مجله مهندسی مکانیک مدرس، آبان ۱۳۹۳، دوره ۱۴، شماره ۸، ص‌ص ۲۸-۳۶

ماهنامه علمی پژوهشی

مهندسی مکانیک مدرس

mme.modares.ac.ir

طراحی و تحلیل فضای کاری و نقاط تکین ربات موازی چهار درجه آزادی

نیما جعفرزاده[۱]، مهران محبوب‌خواه[۲*]

۱- کارشناس ارشد، مهندسی مکانیک-ساخت‌وتولید، دانشکده فنی مهندسی مکانیک، دانشگاه تبریز، تبریز

۲- دانشیار، دانشکده فنی مهندسی مکانیک، دانشگاه تبریز، تبریز

* تبریز، صندوق پستی ۵۱۶۶۶۱۴۷۷، mahboobkhah@tabrizu.ac.ir

اطلاعات مقاله

مقاله پژوهشی کامل
دریافت: ۲۰ بهمن ۱۳۹۲
پذیرش: ۰۵ اسفند ۱۳۹۲
ارائه در سایت: ۰۸ شهریور ۱۳۹۳

کلید واژگان:
ربات موازی چهار درجه آزادی
سینماتیک
فضای‌کاری
نقاط تکین

چکیده

مکانیزم‌های موازی در بسیاری از زمینه‌های مهندسی و کاربردهای صنعتی نظیر ماشین‌ابزار، مترولوژی، شبیه‌ساز پرواز، شبیه‌ساز زلزله، تجهیزات پزشکی و غیره به صورت چشمگیری مورد استفاده قرار می‌گیرند. مکانیزم‌های موازی دارای محدودیت‌هایی نظیر نامنظم بودن فضای‌کاری و وجود نقاط تکین در آن فضا و سیستم کنترلی پیچیده می‌باشند که برای استفادهٔ مناسب از این نوع مکانیزم‌ها بایستی مورد مطالعه و تحلیل قرار بگیرند. در این تحقیق نوعی ماشین‌ابزار جدید با مکانیزم موازی و با چهار درجه آزادی (سه درجه خطی و یک درجه دورانی) مورد مطالعه قرار گرفته است و فضای کاری و نقاط تکین این مکانیزم با استخراج روابط تحلیلی و سپس نوشتن برنامهٔ محاسباتی در نرم‌افزار متلب بدست آمده است. به این منظور ابتدا روابط سینماتیک مستقیم و معکوس مکانیزم بدست آمد و با استفاده از یک الگوریتم جستجو، فضای‌کاری و نقاط تکین مکانیزم محاسبه شد. سپس برای بررسی صحت نتایج بدست آمده برای تحلیل فضای‌کاری، مکانیزم پیشنهادی در نرم‌افزار سالیدورکس شبیه‌سازی شد و روابط سینماتیک معکوس و فضای‌کاری بدست آمده در این تحقیق صحه‌گذاری شد. همچنین برای بررسی کیفیت عملکردی ربات و چالاکی مکانیزم در فضای کاری، شاخص شرط کلی ربات با استفاده از ماتریس ژاکوبین برای جهت گیریهای مختلف سکوی متحرک محاسبه شد.

Design and analysis of workspace and singularity of a 4 degree of freedom parallel robot

Nima Jaafarzadeh, Mehran Mahboubkhah*

Department of Mechanical Engineering, University of Tabriz, Tabriz, Iran
* P.O.B. 5166614776 Tabriz, Iran, mahboobkhah@tabrizu.ac.ir

ARTICLE INFORMATION

Original Research Paper
Received 09 February 2014
Accepted 24 February 2014
Available Online 30 August 2014

Keywords:
Parallel Robot
Kinematic
Workspace
Singular Points

ABSTRACT

Parallel mechanisms are widely being used in industrial applications such as machine tool, metrology, earthquake simulator, fly simulator, medical equipment and etc. These mechanisms have some limitations like having erratic workspace, singular points in the workspace and complexity of control systems. These limitations should be studied for suitable usage of parallel mechanisms. In this article, a four degree of freedom parallel mechanism (three linear and one rotation degrees of freedoms) is proposed as machine tool and being studied and its workspace and singularity analysis are done by solving the kinematic relations and using Matlab software. So, at first the inverse and direct kinematic equations of mechanism were solved and then an algorithm is used to determine the workspace and singular points of proposed parallel mechanism. Finally, to investigate the results of workspace analysis the structure has been modeled in Solidworks software and the inverse kinematic relation and the obtained workspace have been validated using the simulation. At the last, to investigate the quality of robot performance and its dexterity in workspace, global condition index of mechanism using Jacobean matrix is calculated for different orientations of moving platform.

۱- مقدمه

ربات‌های موازی، دسته‌ای از مکانیزم‌هایی هستند که ارتباط بین محرکهٔ نهایی یا سکوی متحرک آن با سکوی ثابت از طریق چندین پایه که طول آنها ثابت یا متغیر می‌باشد امکان‌پذیر می‌شود. این مکانیزم‌ها در مقایسه با ربات‌های سری دارای مزیت‌هایی همچون سفتی و دقت بیشتر، نسبت بار به وزن بیشتر و مانورپذیری دینامیکی بهتر هستند. ولی محدودیت‌هایی همچون فضای‌کاری کمتر و وجود نقاط تکین در فضای کاری از جمله نقاط ضعف این مکانیزم‌ها محسوب می‌شود. مکانیزم‌های موازی از لحاظ ترکیب‌بندی و ساختار حرکتی به دو نوع پایه با طول ثابت و پایه با طول متغیر تقسیم می‌شوند [۱]. مکانیزم مورد بررسی در این مقاله، از نوع ربات با طول پایه ثابت است. در این نوع مکانیزم‌ها هریک از پایه‌ها در قسمت انتهایی به یک لغزنده متصل هستند و خود لغزنده‌ها نیز بر روی راهنماهایی در حرکتند و نیروی محرکهٔ آنها توسط عملگرهای خطی یا دورانی تأمین می‌شود. در قسمت بعدی، مکانیزم پیشنهادی به طور کامل معرفی خواهد شد. مزیت این

برای ارجاع به این مقاله از عبارت ذیل استفاده نمایید:

Please cite this article using:

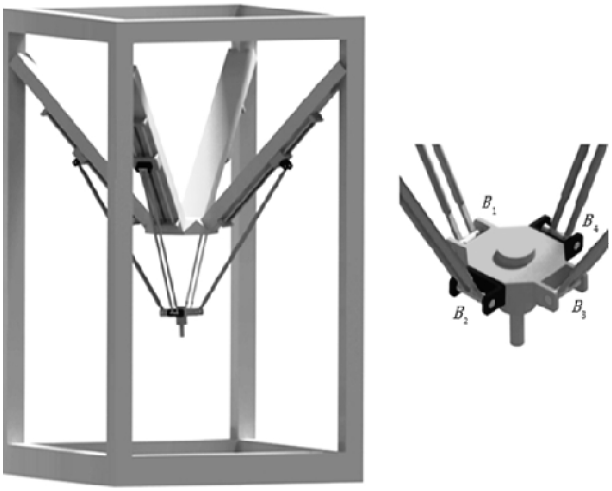
N. Jaafarzadeh, M. Mahboubkhah, Design and analysis of workspace and singularity of a 4 degree of freedom parallel robot, *Modares Mechanical Engineering*, Vol. 14, No. 8, pp. 28-36, 2014 (In Persian)

[Downloaded from mme.modares.ac.ir on 2024-10-12]

[DOR: 20.1001.1.10275940.1393.14.8.1.4]

نوع مکانیزم‌ها نسبت به مکانیزم‌هایی با طول پایهٔ متغیر، سفتی بالاتر آنها است. فضای‌کاری مکانیزم‌های موازی حجم بسته‌ای است که توسط نقاط قابل دسترس موضع انتهایی ماشین و یا ربات بدست می‌آید. شکل این ناحیه در ربات‌های موازی نامنظم و پیچیده بوده و هیچ محور ثابت و متعامدی در آنها وجود ندارد. فضای‌کاری ربات‌های موازی به وسیلهٔ پارامترها و یا قیدهای سینماتیکی، حدود تغییر طول پایه‌ها، حدود زوایای چرخشی، قیدهای جلوگیری از تقاطع پایه‌ها و سایر قیدهای لازم برای ممانعت از تقاطع قطعات اضافی مشخص می‌شود [۲،۳]. یکی از مؤثرترین روش‌های بدست آوردن فضای‌کاری، روش گسسته است. در این روش فضای کاری با انتخاب یک محدوده نقاط در مختصات کارتزین یا قطبی و سپس بررسی آنها که آیا قیدهای ذکر شده را نقض می‌کنند یا نه بدست می‌آید. در این روش امکان در نظر گرفتن تمامی قیود مکانیکی وجود دارد. از طرفی دقت فضای‌کاری تعیین‌شده بستگی به تعداد نقاط دارد و با بالا رفتن تعداد نقاط زمان انجام محاسبات بیشتر می شود [۴،۶]. در این مقاله برای پیدا کردن فضای کاری ربات موازی پیشنهاد شده، از روش یاد شده استفاده شده است. یکی از محدودیت‌های مهم مکانیزم‌های موازی، وجود نقاط تکین در فضای‌کاری آنها می‌باشد. برای پیدا کردن نقاط تکین در مکانیزم‌های موازی نیز مطالعات متعددی صورت گرفته است. مطالعات در زمینه تکینگی مکانیزم‌های موازی با استفاده از تئوری پیچی و با معرفی دو نوع آرایش تکینگی شامل آرایش ثابت و تخمینی توسط برخی محققین انجام گرفته است [۷،۸]. برخی از محققان برای یافتن فضای‌کاری از هندسه خطی گراسمن استفاده نموده‌اند [۹،۱۰]. تحلیل تکینگی مکانیزم‌های موازی نیز با تعریف ماتریس ژاکوبین و روابط بین سکوی متحرک و محرکه‌های مفصلی، با معرفی سه نوع تکینگی شامل تکینگی مستقیم، معکوس و ترکیبی چند نفر از محققان انجام شده است [۱۱،۱۲].

در این مقاله ابتدا محاسبات سینماتیک معکوس و مستقیم مکانیزم پیشنهادی که مقدمهٔ انجام تحلیل‌های دیگر آن است انجام شده و سپس توسط الگوریتم جستجوی گسسته در نرم‌افزار متلب[1]، به محاسبهٔ فضای‌کاری این مکانیزم پرداخته شده است. در ادامه با استفاده از روش گاسلین [۱۱] تحلیل تکینگی صورت گرفته و در نهایت با استفاده از روش شبیه‌سازی سه بعدی انجام شده در نرم‌افزار سالیدورکس[2]، محاسبات انجام شده صحه‌گذاری شده است.



شکل ۱ ساختار مکانیزم پیشنهادی

1- Matlab
2- Solidworks

۲- معرفی مکانیزم موازی پیشنهادی

ساختار مکانیزم مورد تحلیل در این مقاله در شکل ۱ نشان داده شده است.

تاکنون مکانیزم‌های موازی متعددی توسط محققان مختلف پیشنهاد و مورد مطالعه قرار گرفته است لیو و همکارانش [۱۳] در یک بررسی جامع مکانیزم‌های موازی متعددی را بدون انجام تحلیل‌های سینماتیکی، فضای کاری و غیره مورد بررسی قرار داده و پایه‌های موازی نگار[3] را که می‌تواند جایگزین پایه‌های تکی مکانیزم‌های موازی شود را معرفی نمودند. مطالعات آنها به عنوان یک راهنمای ارزشمند برای طراحی مکانیزم‌های جدید مورد استفاده طراحان قرار می‌گیرد. در این مقاله نیز با توجه به مزایای بکارگیری پایه‌های موازی نگار در مکانیزم‌های موازی، مکانیزم پیشنهادی برای اولین بار به این شکل طراحی و روابط سینماتیکی و فضای کاری و نقاط تکین آن مورد مطالعه قرار گرفته است.

مکانیزم تحت بررسی در این مقاله، شامل یک بدنهٔ ثابت، یک سکوی متحرک و چهار عدد پایه با طول ثابت می‌باشد که سکوی متحرک را به بدنه متصل می‌نمایند. به وسیلهٔ چهار ریل کشویی که روی بدنه دستگاه نصب شده امکان حرکت پایه‌های ثابت محقق شده است. مکانیزم پیشنهادی از چهار زنجیره سینماتیکی تشکیل شده است که دو زنجیرهٔ PUU و دو زنجیره PUUR می‌باشند. در هر یک از این زنجیره‌ها مفصل کشویی حرکت خود را از طریق بال‌اسکرو و مهره بال‌اسکرو و با تبدیل حرکت دورانی موتور به حرکت خطی به دست می‌آورد. در این مکانیزم از دو میله در هر پایه استفاده شده تا سفتی پایه‌ها مضاعف شود. پایه‌ها از طریق مفاصل یونیورسال به کشویی و سکوی متحرک متصل می‌شوند. در زنجیره‌های PUUR، مفاصل یونیورسال توسط مفصل دورانی به سکوی متحرک متصل شده‌اند (نقاط B2 و B4). این دو مفصل دورانی در دو طرف سکوی متحرک باعث می‌شوند که سکو در این دو نقطه علاوه بر دو جهت دورانی مفاصل یونیورسال حرکت دورانی سوم نیز داشته باشد و سکو بتواند حول محور X دوران نماید.

۳- بررسی درجات آزادی مکانیزم

برای پیدا کردن درجات آزادی مکانیزم‌های موازی می‌توان از روش‌های سنتی نظیر روش گروبلر[4] استفاده کرد. ولی روش‌های جدیدتری هم که از تئوری پیچواره[5] استفاده می‌کنند جواب‌های دقیق‌تر و قابل اعتمادتری دارند که برای محاسبهٔ درجات آزادی مکانیزم این مقاله از آن روش‌ها استفاده شده است [۱۴]. بر اساس تئوری پیچواره می‌توان مفاصل موجود در مکانیزم را به صورت پیچواره‌هایی فرض کرد و با استفاده از مختصات پلوکر[6] ($\mathbb{S}$ و $\mathbb{S}_r$) مطابق روابط (۱) و (۲) نشان داد.

$$\mathbb{S} = [L\ M\ N\ P\ Q\ R] \qquad (۱)$$

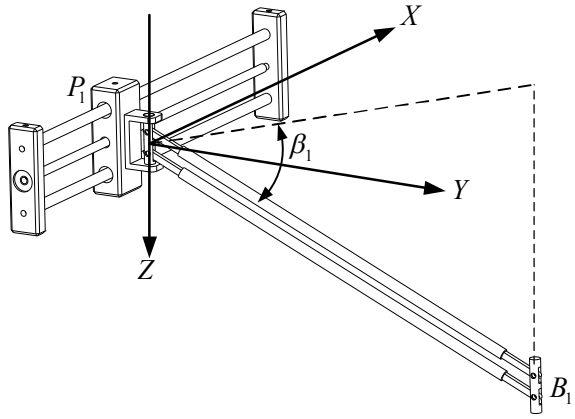
سه ستون اول این ماتریس ($L\ M\ N$) نشان دهنده سرعت زاویه‌ای و سه ستون آخر نشان دهندهٔ سرعت خطی ($P\ Q\ R$) مفصل مورد نظر نسبت به مبدا مختصات انتخابی می‌باشد. به طور مشابه $\mathbb{S}_r$ به صورت رابطهٔ (۲) تعریف می‌شود.

$$\mathbb{S}_r = [L_r\ M_r\ N_r\ P_r\ Q_r\ R_r] \qquad (۲)$$

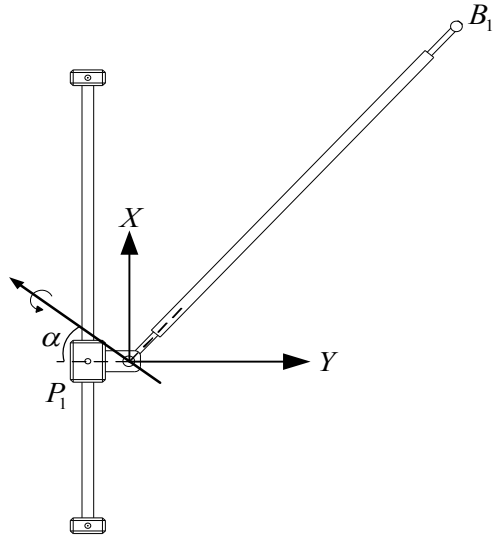
سه ستون اول این ماتریس ($L_r\ M_r\ N_r$) بیان کننده نیروها و سه ستون آخر ($P_r\ Q_r\ R_r$) بیان کننده ممان‌های متحمل شده توسط مفصل مورد بررسی در مبدا مختصات انتخابی می‌باشد. دو پیچواره $\mathbb{S}$ و $\mathbb{S}_r$ را متقابل می‌گویند هرگاه شرط رابطهٔ (۳) ارضا شود.

3- Parallelogram
4- Grubler
5- Screw Theory
6- Pluker

[Downloaded from mme.modares.ac.ir on 2024-10-12]
[DOR: 20.1001.1.10275940.1393.14.8.1.4]



شکل ۲ زنجیره سینماتیکی مکانیزم



شکل ۳ مفصل یونیورسال

$$LP_r + MQ_r + NR_r + PL_r + QM_r + RN_r = 0 \qquad (۳)$$

شرط ذکر شده را می‌توان به صورت $\mathbb{S} \cdot \mathbb{S}_r = 0$ هم نشان داد. که (•) نشان دهندهٔ ضرب معکوس[1] می‌باشد. برای یافتن درجه آزادی مکانیزم به ترتیب مراحل زیر عمل می‌شود:

- تمامی مفاصل موجود در یک زنجیره سینماتیکی انتخابی به صورت پیچواره نشان داده می شوند و همگی آنها در یک ماتریس قرار می‌گیرند.
- پیچواره‌ای را که بر تمامی پیچواره‌های ماتریس به دست آمده متقابل باشد، انتخاب می‌شود.
- مراحل فوق برای همهٔ زنجیره‌های سینماتیکی انجام شده و پیچواره‌های متقابل به دست آمده برای هر زنجیره در یک ماتریس به عنوان ماتریس پیچواره‌های متقابل $\mathbb{S}_r^{\mathrm{T}}$ قرار داده می‌شود.
- مرتبه[2] ماتریس $\mathbb{S}_r^{\mathrm{T}}$ محاسبه می شود.
- درجهٔ آزادی مکانیزم طبق فرمول (۴) به دست می‌آید [۱۴].

$$F = 6 - \mathrm{Rank}(\mathbb{S}_r^{\mathrm{T}}) \qquad (۴)$$

به عنوان نمونه، پیچواره‌های مفاصل موجود در زنجیرهٔ سینماتیکی اول در مکانیزم مورد بررسی قرار گرفته‌اند. مطابق مبدا مختصات محلی نشان داده شده در شکل ۲، مفصل P_1 می‌تواند در راستای محور X حرکت خطی کند ($\mathbb{S}_1$).

مفصل یونیورسال از دو مفصل دورانی تشکیل شده است که یکی از آنها حول محور X حرکت چرخشی دارد ($\mathbb{S}_2$) و مفصل دیگر هم حول محور Z دوران می‌کند ($\mathbb{S}_3$) (شکل ۳).

بدین ترتیب پیچواره‌های مربوط به مفاصل ذکر شده به شکل روابط (۵) تا (۷) تعریف می‌شوند.

$$\mathbb{S}_1 = (0\,0\,0\,;1\,0\,0) \qquad (۵)$$

$$\mathbb{S}_2 = (\sin\alpha \quad -\cos\alpha \;\; 0\,;0\,0\,0) \qquad (۶)$$

$$\mathbb{S}_3 = (0\,0\,1\,;0\,0\,0) \qquad (۷)$$

مختصات مفصل یونیورسال متصل به سکوی متحرک مطابق رابطهٔ (۸) بدست می‌آید.

$$B_1 = (l\cos\beta_1\cos\alpha_1\,, l\cos\beta_1\sin\alpha_1\,, l\sin\beta_1) \qquad (۸)$$

در رابطهٔ فوق l طول پایه می‌باشد. پیچواره‌های موجود در مفصل یونیورسال B_1، علاوه بر حرکت زاویه‌ای دارای حرکت خطی نسبت به مبدا مختصات محلی هستند و به صورت روابط (۹) و (۱۰) نشان داده می‌شوند.

$$\mathbb{S}_4 = (\mathbb{S}_4^1\,;\, r_B \times \mathbb{S}_4^1)\;,\;\; \mathbb{S}_4^1 = (\sin\alpha_1 \;\; -\cos\alpha_1 \;\; 0) \qquad (۹)$$

$$\mathbb{S}_5 = (\mathbb{S}_5^1\,;\, r_B \times \mathbb{S}_5^1)\;,\;\; \mathbb{S}_5^1 = (0\,0\,1) \qquad (۱۰)$$

که در این روابط r_B بردار متصل کنندهٔ دو مفصل به هم می‌باشد و روابط فوق پس از ساده‌سازی به شکل روابط (۱۱) و (۱۲) تبدیل می‌شود.

$$\mathbb{S}_4 = (\mathbb{S}_4^1\;;\;\; l\cos\beta_1\cos\alpha_1 \;\; l\sin\beta_1\sin\alpha_1 \;\; -l\cos\beta_1) \qquad (۱۱)$$

$$\mathbb{S}_5 = (0\,0\,1;\; l\cos\beta_1\sin\alpha_1 \;\; -l\cos\beta_1\cos\alpha_1 \;\; 0) \qquad (۱۲)$$

ماتریس پیچواره زنجیره سینماتیکی مورد بررسی به صورت رابطهٔ (۱۳) است.

$$\mathbb{S}_{P_1B_1} = [\mathbb{S}_1 \;\; \mathbb{S}_2\; \mathbb{S}_3\; \mathbb{S}_4\; \mathbb{S}_5]^{\mathrm{T}} \qquad (۱۳)$$

با بررسی تمامی زنجیره های سینماتیکی و یافتن پیچواره متقابل هر زنجیره، ماتریس پیچواره متقابل کل مکانیزم به شکل رابطهٔ (۱۴) به دست می‌آید.

$$\mathbb{S}_r^{\mathrm{T}} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & \cos\alpha_1 & \sin\alpha_1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \cos\alpha_2 & \sin\alpha_2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \cos\alpha_3 & \sin\alpha_3 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \cos\alpha_4 & \sin\alpha_4 & 0 \end{bmatrix} \qquad (۱۴)$$

در حالت کلی مرتبه ماتریس به دست آمده برابر دو است مگر در حالاتی که سکوی متحرک در نقاط تکین قرار گیرد که در این صورت این مقدار برابر یک خواهد بود. درجه آزادی مکانیزم به صورت زیر به دست می‌آید.

$$F = 6 - \mathrm{Rank}(\mathbb{S}_r^{\mathrm{T}}) = 6 - 2 = 4$$

۴- محاسبات سینماتیکی مکانیزم

برای تحلیل تکینگی و فضای کاری مکانیزم مورد مطالعه، ابتدا روابط سینماتیک معکوس موقعیت و سرعت و سینماتیک مستقیم موقعیت آن در این مقاله استحصال شده است. در واقع در این تحلیل‌ها روابط حرکتی اجزاء مورد بررسی و مطالعه قرار می‌گیرند، بدون آن که به نیروهای وارد بر اجزاء توجهی شود.

۴-۱- سینماتیک معکوس موقعیت

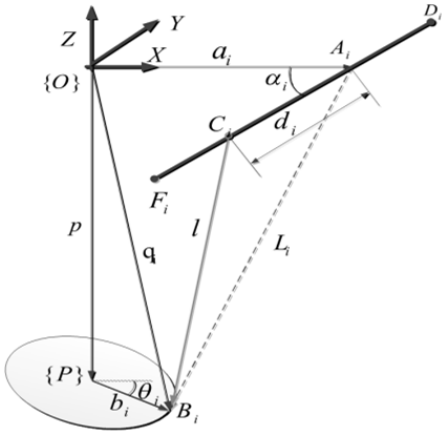
در سینماتیک معکوس موقعیت، هدف دست‌یابی به موقعیت برداری و طولی هر یک از چهار پایه، با مشخص بودن موقعیت مکانی و زاویه‌ای سکوی متحرک نسبت به یک چارچوب مرجع می‌باشد. در شکل ۴ سینماتیک حرکتی یکی از پایه‌های مکانیزم که در آن سکوی متحرک در چارچوب $\{\mathrm{P}\}$ و سکوی ثابت در چارچوب $\{\mathrm{O}\}$ می‌باشد، نشان داده شده است.

اگر نقطهٔ مفصلی iامین اتصال سکوی متحرک به پایه در چارچوب مرجع $\{\mathrm{P}\}$ با بردار ${}^{P}b_i$ مشخص شده باشد، مختصات ${}^{O}q_i$ در چارچوب مرجع $\{\mathrm{O}\}$ به ترتیب زیر بدست می‌آید:

$$q_i^o = p^o + R_p^o\, {}^{P}b_i \qquad (۱۵)$$

1- Reciprocal Product
2- Rank

[Downloaded from mme.modares.ac.ir on 2024-10-12]
[DOR: 20.1001.1.10275940.1393.14.8.1.4]



شکل ۴ سینماتیک حرکتی یکی از پایه‌های مکانیزم پیشنهادی

در این رابطه، موقعیت نقطهٔ وسط سکوی متحرک نسبت به چارچوب $\{O\}$ و نیز ماتریس دوران می‌باشد. به طوری که قبلاً گفته شد تنها امکان دوران سکوی متحرک حول محور X وجود دارد، با زاویهٔ φ وجود دارد، ماتریس دوران دستگاه مختصات $\{P\}$ نسبت به $\{O\}$ به صورت زیر خواهد بود:

$$R_p^p = R_X^0 = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos\varphi & -\sin\varphi \\ 0 & \sin\varphi & \cos\varphi \end{bmatrix} \quad (۱۶)$$

مطابق شکل ۴ می‌توان نوشت:

$$L_i = d_i d_{io} + l_i l_{io} \quad (۱۷)$$

در این رابطه، بردار یکّهٔ پایهٔ iام در راستای، جابجایی عملگر iام و بردار یکّهٔ کشویی iام در راستای و طول پایهٔ iام می‌باشد.

محاسبه بردار طبق رابطهٔ (۱۸) به ترتیب زیر است:

$$L_i = q_i - a_i \quad (۱۸)$$

در این رابطه a_i بیانگر شعاع سکوی ثابت و q_i نیز نشان‌دهندهٔ مختصات نقاط مفصلی سکوی متحرک نسبت به دستگاه مختصات ثابت می‌باشد.

با نرم گرفتن از طرفین رابطهٔ (۱۸)، رابطهٔ (۱۹) بدست می‌آید.

$$|L_i - d_i d_{io}| = |l l_{io}| \quad (۱۹)$$

طرفین رابطهٔ بالا به توان ۲ رسانده می‌شود:

$$|L_i - d_i d_{io}|^2 = l^2 \quad (۲۰)$$

در نهایت پس از جذرگیری و جابجایی، رابطه (۲۱) بدست می‌آید.

$$d_i = L_i d_{io} \pm \sqrt{L_i d_{io} - L_i L_i + l^2} \quad (۲۱)$$

همان‌طور که مشاهده می‌شود برای محاسبهٔ تغییرات طول پایه‌ها با مشخص بودن مختصات سکوی متحرک، دو جواب وجود دارد. با بررسی جواب‌های ممکن، فقط ریشهٔ منفی رادیکال منجر به رسیدن به جواب منطقی و مورد قبول این مسأله می‌شود و معادلهٔ نهایی به شکل رابطهٔ (۲۲) تبدیل می‌شود:

$$d_i = L_i d_{io} - \sqrt{L_i d_{io} - L_i L_i + l^2} \quad (۲۲)$$

۴-۲- سینماتیک مستقیم موقعیت

مسألهٔ سینماتیک مستقیم، محاسبهٔ موقعیت کارتزین و جهت‌گیری زاویه‌ای سکوی متحرک نسبت به مقادیر داده شده‌ی جابجایی پایه‌ها می‌باشد. برای حل سینماتیک مستقیم می‌توان یک تابع خطا تعریف و از روش تکرار نیوتن-رافسون مسأله سینماتیک مستقیم را حل کرد. همچنین می‌توان از روش تحلیلی استفاده کرد که در حل سینماتیک مستقیم ربات این مقاله از روش برآیند[1] استفاده شده است. روش برآیند یک روش برای حذف یک یا چند متغیر از یک دستگاه می باشد به طوری که معادله نهایی حاصله اثر تمامی معادلات را در بر خواهد داشت. با استفاده از این روش یک عبارت ریاضی تک متغیره به دست می‌آید که شامل تمامی جواب‌های مسأله سینماتیک مستقیم ربات موازی است [۱۵]. با توجه به شکل ۴ مختصات نقاط و به صورت زیر می‌باشند:

$$C_i = \begin{bmatrix} E_{1i}(a_i - d_i\cos\alpha_i) \\ E_{2i}(a_i - d_i\cos\alpha_i) \\ -d_i\sin\alpha_i \end{bmatrix}, \; B_i = \begin{bmatrix} p_x + E_{1i}b_i\cos\theta_i \\ p_y + E_{2i}b_i \\ p_z + E_{3i}b_i\sin\theta_i \end{bmatrix} \quad (۲۳)$$

در رابطهٔ (۲۳) متغیرهای استفاده شده به ترتیب رابطهٔ (۲۴) تعریف می‌شوند:

$$E = \begin{bmatrix} 1 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & -1 \\ -1 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} \quad (۲۴)$$

باتوجه به شکل ۴ می‌توان نوشت:

$$\|C_i^2 B_i^2\| = l^2 \quad (۲۵)$$

در نتیجه برای هر پایه معادله‌ای به صورت رابطهٔ (۲۶) به دست می‌آید.

$$\begin{aligned} &(p_x + b_i E_{1i}\cos\theta_i - a_i E_{1i} + E_{1i} d_i \cos\alpha_i)^2 \\ &+\left(p_y + b_i E_{2i} - a_i E_{2i} + E_{2i} d_i \cos\alpha_i\right)^2 \\ &+(p_z + b_i E_{3i}\sin\theta_i + d_i \sin\alpha_i)^2 = l^2 \end{aligned} \quad (۲۶)$$

با بسط و مرتب‌سازی مجدد معادلهٔ (۲۶)، رابطه (۲۷) بدست می‌آید:

$$\tilde{A}_i p_x + \tilde{B}_i p_y + \tilde{C}_i p_z + \tilde{D}_i + \tilde{E}_i = 0 \quad (۲۷)$$

در رابطهٔ (۲۷) متغیرهای استفاده شده به ترتیب رابطهٔ (۲۸) تعریف می‌شود.

$$\begin{aligned} \tilde{A}_i &= 2(b_i E_{1i}\cos\theta_i - a_i E_{1i} + E_{1i} d_i \cos\alpha_i) \\ \tilde{B}_i &= 2(b_i E_{2i} - a_i E_{2i} + E_{2i} d_i \cos\alpha_i) \\ \tilde{C}_i &= 2(b_i E_{3i}\sin\theta_i + d_i \sin\alpha_i) \\ \tilde{D}_i &= (b_i E_{1i}\cos\theta_i)^2 + (E_{1i}\, d_i\cos\alpha_i)^2 + E_{2i}^2\alpha_i^2 + E_{2i}^2 b_i^2 \\ &\quad - 2b_i E_i \cos\theta_i (a_i \cos\theta_i \\ &\quad - E_{1i}\, d_i\cos\alpha_i) - 2a_i E_{1i}^2\; d_i \cos\alpha_i \\ &\quad + (E_{2i}\, d_i\cos\alpha_i)^2 - 2a_i\, b_i E_{2i}^2 \\ &\quad + 2b_i E_{2i}^2\, d_i\cos\alpha_i + (b_i E_{3i}\sin\theta_i)^2 \\ &\quad - 2a_i E_{2i}^2 d_i \cos\alpha_i + (d_i \sin\alpha_i)^2 \\ &\quad + 2b_i E_{3i} d_i \sin\theta_i \sin\alpha_i - l^2\, \tilde{E}_i \\ &\quad = p_x^2 + p_y^2 + p_z^2 \end{aligned} \quad (۲۸)$$

با نوشتن رابطهٔ (۲۶) برای چهار زنجیرهٔ سینماتیکی، رابطهٔ (۲۹) به دست می‌آید:

$$\begin{bmatrix} \tilde{A}_1 & \tilde{B}_1 & \tilde{C}_1 & \tilde{D}_1 & \tilde{E}_1 \\ \tilde{A}_2 & \tilde{B}_2 & \tilde{C}_2 & \tilde{D}_2 & \tilde{E}_2 \\ \tilde{A}_3 & \tilde{B}_3 & \tilde{C}_3 & \tilde{D}_3 & \tilde{E}_3 \\ \tilde{A}_4 & \tilde{B}_4 & \tilde{C}_4 & \tilde{D}_4 & \tilde{E}_4 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} p_x \\ p_y \\ p_z \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix} = 0 \quad (۲۹)$$

با انتخاب سه معادله از چهار معادله دستگاه بالا، می‌توان یک معادله با متغیرهای p_x، p_y و p_z بدست آورد. با کم کردن معادله ردیف ۳ از معادلهٔ ردیف ۲ و معادلهٔ ردیف ۴ از معادلهٔ ردیف ۲، دو معادلهٔ زیر به دست می‌آیند که برای حذف p_x و p_y و برای به دست آوردن چندجمله‌ای تک متغیره بر حسب p_z استفاده می‌شوند.

$$A_{23}p_x + B_{23}p_y + C_{23}p_z + D_{23} = 0 \quad (۳۰)$$

$$A_{24}p_x + B_{24}p_y + C_{24}p_z + D_{24} = 0 \quad (۳۱)$$

در روابط (۳۰) و (۳۱) متغیرهای استفاده شده به ترتیب رابطهٔ (۳۲)تعریف می‌شود.

$$A_{ij} = \tilde{A}_i - \tilde{A}_j\,, B_{ij} = \tilde{B}_i - \tilde{B}_j\,, C_{ij} = \tilde{C}_i - \tilde{C}_j \quad (۳۲)$$

با حل معادلات (۳۰) و (۳۱)، p_x و p_y بر حسب p_z به صورت روابط (۳۳) و (۳۴) بدست می‌آیند.

$$p_x = \frac{\Delta_{11}}{\Delta_0} p_z + \frac{\Delta_{12}}{\Delta_0} = e_1 p_z + e_2 \quad (۳۳)$$

$$p_y = \frac{\Delta_{21}}{\Delta_0} p_z + \frac{\Delta_{22}}{\Delta_0} = e_3 p_z + e_4 \quad (۳۴)$$

در روابط (۳۳) و (۳۴) متغیرهای استفاده شده به ترتیب رابطهٔ (۳۵) تعریف می‌شوند.

$$\begin{aligned} &\Delta_0 = A_{23}B_{24} - A_{24}B_{23}\,, \\ &\Delta_{11} = B_{23}C_{24} - B_{24}C_{23}\,, \Delta_{12} = B_{23}D_{24} - B_{24}D_{23} \\ &\Delta_{21} = A_{24}C_{23} - A_{23}C_{24}\,, \Delta_{22} = A_{24}D_{23} - A_{23}D_{24} \end{aligned} \quad (۳۵)$$

1- Resultant Method

[Downloaded from mme.modares.ac.ir on 2024-10-12]
[DOR: 20.1001.1.10275940.1393.14.8.1.4]

با جایگزینی معادلات (۳۳) و (۳۴) در معادلهٔ سطر اول دستگاه (۲۹)، معادله درجهٔ دوم (۳۶) به دست می‌آید:

$$\lambda_0 p_z^2 + \lambda_1 p_z + \lambda_2 = 0 \tag{۳۶}$$

در رابطهٔ (۳۶) متغیرها به ترتیب رابطهٔ (۳۷) هستند:

$$\begin{aligned} \lambda_0 &= e_1^2 + e_3^3 + 1 \\ \lambda_1 &= 2e_1e_2 + 2e_3e_4 + \tilde{A}_2 e_1 + \tilde{B}_2 e_3 + \tilde{C}_2 \\ \lambda_2 &= e_2^2 + e_4^2 + \tilde{A}_2 e_2 + \tilde{A}_2 e_4 + \tilde{D}_2 \end{aligned} \tag{۳۷}$$

از معادله (۳۶)، p_z را می توان به صورت رابطهٔ (۳۸) محاسبه کرد.

$$p_z = \frac{-\lambda_1 + \rho}{2\lambda_0}\ , \rho = \pm\sqrt{\lambda_1^2 - 4\lambda_0\lambda_2} \tag{۳۸}$$

با جایگزینی معادلهٔ (۳۳)، (۳۴) و (۳۷) در سطر اول معادلهٔ (۲۹)، معادلهٔ (۳۹) بدست می‌آید.

$$\rho^2 - 2(\lambda_1 - \acute{\lambda}_1)\rho + \lambda_1^2 - 2\lambda_1\acute{\lambda}_1 + 4\lambda_0\acute{\lambda}_2 = 0 \tag{۳۹}$$

$$\acute{\lambda}_1 = 2e_1e_2 + 2e_3e_4 + \tilde{A}_1 e_1 + \tilde{B}_1 e_3 + \tilde{C}_1 \tag{۴۰}$$

$$\acute{\lambda}_2 = e_2^2 + e_4^2 + \tilde{A}_1 e_2 + \tilde{B}_1 e_4 + \tilde{D}_1 \tag{۴۱}$$

متغیر ρ را می توان از رابطهٔ (۳۹) محاسبه کرد.

$$\rho = (\lambda_1 - \acute{\lambda}_1) \pm \sqrt{\acute{\lambda}_1^2 - 4\lambda_0\acute{\lambda}_2} \tag{۴۲}$$

با استفاده از روابط (۳۸) و (۴۲) به ترتیب رابطهٔ (۴۳) بدست می‌آید.

$$(\lambda_1 - \acute{\lambda}_1) \pm \sqrt{\acute{\lambda}_1^2 - 4\lambda_0\acute{\lambda}_2} = \pm\sqrt{\lambda_1^2 - 4\lambda_0\lambda_2} \tag{۴۳}$$

با به توان دو رساندن هر دو طرف معادلهٔ (۴۳)، یک معادلهٔ چند جمله‌ای را می‌توان به شرح رابطهٔ (۴۴) بدست آورد:

$$\lambda_0[(\lambda_1 - \acute{\lambda}_1)(\lambda_1\acute{\lambda}_2 - \acute{\lambda}_1\lambda_2) + \lambda_0(\lambda_2 - \acute{\lambda}_2)^2] \tag{۴۴}$$

با استفاده از توابع مثلثاتی شناخته شده رابطهٔ (۴۵):

$$\cos\theta = \frac{1 - \mathrm{tg}^2(\frac{\theta}{2})}{1 + \mathrm{tg}^2(\frac{\theta}{2})}\ , \sin\theta = \frac{2\,\mathrm{tg}(\frac{\theta}{2})}{1 + \mathrm{tg}^2(\frac{\theta}{2})} \tag{۴۵}$$

معادلهٔ (۴۴) به یک معادله چندجمله‌ای بر حسب تک متغیر $\mathrm{tg}(\theta/2)$ که شامل عبارات درجه دوازده است، تبدیل می‌شود. این به این معنی است که مکانیزم ممکن است دوازده حالت مختلف برای یک مجموعه داده شده از موقعیت محرک‌ها داشته باشد. با جایگزینی معادلهٔ (۴۵) در معادلات (۴۲)، (۳۳)، (۳۴) و (۳۸)، به ترتیب مقادیر ρ، p_x، p_y و p_z را می‌توان بدست آورد.

۴-۳- سینماتیک معکوس سرعت

در این تحلیل با فرض مشخص بودن سرعت‌های خطی و دورانی سکوی متحرک، هدف دست‌یابی به بردار و اندازهٔ سرعت خطی پایه‌ها می‌باشد. با توجه به شکل ۴ حلقه سینماتیکی برای زنجیرهٔ iام به صورت رابطهٔ (۴۶) نوشته می‌شود.

$$p + b_i = a_i + d_i d_{io} + l l_{io} \tag{۴۶}$$

برای بدست آوردن رابطهٔ سرعت پایه‌ها می‌توان از رابطهٔ (۴۶) نسبت به زمان مشتق گرفت. بدین ترتیب رابطهٔ (۴۷) بدست می‌آید.

$$\dot{X} J_x = \dot{d} J_q \tag{۴۷}$$

در رابطه۴۷ J_x و J_q به ترتیب ماتریس ژاکوبین مستقیم و معکوس می‌باشند که از روابط (۴۸) و (۴۹) بدست می‌آیند.

$$J_x = [l_{io}^{\mathrm{T}}, (b_i \times l_{io})^{\mathrm{T}} \cdot i]_{4\times4} \tag{۴۸}$$

$$J_q = \begin{bmatrix} d_{1o}l_{1o} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & d_{2o}l_{2o} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & d_{3o}l_{3o} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & d_{4o}l_{4o} \end{bmatrix} \tag{۴۹}$$

در رابطهٔ (۴۷)، $\dot{d}$ سرعت خطی پایه‌ها و $\dot{X}$ نیز سرعت خطی و دورانی سکوی متحرک می‌باشد که به ترتیب رابطهٔ (۵) بدست می‌آید.

$$\dot{X} = [V_p\ W_p]^{\mathrm{T}} \tag{۵۰}$$

۴-۴- بی بعدسازی درایه‌های ماتریس ژاکوبین

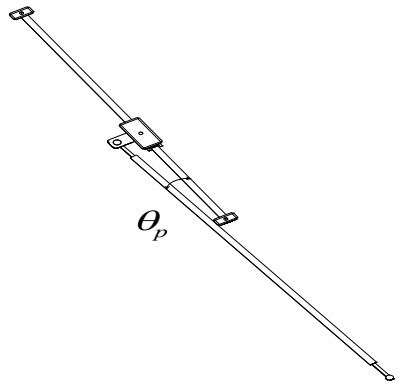
برای استفاده از ماتریس ژاکوبین در تحلیل‌های کیفیت فضای کاری، معمولاً درایه‌های ماتریس ژاکوبین بی‌بعد می‌شوند. روش‌های مختلفی جهت بی-بعدسازی درایه‌های ماتریس ژاکوبین در ربات‌های موازی توسط محققان مختلف ارائه شده است. در سال ۱۹۹۲، تندیرس [۱۶] و همکارانش ماتریس ژاکوبین را با بکارگیری طول مشخصه در درایه‌های با بعد طول، بی‌بعد نمودند. حسینی و دانیالی [۱۷] ضمن اصلاح و پیشبرد روش به کارگیری طول مشخصه، روش استفاده از ضریب وزندار را ارائه دادند. در این مقاله نیز برای بی‌بعدسازی مشابه مرجع [۱۷] عمل شده است. بدین منظور، با تقسیم درایه‌های ستون چهارم ماتریس ژاکوبین که مربوط به سرعت زاویه‌ای سکوی متحرک است براندازه شعاع آن (b)، بی‌بعدسازی صورت می‌گیرد. به منظور حفظ تعادل ابعادی معادلات، لازم است معکوس این ضریب در بردار سرعت‌ها نیز اعمال شود. بی‌بعدسازی ماتریس ژاکوبین حاصل از رابطهٔ (۴۷) به صورت رابطهٔ (۵۱) انجام می‌شود.

$$\begin{bmatrix} l_{1ox} & l_{1oy} & l_{1oz}\ ((b_1^o \times l_{1o}) \cdot i)/b \\ l_{2ox} & l_{2oy} & l_{2oz}\ ((b_2^o \times l_{2o}) \cdot i)/b \\ l_{3ox} & l_{3oy} & l_{3oz}\ ((b_3^o \times l_{3o}) \cdot i)/b \\ l_{4ox} & l_{4oy} & l_{4oz}\ ((b_4^o \times l_{4o}) \cdot i)/b \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_x \\ V_y \\ V_z \\ b\omega_x \end{bmatrix} = \dot{d} J_q \tag{۵۱}$$

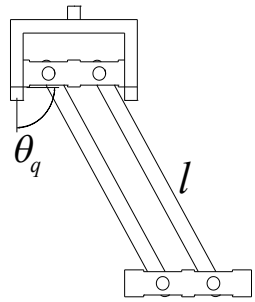
۵- تحلیل و مدل‌سازی فضای کاری

روش ارائه شده در این مقاله، روش استفاده ازالگوریتم جستجو است. در این شیوه، یک الگوریتم جستجو تمام فضای‌کاری ماشین را جاروب می‌کند و سپس صحت هر کدام از نقاط این فضای کاری را مبنی بر قرارگیری آن نقطه در داخل فضای-کاری، با چک کردن محدودیت‌ها یا قیود فیزیکی ماشین‌ابزار موازی به‌دست می‌دهد. مبنای کاری این الگوریتم بر این اساس است که ابتدا سکوی متحرک (موضع انتهایی ماشین) تک‌تک نقاط مختصات کلی ماشین را جاروب می‌کند، یعنی سکوی متحرک به ترتیب در موقعیت‌های مختلفی قرار می‌گیرد و بعد از حل سینماتیک معکوس (با مشخص بودن موقعیت و جهت سکوی متحرک) و بدست آوردن طول پایه‌ها در صورتی که هیچ یک از محدودیت‌های فیزیکی نقض نشود، مختصات کلی سکوی متحرک بدست آمده و به عنوان مختصات داخل فضای-کاری ماشین محسوب می‌شود. عملیات جاروب کردن با تقسیم فضای کاری به صفحات x-y یا مقاطع افقی با فواصل z ثابت از هم آغاز شده و بعد از اینکه تمام نقاط یک صفحه جاروب شد، عملیات جاروب صفحهٔ بعدی شروع می‌شود. این الگوریتم بر پایهٔ سیستم مختصات قطبی-استوانه‌ای اجرا می‌شود. به این صورت که β_{step}پارامتر تغییرات زاویه ابزارگیر، r_{step} پارامتر تغییرات شعاع، θ_{step} پارامتر تغییرات زاویهٔ چرخش و Z_{step}پارامتر تغییرات ارتفاع می‌باشد. شروع جستجو در مختصات قطبی از نقطهٔ ($r = 0$ ، $\theta = 0$) و به ازای زاویه‌ای خاص برای ابزارگیر صورت می‌پذیرد. بعد از شروع و بررسی تمامی زوایای ممکن قرارگیری ابزارگیر نسبت به افق به ازای نقطه مورد بررسی، جستجو در امتداد شعاع r و در جهت مثبت محور X یعنی در جهت $\theta = 0$ ادامه می‌یابد که مقدار پرش در این امتداد در ابتدای کار توسط کاربر معین می‌شود و این جستجو و حرکت تا پیدا کردن محدوده یا نقاط لبهٔ فضای‌کاری ادامه می‌یابد. مبنای انتخاب نقطهٔ لبهٔ فضای-کاری، آخرین نقطه‌ای است که هیچ کدام از محدودیت‌های فیزیکی را نقض نکند. بعد از رسیدن به نقطهٔ واقع در لبهٔ فضای‌کاری، زاویهٔ θ با توجه به مقداری که توسط کاربر تعیین شده‌است، تغییر می‌یابد و یک امتداد جدید برای جستجو بدست می‌آید.

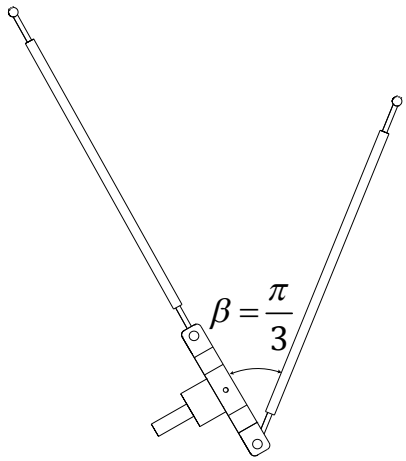
[Downloaded from mme.modares.ac.ir on 2024-10-12]
[DOR: 20.1001.1.10275940.1393.14.8.1.4]



شکل ۵ زاویهٔ بین پایه و مفصل کشویی



شکل ۶ مقدار مجاز حرکت پایه ها به کناره‌ها



شکل ۷ مقدار مجاز دوران سکوی متحرک حول محور X

افزایش زاویهٔ θ تا رسیدن به زاویهٔ $\theta = 360°$ ادامه می‌یابد. با رسیدن به این زاویه، عملیات جستجو در آن صفحه با z معین به اتمام رسیده است بنابراین باید ارتفاع z به اندازه‌ای که از طرف کاربر معین شده است تغییر کند تا عملیات جستجوی انجام شده در صفحهٔ قبلی، در این صفحه نیز تکرار شود. پس از یافتن طول پایه‌ها و زوایای مفاصل به ازای زوایای مختلف برای نقطه مورد نظر و بررسی قیدهای مکانیکی دستگاه، در صورت عدم نقض این قیدها، چهار پارامتر ورودی یعنی (X,Y,Z,β) ذخیره می‌شود. به عبارت دیگر به ازای یک نقطه مشخص، تمامی زوایای مجاز برای دوران سکوی متحرک تعیین می‌شود. کاربر می‌تواند با افزایش و یا کاهش مقادیر r_{step}، θ_{step} و Z_{step} مقدار دقت فضای کاری بدست آمده را تعیین کند.

قیدها و محدودیت‌های فیزیکی که در این مکانیزم بررسی می‌شوند شامل محدودیت حرکتی پایه‌ها، زوایای مفاصل یونیورسال و میزان دوران سکوی متحرک حول محور X می‌باشد. ترتیب ذکر شده سرعت بررسی را بالاتر خواهد برد. چنانچه هر کدام از این محدودیت‌ها نقض شود، نقطهٔ مورد بررسی جزء فضای کاری قرار نخواهد گرفت.

۵-۱- محدودیت حرکتی پایه‌ها

در صورتی که میزان حرکت هر پایه در مفصل کشویی، کمتر از یک مقدار حداقل و بیشتر از یک مقدار حداکثر باشد، نقطه مورد بررسی داخل فضای کاری قرار خواهد گرفت. این محدودیت را می‌توان با رابطهٔ (۵۲) بیان کرد:

$$d_{\text{i}_{\min}} \le |d_i| \le d_{\text{i}_{\max}} \qquad (۵۲)$$

۵-۲- محدودیت زوایای مفاصل یونیورسال

در مکانیزم تحت بررسی از مفاصل یونیورسال برای ایجاد حرکات دورانی استفاده شده است. این مفاصل دارای دو درجه آزادی هستند و مقدار مجاز دوران در این دو جهت باید با توجه به شرایط فیزیکی دستگاه تعیین شود. ماکزیمم این دوران‌ها با و نشان داده شده‌اند. نیز زاویه بحرانی بین ریل و پایه دستگاه در هر لحظه است. این محدودیت در شکل ۵ نشان داده شده است. این زاویه به ازای موقعیت‌های مختلف واگن در طول مفصل کشویی بطوری که برخوردی بین پایه و ریل وجود نیاید بدست می‌آید. شرط لازم برای جلوگیری از برخورد پایه و ریل نیز از رابطهٔ (۵۳) بدست می‌آید:

$$\gamma \ge \theta_{\text{p}_\text{i}} \qquad (۵۳)$$

زاویهٔ بعدی که باید بررسی شود θ_{q_i} است. این زاویه مقدار مجاز حرکت پایه‌ها به کناره‌ها را بیان می‌کند (شکل ۶). حداکثر مقدار مجاز برای این زاویه برابر ۳۰ درجه است. به عبارت دیگر:

$$\theta_{q_i} < \frac{\pi}{6} \qquad (۵۴)$$

۵-۳- محدودیت دوران سکوی متحرک حول محور X

محدودهٔ این زاویه برای جلوگیری از برخورد پایه‌ها با سکوی متحرک به صورت رابطهٔ ۵۵ تعریف شده است (شکل ۷):

$$-\frac{\pi}{3} < \beta < \frac{\pi}{3} \qquad (۵۵)$$

در شکل ۸ فلوچارت مربوط به الگوریتم جستجو آورده شده است.

در شکل‌های ۹ تا ۱۱ محدودهٔ فضای‌کاری ربات مورد مطالعه به ازای زوایای مختلف قرارگیری سکوی متحرک نسبت به افق نشان داده شده است.

۶- حجم فضای کاری

در الگوریتم محاسبهٔ فضای‌کاری، از مختصات استوانه‌ای استفاده شده است. رابطهٔ مربوط به حجم فضای‌کاری به صورت رابطهٔ۵۶ بیان می‌شود:

$$V = \sum_{z_{\min}}^{z_{\max}} \sum_{\theta=0}^{2\pi} \frac{1}{2} r_i^2 \Delta\theta \Delta z \qquad (۵۶)$$

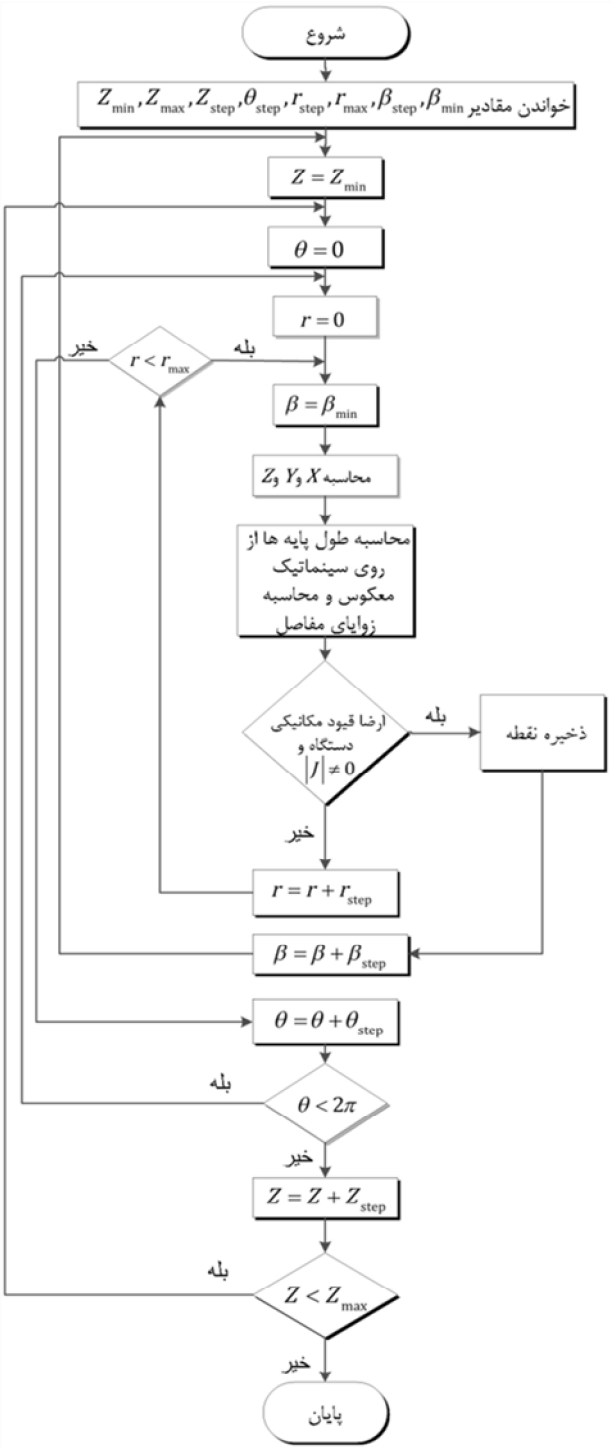
در رابطهٔ بالا r عبارت است از شعاع نقطه مرزی فضای‌کاری به ازای z و θ مشخص Δzو$\Delta\theta$ به ترتیب عبارت‌اند از تغییرات زاویه و تغییرات ارتفاع در مختصات استوانه‌ای که مقادیر آنها ثابت بوده و توسط کاربر تعیین می‌شود.

مبنای انتخاب نقطهٔ مرزی فضای‌کاری، آخرین نقطه‌ای است که هیچ کدام از محدودیت‌های فیزیکی را نقض نکند. لازم به ذکر است که هر چقدر مقادیر کوچک‌تری داشته باشند، تعداد نقاط موجود روی مرز فضای کاری بیشتر بوده و در نتیجه حجم بدست‌آمده دقت بالاتری خواهد داشت. در شکل ۱۲ تأثیر زاویهٔ سکوی متحرک بر روی حجم فضای‌کاری نشان داده شده است. بطوری که مشاهده می‌شود با تغییر زاویهٔ ابزارگیر فضای‌کاری مکانیزم محدودتر می‌شود.

[Downloaded from mme.modares.ac.ir on 2024-10-12]
[DOR: 20.1001.1.10275940.1393.14.8.1.4]

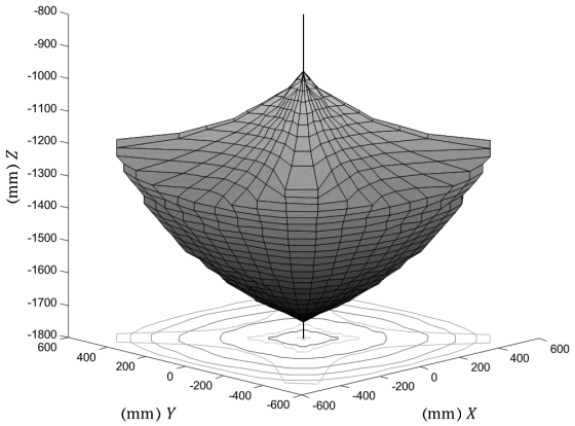
۷- شاخص شرط کلی[1]

در زمینهٔ محاسبه شرایط فضای‌کاری مکانیزم‌های موازی، گسلین [۱۸] در سال ۱۹۹۱ ضریب وضعیت کلی را ارائه نمود. این ضریب بیانگر کیفیت عملکرد سینماتیکی ربات از نقطه نظر نیرو و سرعت حرکت و به عبارت دیگر چالاکی[2] مکانیزم است. برای محاسبه این ضریب، ابتدا باید شمارهٔ وضعیت ماتریس ژاکوبین مکانیزم مورد بررسی قرار گیرد. شمارهٔ وضعیت به صورت رابطهٔ (۵۷) تعریف می‌شود.

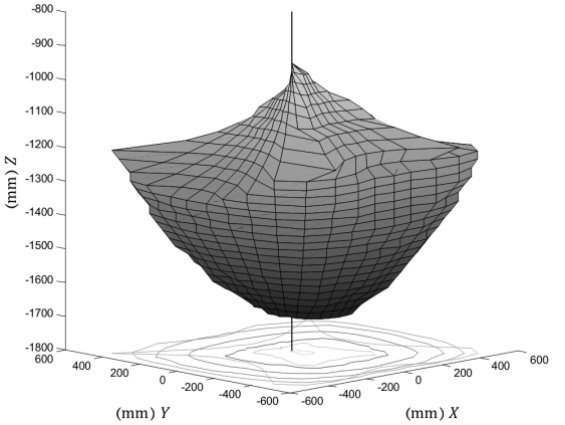


شکل ۸ فلوچارت محاسبهٔ فضای کاری مکانیزم پیشنهادی

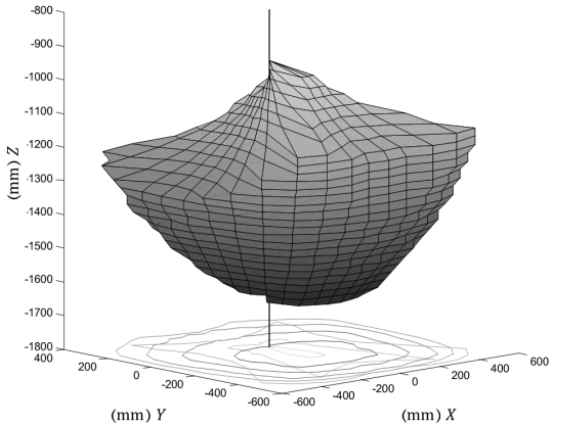
1- Global Condition Index
2- Dexterity



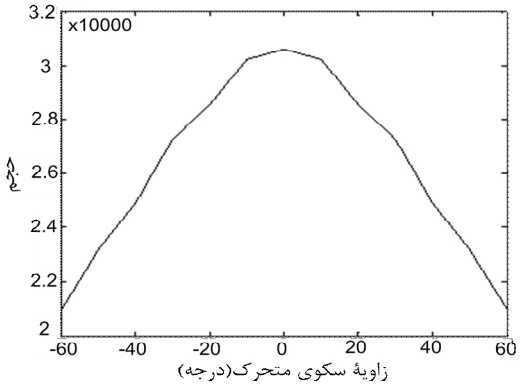
شکل ۹ نمای ایزومتریک فضای کاری به ازای زاویهٔ $\beta = 0$ سکوی متحرک



شکل ۱۰ نمای ایزومتریک فضای کاری به ازای زاویه $\beta = 30^\circ$ سکوی متحرک

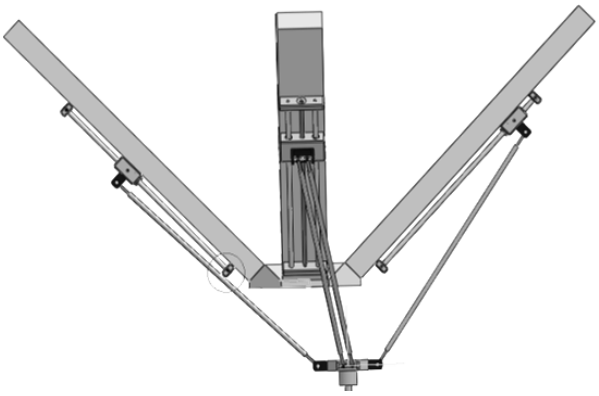


شکل ۱۱ نمای ایزومتریک فضای‌کاری به ازای زاویه $\beta = 60^\circ$ سکوی متحرک

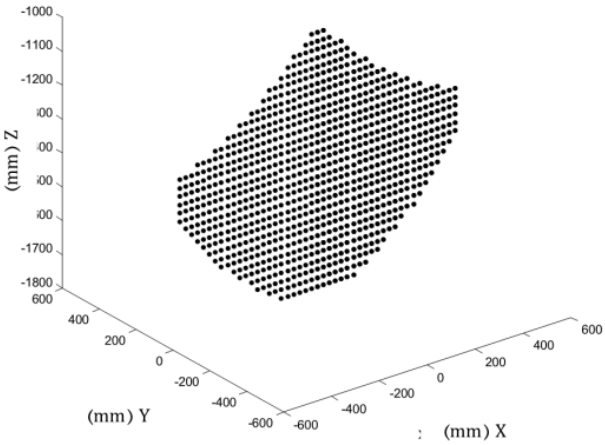


شکل ۱۲ حجم فضای کاری به ازای زوایای مختلف ابزارگیر

[Downloaded from mme.modares.ac.ir on 2024-10-12]
[DOR: 20.1001.1.10275940.1393.14.8.1.4]



شکل ۱۳ کنترل نقاط فضای‌کاری مکانیزم مورد مطالعه در نرم افزار سالیدورکس



شکل ۱۴ نقاط تکین مستقیم موجود در فضای کاری مکانیزم پیشنهادی

جدول ۱ مشخصات شاخص شرط کلی و حجم فضای کاری در چند زاویهٔ مشخص از سکوی متحرک

شاخص شرط کلی	زاویه سکوی متحرک (درجه)
۰/۰۰۸۳	۰ (بدون وجود نقاط تکین)
۰/۰۰۶۷	۰ (با وجود نقاط تکین)
۰/۰۸۲	۳۰
۰/۱۳۹	۴۵
۰/۲۱۰	۶۰

جدول ۲ خطای سینماتیک معکوس پایه‌ها در موقعیت دهی سکوی متحرک مطابق با شکل ۱۳ برای موقعیت $(x = 70, y = 5, z = -800\ \text{mm}, \beta = 0°)$

شبیه‌سازی سالیدورکس	تحلیل سینماتیک معکوس	موقعیت زین
۱۵۰/۱۲۶۸۹۴۵۶۶۹	۱۵۰/۱۲۶۸۹۴۵۶۵۷	d_1 (mm)
۷۸/۶۴۵۷۴۳۶۳۸۹	۷۸/۶۴۵۷۴۳۶۳۹۸	d_2 (mm)
۳۰/۷۹۴۸۶۳۷۴۶۱	۳۰/۷۹۴۸۶۳۷۴۸۳	d_3 (mm)
۸۵/۱۹۴۶۸۲۹۴۱۶	۸۵/۱۹۴۶۸۲۹۴۰۵	d_4 (mm)

$$K(J) = \frac{\sigma_1}{\sigma_s}, J = J_x J_q^{-1} \quad (۵۷)$$

در رابطهٔ (۵۷) σ_1 بزرگترین مقدار تکین ماتریس ژاکوبین مکانیزم و σ_s کوچکترین مقدار تکین ماتریس ژاکوبین مکانیزم می‌باشد. شمارهٔ وضعیت مقداری بین یک و بی‌نهایت خواهد داشت ($1 \le K \le \infty$). هر چقدر مقدار شمارهٔ وضعیت به عدد یک نزدیک‌تر باشد، شرایط سینماتیکی مکانیزم مساعدتر و تعداد نقاط تکین کمتر خواهد بود. شاخص شرط کلی (GCI)، به محاسبه شماره وضعیت تمام نقاط موجود در فضای‌کاری مکانیزم طبق رابطهٔ (۵۸) می‌پردازد.

$$GCI = \frac{\sum(1/K)}{W} \quad (۵۸)$$

در رابطهٔ (۵۸) W تعداد نقاط موجود درون فضای‌کاری مکانیزم است [۱۹،۲۰]. در جدول ۱ مقدار شاخص شرط کلی به ازای زوایای مختلف ابزارگیر نشان داده شده است.

همان طور که در جدول نیز مشخص است با در نظر گرفتن مقادیر تکین به ازای زاویه صفر سکوی متحرک، مقدار شاخص شرط کاهش می‌یابد که این موضوع مطلوب نبوده و نشان دهندهٔ تأثیر نقاط تکین روی این شاخص است.

۸- شبیه‌سازی مکانیزم

در این مقاله مکانیزم مورد مطالعه در محیط نرم‌افزار سالیدورکس شبیه‌سازی شده است و تحلیل‌های سینماتیکی و فضای‌کاری انجام شده توسط این مدل‌سازی مورد بررسی قرار گرفته است در شکل ۱۳ نمونه‌ای از بررسی‌های نقاط مرزی فضای‌کاری که قیود مکانیکی در آن کنترل می‌شود نشان داده شده است. همچنین در جدول ۲ میزان دقت حل سینماتیک معکوس مکانیزم برای شکل ۱۳ که برای یک موقعیت خاص محاسبه شده است آورده شده است. همانطوری که مشاهده می‌شود این اختلاف بسیار ناچیز بوده و مربوط به خطاهای گرد کردن داده‌ها در نرم‌افزارها می‌باشد.

۹- تحلیل تکینگی

در این مقاله، از روش تحلیل دترمینان ماتریس ژاکوبین برای تحلیل تکینگی استفاده شده است. بدین ترتیب که تمامی نقاط موجود در فضای‌کاری به وسیلهٔ الگوریتمی بررسی شده و در صورتی که دترمینان ماتریس ژاکوبین به ازای نقطه مورد بررسی صفر شود، این نقطه به عنوان نقطه تکین ذخیره می‌شود. دو ماتریس ژاکوبین J_x و J_q در رابطهٔ (۴۸) و (۴۹) بیان شده است. می‌توان گفت که یک دستگاه ربات موازی هنگامی در موقعیت تکین قرار دارد که دترمینان هر کدام از ماتریس‌های J_q و J_x و یا هر دوی آنها صفر باشند. به این ترتیب سه نوع موقعیت تکینی اتفاق می‌افتد.

حالت اول، موقعیت تکینی سینماتیک معکوس که در آن $|J_q| = 0$ می‌شود. در این حالت دو بردار d_{io} و l_{io} بر هم عمود می‌باشند. به تعبیر دیگر زمانی که پایه بر ریل عمود باشد.

حالت دوم، موقعیت تکینی سینماتیک مستقیم که در آن $|J_x| = 0$ می‌شود. در این حالت با توجه به قفل و یا ثابت بودن محرکه‌ها (پایه‌ها)، سکوی متحرک در بعضی از جهات فضا می‌تواند به اندازه‌های بی‌نهایت کوچک حرکت کند و در نتیجه در این حالت دستگاه موازی یک یا چند درجهٔ آزادی بیشتر بدست می‌آورد و غیرقابل‌کنترل می‌شود. به عبارت بهتر در موقعیت تکین سینماتیک مستقیم، یک دستگاه موازی نمی‌تواند در مقابل نیروها و یا گشتاورهای اعمالی در بعضی از جهت‌ها مقاومت کند.

حالت سوم، موقعیت تکینی ترکیبی است که در آن J_q و J_x هر دو صفر می‌شوند. این نوع موقعیت تکینی هنگامی اتفاق می‌افتد که دستگاه (ربات) موازی دارای ترکیب‌بندی سینماتیکی خاصی باشد. یعنی ممکن است در حالی که تمامی محرکه‌ها قفل و ثابت هستند سکوی متحرک دارای حرکات بسیار کوچکی در بعضی از جهات باشد و یا عکس این موضوع اتفاق بیفتد یعنی باتوجه به ثابت ماندن سکوی متحرک در فضا محرکه‌ها دارای حرکات بسیار ریزی باشند.

تحلیل تکینگی فضای کاری مکانیزم مورد مطالعه در این مقاله انجام شده و نتایج حاصل از آن در شکل ۱۴ نشان داده شده است. همانطوریکه از شکل مشخص است نقاط تکین این مکانیزم تنها در یک صفحه قرار می‌گیرد.

[Downloaded from mme.modares.ac.ir on 2024-10-12]
[DOR: 20.1001.1.10275940.1393.14.8.1.4]

۱۰- نتیجه‌گیری

در این مقاله فضای‌کاری و نقاط تکین یک ربات موازی جدید که دارای سه درجهٔ حرکت خطی و یک درجهٔ حرکت دورانی می‌باشد، برای اولین بار مورد مطالعه قرار گرفته و محاسبه شده است. با توجه به پیکربندی سازهٔ پیشنهادی، فضای‌کاری مکانیزم بدست آمده است. همچنین نمای برش خورده از این فضای کاری به ازای قابلیت دوران سکوی متحرک حول محور X در مقاله نمایش داده شده است.

بررسی فضای‌کاری مکانیزم پیشنهادی از نظر حجم فضای‌کاری و شاخص شرط کلی نشان می‌دهد که با افزایش زاویه سکوی متحرک، شاخص شرط کلی افزایش می‌یابد. و در حالتی که این زاویه با سطح افق صفر درجه است، بیشترین حجم فضای‌کاری تأمین می‌شود.

تحلیل عددی انجام شده برای بدست آوردن نقاط تکین نیز نشان داد که در این مکانیزم موازی فقط یک نوع تکینگی رخ می‌دهد که از نوع تکینگی مستقیم بوده و این تکینگی زمانی اتفاق می‌افتد که مرکز سکوی متحرک در صفحه $y=0$ قرار داشته و زاویه سکوی متحرک با افق برابر صفر باشد. نقاط تکین مستقیم موجود در فضای‌کاری مکانیزم پیشنهادی که توسط نرم‌افزار متلب محاسبه شده، در مقاله نشان داده شده است. با بدست آمدن نقاط تکین، اپراتور می‌تواند از نظر کنترلی تدابیر لازم جهت دسترسی سکوی متحرک به این نقاط را اعمال نماید. تمامی روابط تحلیلی و نتایج بدست آمده در این تحقیق از طریق شبیه‌سازی انجام شده در نرم‌افزار سالیدورکس بررسی و مورد تأئید قرار گرفته است.

۱۱- مراجع

[1] J. P. Merlet, *Parallel robots*. Springer. Vol. 74, pp. 37-112, 2001.

[2] J. P. Conti, C. M. Clinton, Z G. hang, and A. J. Wavering, Dynamic variation of the Workspace of an Octahedral Hexapod Machine Tool during machining. *Technical research report, Institute for system research, University of Maryland, USA,* 1997.

[3] Z. Wang, Liu, W., and Y. Lei, A study on workspace, boundary workspace analysis and workpiece positioning for parallel machine tools. *Mechanism and Machine Theory*, Vol. 36, No.5, pp. 605-622, 2001.

[4] J. S. Zhao, M. Chen, K. Zhou, J. X. Dong, and Z. J. Feng, Workspace of parallel manipulators with symmetric identical kinematic chains. *Mechanism and machine theory*, Vol. 41, No. 6, pp. 632-645, 2006.

[5] Z. Wang, S. Ji, Y. Li and Y. Wan, A unified algorithm to determine the reachable and dexterous workspace of parallel manipulators. *Robotics and Computer Integrated Manufacturing*, Vol. 26, No. 5, pp 454-460, 2010.

[6] C. Brisan and A. Csiszar, Computation and analysis of the workspace of a reconfigurable parallel robotic system. *Mechanism and Machine Theory*, Vol. 46 No. 11, pp. 1647-1668, 2001.

[7] K. H. Hunt, *Kinematic geometry of mechanisms*. Oxford: Clarendon Press, pp. 153-224, 1990.

[8] K. Hao and Y. Ding, Screw Theory and Singularity Analysis of Parallel Robots. In Mechatronics and Automation, *Proceedings of the 2006 IEEE International Conference*, pp. 147-152, 2006.

[9] J. P. Merlet, Singular configurations of parallel manipulators and Grassmann geometry. *The International Journal of Robotics Research*, Vol. 8 No. 5, pp. 45-56, 1989.

[10] S. Amine, T. Masouleh, M. Caro, S. Wenger and C. Gosselin, Singularity analysis of 3T2R parallel mechanisms using Grassmann–Cayley algebra and Grassmann geometry. *Mechanism and Machine Theory*, 52, pp. 326-340, 2012.

[11] C. Gosselin, and J. Angeles, Singularity analysis of closed-loop kinematic chains. *Robotics and Automation, IEEE Transactions*, Vol.6 No.3, pp. 281-290, 1990.

[12] H. B. Choi, A. Konno and M. Uchiyama, Analytic singularity analysis of a 4-DOF parallel robot based on Jacobian deficiencies. *International Journal of Control, Automation and Systems*, Vol. 8, No. 2, pp. 378-384, 2010.

[13] X. J. Liu and J. Wang, Some New Parallel Mechanisms Containing the Planar Four-Bar Parallelogram. *Robotics The International Journal of Robotics Research*, Vol. 22, No. 9, pp. 717-732, 2003.

[14] J. S. Zhao, K. Zhou, , and Z. J. Feng, A theory of degrees of freedom for mechanisms. *Mechanism and Machine Theory*, Vol. 39, No.6, pp. 621-643, 2004.

[15] M. Falahian, H. M. Daniali and S. M. Varedi, *Optimization of H4 Parallel Manipulator Using Genetic Algorithm, Serial and Parallel Robot Manipulators - Kinematics, Dynamics, Control and Optimization*, pp. 4-17, 2012.

[16] M. Tandirci, J. Angeles and F. Ranjbaran, The characteristic point and the characteristic length of robotic manipulators. *Proceedings of ASME 22nd Biennial Conf. Robotics, Spatial Mechanisms & Mech. Sys.*, Scotsdale, Arizona,Vol. 45, No. 3, pp. 203-208, 1992.

[17] M. A. Hosseini and H. M. Daniali, Weighted local conditioning index of a positioning and orienting parallel manipulator. *Scientia Iranica*, Vol. 18 No. 1, pp. 115-120, 2011.

[18] C. Gosselin and J. Angeles, A global performance index for the kinematic optimization of robotic manipulators. *Journal of Mechanical Design*, No. 3, pp. 113, 220, 1991.

[19] J. Pusey, A. Fattah, S. Agrawal and E. Messina, Design and workspace analysis of a 6–6 cable-suspended parallel robot, *Mechanism and machine theory*, Vol. 39, No. 7, pp. 761-778, 2004.

[20] Y. Yun and Y. Li, Optimal design of a 3-PUPU parallel robot with compliant hinges for micromanipulation in a cubic workspace. *Robotics and Computer-Integrated Manufacturing*, Vol. 27, No. 6, pp. 977-985, 2011.

[Downloaded from mme.modares.ac.ir on 2024-10-12]

[DOR: 20.1001.1.10275940.1393.14.8.1.4]