌دهند. اختلاف نمودار توزیع فشار استاتیکی برای دو مدل چندشعاعی و تک‌شعاعی تنها مربوط به پیشبینی شوک میعان می‌باشد. در مدل چندشعاعی شوک میعان با کمی تأخیر نسبت به مدل تک‌شعاعی رخ می‌دهد و قدرت شوک میعان بیشتر است.

در شکل‌های 5 و 6 مقدار نرخ جوانه‌زایی و قطرات تولید شده در مدل چندشعاعی با مدل تک‌شعاعی در دو نازل موجود مقایسه شده است.

بیشترین مقدار نرخ جوانه‌زایی در نازل مور A برای مدل چندشعاعی  $3.43 \times 10^{22}$  و برای مدل تک‌شعاعی  $1.2 \times 10^{22}$  به واحد  $1/\text{kg}\cdot\text{s}$  است و بیشترین مقدار نرخ جوانه‌زایی در نازل مور B برای مدل چندشعاعی  $2.93 \times 10^{21}$  و برای مدل تک‌شعاعی  $1.25 \times 10^{21}$  به واحد  $1/\text{kg}\cdot\text{s}$  است و بیشترین مقدار نرخ جوانه‌زایی در مدل چندشعاعی 2.34 برابر مدل تک‌شعاعی است. قطرات تولید شده در نازل مور A برای مدل چندشعاعی  $7.56 \times 10^{17}$  و برای مدل

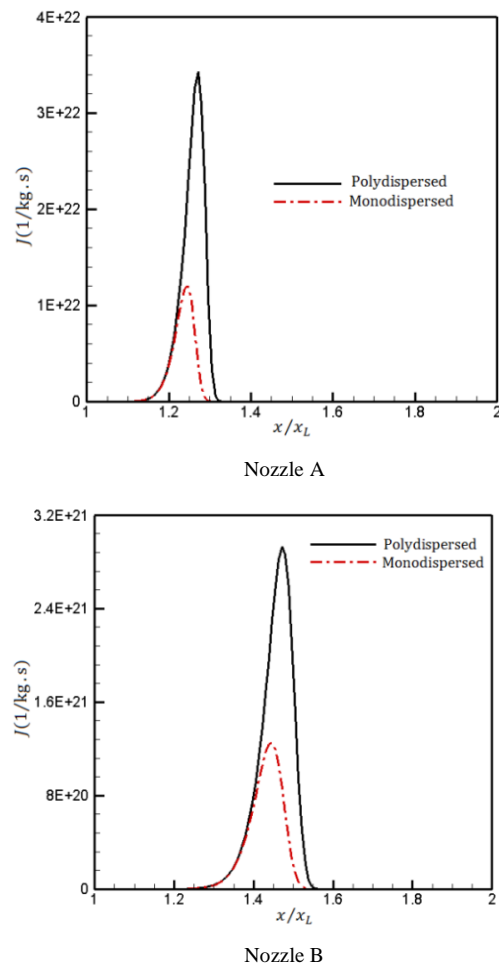


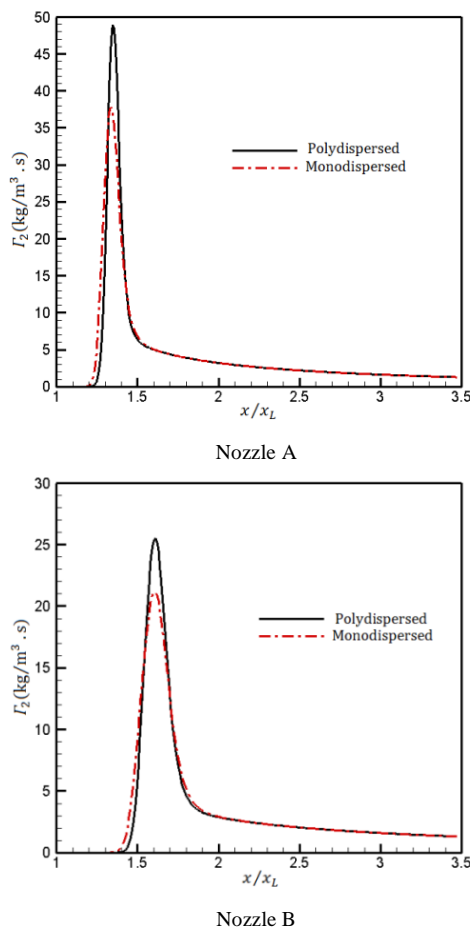
Fig. 5 Comparison of nucleation rate between polydispersed and monodispersed models along the nozzle

شکل 5 مقایسه نرخ جوانه‌زایی برای مدل چندشعاعی با مدل تک‌شعاعی در طول نازل

شوند سطح مورد نیاز برای چگالش مجموع گروه‌ها کمتر از مدل تک شعاعی است و مقدار گرمای نهان آزاد شده توسط گروه‌های قطره به قدری نیست تا شوک میعان رخ دهد در نتیجه مقدار جوانه‌زایی و تعداد قطرات افزایش پیدا می‌کند. این افزایش تا جایی ادامه پیدا می‌کند که مجموع گرمای نهان آزاد شده توسط گروه‌ها سبب شوک میعان شود. به همین دلیل مقدار جوانه‌زایی و تعداد قطرات در مدل چندشعاعی بیشتر از مدل تک‌شعاعی است.

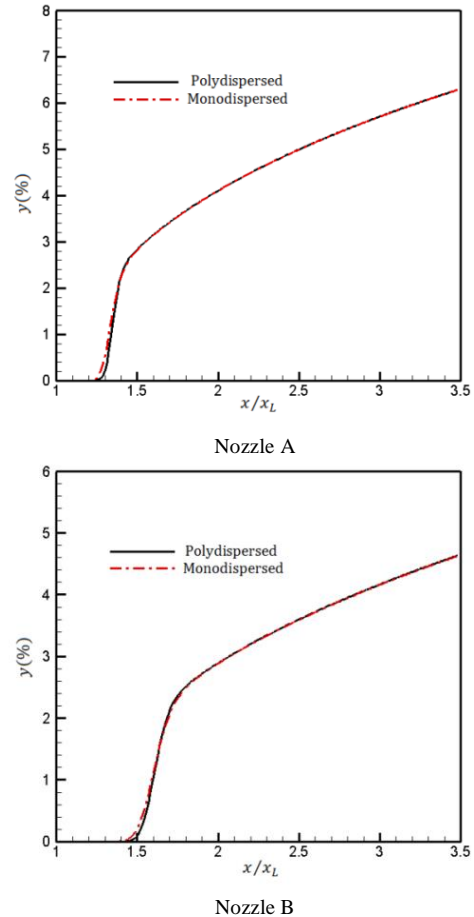
شکل 8 نرخ جرم چگالیده شده بر اثر چگالش بخار بر روی سطح قطرات که منجر به رشد قطره می‌شود را در قسمت واگرای نازل‌های موجود نشان می‌دهد. در ابتدا مقدار نرخ جرم چگالیده شده بر اثر چگالش بخار برای مدل تک‌شعاعی بیشتر بوده سپس مقدار این نرخ برای مدل چندشعاعی بیشتر می‌شود.

در مدل تک‌شعاعی ادغام تمامی قطرات با یکدیگر سطح بیشتری را برای چگالش بخار ایجاد می‌کند و بخار سریعتر چگالیده شده و گرمای نهان سریع‌تر به جریان انتقال می‌یابد و شوک میعان زودتر رخ می‌دهد. در مدل چند-شعاعی مقدار نرخ جرم چگالیده شده بر اثر چگالش بخار برابر است با مجموع مقدار نرخ جرم چگالیده شده بر اثر چگالش بخار برای همه گروه‌های قطره. عدم ادغام گروه‌های قطره با یکدیگر سطح کمتری نسبت به مدل تک شعاعی برای فرایند چگالش بخار ایجاد می‌کند و گرمای نهان کمتری آزاد می‌شود و جریان مافوق سردتر شده و جوانه‌زایی افزایش می‌یابد و قطرات بیشتری تولید



**Fig. 8** Comparison of mass condensation rate between polydispersed and monodispersed models along the nozzle

شکل 8 مقایسه نرخ جرم چگالیده شده بر اثر چگالش در مدل چندشعاعی با مدل تک‌شعاعی در طول نازل



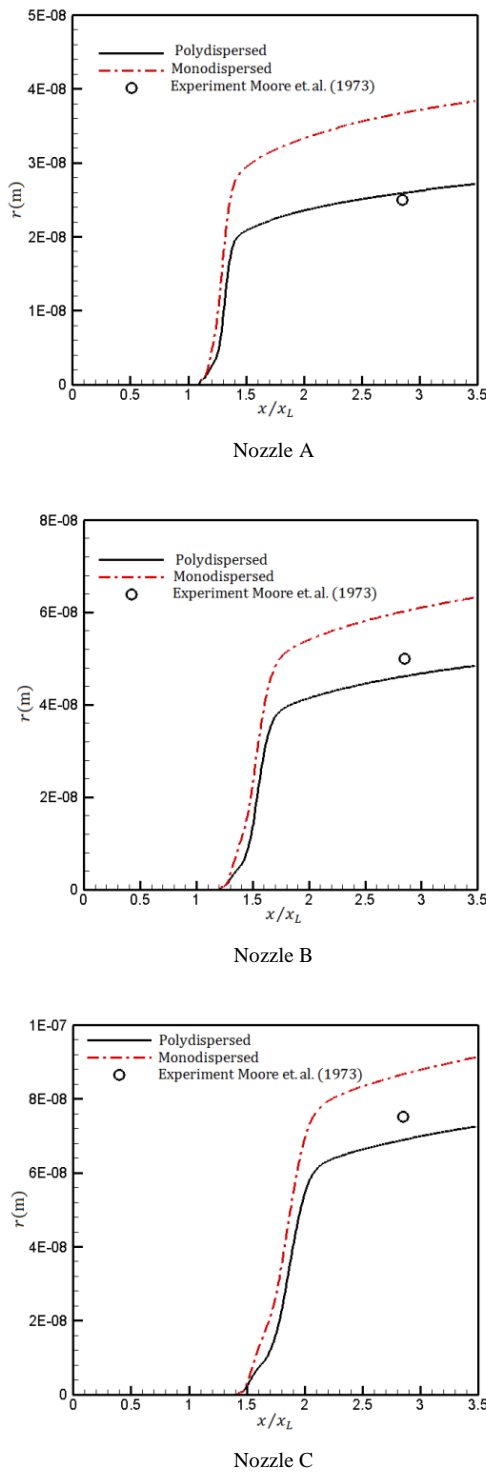
**Fig. 7** Comparison of wetness between polydispersed and monodispersed models along the nozzle

شکل 7 مقایسه رطوبت برای مدل چندشعاعی با مدل تک‌شعاعی و نتایج تجربی موجود در طول نازل

در جریان چگالشی بخار، بر اثر فرایند جوانه‌زایی و رشد قطرات گرمای نهان آزاد می‌شود و به جریان منتقل می‌شود. مقدار گرمای نهان آزاد شده بر اثر فرایند جوانه‌زایی در برابر مقدار گرمای نهان آزاد شده بر اثر رشد قطرات ناچیز است اما اهمیت آن ایجاد سطوحی برای فرایند چگالش مولکول‌های بخار است. در واقع با به وجود آمدن جنین‌های قطره سطح مورد نیاز برای چگالش بخار فراهم می‌شود. در مدل تک‌شعاعی سطح تمامی قطرات با یک اندازه برای شعاع در چگالش در نظر گرفته می‌شود. زیرا در هر مرحله قطرات تولید شده در مرحله قبلی با هم ادغام می‌شوند و تبدیل به یک گروه قطره می‌شود و تعداد قطرات و رطوبت افزایش پیدا می‌کند. با افزایش شعاع قطره و با توجه به معادله گرمایی دمای قطره افزایش پیدا می‌کند. با افزایش شعاع و تعداد قطرات جرم تولید شده بر اثر رشد قطره یا فرایند چگالش افزایش پیدا می‌کند و این روند ادامه پیدا می‌کند تا شوک میعان رخ دهد. روش ادغام تمام قطرات تولید شده در منطقه جوانه‌زایی تاثیر بسزایی بر جرم تولید شده بر اثر رشد قطره دارد.

در مدل چندشعاعی در اوایل منطقه جوانه‌زایی، مقدار جوانه‌زایی کم است. با کم بودن مقدار جوانه‌زایی تعداد قطرات تولیدی کم می‌باشد و قطرات کمتری در گروه‌های ابتدایی قرار می‌گیرد. هر چه در منطقه جوانه‌زایی جلوتر رفته شود مقدار جوانه‌زایی افزایش می‌یابد و قطرات بیشتری تولید می‌شود. از آنجایی قطرات تولید شده در منطقه جوانه‌زایی در تعدادی گروه تقسیم می‌-





**Fig. 9** Comparison of average radius of droplet between polydispersed and monodispersed models, and then with the experimental data along the nozzle

شکل 9 مقایسه شعاع میانگین قطرات برای مدل چندشعاعی با مدل تک‌شعاعی و نتایج تجربی موجود در طول نازل

در شکل 11 دمای بخار و قطره برای مدل چندشعاعی و تک‌شعاعی در طول نازل مور B با یکدیگر مقایسه شده‌اند. در مدل چندشعاعی دمای قطره میانگین دمای قطرات است. وقتی پدیده جوانه‌زایی رخ می‌دهد، گرمای نهان به علت چگالش مولکول‌های بخار آزاد می‌شود و دمای قطره بیشتر از دمای

می‌شود و سطح مورد نیاز فراهم می‌شود و مقدار چگالش به شدت افزایش پیدا می‌کند و مقدار آن از مدل تک‌شعاعی بیشتر می‌شود.

در شکل 9 اندازه شعاع متوسط قطرات برای دو مدل چندشعاعی و مدل تک‌شعاعی با یکدیگر و شعاع تجربی موجود در هر دو نازل مقایسه شده‌اند. در مدل چندشعاعی هر یک از گروه‌ها دارای مقداری برای شعاع قطره هستند. این رو برای مقایسه با مدل تک‌شعاعی نیازمند مقدار میانگینی برای تمامی گروه‌ها است. در نازل مور A مقدار شعاع تجربی  $2.5 \times 10^{-8}$  متر است و مقدار شعاع در این نقطه برای مدل چندشعاعی  $2.59 \times 10^{-8}$  متر و برای مدل تک‌شعاعی  $3.67 \times 10^{-8}$  متر است. مقدار خطا نسبت به شعاع تجربی موجود در این نازل برای مدل چندشعاعی 3.62% و برای مدل تک‌شعاعی 46.8% است. در نازل مور B مقدار شعاع تجربی  $5 \times 10^{-8}$  متر است و مقدار شعاع در این نقطه برای مدل چندشعاعی  $4.6 \times 10^{-8}$  متر و برای مدل تک‌شعاعی  $6.01 \times 10^{-8}$  متر است. مقدار خطا نسبت به شعاع تجربی موجود در این نازل برای مدل چندشعاعی 7.92% و برای مدل تک‌شعاعی 20.1% است. در نازل مور C مقدار شعاع تجربی  $7.5 \times 10^{-8}$  متر است و مقدار شعاع در این نقطه برای مدل چندشعاعی  $6.89 \times 10^{-8}$  متر و برای مدل تک‌شعاعی  $8.66 \times 10^{-8}$  متر است. مقدار خطا نسبت به شعاع تجربی موجود در این نازل برای مدل چندشعاعی 8.12% و برای مدل تک‌شعاعی 15.5% است. مقدار شعاع میانگین قطرات برای مدل چندشعاعی کمتر از مدل تک‌شعاعی است و مقدار آن به نقاط تجربی نزدیک‌تر است.

در شکل 10 توزیع اندازه قطرات نسبت به تعداد قطرات برای هر یک از گروه‌ها در دو مقطع نشان داده شده است. مقطع  $X/X_L = 3.5$  انتهای نازل و مقطع  $X/X_L = 2.847$  مقطع شعاع تجربی نازل مور به سمت انتهای نازل تعداد قطرات هر یک از گروه‌ها ثابت باقی مانده و اندازه شعاع هر یک از گروه‌ها افزایش می‌یابد. در نازل A به ترتیب از سمت راست گروه اول، دوم و غیره گروه پانزدهم نشان داده شده است. از گروه اول به سمت گروه پانزدهم، تعداد قطرات هر یک از گروه‌ها افزایش و مقدار شعاع آن کاهش می‌یابد. گروه اول بزرگترین شعاع و کمترین تعداد قطرات را دارد و گروه پانزدهم کمترین شعاع و بیشترین تعداد قطره را دارد. محدوده شعاع قطرات در نازل A در مقطع شعاع تجربی از  $2.32 \times 10^{-8}$  متر تا  $4.25 \times 10^{-8}$  متر است. این محدوده به خوبی شعاع تجربی اندازه گرفته شده توسط مور را در نازل A پوشش می‌دهد. در نازل B به ترتیب از سمت راست گروه اول، دوم و غیره بیستم نشان داده شده است. از گروه اول به سمت گروه بیستم، تعداد قطرات هر یک از گروه‌ها افزایش و مقدار شعاع آن کاهش می‌یابد. گروه اول بزرگترین شعاع و کمترین تعداد قطرات را دارد و گروه بیستم کمترین شعاع و بیشترین تعداد قطره را دارد. محدوده شعاع قطرات در نازل مور B در مقطع شعاع تجربی از  $4.22 \times 10^{-8}$  متر تا  $6.27 \times 10^{-8}$  متر است. این محدوده به خوبی شعاع تجربی اندازه گرفته شده توسط مور را در نازل B پوشش می‌دهد. در واقع اندازه شعاع تجربی بدین گونه است که در یک لحظه و در یک نقطه خاص شعاع قطره عبوری اندازه گرفته می‌شود.

در مدل چندشعاعی به تعداد گروه‌های قطره شعاع معرفی می‌شود و محدوده‌ای به عنوان شعاع قطرات در نظر گرفته می‌شود. این موضوع نشان می‌دهد که قطرات دارای اندازه متفاوتی هستند. همچنین علاوه بر اندازه قطرات تعداد قطرات نیز مشخص می‌شود. در مدل چندشعاعی هر چه از اولین گروه به سمت آخرین گروه می‌رویم مقدار شعاع گروه کاهش و تعداد قطرات آن افزایش می‌یابد.

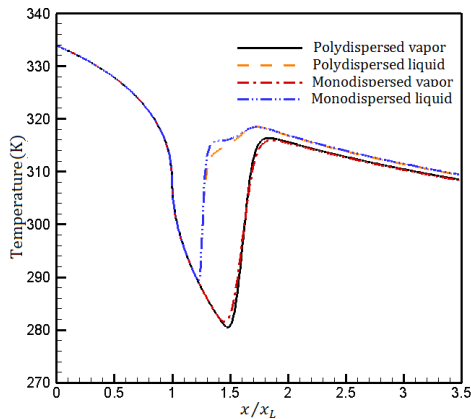


Fig. 11 Comparison of temperature between polydispersed and monodispersed models along the nozzle Moore B

شکل 11 مقایسه توزیع دمای بخار و قطره در مدل چندشعاعی با مدل تک شعاعی در طول نازل مور B

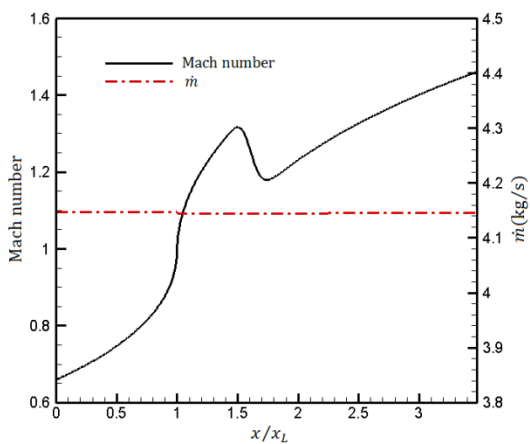


Fig. 12 Distribution of mach number and mass rate along the nozzle Moore B

شکل 12 توزیع عدد ماخ و دبی جرمی برای مدل چندشعاعی در طول نازل مور B

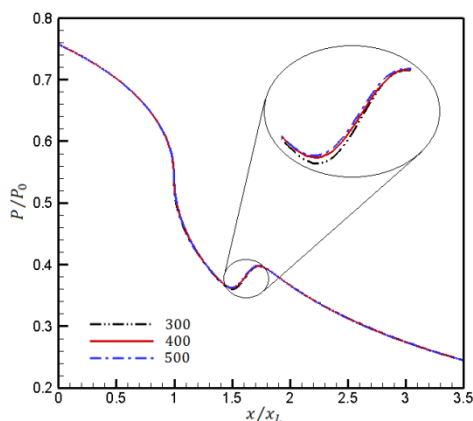
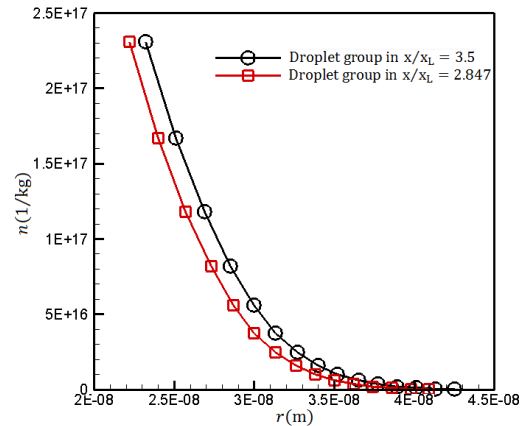


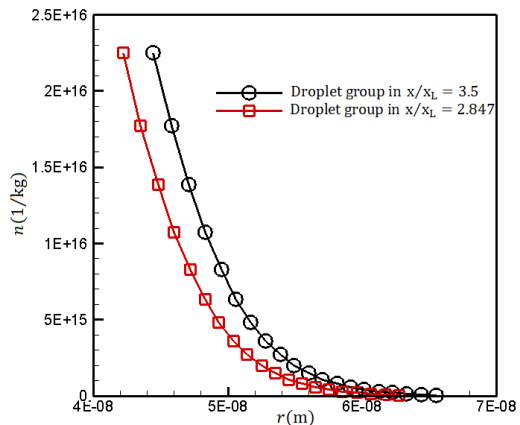
Fig. 13 Effect of the grid resolution on the static pressure for monodispersed model along the nozzle Moore B

شکل 13 تأثیر تعداد گره بر توزیع فشار استاتیکی برای مدل تک شعاعی در طول نازل مور B

مدل چندشعاعی پیشنهادی نسبت به سایر روش های چندشعاعی دیگران از حجم محاسبات کمتری برخوردار است و ادغام قطرات جدید با دیگر گروه ها



Nozzle A



Nozzle B

Fig. 10 Droplet size distribution in area experimental data and end of nozzle

شکل 10 توزیع اندازه قطرات در مقطع شعاع تجربی و انتهای نازل

بخار می شود. دمای بخار در مدل چندشعاعی با کمی تأخیر نسبت به مدل تک شعاعی شروع به افزایش کرده و مقدار افزایش دمای بخار کمی بیشتر از مدل تک شعاعی است. میانگین دمای قطرات در مدل چندشعاعی در ابتدا کمتر از مدل تک شعاعی و در انتهای شوک چگالشی برابر با مدل تک شعاعی می شود.

شکل 12 تغییرات ماخ جریان و دبی جرمی کل برای مدل چندشعاعی را در نازل مور B نشان می دهد. ماخ جریان در حال افزایش است و با وقوع شوک میعان ماخ کاهش می یابد و بعد از آن به روند افزایشی خود ادامه می دهد. دبی جرمی مخلوط بخار و مایع نیز در کل نازل مقدار ثابتی است.

تأثیر تعداد گره بر توزیع فشار استاتیکی در طول نازل مور B برای مدل تک شعاعی در شکل 13 نشان داده شده است. در نشان دادن محل وقوع شوک میعان 400 گره با 500 گره تفاوتی ندارد از این رو برای کاهش محاسبات از 400 گره استفاده می شود.

### 8- نتیجه گیری

در این پژوهش همان گونه که مطرح شده روشی برای مدل چندشعاعی از جریان چگالشی بخار آب که مربوط به نحوه توزیع قطرات در منطقه جوانه زایی می باشد، ارائه شده است و با مدل تک شعاعی و نتایج تجربی موجود در نازل مور مقایسه شده است.

را نیز در نظر می‌گیرد که به فیزیک پدیده دوفازی این مدل پیشنهادی نزدیک‌تر است.

در مدل چند شعاعی پیشنهادی شوک میعان با کمی تأخیر و با قدرت بیشتری نسبت به مدل تک شعاعی رخ می‌دهد و تطابق خوبی با نقاط تجربی دارد. مقدار و محدوده جوانه‌زایی در مدل چندشعاعی بزرگتر از مدل تک‌شعاعی است و بیشترین مقدار جوانه‌زایی در مدل چند شعاعی بیش از دو برابر بیشترین مقدار جوانه‌زایی در مدل تک شعاعی است. تعداد قطرات تولیدی در مدل چندشعاعی بیشتر از مدل تک‌شعاعی و مقدار آن بیش از دو برابر است. مقدار شعاع میانگین قطرات برای مدل چندشعاعی کمتر از مدل تک‌شعاعی است و مقدار آن به نقاط تجربی نزدیک‌تر است.

مدل چندشعاعی به تعداد گروه قطرات، شعاع در هر مقطع از نازل ارائه می‌دهد و محدوده‌ای از اندازه برای شعاع قطرات گزارش می‌دهد و مشخص می‌سازد که چه تعداد قطره با چه اندازه‌ای در هر قسمت از نازل وجود دارد. در مدل چند شعاعی پیشنهادی هر چه از گروه اول به سمت گروه آخر طی می‌شود شعاع قطرات گروه‌ها کاهش و تعداد قطرات موجود در هریک از گروه‌ها افزایش می‌یابد.

### 9- فهرست علائم

$A$	سطح مقطع ( $m^2$ )
$b$	تعداد گروه قطرات
$d$	نسبت توزیع قطرات
$F$	بردار شار
$G$	انرژی آزاد گیبس ( $Jkg^{-1}$ )
$h$	انتالپی ( $Jkg^{-1}$ )
$J$	جوانه‌زایی ( $kg^{-1}s^{-1}$ )
$Kn$	عدد نودسن
$\bar{L}$	فاصله آزاد مولکولی (m)
$m_m$	جرم یک مولکول از آب (kg)
$\dot{m}$	دبی جرمی ( $kgs^{-1}$ )
$n$	تعداد قطرات ( $kg^{-1}$ )
$P$	فشار (Pa)
$Q$	بردار پایستار
$q_c$	ضریب چگالش
$R$	ثابت گازها ( $Jkg^{-1}K^{-1}$ )
$r$	شعاع قطره (m)
$r^*$	شعاع بحرانی (m)
$T$	دما (K)
$t$	زمان (s)
$u$	سرعت ( $ms^{-1}$ )
$x$	طول (m)
$x_L$	طول قسمت همگرا نازل (m)

### علائم یونانی

$\mu$	لزجت دینامیکی ( $kgm^{-1}s^{-1}$ )
$\rho$	چگالی ( $kgm^{-3}$ )
$\lambda$	ضریب هدایت گرمایی ( $Wm^{-1}K^{-1}$ )
$\Gamma$	نرخ انتقال جرمی ( $kgm^{-3}s^{-1}$ )
$\sigma$	تنش سطحی ( $Nm^{-1}$ )

### زیرنویس‌ها

$i$	گروه قطرات
$l$	مایع
$v$	بخار
$s$	اشباع

### 10- مراجع

- [1] M. Talebi, E. Amirirad, M. R. Mahpeykar, Evaluation of different nucleation models and droplet radius averaging methods and their combination on condensing steam flow, *Mechanical Structures and Fluid*, Vol. 5, No. 1, pp.193-209, 2014. (in Persian)
- [2] M. Mahpeykar, E. A. Radb, A. Teymourtasha, Analytical investigation into simultaneous effects of friction and heating on a supersonic nucleating Laval nozzle, *Scientia Iranica. Transaction B, Mechanical Engineering*, Vol. 21, No. 5, pp. 1700, 2014.
- [3] E. A. Rad, M. R. Mahpeykar, A. R. Teymourtash, Evaluation of simultaneous effects of inlet stagnation pressure and heat transfer on condensing water-vapor flow in a supersonic Laval nozzle, *Scientia Iranica*, Vol. 20, No. 1, pp. 141-151, 2013.
- [4] E. Lakzian, S. Shaabani, Analytical investigation of coalescence effects on the exergy loss in a spontaneously condensing wet-steam flow, *International Journal of Exergy*, Vol. 16, No. 4, pp. 383-403, 2015.
- [5] F. Bakhtar, M. M. Tochai, An investigation of two-dimensional flows of nucleating and wet steam by the time-marching method, *International Journal of Heat and Fluid Flow*, Vol. 2, No. 1, pp. 5-18, 1980.
- [6] A. Teymourtash, M. Mahpeykar, A balde to balde inviscid transonic flow analysis of nucleating steam in a turbine cascade by the jameson's time-marching scheme using body fitted grid, *Journal of Engineering, Ferdowsi University of Mashhad*, Vol. 18, No. pp. 1-20 2006.
- [7] M. Kermani, A. Gerber, A general formula for the evaluation of thermodynamic and aerodynamic losses in nucleating steam flow, *International Journal of Heat and Mass Transfer*, Vol. 46, No. 17, pp. 3265-3278, 2003.
- [8] S. Hamidi, M. Kermani, Numerical study of non-equilibrium condensation and shock waves in transonic moist-air and steam flows, *Aerospace Science and Technology*, Vol. 46, pp. 188-196, 2015.
- [9] S. N. R. Abadi, R. Kouhikamali, CFD-aided mathematical modeling of thermal vapor compressors in multiple effects distillation units, *Applied Mathematical Modelling*, Vol. 40, No. 15, pp. 6850-6868, 2016.
- [10] H. B. Esfe, M. Kermani, M. S. Avval, Effects of surface roughness on deviation angle and performance losses in wet steam turbines, *Applied Thermal Engineering*, Vol. 90, pp. 158-173, 2015.
- [11] A. Gerber, M. Kermani, A pressure based Eulerian-Eulerian multi-phase model for non-equilibrium condensation in transonic steam flow, *International Journal of Heat and Mass Transfer*, Vol. 47, No. 10, pp. 2217-2231, 2004.
- [12] J. Halama, F. Benkhaldoun, J. Fořt, Flux schemes based finite volume method for internal transonic flow with condensation, *International Journal for Numerical Methods in Fluids*, Vol. 65, No. 8, pp. 953-968, 2011.
- [13] S. Dykas, W. Wróblewski, Numerical modelling of steam condensing flow in low and high-pressure nozzles, *International Journal of Heat and Mass Transfer*, Vol. 55, No. 21, pp. 6191-6199, 2012.
- [14] S. N. R. Abadi, A. Ahmadpour, CFD-based shape optimization of steam turbine blade cascade in transonic two phase flows, *Applied Thermal Engineering*, 2016.
- [15] A. White, A comparison of modelling methods for polydispersed wet-steam flow, *International journal for numerical methods in engineering*, Vol. 57, No. 6, pp. 819-834, 2003.
- [16] J. Young, Two-dimensional, nonequilibrium, wet-steam calculations for nozzles and turbine cascades, *Journal of Turbomachinery*, Vol. 114, No. 3, pp. 569-579, 1992.
- [17] R. Jackson, B. Davidson, An equation set for non-equilibrium two phase flow, and an analysis of some aspects of choking, acoustic propagation, and losses in low pressure wet steam, *International*

- Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part C: Journal of Mechanical Engineering Science*, Vol. 219, No. 12, pp. 1315-1333, 2005.
- [25] V. Hric, J. Halama, Performance of simple condensation model in high-pressures, *Proceedings of the topical problems of fluid mechanics Conference*, Czech Republic: ICNAAM, pp. 59-68, 2016.
- [26] R. Sreekanth, J. Greenberg, Y. Levy, An approximate linearized characteristic Riemann solver based on blending of Riemann invariants, *Journal of Computational Physics*, Vol. 278, pp. 469-484, 2014.
- [27] E. F. Toro, M. Spruce, W. Speares, Restoration of the contact surface in the HLL-Riemann solver, *Shock waves*, Vol. 4, No. 1, pp. 25-34, 1994.
- [28] S. Yamamoto, H. Daiguji, Higher-order-accurate upwind schemes for solving the compressible Euler and Navier-Stokes equations, *Computers & Fluids*, Vol. 22, No. 2, pp. 259-270, 1993.
- [29] M. Moore, P. Walters, R. Crane, B. Davidson, Predicting the fog drop size in wet steam turbines, *Wet steam*, Vol. 4, pp. 101-109, 1973.
- Journal of Multiphase Flow*, Vol. 9, No. 5, pp. 491-510, 1983.
- [18] A. White, J. Young, Time-marching method for the prediction of two-dimensional, unsteady flows of condensing steam, *Journal of Propulsion and Power*, Vol. 9, No. 4, pp. 579-587, 1993.
- [19] J. Halama, F. Benkhalidoun, J. Fort, Numerical modeling of two-phase transonic flow, *Mathematics and Computers in Simulation*, Vol. 80, No. 8, pp. 1624-1635, 2010.
- [20] A. Gerber, A. Mousavi, Representing polydispersed droplet behavior in nucleating steam flow, *Journal of fluids engineering*, Vol. 129, No. 11, pp. 1404-1414, 2007.
- [21] J. Halama, Numerical solution of two-phase flow of wet steam with a given droplet size distribution function, *AIP Conference Proceeding*, Czech Republic: ICNAAM, pp. 224-227, 2013.
- [22] W. Wróblewski, S. Dykas, Two-fluid model with droplet size distribution for condensing steam flows, *Energy*, Vol. 106, pp. 112-120, 2016.
- [23] W. T. Parry, J. C. Bellows, J. S. Gallagher, A. H. Harvey, *ASME international steam tables for industrial use*: pp 25-44, New York ASME Press, , 2006.
- [24] F. Bakhtar, J. Young, A. White, D. Simpson, Classical nucleation theory and its application to condensing steam flow calculations,