



بررسی تأثیر شکل هندسی بر عملکرد ترموهیدرودینامیکی یاتاقان‌های ژورنال غیرمدور با روش درونیایی مشتق تعمیم یافته

اصغر دشتی رحمت‌آبادی^{1*}، ابوالفضل رسولی‌زاده شورکی²، مهدی زارع مهرجردی³

- 1- دانشیار، مهندسی مکانیک، دانشگاه یزد، یزد
 2- دانشجوی کارشناسی ارشد، مهندسی مکانیک، دانشگاه یزد، یزد
 3- استادیار، مهندسی مکانیک، دانشگاه اردکان، اردکان
 * یزد، صندوق پستی 741-89195، dashti@yazd.ac.ir

چکیده

اطلاعات مقاله

مقاله پژوهشی کامل
 دریافت: 21 بهمن 1394
 پذیرش: 18 فروردین 1395
 ارائه در سایت: 21 اردیبهشت 1395
 کلید واژگان:

یاتاقان‌های ژورنال غیرمدور
 تحلیل ترموهیدرودینامیکی
 زوایای نصب و انحراف
 روش درونیایی مشتق تعمیم یافته

عملکرد یاتاقان‌های ژورنال غیرمدور لبدار در قیاس با انواع مدور به پارامترهای طراحی و مونتاژ متنوع‌تری نظیر زوایای انحراف و نصب، وابسته به چگونگی قرارگیری لب‌های یاتاقان در مقابل هم و نحوه نصب آن‌ها روی پایه ماشین مرتبط می‌باشد. تغییر در موقعیت و وضعیت این نوع یاتاقان‌ها، ناشی از تغییر در زوایای نصب و انحراف، می‌تواند عملکرد یاتاقان‌های ژورنال غیرمدور لبدار را تحت تأثیر قرار دهد. در پژوهش حاضر چگونگی عملکرد دمایی یاتاقان‌های ژورنال دو، سه و چهار لب در زوایای نصب و انحراف مختلف با روش درونیایی مشتق تعمیم یافته مورد ارزیابی قرار گرفته است. بررسی نتایج حاکی از آن است که لحاظ اثرات دمایی تأثیر قابل توجهی بر عملکرد استاتیکی یاتاقان‌های مورد بررسی داشته و می‌تواند نتایج را تا حد قابل توجهی به شرایط عملکرد واقعی نزدیک سازد. افزایش دمای ایجاد شده در روتور، سیال روانکار و پوسته در قیاس با شرایط تحلیل ایزوترمال، کاهش لزجت روانکار و افت توانایی حمل بار را در پی داشته و دامنه این تغییرات در زوایای نصب و انحراف گوناگون به‌ویژه برای یاتاقان‌های دو لب متفاوت می‌باشد. بر اساس ارزیابی انجام شده پارامترهای عملکرد یاتاقان‌های غیرمدور دو، سه و چهار لب با تغییر زوایای نصب و انحراف رفتاری تناوبی داشته و بدین سبب امکان انتخاب زوایای بهینه جهت دستیابی به عملکرد مطلوب وجود دارد.

Investigation of the geometry effects on the thermo-hydrodynamic performance of noncircular journal bearings using GDQ method

Asghar Dashti Rahmatabadi^{1*}, Abolfazl Rasoolizadeh Shooroki¹, Mahdi Zare Mehrjardi²

- 1- Department of Mechanical Engineering, Yazd University, Yazd, Iran.
 2- Faculty of Engineering, Ardakan University, Ardakan, Iran.
 *P.O.B. 89195-741 Yazd, Iran, dashti@yazd.ac.ir

ARTICLE INFORMATION

Original Research Paper
 Received 10 February 2016
 Accepted 06 April 2016
 Available Online 10 May 2016

Keywords:

Noncircular Journal Bearings
 Thermo-Hydrodynamic Analysis
 Tilt and Mount Angle
 Generalized Differential Quadrature (GDQ)
 Method

ABSTRACT

Noncircular lobed journal bearing performance, in comparison with circular types, depends on various design parameters such as tilt and mount angles. Mounting orientation of this kind of bearings with respect to machine frame (mount angle) and also the way of setting their lobes with respect to each other (tilt angle), can change the bearings configuration and, as a result, their performance. In present study the thermo-hydrodynamic performance of noncircular two, three and four lobed journal bearings for different values of tilt and mount angles, using generalized differential quadrature (GDQ) method, are investigated. The results show that the thermal effects on these bearings performance are considerable and that the thermal consideration makes the results closer to real performance situations. The results of bearings performances due to rise in temperature in rotor, lubricant fluid and bearing shell, when compared to their isothermal conditions, show that viscosity of lubricant as well as load carrying capacity of bearings are decreased, depending on tilt and mount angles, especially in case of two lobed bearings. The results also show that the effects of tilt and mount angles on bearing performance are periodic and so it is possible to select these angles suitably for bearings to be optimum.

1- مقدمه

توسط محققان حوزه روانکاری در بهبود عملکرد استاتیکی و دینامیکی می‌توان به استفاده از یاتاقان‌های ژورنال غیرمدور با شکل‌های هندسی گوناگون اشاره کرد. عواملی نظیر سرعت بالای دوران روتور و اصطکاک زیاد مابین سیال روانکار با سطوح داخلی پوسته یاتاقان و محور، تغییرات قابل ملاحظه دمای روانکار را در پی خواهد داشت. تغییر در مشخصه‌های مختلف سیال روانکار تراکم‌ناپذیر بویژه لزجت از اثرات افزایشی بیش از حد دما در

تغییر در شکل هندسی و شرایط نصب در زمره عوامل منحصر بفردی قرار دارند که می‌توانند زمینه عملکرد متفاوت یاتاقان‌های ژورنال را فراهم آورند. ارتقاء عملکرد استاتیکی و پایداری دینامیکی یاتاقان‌های ژورنال در شرایط کارکرد موضوعی است که در سال‌های اخیر توجه بسیاری از پژوهشگران حوزه روانکاری را به خود جلب کرده است. از مهمترین راهکارهای پیشنهادی

Please cite this article using:

A. Dashti Rahmatabadi, A. Rasoolizadeh Shooroki, M. Zare Mehrjardi, Investigation of the geometry effects on the thermo-hydrodynamic performance of noncircular journal bearings using GDQ method, *Modares Mechanical Engineering*, Vol. 16, No. 5, pp. 111-122, 2016 (in Persian)

برای ارجاع به این مقاله از عبارت ذیل استفاده نمایید:

یاتاقان‌های ژورنال محسوب شده و سبب بروز مشکلاتی نظیر اکسیداسیون روانکار و تغییر شکل ماندگار پوسته یاتاقان و روتور خواهد گردید. با توجه به اینکه لحاظ نمودن اثر تغییرات دمایی روانکار و جریان‌های انتقال حرارت شکل گرفته مابین روتور، روانکار و پوسته بر عملکرد استاتیکی و دینامیکی یاتاقان می‌تواند دستیابی به نتایج واقع‌گرایانه‌تری از عملکرد یاتاقان‌های ژورنال را در پی داشته باشد، پژوهش‌ها پیرامون این موضوع در دهه اخیر از رشد قابل توجهی برخوردار گردیده است.

تحلیل یاتاقان‌های ژورنال غیرمدور بیضوی بدون در نظر گرفتن تغییرات گرانیوی سیال روانکار در اثر افزایش دما برای اولین بار در سال 1956 توسط پینکاس و لین [1] صورت گرفت. با ارائه نتایج این پژوهش که گویای بهبود مشخصه‌های عملکرد یاتاقان‌های ژورنال غیرمدور نسبت به نوع مدور می‌باشد، زمینه انجام تحقیقات گسترده‌تری در بکارگیری انواع یاتاقان‌های ژورنال غیرمدور فراهم گردید. استفاده از یاتاقان‌های ژورنال غیرمدور لبدار که زیر مجموعه‌ای از یاتاقان‌های ژورنال غیرمدور محسوب می‌شوند، به علت ویژگی‌های منحصربفردی نظیر تنوع در شکل هندسی با در کنار هم قرار گرفتن لب‌ها، تطبیق پذیری با محدودیت‌های فضایی محتمل در محل تعبیه تکیه‌گاه در بدنه ماشین و پایداری آن‌ها نسبت به نوع مدور بویژه در سرعت‌های دوران بالای روتور، در سال‌های اخیر از رشد چشمگیری برخوردار گردیده است. رحمت‌آبادی و رشیدی [2] در سال 2006 تأثیر زاویه انحراف بر عملکرد استاتیکی و دینامیکی یاتاقان‌های ژورنال غیرمدور دو، سه و چهار لب با روانکار گازی را مورد بررسی قرار دادند. نتایج این پژوهش نشان دهنده تأثیر قابل توجه زاویه انحراف بر مشخصه‌های استاتیکی و پایداری یاتاقان‌های لبدار می‌باشد، بطوریکه با افزایش زاویه انحراف، کاهش در مشخصه‌های استاتیکی و افزایش در محدوده پایداری سیستم مشاهده می‌شود. همچنین در این پژوهش تأثیر محسوس‌تر زاویه انحراف بر عملکرد یاتاقان‌های دو لب نسبت به دو نوع دیگر مشاهده گردیده است. در ادامه تحلیل همدمای روانکاری یاتاقان‌های ژورنال در سال 2010 رحمت‌آبادی و همکاران [3] تأثیر بکارگیری مدل روانکار میکروپلار بر عملکرد یاتاقان‌های ژورنال غیرمدور دو، سه و چهار لب را مورد مطالعه قرار دادند. نتایج این پژوهش گویای بهبود عملکرد مشخصه‌های استاتیکی یاتاقان‌های ژورنال غیرمدور لبدار نظیر ظرفیت حمل بار یاتاقان، نشتی جانبی و ضریب اصطکاک در صورت بکارگیری مدل میکروپلار بجای سیال نیوتونی در روانکاری یاتاقان می‌باشد. در راستای تحقیق بر مسأله ترموهیدرودینامیکی یاتاقان‌های ژورنال در سال 1980 عملکرد یاتاقان‌های ژورنال مدور با در نظر گرفتن اثرات حرارت برای برخی حالات خاص توسط کروسبی [4] مورد مطالعه قرار گرفت. در ادامه ناگارجو و همکاران [5] در سال 1994 به بررسی ترموهیدرودینامیکی یاتاقان‌های ژورنال غیرمدور بیضوی پرداختند. در این پژوهش برخی از مشخصه‌های استاتیکی و دینامیکی یاتاقان نظیر ظرفیت حمل بار، نشتی جانبی، نیروی اصطکاک، زاویه وضعی و جرم بحرانی بعنوان نتایج ارائه گردیده است. پس از آن حسین و همکاران [6] در سال 1996 اثرات توزیع دما بر عملکرد یاتاقان‌های ژورنال غیرمدور بیضوی شیار محوری را مورد مطالعه قرار دادند. این تحقیق با فرض دو بعدی بودن معادلات انرژی و انتقال حرارت و حل همزمان آن‌ها با معادله رینولدز با صرفنظر از تمامی بخش‌های فشاری معادله انرژی صورت گرفته است. در همان سال همچنین مقایسه رفتار حرارتی یاتاقان‌های مدور شیاردار و بیضوی توسط ما و تیلور [7] مورد بررسی قرار گرفت. محققان در این پژوهش تأثیرات دما بر کاهش قدرت و نرخ

مستقیم جریان سیال را گزارش نمودند. در سال 2000 اثر انحراف روتور بر عملکرد ترموهیدرودینامیکی یاتاقان‌های ژورنال غیرمدور بیضوی توسط بانویت و چاندرارات [8] مورد مطالعه قرار گرفت. پژوهش این محققان بر پایه کوپل معادله‌های رینولدز، انرژی و انتقال حرارت جهت تعیین حوزه دما در فیلم روانکار و یاتاقان استوار می‌باشد. نتایج این پژوهش نشان دهنده تأثیر قابل توجه تغییرات دمایی بر توزیع فشار درون فیلم سیال روانکار می‌باشد. پژوهش صورت گرفته در همان سال توسط سهگل و همکاران [9] بر روی عملکرد ترموهیدرودینامیک یاتاقان‌های ژورنال مدور، شیاردار و بیضوی با لب‌های منحرف شده، بر تأثیرگذاری کمتر تغییرات دما بر عملکرد یاتاقان‌های ژورنال بیضوی با لب‌های منحرف شده نسبت به یاتاقان‌های دیگر مورد بررسی حکایت دارد. در ادامه تحقیقات بر مسأله ترموهیدرودینامیک یاتاقان‌های ژورنال سینگ و ماژومدار [10] در سال 2005 با شبیه‌سازی رایانه‌ای یاتاقان‌های ژورنال هیدرودینامیکی، عملکرد پایدار این یاتاقان‌ها با تغییرات دما را بررسی نمودند. در این مطالعه مجموعه‌ای از پارامترهای عملکرد استاتیکی شامل قابلیت حمل بار یاتاقان، ضریب اصطکاک و نرخ جریان روانکار در نسبت‌های منطقی و خروج از مرکزی مختلف یاتاقان بعنوان نتایج ارائه شده است. میشر و همکاران [11] در سال 2007 اثرات دما در یاتاقان‌های ژورنال غیرمدور بیضوی را بررسی و نتایج را با یاتاقان‌های مدور در شرایط کاری یکسان مقایسه نمودند. ارزیابی آنان گویای کاهش اثر تغییرات دمایی بر عملکرد یاتاقان‌های بیضوی با افزایش میزان غیرمدوری یاتاقان به علت تضعیف همزمان میزان فشار ایجاد شده در فیلم روانکار درون یاتاقان می‌باشد. پس از آن در سال 2010 مطالعه تأثیر افزایش دمای سیال روانکار بر یاتاقان‌های ژورنال غیرمدور بیضوی با سه نوع روانکار متفاوت توسط چانوهان و همکارانش [12] صورت گرفت. نتایج این پژوهش با بررسی افزایش دمای فیلم روانکار، تغییرات فشار توزیع شده در یاتاقان و میزان تغییر در بار قابل حمل یاتاقان، مناسب‌ترین نوع روغن تجاری از بین سه روغن بکار رفته در روانکاری را معرفی می‌نماید. در سال 2012 بررسی اثر ترکیبی از پارامترهای زبری سطوح، حرارت و اینرسی سیال بر مشخصه‌های عملکرد یاتاقان‌های ژورنال هیدرودینامیکی توسط پراساد و همکارانش [13] صورت گرفت. در این پژوهش معادله رینولدز بر اساس پارامترهای زبری سطوح، تغییرات ویسکوزیته، افزایش دمای روغن و اینرسی سیال به منظور دستیابی به توزیع فشار تولیدی در فیلم روانکار بازننگری و اصلاح گردیده است. از جدیدترین مطالعات حرارتی صورت گرفته بر روی یاتاقان‌های ژورنال مدور و غیرمدور با تحلیل ترموهیدرودینامیکی می‌توان به تحقیقات صورت گرفته در رابطه با یاتاقان‌های مدور و غیرمدور دو لب، سه لب و چهار لب شیاردار¹ توسط بهاگات و روی [14] در سال 2014 اشاره کرد. در این پژوهش تأثیر پارامترهایی همچون هندسه شیار²، کاویتاسیون در فیلم روانکار³ و سرعت روتور مورد بررسی قرار گرفته‌اند. نتایج گزارش شده نشان می‌دهند که افزایش دمای روغن ایجاد شده در یاتاقان سه لب شیاردار نسبت به انواع یاتاقان‌های دیگر مورد بررسی در این تحقیق در شرایط کاری یکسان دارای مقدار بیشتری خواهد بود. رحمت‌آبادی و همکاران [15] در سال 2010 از روش حل عددی درونیابی مشتق تعمیم یافته در تحلیل عملکرد همدمای یاتاقان‌های ژورنال غیرمدور سه لب بهره گرفتند. ارزیابی آنان از سهولت بازنویسی معادله رینولدز حاکم و شرایط مرزی و همچنین سرعت همگرایی

¹ Two, three and four lobe axial groove bearing

² Effect of groove geometry

³ Cavitation in fluid film

باشد. برای تعیین ماتریس ضرایب وزنی در روش عددی حاضر از یک تابع تقریب آزمایشی روی دامنه مسأله استفاده می‌شود. تابع چندجمله‌ای مورد استفاده در این روش که برگرفته از توابع درونیابی لاگرانژ است دارای فرم (2) می‌باشد:

$$\Phi(x) = \frac{M(x)}{(x-x_k)M^{(1)}(x_k)}, \quad k = 1, 2, \dots, N_x \quad (2)$$

در رابطه (2)، $M(x)$ بصورت (3) تعریف می‌شود:

$$M(x) = \prod_{k=1}^{N_x} (x-x_k) \quad (3)$$

و $M^{(1)}(x)$ مشتق مرتبه اول تابع $M(x)$ است که با رابطه (4) به دست می‌آید:

$$M^{(1)}(x) = \prod_{k=1, k \neq i}^{N_x} (x_i - x_k) \quad (4)$$

با جایگذاری رابطه‌ی (2) در رابطه‌ی (1)، ماتریس ضرایب مشتق مرتبه اول

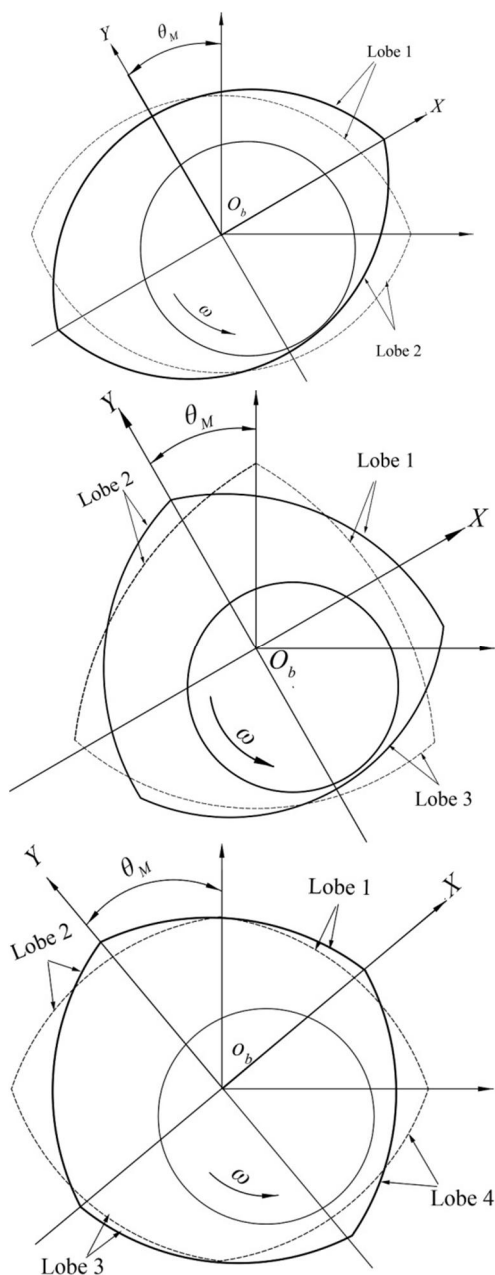


Fig. 1 Mount angle in two, three and four lobe journal bearings

شکل 1 زاویه نصب در یاتاقان‌های ژورنال دو، سه و چهار لب

بالاتر روش GDQ در تحلیل یاتاقان‌های مورد بررسی نسبت به دیگر روش‌های حل عددی نظیر المان محدود و تفاضل محدود حکایت دارد.

با مرور بر تحقیقات صورت گرفته در زمینه عملکرد ترموهیدرودینامیکی یاتاقان‌های لب‌دار ملاحظه می‌گردد که تاکنون اثر برخی از پارامترهای مهم طراحی و مونتاژ بر عملکرد حرارتی این نوع از یاتاقان‌ها مورد بررسی قرار نگرفته است. به همین دلیل در پژوهش حاضر تأثیر زوایای نصب و انحراف در یاتاقان‌های ژورنال هیدرودینامیکی غیرمدور دو، سه و چهار لب بر مشخصه‌های عملکرد استاتیکی آن‌ها با در نظر گرفتن تأثیرات افزایش دما مورد بررسی قرار گرفته است. همچنین در پژوهش حاضر از روش درونیابی مشتق تعمیم یافته به علت سرعت همگرایی بالاتر و سهولت بیشتر در بازنویسی معادلات روانکاری بر پایه اصول آن [15] نسبت به سایر روش‌های عددی متداول نظیر المان محدود و تفاضل محدود به منظور حل معادلات حاکم و تعیین پارامترهای عملکرد یاتاقان استفاده شده است.

2- تئوری

زاویه انحراف (θ_T) ، انحراف در جهت‌گیری لب‌های یاتاقان نسبت به هم در قیاس با شرایط معمول و زاویه نصب (θ_M) ، نحوه قرار گیری یاتاقان بر روی تکیه‌گاه را مشخص می‌کند [2]. در یاتاقان‌های ژورنال مدور به دلیل تقارن در شکل هندسی آن‌ها زاویه نصب و انحراف تعریف نمی‌شود و در نتیجه نحوه قرارگیری یاتاقان‌های ژورنال مدور بر روی سیستم تأثیری بر عملکرد این دسته از یاتاقان‌ها ندارد. ولی در یاتاقان‌های ژورنال غیرمدور نحوه مونتاژ و چگونگی فضای تعبیه شده در بدنه پایه ماشین برای نصب یاتاقان از اهمیت بسزایی برخوردار است. بر حسب میزان زوایای نصب و انحراف در لب‌های یاتاقان نسبت به شرایط استاندارد، عملکرد خروجی این دسته از یاتاقان‌ها متفاوت خواهد بود. در نتیجه زوایای نصب و انحراف می‌توانند در دستیابی به عملکرد مطلوب در یاتاقان‌های ژورنال غیرمدور لب‌دار نقش مؤثری ایفا کنند. در شکل‌های 1 و 2 به ترتیب چگونگی زوایای نصب و انحراف در یاتاقان‌های ژورنال غیرمدور دو، سه و چهار لب نشان داده شده است. در شکل 2، LC خط مرکزی محور و هر لب در حالت تقارن و انحراف را نشان می‌دهد.

3- روش درونیابی مشتق تعمیم یافته

روش حل عددی درونیابی مشتق تعمیم یافته یک روش حل عددی مرتبه بالا به شمار می‌آید. در این روش برخلاف سایر روش‌های عددی نظیر تفاضل محدود از مقادیر تابع آزمایش مورد استفاده بر روی تمامی نقاط دامنه مسئله برای حدس مقادیر تابع مشتق مجهول اصلی استفاده می‌گردد. در پژوهش حاضر از این روش در تحلیل معادلات دوابعدی رینولدز و انرژی و نیز معادله سه‌بعدی انتقال حرارت استفاده گردیده است.

بر اساس قوانین روش درونیابی مشتق [15]، برای مشتق مرتبه m تابع مفروض $f=f(x,y,z)$ نسبت به متغیر x می‌توان نوشت:

$$f_x^{(r)}(x_i, y_j, z_k) = \sum_{m=1}^{N_x} A_{i,m}^{(r)} f(x_m, y_j, z_k) \quad (1)$$

$$i = 1, 2, \dots, N_x, \quad j = 1, 2, \dots, N_y, \quad k = 1, 2, \dots, N_z$$

در رابطه (1)، N_x ، N_y ، N_z به ترتیب معرف تعداد نقاط شبکه‌بندی در راستای محورهای x ، y ، z ، نشان‌دهنده ماتریس ضرایب وزنی مربوط به مشتق مرتبه m تابع f در راستای محور x و در نقطه مفروض (x_i, y_j, z_k) می‌باشد.

¹ Tilt angle

² Mount angle

$$A_{i,i}^{(r)} = - \sum_{k=1, k \neq i}^{N_x} A_{i,k}^{(r)} \quad , \quad i = 1, 2, \dots, N_x \quad (8)$$

در بررسی حاضر از روش صفرهای جابه‌جا شده چند جمله‌ای چیشف برای تعیین مکان نقاط نمونه بر روی دامنه مسأله استفاده شده است:

$$x_i = \frac{1}{2} \left(1 - \cos \left(\frac{(2i-1)\pi}{2N_x} \right) \right) \quad 0 < x_i < 1 \quad (9)$$

$i = 1, 2, 3, \dots, N_x$

با ضرب مقادیر مورد نظر در بازه داده شده می‌توان بازه [0,1] را به هر طول دلخواهی تعمیم داد.

برای محاسبه انتگرال از تابع تقریب مورد نظر بر روی دامنه مسأله از رابطه (10) استفاده می‌شود:

$$\int_0^1 f(x, y, z) dx = \sum_{i=1}^{N_x} c_i^x f(x_i, y, z) \quad (10)$$

در معادله (10)، c_i^x نشان دهنده ضرایب وزنی معادل جهت محاسبه انتگرال می‌باشد و برای محاسبه آن بصورت (11) عمل می‌گردد:

$$\sum_{j=1}^{N_x} x_j^{k-1} c_j^x = \frac{1}{k} \quad , \quad k = 2, 3, \dots, N_x \quad (11)$$

در تحلیل مسائل دو و سه‌بعدی می‌توان از گسترش روابط داده شده در دیگر راستاهای محورهاى مختصات استفاده کرد.

4- معادلات حاکم

در این بخش معادلات حاکم بر روانکاری هیدرودینامیکی یاتاقان‌های ژورنال غیرمدور لبدار با احتساب اثرات دمایی و مشخصه‌های نصب و مونتاژ مورد بررسی قرار می‌گیرند.

4-1- ضخامت فیلم روانکار در یاتاقان‌های مدور و غیرمدور لبدار

با توجه به هندسه یاتاقان‌های مدور و غیرمدور، ضخامت فیلم روانکار قرار گرفته مابین روتور و بوش با فرض موازی بودن راستای محور و یاتاقان به ترتیب به صورت روابط (12) و (13) به‌دست می‌آید [15]:

$$h = c(1 + \varepsilon \cos(\theta)) \quad (12)$$

$$h_i = c \left(\frac{1}{\delta} - X_j \cos \theta' - Y_j \sin \theta' + \left(\frac{1}{\delta} - 1 \right) \cos(\theta' - \theta_0^{k'}) \right)$$

$$\theta' = \theta + \theta_M \quad , \quad \theta_0^{k'} = \theta_0^i + \theta_M + \theta_T \quad (13)$$

پارامترهای c و ε تعریف شده در روابط (12) و (13) لقی متداول و نسبت خروج از مرکزی در یاتاقان نامیده می‌شوند. همچنین در رابطه (13)، i نشان‌دهنده تعداد لب‌های یاتاقان، δ پرلود یاتاقان که بصورت نسبت لقی شعاعی کمینه (c_m) به لقی شعاعی متداول (c) تعریف می‌شود. θ_0 زاویه خط‌المركزین یاتاقان و محور z ، θ مختصات زاویه‌ای اندازه‌گیری شده لب‌های یاتاقان‌های غیرمدور، θ_0^i زاویه بین محور x و خط واصل بین مراکز یاتاقان و لب i ام و θ_M و θ_T به ترتیب زوایای نصب و انحراف در یاتاقان می‌باشند.

4-2- معادله رینولدز

معادله رینولدز حاکم بر روانکاری هیدرودینامیکی یاتاقان ژورنال با طول محدود توسط سیال تراکم‌ناپذیر در شرایط پایا عبارت است از [6]:

$$\frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{h^3}{\mu} \frac{\partial P}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left(\frac{h^3}{\mu} \frac{\partial P}{\partial z} \right) = 6U \frac{\partial h}{\partial x} \quad (14)$$

در معادله (14)، h و μ به ترتیب ضخامت فیلم و ویسکوزیته سیال روانکار و

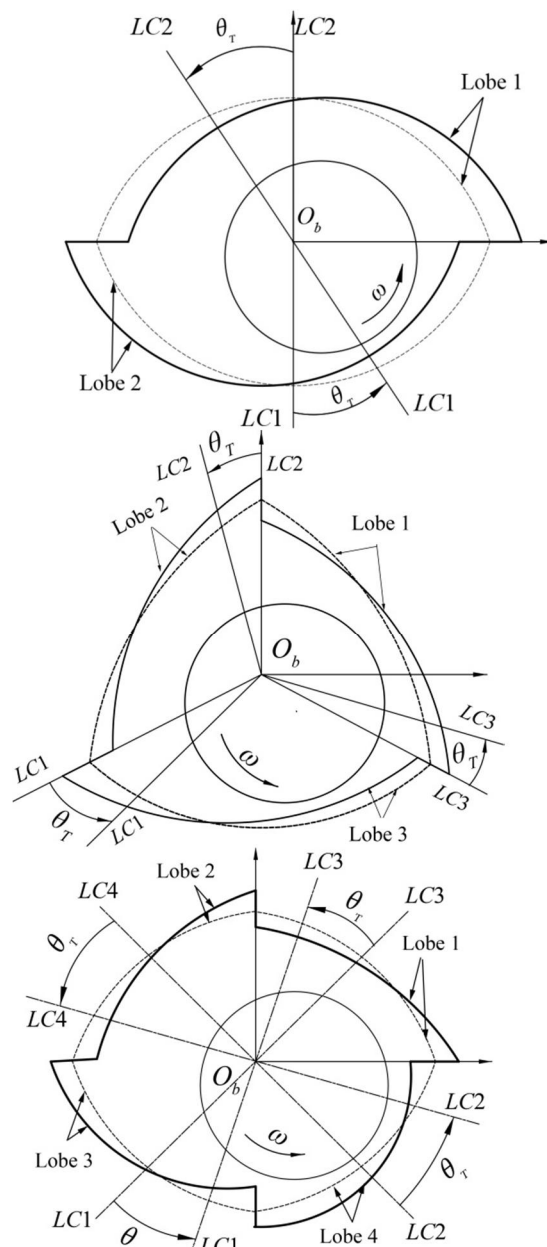


Fig. 2 Tilt angle in two three and four lobe journal bearings

شکل 2 زاویه انحراف در یاتاقان‌های ژورنال دو، سه و چهار لب

تابع f در راستای محور x بصورت (5) خواهد بود:

$$A_{i,k}^{(1)} = \frac{M^{(1)}(x_i)}{(x_i - x_k)M^{(1)}(x_k)} \quad i \neq k \quad , \quad i = 1, 2, \dots, N_x \quad , \quad k = 1, 2, \dots, N_x \quad (5)$$

$$A_{i,i}^{(1)} = - \sum_{k=1, k \neq i}^{N_x} A_{i,k}^{(1)} \quad , \quad i = 1, 2, \dots, N_x \quad (6)$$

برای محاسبه ماتریس ضرایب مربوط به مشتقات مراتب بالاتر نیز می‌توان از رابطه (7) استفاده نمود:

$$A_{i,k}^{(r)} = r \left(A_{i,i}^{(r-1)} A_{i,k}^{(1)} - \frac{A_{i,k}^{(r-1)}}{(x_i - x_k)} \right) \quad i \neq k \quad (7)$$

$i = 1, 2, \dots, N_x \quad , \quad k = 1, 2, \dots, N_x \quad , \quad r = 1, 2, \dots, N_x - 1$

برای محاسبه درایه‌های قطر اصلی ماتریس ضرایب مربوط به مشتقات مراتب بالا نیز می‌توان از رابطه (8) بهره گرفت:

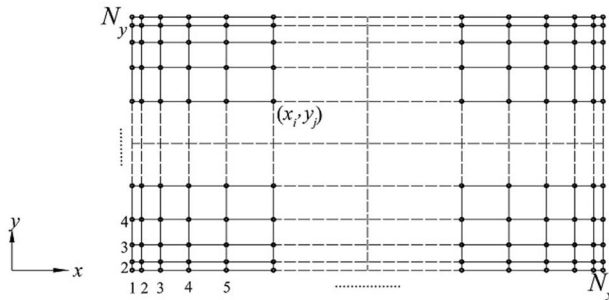


Fig. 3 Position of the sampling nodes on the meshed domain of problem in order to determine the pressure and temperature distributions in different points of lubricant film

شکل 3 موقعیت نقاط نمونه روی دامنه مسأله به منظور تعیین توزیع دما و فشار در نقاط مختلف فیلم روانکار

3-4- معادله انرژی

معادله انرژی حاکم بر جریان سیال روانکار تراکم‌ناپذیر درون فضای لقی یاتاقان ژورنال در شرایط پایدار عبارت است از [16]:

$$\rho c_p \left(u \frac{\partial T}{\partial x} + w \frac{\partial T}{\partial z} \right) = \frac{\partial}{\partial y} \left(k \frac{\partial T}{\partial y} \right) + \mu \left[\left(\frac{\partial u}{\partial y} \right)^2 + \left(\frac{\partial w}{\partial y} \right)^2 \right] \quad (19)$$

عبارت سمت چپ معادله (19) به انرژی انتقالی به دلیل جابجایی حرارتی و جملات سمت راست آن به ترتیب به انتقال انرژی توسط فرآیند هدایت حرارتی و میزان انرژی به هدر رفته اشاره دارد. در معادله (19) محورهای x و y و z به ترتیب راستاهای محیط پیرامونی یاتاقان، ضخامت فیلم روانکار و طول یاتاقان را نشان می‌دهند.

1-3-3-1- بازنویسی معادله انرژی با فرض پروفیل دمایی مرتبه 2 روانکار

در پژوهش حاضر تغییرات دما در راستای ضخامت لایه روانکار در معادله انرژی با پروفیل مرتبه 2 تخمین زده شده است. از این رو مؤلفه‌های سرعت در معادله انرژی با ادغام معادلات حرکت و بکارگیری شرایط مرزی مناسب با توجه به وضعیت سرعت روانکار در مرزها به فرم (20) حاصل می‌شوند:

$$\frac{\partial P}{\partial x} = \frac{\partial}{\partial y} \left(\mu \frac{\partial v_x}{\partial y} \right) \quad (20-الف)$$

$$\frac{\partial P}{\partial z} = \frac{\partial}{\partial y} \left(\mu \frac{\partial v_z}{\partial y} \right) \quad (20-ب)$$

$$v_x = u_l, \quad v_z = 0 \quad \text{در} \quad y = 0 \quad (20-ج)$$

$$v_x = u_U, \quad v_z = 0 \quad \text{در} \quad y = h \quad (20-د)$$

با توجه به روابط (20) مؤلفه‌های سرعت روانکار در راستاهای محورهای مختصات x و z از روابط (21) قابل محاسبه می‌باشند.

$$v_x = \left(\frac{y^2 - yh}{2\mu} \right) \frac{\partial P}{\partial x} + u_l \left(\frac{h-y}{h} \right) + u_U \left(\frac{y}{h} \right) \quad (21-الف)$$

$$v_z = \left(\frac{y^2 - yh}{2\mu} \right) \frac{\partial P}{\partial z} \quad (21-ب)$$

تابع توزیع دما در راستای ضخامت فیلم با توجه شرایط سیال روانکار تراکم‌ناپذیر، با یک چند جمله‌ای مرتبه 2 بصورت (22) تخمین زده می‌شود [12]:

$$T = a_1 + a_2 y + a_3 y^2 \quad (22)$$

ثابت‌های رابطه 22 با توجه به شرایط مرزی (23) قابل محاسبه هستند:

$$T = T_l \quad \text{در} \quad y = 0 \quad (23-الف)$$

$$T = T_U \quad \text{در} \quad y = h \quad (23-ب)$$

U سرعت خطی روتور صلب مفروض می‌باشند. با اعمال قوانین روش درونیابی مشتق تعمیم یافته بر معادله (14)، معادله (15) با فرض لزجت ثابت سیال روانکار، به دست می‌آید و امکان دستیابی به توزیع فشار پایای ایزوترمال ایجاد شده در فیلم سیال روانکار با حل معادله (15) فراهم می‌گردد.

$$\left(\frac{\partial h^3}{\partial x} \right) \sum_{k=1}^{N_x} A_{i,k}^{(1)} P_{k,j} + (h^3)_i \sum_{k=1}^{N_x} A_{i,k}^{(2)} P_{k,j} + (h^3)_i \sum_{l=1}^{N_y} B_{j,l}^{(2)} P_{i,l} = 6\mu U \left(\frac{\partial h}{\partial x} \right)_i \quad i = 1, 2, 3, \dots, N_x \quad (15)$$

با فرض متغیر بودن لزجت سیال روانکار در معادله (14) و بکارگیری مجدد قوانین روش GDQ، معادله (16) برای استخراج مقادیر فشار ترمال ایجاد شده در نقاط مختلف فیلم سیال روانکار حاصل می‌شود:

$$\left(\frac{1}{\mu} \right)_{i,j} \left(\frac{\partial h^3}{\partial x} \right)_i \sum_{k=1}^{N_x} A_{i,k}^{(1)} P_{k,j} - \left(\frac{h^3}{\mu^2} \right)_{i,j} \sum_{k=1}^{N_x} A_{i,k}^{(1)} \mu_{k,j} \sum_{k=1}^{N_x} A_{i,k}^{(1)} P_{k,j} + \left(\frac{h^3}{\mu} \right)_{i,j} \sum_{k=1}^{N_x} A_{i,k}^{(2)} P_{k,j} - \left(\frac{h^3}{\mu^2} \right)_{i,j} \sum_{l=1}^{N_y} B_{j,l}^{(1)} \mu_{i,l} \sum_{k=1}^{N_x} B_{j,l}^{(1)} P_{i,l} + \left(\frac{h^3}{\mu} \right)_{i,j} \sum_{l=1}^{N_y} B_{j,l}^{(2)} P_{i,l} = 6U \left(\frac{\partial h}{\partial x} \right)_i \quad i = 1, 2, 3, \dots, N_x \quad j = 1, 2, 3, \dots, N_y \quad (16)$$

در روابط (15) و (16)، P به فشار ایجاد شده در فیلم سیال روانکار اشاره دارد. همچنین $A_{i,k}^{(1)}$ و $B_{j,l}^{(1)}$ به ترتیب معرف ماتریس‌های ضرایب وزنی مربوط به مشتقات مرتبه اول توزیع فشار در راستای محورهای x و y بوده و $A_{i,k}^{(2)}$ و $B_{j,l}^{(2)}$ نیز ماتریس‌های ضرایب وزنی مشتقات مرتبه دوم P در راستاهای مذکور می‌باشند. متغیرهای i و j به مکان نقاط نمونه منتخب روی دامنه مسأله مش بندی شده شکل 3 اشاره دارند.

شرایط مرزی ذیل به منظور استخراج توزیع فشار حالت پایدار در هر یک از لب‌های یاتاقان بصورت مجزا در حل معادله رینولدز مورد استفاده قرار گرفته‌اند [2]:

$$P = 0 \quad \text{در} \quad x = 0, \quad x = R\theta_1^i \quad (17-الف)$$

$$P = 0 \quad \text{در} \quad y = 0, \quad y = l \quad (17-ب)$$

$$\frac{\partial P}{\partial x} = P = 0 \quad \text{در} \quad x = R\theta_2^i = \theta_{cav}^i \quad (17-ج)$$

در رابطه (17)، i شمارنده تعداد لب‌های یاتاقان می‌باشد. همچنین θ_1^i به نقطه شروع فیلم فشاری مثبت و θ_2^i به نقطه پایانی فیلم فشاری مثبت و آغاز ناحیه کاویتاسیون در هر یک از لب‌های یاتاقان ژورنال غیرمردور اشاره دارد.

چگونگی تغییرات مقدار ویسکوزیته با تغییرات فشار و دمای نقاط مختلف فیلم سیال روانکار توسط رابطه (18) محاسبه می‌شود [16]:

$$\mu = \mu_{ref} e^{\alpha P - \gamma(T - T_0)} \quad (18)$$

در رابطه (18)، μ_{ref} لزجت روغن ورودی به یاتاقان، α ضریب ویسکوزیته-فشار و γ ضریب ویسکوزیته-دمای سیال روانکار، T_0 دمای روغن ورودی و T و P به ترتیب توزیع دما و فشار یاتاقان در هر لحظه را نشان می‌دهند.

$$\frac{\partial^2 T_b}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T_b}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 T_b}{\partial z^2} = 0 \quad (27)$$

با توجه به ماهیت انتقال حرارت روتور با فیلم سیال روانکار و محیط پیرامونی و امکان بروز تغییرات دمایی جزئی آن، می‌توان دمای سطح روتور در تماس با روانکار در مراحل مختلف بررسی را ثابت فرض نمود [12]. فرم بازنویسی شده معادله (27) بر پایه اصول روش GDQ عبارتست از:

$$\sum_{ll=1}^{N_x} A_{i, ll}^{(2)} T_{b, ll, j, k} + \sum_{ll=1}^{N_y} B_{j, ll}^{(2)} T_{b, i, ll, k} + \sum_{ll=1}^{N_z} C_{k, ll}^{(2)} T_{b, i, j, ll} = 0 \quad (28)$$

در رابطه (28)، $A_{i, ll}^{(2)}$ ، $B_{j, ll}^{(2)}$ و $C_{k, ll}^{(2)}$ ماتریس ضرایب وزنی مربوط به مشتقات مرتبه دوم تابع توزیع دما در جداره یاتاقان در راستاهای x و y و z محورهای مختصات می‌باشند. همچنین مشخصه‌های i و j و k نشان دهنده مکان نقاط نمونه (x_i, y_j, z_k) مفروض روی دامنه مسأله مطابق شکل 4 می‌باشند. شرایط مرزی حل معادله انتقال حرارت رابطه (28) برای جداره مش‌بندی شده یاتاقان ژورنال غیرمدور لبدار همانگونه که در شکل 5 نشان داده شده به فرم روابط (29) قابل بیان می‌باشد:

$$T_b = T_0 \text{ در } x = R\beta_1^n, 0 < z < l, 0 < y < t \quad (29\text{-الف})$$

$$T_b = T_0 \text{ در } x = R\beta_2^n, 0 < z < l, 0 < y < t \quad (29\text{-ب})$$

$$k_{oil} \left(\frac{\partial T}{\partial y} \right)_{\text{upper bounding surface}} = k_b \left(\frac{\partial T_b}{\partial y} \right)_{y=0} \quad (29\text{-ج})$$

$$-k_b \left(\frac{\partial T_b}{\partial y} \right)_{y=t} = h_c (T_b(x, t, z) - T_{air}) \quad (29\text{-د})$$

$$-k_b \left(\frac{\partial T_b}{\partial z} \right)_{z=0} = h_c (T_b(x, y, 0) - T_{air}) \quad (29\text{-ه})$$

$$k_b \left(\frac{\partial T_b}{\partial z} \right)_{z=l} = h_c (T_b(x, y, l) - T_{air}) \quad (29\text{-و})$$

در رابطه (29-الف) و (29-ب)، β_1^n و β_2^n به ترتیب نقاط شروع و انتهای هر لب یاتاقان‌های غیرمدور دو، سه و چهار لب می‌باشند. که در آن $n=1, 2$ برای یاتاقان دو لب، $n=1, 2, 3$ برای یاتاقان سه لب و $n=1, 2, 3, 4$ برای یاتاقان چهار لب می‌باشد.

5- بررسی عددی

در پژوهش حاضر تأثیر زوایای نصب و انحراف در یاتاقان‌های ژورنال هیدرودینامیکی غیرمدور دو، سه و چهار لب بر بیشینه دمای ایجاد شده در فیلم سیال روانکار، تغییرات توزیع دمای پایدار پوسته یاتاقان و قابلیت حمل بار در شرایط پایا ارزیابی شده است. همچنین میزان افزایش دمای فیلم سیال روانکار بر تغییرات لزجت ناشی از آن در نقاط مختلف فضای لقی یاتاقان به

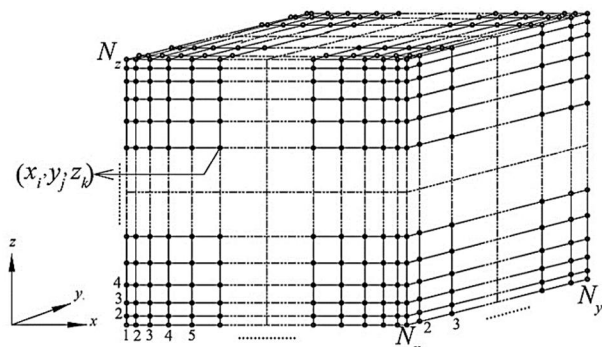


Fig.4 3D mesh generated to study the heat transfer phenomenon in the bearings shell

شکل 4 مش‌بندی سه بعدی برای بررسی پدیده انتقال حرارت در پوسته یاتاقان

$$T_m = \frac{1}{h} \int_0^h T \, dy \quad (23\text{-ج})$$

با جایگذاری شرایط مرزی رابطه (23) در معادله (22)، فرم بازنویسی شده رابطه (22) برای توزیع دما در نقاط مختلف فیلم سیال روانکار بصورت (24) خواهد بود:

$$T = T_l - (4T_l + 2T_U - 6T_m) \left(\frac{y}{h} \right) + (3T_l + 3T_U - 6T_m) \left(\frac{y}{h} \right)^2 \quad (24)$$

در رابطه (24)، T_l دمای سطح محور، T_U دمای سطح یاتاقان و T_m دمای میانگین لایه روانکار را نشان می‌دهند. با جایگذاری مقادیر v_x و v_z به ترتیب از معادلات (21-الف)، (21-ب) و (24) در معادله انرژی بیان شده در رابطه (19) و انتگرال‌گیری از این معادله نسبت به y در راستای ضخامت فیلم روانکار از 0 تا h ، فرم نهایی معادله انرژی همانند (25) حاصل می‌گردد:

$$6T_l + 6T_U - 12T_m - \frac{\rho c_p h^4}{120k\mu} \left(\frac{\partial P}{\partial x} \right) \left(\frac{\partial T_l}{\partial x} + \frac{\partial T_U}{\partial x} - 12 \frac{\partial T_m}{\partial x} \right) - \frac{\rho c_p h^4}{120k\mu} \left(\frac{\partial P}{\partial z} \right) \left(\frac{\partial T_l}{\partial z} + \frac{\partial T_U}{\partial z} - 12 \frac{\partial T_m}{\partial z} \right) - \frac{\rho c_p h^2 (u_U + u_l)}{2k} \left(\frac{\partial T_m}{\partial x} \right) - \frac{\rho c_p h^2 (u_U - u_l)}{12k} \left(\frac{\partial T_U}{\partial x} - \frac{\partial T_l}{\partial x} \right) + \frac{h^4}{12k\mu} \left[\left(\frac{\partial P}{\partial x} \right)^2 + \left(\frac{\partial P}{\partial z} \right)^2 \right] + \frac{\mu (u_U - u_l)^2}{k} = 0 \quad (25)$$

بازنویسی معادله (25) بر اساس قوانین روش درونیابی مشتق تعمیم یافته رابطه (26) را به دست می‌دهد. در رابطه (26)، $A_{i, k}^{(1)}$ و $B_{j, l}^{(1)}$ به ترتیب معرف ماتریس‌های ضرایب وزنی مربوط به مشتقات مرتبه اول دمای میانگین در راستاهای محورهای مختصات x و y می‌باشند.

$$-12(T_m)_{i, j} + \left(\frac{\rho c_p h^4}{10k\mu} \left(\frac{\partial P}{\partial x} \right) - \frac{\rho c_p h^2 (u_U + u_l)}{2k} \right)_{i, j} \sum_{k=1}^{N_x} A_{i, k}^{(1)} (T_m)_{k, j} + \left(\frac{\rho c_p h^4}{10k\mu} \left(\frac{\partial P}{\partial z} \right) \right)_{i, j} \sum_{l=1}^{N_y} B_{j, l}^{(1)} (T_m)_{i, l} = -6(T_l)_{i, j} - 6(T_U)_{i, j} + \left(\frac{\rho c_p h^4}{10k\mu} \left(\frac{\partial P}{\partial x} \right) \left(\frac{\partial T_l}{\partial x} + \frac{\partial T_U}{\partial x} \right) \right)_{i, j} + \left(\frac{\rho c_p h^4}{10k\mu} \left(\frac{\partial P}{\partial z} \right) \left(\frac{\partial T_l}{\partial z} + \frac{\partial T_U}{\partial z} \right) \right)_{i, j} + \left(\frac{\rho c_p h^2 (u_U - u_l)}{12k} \left(\frac{\partial T_U}{\partial x} - \frac{\partial T_l}{\partial x} \right) \right)_{i, j} - \left(\frac{h^4}{12k\mu} \left[\left(\frac{\partial P}{\partial x} \right)^2 + \left(\frac{\partial P}{\partial z} \right)^2 \right] \right)_{i, j} - \left(\frac{\mu (u_U - u_l)^2}{k} \right)_{i, j} \quad (26)$$

4-4- معادله انتقال حرارت

توزیع دما در جداره لب‌های یاتاقان ژورنال غیرمدور در گام‌های پی در پی تحلیل از حل معادله لاپلاس رابطه (27) با لحاظ چگونگی وضعیت انتقال حرارت در هر یک از مرزهای دامنه مسأله قابل دستیابی می‌باشد [17]:

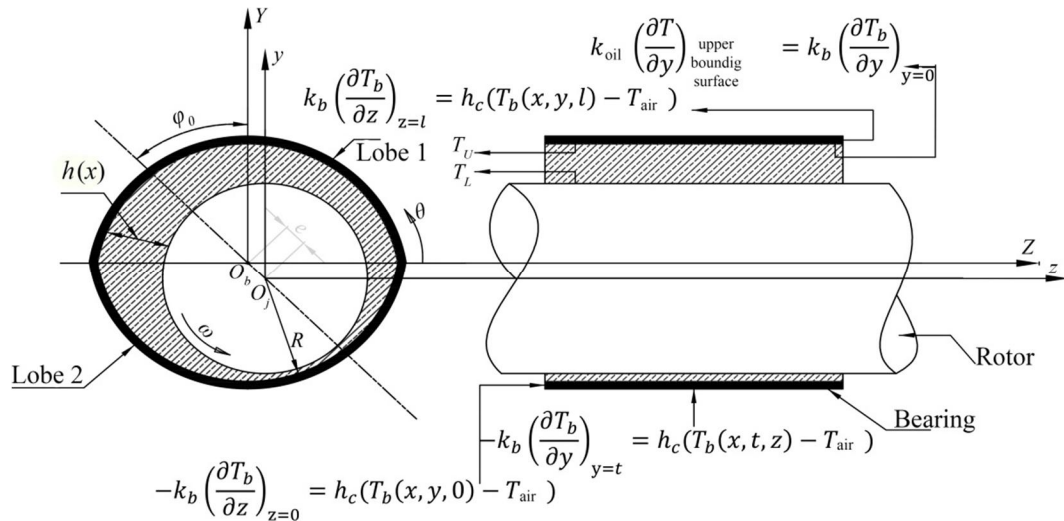


Fig.5 Geometry of noncircular two lobe journal bearing and assumed boundary conditions for heat transfer between the bearing, incompressible lubricant film and environment

شکل 5 هندسه یاتاقان ژورنال غیر مدور دو لب و شرایط مرزی مفروض برای جریان‌های انتقال حرارت ملین پوسته یاتاقان، فیلم سیال روانکار تراکم ناپذیر و محیط پیرامون

به منظور محاسبه توزیع دمای نهایی سه‌بعدی $(T_{i,j,k})$ ایجاد شده در پوسته یاتاقان در هر مرحله با توجه به جریان‌های انتقال حرارت نیز روش تکرار با شرط خاتمه مشابه رابطه‌ی (30-ب) بکار گرفته شده است.

5-1- قابلیت حمل بار در یاتاقان

با تعیین توزیع فشار نهایی ایجاد شده در فیلم سیال روانکار محبوس در فضای لقی یاتاقان، مؤلفه‌های بار قابل حمل توسط یاتاقان در راستای محورهای مختصات از روابط (31) و (32) قابل محاسبه می‌باشند [15].

$$W_x = \sum_{a=1}^n \int_0^{R\varphi} \int_0^l P \cos(\theta + \theta_M) dz dx = \sum_{a=1}^n \left(\sum_{i=1}^{N_x} \sum_{j=1}^{N_z} c_i^x c_j^z \cos(\theta_1^i + \varphi x_i + \theta_M) P_{i,j} \right) \quad (31)$$

$$W_y = \sum_{a=1}^n \int_0^{R\varphi} \int_0^l P \sin(\theta + \theta_M) dz dx = \sum_{a=1}^n \left(\sum_{i=1}^{N_x} \sum_{j=1}^{N_z} c_i^x c_j^z \sin(\theta_1^i + \varphi x_i + \theta_M) P_{i,j} \right) \quad (32)$$

که در آن زاویه انتهایی فیلم فشاری مثبت در هر لب و n شمارنده تعداد لب‌های یاتاقان می‌باشد.

6- بحث و بررسی پیرامون نتایج

پارامترهای مشخصه طراحی یاتاقان‌های ژورنال دو، سه و چهار لب و ویژگی‌های سیال روانکار مورد استفاده در مطالعه حاضر در جدول 1 اشاره شده‌اند. به منظور بررسی صحت عملکرد برنامه رایانه‌ای تدوین شده جهت تحلیل عملکرد ترموهیدرودینامیکی یاتاقان‌های ژورنال غیرمدور، در ابتدا نتایج خروجی برنامه برای قابلیت حمل بار ترمال یاتاقان‌های ژورنال مدور با نتایج مشابه موجود در مرجع [18] و برای قابلیت حمل بار ایزوترمال یاتاقان‌های ژورنال غیرمدور دو، سه و چهار لب با نتایج موجود در مرجع [3] مقایسه شده‌اند. شکل 6 و جدول 2 صحت عملکرد برنامه جهت تحلیل

ازای مقادیر مختلف زاویه نصب و انحراف در یاتاقان‌های دو، سه و چهار لب محاسبه و با یکدیگر مقایسه گردیده‌اند. با توجه به فرض یاتاقان با طول محدود در تحلیل معادلات حاکم بر مسأله، روش حل عددی درون‌یابی مشتق تعمیم یافته جهت استخراج مقادیر فشار و دما در گام‌های متوالی حل تا حصول شرایط تعادل نهایی بکار گرفته شده است. همچنین شرط مرزی رینولدز مطابق رابطه‌ی (17-ج) به منظور تعیین نقطه پیدایش پدیده کاویتاسیون در هر یک از لب‌های یاتاقان با روش تکرار استفاده گردیده است. حل معادلات (15) و (16) با توجه به شرایط مرزی رابطه‌ی (17) امکان دستیابی به توزیع فشارهای حرارتی و هم‌دمای ایجاد شده در فیلم سیال روانکار تراکم‌ناپذیر را فراهم می‌آورد. مقادیر دمای سطح داخلی یاتاقان و پوسته محور در آغاز تحلیل ثابت و برابر با دمای روغن ورودی فرض شده و در گام‌های بعدی با توجه به تغییرات دمایی روانکار و چگونگی جریان‌های انتقال حرارت صورت گرفته در یاتاقان اصلاح می‌شوند. با لحاظ مقادیر جدید فشار و لزجت نقاط مختلف فیلم سیال روانکار در معادله انرژی (رابطه (19))، دمای میانگین سیال روانکار در هر مرحله قابل محاسبه می‌باشد. جایگذاری مقادیر دمای میانگین در معادله توزیع دمایی مرتبه 2 مفروض در راستای ضخامت فیلم سیال روانکار، امکان محاسبه مقادیر دمای جدید در فصل مشترک روانکار با سطوح محور و جداره یاتاقان را فراهم می‌کند. مقادیر دمایی تعیین شده در محل تماس روانکار و سطوح یاتاقان به عنوان شرط مرزی برای حل معادله انتقال حرارت استفاده شده و توزیع دمای جدید سطوح مورد نظر بر این اساس به منظور بکارگیری در مراحل آتی حل اصلاح خواهند شد.

با توجه به استفاده از روش تکرار به منظور همگرایی مقادیر گره‌ای دما و فشار سیال روانکار در مراحل مختلف حل، از معادلات رابطه (30) به عنوان شرط خاتمه فرآیندهای تکرار استفاده گردیده است.

$$\frac{\sum ((P_{i,j})_{n-1} - (P_{i,j})_n)^2}{\sum (P_{i,j})_n^2} \leq 10^{-6} \quad (30-الف)$$

$$\frac{\sum ((T_{i,j})_{n-1} - (T_{i,j})_n)^2}{\sum (T_{i,j})_n^2} \leq 10^{-6} \quad (30-ب)$$

$i = 1, 2, \dots, N_x \quad , \quad j = 1, 2, \dots, N_y$

جدول 2 قابلیت حمل بار هم‌دما (بی‌بعد)، یاتاقان‌های ژورنال غیرمدور دو، سه و چهار لب: $(\delta=0.5, \varepsilon=0.5, l/D=1)$

Table 2 Isothermal load carrying capacity (non-dimensional) two, three and four lobe noncircular journal bearings: $(\delta=0.5, \varepsilon=0.5, l/D=1)$

4 Lobe	3 Lobe	2 Lobe	تحلیل هم‌دما
0.54577	0.55545	0.3913	[3] W(FEM)
0.52883	0.54246	0.3607	W(GDQ)[مطالعه حاضر]

نمودارهای 7 و 8 به ترتیب تأثیر زاویه نصب و انحراف بر ماکزیمم دمای ایجاد شده در فیلم سیال روانکار درون یاتاقان‌های ژورنال غیرمدور دو، سه و چهار لب را نشان می‌دهد. همانگونه که از نتایج شکل 7 مشاهده می‌شود، با تغییر زاویه نصب در یاتاقان‌های چهار لب بیشینه دمای ایجاد شده در فیلم سیال روانکار (که در زاویه نصب صفر درجه اتفاق می‌افتد) درون یاتاقان کاهش می‌یابد. همچنین می‌توان ملاحظه نمود که افزایش یا کاهش زاویه نصب در یاتاقان‌های ژورنال دو لب و سه لب نسبت به انواع چهار لب، تغییرات متفاوتی بر ماکزیمم دمای ایجاد شده در فیلم سیال روانکار درون فضای لقی یاتاقان ایجاد می‌کند و کمترین ماکزیمم دمای ایجاد شده در فیلم روانکار در موقعیت زاویه نصب صفر درجه اتفاق می‌افتد. نحوه تغییر بیشینه دمای ایجاد شده در یاتاقان‌های سه لب با تغییر در زاویه نصب، شباهت زیادی با تغییرات بیشینه دما در یاتاقان‌های دو لب دارد. اما دامنه این تغییرات به مراتب محدودتر

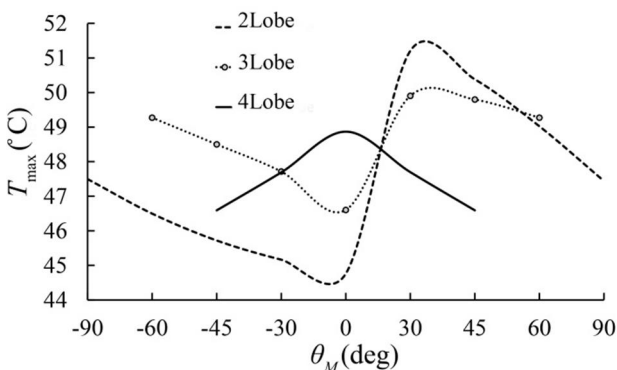


Fig. 7 Variation of maximum lubricant film temperature (T_{max}) as a function of mount angle (θ_M) in two, three and four lobe noncircular journal bearings

شکل 7 تغییرات ماکزیمم دمای ایجاد شده در فیلم سیال روانکار بر حسب زاویه نصب در یاتاقان‌های ژورنال غیرمدور دو، سه و چهار لب

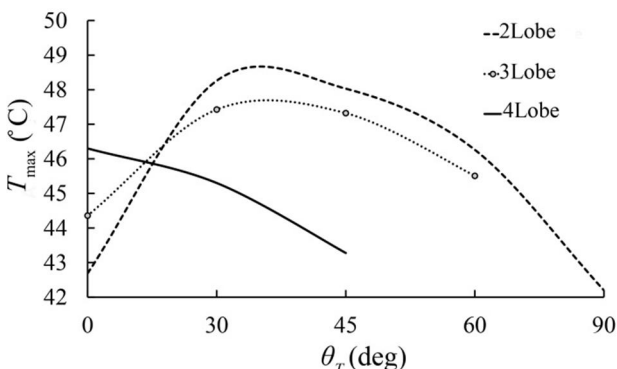


Fig. 8 Variation of maximum lubricant film temperature (T_{max}) as a function of tilt angle (θ_T) in two, three and four lobe noncircular journal bearings

شکل 8 تغییرات ماکزیمم دمای ایجاد شده در فیلم سیال روانکار بر حسب زاویه انحراف در یاتاقان‌های ژورنال غیرمدور دو، سه و چهار لب

عملکرد هم‌دما و حرارتی یاتاقان‌های ژورنال مدور و غیرمدور را تأیید می‌نمایند. نمودار شکل 6 گویای افزایش قابلیت حمل بار یاتاقان‌های ژورنال مدور در قبال افزایش نسبت خروج از مرکزی هستند. همچنین تغییرات نوسانی میزان بار هم‌دمای قابل حمل با تغییر تعداد لب‌های یاتاقان ژورنال غیرمدور از نتایج جدول 2 قابل استنباط است. در ادامه تأثیر تغییرات دما و لزجت سیال روانکار در شرایط مختلف بر عملکرد یاتاقان‌های ژورنال غیرمدور دو، سه و چهار لب با استفاده از برنامه رایانه‌ای تعمیم یافته به حوزه عملکرد یاتاقان‌های ژورنال غیرمدور، مورد بررسی قرار گرفته است.

جدول 1 پارامترهای طراحی و روانکاری برای یاتاقان‌های ژورنال هیدرودینامیکی غیرمدور مورد استفاده در بررسی حاضر

Table 1 The design and lubrication parameters used in this study for noncircular hydrodynamic journal bearings

پارامتر	تعریف	مقدار	واحد
μ	ویسکوزیته سیال روانکار	0.065	Pas
k_{oil}	ضریب هدایت حرارتی سیال روانکار	0.13	W/(m °C)
α	ضریب ویسکوزیته-فشار سیال روانکار	2.3×10^{-8}	1/Pa
γ	ضریب ویسکوزیته-دما سیال روانکار	0.034	1/°C
ρ	چگالی سیال روانکار	850	kg/m ³
T_0	دمای سیال ورودی	33	°C
T_{air}	دمای محیط	30	°C
h_c	ضریب جابجایی حرارتی یاتاقان	56.8	W/(m ² °C)
k_b	ضریب هدایت حرارتی یاتاقان	51.9	W/(m ² °C)
c_p	حرارت مخصوص سیال روانکار	2000	J/(kg°C)
R	شعاع روتور	0.05	m
δ	پریلود	0.6	-
ε	نسبت خروج از مرکزی	0.5	-
ω	سرعت دوران محور	4000	rpm
c	لقی شعاعی	145	μ m
l	طول یاتاقان	0.1	m
t	ضخامت یاتاقان	0.02	m

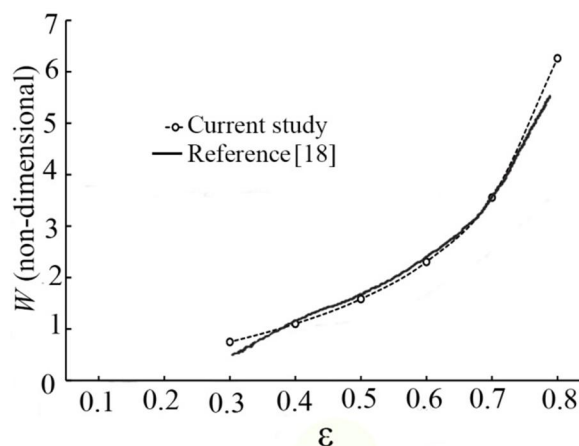


Fig.6 Variation of load carrying capacity as a function of eccentricity ratio of rotor in the bearing space: $(\omega=3500\text{rpm}, \mu=0.0277\text{Pas}, c=25 \mu\text{m}, l=0.1\text{m}, D=0.1\text{m})$

شکل 6 تغییرات بار قابل حمل یاتاقان بصورت تابعی از نسبت خروج از مرکزی روتور در فضای یاتاقان: $(\omega=3500\text{rpm}, \mu=0.0277\text{Pas}, c=25 \mu\text{m}, l=0.1\text{m}, D=0.1\text{m})$

لب، تغییرات دما و لزجت سیال روانکار متفاوت می‌باشد. افزایش دمای نقاط مختلف فیلم سیال روانکار، کاهش لزجت را به دنبال خواهد داشت و زمینه تضعیف توزیع فشار ایجاد شده در فیلم سیال روانکار و در نهایت بار قابل حمل در یاتاقان را در پی دارد.

افزایش دمای سیال روانکار در شرایط کارکرد، افزایش نرخ حرارت انتقالی به اجزای یاتاقان را در پی خواهد داشت. افزایش دمای اجزای یاتاقان پدیده نامطلوبی است که می‌تواند خواص مکانیکی اجزاء را تحت تأثیر قرار داده و زمینه کاهش طول عمر آنها را فراهم آورد. توزیع دمای سه‌بعدی پایدار در جداره هر یک از لب‌های یاتاقان مورد بررسی از حل معادله انتقال حرارت (رابطه (28)) در حضور شرایط مرزی (رابطه (30)) قابل تعیین می‌باشد. نتایج حاصل برای توزیع دمای ایجاد شده در سطح تماس پوسته یاتاقان و سیال روانکار در مقادیر مختلف زوایای نصب و انحراف به ترتیب در شکل‌های 11 و 12 ارائه گردیده‌اند.

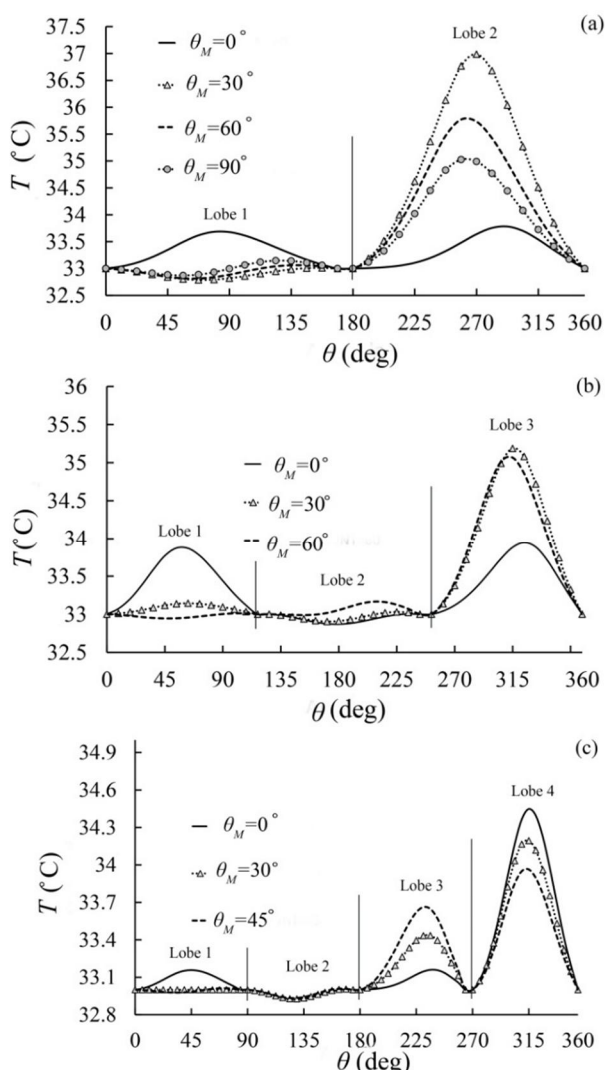


Fig. 11 Effect of mount angle on the circumferential temperature distribution in the middle of longitudinal direction of the inner surface bearings. (a) two lobe, (b) three lobe and (c) four lobe noncircular bearings.

شکل 11 تأثیر زاویه نصب بر توزیع دمای محیطی پایدار ایجاد شده در صفحه میانی راستای طولی سطح داخلی پوسته یاتاقان‌های ژورنال غیرممدور (a) دو، (b) سه و (c) چهار لب

است. نتایج شکل 8 از روند کاهش بیشینه دمای ایجاد شده در فیلم سیال روانکار درون یاتاقان چهار لب با افزایش میزان زاویه انحراف در قیاس با تغییرات افزایشی و سپس کاهش قابل ملاحظه با افزایش زاویه نصب می‌باشد. از نتایج نمودارهای شکل 8 روند افزایشی و سپس کاهش ماکزیمم دمای ایجاد شده در فیلم سیال روانکار در یاتاقان‌های ژورنال غیرممدور دو و سه لب با افزایش میزان زاویه انحراف استنباط می‌گردد. همچنین از نتایج شکل‌های 7 و 8 مشاهده می‌شود که تغییر در زوایای نصب و انحراف در یاتاقان‌های ژورنال غیرممدور چهار لب سبب کاهش بیشینه دمای ایجاد شده در فیلم سیال روانکار می‌گردد در صورتیکه در یاتاقان‌های ژورنال غیرممدور دو لب و سه لب بر خلاف انواع چهار لب تغییر در زوایای نصب و انحراف، ماکزیمم دمای ایجاد شده در فیلم سیال روانکار درون فضای لقی یاتاقان را افزایش می‌دهد. چگونگی تغییرات مینیمم مقدار ویسکوزیته سیال روانکار (μ) در شرایط کارکرد با تغییر در زوایای نصب و انحراف به ترتیب در شکل‌های 9 و 10 ارائه شده است.

همانگونه که از نتایج شکل‌های 9 و 10 دیده می‌شود روند تغییرات لزجت سیال روانکار با تغییر در زوایای نصب و انحراف در یاتاقان، بالعکس تغییرات دمایی قابل مشاهده در شکل‌های 7 و 8 می‌باشد. همانطور که از شکل‌های 7، 8، 9 و 10 دیده می‌شود با تغییر در میزان زاویه نصب و انحراف بعلافت افزایش و یا کاهش عرض فضای لقی یاتاقان‌های دو لب، سه لب و چهار

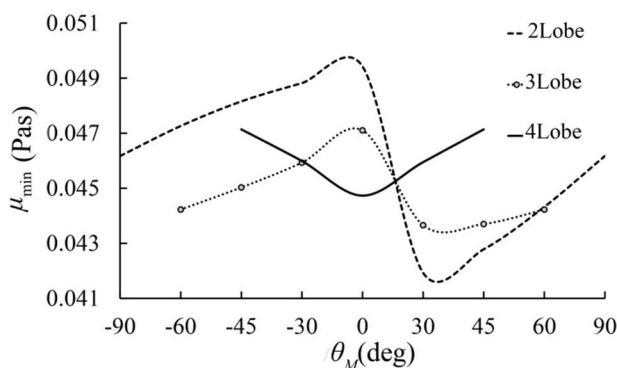


Fig. 9 Variation of minimum lubricant viscosity (μ_{min}) as a function of mount angle (θ_M) in two, three and four lobe noncircular journal bearings

شکل 9 تغییرات مینیمم لزجت فیلم سیال روانکار برحسب زاویه نصب در یاتاقان‌های ژورنال غیرممدور دو، سه و چهار لب

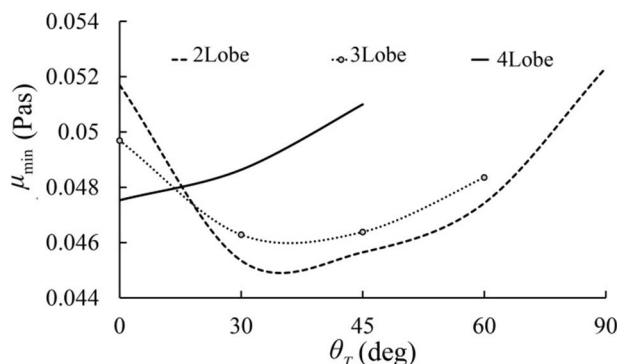


Fig. 10 Variation of minimum lubricant viscosity (μ_{min}) as a function of tilt angle (θ_T) in two, three and four lobe noncircular journal bearings

شکل 10 تغییرات مینیمم لزجت فیلم سیال روانکار برحسب زاویه انحراف در یاتاقان‌های ژورنال غیرممدور دو، سه و چهار لب

نصب و انحراف در یاتاقان‌های ژورنال غیرمردور لب‌دار مورد بررسی قرار گرفته است. همانگونه که از نمودارهای شکل 13 مشاهده می‌شود، تغییرات زاویه نصب اثرات متفاوتی بر میزان بار قابل حمل در انواع یاتاقان‌های غیرمردور ایجاد می‌کند. در یاتاقان‌های دو لب افزایش زاویه نصب تا یک حد معین سبب افزایش قابلیت حمل بار شده و با عبور از نقطه مذکور این قابلیت روند کاهشی به خود خواهد گرفت. در حالیکه کاهش در زاویه نصب نسبت به افزایش آن تأثیر کمتری بر میزان بار قابل حمل در یاتاقان‌های دو لب خواهد گذاشت. روند تغییر در میزان بار قابل حمل یاتاقان‌های سه لب شباهت زیادی با یاتاقان‌های دو لب دارد. نتایج موجود در نمودارهای شکل 13 بیانگر دستیابی به بیشینه بار قابل حمل در یاتاقان‌های ژورنال غیرمردور دو و سه لب با یک چرخش تقریبی 30 درجه‌ای یاتاقان بر روی تکیه‌گاه در جهت مثبت محورهای مختصات می‌باشد. در یاتاقان‌های چهار لب با تغییر در میزان زاویه نصب، تغییر در قابلیت حمل بار یاتاقان روندی کاملاً متفاوت با یاتاقان‌های دو لب و سه لب ایجاد خواهد کرد و با یک چرخش حدوداً 15 درجه‌ای در جهت

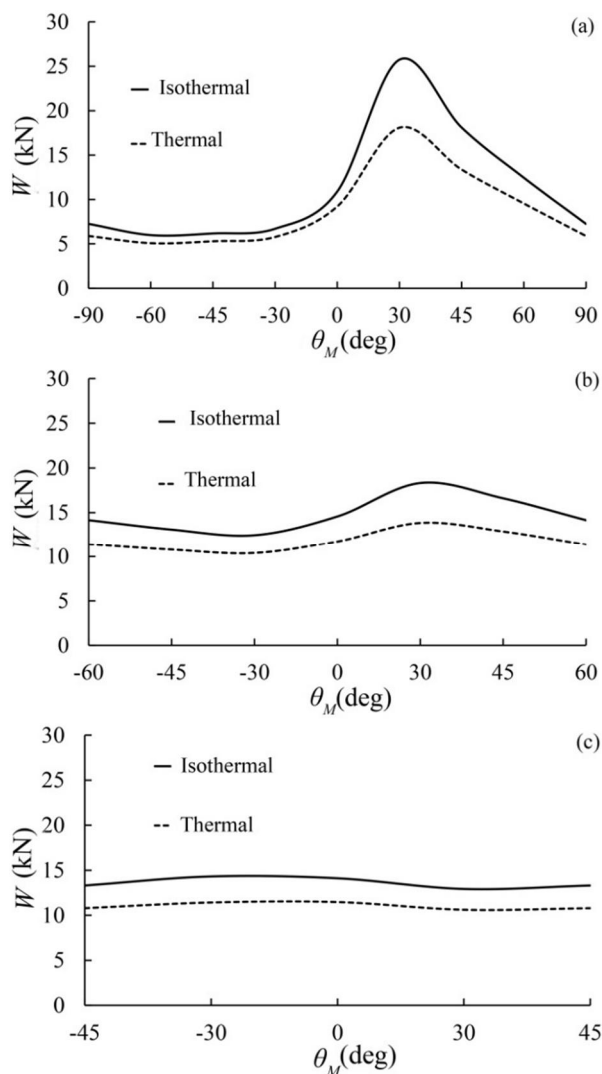


Fig. 13 Variation of load carrying capacity (W_{th} , W_{iso}) as a function of mount angle (θ_M) (a) two, (b) three and (c) four lobe noncircular journal bearings.

شکل 13 تغییرات بار قابل حمل بر حسب زاویه نصب یاتاقان‌های ژورنال غیرمردور (a) دو، (b) سه و (c) چهار لب

همانگونه که از شکل‌های 11 و 12 پیداست در یاتاقان‌های ژورنال غیرمردور لب‌دار، دمای ایجاد شده بعلاوه تغییر زوایای نصب و انحراف در مقایسه با حالت تقارن در لب‌های اول این یاتاقان‌ها کاهش می‌یابد. در لب‌های دوم یاتاقان‌های سه لب و چهار لب تأثیر چندانی در دمای سطح داخلی پوسته یاتاقان ایجاد نمی‌گردد، در حالیکه در لب دوم یاتاقان دو لب تغییر زاویه نصب و انحراف باعث افزایش دمای سطح داخل این لب می‌شود. در لب سوم یاتاقان‌های سه لب و چهار لب، تغییرات زوایای نصب و انحراف سبب افزایش دمای سطح داخلی این لب گردیده که در یاتاقان سه لب نسبت به چهار لب، این افزایش دما محسوس‌تر است. همچنین از نتایج می‌توان استنباط کرد که در لب چهارم یاتاقان چهار لب تقارن یاتاقان سبب افزایش بیشتر دمای سطح داخلی این لب در ارتباط با روانکار می‌گردد.

در شکل‌های 13 و 14 چگونگی تغییرات بار قابل حمل یاتاقان در صورت لحاظ اثرات دمایی و در غیاب آن (W_{iso} , W_{th}) با تغییر در میزان زوایای

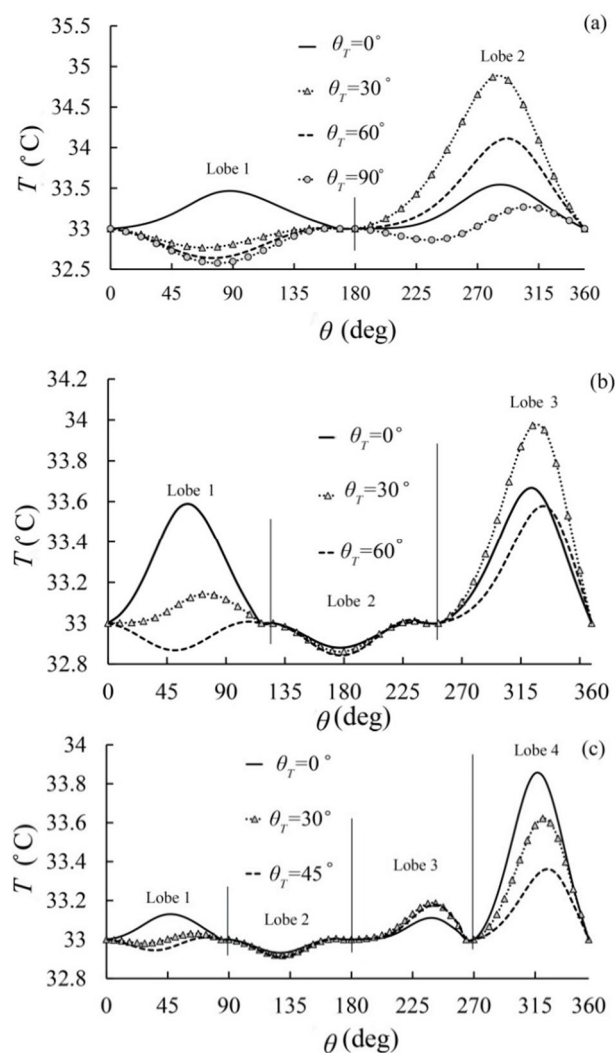


Fig. 12 Effect of tilt angle on the circumferential temperature distribution in the middle of longitudinal direction of the inner surface (a) two lobe, (b) three lobe and (c) four lobe noncircular bearings.

شکل 12 تأثیر زاویه انحراف بر توزیع دمای محیطی پایدار ایجاد شده در صفحه میانی راستای طولی سطح داخلی پوسته یاتاقان‌های ژورنال غیرمردور (a) دو، (b) سه و (c) چهار لب

در نتیجه تشدید دامنه اختلاف مابین توزیع فشارهای حرارتی و هم‌دما در یاتاقان در زاویه نصب و انحراف خاصی می‌باشد.

7- نتیجه گیری

در پژوهش حاضر اثرات زوایای نصب و انحراف بر عملکرد هم‌دما و حرارتی یاتاقان‌های ژورنال غیرمدور دو، سه و چهار لب مورد بررسی قرار گرفته است. به منظور دستیابی به این هدف حل همزمان معادلات رینولدز و انرژی حاکم بر جریان سیال روانکار تراکم‌ناپذیر و معادله انتقال حرارت در جداره یاتاقان در یک فرآیند تکرار ارزیابی شده است. همچنین با توجه به فرض طول محدود برای یاتاقان‌های مورد ارزیابی و عدم امکان دستیابی به پاسخ تحلیلی مسئله، از روش حل عددی درونیابی مشتق تعمیم یافته (GDO) جهت حل معادله رینولدز به همراه شرایط دما و لزجت روانکار در هر مرحله از ارزیابی در معادله انرژی، امکان دستیابی به توزیع دمایی جدید روانکار فراهم می‌شود. همچنین ارزیابی معادله انتقال حرارت سه‌بعدی در جداره یاتاقان با لحاظ شرایط مرزی ویژه دمایی، مقادیر جدید توزیع دما در پوسته به منظور استفاده در گام‌های بعدی حل را به دست می‌دهد. پس از همگرایی حل ترموهیدرودینامیکی، شرایط دمایی پایدار در روانکار، روتور و پوسته یاتاقان مشخص گردیده و پارامترهای عملکرد یاتاقان با لحاظ اثرات دمایی قابل محاسبه می‌باشند. از بررسی نتایج پژوهش حاضر موارد ذیل قابل استنباط می‌باشند:

1- تغییر در زاویه نصب و انحراف در یاتاقان‌های چهار لب باعث کاهش بیشینه دما و به تبع آن افزایش مینیمم لزجت فیلم سیال روانکار نسبت به حالت عدم تغییر در زوایای نصب و انحراف می‌گردد. در صورتیکه تغییر در زوایای نصب و انحراف در یاتاقان‌های دو و سه لب تأثیر متفاوتی بر توزیع بیشینه دما و گرانشی مینیمم در سیال روانکار دارد. در یاتاقان‌های ژورنال غیرمدور دو و سه لب، تغییر در زوایای نصب و انحراف افزایش دمای ماکزیمم و کاهش گرانشی مینیمم در سیال روانکار را در پی دارد. در این نوع از یاتاقان‌ها با کاهش زاویه نصب دمای ماکزیمم تشدید یافته و با افزایش زوایای نصب و انحراف، بیشینه دما تا یک زاویه خاص افزایش و سپس کاهش می‌یابد.

2- بر خلاف یاتاقان‌های ژورنال مدور، تغییر زوایای نصب و انحراف تأثیر قابل توجهی بر عملکرد هم‌دما و حرارتی یاتاقان‌های ژورنال غیرمدور دو، سه و چهار لب داشته و میزان این تأثیرات در انواع دو لب قابل ملاحظه‌تر بوده و با افزایش تعداد لب‌های یاتاقان از شدت آن کاسته می‌شود.

3- برای ویژگی‌های طراحی و شرایط عملکرد یکسان، تغییرات زوایای نصب و انحراف تأثیر کمتری بر عملکرد یاتاقان‌های چهار لب نسبت به انواع دو و سه لب ایجاد خواهد کرد. در همین راستا تغییر در زاویه نصب در یاتاقان‌های غیرمدور چهار لب تأثیر کمتری بر ظرفیت بار قابل حمل در شرایط حرارتی و هم‌دما نسبت به انواع دو و سه لب ایجاد می‌کند. بر اساس نتایج در زوایایی که یاتاقان‌های غیرمدور مورد بررسی دارای بیشینه ظرفیت بار قابل حمل می‌باشند، تفاوت مابین بارهای حرارتی و هم‌دما، به علت کاهش محسوس‌تر گرانشی سیال روانکار با افزایش دما، تشدید می‌گردد. با افزایش زاویه انحراف قابلیت حمل بار در یاتاقان‌های غیرمدور مورد بررسی روندی صعودی- نزولی به خود می‌گیرند و تفاوت مابین بارهای حرارتی و هم‌دما همانند تغییر در زاویه نصب، در زاویه‌هایی که یاتاقان دارای بیشترین ظرفیت بار قابل حمل است، تشدید می‌گردد.

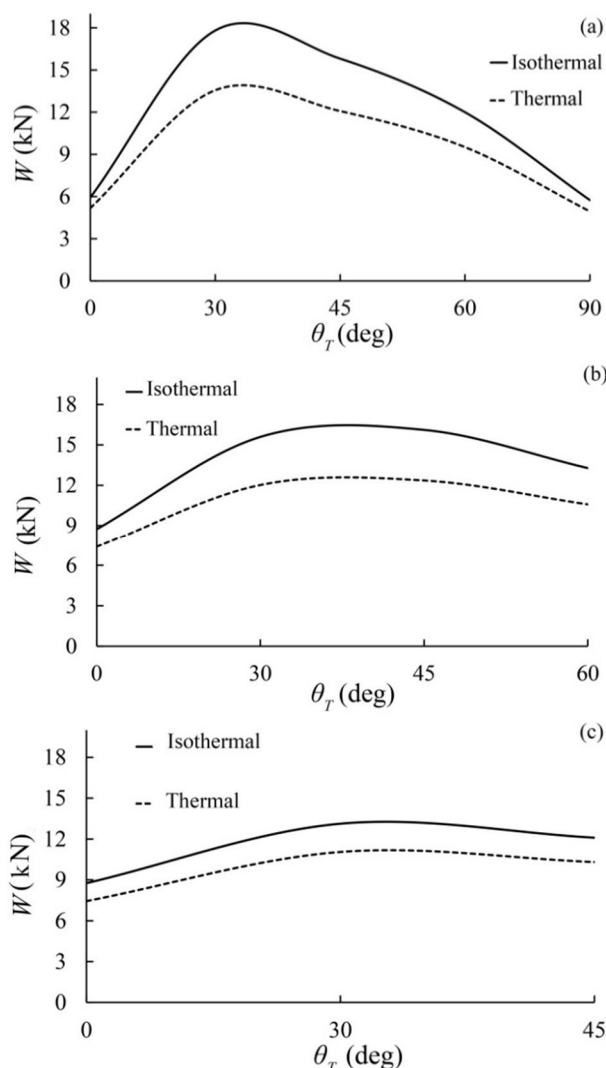


Fig. 14 Variation of load carrying capacity (W_{th} , W_{iso}) as a function of mount angle (θ_T) (a) two, (b) three and (c) four lobe noncircular journal bearings.

شکل 14 تغییرات بار قابل حمل بر حسب زاویه انحراف یاتاقان‌های ژورنال غیرمدور دو، (b) سه و (c) چهار لب

منفی محورهای مختصات قابلیت حمل بار بهینه در یاتاقان حاصل می‌گردد. نتایج ارائه شده در شکل 13 تفاوت موجود در میزان بار قابل حمل در یاتاقان‌های غیرمدور لبدار با در نظر گرفتن اثرات حرارت و بدون در نظر گرفتن این اثرات بر عملکرد یاتاقان را نشان می‌دهد. با توجه به نمودارها، در زوایایی که یاتاقان‌های غیرمدور مورد بررسی دارای بیشینه ظرفیت بار قابل حمل می‌باشند، تفاوت مابین بار حرارتی و هم‌دما به علت کاهش گرانشی سیال روانکار با افزایش بیشتر دما تشدید می‌گردد. نتایج شکل 14 بیانگر افزایشی و سپس کاهشی بودن بار قابل حمل در یاتاقان‌های غیرمدور دو، سه و چهار لب با افزایش زاویه انحراف در یاتاقان می‌باشد. همانگونه که از نتایج موجود در نمودارهای شکل 14 نیز مشاهده می‌شود، به ازای مقادیری از زاویه انحراف که یاتاقان دارای بیشینه ظرفیت حمل بار می‌باشد، دامنه اختلاف مابین نتایج بار حرارتی و هم‌دما افزایش می‌یابد. همانگونه که بیان شد، افزایش دامنه اختلاف مابین نتایج محاسبه ظرفیت حمل بار حرارتی و هم‌دما در یاتاقان در بیشینه ظرفیت حمل بار، ناشی از افزایش دمای سیال روانکار و

- thermohydrodynamic analysis of elliptical journal bearings, *Journal-Institution of Engineers India Part Mc Mechanical Engineering Division*, Vol. 81, No.3, pp. 93-101, 2000.
- [9] R. Sehgal, K. Swamy, K. Athre, S. Biswas, A comparative study of the thermal behaviour of circular and non-circular journal bearings, *Lubrication Science*, Vol. 12, No. 4, pp. 329-344, 2000.
- [10] D. Singh, B. Majumdar, Computer-aided design of hydrodynamic journal bearings considering thermal effects, *Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part J: Journal of Engineering Tribology*, Vol. 219, No. 2, pp. 133-139, 2005.
- [11] P. Mishra, R. Pandey, K. Athre, Temperature profile of an elliptic bore journal bearing, *Tribology International*, Vol. 40, No. 3, pp. 453-458, 2007.
- [12] A. Chauhan, R. Sehgal, R. K. Sharma, Thermohydrodynamic analysis of elliptical journal bearing with different grade oils, *Tribology International*, Vol. 43, No. 11, pp. 1970-1977, 2010.
- [13] E. S. Prasad, T. Nagaraju, J. P. Sagar, Thermohydrodynamic performance of a Journal Bearing with 3D-Surface Roughness and Fluid Inertia Effects, *International Journal of Applied Research in Mechanical Engineering (IJARME)*, Vol 2, No. 1, pp.18-24, 2012.
- [14] C. Bhagat, L. Roy, Steady state thermo-hydrodynamic analysis of two-axial groove and multilobe hydrodynamic bearings, *Tribology in Industry*, Vol. 36, No. 4, pp. 475-487, 2014.
- [15] A.D. Rahmatabadi, M. Z. Mehrjardi, M. Fazel, Performance analysis of micropolar lubricated journal bearings using GDQ method, *Tribology International*, Vol. 43, No. 11, pp. 2000-2009, 2010.
- [16] R. Sharma, R. Pandey, Effects of the temperature profile approximations across the film thickness in thermohydrodynamic analysis of lubricating films, *Indian Journal of Tribology*, Vol. 2, No. 1, pp. 27-37, 2007.
- [17] Y. Hori, *Hydrodynamic lubrication*, First Edition, pp.60-189, Tokyo: Springer, 2006.
- [18] A. Chauhan, R. Sehgal, R. K. Sharma, A study of thermal effects in an offset-halves journal bearing profile using different grade oils, *Lubrication Science*, Vol. 23, No. 5, pp. 233-248, 2011.

4- مقایسه عملکرد یاتاقان‌های ژورنال غیرمدور در صورت لحاظ اثرات دمایی بر مشخصه‌های سیال روانکار، روتور و پوسته با شرایط هم‌دما از تضعیف قابل توجه توزیع فشار ایجاد شده در فیلم سیال روانکار و به تبع آن بار قابل حمل یاتاقان حکایت داشته و نتایج واقع‌گرایانه‌تری از عملکرد مجموعه تکیه‌گاهی را در اختیار قرار می‌دهد. به همین علت تحلیل حرارتی عملکرد یاتاقان‌های ژورنال غیرمدور دو، سه و چهار لب در شرایط متنوع طراحی، نصب و مونتاژ بر تحلیل‌های هم‌دمای موجود ارجحیت خواهد داشت.

8-مراجع

- [1] O. Pinkus, M. Lynn, Analysis of elliptical bearings, *Transactions of the ASME, Journal of Basic Engineering*, Vol. 78, No. 16, pp. 965-976, 1956.
- [2] A.D. Rahmatabadi, R. Rashidi, Effect of mount angle on static and dynamic characteristics of gas-lubricated, noncircular journal bearings, *Iranian Journal of Science and Technology Transactions of Mechanical Engineering (IJSTM)*, Vol. 30, No. B3, pp. 27-37 2006.
- [3] A.D. Rahmatabadi, M. Nekoeimehr, R. Rashidi, Micropolar lubricant effects on the performance of noncircular lobed bearings, *Tribology International*, Vol. 43, No. 1, pp. 404-413, 2010.
- [4] W. Crosby, Thermal considerations in the solution of finite journal bearings, *Wear*, Vol. 64, No. 1, pp. 15-32, 1980.
- [5] Y. Nagaraju, M. Joy, K. P. Nair, Thermohydrodynamic analysis of a two-lobe journal bearing, *International journal of mechanical sciences*, Vol. 36, No. 3, pp. 209-217, 1994.
- [6] A. Hussain, K. Mistry, S. Biswas, K. Athre, Thermal analysis of noncircular bearings, *Journal of Tribology*, Vol. 118, No. 1, pp. 246-254, 1996.
- [7] M. T. Ma, C. Taylor, An experimental investigation of thermal effects in circular and elliptical plain journal bearings, *Tribology International*, Vol. 29, No. 1, pp. 19-26, 1996.
- [8] S. Banwait, H. Chandrawat, Effect of misalignment on