



## شبیه‌سازی عددی جریان و انتقال حرارت خواص وابسته به دمای سیال ویسکوالاستیک در تبدیل واگرای متقارن محوری

علی منتهایی<sup>1</sup>، محمد محسن شاه‌مردان<sup>2\*</sup>، محمود نوروزی<sup>3</sup>

1- کارشناس ارشد، مهندسی مکانیک، دانشگاه صنعتی شاهرود، شاهرود

2- دانشیار، مهندسی مکانیک، دانشگاه صنعتی شاهرود، شاهرود

3- استادیار، مهندسی مکانیک، دانشگاه صنعتی شاهرود، شاهرود

\* شاهرود، صندوق پستی: 3619995161، mmshahmardan@shahroodut.ac.ir

### اطلاعات مقاله

مقاله پژوهشی کامل

دریافت: 04 اردیبهشت 1395

پذیرش: 23 مرداد 1395

ارائه در سایت: 29 آبان 1395

کلید واژگان:

سیال ویسکوالاستیک

جریان و انتقال حرارت

عدد ناسلت

بديل واگرا

### چکیده

در تحقیق حاضر جریان آرام و انتقال حرارت سیال ویسکوالاستیک در تبدیل واگرای متقارن محوری با نسبت انبساط 1:3 مورد بررسی قرار گرفته است. برای شبیه‌سازی عددی جریان آرام و انتقال حرارت سیال ویسکوالاستیک از روش حجم محدود و الگوریتم پیزو استفاده شده، همچنین برای مطالعه تأثیر خاصیت الاستیک جریان سیال پلیمری از مدل فن-تین-تنر غیرخطی استفاده شده است. بیشتر تحقیقات انجام شده در این زمینه معطوف به بررسی پارامترهای هیدرودینامیکی جریان مانند بررسی تأثیر عدد رینولدز و خاصیت الاستیک بر طول گردابه‌هاست که باتوجه به فقدان تحقیقی جامع در زمینه انتقال حرارت جریان سیالات ویسکوالاستیک در تبدیلات واگرا، انجام تحقیق حاضر ضروری به نظر می‌رسد. از دیگر نوآوری‌های پژوهش حاضر در نظر گرفتن برخی از خواص رئولوژیکی و ترمودینامیکی سیال ویسکوالاستیک به صورت تابعی از دماست که باتوجه به حساسیت برخی از خواص سیال ویسکوالاستیک به دما، در نظر گرفتن این فرضیه در حل معادله انرژی ضروری به نظر می‌رسد. نتایج شبیه‌سازی عددی نشان می‌دهند که مقدار بیشینه ناسلت موضعی دیواره پایین‌دست تبدیل واگرا تقریباً جایی است که گردابه‌ها پایان یافته‌اند و روند تغییرات سرعت به مانند لوله صاف شده است. همچنین با افزایش عدد رینولدز که منجر به افزایش طول و شدت گردابه‌ها می‌گردد، بیشینه ناسلت موضعی در ناحیه انبساط ناگهانی بیشتر به سمت پایین‌دست پیشروی می‌کند.

## The numerical simulation of flow and heat transfer of temperature dependent properties of viscoelastic fluid in an axisymmetric sudden expansion

Ali Montahae<sup>1</sup>, Mohammad Mohsen Shahmardan<sup>1\*</sup>, Mahmood Norouzi<sup>1</sup>

1- Department of Mechanical Engineering, Shahrood University of Technology, Shahrood, Iran.

\* P.O.B. 3619995161, Shahrood, Iran, mmshahmardan@shahroodut.ac.ir

### ARTICLE INFORMATION

Original Research Paper

Received 23 April 2016

Accepted 13 August 2016

Available Online 19 November 2016

### Keywords:

Viscoelastic fluid

Flow and Heat transfer

Nusselt Number

Sudden Expansion

### ABSTRACT

In the current research, laminar flow and heat transfer of viscoelastic fluid in an axisymmetric sudden expansion with expansion ratio of 1:3 is investigated. Finite volume method and PISO algorithm are used for numerical simulation of flow and heat transfer of viscoelastic fluid. Also, to study the effect of elasticity property of polymeric fluid flow, nonlinear Phan-Thein-Tanner (PTT) rheological model is used. Most of the researches that have been done in this field are focused on investigating hydrodynamic parameters of flow, like studies on the effect of Reynolds number and elasticity property on vortice length, so due to the scarcity of comprehensive study about the heat transfer of viscoelastic fluid flow in sudden expansion, performing the present study seems necessary. Considering some of the rheological and thermodynamic properties of viscoelastic fluid as a function of temperature is the other innovation of the current study which, due to the sensitivity of some of the viscoelastic properties to temperature, considering this hypothesis for solving energy equation is necessary. The results of numerical simulation show that the maximum quantity of local Nusselt of sudden expansion for downstream wall is approximately where vortices finish and the procedure of velocity variation is similar to a smooth pipe. Also, with increasing Reynolds number that led to enhancing length and intensity of vortices, the maximum local Nusselt in sudden expansion region moves further toward downstream.

### 1- مقدمه

به همین دلیل محققین بسیاری به بررسی تجربی و عددی جریان سیالات در کانال‌ها و لوله‌های دارای انبساط تدریجی و ناگهانی پرداخته‌اند. مطالعات آزمایشگاهی دیورست و همکارانش [1]، چدرون و همکارانش

تغییر ناگهانی سطح مقطع در بسیاری از تجهیزات صنعتی نظیر مشعل‌ها، اسپری‌های خشک‌کن و فرآیندهای پرکردن قالب‌های ریخته‌گری رخ می‌دهد،

Please cite this article using:

A. Montahae, M. M. Shahmardan, M. Norouzi, The numerical simulation of flow and heat transfer of temperature dependent properties of viscoelastic fluid in an axisymmetric sudden expansion, *Modares Mechanical Engineering*, Vol. 16, No. 11, pp. 39-49, 2016 (in Persian)

برای ارجاع به این مقاله از عبارت ذیل استفاده نمایید:

خط مرکزی از نتایج این تحقیق است. پول و همکاران [12] تأثیر نسبت انبساط بر طول و قدرت گردابه‌ها با حل عددی جریان خزشی سیال ویسکوالاستیک در تبدیل واگرای صفحه‌ای بررسی کرده‌اند. نتایج این تحقیق نشان می‌دهد که در نسبت‌های انبساط پایین ( $ER < 3$ ) تغییرات یکنواختی در مشخصات جریان مشاهده نمی‌شود، به گونه‌ای که با کاهش عدد دوبرا طول گردابه‌ها کاهش و با افزایش آن طول گردابه‌ها نیز افزایش می‌یابد، در حالی که در نسبت‌های انبساط بزرگ ( $ER \geq 3$ ) طول و قدرت گردابه‌ها با افزایش عدد دوبرا کاهش می‌یابند. پول و همکاران در تحقیقی دیگر [13] جریان خزشی سیال ویسکوالاستیک را با استفاده از مدل‌های ماکسول بالادست<sup>4</sup>، الدرود-بی<sup>5</sup> و فن-تین-تر خطی<sup>6</sup> در تبدیل واگرای صفحه‌ای با نسبت انبساط 1:3 بررسی کرده‌اند. الیویرا و همکاران [14] جریان خزشی و آرام سیال ویسکوالاستیک را در تبدیل واگرای صفحه‌ای با نسبت انبساط 1:3 مورد مطالعه قرار داده‌اند. ایشان در این تحقیق با استفاده از مدل فن-سی آر نشان دادند خاصیت الاستیک سیال سبب پایداری جریان می‌شود و عدد رینولدز بحرانی برای سیال نیوتنی بیشتر از سیال ویسکوالاستیک است. مطالعات تجربی پاک و همکاران [15] تنها تحقیقی است که در آن به بررسی جریان سیال ویسکوالاستیک در تبدیل واگرای متقارن محوری پرداخته شده است. نتایج این تحقیق نشان می‌دهد که طول گردابه‌ها در رژیم جریان آرام برای سیال ویسکوالاستیک نسبت به سیال نیوتنی کمتر است، در حالی که طول گردابه‌های سیال ویسکوالاستیک در رژیم در جریان آشفتنه چند برابر سیال نیوتنی است. نوروزی و همکاران [16] جریان آرام و تراکم‌ناپذیر سیال ویسکوالاستیک را در تبدیل واگرای صفحه‌ای دوبعدی با انبساط تدریجی در زوایای انبساط 30، 45، 60 و 90 و نسبت انبساط 1:3 مورد بررسی قرار داده‌اند. آن‌ها طول گردابه‌های متقارن و نامتقارن را در محدوده وسیعی از اعداد رینولدز و وایزنبرگ برای سه زاویه انبساط 30، 45، 60 و 90 با استفاده از مدل فن-تین-تر غیرخطی<sup>7</sup> برای شبیه‌سازی ترم‌های تنش سیال ویسکوالاستیک مورد مطالعه قرار داده‌اند.

همان گونه که پیش از این یاد شد تحقیقات بسیاری به بررسی جریان سیالات غیرنیوتنی و ویسکوالاستیک در تبدیلات واگرا پرداخته شده است. در بیشتر این تحقیقات به بررسی پارامترهای هیدرودینامیکی جریان مانند پیداکردن عدد رینولدز بحرانی در انتقال جریان از حالت متقارن به نامتقارن، بررسی طول گردابه‌ها و افت فشار جریان پرداخته‌اند و تحقیقات بسیار اندکی به مطالعه انتقال حرارت جریان سیالات ویسکوالاستیک و بررسی پارامترهای حرارتی جریان مانند توزیع ناسلت موضعی و متوسط پرداخته‌اند. معادلات بقای جرم و مومنتم برای سیالات نیوتنی به طور هم‌زمان حل شده و سپس مقادیر به‌دست‌آمده برای سرعت در معادله انرژی قرار می‌گیرند. در سیالات غیرنیوتنی به ویژه سیالات ویسکوالاستیک لزجت وابستگی شدیدی به دما دارد. برای سیالات ویسکوالاستیک وابستگی لزجت به دما با در نظر گرفتن یک تابع مشخص می‌شود و معادلات بقای جرم و اندازه حرکت به طور هم‌زمان با معادله انرژی حل می‌شوند. در ادامه به تحقیقاتی که تاکنون به بررسی انتقال حرارت جریان سیالات غیرنیوتنی و ویسکوالاستیک در تبدیلات واگرا پرداخته اشاره می‌شود. موشات و همکاران [17] جریان آرام و تراکم‌ناپذیر سیال غیرنیوتنی را با استفاده از مدل توانی در تبدیل واگرای صفحه‌ای سه‌بعدی با نسبت انبساط 1:2 مورد مطالعه قرار داده‌اند. آن‌ها با

[2] و اووا و همکارانش [3] با تکیه بر آگاهی نویسنده از نخستین تحقیقات بررسی جریان سیال نیوتنی در هندسه انبساط ناگهانی است. ایشان با بررسی جریان آرام سیال نیوتنی در هندسه انبساط ناگهانی متقارن صفحه‌ای به شایع‌ترین پدیده رایج در این هندسه یعنی شاخه‌ای شدن گردابه‌ها<sup>1</sup> پرداختند. نتایج تحقیقات نشان می‌دهد که جریان سیال در هندسه انبساط ناگهانی متقارن صفحه‌ای در اعداد رینولدز کم متقارن باقی می‌ماند، ولی جریان سیال با از حد بحرانی گذشتن عدد رینولدز تقارن خود را از دست می‌دهد و گردابه‌های بالا و پایین در اندازه اختلاف پیدا می‌کنند. چنین پدیده‌ای که جریان سیال در هندسه انبساط ناگهانی متقارن صفحه‌ای تقارن خود را از دست می‌دهد، پدیده شاخه‌ای شدن گردابه‌ها می‌نامند. کندوه و همکاران [4] جریان آرام و انتقال حرارت سیال نیوتنی را در تبدیل واگرای صفحه‌ای سه‌بعدی مورد مطالعه قرار داده‌اند. اثر نسبت انبساط، عدد رینولدز و عدد پرانتل بر توزیع ناسلت موضعی دیواره پایین‌دست تبدیل واگرا در این تحقیق مورد مطالعه قرار گرفته است. شاه‌مردان و همکاران [5] جریان آرام و تراکم‌ناپذیر سیال نیوتنی را با استفاده از شبیه‌سازی عددی در تبدیل واگرای صفحه‌ای دوبعدی با انبساط تدریجی در زوایای انبساط 30، 45، 60 و 90 و نسبت انبساط 1:3 مورد مطالعه قرار داده‌اند. تأثیر زاویه انبساط و عدد رینولدز بر ناپایداری‌های جریان در این تحقیق بررسی شده و نمودار چند شاخه‌ای شدن برای طول گردابه‌ها در زوایای انبساطی مختلف ترسیم شده است.

محققین در راستای رشد صنایع مختلف با سیالاتی مواجه شدند که رفتار برشی آن‌ها با استفاده از مدل ارائه‌شده توسط نیوتن قابل توصیف نبود و نیاز به مطالعه جریان این سیالات منجر به پیدایش دسته دیگری از سیالات به نام سیالات غیرنیوتنی شد. جریان سیالات غیرنیوتنی به دلیل کاربردهای گسترده آن‌ها در صنایع مختلف نظیر نفت و پتروشیمی، مواد غذایی و تولید مواد روان‌کاری توجه بسیاری از محققین را جلب کرد. در مراجع [6-8] با استفاده از مدل توانی<sup>2</sup>، جریان آرام و تراکم‌ناپذیر سیال غیرنیوتنی در تبدیل واگرای صفحه‌ای دوبعدی مورد مطالعه قرار گرفته است. اثر شاخص توانی روی طول گردابه‌ها و انتقال جریان از حالت متقارن به نامتقارن در این مطالعات بررسی شده است. نتایج این تحقیق‌ها نشان می‌دهد رفتار رقیق‌شوندگی سیال ( $n < 1$ ) سبب تأخیر در پدیده دوشاخه‌ای می‌شود و برای حالت غلیظ‌شوندگی ( $n > 1$ ) نتیجه عکس است. پینهو و همکاران [9] جریان آرام و تراکم‌ناپذیر سیال غیرنیوتنی را با استفاده از مدل توانی در تبدیل واگرای متقارن محوری به صورت عددی شبیه‌سازی کرده‌اند. در این تحقیق رابطه‌ای کلی برای افت فشار به صورت تابعی از عدد رینولدز و اندیس توانی ارائه شده است. دهیناکاران و همکاران [10] جریان آرام و تراکم‌ناپذیر سیال غیرنیوتنی رقیق‌شونده و غلیظ‌شونده را در تبدیل واگرای صفحه‌ای سه‌بعدی با نسبت انبساط 1:3 بررسی کرده‌اند. نتایج این تحقیق نشان می‌دهد طول گردابه با افزایش خاصیت غلیظ‌شوندگی سیال افزایش می‌یابد، این در حالی است که افزایش خاصیت رقیق‌شوندگی سبب کاهش طول گردابه‌ها می‌شود. روچا و همکاران [11] جریان آرام سیال ویسکوالاستیک را با مدل فن-سی آر<sup>3</sup>، در تبدیل واگرای صفحه‌ای با نسبت انبساط 1:4 مورد بررسی قرار داده‌اند. پیش‌بینی عدد رینولدز بحرانی برای انتقال جریان از حالت متقارن به نامتقارن، خطوط جریان و توزیع سرعت و فشار در امتداد

<sup>4</sup>. Upper Convected Maxwell (UCM)

<sup>5</sup>. Oldroyd-B

<sup>6</sup>. Linear Phan-Thein-Tanner (LPTT)

<sup>7</sup>. Exponential Phan-Thein-Tanner

<sup>1</sup>. Bifurcation phenomena

<sup>2</sup>. Power Law

<sup>3</sup>. Finitely Extensive Nonlinear Elastic-Chillcot-Rallison (FENE-CR)

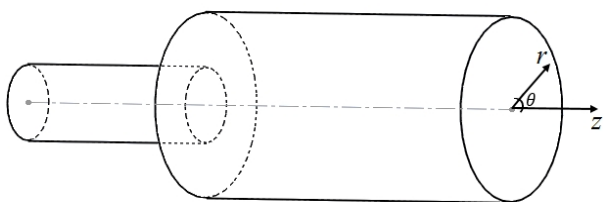


Fig. 1 Schematic figure of problem geometry

شکل 1 شکل شماتیک هندسه مسأله

روابط (2,1) به ترتیب معادلات بقای جرم و اندازه حرکت جریان سیال است که  $\vec{V}$  بردار سرعت،  $p$  فشار استاتیکی،  $\rho$  چگالی سیال و  $\tau$  تانسور تنش است. رابطه (3) معادله حاکم بر انتقال حرارت جریان سیال که  $T$  دمای سیال،  $C_p$  ظرفیت ویژه حرارتی و  $k$  ضریب رسانش سیال است.

### 2-1-2- معادله ساختاری

در سیالات ویسکوالاستیک تنش کلی که شامل تنش ماده حلال نیوتنی و تنش ماده حل‌شونده پلیمری است به صورت رابطه (4) تعریف می‌شود [24].

$$\tau = \tau_p + \tau_s \quad (4)$$

تنش ماده حلال نیوتنی از حل معادله ساختاری رابطه (5) به دست می‌آید [24].

$$\tau_s = \dot{\gamma} \eta_s \quad (5)$$

در رابطه (5)  $\eta_s$  ویسکوزیته ماده حلال نیوتنی و  $\dot{\gamma}$  نرخ برش است که به صورت رابطه (6) تعریف می‌شود [24].

$$\dot{\gamma} = \nabla V + |\nabla V|^T \quad (6)$$

در این تحقیق از معادله متشکله فن تین-تنر جهت شبیه‌سازی میدان تنش سیال ویسکوالاستیک استفاده شده است. این مدل یکی از پرکاربردترین مدل‌های ویسکوالاستیک است که براساس تئوری شبکه برای مذاب‌ها و محلول‌های پلیمری طراحی شده است. تنش پلیمری در مدل فن تین-تنر از حل معادله ساختاری (7) به دست می‌آید [24].

$$f(tr\tau_p)\tau_p + \lambda(\tau_p^v + \xi(\tau_p D + D\tau_p)) = 2\eta_p D \quad (7)$$

در رابطه (7)،  $\tau_p^v$  مشتق فوق هم‌رفتی تانسور تنش پلیمری،  $\lambda$  زمان رهایی از تنش،  $\eta_p$  ویسکوزیته ماده پلیمری،  $D$  نرخ تغییر شکل و  $\xi$  پارامتر کشش این مدل است. برای مدل فن تین-تنر در تحقیقات صورت گرفته سه حالت برای تابع  $f(tr\tau_p)$  به صورت رابطه (8) در نظر می‌گیرند [25]. در این تحقیق جهت شبیه‌سازی ترم تنش سیال ویسکوالاستیک از مدل فن-تین-تنر غیرخطی استفاده شده است.

$$f(tr\tau_p) = \begin{cases} 1 + \frac{\varepsilon\lambda}{\eta_p} tr\tau_p & \text{مدل خطی} \\ 1 + \frac{\varepsilon\lambda}{\eta_p} tr\tau_p + \frac{1}{2} \left( \frac{\varepsilon\lambda}{\eta_p} tr\tau_p \right)^2 & \text{مدل درجه دوم} \\ \exp\left(\frac{\varepsilon\lambda}{\eta_p} tr\tau_p\right) & \text{مدل غیرخطی} \end{cases} \quad (8)$$

### 2-1-3- بی‌بعدسازی معادلات حاکم

شبیه‌سازی جریان و انتقال حرارت سیال ویسکوالاستیک در تبدیل واگرای متقارن محوری در این تحقیق با استفاده از دستگاه مختصات استوانه‌ای انجام

اعمال شار حرارتی ثابت بر دیواره‌های تبدیل واگرای صفحه‌ای دریافتند که ناسلت موضعی با افزایش عدد پرانتل افزایش می‌یابد و بیشترین مقدار ناسلت موضعی در ناحیه انبساط ناگهانی رخ می‌دهد. از دیگر نتایج این تحقیق می‌توان به افزایش مقدار ناسلت موضعی با افزایش اندیس توانی اشاره کرد. زددانسکی و همکاران [18-20] جریان آرام و تراکم‌ناپذیر مذاب پلیمری را در تبدیل واگرای صفحه‌ای مورد مطالعه قرار داده‌اند. بررسی اثر اعمال ترم تلفات در معادله انرژی بر پارامترهای جریان و مطالعه تأثیر تغییرات دمای ورودی بر افت فشار جریان مذاب پلیمری در نسبت‌های انبساط مختلف از جمله مواردی است که در این پژوهش‌ها مورد بررسی قرار گرفته‌اند. زددانسکی و همکاران [21] در تازه‌ترین پژوهش خود جریان آرام و تراکم‌ناپذیر مذاب پلیمری را در یک کانال دوبعدی دارای انبساط و انقباض ناگهانی بررسی کردند. در این تحقیق صرفاً به بررسی توزیع ناسلت موضعی در دیواره‌های افقی هندسه مسأله با استفاده از مدل اصلاح‌شده کراس<sup>1</sup> که در آن ویسکوزیته علاوه بر نرخ برش به دما نیز وابسته است پرداخته‌اند. مطالعات آزمایشگاهی پاک و همکاران [22] تنها پژوهشی است که در آن انتقال حرارت جریان سیال ویسکوالاستیک در تبدیل واگرای متقارن محوری مورد بررسی قرار گرفته است. ایشان در آزمایش‌های خود مقادیر ناسلت موضعی و متوسط را در تبدیل واگرای متقارن محوری با بررسی جریان آشفته سیال ویسکوالاستیک در محدوده رینولدز  $6200 \leq Re \leq 63000$  و عدد پرانتل  $8/5 \leq Pr \leq 16/2$  به دست آورده‌اند.

با وجود تحقیقات بسیار کمی که در آن به بررسی انتقال حرارت جریان سیالات غیرنیوتنی و ویسکوالاستیک در تبدیلات واگرا پرداخته شده، انتقال حرارت جریان آرام سیالات ویسکوالاستیک در تبدیلات واگرای صفحه‌ای و متقارن محوری موضوعی است که تاکنون در هیچ تحقیقی مطالعه نشده است. در این تحقیق جریان آرام و انتقال حرارت سیال ویسکوالاستیک در تبدیل واگرای متقارن محوری با نسبت انبساط 1:3 مورد بررسی قرار می‌گیرد. استفاده از مدل فن تین-تنر غیرخطی برای شبیه‌سازی ترم‌های تنش سیال ویسکوالاستیک و در نظر گرفتن برخی از خواص رئولوژیکی و ترمودینامیکی سیال ویسکوالاستیک به صورت تابعی از دما از نوآوری‌های تحقیق کنونی هستند. شکل 1 نمایی سه‌بعدی از هندسه مسأله را نشان می‌دهد. مطابق شکل 1 هندسه مسأله از اتصال دو لوله با نسبت قطرهای 1:3 تشکیل شده است.

### 2- مدل سازی ریاضی

در این بخش معادلات حاکم بر جریان و انتقال حرارت، هندسه و شرایط مرزی مسأله ارائه می‌شود.

#### 2-1-1- معادلات حاکم

##### 2-1-1-1- معادلات حاکم بر جریان و انتقال حرارت

در این قسمت معادلات حاکم بر جریان و انتقال حرارت سیال ویسکوالاستیک ارائه می‌شود. معادلات حاکم بر مسأله مورد نظر شامل معادلات بقای جرم، مومنتم و انرژی که به ترتیب در روابط (3-1) آورده شده است [23].

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \vec{\nabla} \cdot (\rho \vec{V}) = 0 \quad (1)$$

$$\rho \left( \frac{\partial \vec{V}}{\partial t} + (\vec{V} \cdot \vec{\nabla}) \vec{V} \right) = -\vec{\nabla} p + \vec{\nabla} \cdot \tau \quad (2)$$

$$\rho C_p \left( \frac{\partial T}{\partial t} + \vec{V} \cdot \vec{\nabla} T \right) = \vec{\nabla} \cdot (k \vec{\nabla} T) \quad (3)$$

<sup>1</sup>. Cross

هندسی  $(l/d)$  و  $(L/d)$  باید به اندازه کافی بزرگ باشند تا جریان در هردو قسمت بالادست و پایین‌دست تبدیل واگرا به حالت توسعه‌یافته هیدرودینامیکی و در قسمت پایین‌دست به توسعه یافتگی حرارتی تبدیل شود. در این تحقیق طول بخش اول  $(l)$ ، 30 برابر قطر لوله ورودی  $(L = 30d)$  و طول بخش دوم  $(L)$ ، 60 برابر قطر لوله ورودی  $(L = 60d)$  در نظر گرفته شده است.

در ورودی لوله فرض بر این است که جریانی با سرعت و دمای یکنواخت وارد می‌شود. میدان تنش و گرادیان فشار در این مرز صفر در نظر گرفته شده است. در مجاورت دیواره‌های لوله از شرط نداشتن لغزش برای مؤلفه‌های میدان سرعت و دمای ثابت برای میدان دما استفاده شده است. مؤلفه‌های میدان سرعت و تنش در خروجی لوله گرادیان دما صفر فرض شده‌اند.

### 3- روش حل عددی

در این تحقیق از نرم‌افزار متن باز این فوم<sup>1</sup> جهت شبیه‌سازی جریان و انتقال حرارت سیال ویسکوالاستیک استفاده شده است. نرم‌افزار این فوم یک جعبه ابزار دینامیک سیالات محاسباتی است که قادر به مدل‌سازی هر نوع مسأله‌ای شامل معادلات دیفرانسیل جزئی از جمله حل عددی جریان و انتقال حرارت سیالات است. امکان بررسی تمامی جنبه‌های کنویسی از جمله تغییر و توسعه حلگرهای آن به دلیل باز یا آزاد بودن منبع کدهای این نرم‌افزار وجود دارد. در تحقیق حاضر از این مزیت نرم‌افزار این فوم به درستی استفاده شده است. در واقع حلگر ویسکوالاستیک موجود در این نرم‌افزار تنها به حل جریان آرام و تراکم‌ناپذیر سیال ویسکوالاستیک می‌پردازد؛ بنابراین معادله انرژی با استفاده از قابلیت توسعه ساختار و سلسله مراتب حلگرها در این نرم‌افزار به حلگر ویسکوالاستیک اضافه شده است. در این تحقیق علاوه بر حل هم‌زمان معادله انرژی به همراه معادلات بقا، برخی از خواص رئولوژیکی و ترمودینامیکی سیال مانند لزجت  $(\eta)$ ، زمان رهایی از تنش  $(\lambda)$ ، ضریب رسانش  $(k)$  و ظرفیت حرارتی ویژه  $(C_p)$ ، به صورت تابعی از دمای نقطه‌ای سیال در نظر گرفته شده است. کمیت‌های یادشده با این فرضیات پس از هر مرحله با دماهای جدید محاسبه شده و در گام جدید مورد استفاده قرار می‌گیرند. به این منظور از توابع پیشنهادی مارک [26]، روابط (24-28)، استفاده شده است.

$$a(T) = \exp\left[\alpha\left(\frac{1}{T + 273.15} - \frac{1}{T_{in} + 273.15}\right)\right] \quad (24)$$

$$\eta(T) = \eta_0 a(T) \quad (25)$$

$$\lambda(T) = \lambda_0 a(T) \quad (26)$$

$$k(T) = k_0(k_0^* + k_s^* T) \quad (27)$$

$$C_p(T) = C_{p0}(C_{p,0}^* + C_{p,s}^* T) \quad (28)$$

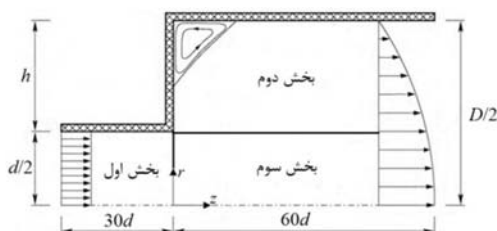


Fig. 2 Schematic figure of problem geometry

شکل 2 شکل شماتیک هندسه مسأله

شده است. پارامترهای بدون بعد مسأله شامل روابط (9-17) است.

$$r^* = \frac{r}{d} \quad z^* = \frac{z}{d} \quad (9)$$

$$v_r^* = \frac{v_r}{U_{in}} \quad v_z^* = \frac{v_z}{U_{in}} \quad (10)$$

$$\rho^* = \frac{\rho d}{\eta_0 U_{in}} \quad \tau^* = \frac{\tau d}{\eta_0 U_{in}} \quad (11)$$

$$\tau_p^{\nabla*} = \frac{\tau_p^{\nabla} d^2}{\eta_0 U_{in}^2} \quad \eta^* = \frac{\eta}{\eta_0} \quad (12)$$

$$\beta = \frac{\eta_s}{\eta_0} \quad \nabla^* = \nabla d \quad (13)$$

$$D^* = \frac{Dd}{U_{in}} \quad Re = \frac{\rho U_{in} d}{\eta_0} \quad (14)$$

$$We = \frac{\lambda U_{in}}{d} \quad En = \frac{We}{Re} \quad (15)$$

$$T_T = \frac{T - T_w}{T_{in} - T_w} \quad \alpha = \frac{k}{\rho C_p} \quad (16)$$

$$Pr = \frac{\eta_0}{\rho \alpha} \quad (17)$$

روابط (3-1) صورت کلی معادلات حاکم بر جریان و انتقال حرارت سیال ویسکوالاستیک است. صورت بدون بعد معادلات پیوستگی، مومنتم و انرژی با در نظر گرفتن سیستم مختصات استوانه‌ای برای هندسه متقارن محوری در دستگاه مختصات استوانه‌ای به شکل روابط (18-21) در می‌آیند.

$$\frac{1}{r^*} \frac{\partial}{\partial r^*} (r^* v_r^*) + \frac{\partial v_z^*}{\partial z^*} = 0 \quad (18)$$

$$v_r^* \frac{\partial v_r^*}{\partial r^*} + v_z^* \frac{\partial v_r^*}{\partial z^*} = \frac{1}{Re} \left( -\frac{\partial p^*}{\partial r^*} + \frac{\partial \tau_{rr}^*}{\partial r^*} + \frac{\partial \tau_{rz}^*}{\partial z^*} + \frac{\tau_{rr}^* - \tau_{\theta\theta}^*}{r^*} \right) \quad (19)$$

$$v_r^* \frac{\partial v_z^*}{\partial r^*} + v_z^* \frac{\partial v_z^*}{\partial z^*} = \frac{1}{Re} \left( -\frac{\partial p^*}{\partial z^*} + \frac{1}{r^*} \frac{\partial}{\partial r^*} (r^* \tau_{rz}^*) + \frac{\partial \tau_{zz}^*}{\partial z^*} \right) \quad (20)$$

$$v_r^* \frac{\partial T_T}{\partial r^*} + v_z^* \frac{\partial T_T}{\partial z^*} = \frac{1}{Re Pr} \left( \frac{1}{r^*} \frac{\partial}{\partial r^*} (r^* \frac{\partial T_T}{\partial r^*}) + \frac{\partial^2 T_T}{\partial z^{*2}} \right) \quad (21)$$

همچنین صورت بدون بعد معادله متشکله فن-تین-تنر (ابطه (7)) به صورت رابطه (22) است.

$$f(tr\tau_p^*) \tau_p^* + We \left( \tau_p^{\nabla*} + \xi(\tau_p^* D^* + D^* \tau_p^*) \right) = 2(1 - \beta) D^* \quad (22)$$

در رابطه (22) عبارت  $f(tr\tau_p^*)$  برای مدل‌های فن-تین-تنر خطی، درجه دوم و غیرخطی به صورت رابطه (23) تعریف می‌شود.

$$f(tr\tau_p^*) = \begin{cases} 1 + \frac{\varepsilon We}{1 - \beta} tr\tau_p^* & \text{مدل خطی} \\ 1 + \frac{\varepsilon We}{1 - \beta} tr\tau_p^* + \frac{1}{2} \left( \frac{\varepsilon We}{1 - \beta} tr\tau_p^* \right)^2 & \text{مدل درجه دوم} \\ \exp\left(\frac{\varepsilon We}{1 - \beta} tr\tau_p^*\right) & \text{مدل غیرخطی} \end{cases} \quad (23)$$

### 2-2- هندسه مسأله و شرایط مرزی

همان‌طور که در شکل 2 مشخص است، پارامترهای هندسی مسأله شامل طول و قطر لوله بالادست  $(l, d)$ ، طول و قطر لوله پایین دست  $(L, D)$  و اختلاف شعاع دو لوله  $h = (D - d)/2$  می‌باشند. شایان ذکر است، نسبت‌های

<sup>1</sup>. OpenFoam

با توجه به نتایج جدول 2 و شکل 4 می‌توان با تقریب خوبی از شبکه M3 برای انجام محاسبات عددی در تحقیق کنونی استفاده کرد.

#### 4-2- ارزیابی صحت نتایج

در این قسمت صحت نتایج حاصل از حل عددی جریان و انتقال حرارت مورد بررسی قرار می‌گیرد.

#### 4-2-1- ارزیابی صحت نتایج حل عددی میدان جریان

در این قسمت نتایج حاصل از حل عددی جریان آرام و توسعه سیال نیوتنی و ویسکوالاستیک در لوله با حل تحلیلی آن جهت ارزیابی صحت نتایج حل عددی برنامه رایانه‌ای مورد مقایسه قرار می‌گیرد.

حل تحلیلی پروفیل سرعت جریان آرام و توسعه یافته سیال نیوتنی در لوله به صورت رابطه (29) تعریف می‌شود [23].

$$u(r) = -\frac{1}{4\mu} \left(\frac{dp}{dz}\right) r_0^2 \left[1 - \left(\frac{r}{r_0}\right)^2\right] \quad (29)$$

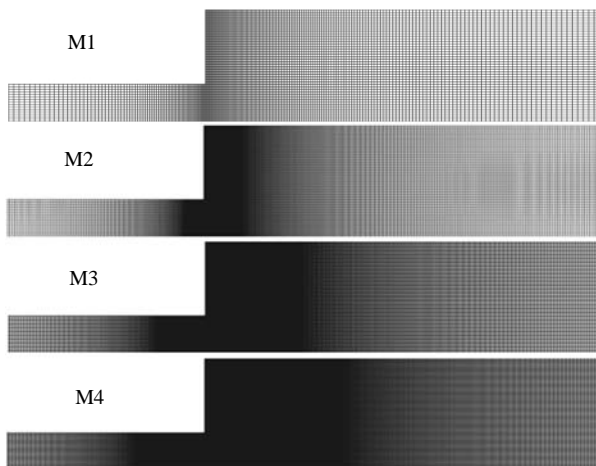


Fig. 3 Computational grid of problem geometry for four meshes  
شکل 3 شبکه محاسباتی هندسه مسئله برای چهار نوع مش

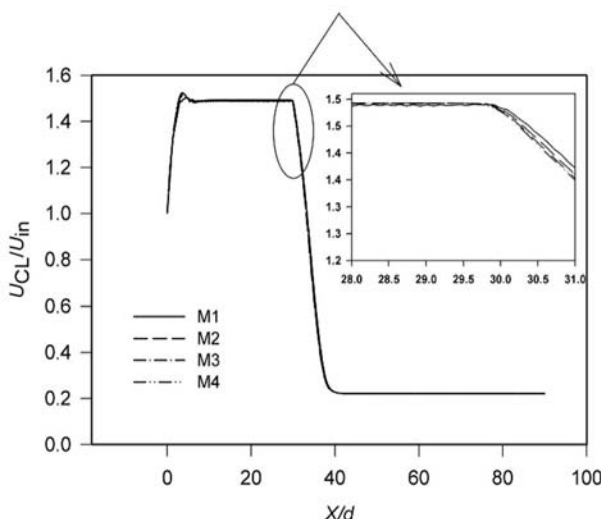


Fig. 4 Comparison of center line velocity in axisymmetric sudden expansion with expansion ratio 1:3 for four meshes M1, M2, M3 and M4 for Re= 60 and En= 0.017

شکل 4 مقایسه سرعت روی خط مرکزی تبدیل واگرای متقارن محوری با نسبت انبساط 1:3 برای چهار نوع شبکه M1, M2, M3 و M4 به ازای Re = 60 و En = 0.017

تمامی روابط بالا به حلگر یادشده اضافه شده است. تمامی متغیرها از جمله سرعت و فشار در این نرم افزار در مرکز سلولها تعریف می‌شوند و برای حل معادلات سرعت، فشار و دما از الگوریتم پیزو<sup>1</sup> استفاده می‌شود. جهت گسسته‌سازی ترم مشتق زمانی از روش اولر<sup>2</sup> و برای گسسته‌سازی گرادیان فشار و سرعت از روش خطی گوس<sup>3</sup> استفاده شده است. جملات شامل عملگر دیورژانس با روش گاوس مین مد<sup>4</sup> و جملات شامل عملگر لاپلاسیان با روش گوس خطی تصحیح شده<sup>5</sup> گسسته‌سازی شده‌اند. با گسسته‌سازی معادلات حاکم دستگاه معادلات خطی تشکیل می‌شود. این دستگاه معادلات با استفاده از روش گرادیان مزدوج برای فشار و گرادیان غیرمزدوج پایدار برای مؤلفه‌های سرعت، دما و تنش حل می‌شود.

#### 4- نتایج

#### 4-1- استقلال حل عددی از شبکه محاسباتی

در این قسمت استقلال حل عددی را از شبکه محاسباتی بررسی می‌کنیم. به طور کلی کوچک کردن سلولهای شبکه از یک سو سبب دقیق تر شدن حل عددی می‌شود و از سوی دیگر هزینه محاسباتی را می‌افزاید. به همین دلیل محدوده حل با چهار شبکه مختلف بررسی شده است. نام گذاری این چهار شبکه با توجه به تعداد سلولهای آنها به ترتیب M1, M2, M3 و M4 است. براساس شکل 2 هندسه مسئله از دو قسمت بالادست و پایین دست جریان تشکیل می‌شود که به ترتیب با بخش‌های اول، دوم و سوم معرفی شده‌اند. تعداد سلولهای متفاوتی در راستای شعاعی و محوری برای شبکه‌بندی‌های مختلف در نظر گرفته شده است. مشخصات این شبکه‌بندی‌ها در جدول 1 ارائه شده است.

در شکل 3 مش بندی هندسه مسئله برای این چهار شبکه نشان داده شده است.

در این قسمت شبکه M4 به عنوان شبکه مرجع برای بررسی استقلال حل عددی از شبکه محاسباتی در نظر گرفته شده است و طول گراها برای جریان سیال نیوتنی در عدد رینولدز 50 و جریان سیال ویسکوالاستیک در عدد رینولدز 60 برای شبکه‌های M1, M2, M3 با شبکه مرجع (M4) مورد مقایسه قرار گرفته است. نتایج این مقایسه و درصد خطای نسبی ناشی از آن (ER) در جدول 2 آورده شده است.

در شکل 4 سرعت روی خط مرکزی تبدیل واگرای متقارن محوری با نسبت انبساط 1:3 برای چهار شبکه M1, M2, M3 و M4 مقایسه شده است. براساس شکل 4 سرعت روی خط مرکزی برای شبکه M3 تفاوت کمی با شبکه M4 دارد. بدیهی است افزایش تعداد سلولهای شبکه محاسباتی سبب افزایش دقت حل عددی و کاهش خطای محاسبات می‌شود. باید توجه داشت که این امر سبب افزایش شدید زمان محاسبات نیز می‌شود. در نتیجه

جدول 1 مشخصات سلولهای شبکه‌های محاسباتی

Table 1 Characteristics of computational grids cells				
M4	M3	M2	M1	
$N_r \times N_z$	$N_r \times N_z$	$N_r \times N_z$	$N_r \times N_z$	
25×300	20×225	15×150	10×75	بخش اول
50×600	40×450	30×300	20×150	بخش دوم
25×600	20×450	15×300	10×150	بخش سوم

1. Simple Algorithm  
2. Euler Method  
3. Gauss Linear Method  
4. Gauss Minmod Method  
5. Gauss Linear Corrected Method

جدول 2 مقایسه طول گردابه‌ها در چهار نوع شبکه‌بندی به همراه خطای نسبی

ERM3%	ERM2%	ERM1%	M4	M3	M2	M1	مشخصات جریان	نوع جریان
0.76	1.25	5.22	5.2063	5.2461	5.3119	5.5204	Re = 50	جریان سیال نیوتنی
0.88	2.62	6.8	5.7356	5.7860	5.8862	6.1261	Re = 60 En = 0.017	جریان سیال ویسکوالاستیک

این قیاس (ER) بیان شده است. نتایج حاصل از حل عددی تحقیق حاضر براساس جدول 3 تطابق خوبی با نتایج تحقیق الیویرا و همکاران [28] دارند. در نتیجه با توجه به شکل‌های 5 و 6 و نتایج جدول 3 می‌توان از صحت نتایج حل عددی میدان جریان اطمینان حاصل کرد.

4-2-2- ارزیابی صحت نتایج حل عددی میدان دما

در این قسمت نتایج حاصل از حل عددی انتقال حرارت جریان آرام و توسعه‌یافته سیال نیوتنی در لوله در حالت دما و شار ثابت با نتایج تحلیلی آن جهت اطمینان از صحت حل عددی معادله انرژی مقایسه می‌شود. توزیع ناسلت موضعی جریان آرام و توسعه‌یافته سیال نیوتنی در حالت دما ثابت با صرف نظر از ترم تلفات در معادله انرژی در شکل 7 نشان داده شده است. براساس شکل 7 مقدار ناسلت موضعی در طول لوله کاهش یافته و به مقدار تحلیلی، 3.66، رسیده است که مطابقت خوبی با حل تحلیلی آن دارد [29].

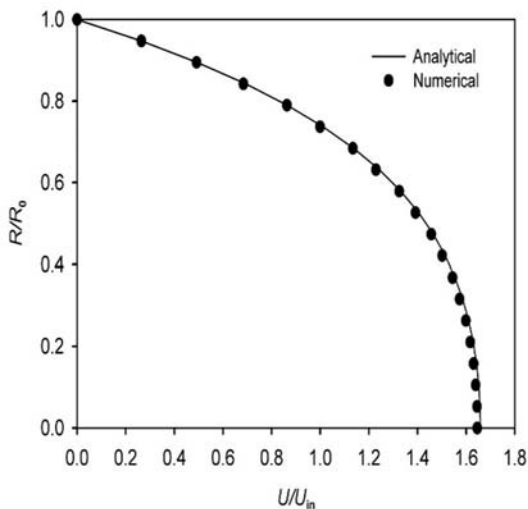


Fig. 6 Comparison of analytical and numerical solution of velocity profile of laminar and fully developed Viscoelastic fluid flow in the pipe

شکل 6 مقایسه حل تحلیلی و عددی توزیع سرعت جریان آرام و توسعه‌یافته سیال ویسکوالاستیک در لوله

جدول 3 مقایسه طول گردابه‌های تحقیق کنونی با نتایج الیویرا همکاران [28] برای نسبت انبساط 1:3 و اعداد رینولدز مختلف

ER	$X_r/d$ [28]	$X_r/d$	Re
0.002	1.15	1.1480	10
0.0214	1.38	1.3586	12.5
0.025	1.87	1.8450	17.5
0.0609	2.64	2.5791	25
0.0494	3.71	3.6606	35
0.1048	5.33	5.2252	50
0.2179	10.8	10.5821	100

صحت نتایج حل عددی برنامه رایانه‌ای با در نظر گرفتن پارامترهای غیرنیوتنی به صورت مقادیر نزدیک به صفر مورد بررسی قرار می‌گیرد. نتایج حاصل از حل عددی جریان آرام و توسعه‌یافته سیال نیوتنی در لوله با حل تحلیلی آن (رابطه 29) در شکل 5 مقایسه شده است. نتایج حاصل از حل عددی تطابق خوبی با نتایج حاصل از حل تحلیلی دارند.

حل تحلیلی پروفیل سرعت جریان آرام و توسعه‌یافته سیال ویسکوالاستیک با استفاده از معادله ساده‌شده فن-تین-تنر (SPTT) به صورت رابطه (30) تعریف می‌شود [27].

$$u^* = \frac{u}{U} = 2 \frac{U_N}{U} \left[ 1 - \left( \frac{r}{R} \right)^2 \right] \left\{ 1 + 16 \varepsilon W e^2 \left( \frac{U_N}{U} \right)^2 \times \left[ 1 + \left( \frac{r}{R} \right)^2 \right] \right\} \quad (30)$$

نتایج حاصل از حل عددی جریان آرام و توسعه‌یافته سیال ویسکوالاستیک با حل تحلیلی آن (رابطه 30) در شکل 6 مقایسه شده و نتایج حاصل از حل عددی با درصد خطای بسیار کمی بر نتایج تحلیلی منطبق است.

براساس بخش مقدمه این مطالعه تاکنون هیچ تحقیقی جریان آرام سیال ویسکوالاستیک در تبدیل واگرای متقارن محوری را بررسی نکرده است. طول گردابه‌های ایجادشده در ناحیه انبساط ناگهانی بهترین کمیت تبدیلات واگراست که می‌توان از صحت نتایج حل مسئله با استدلال به آن اطمینان حاصل کرد. الیویرا و همکاران [28] جریان آرام سیال نیوتنی در تبدیل واگرای متقارن محوری را در محدوده وسیعی از عدد رینولدز و نسبت انبساط،  $0.5 \leq Re \leq 200$  و  $1.5 \leq ER \leq 4$  مورد مطالعه قرار داده‌اند. طول گردابه‌های حاصل از حل عددی تحقیق حاضر برای اعداد رینولدز مختلف و نسبت واگرایی 1:3 با نتایج الیویرا [28] در جدول 3 مقایسه و خطای مطلق

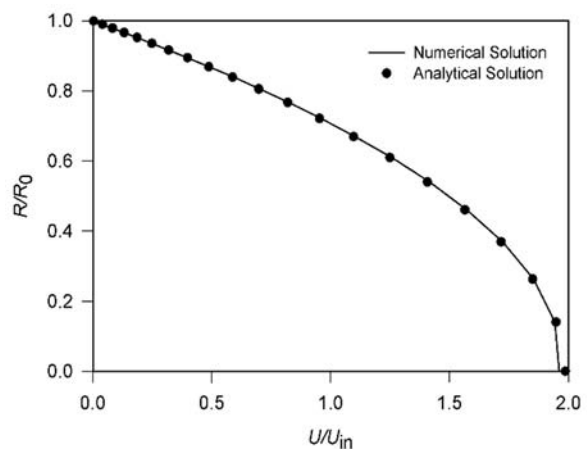


Fig. 5 Comparison of analytical and numerical solution of velocity profile of laminar and fully developed Newtonian fluid flow in the pipe

شکل 5 مقایسه حل تحلیلی و عددی توزیع سرعت جریان آرام و توسعه‌یافته سیال نیوتنی در لوله

ارائه می‌شود. این نتایج شامل بررسی تأثیر خاصیت الاستیک سیال بر طول توسعه‌یافتگی جریان، طول گردابه‌ها و افت فشار جریان است. فهرستی از پارامترهای هیدرودینامیکی و حرارتی سیال مورد استفاده در مطالعه کنونی در جدول 4 بیان شده است.

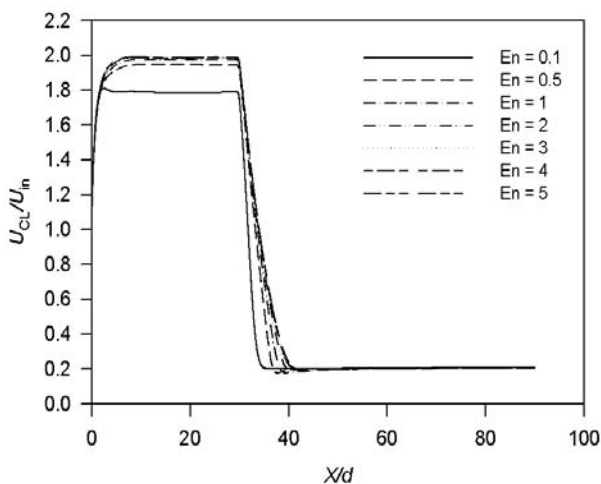
سرعت روی خط مرکزی تبدیل واگرا برای اعداد الاستیک مختلف در عدد رینولدز 20 در شکل 9 نشان داده و بی‌بعدسازی سرعت با استفاده از سرعت یکنواخت ورودی ( $U_{in}$ ) انجام شده است. سرعت سیال تحت تأثیر لزجت سیال و اصطکاک با جداره در زمان ورود سیال با سرعت یکنواخت ( $U_{in}$ ) به قسمت بالادست تبدیل واگرا کاهش می‌یابد. لایه مرزی با پیشرفت جریان در امتداد دیواره گسترش یافته و تأثیر اصطکاک دیواره لوله بیشتر محسوس می‌شود. سرعت در ناحیه بدون اصطکاک مرکزی با کاهش گرادینان سرعت سیال نزدیک دیواره افزایش می‌یابد. سرانجام اثر ویسکوز در فاصله‌ای مناسب و دور از ورودی سراسر بخش بالادست را فراگرفته و جریان در قسمت بالادست تبدیل واگرا به حالت توسعه‌یافتگی هیدرودینامیکی می‌رسد. سرعت سیال با تغییر ناگهانی سطح مقطع در ناحیه انبساط ناگهانی کاهش یافته و دوباره با رشد لایه مرزی در ناحیه پایین‌دست تبدیل واگرا به حالت توسعه‌یافتگی هیدرودینامیکی می‌رسد. براساس شکل 9 پایدارای جریان با افزایش خاصیت الاستیک سیال افزایش یافته و بیشینه سرعت در ناحیه توسعه لوله بالادست به مقدار آن برای سیال نیوتنی یعنی دو برابر سرعت ورودی رسیده است. افزایش خاصیت الاستیک سیال سبب افزایش طول گردابه‌ها و طول توسعه‌یافتگی جریان در قسمت‌های بالادست و پایین‌دست افزوده می‌شود.

در شکل 10 تأثیر افزایش خاصیت الاستیک بر توزیع فشار محوری

جدول 4 مقدار کمیت‌های مفروض این تحقیق

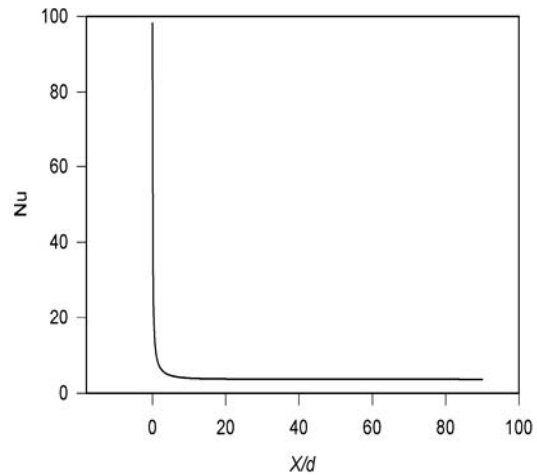
**Table 4** The quantity of values assumed in this study

$\beta$	$\eta_0$ (Pa)	$\rho$ (kg/m <sup>3</sup> )	$\varepsilon$	$\xi$
0.27	1	1226	0.02	0.04
$T_{in}$ (K)	$T_w$ (K)	$K_0$ (W/mK)	$K_0^*$ (1/C <sup>*</sup> )	$K_s^*$ (1/C <sup>*</sup> )
303.15	400	0.008	0.775	0.00118
$\alpha$ (K)	$C_{p0}$ (1/C <sup>*</sup> )	$C_{p,0}$ (1/C <sup>*</sup> )	$C_{p,s}$ (1/C <sup>*</sup> )	$d$ (m)
1720	0.4	1.2122	-0.00112	0.1



**Fig. 9** Comparison of centerline velocity distribution of laminar and fully developed Viscoelastic fluid flow in the sudden expansion for Re=20, Pr = 50 and different elastic number

شکل 9 مقایسه سرعت جریان آرام و توسعه‌یافته سیال ویسکوالاستیک روی خط مرکزی تبدیل واگرا به ازای  $Re = 20$ ,  $Pr = 50$  و اعداد الاستیک مختلف



**Fig. 7** Local nusselt distribution of laminar and fully developed Newtonian fluid flow in the pipe at constant temperature case

شکل 7 توزیع ناسلت موضعی جریان آرام و توسعه یافته سیال نیوتنی در لوله در حالت دما ثابت

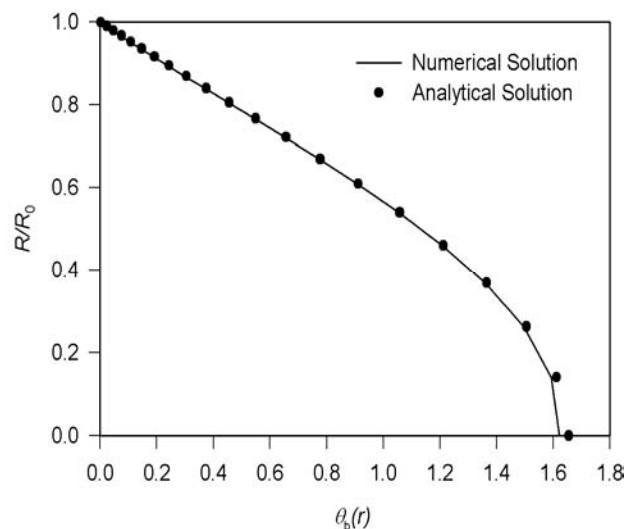
حل تحلیلی توزیع دمای جریان آرام و توسعه‌یافته سیال نیوتنی در لوله در حالت شار ثابت به صورت رابطه (31) بیان می‌شود [29].

$$T(r) = T_w + \frac{q'' r_0}{k} \left[ \left(\frac{r}{r_0}\right)^2 - \frac{1}{4} \left(\frac{r}{r_0}\right)^2 - \frac{3}{4} \right] \quad (31)$$

نتایج حاصل از حل عددی توزیع دمای جریان آرام و توسعه‌یافته سیال نیوتنی در حالت شار ثابت در لوله با نتایج تحلیلی آن (رابطه (31)) در شکل 8 مقایسه شده است. براساس شکل 8 نتایج حاصل از حل عددی با درصد خطای بسیار کمی با نتایج حل تحلیلی مطابقت دارد.

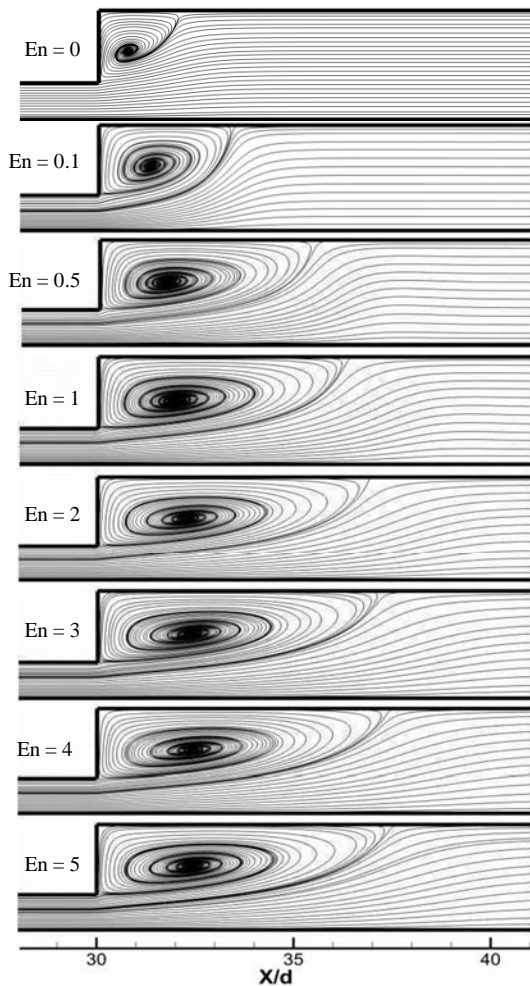
### 3-4- نتایج حاصل از حل میدان جریان

در این قسمت نتایج حاصل از بررسی پارامترهای هیدرودینامیکی جریان سیال ویسکوالاستیک در تبدیل واگرای متقارن محوری با نسبت انبساط 1:3



**Fig. 8** Comparison of analytical and numerical solution of temperature distribution of laminar and fully developed Newtonian fluid flow in the pipe

شکل 8 مقایسه حل تحلیلی و عددی توزیع دمای جریان آرام و توسعه‌یافته سیال نیوتنی در لوله



**Fig. 11** Stream line of Newtonian and Viscoelastic fluid flow in  $Re=20$ ,  $Pr = 50$  and different elastic number

شکل 11 خطوط جریان سیال نیوتنی و ویسکوالاستیک در  $Re=20$ ,  $Pr=50$  و اعداد الاستیک مختلف

انتقال حرارت رسانشی است و عدد ناسلت در ناحیه در حال توسعه حرارتی با افزایش عدد رینولدز به دلیل افزایش سهم انتقال حرارت جابه‌جایی نسبت به انتقال حرارت رسانشی افزایش می‌یابد. ناسلت در ناحیه کاملاً توسعه‌یافته حرارتی ثابت و مستقل از عدد رینولدز و پراکتل به مقدار ثابتی می‌رسد. در قسمت بالادست تبدیل واگرا در حالت توسعه حرارتی و عدد ناسلت در ورودی ناحیه انبساط ناگهانی (خروجی لوله بالادست) مقدار متفاوتی را داراست.

شکل 13 توزیع ناسلت موضعی دیواره پایین‌دست تبدیل واگرا را به ازای اعداد رینولدز مختلف نشان می‌دهد. با توجه به مطالب یادشده از شکل 12 ناسلت موضعی در ناحیه در حال توسعه حرارتی با افزایش عدد رینولدز افزایش یافته است. البته طول کل لوله پایین‌دست تبدیل واگرا به میزان لازم بلند در نظر گرفته شده است. جریان به حالت کاملاً توسعه‌یافته حرارتی رسیده و عدد ناسلت در انتهای لوله پایین‌دست برای تمامی اعداد رینولدز تقریباً به مقدار ثابتی رسیده است. براساس شکل 13 روند تغییرات ناسلت موضعی دیواره پایین‌دست تبدیل واگرا کاملاً با دیواره بالادست متفاوت است. در این شکل ناسلت موضعی به ازای تمامی اعداد رینولدز تا دستیابی به نقطه اوج افزایش و سپس کاهش می‌یابد. انتقال حرارت جابه‌جایی در ناحیه انبساط ناگهانی به دلیل سرعت بسیار کم سیال و تشکیل گردابه‌ها کاهش و انتقال

بررسی شده است. توزیع فشار خطی در منطقه بالادست و پایین‌دست تبدیل واگرا نشان‌دهنده جریان توسعه‌یافته پیش و پس از ناحیه انبساط ناگهانی است.

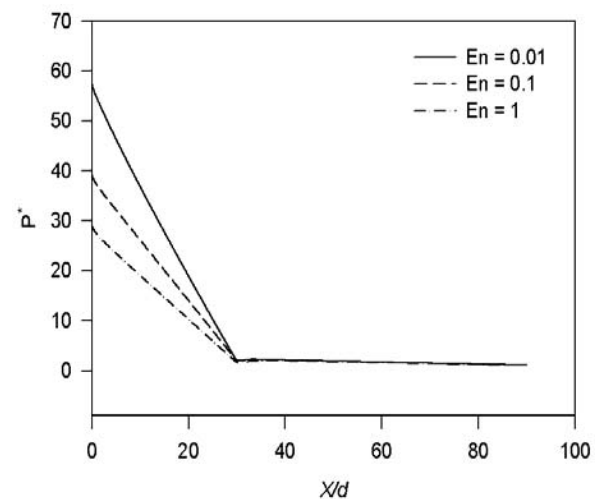
براساس شکل 10 افزایش خاصیت الاستیک سیال سبب کاهش فشار محوری جریان در تبدیل واگرا شده است. با توجه به موارد یادشده در خصوص شکل 9 مقاومت پلیمری سیال با افزایش خاصیت الاستیک و همچنین بیشینه سرعت در ناحیه توسعه‌یافته افزایش می‌یابد؛ بنابراین فشار با افزایش سرعت روی خط مرکزی کاهش می‌یابد و این رفتار به روشنی در شکل 10 قابل مشاهده است.

خطوط جریان سیال نیوتنی ( $En = 0$ ) و سیال ویسکوالاستیک برای اعداد الاستیک مختلف در عدد رینولدز 20 در شکل 11 نشان داده شده است. تغییرات طول گردابه‌ها پس از عدد الاستیک یک به دلیل افزایش مقاومت پلیمری سیال در برابر تغییر شکل‌ها با افزایش خاصیت الاستیک و نشان داده شده در شکل 11 کمتر می‌شود. تغییرات طول گردابه‌ها در اعداد الاستیک بالا به دلیل تجمع تغییر شکل‌ها در المان سیال کمتر می‌شود.

#### 4-4- نتایج حاصل از میدان دما

در این بخش نتایج حاصل از انتقال حرارت جریان اینرسی سیال ویسکوالاستیک در تبدیل واگرای متقارن محوری با نسبت انبساط 1:3 ارائه می‌شود. نتایج برای حالت دمای ثابت دیواره‌ها ارائه می‌شود. سیال با دمای مشخصی به ورودی لوله وارد می‌شود. شرط مرزی تقارن برای مرز پایین در نظر گرفته شده است. در خروجی از شرط مرزی  $(dT/dZ = 0)$  به عنوان شرط توسعه‌یافتگی حرارتی جریان و با توجه به میزان مناسب بزرگ لحاظ کردن طول کل لوله با تقریب خوبی می‌توان استفاده کرد.

شکل 12 تأثیر افزایش عدد رینولدز بر توزیع ناسلت موضعی دیواره بالادست تبدیل واگرا را نشان می‌دهد. براساس شکل 12 افزایش عدد رینولدز سبب افزایش ناسلت موضعی دیواره بالادست تبدیل واگرا شده است. زمان تماس و تبادل حرارت سیال با دیواره با افزایش عدد رینولدز (منجر به افزایش انرژی جنبشی جریان می‌شود) کمتر شده و در نتیجه شیب پروفیل دما در مجاورت دیواره کاهش می‌یابد. عدد ناسلت نسبت انتقال حرارت جابه‌جایی به

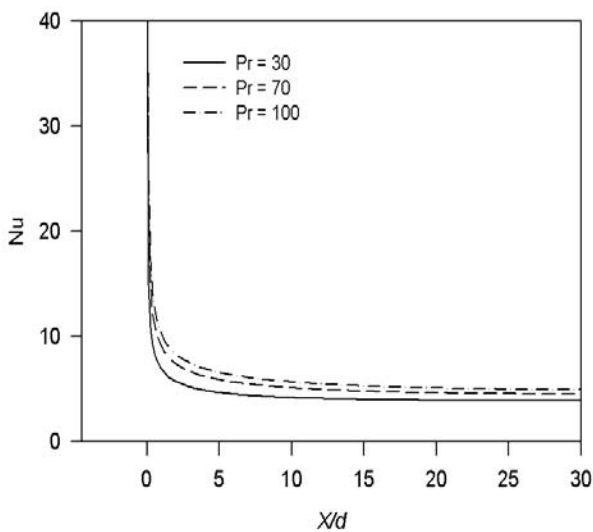


**Fig. 10** Comparison of center line pressure distribution of Viscoelastic fluid flow for  $Re = 20$ ,  $Pr = 50$  and different elastic number

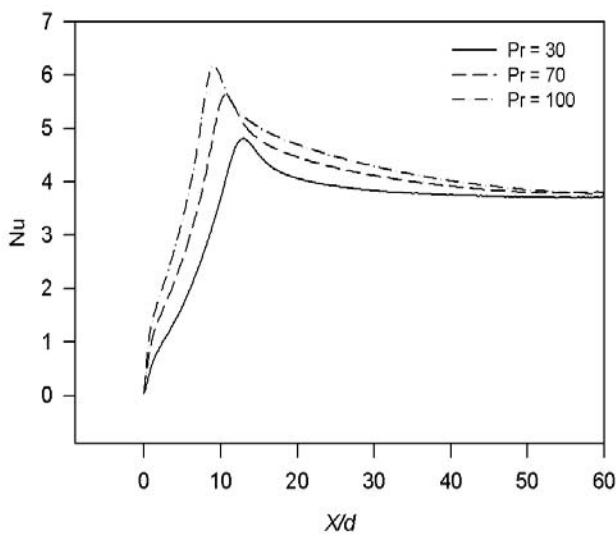
شکل 10 مقایسه تغییرات فشار محوری جریان سیال ویسکوالاستیک روی خط مرکزی تبدیل واگرا به ازای  $Re = 20$ ,  $Pr = 50$  و اعداد الاستیک مختلف



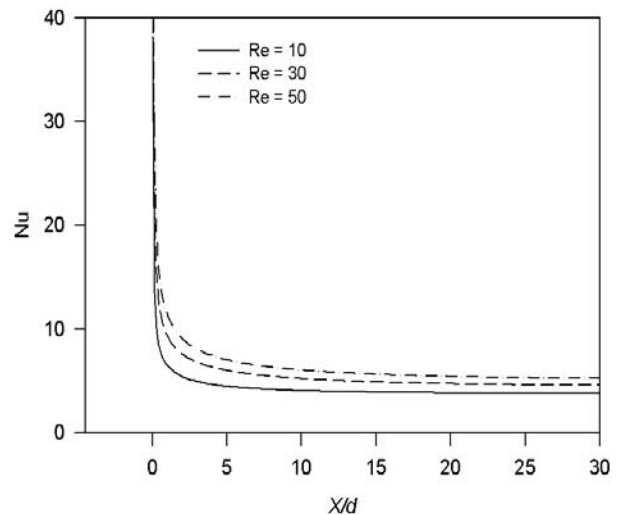
از جمله عایق‌های حرارتی محسوب می‌شوند [26]؛ بنابراین عدد پرانتل را بزرگ لحاظ کردن منطقی به نظر می‌رسد. افزایش عدد پرانتل سبب افزایش ناسلت موضعی در ناحیه در حال توسعه حرارتی برای دیواره‌های بالادست و پایین‌دست تبدیل واگرا شده است. نسبت پخش هیدرودینامیکی جریان به پخش گرما با افزایش عدد پرانتل بیشتر می‌شود. لایه مرزی حرارتی با توجه بزرگ در نظر گرفتن طول کل لوله در فاصله بیشتر در خروجی از طول لوله کامل شده و به حالت کاملاً توسعه‌یافته حرارتی می‌رسد. انتقال حرارت جابه‌جایی نسبت به انتقال حرارت رسانشی در پخش گرما با افزایش عدد پرانتل سهم بیشتری دارد و سبب افزایش عدد ناسلت در ناحیه در حال توسعه حرارتی می‌شود. جریان در لوله بالادست تبدیل واگرا در حالت در حال توسعه حرارتی بوده و در لوله پایین‌دست تبدیل واگرا به حالت کاملاً



**Fig. 14** Nusselt number distribution of upstream wall of sudden expansion for  $Re=20$ ,  $En=1$  and different prandtl number  
 شکل 14 توزیع ناسلت موضعی دیواره بالادست تبدیل واگرا برای  $Re=20$ ،  $En=1$  و اعداد پرانتل مختلف



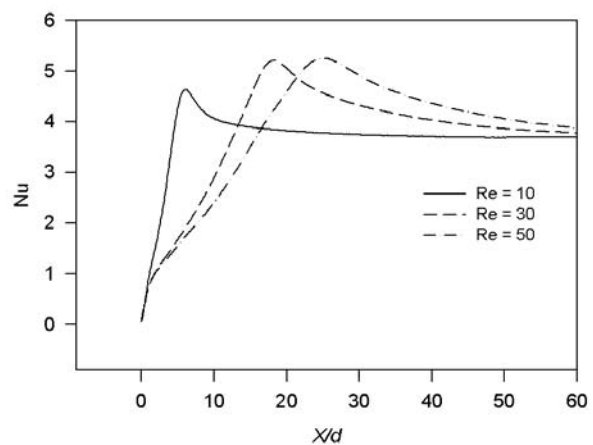
**Fig. 15** Nusselt number distribution of downstream wall of sudden expansion for  $Re = 20$ ,  $En = 1$  and different prandtl number  
 شکل 15 توزیع ناسلت موضعی دیواره پایین دست تبدیل واگرا برای  $En = 1$ ،  $Re = 20$  و اعداد پرانتل مختلف



**Fig. 12** Nusselt number distribution of upstream wall of sudden expansion for  $En=1$ ,  $Pr=50$  and different Reynolds number  
 شکل 12 توزیع ناسلت موضعی دیواره بالادست تبدیل واگرا به ازای  $Pr=50$ ،  $En=1$  و اعداد رینولدز مختلف

حرارت رسانشی افزایش می‌یابد و در نتیجه عدد ناسلت در ناحیه انبساط ناگهانی بسیار کم است، همچنین با توجه به شکل 13 مقدار بیشینه ناسلت موضعی دیواره پایین‌دست تبدیل واگرا با افزایش عدد رینولدز (منجر به رشد طول و قدرت گردابه‌ها می‌گردد) افزوده شده و بیشتر به سمت پایین‌دست جریان پیشروی کرده است. به تدریج ناسلت موضعی پس از ناحیه گردابه به دلیل افزایش ناگهانی سرعت افزایش می‌یابد. مقدار بیشینه ناسلت در شکل 13 تقریباً جای پایان‌یافته گردابه‌ها و روند تغییرات ناسلت مانند لوله صاف شده است. در نتیجه ناسلت موضعی با افزایش ضخامت لایه مرزی حرارتی پس از نقطه اوج تا زمان رسیدن جریان به حالت کاملاً توسعه‌یافته حرارتی کاهش یافته است.

تأثیر عدد پرانتل بر توزیع ناسلت موضعی دیواره‌های بالادست و پایین‌دست تبدیل واگرا در شکل‌های 14 و 15 مورد بررسی قرار گرفته است. بیشتر سیالات غیرنیوتنی مانند مواد پلیمری دارای ضریب نفوذ حرارتی



**Fig. 13** Nusselt number distribution of downstream wall of sudden expansion for  $En=1$ ,  $Pr=50$  and different Reynolds number  
 شکل 13 توزیع ناسلت موضعی دیواره پایین دست تبدیل واگرا به ازای  $Pr=50$ ،  $En=1$  و اعداد رینولدز مختلف

- بیشینه سرعت برای لوله بالادست در حالت توسعه یافته به عدد الاستیک وابسته است. در حقیقت پایداری جریان با فزونی خاصیت الاستیک سیال افزوده و بیشترین مقدار سرعت در حالت توسعه یافته به مقدار آن برای سیال نیوتنی نزدیک تر می‌شود.
- افزایش خاصیت الاستیک سیال سبب افزایش طول گردابه‌ها می‌شود. تغییرات طول گردابه‌ها در اعداد الاستیک بالا به دلیل افزایش مقاومت پلیمری سیال ویسکوالاستیک در برابر تغییر شکل‌ها کمتر می‌شود.
- افزایش خاصیت الاستیک سیال سبب کاهش فشار جریان می‌شود. شیب پروفیل سرعت در مجاورت دیواره با فزونی خاصیت الاستیک سیال، که بیشتر شدن مقاومت پلیمری سیال را در پی دارد، کاهش می‌یابد. سرعت در خط مرکزی با کاهش شیب پروفیل سرعت در مجاورت دیواره با توجه به ثابت بودن دبی جریان در هر مقطع افزایش یافته که کاهش فشار را موجب می‌شود.
- برای میدان دما نیز نتایج بیان شده در زیر حاصل شده است.
- زمان تماس و تبادل حرارت سیال با دیواره با افزایش عدد رینولدز (افزایش انرژی جنبشی جریان را منجر می‌شود) کاهش یافته و دمای سیال در مجاورت دیواره نسبت به اعداد رینولدز کمتر در ناحیه در حال توسعه حرارتی کاهش می‌یابد. ضریب انتقال حرارت جابه‌جایی با کاهش دمای سیال مجاور دیواره و عدد ناسلت در ناحیه در حال توسعه حرارتی افزایش می‌یابد.
- توزیع ناسلت موضعی دیواره پایین دست تبدیل واگرا نشان‌دهنده بیشینه مقدار ناسلت موضعی در ناحیه گردابه‌های پایان یافته است. بیشینه ناسلت با افزایش عدد رینولدز به دلیل رشد طول و قدرت گردابه‌ها بیشتر به سمت پایین دست پیشروی می‌کند.
- افزایش عدد پرانتل سبب افزایش عدد ناسلت در ناحیه در حال توسعه حرارتی می‌شود. عدد ناسلت در ناحیه کاملاً توسعه یافته حرارتی ثابت و مستقل از عدد رینولدز، پرانتل و بریکمن است.
- ناسلت سیال ویسکوالاستیک در یک عدد رینولدز ثابت بیش از سیال نیوتنی است.

#### 6- فهرست علائم

$C_p$	ظرفیت ویژه حرارتی ( $J(kg^{-1}K)$ )
$d$	قطر لوله پایین دست تبدیل واگرا (m)
$D$	قطر لوله بالادست تبدیل واگرا (m)
$En$	عدد الاستیک
$ER$	نسبت انبساط
$K$	ضریب رسانش حرارتی ( $Wm^{-1}K$ )
$l$	طول لوله پایین دست تبدیل واگرا (m)
$L$	طول لوله بالادست تبدیل واگرا (m)
$M1$	شبکه محاسباتی درشت
$M2$	شبکه محاسباتی متوسط
$M3$	شبکه محاسباتی ریز
$M4$	شبکه محاسباتی بسیار ریز
$N$	تعداد سلول‌های شبکه محاسباتی
$Nu$	عدد ناسلت

توسعه یافته حرارتی می‌رسد و عدد ناسلت به مقداری متفاوت در انتهای لوله بالادست و مقداری ثابت در تمامی اعداد پرانتل در انتهای لوله پایین دست رسیده است.

توزیع ناسلت موضعی دیواره پایین دست تبدیل واگرا برای جریان سیال نیوتنی و ویسکوالاستیک در شکل 16 قیاس شده است. با نگاهی به پیش بینی در این خصوص ناسلت سیال ویسکوالاستیک بیشتر از ناسلت سیال نیوتنی است. جریان سیال ویسکوالاستیک در یک عدد رینولدز ثابت به دلیل بسیاری ویسکوزیته آن نسبت به جریان سیال نیوتنی دارای انرژی جنبشی افزون تری است که سبب می‌شود دمای سیال ویسکوالاستیک در مجاورت دیواره نسبت به جریان سیال نیوتنی کاهش یافته و ضریب انتقال حرارت جابه‌جایی در جریان سیال ویسکوالاستیک بیش از جریان سیال نیوتنی در نتیجه بیشینه ناسلت موضعی سیال ویسکوالاستیک بیش از سیال نیوتنی است. براساس شکل 16 بیشینه ناسلت موضعی برای جریان سیال ویسکوالاستیک به دلیل فزونی طول گردابه‌های سیال ویسکوالاستیک نسبت به سیال نیوتنی بیشتر به سمت پایین دست پیشروی کرده است.

#### 5- جمع بندی نتایج

شبیه‌سازی عددی جریان و انتقال حرارت سیال ویسکوالاستیک در تبدیل واگرای متقارن محوری در این پژوهش با نسبت انبساط 1:3 مطالعه شده است. معادله متشکله فن-تین-نتر غیرخطی برای شبیه‌سازی ترم تنش سیال ویسکوالاستیک مورد استفاده قرار گرفته است. برخی از خواص رئولوژیکی و ترمودینامیکی سیال ویسکوالاستیک به صورت تابعی از دما محسوب شده که این فرض در حل معادله انرژی با توجه به وابستگی بسیار برخی از خواص سیال ویسکوالاستیک به دما ضروری است. نتایج این بررسی برای میدان جریان به شرح زیر است.

- طول توسعه یافتگی هیدرودینامیکی جریان با افزایش خاصیت الاستیک سیال که افزایش طول گردابه‌ها را در پی دارد در قسمت‌های بالادست و پایین دست افزایش می‌یابد.

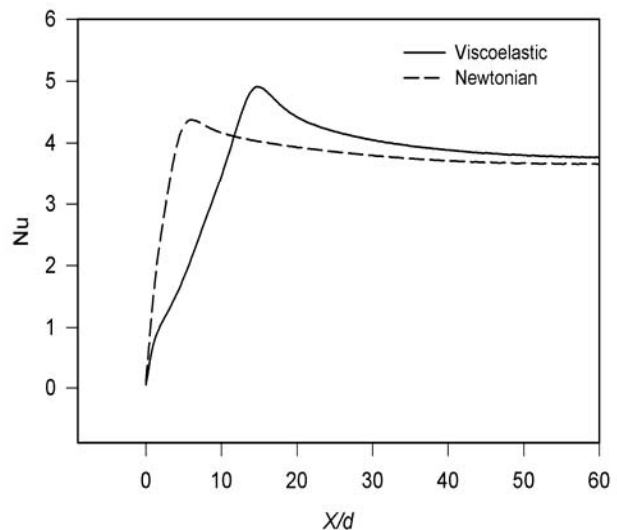


Fig. 16 Comparison of nusselt number distribution of downstream wall of sudden expansion in  $Re = 20$  and  $Pr = 50$  for a) Newtonian fluid flow ( $En = 0$ ) and b) Viscoelastic fluid flow ( $En = 1$ )

شکل 16 مقایسه ناسلت موضعی دیواره پایین دست تبدیل واگرا به ازای  $Re = 20$  و  $Pr = 50$  برای الف) جریان سیال نیوتنی ( $En = 0$ ) ب) جریان سیال ویسکوالاستیک ( $En = 1$ )

Engineering, Vol. 13, No. 3, pp. 28-36, 2013. (in Persian فارسی)

[6] R. Manica, A. L. De Bortoli, Simulation of sudden expansion flows for power-law fluids, *Non-Newtonian Fluid Mechanics*, Vol. 121, No. 7, pp. 35–40, 2004.

[7] P. Ternik, Planar sudden symmetric expansion flows and bifurcation phenomena of purely viscous shear-thinning fluids, *Non-Newtonian Fluid Mechanics*, Vol. 157, No. 15, pp. 15–25, 2009.

[8] P. Ternik, New contributions on laminar flow of inelastic non-Newtonian fluid in the two-dimensional symmetric expansion: Creeping and slowly moving flow conditions, *Non-Newtonian Fluid Mechanics*, Vol. 165, No. 5, pp. 1400–1411, 2010.

[9] F. T. Pinho, P. J. Oliveira, J. P. Miranda, Pressure losses in the laminar flow of shear-thinning power-law fluids across a sudden axisymmetric expansion, *Heat and Fluid Flow*, Vol. 24, No. 12, pp. 747–761, 2003.

[10] S. Dhinkaran, M.S.N. Oliveira, F.T. Pinho, M.A. Alves, Steady flow of power-law fluids in a 1:3 planar sudden expansion, *Non-Newtonian Fluid Mechanics*, Vol. 198, No. 5, pp. 45–48, 2013.

[11] G. N. Rocha, J. R. Poole, J. Oliveira, Bifurcation phenomena in Viscoelastic flows through a symmetric 1:4 expansion, *Non-Newtonian Fluid Mechanics*, Vol. 141, No. 9, pp. 1–17, 2007.

[12] R.J. Poole, F.T. Pinho, M.A. Alves, P. J. Oliveira, The effect of expansion ratio for creeping expansion flows of UCM fluids, *Non-Newtonian Fluid Mechanics*, Vol. 163, No. 6, pp. 35-44, 2009.

[13] R. J. Poole, M. A. Alves, P. J. Oliveira, F. T. Pinho, Plane sudden expansion flows of viscoelastic liquids, *Non-Newtonian Fluid Mechanics*, Vol. 146, No. 2, pp. 79–91, 2007.

[14] P. J. Oliveira, Asymmetric flows of viscoelastic fluids in symmetric planar expansion geometries, *Non-Newtonian Fluid Mechanics*, Vol. 114, No. 7, pp. 33–63, 2003.

[15] B. Pak, Y. I. Cho, S. U. S. Choi, Separation and reattachment of non-newtonian fluid flows in a sudden expansion pipe, *Non-Newtonian Fluid Mechanics*, Vol. 37, No. 9, pp. 175-199, 1990.

[16] M. Norouzi, M. M. Shahmardan, A. S. Zahiri, Bifurcation phenomena of inertial viscoelastic fluid flow through gradual expansions, *Journal of Rheology Acta*, Vol. 54, No. 123, pp. 423-435, 2015.

[17] S. K. Mushatet, A. Q. Rishak, E. S. Hamdi, Effect of Prandtl Number on Heat Transfer Enhancement for Non-Newtonian Fluid Flow inside a Sudden Expansion, *Mechanical Engineering*, Vol. 41, No. 7, pp. 1137-1141, 2013.

[18] P. S. B. Zdanski, Jr. M. Vaz, polymer melt flow in sudden expansion: the effect of viscous, *Thermal Engineering*, Vol. 7, No. 1, pp. 65-70, 2008.

[19] P. S. B. Zdanski, Jr. M. Vaz, Non-isothermal polymer melt flow in sudden expansion, *Non-Newtonian Fluid Mechanics*, Vol. 161, No. 5, pp. 42-47, 2009.

[20] P. S. B. Zdanski, Jr. M. Vaz, Three-dimensional polymer melt flow of power-law fluids in a 1:3 planar sudden expansion, *Non-Newtonian Fluid Mechanics*, Vol. 198, No. 5, pp. 45–48, 2013.

[21] P. S. B. Zdanski, Jr. M. Vaz, A. P. C. Dias, Forced convection heat transfer of polymer melt flow inside channels with contraction/ expansion section., *Heat and Mass Transfer*, Vol. 38, No. 11, pp. 1335-1339, 2011.

[22] B. Pak, Y. I. Cho, S. U. S. Choi, A study of turbulent heat transfer in a sudden expansion pipe with drag-reducing viscoelastic fluid, *Heat and Mass Transfer*, Vol. 34, No. 4, pp. 1195-1208, 1991.

[23] F. M. White, *Viscous Fluid Flow*, 3rd Edition, Vol. 3, pp. 96-205, New York: MC Graw-Hill, 2006.

[24] N. Phan-Thien, R. I. Tanner, A new constitutive equation derived from network theory, *Non-Newtonian Fluid Mechanics*, Vol. 2, No. 6, pp. 353-365, 1997.

[25] N. Phan-Thien, non-linear network viscoelastic model, *Rheology*, Vol. 22, pp. 259-283, 1978.

[26] J. E. Mark, *Physical properties of polymers Handbook*, pp. 105- 111, Springer, 2007.

[27] P.J. Oliveira, F.T. Pinho, Analytical solution for fully developed channel and pipe flow of Phan-Thien-Tanner fluids, *Fluid Mechanics*, Vol. 387, No. 25, 271-280, 271-280.

[28] P. J. Oliveira, F. T. Pinho, A. Schulte, A general correlation for the local loss coefficient in Newtonian axisymmetric sudden expansions, *Heat and Fluid Flow*, Vol. 19, No. 19, pp. 655-660, 1998.

[29] F. P. Incropera, D. P. DeWitt, T. L. Bergman, A. S. Lavine, *Introduction to Heat Transfer*, 7th Edition, Vol. 8, pp. 524-538, USA: John Wiley & Sons, 2013.

فشار	$P$	$(\text{kgm}^{-1}\text{s}^{-2})$
عدد پراتل	$Pr$	
شار دیواره	$q''$	$(\text{Wm}^{-2})$
عدد رینولدز	$Re$	
دما	$T$	(K)
سرعت یکنواخت ورودی	$U_{in}$	$(\text{ms}^{-1})$
بردار سرعت	$\vec{v}$	$(\text{ms}^{-1})$
عدد وایزنبرگ	$We$	
<b>علائم یونانی</b>		
نسبت لزجت سیال حلال به لزجت محلول	$\beta$	
نرخ برش	$\dot{\gamma}$	$(\text{s}^{-1})$
پارامتر بدون بعد کشش مدل رئولوژیکی فن - تین - تنر	$\varepsilon$	
لزجت	$\eta$	$(\text{kgm}^{-1}\text{s}^{-1})$
دمای بدون بعد	$\theta_b$	
زمان رهایی از تنش	$\lambda$	(s)
پارامتر بدون بعد تنظیم‌پذیر مدل رئولوژیکی فن - تین - تنر	$\xi$	
چگالی	$\rho$	$(\text{kgm}^{-3})$
تانسور تنش	$\tau$	$(\text{kgm}^{-1}\text{s}^{-2})$
<b>بالا نویس</b>		
پارامتر بدون بعد	*	
<b>زیر نویس‌ها</b>		
خط مرکزی تبدیل واگرا	CL	
ورودی	in	
نوع سیال نیوتنی	n	
نوع سیال پلیمری	p	
مؤلفه شعاعی	r	
دیواره	w	
مؤلفه محوری	z	

**7- مراجع**

[1] F. Durst, A. Melling, J. H. Whitelaw, Low Reynolds number flow over a plane symmetric sudden expansion, *Fluid Mechanics*, Vol. 64, No. 16, pp. 111–128, 1974.

[2] W. Chedron, F. Durst, J. H. Whitelaw, Asymmetric flows and instabilities in symmetric ducts with sudden expansions, *Fluid Mechanics*, Vol. 84, No. 8, pp. 13–31, 1978.

[3] Y. Ouwa, M. Watanabe, H. Asawo, Flow visualization of a two-dimensional water jet in a rectangular channel, *Applied Physics*, Vol. 20, No. 4, pp. 243–247, 1981.

[4] T. Kondoh, Y. Nagano, T. Tsuji, Computational study of laminar heat transfer downstream of a backward-facing step, *Heat and Mass Transfer*, Vol. 36, No. 3, pp. 577-591, 1993.

[5] M. M. Shahmardan, M. Norouzi, A. S. Zahiri, instability investigation of Newtonian flow in a planar gradual expansion, *Modares Mechanical*