



## مطالعه عددی اثرات میدان‌های مغناطیسی بر جریان نانوسیال مغناطیس‌شونده غیر نیوتونی دارای هدایت الکتریکی در یک کانال عمودی

موسی محمدپورفرد

دانشیار، مهندسی مکانیک، دانشگاه شهید مدنی آذربایجان، تبریز  
تبریز، صندوق پستی: 5375171379، mohammadpour@azaruniv.edu

### چکیده

در این مطالعه، رفتار حرارتی و هیدرودینامیکی یک نانوسیال غیر نیوتونی مغناطیس‌شونده (با فرض سیال پایه غیر نیوتونی بملامه 4% اکسید آهن) در یک کانال مستطیلی عمودی و در حضور میدان‌های مغناطیسی مختلف، به صورت عددی با استفاده از مدل دوفازی مخلوط، مدل قانون توانی و روش حجم محدود مورد بررسی قرار گرفته است. با در نظر گرفتن هدایت الکتریکی برای سیال پایه، علاوه بر اصول فرهیدرودینامیک، اصول مگنتوهیدرودینامیک نیز در نظر گرفته شده است. تاثیر غیر نیوتونی بودن سیال با استفاده از مدل قانون توانی، با فرض برابر بودن شاخص سازگاری در این مدل با لزجت در حالت نیوتونی، برای دو مقدار متفاوت شاخص قانون توانی، یعنی 0/6 و 0/8 بررسی و نتایج بدست آمده با نتایج حالت نیوتونی مقایسه شده است. سه حالت مختلف میدان مغناطیسی برای بررسی انتخاب شده است: میدان محوری غیریکنواخت، متقاطع یکنواخت و حالتی که هر دو میدان مذکور به صورت همزمان اعمال شده‌اند. با توجه به نتایج بدست آمده روند کلی تغییرات برای عدد نوسلت و ضریب اصطکاک برای سیال غیر نیوتونی همانند حالت نیوتونی است با این تفاوت که در حالت غیر نیوتونی و با کاهش شاخص توانی، تاثیر پذیری پروفیل سرعت، عدد نوسلت، ضریب اصطکاک از میدان محوری، بیشتر می‌شود. همچنین نتایج نشان می‌دهند که هدایت الکتریکی تاثیرات قابل ملاحظه‌ای بر رفتار فروسیال دارد و قابل صرف نظر نیست و میدان محوری با گرادین منفی و میدان متقاطع اثرات مشابهی بر افزایش عدد نوسلت و ضریب اصطکاک دارند، در حالیکه میدان محوری با گرادین مثبت آنها را کاهش می‌دهد.

### اطلاعات مقاله

مقاله پژوهشی کامل  
دریافت: 23 شهریور 1393  
پذیرش: 16 آبان 1393  
ارائه در سایت: 26 آذر 1393  
کلید واژگان:  
فروهیدرودینامیک  
مگنتوهیدرودینامیک  
هدایت الکتریکی  
مدل دوفازی مخلوط  
سیال غیر نیوتونی

## Numerical study of magnetic fields effects on the electrical conducting non-Newtonian ferrofluid flow through a vertical channel

Mousa Mohammadpourfard

Department of Mechanical Engineering, Azarbaijan Shahid Madani University, Tabriz, Iran  
P.O.B. 5375171379 Tabriz, Iran, mohammadpour@azaruniv.edu

### ARTICLE INFORMATION

Original Research Paper  
Received 14 September 2014  
Accepted 07 November 2014  
Available Online 17 December 2014

**Keywords:**  
Ferrohydrodynamics  
Magnetohydrodynamics  
Electrical Conductivity  
Two-Phase Mixture Model  
Non-Newtonian Fluid

### ABSTRACT

This study presents a numerical investigation of the hydro-thermal behavior of a Non-Newtonian ferrofluid (non-Newtonian base fluid and 4% Vol.  $Fe_3O_4$ ) in a rectangular vertical duct in the presence of different magnetic fields, using two-phase mixture model, power-law model, and control volume technique. Considering the electrical conductivity of the base fluid, in addition to the ferrohydrodynamics principles, the magnetohydrodynamics principles have also been taken into account. To study the effects of non-Newtonian base fluid using power-law model, assuming the same flow consistency index with viscosity of Newtonian fluid, two different power law indexes (i.e.,  $n=0.8$  and  $0.6$ ), have been investigated and the results have been compared with that of Newtonian ones (i.e.,  $n=1$ ). Three cases for magnetic field have been considered to study mixed convection of the ferrofluid: non-uniform axial field, uniform transverse field and another case when both fields are applied simultaneously. The results indicate that the overall influence of magnetic fields on Nusselt number and friction factor is similar to the Newtonian case, although by decreasing the power law index the effect of axial field on velocity profile, Nusselt number and friction factor become more significant. Moreover, the results indicate that electrical conductivity has a significant effect on the behavior of ferrofluid and cannot be neglected and also negative gradient axial field and uniform transverse field act similarly and enhance both the Nusselt number and the friction factor, while positive gradient axial field decreases them.

### 1- مقدمه

کوچک سازی تجهیزات و افزایش شدت انتقال حرارت به ازای واحد سطح می‌باشند. سیال‌هایی نظیر آب و اتیلن گلیکول با توجه به خواص حرارتی پایین‌شان، توانایی محدودی درانتقال حرارت دارند. برعکس، فلزها دارای ضریب رسانش حرارتی تا سه برابر بیشتر از سیال‌های مذکور می‌باشند. ایده

بهینه‌سازی فرایند خنک کاری به وسیله‌ی سیال‌ها در بسیاری از صنایع مانند صنعت تولید توان، حمل و نقل، ماشین‌کاری و الکترونیک بسیار مهم می‌باشد. تجهیزات انتقال حرارت مربوطه جهت رسیدن به راندمان بالاتر نیازمند

Please cite this article using:

M. Mohammadpourfard, Numerical study of magnetic fields effects on the electrical conducting non-Newtonian ferrofluid flow through a vertical channel, *Modares Mechanical Engineering*, Vol. 15, No. 1, pp. 379-389, 2015 (In Persian)

برای ارجاع به این مقاله از عبارت ذیل استفاده نمایید:

سیال‌ها  $n < 1$  است، با افزایش نرخ برش، ویسکوزیته کاهش می‌یابد. بدین خاطر این سیال‌ها به سیال‌های نازک شونده برشی معروف هستند. محلول‌های غلیظ پلیمری، برخی مرکب‌های چاپ و رنگ‌ها از جمله این مواد به شمار می‌آیند.

آیپهرا و همکاران [7] جریان دوبعدی سیال مغناطیسی با 50% جرمی ذرات مغناطیسی Mn-Zn را در لوله افقی به صورت عددی بررسی کردند. آنها از مدل تک فاز برای شبیه‌سازی جریان استفاده کردند و قابلیت کنترل جریان را به وسیله میدان مغناطیسی غیریکنواخت نشان دادند. همچنین گانگولی و همکاران [8] جریان و انتقال حرارت یک سیال مغناطیسی را بین دو صفحه موازی تحت اثر یک دوقطبی مغناطیسی با استفاده از روش‌های عددی بررسی کرده‌اند. آن‌ها به این نتیجه رسیدند که میدان مغناطیسی اعمالی روی جریان سیال مغناطیسی موثر نخواهد بود مگر اینکه میدان مغناطیسی از قدرت کافی برای غلبه بر نیروی لزجت برخوردار باشد.

ژان و همکاران [9] با استفاده از روش لئیس - بولترمن به مطالعه‌ی عددی انتقال حرارت جابجائی نانوسیال مغناطیسی در حضور میدان‌های مغناطیسی غیریکنواخت داخل یک میکروکانال پرداختند. نتایج آن‌ها نشانگر امکان کنترل میزان انتقال حرارت با تغییر جهت گرادیان میدان مغناطیسی است. بیشترین میزان افزایش انتقال حرارت هنگامی است که گرادیان میدان هم جهت با جریان سیال باشد و هنگامی که گرادیان میدان بر خلاف جهت جریان باشد، کاهش انتقال حرارت مشاهده شده است. لی و ژان [10] انتقال حرارت جابجائی اجباری نانوسیال مغناطیسی آب - اکسید آهن را روی یک سیم باریک از جنس پلاتینیوم به صورت آزمایشگاهی مورد مطالعه قرار دادند. این سیم باریک که با اعمال جریان الکتریکی گرم می‌شود در داخل مجرای قرار گرفته است که نانوسیال مغناطیسی تحت تاثیر میدان مغناطیسی خارجی در آن جریان دارد. این محققین ضریب انتقال حرارت جابجائی حول این سیم را در غیاب میدان مغناطیسی و حضور میدان‌های مختلف اندازه‌گیری کردند. نتایج آن‌ها بیانگر این است که با تغییر راستا و دامنه‌ی میدان مغناطیسی می‌توان میزان انتقال حرارت را کنترل کرد. هنگامی که یک میدان مغناطیسی ثابت اعمال می‌شود به دلیل افزایش ویسکوزیته، تبادل حرارت بین سیال و سطح سیم کاهش می‌یابد. و زمانی که یک میدان مغناطیسی افزایشی در جهت جریان اعمال می‌شود، نیروی مغناطیسی به سیال شتاب داده و تبادل حرارت بین سیال و سطح سیم به طور قابل توجهی افزایش می‌یابد. درحالی که برای میدان مغناطیسی کاهشنده عکس این قضیه اتفاق می‌افتد.

زابلوسکی و همکاران [11] در یک کار عددی و تجربی انتقال حرارت جابجائی ترمومغناطیس یک فروسیال با خواص متغیر با دما را در حضور میدان‌های مغناطیسی غیریکنواخت بررسی کردند. آزمایش روی یک سلول مستطیلی انجام یافته و آهنرباهای دائمی روی دیواره‌های آن نصب شده بود. هنگامی که سلول از پائین گرم می‌شود میزان انتقال حرارت نسبت به حالت بدون میدان بطور قابل ملاحظه‌ای افزایش می‌یابد. همچنین یاماگوچی و همکاران [12] رفتار حرارتی یک سیال مغناطیسی با خواص متغیر با دما را داخل یک ظرف مکعبی شکل بررسی کرده‌اند. این محفظه در معرض یک میدان مغناطیسی یکنواخت رو به بالا قرار گرفته و داخل آن یک سیلندر مربعی جهت تولید حرارت قرار داده شده است. نتایج آن‌ها نشان می‌دهد که علیرغم وجود گرمکن داخل محفظه با هر اندازه‌ای، مشخصه‌های انتقال حرارت این سیال در حضور میدان مغناطیسی ارتقاء می‌یابد. لاجوردی و همکاران [13] در یک کار آزمایشگاهی، انتقال حرارت

ترکیبی از این دو ماده برای تولید محیط انتقال حرارتی که شبیه به سیال عمل کند و رسانش گرمایی فلزات را داشته باشد، بر این اساس شکل گرفته است. هرچند استفاده از ذرات با ابعاد میلی‌متر یا میکرومتر رسانش گرمایی سیال را بهبود بخشیده بود اما مشکلاتی نظیر گرفتگی و سائیدگی مجاری حرکت سیال، ته‌نشینی سریع و افت فشار بیش از حد را به همراه داشته‌اند. در نانوسیال‌ها، با استفاده از ذرات کوچکتر در ابعاد نانومتر، به دلیل آنکه اندازه ذرات در ابعاد مولکول‌های سیال بوده می‌توان این مشکلات را در حد بسیار زیادی کاهش داد و از سائیدگی و مسدود شدن کانال جلوگیری کرد. علاوه بر این، توانایی کنترل هیدرودینامیکی و یا حرارتی سیال‌های خنک کننده مدتی است که مورد توجه دانشمندان و مهندسان قرار گرفته است. یکی از روش‌های مناسب برای این کار استفاده از سیال مغناطیسی و میدان مغناطیسی است. نانوسیال‌های مغناطیسی یا فروسیال‌ها<sup>1</sup> در واقع گونه‌ی خاصی از نانوسیال‌ها هستند که در آنها نانوذرات مغناطیسی با ابعادی در حدود 3 تا 15 نانومتر بطور پایدار در یک سیال پایه<sup>2</sup> نظیر آب و یا نفت پراکنده شده‌اند. با اعمال میدان مغناطیسی در جهت و شدت‌های مختلف می‌توان تا حدودی رفتار هیدرودینامیکی و حرارتی این سیال‌ها را کنترل کرد که این یک مزیت مهم برای این گونه از نانوسیال‌ها به شمار می‌آید [1-4].

با رشد صنایع، سیال‌های جدید زیادی پدید آمدند که رفتار برشی آنها نمی‌توانست با استفاده از روابط مربوط به سیال نیوتونی بررسی شود. برخی از این سیال‌ها که به سیال‌های غیر نیوتونی معروف هستند شامل امولسیون‌ها، سوسپانسیون‌ها، محلول‌های پلیمری، رنگ‌ها، داروها و انواع چسب‌ها می‌باشند. نیاز ایجاد شده در رابطه با بررسی رفتار این سیال‌ها موجب پیدایش علم جدیدی به نام رئولوژی<sup>3</sup> شده است. برخی از صنایع که در آنها سیال‌های غیر نیوتونی استفاده می‌شود شامل صنایع نفت، داروسازی، انرژی اتمی، مواد شیمیایی سبک و سنگین، فرآیندهای سنگ‌های معدنی و رنگ‌ها می‌باشند. فرایندهای انجام شده در این صنایع شامل گرما دادن و جوشش این نوع از سیال‌ها نیز می‌باشد. به عنوان مثال در صنایع داروسازی، کاهش کنترل روی درجه حرارت و پایین بودن ضریب انتقال حرارت منجر به کاهش کیفیت محصول می‌شود. با توجه به توسعه‌ی سریع تکنولوژی مهندسی انتقال حرارت، افزایش نرخ انتقال حرارت در زمینه‌ی سیال‌های غیر نیوتونی از اهمیت بالایی برخوردار است. با استفاده از ذرات نانو می‌توان به محصول جدیدی تحت عنوان نانوسیال غیر نیوتونی دست یافت که دارای مشخصات انتقال حرارتی بالایی نسبت به سیال پایه‌ی غیر نیوتونی می‌باشد و بهبود انتقال حرارت این نوع از سیال‌ها را باعث می‌شود. بخش عمده‌ای از مواد غیر نیوتونی به گروه سیال‌های شبه پلاستیک تعلق دارند. اسوالدپر استفاده‌ترین مدل را برای این سیال‌ها ارائه داده است که به مدل توانی<sup>4</sup> معروف است یعنی روابط (1) و (2) [6,5].

$$\tau = m|\dot{\gamma}|^{n-1}\dot{\gamma} \quad (1)$$

$$\mu_f = m|\dot{\gamma}|^{n-1} \quad (2)$$

که  $\dot{\gamma}$  نرخ برشی است. در این مدل  $m$  شاخص سازگاری<sup>5</sup> و  $n$  شاخص قانون توانی<sup>6</sup> و  $\mu_f$  ویسکوزیته ظاهری سیال است. هر چه  $m$  بزرگ‌تر باشد ویسکوزیته سیال بیشتر است. هر چقدر ضریب  $n$  از یک کوچک‌تر باشد، سیال رفتار غیر نیوتونی بیشتری نشان می‌دهد. به خاطر این که در این

1- Ferrofluids  
2- Base fluid  
3- Rheology  
4- Power law  
5- Consistency index  
6- Power law index

محل‌های اعمال میدان مغناطیسی مشاهده کردند. با مقایسه نتایج بدست آمده برای حالت مغشوش و حالت آرام برای میدان سرعت و دما، ضریب اصطکاک سطحی و نرخ انتقال حرارت مشاهده شده است که اثر میدان مغناطیسی در جریان مغشوش کمتر از اثر آن در جریان آرام است.

زیرتزیلاکیس [17] همچنین جریان خون دارای هدایت الکتریکی را تحت اثر میدان مغناطیسی موضعی در یک کانال دارای گرفتگی بررسی کرد. نتایج وی نشان داد که در پایین دست گرفتگی و در نزدیکی منبع میدان مغناطیسی گردها ایجاد شده بزرگ‌تر می‌شود که این پدیده باعث می‌شود نقطه الحاق مجدد به سمت پایین دست جریان منتقل شود. وی علاوه بر این نشان داد که اثر میدان مغناطیسی بر روی میدان‌های سرعت و دما، مخصوصاً برای گرفتگی‌های معمولی و زیاد، حتی در شدت‌های کم کاملاً قابل توجه است.

هاتزیکنستانینو و وافس [18] یک مدل تئوری عمومی سه بعدی برای تاثیر میدان مغناطیسی روی سیال‌های مغناطیسی با سیال پایه دارای هدایت الکتریکی پیشنهاد دادند. در این تحقیق فرض شده است که ذرات مغناطیسی بر خلاف سیال پایه هدایت الکتریکی ندارند. مدل ارائه شده با اصول فروهیدروینامیک و مگنتوهیدروینامیک سازگاری دارد زیرا مغناطیسه شدن و هدایت الکتریکی سیال هر دو در نظر گرفته شده است. آنها با استفاده از این مدل و از طریق روش‌های تحلیلی روابطی برای محاسبه ویسکوزیته معادل و فشار کلی، برای هر هندسه دلخواه، ارائه دادند. همچنین آن‌ها روش تحلیلی خود را برای مدل سازی جریان استوکس در سیالات مغناطیسی استفاده کردند. با وجود این مطالعات، برای آشنایی کامل با رفتار هیدروینامیکی و یا حرارتی فروسیال‌های دارای هدایت الکتریکی تحت اثر میدان‌های مغناطیسی مختلف انجام تحقیقات بیشتری ضروری به نظر می‌رسد.

در کار حاضر در نظر است که تاثیر اعمال میدان‌های مغناطیسی بر فروسیالی غیر نیوتونی که دارای هدایت الکتریکی نیز است، در یک کانال مستطیلی عمودی بررسی شود. تاثیر میدان بر رفتار هیدروینامیکی و حرارتی فروسیال در جریان جابجایی ترکیبی آرام با استفاده از مدل دو فازی مخلوط و استفاده از قانون شاخص توانی برای مدل کردن سیال غیر نیوتونی بررسی شده است که با تغییر شاخص قانون توانی اثرات غیرنیوتونی بودن جریان مورد مطالعه قرار گرفته است. سه حالت مختلف میدان مغناطیسی برای بررسی جابجایی ترکیبی فروسیال استفاده شده است. میدان محوری غیریکنواخت (با گرادیان منفی و مثبت)، میدان متقاطع یکنواخت و حالتی که هر دو میدان مذکور به صورت همزمان اعمال شده‌اند. همانطور که قبلاً هم ذکر شد علاوه بر در نظر گرفتن اصول فروهیدروینامیک، اصول مگنتوهیدروینامیک هم باید در نظر گرفته شود، که اثرات آن‌ها با نوشتن کدهایی به معادلات حاکم بر جریان سیال در نرم افزار انسیس فلوئنت 12 اضافه شده است.

## 2- معادلات حاکم برای مدل دو فازی مخلوط

با در نظر گرفتن جریان نانوسیال به صورت آرام، پایا، غیرقابل تراکم و ثابت فرض نمودن خواص ترموفیزیکی به غیر از ویسکوزیته (از معادله 2) و چگالی که به صورت تابعی از دما در معادله مومنوم بیان می‌شوند و با صرفنظر کردن از اتلافات ویسکوز، معادلات بقا به صورت زیر بیان می‌شوند:

### 2-1- معادله پیوستگی

$$\nabla \cdot (\rho_m \vec{v}_m) = 0 \quad (3)$$

جابجایی اجباری نانوسیال مغناطیسی آب- اکسید آهن را در یک لوله‌ی مستقیم، تحت شرایط شار حرارتی ثابت دیواره و میدان مغناطیسی یکنواخت، در راستای جریان و در رژیم آرام بررسی کردند. این محققین نشان دادند که افزودن نانوذرات اکسید آهن به سیال پایه به تنهایی انتقال حرارت جابجایی را افزایش می‌دهد و اعمال میدان مغناطیسی این افزایش را بیشتر می‌کند. آن‌ها این افزایش را به تغییر در خواص ترموفیزیکی سیال نظیر هدایت حرارتی و ظرفیت حرارتی ویژه نسبت دادند.

اخیراً امین‌فر و همکاران [14] اثر میدان مغناطیسی غیر یکنواخت بر رفتار هیدروینامیکی و حرارتی یک فروسیال در جابجایی ترکیبی در یک لوله عمودی را به صورت عددی بررسی کردند. آن‌ها از مدل دوفازی مخلوط برای شبیه سازی فروسیال مورد نظر استفاده کردند و نشان دادند هنگامی که از میدان مغناطیسی که دارای گرادیان منفی در جهت جریان است استفاده می‌کنند پروفیل سرعت تخت‌تر می‌شود و ضریب انتقال حرارت جابجایی جریان افزایش می‌یابد، در حالی که برای میدان مغناطیسی با گرادیان مثبت عکس این قضیه صادق است. همچنین آن‌ها نشان دادند که اثر میدان مغناطیسی با افزایش شدت میدان و کاهش عدد رینولدز افزایش می‌یابد.

همان‌طور که ملاحظه می‌شود اکثر پژوهش‌های ذکر شده در زمینه فروسیال‌ها همگی در مورد فروسیال‌هایی انجام شده است که هدایت الکتریکی نداشته‌اند یا محققان فرض کرده‌اند هدایت الکتریکی فروسیال مورد مطالعه قابل اغماض می‌باشد. با وجود اینکه در واقعیت بسیاری از سیال‌ها دارای هدایت الکتریکی (هرچند ناچیز) هستند، مطالعه نانوسیال‌های مغناطیسی دارای هدایت الکتریکی به ندرت انجام شده است. در صورتی که فروسیال دارای هدایت الکتریکی در نظر گرفته شود علاوه بر اصول فروهیدروینامیک<sup>1</sup> معمول برای این سیال‌ها باید اصول مگنتوهیدروینامیک<sup>2</sup> نیز در نظر گرفته شود، در ادامه به محدود پژوهش‌های انجام شده در این زمینه پرداخته شده است.

زیرتزیلاکیس [15] یک مدل ریاضی برای دینامیک سیال بایو برای سیال نیوتونی خون ارائه داده است. وی خون را یک سیال دارای هدایت الکتریکی در نظر گرفته است، بنابراین مدل وی علاوه بر سازگاری با اصول فروهیدروینامیک با اصول مگنتوهیدروینامیک نیز سازگار است. وی همچنین مدل خود را برای بررسی عددی جریان آرام و کاملاً توسعه یافته خون نیوتونی و همگن در یک کانال مستطیلی استفاده کرد. وی از مدل تک فازی برای شبیه سازی خون معمولی که در حالت اکسیده دیامغناطیس و در حالت دیاکسیده پارامغناطیس است استفاده کرد. در این پژوهش دو حالت برای میدان مغناطیسی در نظر گرفته شده است: یک میدان مغناطیسی متقاطع یکنواخت و یک میدان مغناطیسی متغیر با مکان که توسط یک سیم نازک حامل جریان که موازی با محور تقارن صفحه پایین کانال است تولید می‌شود و گرادیان محوری ندارد. وی نتیجه گرفت که در حالتی که میدان مغناطیسی متغیر با مکان اعمال می‌شود، نیروهای مربوط به مگنتوهیدروینامیک نقش مهمی در هیدروینامیک جریان دارند و قابل صرفنظر کردن نیستند.

زیرتزیلاکیس و همکاران [16] از همان مدل برای بررسی عددی جریان دو بعدی، پایا و مغشوش خون نیوتونی و دارای هدایت الکتریکی تحت اثر میدان مغناطیسی بین دو صفحه موازی استفاده کردند. آنها رفتار هیدروینامیکی و حرارتی جریان را مورد مطالعه قرار دادند و دو گردها در

1- Ferrohydrodynamics (FHD)

2- Magneto hydrodynamics

2-2- معادله‌ی مومنتوم

$$\nabla \cdot (\rho_{m,0} \vec{v}_m \vec{v}_m) = -\nabla p + \mu_m \nabla^2 \vec{v}_m + \nabla \cdot (\alpha_p \rho_p \vec{v}_{dr,p} \vec{v}_{dr,p}) - \rho_{m,0} (T - T_0) \beta_m \vec{g} + \mu_0 (\vec{M} \cdot \nabla) \vec{H} + \vec{J} \times \vec{B} \quad (4)$$

در روابط (3) و (4)،  $\beta_m$ ،  $k_m$ ،  $\mu_m$ ،  $\rho_m$ ،  $\alpha_p$ ،  $\mu_0$ ،  $\vec{M}$  و  $\vec{J}$  به ترتیب چگالی مخلوط، ویسکوزیته‌ی مخلوط، ضریب هدایت حرارتی مخلوط و ضریب انبساط حرارتی مخلوط هستند و  $\alpha_p$  کسر حجمی ذرات نانو است. همچنین جمله  $\rho_{m,0} (T - T_0) \beta_m \vec{g}$  مربوط به نیروی شناوری (مدل بوزینسک) است و در آن  $T_0$  دمای فروسیال ورودی است. جمله  $\mu_0 (\vec{M} \cdot \nabla) \vec{H}$  مربوط به نیروی کلونین است که در صورت نبودن میدان مغناطیسی برابر صفر خواهد بود و همچنین جمله  $\vec{J} \times \vec{B}$  مربوط به نیروی لورنتس است که  $\vec{J}$  جریان الکتریکی القا شده در اثر حرکت سیال هادی الکتریسیته در میدان مغناطیسی است [19].

2-3- معادله پتانسیل الکتریکی

$$\vec{\nabla} \cdot (\vec{\nabla} \phi) = \vec{\nabla} \cdot (\vec{v}_m \times \vec{B}) \quad (5)$$

2-4- معادله‌ی انرژی

$$\nabla \cdot [(\alpha_p \rho_p c_{p,p} \vec{v}_p + (1 - \alpha_p) \rho_f c_{p,f} \vec{v}_f) T] = \nabla \cdot (k_m \nabla T) + \frac{\vec{J} \cdot \vec{J}}{\sigma_m} \quad (6)$$

که در این معادله جمله  $\frac{\vec{J} \cdot \vec{J}}{\sigma_m}$  تلفات ژول است که به خاطر MHD اضافه شده است و  $\vec{J}$  با استفاده از قانون اهم محاسبه خواهد شد:

$$\vec{J} = \sigma (-\vec{\nabla} \phi + (\vec{u} \times \vec{B})) \quad (7)$$

2-5- معادله‌ی کسر حجمی

$$\nabla \cdot (\alpha_p \rho_p \vec{v}_m) = -\nabla \cdot (\alpha_p \rho_p \vec{v}_{dr,p}) \quad (8)$$

بطوری که  $\vec{v}_m$  سرعت مخلوط و  $\vec{v}_{dr,p}$  سرعت نفوذ ذرات است که از روابط (9) و (10) محاسبه می‌شوند:

$$\vec{v}_m = \frac{\alpha_p \rho_p \vec{v}_p + (1 - \alpha_p) \rho_f \vec{v}_f}{\rho_{m,0}} \quad (9)$$

$$\vec{v}_{dr,p} = \vec{v}_p - \vec{v}_m = \vec{v}_p - \frac{\alpha_p \rho_p}{\rho_m} (\vec{v}_f - \vec{v}_p) \quad (10)$$

که  $\vec{v}_{p,f}$  سرعت نسبی بین ذره و سیال است. برای محاسبه‌ی این سرعت ابتدا باید نیروی پسای ناشی از حرکت ذره نسبت به سیال پایه را محاسبه کنیم که در صورت انجام به رابطه (11) خواهیم رسید:

$$\vec{v}_{p,f} = \vec{v}_p - \vec{v}_f = \frac{\rho_p d_p^2}{18 \mu_f} \frac{\rho_p - \rho_f}{\rho_p} \vec{a} + \frac{\mu_0 m_p L(\xi)}{3 \pi \mu_f d_p} \nabla \vec{H} \quad (11)$$

که  $\vec{a}$  بردار شتاب بوده و از رابطه‌ی (12) محاسبه می‌شود:

$$\vec{a} = \vec{g} - (\vec{v}_m \cdot \nabla) \vec{v}_m \quad (12)$$

3- خواص ترموفیزیکی مخلوط

3-1- چگالی مخلوط

$$\rho_{m,0} = \alpha_p \rho_p + (1 - \alpha_p) \rho_f \quad (13)$$

3-2- ویسکوزیته‌ی مخلوط [1]

$$\mu_m = \left(1 + \frac{5}{2} \alpha_p\right) \mu_f \quad (14)$$

که  $\mu_f$  از رابطه (2) محاسبه خواهد شد.

3-3- رسانش گرمایی مخلوط

$$k_m = \left( \frac{k_p + (\lambda - 1)k_f - (\lambda - 1)(k_f - k_p)\alpha_p}{k_p + (\lambda - 1)k_f + (k_f - k_p)\alpha_p} \right) k_f \quad (15)$$

رابطه 15 برای اولین بار توسط همیلتون و کراسر [20] ارائه شد که در آن  $\lambda$

ضریب شکل بوده و برای ذرات کروی مقدار آن برابر با 3 است.

3-4- ضریب انبساط حرارتی مخلوط

$$\beta_m = \left[ \frac{1}{1 + \frac{\alpha_p \rho_p}{\alpha_p \rho_p}} \frac{\beta_p}{\beta_f} + \frac{1}{1 + \frac{\alpha_p \rho_p}{(1 - \alpha_p) \rho_f}} \right] \beta_f \quad (16)$$

3-5- هدایت الکتریکی مخلوط

$$\sigma_m = \alpha_p \sigma_p + (1 - \alpha_p) \sigma_f \quad (17)$$

4- شرایط مرزی

برای حل معادلات غیر خطی و همبسته اشاره شده در قسمت دوم از شرایط مرزی ارائه شده در رابطه (18) استفاده شده است:

در ورودی کانال ( $x=0$ ):

$$v_{m,x} = V_0; T = T_0 \quad (18)$$

در دیواره‌های کانال به ترتیب بیان شده در رابطه (19)، شرط مرزی شار حرارتی ثابت، عدم لغزش و عایق الکتریکی در نظر گرفته شده است.

$$q_w = -k_m \frac{\partial T}{\partial y} = -k_m \frac{\partial T}{\partial z} = \text{ثابت}$$

$$v_{m,x} = v_{m,y} = v_{m,z} = 0$$

$$\frac{\partial \phi}{\partial y} = \frac{\partial \phi}{\partial z} = 0 \quad (19)$$

لازم به توضیح است در خروجی کانال هم فشار نسبی برابر صفر قرار داده شده است.

5- تعریف مسئله و مدل سازی عددی

جریان آرام و انتقال حرارت جابجایی ترکیبی برای نانوسیال مغناطیسی دارای هدایت الکتریکی آب دریا و 4% حجمی  $Fe_3O_4$  در یک کانال مستطیلی مستقیم مورد بررسی قرار گرفته است. فرض شده است که قطر ذرات 10 نانومتر است. کانال به صورت عمودی در نظر گرفته شده و فرض شده شتاب گرانش در جهت پایین و خلاف جهت جریان اعمال می‌شود. در دیواره‌های کانال شرط مرزی حرارتی شار ثابت اعمال شده است. برای بررسی اثرات میدان‌های مغناطیسی سه حالت مختلف در نظر گرفته شده است. حالتی که میدان مغناطیسی محوری غیریکنواخت (با گرادیان‌های مثبت و منفی) وجود داشته باشد، حالتی که میدان مغناطیسی متقاطع یکنواخت وجود داشته باشد و بالاخره حالتی که هر دو میدان مغناطیسی ذکر شده به صورت همزمان وجود داشته باشند. هندسه مورد استفاده در این مطالعه و حالت‌های مختلف میدان‌های مغناطیسی اعمال شده را می‌توان در شکل 1 مشاهده کرد. طول لوله  $l$  و طول هر ضلع سطح مقطع کانال  $2a$  در نظر گرفته شده است.

همان‌طور که در این شکل مشخص است، میدان مغناطیس غیر یکنواخت محوری در قسمت مشخصی از طول لوله (از  $x = l/4$  تا  $x = 3l/4$ ) اعمال شده است و گرادیان آن برابر با  $G$  است، اما میدان مغناطیسی متقاطع در تمام طول لوله در نظر گرفته شده است. همان‌طور که قبلاً هم اشاره شده است، سیال پایه مورد استفاده غیرنیوتونی خواهد بود. برای بررسی تاثیرات غیرنیوتونی بودن جریان، از یک سیال پایه فرضی که دارای خواص ترموفیزیکی آب دریا، ذکر شده در جدول 1 می‌باشد، استفاده شده است با این تفاوت که فقط برای لزجت سیال، مدل قانون توانی به کار برده شده است.

هندسه‌ی مسئله در نرم‌افزار گمبیت<sup>1</sup> تولید و شبکه‌بندی شده است. شبکه‌ی مورد استفاده همان‌طور که در شکل 2 نشان داده شده ساخت یافته و در ناحیه‌ی اعمال بیشترین مقدار میدان مغناطیسی محوری و همچنین در نزدیکی دیواره که گرادیان‌های سرعت بالاست، ظریف‌تر شده است.

1- Gambit

با استفاده از امکان تعریف تابع توسط کاربر<sup>2</sup> به نرم افزار اضافه شده است. همچنین جهت محاسبه نیروی لورنتس و با توجه به مطالب ارائه شده در بخش معادلات حاکم لازم بود معادله پتانسیل الکتریکی، که با معادلات حرکت سیال همبسته است، نیز حل شود که این کار با استفاده از امکان تعریف معادله توسط کاربر<sup>3</sup> در نرم افزار انجام شده است. جهت حل مسئله از حل کننده‌ی فشار محور<sup>4</sup> و برای ارتباط فشار و سرعت از اسکیم سیمپل سی<sup>5</sup> استفاده شده است. برای گسسته‌سازی معادلات مومنوم و انرژی از طرح بالادست مرتبه دوم<sup>6</sup> و برای معادله‌ی کسر حجمی از طرح کوپک<sup>7</sup> استفاده و معیار همگرایی در مطالعه حاضر برای تمامی معادلات ذکر شده  $10^{-7}$  در نظر گرفته شده است.

6- نتایج و بحث

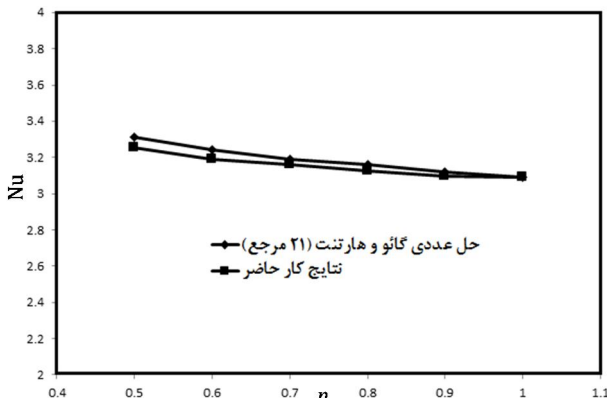
6-1- آزمون استقلال جواب‌ها از شبکه و اعتبار دهی

نتایج بررسی آزمون استقلال جواب‌ها از شبکه‌بندی انجام شده در جدول 2 و مقایسه آن با نتایج عددی موجود در ادبیات فن در شکل 3 ارائه شده است. همان‌طور که ملاحظه شبکه بندی بهینه از 34، 34 و 300 گره به ترتیب در راستای  $y$ ،  $z$  و راستای محوری تشکیل شده است. نتایج این جدول همچنین نشان می‌دهد که افزایش در تعداد گره‌ها به بیشتر از تعداد مذکور تنها باعث تغییرات بسیار ناچیزی در سرعت بی بعد در نقطه ذکر شده می‌شود. نکته قابل ذکر در تعداد گره‌ها این است که تعداد گره‌های زیاد در راستای محوری کانال به دلیل وجود گرادیان محوری در میدان مغناطیسی در این راستا و اثر آن بر متغیرهای جریان است.

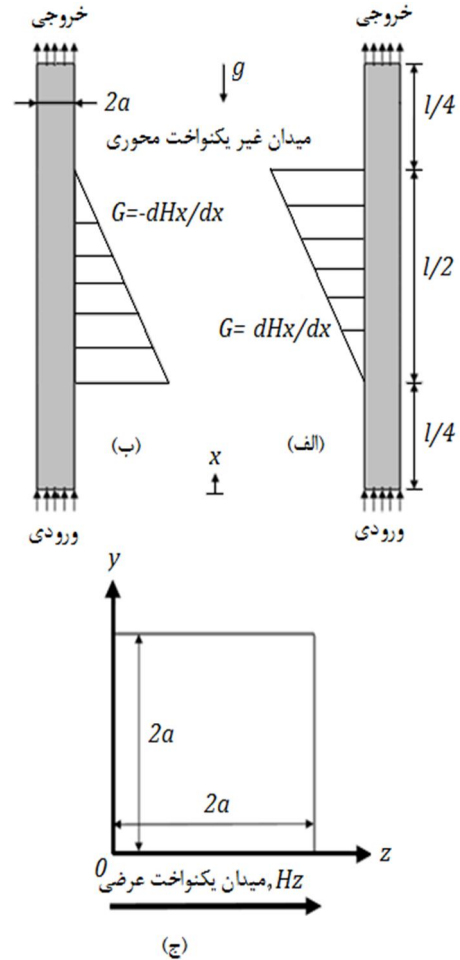
جدول 2 بررسی استقلال جواب‌ها از شبکه‌بندی

$n=0/8, Pe=352/7, Gr=10000, G=-4 \times 10^5, H=6 \times 10^5$   
 $x/a=10, y/a=z/a=1$

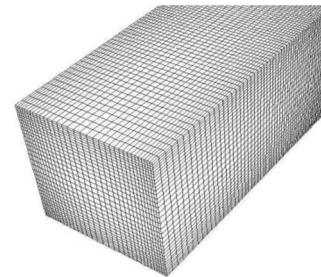
$v_x/V_0$	تعداد گره ( $y \times z \times x$ )	راستای $x$
0/9163850	34×34×240	راستای $x$
0/9170405	34×34×300	
0/9170427	34×34×360	
0/9139569	28×28×300	راستای $y, z$
0/9170405	34×34×300	
0/9177907	40×40×300	



شکل 3 مقایسه نتایج بدست آمده برای عدد نوسلت در جریان کاملا توسعه یافته در یک کانال مستطیلی



شکل 1 هندسه مورد مطالعه و میدان‌های مغناطیسی اعمال شده: الف) محوری با گرادیان مثبت، ب) محوری با گرادیان منفی و ج) یکنواخت عرضی



شکل 2 شبکه بندی استفاده شده

جدول 1 خواص ترموفیزیکی سیال پایه آب دریا و ذرات اکسید آهن [19]

نانو ذرات اکسید آهن		آب دریا	
5200 kg/m <sup>3</sup>	$\rho_p$	1024 kgm <sup>-3</sup>	$\rho_f$
670 Jkg <sup>-1</sup> K <sup>-1</sup>	$c_{p,p}$	4001/1 Jkg <sup>-1</sup> K <sup>-1</sup>	$c_{p,f}$
6 Wm <sup>-1</sup> K <sup>-1</sup>	$k_p$	0/596 Wm <sup>-1</sup> K <sup>-1</sup>	$k_f$
0/000013K <sup>-1</sup>	$\beta_p$	0/00025 K <sup>-1</sup>	$\beta_f$
25000 sm <sup>-1</sup>	$\sigma_p$	5/3 sm <sup>-1</sup>	$\sigma_f$

معادلات دیفرانسیل غیرخطی سه بعدی همبسته حاکم بر مسئله نیز با استفاده نرم‌افزار انسیس فلونت<sup>1</sup> 12 براساس روش حجم محدود حل شده‌اند. جهت اضافه کردن جمله‌های چشمه مربوط به نیروی کلویین، نیروی لورنتس و تلفات ژول به معادلات مومنوم و انرژی پنج زیرروال به زبان ++C نوشته شده و

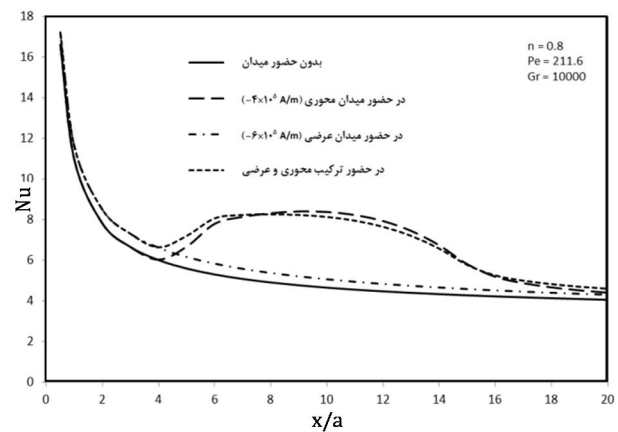
1- ANSYS FLUENT

## 2-6- نتایج حل عددی

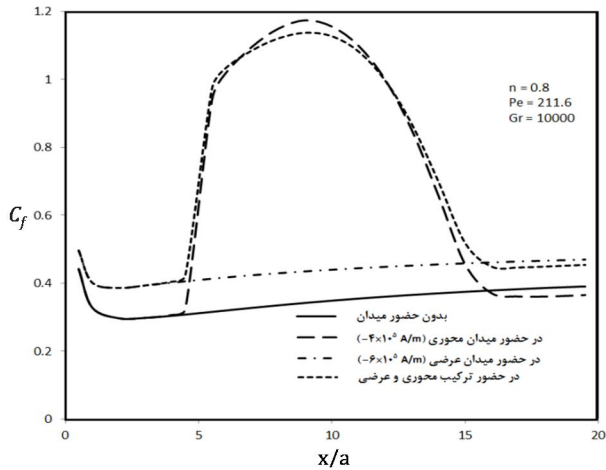
با در نظر گرفتن جمله مربوط به نیروی کلونین و جمله مربوط به نیروی لورنتس در معادله مومنتوم که به ترتیب مربوط به FHD و MHD می‌شوند، به سادگی می‌توان نتیجه گیری کرد که میدان مغناطیسی متقاطع یکنواخت هیچ تاثیری در FHD ندارد. همچنین مشخص است که میدان مغناطیسی محوری غیر یکنواخت تاثیر بسیار کمی در MHD دارد. به همین دلیل انتخاب این ترکیب از میدان مغناطیسی به ما اجازه می‌دهد که تاثیر هر یک از این نیروها را به صورت مستقل بررسی کنیم. علاوه بر این، در حالتی که هر دو میدان به صورت همزمان اعمال می‌شوند و نیروهای ناشی از FHD و MHD قابل صرف نظر کردن نیستند، می‌توان تاثیر متقابل این نیروها بر یکدیگر را مورد مطالعه قرار داد.

### 1-2-6- سیال غیر نیوتونی با $n=0.8$

شکل 4 تاثیر میدان‌های مغناطیسی مختلف بر عدد نوسلت محلی برای  $n = 0.8$  و  $Pe = 211.6$  را نشان می‌دهد. همانطور که مشاهده می‌شود میدان مغناطیسی محوری با گرادیان منفی باعث افزایش عدد نوسلت محلی در مکان‌های اعمال میدان مغناطیسی می‌شود. در مکان‌هایی که میدان اعمال نمی‌شود، مقدار عدد نوسلت محلی به سرعت به مقدار عدد نوسلت محلی در حالتی که میدان وجود ندارد نزدیک می‌شود. لازم به توضیح است با توجه به مطالعه قبلی انجام شده برای سیال نیوتونی یعنی مرجع [19]، بر خلاف حالت نیوتونی در این حالت در انتهای طول کانال که میدان مغناطیسی محوری اعمال نمی‌شود، مقدار عدد نوسلت به سرعت به حالت بدون میدان محوری باز نمی‌گردد. همچنین در این شکل مشاهده می‌شود که میدان مغناطیسی متقاطع نیز باعث افزایش عدد نوسلت در کل طول کانال می‌شود. پس می‌توان نتیجه گرفت که میدان محوری با گرادیان منفی و میدان متقاطع اثرات مشابهی بر عدد نوسلت دارند، زیرا در این حالت هم نیروی کلونین و هم نیروی لورنتس به سمت پایین (مخالف جاذبه) اثر می‌کنند. اثر هر دو میدان برای حالتی که به صورت همزمان اعمال می‌شوند نیز در این شکل قابل مشاهده است. این امر را می‌توان به غیر نیوتونی بودن سیال مورد استفاده شده مربوط دانست. دومین تفاوت بین دو حالت نیوتونی و غیر نیوتونی که در این شکل مشخص است مربوط به طولی از کانال می‌شود که عدد نوسلت، در حالت بدون میدان متقاطع و تنها تحت اعمال میدان محوری با گرادیان منفی، از عدد نوسلت، در حالتی که هر دو میدان به صورت همزمان اعمال می‌شوند، بیشتر است.



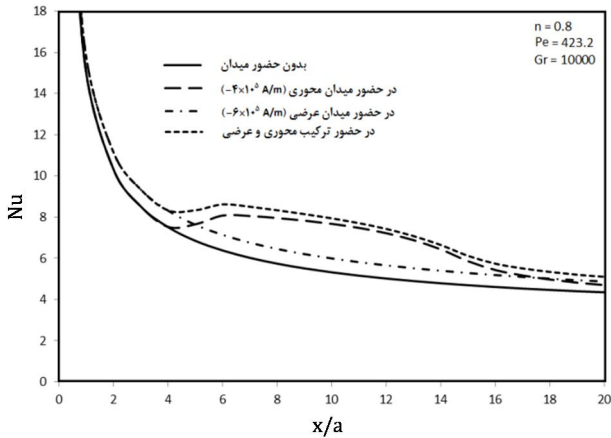
شکل 4 اثر میدان مغناطیسی محوری و متقاطع بر عدد نوسلت محلی برای  $n=0.8$  و  $Pe=211.6$



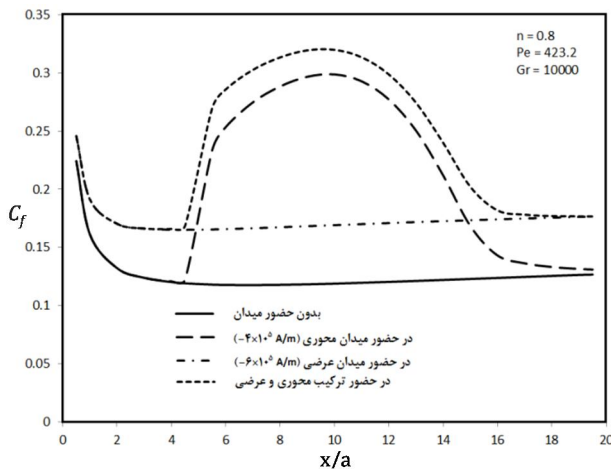
شکل 5 اثر میدان مغناطیسی محوری و متقاطع بر ضریب اصطکاک محلی برای  $n=0.8$  و  $Pe=211.6$

همان‌طور که اشاره شد، در حالتی که میدان محوری دارای گرادیان منفی باشد، جهت نیروی کلونین و لورنتس یکی خواهد بود و انتظار می‌رود که اعمال میدان متقاطع باعث افزایش عدد نوسلت شود (همان‌طور که در حالت نیوتونی مشاهده شد)، اما در این حالت در طول کمی از لوله برعکس این امر اتفاق می‌افتد. در مورد دلیل این امر بعد از ارائه شکل مربوط به پروفیل سرعت بحث خواهد شد. اثر میدان‌های مغناطیسی بر ضریب اصطکاک در شکل 5 آمده است. مشاهده می‌شود ضریب اصطکاک محلی برای هر سه حالت میدان مغناطیسی افزایش یافته و تغییرات آن تحت تاثیر این میدان‌ها مشابه با تغییرات عدد نوسلت محلی می‌باشد، اما ضریب اصطکاک بیشتر از عدد نوسلت تحت تاثیر هر دو میدان مغناطیسی محوری و متقاطع قرار می‌گیرد. که برای ضریب اصطکاک نیز روند کلی تغییرات مشابه با حالت نیوتونی است. همچنین مانند عدد نوسلت همان تفاوت‌های ذکر شده با حالت نیوتونی، برای ضریب اصطکاک نیز مشاهده می‌شود. بدین معنی که در قسمتی از طول کانال و در حضور میدان محوری، ضریب اصطکاک برای حالت بدون میدان متقاطع از حالت با میدان متقاطع بیشتر می‌شود. همچنین عدم بازگشت ضریب اصطکاک به ضریب اصطکاک بدون میدان محوری، در قسمت انتهایی کانال که میدان محوری حذف می‌شود نیز در این شکل نمایان است. دلیل این تغییرات در عدد نوسلت و ضریب اصطکاک را می‌توان به تغییرات پروفیل سرعت ارتباط داد. تاثیر حالت‌های مختلف میدان مغناطیسی بر پروفیل سرعت محوری در خط مرکزی سطح مقطع کانال در شکل 6 ارائه شده است.

همان‌طور که ملاحظه می‌شود برای حالت بدون میدان پروفیل سرعت در صورت مقایسه، تخت‌تر از حالت نیوتونی آن است. این امر سبب شده است که میدان محوری با گرادیان منفی، که نیرویی در راستای پایین ایجاد می‌کند، شکل پروفیل سرعت را کاملاً عوض کند و باعث کاهش سرعت در مرکز کانال و افزایش شدید گرادیان سرعت در دیواره‌ها شود. از این شکل می‌توان نتیجه‌گیری کرد که اثر میدان مغناطیسی محوری با گرادیان منفی برای حالت غیرنیوتونی بیشتر از حالت نیوتونی است. نکته قابل توجه دیگر این است که در این مکان خاص که پروفیل‌های سرعت رسم شده‌اند ( $\frac{x}{a} = 10$  و  $\frac{y}{a} = 1$ ) و در حالتی که هر دو میدان به صورت همزمان اعمال می‌شوند، میدان متقاطع که تمایل به تخت‌تر کردن پروفیل سرعت دارد، باعث کاهش گرادیان سرعت در دیواره‌ها می‌شود که این امر به دلیل تغییر شکل پروفیل سرعت در اثر میدان محوری است.



شکل 7 اثر میدان مغناطیسی محوری و متقاطع بر عدد نوسلت محلی برای  $n=0.8$  و  $Pe=423.2$

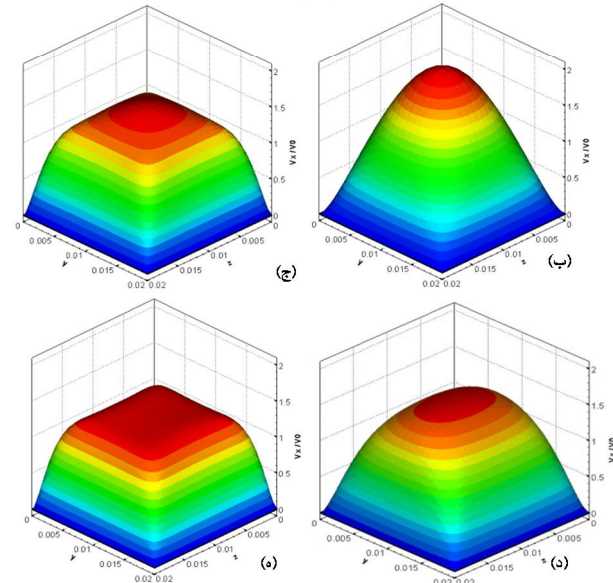
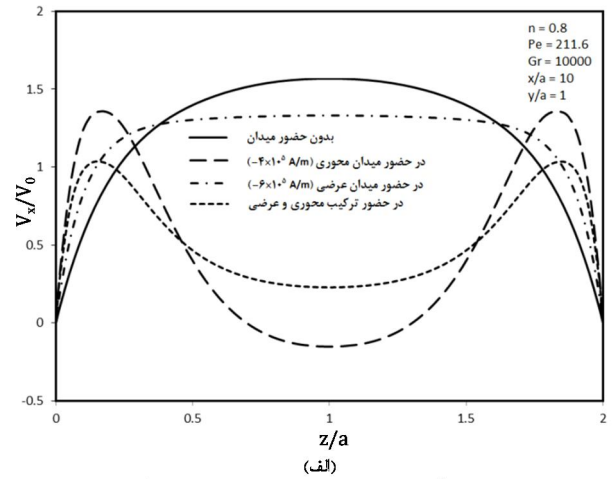


شکل 8 اثر میدان مغناطیسی محوری و متقاطع بر ضریب اصطکاک محلی برای  $n=0.8$  و  $Pe=423.2$

برای روشن‌تر شدن این قضیه می‌توان به شکل 9 مراجعه کرد. از این شکل می‌توان دو نتیجه مهم برداشت کرد. اول این که با توجه به پروفیل سرعت در حالت بدون میدان و با مقایسه آن با همین پروفیل سرعت در حالت  $Pe = 211.6$  می‌توان استنباط کرد که اثر غیر نیوتونی بودن جریان در عدد پکلت بالاتر، کمتر می‌شود. دلیل این امر این است که پروفیل سرعت در پکلت بالاتر به حالت نیوتونی نزدیک‌تر است. می‌توان گفت که با افزایش عدد پکلت و نیروی اینرسی، نیروی لزجت که تحت تاثیر غیرنیوتونی بودن جریان قرار دارد دارای اهمیت کمتری می‌شود، پس اثر غیرنیوتونی بودن جریان کم‌تر می‌شود. به همین دلیل و همچنین به دلیل تاثیر کم‌تر میدان محوری در عدد پکلت بالاتر، همان‌طور که اشاره شد، نیروی کلونین دیگر قادر به ایجاد تغییرات زیاد در پروفیل سرعت نیست و سرعت در مرکز کانال دیگر به شدت کاهش نمی‌یابد.

2-2-6- سیال غیر نیوتونی با  $n=0.6$

شکل 10 تغییرات عدد نوسلت تحت تاثیر میدان‌های مختلف و برای حالت  $Pe = 211.6$  و  $n = 0.6$  را نشان می‌دهد. روند تغییرات عدد نوسلت در این حالت مشابه با حالت  $n = 0.8$  است، با این تفاوت که اولاً طول قسمتی از کانال که عدد نوسلت در حضور میدان مغناطیسی محوری نسبت به حضور همزمان دو میدان بیشتر باشد، در این حالت افزایش یافته است و تقریباً تمام طول کانال بعد از اعمال میدان محوری را شامل می‌شود.



شکل 6 اثر میدان‌های مغناطیسی محوری و متقاطع بر پروفیل سرعت محوری برای  $n=0.8$  و  $Pe=211.6$ : (الف)  $\frac{z}{a} = 1$  (ب) بدون میدان مغناطیسی (ج) میدان مغناطیسی محوری  $(G=-4e5 A/m^2)$  (د) میدان مغناطیسی متقاطع  $(G=-6e5 A/m)$  (ه) حضور همزمان دو میدان

این امر برخلاف روندی است که قبلاً در سیال نیوتونی مشاهده شده است [19]. همین موضوع دلیل افزایش عدد نوسلت و ضریب اصطکاک، در قسمتی از طول کانال، در حضور میدان محوری نسبت به حالتی که هر دو میدان حضور دارند می‌شود که در مورد این پدیده در شکل‌های گذشته توضیح داده شد.

شکل‌های 7 و 8 به ترتیب تغییرات عدد نوسلت و ضریب اصطکاک را برای  $Pe = 423.2$  و  $n = 0.8$  را نشان می‌دهد. همان‌طور که مشاهده می‌شود روند تغییرات همانند حالت  $Pe = 211.6$  است، با این تفاوت که در این حالت در انتهای کانال و با حذف میدان محوری با گرادیان منفی، برای عدد نوسلت و ضریب اصطکاک، بازگشت سریع‌تری به حالت بدون میدان اتفاق می‌افتد. همچنین بیشتر بودن مقدار عدد نوسلت یا ضریب اصطکاک در حضور میدان مغناطیسی محوری نسبت به حضور همزمان دو میدان که در  $Pe = 211.6$  مشاهده شد، در اینجا مشاهده نمی‌شود. می‌توان دلیل این دو اتفاق را به بالاتر رفتن عدد پکلت و در نتیجه بالاتر رفتن سرعت و نیروی اینرسی نسبت به نیروی کلونین اشاره کرد. در نتیجه این امر اثر میدان محوری با افزایش عدد پکلت کاهش می‌یابد و تفاوت‌های ذکر شده را ایجاد می‌کند.

در شکل 11 آورده شده است. نکته قابل توجه در مورد این شکل این است که در انتهای کانال و در مکان‌هایی که میدان محوری اعمال نشده است، تفاوت ضریب اصطکاک با حالتی که میدان محوری وجود نداشته است نسب به زمانی که  $n = 0.8$  است بیشتر شده است. این امر نیز نشان می‌دهد که تاثیر غیرنیوتونی بودن جریان در این حالت بیشتر شده است. همچنین در این شکل به خوبی مشخص است که در مقایسه با حالت  $n = 0.8$  تاثیر میدان مغناطیسی محوری در افزایش ضریب اصطکاک بیشتر شده است.

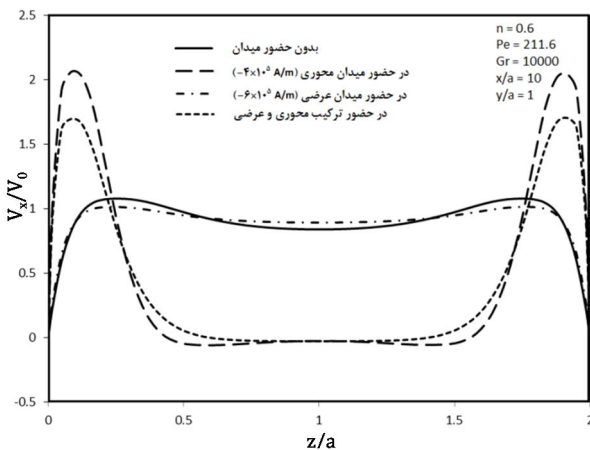
پروفیل‌های سرعت برای این حالت در شکل 12 نشان شده است. تمام مطالب ارایه شده برای پروفیل سرعت در  $n = 0.8$  و  $Pe = 211.6$  در این مورد نیز صدق می‌کند. این نمودار به خوبی دلایل روند تغییراتی که برای عدد نوسلت و ضریب اصطکاک بیان شد را آشکار می‌کند. برای مثال در مورد بیشتر شدن مقدار عدد نوسلت بدون میدان نسبت به حضور میدان متقاطع در قسمت‌هایی از طول کانال، می‌توان به پروفیل سرعت در این دو حالت اشاره کرد. همان‌طور که مشخص است، حتی در حالت بدون میدان و به دلیل غیرنیوتونی بودن جریان، سرعت در مرکز کانال کم شده که باعث افزایش گرادیان سرعت در کنار دیواره‌ها می‌شود.

همان‌طور که مشاهده می‌شود با اعمال میدان متقاطع که پروفیل سرعت را تخت‌تر می‌کند خاصیت اشاره شده فوق برای پروفیل سرعت از بین رفته و گرادیان سرعت در دیواره‌ها کاهش می‌یابد که این دلیل کاهش عدد نوسلت در این حالت نسبت به حالت بدون میدان است. تاثیر میدان‌های مغناطیسی بر عدد نوسلت، ضریب اصطکاک و پروفیل سرعت در حالت  $Pe = 423.2$  و  $n = 0.6$  به ترتیب در شکل‌های 13، 14 و 15 نشان داده شده است. همان‌طور که در بخش مربوط به  $n = 0.8$  توضیح داده شد، افزایش عدد پکلت باعث کاهش اثر میدان مغناطیسی محوری و کاهش تاثیر غیرنیوتونی بودن جریان می‌شود. این امر از این شکل‌ها نیز قابل برداشت است.

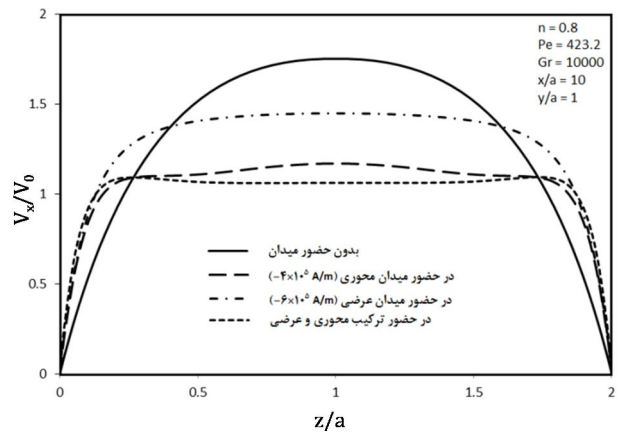
### 6-2-3- تاثیر غیر نیوتونی بودن جریان و مقایسه با نتایج نیوتونی

در این قسمت به تاثیر تغییر شاخص قانون توانی بر پارامترهایی مانند عدد نوسلت، ضریب اصطکاک و پروفیل سرعت پرداخته می‌شود. همچنین تاثیر افزایش عدد پکلت و شدت میدان مغناطیسی یکنواخت متقاطع برای شاخص‌های توانی مختلف بررسی می‌شود.

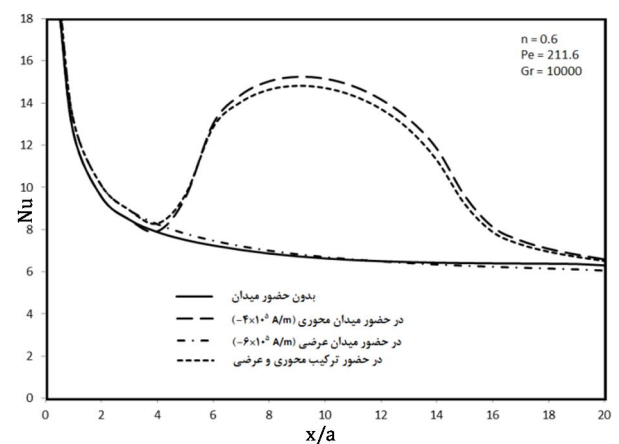
شکل 16 و شکل 17 تاثیر تغییر شاخص توانی بر عدد نوسلت را به ترتیب برای دو حالت بدون حضور میدان و در حضور همزمان دو میدان، برای یک عدد پکلت ثابت، نمایش می‌دهد.



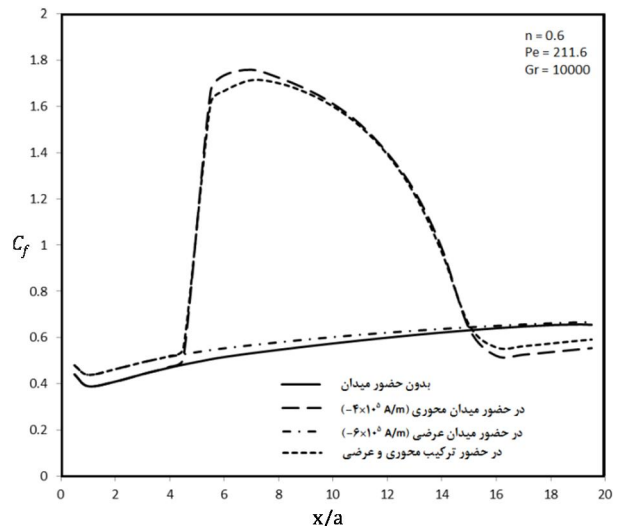
شکل 12 اثر میدان مغناطیسی محوری و متقاطع بر پروفیل سرعت محوری برای  $n=0.6$  و  $Pe=211.6$



شکل 9 اثر میدان مغناطیسی محوری و متقاطع بر پروفیل سرعت محوری برای  $n=0.8$  و  $Pe=423.2$



شکل 10 اثر میدان مغناطیسی محوری و متقاطع بر عدد نوسلت محلی برای  $n=0.6$  و  $Pe=211.6$

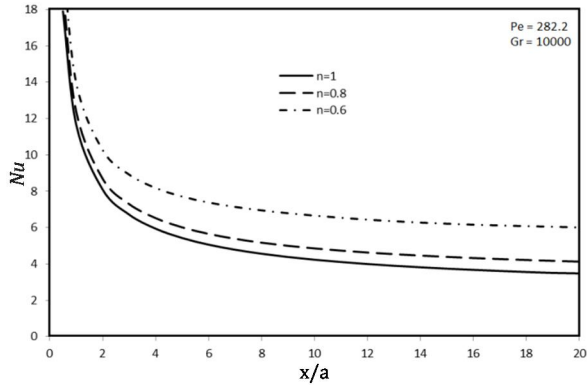


شکل 11 اثر میدان مغناطیسی محوری و متقاطع بر ضریب اصطکاک محلی برای  $n=0.6$  و  $Pe=211.6$

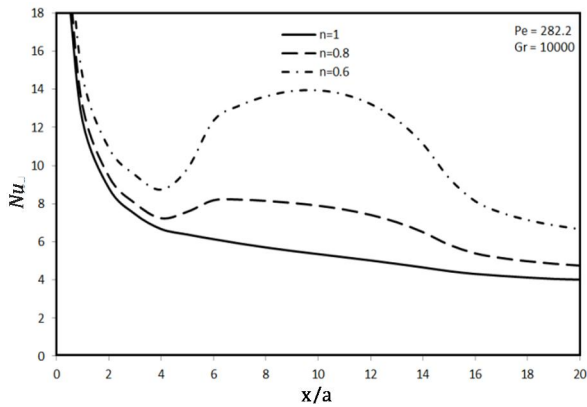
دلیل این امر را می‌توان در پروفیل‌های سرعت جستجو کرد. ثانیاً، در قسمت انتهایی طول کانال عدد نوسلت با حضور میدان متقاطع، کمتر از عدد نوسلت بدون میدان می‌شود. توضیحات تکمیلی در این مورد بعد از ارایه پروفیل‌های سرعت امکان‌ارائه خواهد شد.

اثر میدان‌های مغناطیسی بر ضریب اصطکاک برای حالت  $Pe = 211.6$

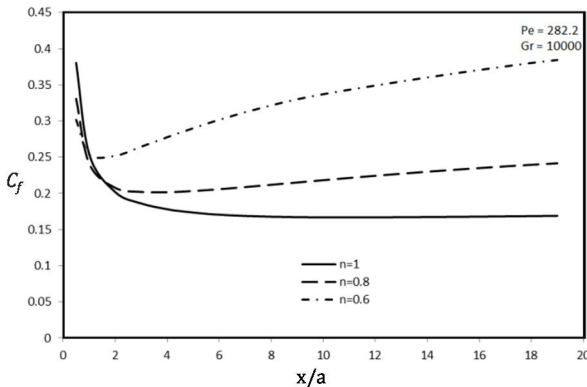




شکل 16 تاثیر تغییر شاخص توانی بر عدد نوسلت محلی برای حالت بدون میدان و  $Pe=282.2$



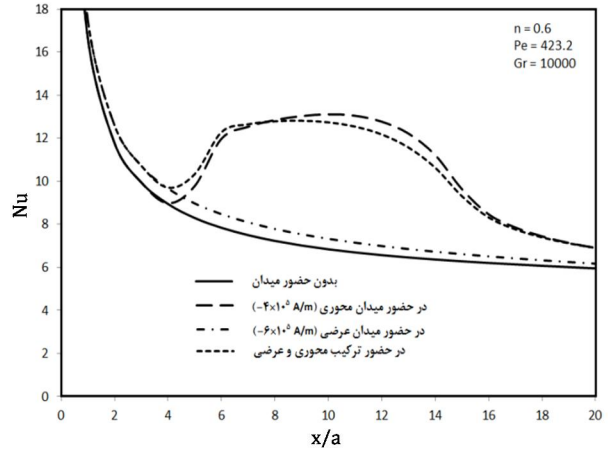
شکل 17 تاثیر تغییر شاخص توانی بر عدد نوسلت محلی برای  $Pe = 282.2$  و  $G = -4e5 \frac{A}{m^2}$ ,  $H_z = 6e5 \frac{A}{m}$



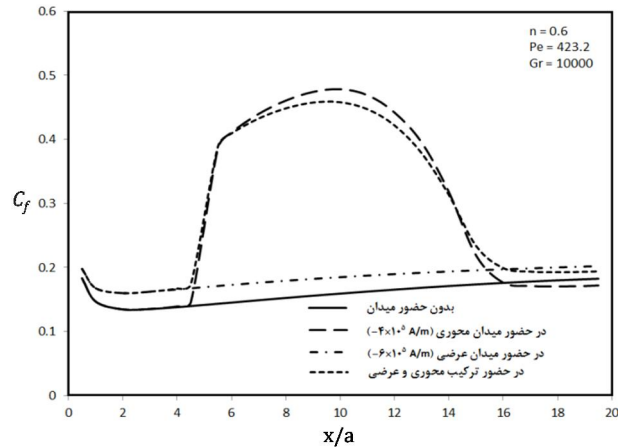
شکل 18 تاثیر تغییر شاخص توانی بر ضریب اصطکاک محلی برای حالت بدون میدان  $Pe=282.2$  و

تغییرات ضریب اصطکاک تحت تاثیر کاهش شاخص توانی برای دو حالت بدون میدان و با میدان در شکل 18 و شکل 19 رسم شده است. روند این تغییرات مشابه با تغییرات عدد نوسلت است.

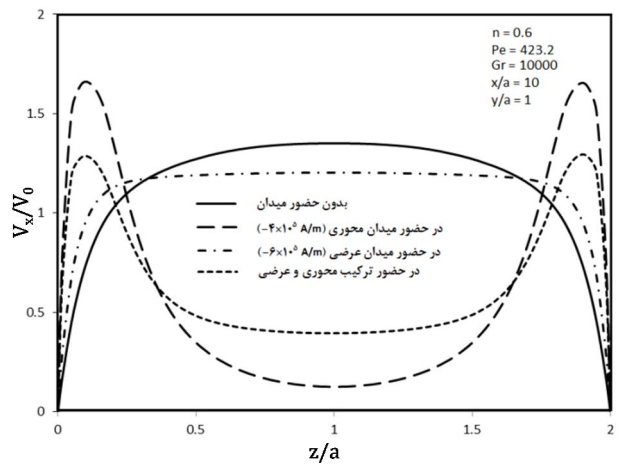
شکل‌های 20 و 21 پروفیل‌های سرعت را برای حالت‌های فوق نشان می‌دهد. همان‌طور که انتظار می‌رود تمامی تغییرات مربوط به نمودارهای قبل را می‌توان به این پروفیل‌های سرعت نسبت داد. از این شکل‌ها می‌توان نتیجه گرفت که کاهش شاخص توانی باعث دور شدن پروفیل سرعت از حالت نیوتونی، کم شدن سرعت در مرکز کانال و افزایش گرادیان سرعت در دیواره‌ها می‌شود. این امر برای هر دو حالت بدون میدان و در حضور همزمان دو میدان صادق است. این تغییرات، نمودارهای مربوط به اثر شاخص توانی بر عدد نوسلت و ضریب اصطکاک را به خوبی تفسیر می‌کند.



شکل 13 اثر میدان مغناطیسی محوری و متقاطع بر عدد نوسلت محلی برای  $n=0.6$  و  $Pe=423.2$

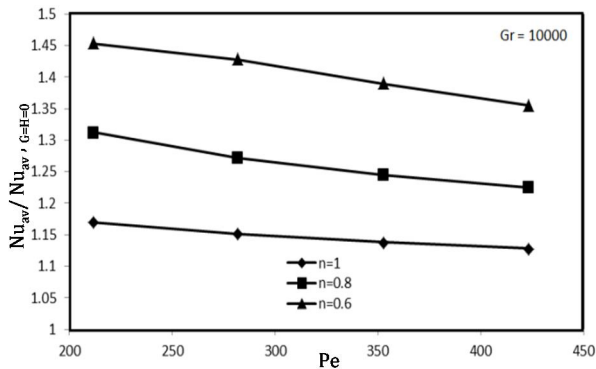


شکل 14 اثر میدان مغناطیسی محوری و متقاطع بر ضریب اصطکاک محلی برای  $n=0.6$  و  $Pe=423.2$



شکل 15 اثر میدان مغناطیسی محوری و متقاطع بر پروفیل سرعت محوری برای  $n=0.6$  و  $Pe=423.2$

همان‌طور که از شکل 16 مشخص است، برای یک عدد پکلت ثابت و در حالت بدون میدان مغناطیسی، با کاهش شاخص توانی و دور شدن از حالت نیوتونی جریان، عدد نوسلت افزایش می‌یابد. این افزایش را می‌توان به تغییرات پروفیل‌های سرعت نسبت داد. در شکل 17 نیز مشخص است که با کاهش شاخص توانی تاثیر میدان مغناطیسی محوری با گرادیان منفی به صورت چشمگیری افزایش می‌یابد.



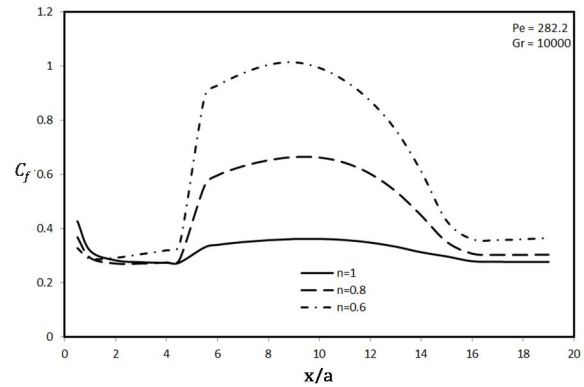
شکل 22 تاثیر تغییر عدد پکلت و شاخص توانی بر نسبت عدد نوسلت میانگین برای  $G = -4e5 \frac{A}{m^2}, H_z = 6e5 \frac{A}{m}$

در واقع می‌توان گفت که با افزایش عدد پکلت در یک شاخص توانی ثابت خصوصیات غیر نیوتونی جریان کمی کاهش می‌یابد.

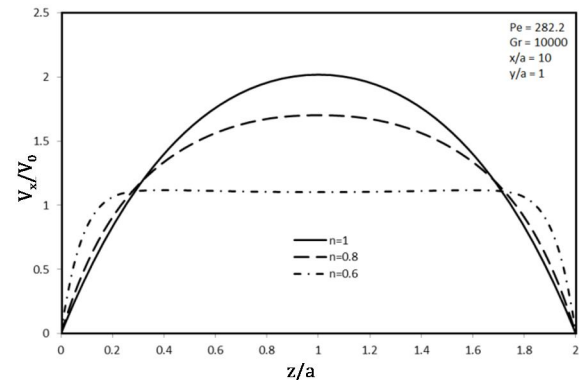
برای بررسی اثر شاخص توانی و شدت میدان مغناطیسی متقاطع بر میزان تاثیر میدان محوری با گرادیان منفی می‌توان به شکل 23 مراجعه کرد. همان‌طور که در این شکل مشخص است و انتظار می‌رود، نسبت عدد نوسلت در حضور دو میدان به عدد نوسلت در حضور میدان متقاطع با افزایش شاخص توانی افزایش پیدا می‌کند. همچنین برای تمامی مقادیر شاخص توانی، نسبت عدد نوسلت با افزایش شدت میدان متقاطع کاهش می‌یابد و به عدد یک نزدیک می‌شود. این امر نشان می‌دهد که با افزایش شدت میدان متقاطع (فارغ از نیوتونی یا غیرنیوتونی بودن یا مقدار شاخص توانی) اثر میدان محوری با گرادیان منفی کم می‌شود. ذکر این نکته لازم است که کاهش اثر میدان محوری با کاهش مقدار شاخص توانی بیشتر می‌شود. بدین معنی که با دور شدن از حالت نیوتونی، افزایش شدت میدان متقاطع، تاثیر بیشتری بر کاهش اثر میدان محوری می‌گذارد.

### 7- نتیجه گیری

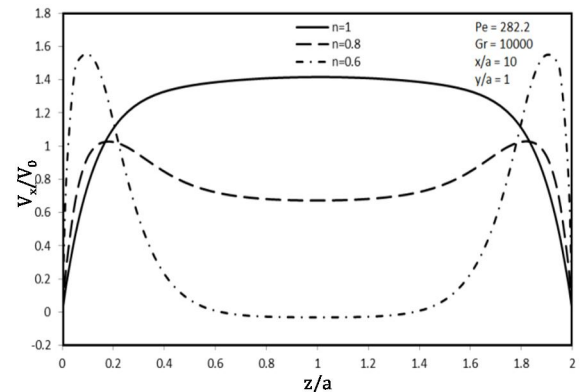
تاثیر غیرنیوتونی بودن سیال با استفاده از مدل قانون توانی، با فرض برابر بودن شاخص سازگاری در این مدل با لزجت در حالت نیوتونی، برای دو مقدار متفاوت شاخص قانون توانی، یعنی 0/6 و 0/8 بررسی و نتایج بدست آمده با نتایج حالت نیوتونی مقایسه شده است. سه حالت مختلف میدان مغناطیسی برای بررسی انتخاب شده است: میدان محوری غیریکنواخت، متقاطع یکنواخت و حالتی که هر دو میدان مذکور به صورت همزمان اعمال شده‌اند. با توجه به نتایج بدست آمده روند کلی تغییرات عدد نوسلت و ضریب اصطکاک تحت اثر میدان متقاطع و میدان محوری با گرادیان منفی مشابه با حالت نیوتونی آن می‌باشد. ولیکن در سیال غیر نیوتونی، پروفیل سرعت نسبت به سیال نیوتونی تحت‌تر می‌باشد و تاثیر پذیری آن نسبت به میدان محوری با گرادیان منفی نسبت به سیال نیوتونی بیشتر می‌باشد. به همین دلیل عدد نوسلت و ضریب اصطکاک در حالت غیر نیوتونی بیشتر از حالت نیوتونی تحت تاثیر میدان محوری افزایش می‌یابد. همچنین در سیال غیر نیوتونی، تاثیر پذیری پروفیل سرعت، عدد نوسلت و ضریب اصطکاک نسبت به میدان محوری با گرادیان منفی، با کاهش مقدار شاخص توانی افزایش می‌یابد و با افزایش عدد پکلت، تاثیر پذیری پروفیل سرعت، عدد نوسلت و ضریب اصطکاک نسبت به میدان محوری با گرادیان منفی، کمی کاهش می‌یابد. علاوه بر این در سیال غیر نیوتونی، افزایش در شدت میدان متقاطع می‌تواند اثرات میدان محوری با گرادیان منفی را برای شاخص‌های قانون توانی مختلف، کاهش دهد.



شکل 19 تاثیر تغییر شاخص توانی بر ضریب اصطکاک محلی برای  $Pe = 282.2$  و  $G = -4e5 \frac{A}{m^2}, H_z = 6e5 \frac{A}{m}$



شکل 20 تاثیر تغییر شاخص توانی بر پروفیل سرعت محوری برای حالت بدون میدان  $Pe=282.2$  و



شکل 21 تاثیر تغییر شاخص توانی بر پروفیل سرعت محوری برای  $Pe = 282.2$  و  $G = -4e5 \frac{A}{m^2}, H_z = 6e5 \frac{A}{m}$

شکل 22 تاثیر عدد پکلت و شاخص توانی بر نسبت عدد نوسلت در حضور هر دو میدان به عدد نوسلت در حالت بدون میدان را به خوبی نشان می‌دهد. از این نمودار می‌توان نتیجه گرفت که، همان‌طور که قبلاً هم اشاره شد، تاثیر میدان‌های مغناطیسی به خصوص میدان مغناطیسی محوری با گرادیان منفی با کاهش شاخص توانی و دور شدن از حالت نیوتونی، به شدت افزایش می‌یابد. همچنین از این نمودار برداشت می‌شود که با افزایش عدد پکلت تاثیر میدان‌های مغناطیسی بر عدد نوسلت کاهش می‌یابد.

در مورد دلایل این اتفاقات در بخش‌های قبل به تفصیل بحث شد. نکته جالب در این نمودار این است که با افزایش عدد پکلت، هم برای حالت  $n = 0.8$  و هم برای حالت  $n = 0.6$  تفاوت نسبت عدد نوسلت بین این نمودارها و حالت نیوتونی اندکی کاهش می‌یابد.

9- مراجع

[1] R.E. Rosensweig, *Ferrohydrodynamics*, First Edition, New York: Cambridge University Press, 1985.

[2] R. Hiegeister, W. Andra, N. Buske, R. Hergt, I. Hilger, U. Richter, W. Kaiser, Application of magnetite ferrofluids for hyperthermia, *Journal of Magnetism and Magnetic Materials*, Vol. 201, pp. 420-422, 1999.

[3] K. Nakatsuka, B. Jeyadevan, S. Neveu, H. Koganezawa, The magnetic fluid for heat transfer applications, *Journal of Magnetism and Magnetic Materials*, Vol. 252, pp. 360-362, 2002.

[4] S. Shuchi, K. Sakatani, H. Yamaguchi, An application of a binary mixture of magnetic fluid for heat transport devices, *Journal of Magnetism and Magnetic Materials*, Vol. 289, pp. 257-259, 2005.

[5] J. Peixinho, C. Desabury, M. Lebouche, Heat transfer of a non-Newtonian fluid (Carbopol aqueous solution) in transitional pipe flow, *International Journal of Heat and Mass Transfer*, Vol. 51, pp. 198-209, 2008.

[6] S.X. Gao, J.P.Hartnett, Non-Newtonian fluid laminar flow and forced convection heat transfer in rectangular ducts, *International Communication Heat and Mass Transfer*, Vol. 19, pp. 673-686, 1992.

[7] T. Aihara, J. Kim, K. Okuyama, Controllability of convective heat transfer of magnetic fluid in a circular tube, *Journal of Magnetism and Magnetic Materials*, Vol. 122, pp. 297-300, 1993.

[8] R., Ganguly, S. Sen, I.K. Puri, Heat transfer augmentation using a magnetic fluid under the influence of a line dipole, *Journal of Magnetism and Magnetic Materials*, Vol. 271, pp. 63-73, 2004.

[9] Y., Xuan, Q. Li, M. Ye, Investigations of convective heat transfer in ferrofluid microflows using lattice-Boltzmann approach, *International Journal of Thermal Sciences*, Vol. 46, pp. 105-111, 2007.

[10] Q. Li, Y. Xuan, Experimental investigation on heat transfer characteristics of magnetic fluid flow around a fine wire under the influence of an external magnetic field, *Experimental Thermal and Fluid Science*, Vol. 33, pp. 591-596, 2009.

[11] D. Zablotzky, A. Mezulis, E. Blums, Surface cooling based on the thermomagnetic convection: Numerical simulation and experiment, *International Journal of Heat and Mass Transfer*, Vol. 52, pp. 5302-5308, 2009.

[12] H. Yamaguchi, H. Zhang, K. Niu, K. Yoshikawa, Thermomagnetic natural convection of thermo-sensitive magnetic fluids in cubic cavity with heat generating object inside, *Journal of Magnetism and Magnetic Materials*, Vol. 322, pp. 698-704, 2010.

[13] M., Lajvardi, J. Moghimi-Rad, I. Hadi, A. Gavili, T. Dallali-Sfahani, F. Zabihi, J. Sabbaghzadeh, Experimental investigation for enhanced ferrofluid heat transfer under magnetic field effect, *Journal of Magnetism and Magnetic Materials*, Vol. 322, pp. 3508-3513, 2010.

[14] H. Aminfar, M. Mohammadpourfard, Y. Narrimani kahnamouei, A 3D Numerical simulation of mixed convection of a magnetic nanofluid in the presence of non-uniform magnetic field in a vertical tube using two phase mixture model, *Journal of Magnetism and Magnetic Materials*, Vol. 323, pp.1963-1972, 2011.

[15] E.E. Tzirtzilakis, A mathematical model for blood flow in magnetic field, *Physics of Fluids*, Vol. 17, 077103, 2005.

[16] E.E. Tzirtzilakis, M. Xenos, V.C Loukopoulos, N.G. Kafoussias, Turbulent biomagnetic fluid flow in a rectangular channel under the action of a localized magnetic field, *International Journal of Engineering Science*, Vol. 44, pp. 1205-1224, 2006.

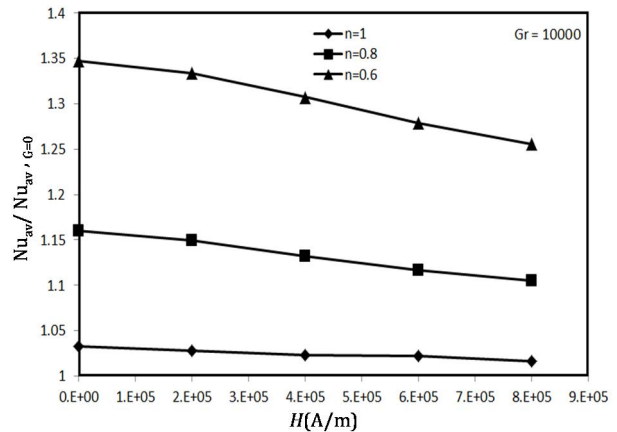
[17] E.E. Tzirtzilakis, Biomagnetic fluid flow in a channel with stenosis, *Physica D*, Vol. 237, pp. 66-81, 2008.

[18] P.M. Hatzikonstantinou, P. Vafeas, A general theoretical model for the magnetohydrodynamic flow of micropolar magnetic fluids. Application to Stokes flow, *Mathematical Methods in the Applied Sciences*, Vol. 33, pp. 233-248, 2010.

[19] H. Aminfar, M. Mohammadpourfard, F. Mohseni, Two-phase mixture model simulation of the hydro-thermal behavior of an electrical conductive ferrofluid in the presence of magnetic fields, *Journal of Magnetism and Magnetic Materials*, Vol. 324, pp.830-842, 2012.

[20] Hamilton, R.L, Crosser, O.K, Thermal conductivity of heterogeneous two-component system, *I & EC Fundamentals*, Vol. 1, pp. 187-191, 1962.

[21] S.X. Gao, J.P.Hartnett, Non-Newtonian fluid laminar flow and forced convection heat transfer in rectangular ducts, *International Communication Heat and Mass Transfer*, Vol. 19, pp. 673-686, 1992.



شکل 23 تاثیر تغییر شدت میدان مغناطیسی مقاطع و شاخص توانی بر نسبت عدد نوسلت میانگین برای  $Pe = 282.2$  و  $G = -4e5 \frac{A}{m^2}$

8- فهرست علائم

$\vec{B}$	بردار میدان القای مغناطیسی ( $\vec{T}$ )
$\vec{H}$	بردار میدان شدت مغناطیسی ( $Am^{-1}$ )
$L$	تابع لانژوئن
$C_f$	ضریب اصطکاک $(\frac{\tau_w}{\frac{1}{2}\rho_m v_0^2})$
$Pe = Re \cdot Pr$	عدد پکلت
$Pr$	عدد پراتنل $\frac{C_p m}{k_m} (\frac{v_m}{D_{hy}})^{n-1}$
$Re$	عدد رینولدز $\frac{\rho_m D_{hy}^n v_m^{2-n}}{m}$
$Gr$	عدد گرافش $(\frac{g \beta_m q_w}{k_m}) (\frac{\rho_m C_p m}{k_m}) (\frac{\rho_m}{m})^{\frac{2}{2-n}} Re^{\frac{2-2n}{2-n}} D_{hy}^{\frac{4}{2-n}}$
$Nu$	عدد نوسلت $(\frac{q_w(2a)}{k_m(T_w - T_b)})$
$Ha$	عدد هارتمن $B D_{hy} (\frac{\sigma_m}{\mu_m})^{1/2}$
$d_p$	قطر ذره مغناطیسی (m)
$D_{hy}$	قطر هیدرولیکی (m)
$D_{ne}$	قطر معادل حرارتی (m)
$G$	گرادیان میدان مغناطیسی محوری ( $Am^{-2}$ )
$m_p$	ممان مغناطیسی ذره ( $Am^2$ )
$M$	مغناطیسه پذیری ( $Am^{-1}$ )
$a$	نصف ضلع سطح مقطع (m)
$k$	هدایت گرمایی ( $Wm^{-1}K^{-1}$ )

علائم یونانی

$\xi$	پارامتر لانژوئن
$\varphi$	پتانسیل الکتریکی (V)
$\rho$	چگالی ( $kgm^{-3}$ )
$\mu$	لزجت دینامیکی ( $kgm^{-1}s^{-1}$ )
$\mu_0$	نفوذ پذیری مغناطیسی خلا ( $4\pi \times 10^{-7} TmA^{-1}$ )
$\sigma$	هدایت الکتریکی ( $sm^{-1}$ )

زیر نویس ها

$p$	ذرات مغناطیسی
$f$	سیال پایه
$m$	مخلوط