



## کنترل فضای وظیفه در جراحی‌های کم‌تهاجمی در حضور قید مرکز حرکت متحرک

فاطمه نکایی<sup>1</sup>، حمید صادقیان<sup>2\*</sup>، شهرام هادیان‌جزی<sup>2</sup>

1- دانشجوی کارشناسی ارشد، مهندسی پزشکی، دانشگاه اصفهان، اصفهان

2- استادیار، مهندسی مکانیک، دانشگاه اصفهان، اصفهان

\* اصفهان، صندوق پستی 8174673441، h.sadeghian@eng.ui.ac.ir

### اطلاعات مقاله

مقاله پژوهشی کامل

دریافت: 29 فروردین 1396

پذیرش: 12 تیر 1396

ارائه در سایت: 20 مرداد 1396

کلید واژگان:

جراحی کم‌تهاجمی رباتیکی

جراحی کم‌تهاجمی

مرکز حرکت متحرک

سینماتیک ربات

ماتریس ژاکوبین مقید

### چکیده

این مقاله فرمولاسیون جدیدی برای کنترل فضای وظیفه، با حضور قید مرکز حرکت متحرک (RCM)، در جراحی‌های کم‌تهاجمی رباتیکی ارائه می‌دهد. در جراحی‌های کم‌تهاجمی در نقطه ورود ابزار جراحی به داخل بدن (نقطه تروکار)، حرکت جانبی در سطح بدن وجود ندارد و ابزار جراحی تنها می‌تواند در داخل بدن نفوذ نماید یا حول محور خود چرخش نماید. به منظور جلوگیری از آسیب به بافت بدن، در روش‌های کنترل فعال RCM، با اعمال قانون کنترلی مناسب از حرکت جانبی در نقطه ورود به بدن جلوگیری شود. قانون کنترلی استخراج شده در این مقاله، با در نظر گرفتن قید RCM در سینماتیک ربات، فضای وظیفه در سطح سینماتیک را به گونه‌ای کنترل می‌کند که خطای فضای وظیفه به‌طور نمایی به صفر همگرا شود و از عدم ایجاد حرکت جانبی در نقطه تروکار اطمینان حاصل کند. به علاوه، از فضای پوچ ربات به‌منظور بهینه‌سازی عملکرد ربات در تعیین محدوده موقعیت RCM و اندیس ماهریت ربات استفاده شده است. در ادامه، روش پیشنهادی در این مقاله با یکی از روش‌های رایج در منابع، مقایسه شده است. به‌منظور ارزیابی فرمولاسیون ارائه شده، یک ربات صفحه‌ای 5 درجه آزادی همراه قید نقطه تروکار شبیه‌سازی شده و نتایج مقاله مورد تصدیق قرار گرفته است.

## Task Control of Minimally Invasive Surgery with Remote Center of Motion Constraint

Fatemeh Zokaei, Hamid Sadeghian\*, Shahram Hadianjazi

Department of Biomedical Engineering, University of Isfahan, Isfahan, Iran

\* P.O.B. 8174673441, Isfahan, Iran, h.sadeghian@eng.ui.ac.ir

### ARTICLE INFORMATION

Original Research Paper

Received 18 April 2017

Accepted 03 July 2017

Available Online 11 August 2017

### Keywords:

Minimally Invasive Robotic Surgery

Minimally Invasive Surgery

Remote Center of Motion

Robot Kinematics

Constrained Jacobian Matrix

### ABSTRACT

This paper presents a novel formulation for controlling the task space of the robot with the Remote Center of Motion (RCM) constraint in Minimally Invasive Surgery (MIS). In MIS it is usually necessary to prevent any lateral motion at the point at which the robot enters the body, called the incision point or the trocar. Therefore, the surgical tool is only allowed to penetrate inside the body or rotate around its axis to avoid further injury to the patient's body. The proposed control law considers the RCM constraint at the kinematic level and the convergence of the task space error and regulation of RCM constraint are satisfied, simultaneously. Moreover, the null space of the robot is also exploited effectively within the framework to perform two additional tasks which can limit the RCM movement and optimize the manipulability measure of the robot. A comparative study is finally performed between the proposed approach and a well-known approach used in the literature. To evaluate the efficiency of the approach, a planar robot with 5 degrees of freedom with the trocar constraint is simulated and the results is verified successfully.

### 1- مقدمه

MIS در انواع جراحی‌های مختلف از جمله جراحی‌های قلب و عروق، زنان،

لاپاروسکوپی و غیره استفاده می‌شود.

در این نوع جراحی‌ها، محدودیت‌هایی برای جراح به‌وجود می‌آید و همچنین زمان عمل بسیار طولانی می‌شود که منجر به خستگی مفرط جراح و آسیب‌های عصبی-اسکلتی-عضلانی می‌شود که منجر به خستگی مفرط جراح و جلوگیری از این آسیب‌ها، جراحی رباتیک جایگزین جراحی کم‌تهاجمی شده است. در این نوع جراحی، عمل جراحی توسط ربات و تحت فرمان جراح انجام می‌شود. ابزار جراحی و دوربین آندوسکوپی از طریق برش‌های کوچک به نام

جراحی کم‌تهاجمی رباتیکی (MIRS<sup>1</sup>) در حال حاضر یک حوزه وسیع و در حال پیشرفت در رباتیک می‌باشد. انجام جراحی‌های کم‌تهاجمی (MIS<sup>2</sup>) که از طریق برش‌های کوچک بر سطح بدن بیمار صورت می‌گیرد، منجر به کاهش عوارض ناشی از عمل جراحی باز از جمله عفونت زخم، خونریزی، دردهای پس از عمل و همچنین کاهش مدت زمان بهبودی می‌شود. از این رو در سال‌های اخیر، MIS مورد توجه بسیاری از جراحان قرار گرفته است. از

<sup>1</sup> Minimally Invasive Robotic Surgery

<sup>2</sup> Minimally Invasive Surgery

Please cite this article using:

F. Zokaei, H. Sadeghian, Sh. Hadianjazi, Task Control of Minimally Invasive Surgery with Remote Center of Motion Constraint, *Modares Mechanical Engineering*, Vol. 17, No. 8, pp. 259-266, 2017 (in Persian)

برای ارجاع به این مقاله از عبارت ذیل استفاده نمایید:

تروکار<sup>۱</sup> که در نقاط مشخصی قرار دارند وارد بدن می‌شوند. به‌منظور تسهیل حرکت، در این نقطه غالباً هدایت‌گرهایی قرار داده می‌شود که ابزار از طریق آن وارد بدن می‌شود. ابزارهای جراحی توسط ربات هدایت می‌شوند و ربات دقیقاً طبق دستورات جراح، عمل جراحی را انجام می‌دهد. در این نوع عمل، به منظور پیش‌گیری از ایجاد آسیب به بافت بدن در نقطه ورود ابزار جراحی، باید از ایجاد حرکت جانبی در نقطه تروکار پرهیز شود. در نتیجه حرکت بازو توسط نقطه‌ای روی ربات که در هر لحظه منطبق بر تروکار است، محدود می‌شود. از این نقطه در منابع تحت عنوان مرکز حرکت متحرک  $RCM^2$  یاد می‌شود. بنابراین قید نقطه  $RCM$  دو درجه آزادی محدودیت ایجاد می‌کند.

به‌طور کلی دو روش کنترلی متفاوت برای کنترل حرکت ربات در MIRS وجود دارد: کنترل فعال و غیرفعال. در کنترل فعال نقطه  $RCM$  کنترل ربات به گونه‌ای طراحی می‌شود که این نقطه بر تروکار منطبق می‌شود. به عبارت دیگر ثابت ماندن  $RCM$  در حین کنترل فضای وظیفه در عملگر نهایی<sup>۳</sup> در طراحی کنترلر در نظر گرفته می‌شود. ربات‌هایی که با این روش کنترل می‌شوند، برای جبران محدودیت حرکت در نقطه ورود به یک جفت درجه آزادی اضافه نیاز دارند. در واقع بازوهای مکانیکی حلقه باز مثل ربات MIRO DLR و Mitsubishi PA10-7C از این روش کنترلی برای انجام جراحی از طریق نقطه تروکار استفاده می‌کنند. در کنترل غیرفعال،  $RCM$  به صورت مکانیکی ثابت نگه داشته می‌شود. این نوع کنترل با استفاده از مکانیزم‌های کروی یا متوازی الاضلاع دوگانه که مرکز حرکت آن با نقطه محوری مطلوب تلاقی دارد امکان‌پذیر است. بازوهای جراحی AESOP و da Vinci به‌طور اختصاصی برای کنترل حرکت غیرفعال طراحی شده‌اند. آنچه که مسلم است در روش مکانیکی، نقطه تروکار تنها در یک نقطه خاص قرار می‌گیرد و تغییر نقطه تروکار در این روش مستلزم تغییرات اساسی در ساختار سیستم می‌شود. در روش کنترل فعال می‌توان به‌راحتی موقعیت قرارگیری ربات و بیمار را تنها با تنظیمات نرم افزاری و فرآیند ثبت<sup>۴</sup> مجدد تغییر داد، که قطعاً یکی از موضوعات مهم در جراحی رباتیک می‌باشد. در کنترل فعال ربات‌های جراح، می‌توان از ربات‌های خدماتی سبک وزن و با دقت بالا نظیر ربات KUKA LWR که ارزان‌تر از ربات‌های جراح موجود است، استفاده کرد. در واقع نکته اصلی در این نوع کنترلر این است که علاوه بر این که نقطه تروکار می‌تواند متناسب با وضعیت بدن بیمار یا موقعیت ربات به راحتی تغییر کند، این فرمولاسیون به نوع ربات وابسته نمی‌باشد. به این ترتیب می‌توان از ربات‌هایی با ویژگی‌های ارزنده که به‌منظور مصارف صنعتی یا سبک وزن خدماتی ساخته شده‌اند تنها با ایجاد تغییری جزئی در نرم‌افزار، در کاربرد جراحی بهره جست.

مطالعه بر کنترل ربات‌های جراح در حضور قید  $RCM$  در مطالعات گذشته با روش‌های مختلف انجام گرفته است. در مراجع [1-3] انواع مختلف بازوهای جراح که به‌طور مکانیکی در نقطه  $RCM$  مقید شده‌اند معرفی شده است. در [4] جبران قید  $RCM$  با استفاده از مفاصل غیرفعال و قانون کنترلی مناسب صورت می‌گیرد. در [5,6] از کنترل بازوی رباتیک با ژاکوبین گسترش یافته<sup>۵</sup> با توجه به قید  $RCM$  استفاده می‌شود. در [7-9] از روش‌های بهینه‌سازی بلادرنگ<sup>۶</sup> با قیود متفاوت به‌منظور به‌دست آوردن سرعت لحظه‌ای بهینه مفاصل برای حرکات مقید عملگر نهایی استفاده شده‌است. در [10]

روش برای کنترل مقاوم در نقطه‌ی ورود و کنترل تطبیقی در عملگر نهایی ارائه شده است. در این مقاله ترکیبی از کنترل دوگانه‌ی نیرو- موقعیت و کنترل طبیعی ورودی (NAC<sup>7</sup>) به‌کار گرفته شد که محدودیت‌های ورودی را همزمان با رفتار تطبیقی عملگر نهایی جبران می‌کند. در [11] به بحث حول سینماتیک تروکار و قید  $RCM$  پرداخته شده است. در [12] از مفهوم اولویت وظیفه<sup>۸</sup> و ژاکوبین انحصاری<sup>۹</sup> برای ایجاد حرکت محدود به دلیل حضور تروکار و هندسه‌ی بازو استفاده شده است. محدودیت‌های نقطه‌ی ورود اولویت اول و حرکت عملگر نهایی اولویت دوم است که از فضای پوچ ماتریس ژاکوبین اول به‌دست می‌آید. در [13] از یک جفت کنترلر سینماتیکی چهارگانه استفاده شد تا زمانی که منشأ حرکت ابزار جراحی توسط جراح ایجاد می‌شود  $RCM$  ثابت بماند. در [14] با استفاده از سینماتیک  $RCM$  و با کنترل مستقیم بر میزان نفوذ ابزار در بدن بیمار، حرکت ربات تحت کنترل قرار گرفته است. در [15] با استفاده از ژاکوبین گسترش یافته تحت قید  $RCM$  به کنترل ربات در شرایطی که نقطه تروکار متحرک است پرداخته شده است. در این مقاله به ارائه فرمولاسیون جدیدی برای کنترل فعال ربات جراح تحت قید  $RCM$  در سطح سینماتیک پرداخته می‌شود. به این منظور با در نظر گرفتن قید  $RCM$  در سینماتیک ربات، ماتریس ژاکوبین مقید سیستم به دست آمده و اساس کار کنترلر سیستم مقید قرار می‌گیرد. علاوه، از فضای پوچ ربات به منظور بهینه‌سازی عملکرد ربات در تعیین محدوده موقعیت  $RCM$  و اندیس ماهریت ربات استفاده شده‌است. پس از پیاده‌سازی روش ارائه شده بر روی محیط شبیه‌سازی با ربات صفحه‌ای 5 درجه آزادی، به مقایسه عملکرد این فرمولاسیون با فرمولاسیون ارائه شده در [14] به‌عنوان یکی از مراجع مهم در این زمینه پرداخته می‌شود.

در بخش 2 به شرح قید  $RCM$  پرداخته می‌شود و به بحث حول سینماتیک کل سیستم با توجه به قید پرداخته می‌شود. در بخش 3 فرمولاسیون جدیدی برای کنترل ربات جراح در حضور قید  $RCM$  ارائه می‌شود. در بخش 4 یک شبیه‌سازی عددی از کنترل حرکت فعال یک ربات صفحه‌ای 5 درجه آزادی ارائه می‌شود تا نتایج بخش 3 مورد ارزیابی قرار گیرد. در بخش 5 پیاده‌سازی فرمولاسیون ارائه شده در این مقاله و فرمولاسیون ارائه شده در [14] در یک محیط شبیه‌سازی مشابه، به مقایسه نتایج پرداخته می‌شود و در نهایت در بخش 6 به تفسیر نتایج پرداخته می‌شود.

## 2- سینماتیک ربات

در جراحی‌های کم‌تهاجمی (MIS) ابزارهای جراحی باید از برش‌های بسیار کوچک وارد بدن بیمار شوند. این ابزارها از طریق نقطه تروکار در محل برش وارد بدن می‌شوند. هر عملی که فرمان آن توسط جراح صادر می‌شود باید در بدن بیمار توسط ابزاری که از این نقاط برش وارد می‌شوند انجام گیرد. در نتیجه محدودیتی در حرکت بازو تحت عنوان قید مرکز حرکت متحرک ( $RCM$ ) ایجاد می‌شود. نقطه  $RCM$  به نقطه‌ای روی ابزار جراحی گفته می‌شود که به‌طور لحظه‌ای بر روی نقطه تروکار منطبق می‌شود (شکل 1). بنابراین مکان این نقطه روی ابزار جراحی در حین انجام جراحی در تغییر است.

در نقطه  $RCM$  ربات نمی‌تواند حرکت جانبی در سطح بدن داشته باشد. در نتیجه این قید دو درجه آزادی محدودیت برای حرکت ربات در فضا ایجاد

<sup>1</sup> Trocar

<sup>2</sup> Remote Center of Motion

<sup>3</sup> End-effector

<sup>4</sup> Registration

<sup>5</sup> Extended Jacobian

<sup>6</sup> Real Time

<sup>7</sup> Natural Admittance Control

<sup>8</sup> Task Priority

<sup>9</sup> Restricted Jacobian

$$\begin{pmatrix} \dot{q} \\ \dot{\lambda} \end{pmatrix} = J^\# \begin{pmatrix} K_t & 0_{n_t \times 3} \\ 0_{3 \times n_t} & K_{RCM} \end{pmatrix} e_t \quad (7)$$

در این روابط،  $n_t$  تعداد درجات آزادی فضای وظیفه عملگر نهایی و همان‌طور که پیش‌تر اشاره شد  $\dot{x}_e$  سرعت عملگر نهایی و  $\dot{x}_{EXT}$  سرعت فضای گسترش یافته شامل عملگر نهایی و نقطه RCM می‌باشد. در رابطه (6)  $x_d$  موقعیت مطلوب عملگر نهایی و  $e_t$  خطای موقعیت در دو نقطه عملگر نهایی و تروکار است. در رابطه (7)  $J^\#$  معکوس ماتریس ژاکوبین کل سیستم و  $K_t$  و  $K_{RCM}$  ماتریس‌های قطری مثبت معین می‌باشند. همان‌طور که مشاهده می‌شود در مرجع [14] ابتدا سرعت نقطه تروکار، به صورت یک وظیفه جانبی تعریف می‌شود. به منظور ثابت نگه‌داشتن این نقطه، سرعت در این نقطه برابر با صفر قرار داده شده است (رابطه (4)). از آنجایی که ابزار جراحی در این نقطه می‌تواند در جهت عمود بر بدن حرکت داشته باشد، حرکت در جهت طول ابزار جراحی به‌عنوان یک مفصل مجازی ( $\lambda$ ) در نظر گرفته می‌شود. به منظور کنترل عملگر نهایی در حضور قید RCM مطابق رابطه (5) فضای وظیفه گسترش یافته<sup>2</sup>، از کنار هم قرار دادن فضای وظیفه مربوط به نقطه عملگر نهایی و فضای وظیفه مربوط به نقطه RCM تعریف می‌شود. به عبارت دیگر ماتریس ژاکوبین سیستم مقید از افزودن ماتریس ژاکوبین قید به ماتریس ژاکوبین عملگر نهایی حاصل می‌شود. در ادامه کنترل سیستم با استفاده از این ماتریس ژاکوبین ترکیبی به دست می‌آید. این ماتریس علاوه بر این که محاسبات مربوطه را به دلیل سبک‌تر بودن سنگین می‌کند، نقاط تکینگی جدید حاصل از کنار هم قرار دادن دو ژاکوبین نیز ایجاد می‌کند.

### 3- فرمولاسیون پیشنهادی برای کنترل ربات تحت قید RCM

با توجه به تعریف نقطه RCM که در بخش 2 به آن اشاره شد، موقعیت نقطه RCM و نقطه تروکار بر هم منطبق است و با توجه به ثابت بودن موقعیت نقطه تروکار می‌توان نتیجه گرفت که سرعت خطی در نقطه RCM برابر با صفر است،

$$v_p = 0, \quad (8)$$

در این رابطه سرعت خطی  $v_p \in R^3$  برابر صفر در نظر گرفته شده است و با توجه به اینکه ابزار جراحی در نقطه RCM در داخل بدن می‌تواند نفوذ کند، بنابراین در این مقاله نقطه RCM به عنوان یک مفصل کشویی<sup>3</sup> مجازی در نظر گرفته می‌شود تا محدودیت حرکت در جهت عمق نفوذ بدین ترتیب جبران شود. با توجه به روابط سینماتیک ربات داریم،

$$v_p = J_p \dot{q} = 0, \quad (9)$$

که بردار سرعت خطی در نقطه RCM،  $J_p$  ماتریس  $3 \times (n + 3)$  ژاکوبین تبدیل سرعت فضای مفاصل به سرعت فضای وظیفه در نقطه تروکار و  $\dot{q}$  بردار سرعت مفاصل است. به علاوه  $n$  تعداد مفاصل ربات است. اگر در این رابطه  $J_p$  به صورت  $[J_I \quad J_{II}]$  و  $\dot{q}$  به صورت  $\begin{bmatrix} \dot{q}_I \\ \dot{q}_{II} \end{bmatrix}$  تفکیک شوند داریم،

$$[J_I \quad J_{II}] \times \begin{bmatrix} \dot{q}_I \\ \dot{q}_{II} \end{bmatrix} = 0. \quad (10)$$

در نتیجه به دلیل حضور قید RCM، می‌توان  $\dot{q}_{II}$  را به عنوان سرعت مفاصل وابسته به  $\dot{q}_I$  به صورت زیر به دست آورد،

$$J_I \dot{q}_I + J_{II} \dot{q}_{II} = 0, \quad (11)$$

$$\dot{q}_{II} = -J_{II}^{-1} J_I \dot{q}_I. \quad (12)$$

انتخاب  $\dot{q}_I$  و  $\dot{q}_{II}$  باید با شرط معکوس‌پذیر بودن  $J_{II}$  انجام گیرد. بنابراین

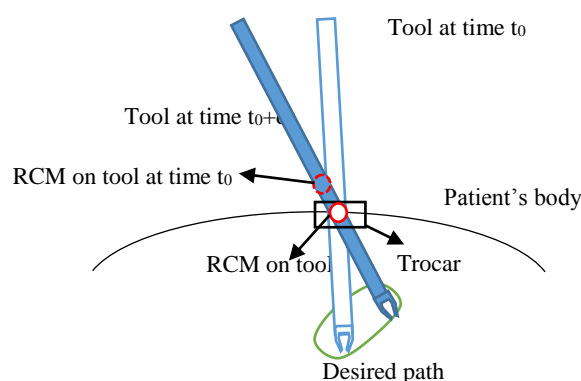


Fig. 1 The trocar constraint on the surgical tool acting on patient's body at a given time  $t_0$

شکل 1 محدودیت حرکت در نقطه تروکار بر روی ابزار جراحی در حین عمل بر روی سطح بدن در زمان  $t_0$

می‌کند. بنابراین در جراحی‌های کم‌تهاجمی برای جبران این محدودیت، باید دو درجه آزادی اضافه به فضای مفاصل ربات اضافه گردد که عموماً این دو درجه آزادی اضافه در اندوریزست<sup>1</sup> لحاظ می‌گردد.

در روش ارائه شده توسط آقاخانی و همکاران [14]، فرمولاسیونی برای کنترل بازوی سری با  $n$  مفصل، براساس مطالب مطرح شده در [12] حول سینماتیک RCM ارائه شده است. در این روش فرض شده است که لینک  $i$ -ام برای عبور از نقطه ثابت  $P_{Trocar} \in R^3$  مقید شده است. نقطه  $P_{RCM}$  (نقطه‌ای گفته می‌شود که به‌طور لحظه‌ای با  $P_{Trocar}$  منطبق است)، می‌تواند در هر نقطه‌ای بین  $P_i$  و  $P_{i+1}$  که موقعیت مفاصل  $i$  و  $i + 1$  می‌باشند، قرار گیرد. به این ترتیب موقعیت نقطه RCM برابر است با،

$$P_{RCM} = P_i(q(t)) + \lambda(t) (P_{i+1}(q(t)) - P_i(q(t))), \quad 0 \leq \lambda \leq 1 \quad (1)$$

با مشتق‌گیری از رابطه (1) نسبت به زمان داریم،

$$\begin{aligned} \dot{P}_{RCM} &= \dot{P}_i + \dot{\lambda}(P_{i+1} - P_i) + \lambda(\dot{P}_{i+1} - \dot{P}_i), \\ &\text{که با استفاده از روابط سینماتیک ربات به شکل زیر نوشته می‌شود،} \\ \dot{P}_{RCM} &= J_i \dot{q} + \dot{\lambda}(P_{i+1} - P_i) + \lambda(J_{i+1} \dot{q} - J_i \dot{q}). \end{aligned} \quad (2)$$

در این رابطه  $J_i$  و  $J_{i+1}$  به ترتیب ماتریس ژاکوبین در مفصل  $i$  و  $i + 1$  می‌باشند. با بازنویسی رابطه (2) شکل ماتریسی زیر به دست می‌آید،

$$\dot{P}_{RCM} = \begin{pmatrix} J_i + \lambda(J_{i+1} - J_i) \\ P_{i+1} - P_i \end{pmatrix}^T \begin{pmatrix} \dot{q} \\ \dot{\lambda} \end{pmatrix},$$

و در نهایت به صورت زیر نوشته می‌شود،

$$\dot{P}_{RCM} = J_{RCM}(q, \lambda) \begin{pmatrix} \dot{q} \\ \dot{\lambda} \end{pmatrix}. \quad (3)$$

از آنجایی که  $P_{RCM}$  باید بر نقطه‌ی ورود بر بدن منطبق شود یعنی  $P_{RCM} = P_{Trocar}$  پس مشتق زمانی  $P_{RCM}$  برابر با صفر است،

$$\dot{P}_{RCM} = J_{RCM}(q, \lambda) \begin{pmatrix} \dot{q} \\ \dot{\lambda} \end{pmatrix} = 0. \quad (4)$$

با استفاده از رابطه (4) در معادله سینماتیک سرعت فضای وظیفه ربات  $\dot{x}_e$  با ماتریس ژاکوبین  $J_e$ ، رابطه سرعت در فضای توسعه داده شده ( $\dot{x}_{EXT}$ ) با سرعت مفاصل ( $\dot{q}$ ) و سرعت جابجایی نقطه تروکار ( $\dot{\lambda}$ ) به دست می‌آید،

$$\dot{x}_{EXT} = \begin{pmatrix} \dot{x}_e \\ \dot{\lambda} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} J_e & 0_{n_t \times 1} \\ 0_{3 \times 1} & J_{RCM} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \dot{q} \\ \dot{\lambda} \end{pmatrix} = J \begin{pmatrix} \dot{q} \\ \dot{\lambda} \end{pmatrix}. \quad (5)$$

$$e_t = \begin{pmatrix} P_{Trocar} - P_{RCM} \end{pmatrix}, \quad (6)$$

<sup>2</sup> Extended task space

<sup>3</sup> Prismatic

<sup>1</sup> Endowrist

در این الگوریتم با تعریف قید RCM با استفاده از سینماتیک ربات مطابق رابطه (9) و یافتن روشی برای اعمال این قید در رابطه سینماتیک کل ربات، بدون گسترش فضای وظیفه، ارتباط فضای وظیفه و فضای مفاصل ربات مطابق رابطه (14) به دست آمده است. آنچه که آشکار است در این روش وابستگی سرعت برخی مفاصل به مفاصل دیگر است که این مساله از طریق لحاظ نمودن ماتریس ژاکوبین قید و تعریف ماتریس ژاکوبین مقید  $J_c$  با ابعاد کمتر حل شده است (رابطه 14). با به کارگیری این ماتریس نه تنها حجم محاسبات کاهش می‌یابد، بلکه مشکلات مربوط به تکیگی تلفیقی<sup>1</sup> نیز مرتفع می‌گردد.

### 3-1- کنترل فضای پوچ ربات در MIS

زمانی که ربات دارای تعدادی درجه آزادی اضافه یا به عبارتی دارای افزونگی باشد، با استفاده از فضای پوچ ماتریس ژاکوبین، می‌توان ربات را به انجام رفتار دلخواهی با قابلیت‌های بیشتر هدایت کرد [16]. بدین منظور برای افزایش ماهریت<sup>2</sup> ربات و همچنین نزدیکی عمق نفوذ ابزار جراحی ( $a$ ) به مقداری دلخواه، به بهینه‌سازی ربات در MIS پرداخته شده است. افزایش ماهریت ربات منجر می‌شود تا ربات با دقت و امنیت بیشتر عمل نماید. هرچه این مقدار بیشتر باشد از بروز تکیگی<sup>3</sup> در سیستم جلوگیری می‌شود. در رابطه (17) مقدار  $\omega$  یک بردار دلخواه از سرعت مفاصل است که حضور آن در این رابطه، بردار سرعت مفاصل را تا حد امکان به بردار  $\omega$  نزدیک می‌کند.

برای اطمینان از اینکه مقدار  $a$  از حد مجاز فراتر نمی‌رود، تلاش می‌شود تا به عدد دلخواه  $a_0$  نزدیک باشد، بردار  $\omega_1$  با شرایط زیر به رابطه (17) اضافه می‌شود،

$$a = \sqrt{(x_{\text{trocar}} - x_2)^2 + (y_{\text{trocar}} - y_2)^2}, \quad (18)$$

$$d = -\frac{1}{2}(a - a_0)^2, \quad (19)$$

$$\omega_1 = \nabla_{q_1} d. \quad (20)$$

در رابطه (18) اندازه  $a$  با استفاده از موقعیت نقاط تروکار و مفصل قبل از آن به دست می‌آید. در رابطه (19) اندازه تفاضل مقدار  $a$  با مقدار دلخواه  $a_0$  به دست می‌آید که در رابطه (20) گرادیان این اندازه توسط  $\omega_1$  تعریف می‌شود. بنابراین رابطه (12) به شکل زیر تکمیل می‌شود،

$$\dot{q}_I = J_c^+ (\dot{x}_{\text{des}} + ke) + Nk_1 \omega_1, \quad (21)$$

در این رابطه  $e = x_{\text{des}} - x_e$  مقدار خطای موقعیت عملگر نهایی و  $N = I - J_c^+ J_c$  ماتریس تصویر<sup>4</sup> فضای پوچ ماتریس ژاکوبین مقید می‌باشد. با استفاده از رابطه (21) می‌توان از قرارگیری موقعیت نقطه RCM در محدوده‌ای دلخواه که امنیت ربات و بیمار حفظ شود، اطمینان حاصل کرد.

برای افزایش ماهریت ربات نیز می‌توان از فضای پوچ ماتریس ژاکوبین سیستم افزونه، استفاده کرد. معیار ماهریت<sup>5</sup> رباتی با ماتریس ژاکوبین  $J(q)$  برابر است با [17]،

$$w(q) = \sqrt{\det(J(q)J^T(q))}, \quad (22)$$

در این شبیه‌سازی با توجه به مقید بودن سیستم، از ژاکوبین مقید  $J_c$  برای به دست آوردن اندازه ماهریت ربات استفاده می‌شود. برای افزایش ماهریت ربات، بردار  $\omega_2$  به رابطه (17) افزوده می‌شود،

$$w = \sqrt{\det(J_c J_c^T)}, \quad (23)$$

$J_{II}$  ماتریس  $3 \times 3$  و  $J_I$  ماتریس  $3 \times n$  در فضای وظیفه سه بعدی است. در این روابط  $\dot{q}_I$  و  $\dot{q}_{II}$  شامل مفاصل ربات، دو مفصل اضافه در اندورست و مفصل کشویی مجازی در نقطه RCM می‌باشد که مجموعاً برابر با  $n + 3$  عضو می‌باشد.

سرعت در فضای وظیفه  $\dot{x}_e$  بعدی در عملگر نهایی با توجه به روابط سینماتیک از رابطه زیر به دست می‌آید،

$$\dot{x}_e = J_e \dot{q}, \quad (13)$$

در این رابطه،  $\dot{x}_e$  سرعت فضای وظیفه در عملگر نهایی و  $J_e$  ماتریس  $n_t \times (n + 3)$  ژاکوبین تبدیل سرعت فضای مفاصل به سرعت فضای وظیفه می‌باشد. با تفکیک بردار  $\dot{q}$  و با استفاده از رابطه (12) سرعت عملگر نهایی به صورت زیر به دست می‌آید،

$$\dot{x}_e = J_e \begin{bmatrix} \dot{q}_I \\ \dot{q}_{II} \end{bmatrix} = J_e \begin{pmatrix} I \\ -J_{II}^{-1} J_I \end{pmatrix} \dot{q}_I = J_c \dot{q}_I, \quad (14)$$

در این رابطه  $J_c$  ماتریس ژاکوبین مقید  $n_t \times n$  می‌باشد.

با توجه به روابط به دست آمده، کنترل سینماتیک سیستم برابر است با،

$$\dot{q}_I = J_c^+ (\dot{x}_{\text{des}} + ke), \quad (15)$$

در این رابطه  $J_c^+$  شبه معکوس  $J_c$  است که  $J_c = J_e \begin{pmatrix} I \\ -J_{II}^{-1} J_I \end{pmatrix}$  می‌باشد و  $\dot{x}_{\text{des}}$  سرعت مطلوب در عملگر نهایی است که توسط جراح به سیستم داده می‌شود.  $k$  ماتریس قطری مثبت معین  $n_t \times n_t$  و  $e$  خطای موقعیت عملگر نهایی مطابق رابطه زیر است،

$$e = x_{\text{des}} - x_e. \quad (16)$$

در این رابطه  $x_{\text{des}}$  موقعیت مطلوب و  $x_e$  موقعیت حقیقی عملگر نهایی است. در نتیجه به طور کلی کنترل ربات با استفاده از کنترل حلقه بسته سینماتیک معکوس به دست می‌آید،

$$\dot{q}_I = J_c^+ (\dot{x}_{\text{des}} + k(x_{\text{des}} - x_e)) + (I - J_c^+ J_c) \omega, \quad (17)$$

در این رابطه  $\omega \in \mathbb{R}^n$  یک بردار دلخواه است. بردار سرعت مفاصل  $\dot{q}_{II}$  نیز از رابطه (12) به دست می‌آید.

کنترلر به دست آمده در رابطه (17)، نشان می‌دهد که خطای موقعیت به طور نمایی به صفر همگرا می‌شود. همان‌طور که مشاهده می‌شود روش کنترلی ارائه شده در سطح سینماتیک می‌باشد و عدم قطعیت پارامتری که غالباً مربوط به پارامترهای دینامیکی نظیر جرم و موقعیت مرکز جرم است، در این مساله وجود ندارد. از طرف دیگر با توجه به مشخصات ربات و انجام فرایند ثبت در مرحله قبل از جراحی، پارامترهای سینماتیکی نظیر طول لینک‌ها و موقعیت نقطه تروکار نیز دانسته در نظر گرفته می‌شود. با اعمال کنترلر سینماتیکی ارائه شده در رابطه (25)، دینامیک حلقه بسته ربات به صورت نمایی خطای وظیفه سیستم مقید را به سمت صفر کاهش می‌دهد. البته این موضوع با فرض مجهز بودن ربات به یک سیستم کنترلی تعقیب مسیر سریع برای مفاصل صورت پذیرفته است که با توجه به این که اکثر ربات‌های موجود مجهز به کنترلر داخلی در مد سرعت می‌باشند، فرض معقولی است.

موقعیت نقطه تروکار پیش از عمل جراحی و در فرآیند ثبت، تعیین می‌گردد. معمولاً دو روش عمده برای این کار وجود دارد. 1- توسط مارکرهایی که بر روی نقاطی از بدن بیمار قرار می‌گیرد. 2- با قرار دادن عملگر نهایی ربات روی نقطه موردنظر بر روی بدن به عنوان نقطه تروکار، موقعیت این نقطه عملاً توسط خود ربات تعیین می‌شود. در تمام طول مدت عمل نقطه RCM بر نقطه تروکار منطبق می‌شود و نیازی به دانستن موقعیت تروکار در هر لحظه نمی‌باشد.

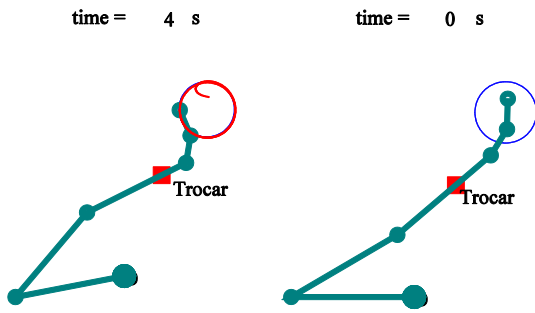
<sup>1</sup> Algorithmic Singularity

<sup>2</sup> Manipulability

<sup>3</sup> Singularity

<sup>4</sup> Projection matrix

<sup>5</sup> Manipulability measure



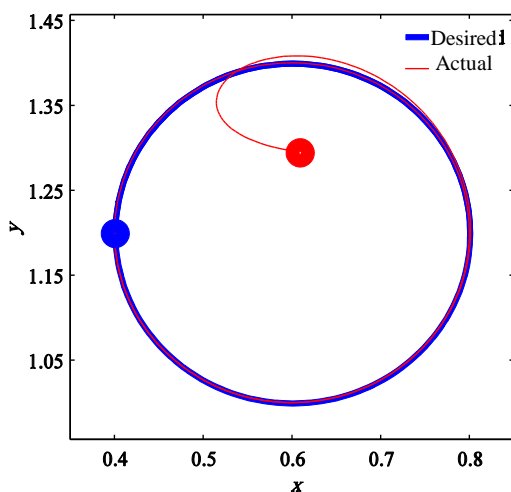
**Fig. 3** simulation of planar robot in a circular desired trajectory with compensating the trocar constraint in the initial ( $t=0$ ) and the final ( $t=4$ ) situation

شکل 3 شبیه‌سازی ربات صفحه‌ای در یک مسیر مطلوب دایره‌ای با جبران محدودیت حرکت در نقطه تروکار در لحظه اولیه ( $t=0$ ) و زمان نهایی ( $t=4$ )

نتایج ردیابی مسیر توسط نوک ابزار و همچنین خطای موقعیت در فضای وظیفه و در نقطه RCM در "شکل‌های 4 و 5" نشان داده شده است. در "شکل 5" خطای وظیفه عملگر نهایی و خطای موقعیت نقطه RCM نمایش داده شده است. همان‌طور که مشاهده می‌شود خطا در فضای وظیفه به صورت نمایی به صفر میل می‌کند و نقطه RCM نیز به شکل مناسبی بر روی نقطه تروکار قرار گرفته است. مقدار آن بسیار کم و نزدیک به صفر می‌باشد. "شکل 6" منحنی سرعت نقطه RCM برحسب زمان را نشان می‌دهد که دارای مقدار بسیار کم در مرتبه  $10^{-16}$  می‌باشد و ثابت ماندن ابزار جراحی در نقطه RCM را که فرمولاسیون ارائه شده در بخش 3 صفر بودن سرعت در نقطه RCM را تضمین می‌کند اثبات می‌کند.

#### 5- استفاده از فضای پوچ ربات در شبیه‌سازی

همان‌طور که در بخش گذشته اشاره شد، روش کنترلی پیشنهادی بر روی یک ربات صفحه‌ای 5 درجه آزادی ارزیابی شده است. بنابراین این ربات دارای یک درجه آزادی افزونگی می‌باشد و می‌توان با کنترل فضای پوچ ربات با استفاده از روابط به‌دست آمده در بخش 3، به شبیه‌سازی عددی ربات پرداخت. با استفاده از رابطه (21)، می‌توان فضای وظیفه ربات را به‌گونه‌ای کنترل کرد که موقعیت نقطه RCM در محدوده دلخواه قرار گیرد. منحنی اندازه  $a$  برحسب زمان می‌تواند نشان‌دهنده افزایش ثابت نقطه RCM باشد.



**Fig. 4** result of tool-tip trajectory subject to RCM constraint  
شکل 4 نتایج ردیابی مسیر توسط نوک ابزار در حضور قید RCM

$$\omega_2 = \nabla_{q_1} w, \quad (24)$$

باتوجه به رابطه (24) برای به دست آوردن  $\omega_2$  باید گرادینان اندیس ماهریت نسبت به بردار موقعیت مفاصل به‌دست آید. بنابراین رابطه (17) به شکل زیر تکمیل می‌گردد،

$$\dot{q}_I = J_c^+ (\dot{x}_{des} + ke) + Nk_2 \omega_2. \quad (25)$$

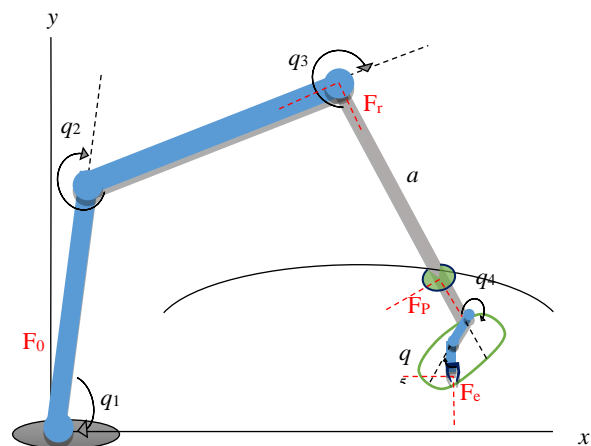
با استفاده گرادینان اندیس ماهریت در فضای پوچ ماتریس ژاکوبین ربات افزونه مقید، می‌توان از ایجاد تکینگی در سیستم جلوگیری نمود. برای جزئیات بیشتر مرجع [18] توصیه می‌شود.

#### 4- شبیه‌سازی عددی

در این بخش، رابطه (15) که در بخش 3 به‌دست آمده است با استفاده از شبیه‌سازی عددی مورد ارزیابی قرار می‌گیرد. به این منظور، کنترل حرکت تطبیقی فعال یک بازوی صفحه‌ای با توجه به قید RCM شبیه‌سازی شده است. در این شبیه‌سازی همان‌طور که در "شکل 2" نشان داده شده است، ربات دارای 3 مفصل  $q_1, q_2, q_3$  است و دو درجه آزادی در اندورست ( $q_4, q_5$ ) به ربات اضافه شده است. نقطه RCM در فریم  $F_p$  واقع می‌شود که مفصل خطی مجازی ( $a$ ) در این فریم قرار دارد. در این شکل  $F_e$  نشان‌دهنده فریم عملگر نهایی است.

با توجه به روابط ارائه شده در بخش 3 در این شبیه‌سازی  $n_1=3, n_2=3$ ،  $J_p$  ماتریس  $2 \times 6$ ،  $J_e$  ماتریس  $3 \times 6$  و  $J_c$  ماتریس  $3 \times 4$  می‌باشد. طول لینک‌های اول و دوم به همراه طول لینک سوم (که معرف ابزار جراحی است) برابر 0.8m در نظر گرفته شده است. طول دو لینک متصل به اندورست نیز برابر 0.2m است. بردار سرعت  $\dot{q}$  به صورت  $\dot{q} = [\dot{q}_4 \quad \dot{q}_5 \quad \dot{q}_1 \quad \dot{q}_2]^T$  و  $\dot{q}_I = [\dot{q}_3 \quad \dot{a}]^T$  تفکیک شده است. در این حالت ماتریس  $J_{II}$  معکوس‌پذیر بوده و در نتیجه کنترل ربات با استفاده از رابطه (17) به دست می‌آید.

برای ارزیابی عملکرد ربات صفحه‌ای با فرمولاسیون پیشنهادی، یک مسیر دایره‌ای به‌عنوان مسیر مطلوب تعریف شده است (شکل 3). موقعیت اولیه مفاصل ربات به‌گونه‌ای تعریف شده است که نقطه تروکار در نزدیکی مسیر مطلوب قرار گیرد و دستیابی به فضای وظیفه با توجه به محدوده حرکت ربات میسر باشد. در "شکل 3" مسیر آبی رنگ مسیر دلخواه و مسیر قرمز رنگ مسیر طی شده توسط عملگر نهایی است. همان‌طور که در "شکل 4" دیده می‌شود موقعیت عملگر نهایی در زمان صفر روی مسیر مطلوب قرار ندارد و پس از زمان کوتاهی عملگر نهایی ربات، مسیر دلخواه را دنبال می‌کند.



**Fig. 2** the planar robot simulated to evaluate the proposed control method

شکل 2 ربات صفحه‌ای شبیه‌سازی شده به‌منظور ارزیابی روش کنترلی ارائه‌شده

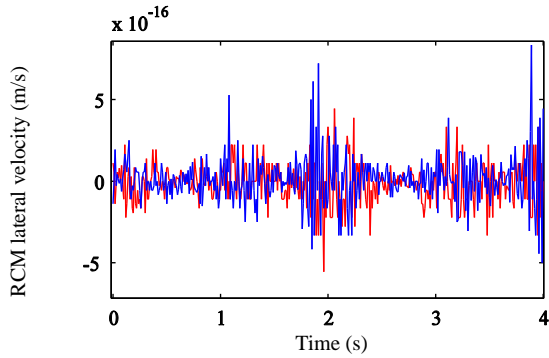


Fig. 6 translational velocity at the RCM point is almost zero  
شکل 6 سرعت خطی در نقطه RCM تقریباً برابر با صفر می‌باشد.

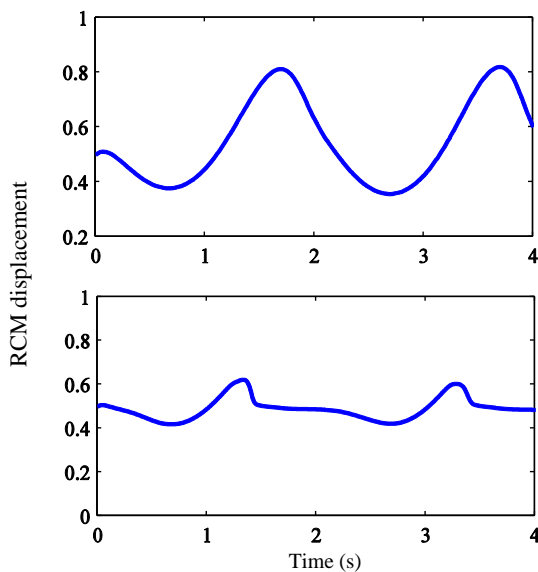


Fig. 7 value of the virtual prismatic joint displacement in non-optimized (up) vs optimized (down) simulation  
شکل 7 اندازه جابجایی مفصل مجازی خطی در شبیه‌سازی غیربهینه‌سازی شده (بالا) و شبیه‌سازی بهینه‌سازی شده (پایین)

روش ارائه شده در [14] دارد.

### 7- بحث و نتیجه‌گیری

این مقاله به بررسی مسئله کنترل فعال مرکز حرکت متحرک در جراحی‌های کم‌تهاجمی رباتیکی در سطح سینماتیک می‌پردازد. روش کنترلی ارائه شده منجر به کنترل مسیر مطلوب در عملگر نهایی با در نظر گرفتن محدودیت حرکت در نقطه تروکار شده است. در این روش با تعریف قید RCM و اعمال آن در روابط سینماتیک ربات، کنترل ربات تنها در سطح فضای وظیفه عملگر نهایی انجام می‌گیرد. به منظور اعمال قید، نقطه RCM به‌عنوان یک مفصل کشویی مجازی در نظر گرفته شده است و با تغییر مقدار این متغیر میزان عمق نفوذ در بدن تغییر می‌کند. در قانون کنترلی به‌دست آمده، با توجه به وابسته بودن سرعت برخی از مفاصل به سرعت سایر مفاصل به دلیل حضور قید، ماتریس ژاکوبین دارای ابعاد کوچکتر و در نتیجه محاسبات آن ساده‌تر و سریع‌تر می‌باشد. همچنین روابط به‌دست آمده به‌صورت کلی مطرح شده و به نوع ربات وابسته نمی‌باشد.

این روش کنترلی بر روی یک ربات صفحه‌ای 5 درجه آزادی در فضای

در "شکل 7" مقایسه بین منحنی اندازه  $a$  برحسب زمان در دو حالت شبیه‌سازی پیش و پس از بهینه‌سازی نمایش داده شده است. همان‌طور که در شکل مشخص است مقدار  $a$  به مقدار دلخواه  $a_0 = 0.5$  نزدیک شده است.

به علاوه، مطابق رابطه (25)، می‌توان با کنترل فضای پوچ ربات، میزان ماهریت ربات را افزایش داد. با توجه به رابطه (24) برای به‌دست آوردن  $\omega_2$  باید گرادیان اندیس ماهریت نسبت به بردار موقعیت مفاصل به‌دست آید. در محیط شبیه‌سازی به‌دست آوردن گرادیان اندیس ماهریت از رابطه (23) قابل‌حل نمی‌باشد و برای محاسبه آن در این بخش، از روش عددی استفاده شده است.

در "شکل 8" تأثیر کنترل فضای پوچ ربات با استفاده از رابطه (25) بر ماهریت ربات، در نمودار ماهریت ربات برحسب زمان نمایش داده شده است. همان‌طور که در "شکل 8" پیداست، میزان ماهریت ربات پس از بهینه‌سازی افزایش یافته است.

### 6- مقایسه بین پیاده‌سازی دو روش متفاوت بر ربات صفحه‌ای

در این بخش روش ارائه شده در [14] بر روی ربات صفحه‌ای 5 درجه آزادی پیاده‌سازی می‌شود و نتایج آن با روش ارائه شده در این مقاله مقایسه می‌شود. در [14] همان‌طور که در بخش 2 اشاره شد، با استفاده از سینماتیک نقطه RCM، ژاکوبین این نقطه به دست آمده و با در نظر گرفتن آن در کنترلر کل سیستم، هر دو نقطه عملگر نهایی و نقطه RCM همزمان کنترل می‌شوند. در این روش جابجایی نقطه RCM با متغیر  $\lambda$  نمایش داده شده است.

با پیاده‌سازی این روش بر ربات صفحه‌ای، نمودار خطای وظیفه در عملگر نهایی و ماهریت ربات در مقایسه با روش پیشنهادی در این پروژه مطابق "شکل 9 و 10" به دست آمده است.

با توجه به "شکل 9" خطای وظیفه در دو روش مورد مقایسه مقداری نسبتاً برابر دارد. در "شکل 10" مقایسه ماهریت ربات در دو روش متفاوت انجام گرفته است که همان‌طور که قابل مشاهده است در روش پیشنهادی این مقاله، بدون اعمال بهینه‌سازی، ماهریت ربات مقدار بیشتری نسبت به

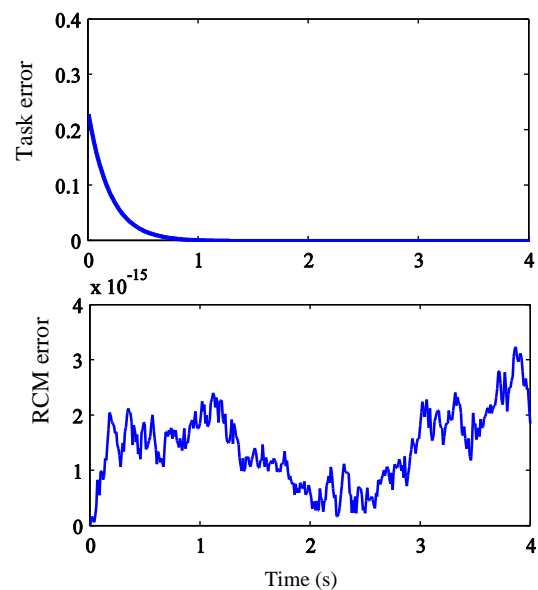
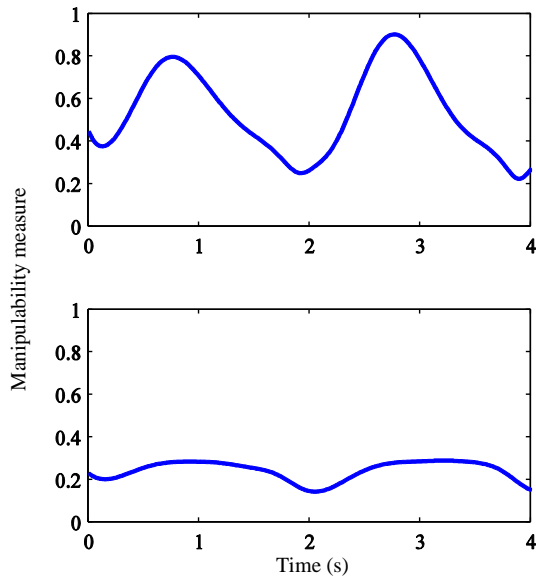


Fig. 5 end effector position error (up) and RCM error (down)  
شکل 5 خطای موقعیت عملگر نهایی (بالا) و خطای نقطه RCM (پایین)



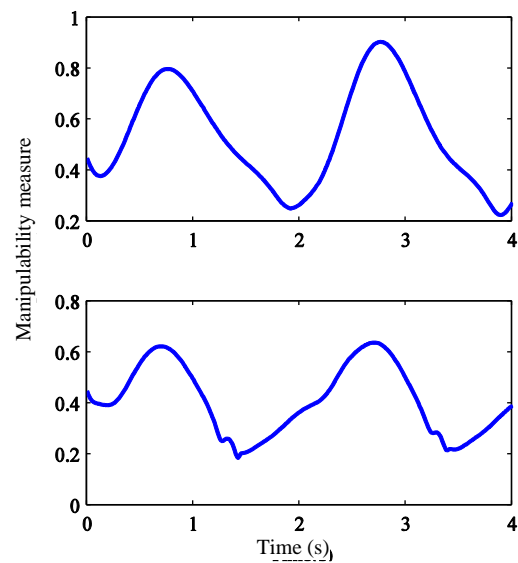
**Fig. 10** comparison of manipulability between proposed method in this paper (a) and method of [14] (b)

شکل 10 ماهریت ربات صفحه‌ای در پیاده‌سازی روش ارائه شده در این مقاله (بالا) و پیاده‌سازی روش ارائه شده در [14] (پایین)

وظیفه اثبات شده است. البته در روش ارائه شده در این مقاله خطای فضای وظیفه کاملاً به‌طور نمایی کاهش می‌یابد که در روش ارائه شده در [14] نوسانات کمی دیده می‌شود. در روش ارائه شده در [14] کنترل در دو سطح جداگانه عملگر نهایی و نقطه RCM انجام می‌گیرد در حالی که در روش ارائه شده کنترل ربات تنها در فضای وظیفه عملگر نهایی صورت می‌گیرد. فضای وظیفه گسترش یافته در مرجع [14] باعث افزایش سایز ماتریس ژاکوبین مقید و در نتیجه سنگین شدن محاسبات می‌شود. از آنجایی که ماتریس ژاکوبین در این روش از کنار هم قرار دادن دو ماتریس ژاکوبین ایجاد می‌شود امکان ایجاد تکینگی تلفیقی به وجود می‌آید. در روش پیشنهادی در این مقاله به دلیل وابستگی سرعت بعضی از مفاصل به مفاصل دیگر، سایز ماتریس ژاکوبین کاهش می‌یابد. در نتیجه محاسبات با حجم کمتر و احتمال خطای پایین‌تری انجام می‌گیرد. این امر می‌تواند در سرعت عمل ربات در محیط اتاق عمل تاثیرگذار باشد و از ایجاد تاخیر زمانی بین فرمان جراح و عملکرد ربات پیش‌گیری نماید. همچنین نتایج حاصل از مقایسه دو روش در اندازه ماهریت ربات نشان می‌دهد که اندازه ماهریت در روش پیشنهادی از مقدار بالاتری نسبت به روش ارائه شده در [14] دارد که به معنای احتمال ایجاد نقاط تکینگی کمتر و همچنین امنیت بالاتر ربات می‌باشد.

### 8- مراجع

- [1] R. H. Taylor, P. Kazanzides, *Medical Robotics and Computer-Integrated Interventional Medicine*, in: V. Z. Marvin, *Advances in Computers*, Eds., pp. 219-260: Elsevier, 2008.
- [2] R. H. Taylor, A. Menciassi, G. Fichtinger, P. Dario, *Medical Robotics and Computer-Integrated Surgery*, in: B. Siciliano, O. Khatib, *Springer Handbook of Robotics*, Eds., pp. 1199-1222, Berlin, Heidelberg: Springer Berlin Heidelberg, 2008.
- [3] C. H. Kuo, J. S. Dai, *Robotics for minimally invasive surgery: A historical review from the perspective of kinematics*, in: *International Symposium on History of Machines and Mechanisms: Proceedings of HMM 2008*, Eds., pp. 337-354, Dordrecht: Springer Netherlands, 2009.
- [4] T. Ortmaier, G. Hirzinger, *Cartesian control issues for minimally invasive robot surgery*, *Proceedings IEEE/RSJ International Conference on Intelligent Robots and Systems (IROS 2000)*, Vol. 1, pp. 565-571, Oct. 31-Nov. 5, 2000.
- [5] R. C. O. Locke, R. V. Patel, *Optimal remote center-of-motion location for robotics-assisted minimally-invasive surgery*, *Proceedings 2007 IEEE*

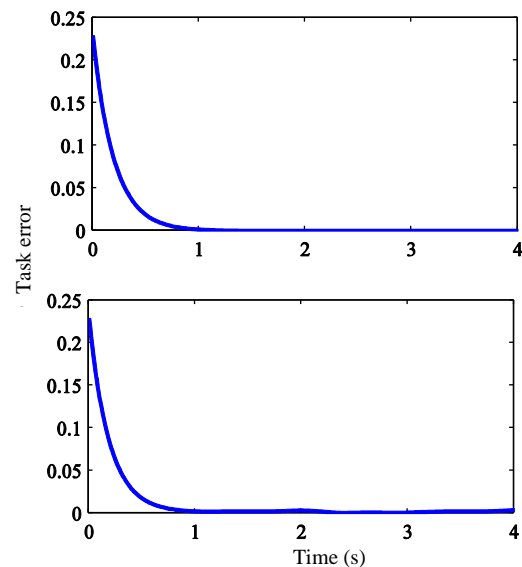


**Fig. 8** manipulability in non-optimized (up) vs. optimized (down) simulation

شکل 8 ماهریت ربات در شبیه‌سازی غیربهینه (بالا) و شبیه‌سازی بهینه‌سازی شده (پایین)

دو بعدی مورد ارزیابی قرار گرفته است. نتایج حاصل از این شبیه‌سازی نشان می‌دهند که خطای وظیفه به‌طور نمایی به صفر همگرا می‌شود، سرعت خطی در نقطه RCM در سطح بدن برابر با صفر و خطای موقعیت نقطه RCM تقریباً برابر با صفر می‌باشد. همچنین برای حصول اطمینان از رعایت حد مجاز نفوذ ابزار جراحی در داخل بدن و همچنین افزایش ماهریت و امنیت ربات در عمل، از روش بهینه‌سازی در فضای پوچ استفاده شده است. برای افزایش ماهریت از روش عددی استفاده شده است که استفاده از سایر اندیس‌های ماهریت توصیه می‌شود [12, 19-22].

با مقایسه روش پیشنهادی و روش ارائه شده در مرجع [14]، تاثیر مثبت این روش بر ماهریت ربات و برابری نسبی نتایج در خطای حاصل در فضای



**Fig. 9** comparison of task position error between proposed method in this paper (up) and method of [14] (down)

شکل 9 خطای موقعیت فضای وظیفه در روش ارائه شده در این مقاله (بالا) و روش ارائه شده در [14] (پایین)

- [14] N. Aghakhani, M. Geravand, N. Shahriari, M. Vendittelli, G. Oriolo, Task control with remote center of motion constraint for minimally invasive robotic surgery, *2013 IEEE International Conference on Robotics and Automation*, pp. 5807-5812, May 6-10, 2013.
- [15] C. D. Pham, F. Coutinho, A. C. Leite, F. Lizarralde, P. J. From, R. Johansson, Analysis of a moving remote center of motion for robotics-assisted minimally invasive surgery, *2015 IEEE/RSJ International Conference on Intelligent Robots and Systems (IROS)*, pp. 1440-1446, Sept. 28- Oct. 2, 2015.
- [16] S. Chiaverini, G. Oriolo, A. A. Maciejewski, *Redundant Robots*, in: B. Siciliano, O. Khatib, Springer Handbook of Robotics, Eds., pp. 221-242, Cham: Springer International Publishing, 2016.
- [17] B. Siciliano, L. Sciavicco, L. Villani, G. Oriolo, *Robotics: Modelling, Planning and Control*, Springer Science & Business Media, 2010.
- [18] H. Sadeghian, L. Villani, M. Keshmiri, B. Siciliano, Multi-priority control in redundant robotic systems, *Robotica, IEEE*, Vol. 31, No. 7, pp. 3752-3757, Sept. 25-30, 2011.
- [19] J. K. Salisbury, J. J. Craig, Articulated Hands, *The International Journal of Robotics Research*, Vol. 1, No. 1, pp. 4-17, 1982.
- [20] K. v. d. Doel, D. K. Pai, Performance Measures for robot manipulators: A unified approach, *The International Journal of Robotics Research*, Vol. 15, No. 1, pp. 92-111, 1996.
- [21] C. Cao, C. L. MacKenzie, S. Payandeh, Task and motion analyses in endoscopic surgery, *ASME Dynamic Systems and Control Division*, Citeseer, pp. 583-590.
- [22] C. Gosselin, J. Angeles, A Global performance index for the kinematic optimization of robotic manipulators, *Journal of Mechanical Design*, Vol. 113, No. 3, pp. 220-226, 1991.
- [6] P. J. From, On the kinematics of robotic-assisted minimally invasive surgery, *Modeling, Identification and Control*, Vol. 34, No. 2, pp. 69, 2013.
- [7] J. Funda, R. H. Taylor, B. Eldridge, S. Gomory, K. G. Gruben, Constrained Cartesian motion control for teleoperated surgical robots, *IEEE Transactions on Robotics and Automation*, Vol. 12, No. 3, pp. 453-465, 1996.
- [8] L. Ming, A. Kapoor, R. H. Taylor, A constrained optimization approach to virtual fixtures, *2005 IEEE/RSJ International Conference on Intelligent Robots and Systems*, pp. 1408-1413, Aug. 2-6, 2005.
- [9] L. Ming, R. H. Taylor, Performance of surgical robots with automatically generated spatial virtual fixtures, *Proceedings of the 2005 IEEE International Conference on Robotics and Automation*, pp. 217-222, April 18-22, 2005.
- [10] A. Deal, D. L. Chow, W. Newman, Hybrid Natural Admittance Control for laparoscopic surgery, *2012 IEEE/RSJ International Conference on Intelligent Robots and Systems*, pp. 1277-1283, Oct. 7-12, 2012.
- [11] H. Mayer, I. Nagy, A. Knoll, *Kinematics and Modelling of a System for Robotic Surgery*, in: J. Lenarčič, C. Galletti, On Advances in Robot Kinematics, Eds., pp. 181-190, Dordrecht: Springer Netherlands, 2004.
- [12] H. Azimian, R. V. Patel, M. D. Naish, On constrained manipulation in robotics-assisted minimally invasive surgery, *2010 3rd IEEE RAS & EMBS International Conference on Biomedical Robotics and Biomechanics*, pp. 650-655, Sept. 26-29, 2010.
- [13] M. M. Marinho, M. C. Bernardes, A programmable remote center-of-motion controller for minimally invasive surgery using the dual quaternion framework, *5th IEEE RAS/EMBS International Conference on Biomedical Robotics and Biomechanics*, pp. 339-344, Aug. 12-15, 2014.