



## مشخصه‌های ارتعاشی لوله‌های حامل سیال مجهز به جاذب ارتعاشی

موسی رضائی<sup>1\*</sup>، وحید عربملکی<sup>2</sup>

1- استاده، مهندسی مکانیک، دانشگاه تبریز، تبریز

2- دانشجوی دکتری، مهندسی مکانیک، دانشگاه تبریز، تبریز

\* دانشگاه تبریز، صندوق پستی 315-51665، m\_rezaee@tabrizu.ac.ir

### اطلاعات مقاله

مقاله پژوهشی کامل  
دریافت: 16 فروردین 1396  
پذیرش: 14 خرداد 1396  
ارائه در سایت: 16 تیر 1396

کلید واژگان:

لوله حامل سیال  
جاذب ارتعاشی  
رفتار ویسکوالاستیک  
فرکانس‌های طبیعی  
سرعت بحرانی

### چکیده

ارتعاشات ناشی از سیال در لوله‌های حامل سیال می‌تواند باعث خستگی و شکست در این سیستم‌ها شود. از این رو کنترل ارتعاشات ناخواسته و کاهش دامنه نوسانات در لوله‌های حامل سیال حائز اهمیت می‌باشد. بدین منظور، در تحقیق حاضر با ارائه جاذب ارتعاشی غیرفعال برای لوله‌های حامل سیال، تأثیر پارامترهای جاذب بر مشخصه‌های ارتعاشی سیستم بررسی شده است. معادلات حاکم بر حرکت با استفاده مستقیم از قانون دوم نیوتن استخراج و با حل تحلیلی معادلات بر مبنای سری‌های توانی، معادله مشخصه و شکل مودهای ارتعاشی سیستم استخراج شده است. پس از صحنه‌سنجی نتایج، تأثیر پارامترهای جاذب ارتعاشی و سرعت سیال بر مشخصه‌های ارتعاشی لوله حامل سیال بررسی شده است. نتایج نشان می‌دهد که تأثیر جاذب بر کاهش حداکثر دامنه نوسانات با افزایش جرم جاذب کمتر شده و در سرعت‌های مختلف سیال، با تعیین مقدار مناسب پارامترهای جاذب، می‌توان دامنه نوسانات سیستم را به صورت قابل ملاحظه‌ای کاهش داد. استفاده از جاذب ارتعاشی مناسب باعث می‌شود تا در سرعت‌های سیال نزدیک به سرعت بحرانی سیال که دامنه نوسانات سیستم به بیشترین مقدار خود می‌رسد، حداکثر دامنه نوسانات سیستم به ازای جاذب واقع در موقعیت 0.07 از انتهای لوله در حدود 98 درصد کاهش یابد. روش ارائه شده در تحقیق حاضر به سهولت می‌تواند جهت طراحی جاذب ارتعاشی غیر فعال برای لوله‌های حامل سیال با انواع مختلف شرایط مرزی مورد استفاده قرار گیرد.

## Vibration Characteristics of Fluid-Conveying Pipes in Presence of a Dynamic Vibration Absorber

Mousa Rezaee\*, Vahid Arab Maleki

Department of Mechanical Engineering, University of Tabriz, Tabriz, Iran

\* P.O.B. 51665-315, Tabriz, Iran, m\_rezaee@tabrizu.ac.ir

### ARTICLE INFORMATION

Original Research Paper  
Received 05 April 2017  
Accepted 04 June 2017  
Available Online 07 July 2017

#### Keywords:

Fluid Conveying Pipe  
Vibration Absorber  
Viscoelastic Behavior  
Natural Frequencies  
Critical Velocity

### ABSTRACT

The fluid induced vibration in fluid conveying pipes can cause fatigue and failure in the system. Therefore, controlling these unwanted vibrations and suppressing the vibrations of the fluid conveying pipe is important. In this paper by considering the passive vibration absorber for the fluid conveying pipe, the influence of the vibration absorber parameters on the dynamic behavior of the system is investigated. The governing equations of motion are obtained via the Newton's second law, and analytical solutions for the characteristic equation and mode shapes of the system are obtained through the power series method. After verifying the obtained results, the effect of the vibration absorber parameters and the fluid flow velocity on the vibration behavior of the fluid conveying pipe have been investigated. Results show that by increasing the absorber mass, the effect of absorber on decreasing the oscillations amplitude is diminished. At different fluid velocities, the oscillation amplitude of the system can be reduced considerably by specifying proper values of the absorber parameters. At velocities near the critical velocity, where the oscillation amplitude reaches a maximum value, using a suitable vibration absorber may reduce the maximum oscillations amplitude of the system by 98%. The method presented in current study can be easily generalized to design passive vibration absorber for fluid conveying pipes with different boundary conditions.

### 1- مقدمه

سیال، کنترل و کاهش دامنه ارتعاشات آن‌ها ضروری می‌باشد. محققان با استفاده از تئوری‌های خطی [1] و غیرخطی [2,3] و همچنین به صورت تجربی [4] به بررسی رفتار دینامیکی لوله‌های حامل سیال پرداخته‌اند. پادوسیس و لی [5] در مطالعه مروری خود به جمع‌آوری و بررسی مطالعات انجام شده در زمینه رفتار ارتعاشی لوله‌های حامل سیال پرداختند، همچنین پادوسیس و ایسید [6] و [7] اولین کسانی بودند که به

با توجه به کاربردهای گسترده لوله‌های حامل سیال در صنایع مختلف، در سال‌های اخیر مدل‌سازی ریاضی رفتار ارتعاشی لوله‌های حامل سیال مورد توجه محققان مختلفی قرار گرفته است. در این سیستم‌ها افزایش سرعت سیال باعث افزایش دامنه نوسانات ارتعاشات خود تحریک می‌شود، بنابراین جهت جلوگیری از پدیده‌هایی مانند خستگی و شکست در لوله‌های حامل

Please cite this article using:

M. Rezaee, V. Arab Maleki, Vibration Characteristics of Fluid-Conveying Pipes in Presence of a Dynamic Vibration Absorber, *Modares Mechanical Engineering*, Vol. 17, No. 7, pp. 31-38, 2017 (in Persian)

برای ارجاع به این مقاله از عبارت ذیل استفاده نمایید:

به صورت تئوری و تجربی به مطالعه رفتار سیستم پرداختند. نتایج آن‌ها نشان می‌دهد که مدل ارائه شده توسط آن‌ها سرعت ناپایداری فلاتر را تا حد قابل ملاحظه‌ای افزایش می‌دهد.

تمام روش‌های کنترلی ذکر شده نیاز به سنسورها و تجهیزات کنترلی دارند. با توجه به این‌که استفاده از این نوع کنترلرها نسبت به روش‌های کنترل غیرفعال بسیار پیچیده و پرهزینه می‌باشند بنابراین روش‌های کنترل غیرفعال می‌تواند عملکرد مناسب و کارآمدی در کنترل ارتعاشات لوله‌های حامل سیال داشته باشد. در روش کنترل غیرفعال، از جاذب‌های تشکیل شده از جرم، فنر و دمپر استفاده می‌شود. این جاذب‌ها اگر به طور بهینه طراحی و استفاده شوند، می‌توانند به میزان قابل توجهی دامنه ارتعاشات سیستم را کاهش دهند. این جاذب‌ها به دلیل هزینه کم در ساخت و تعمیر و نگهداری به صورت مؤثر در بخش‌های مختلف صنایع مورد استفاده قرار می‌گیرند. همان‌طور که مشاهده می‌شود اکثر مطالعات انجام شده در زمینه کنترل ارتعاشات لوله‌های حامل سیال با استفاده از روش‌های کنترل فعال بوده که نیازمند استفاده از تجهیزات پرهزینه و در برخی موارد غیرعملی می‌باشد. بنابراین استفاده از جاذب‌های ارتعاشی غیرفعال می‌تواند زمینه جدیدی در کنترل ارتعاشات لوله‌های حامل سیال و کاهش دامنه نوسانات سیستم باشد. با گسترش روز افزون مواد مهندسی استفاده از مواد مختلف در صنایع مختلف مانند خطوط لوله‌های حامل سیال مورد توجه قرار گرفته است. طیف بسیار وسیعی از این مواد در حوزه ویسکوالاستیک قرار دارند و رفتار آن‌ها تابعی از زمان است. با گسترش روز افزون علم و پیشرفت مواد مهندسی لوله‌های پلاستیکی، پلی‌اتیلن که دارای خواص ویسکوالاستیک هستند [19-21] کاربردهای گسترده‌ای به خود پیدا کرده‌اند. همچنین مطالعات نشان می‌دهد که لوله‌های فلزی به‌ویژه در دماهای بالا رفتار ویسکوالاستیک دارند [22,23] و نمی‌توان از خاصیت ویسکوالاستیک آن‌ها صرف‌نظر نمود. از این رو شناخت رفتار مکانیکی این مواد به دلیل رفتار متفاوت آن‌ها نسبت به مواد الاستیک، از اهمیت فراوانی برخوردار است که در تحقیق حاضر این رفتار در معادلات سیستم لحاظ شده است.

با توجه به بررسی مطالعات انجام شده مشاهده می‌شود که تاکنون تأثیر استفاده از جاذب ارتعاشی دینامیکی بر فرکانس‌های طبیعی و شکل مودهای ارتعاشی لوله‌های حامل سیال مورد مطالعه قرار نگرفته است. از این رو در پژوهش حاضر، تأثیر پارامترهای جاذب ارتعاشی دینامیکی بر مشخصه‌های ارتعاشی لوله‌های حامل سیال با تکیه‌گاه‌های ساده در دو انتها مورد مطالعه قرار گرفته است. علاوه بر این به منظور در نظر گرفتن فرضیات واقع‌بینانه‌تر، رفتار ماده به صورت ویسکوالاستیک فرض شده است. معادلات حاکم بر حرکت با استفاده مستقیم قانون دوم نیوتن و در نظر گرفتن رفتار ویسکوالاستیک استخراج شده و با استفاده از روش حل تحلیلی ارائه شده برای لوله‌های حامل سیال، معادله مشخصه و شکل مودهای ارتعاشی سیستم استخراج شده است. در نهایت پس از صحنه‌سنجی نتایج با نتایج مشابه موجود در ادبیات فن، تأثیر پارامترهای جاذب بر فرکانس‌های طبیعی و شکل مود ارتعاشی سیستم مورد مطالعه قرار گرفته است.

## 2- استخراج مدل ریاضی

در "شکل 1- الف" لوله حامل سیال با تکیه‌گاه‌های ساده در دو انتها و مجهز به جاذب ارتعاشی یک درجه آزادی نشان داده شده است. جاذب ارتعاشی در موقعیت  $x_{abs}$  از سمت چپ لوله متصل و  $m$ ،  $K$  و  $C$  به ترتیب نشان دهنده جرم، سفتی و میرایی جاذب ارتعاشی می‌باشند. به منظور استخراج معادله

صورت تجربی رفتار ارتعاشی لوله‌های یکسرگردار حامل سیال را مورد مطالعه قرار دادند. در صورتی که دینامیک سیستم و طبیعت تحریک آن مشخص باشد، می‌توان ارتعاشات سازه را با استفاده از جاذب‌های ارتعاشی کنترل کرد. کنترل ارتعاشات توسط جاذب‌های دینامیکی را می‌توان به سه دسته کلی: کنترل ارتعاشات غیرفعال، کنترل ارتعاشات نیمه فعال و کنترل ارتعاشات فعال تقسیم‌بندی کرد که نوع غیرفعال آن با توجه به سادگی، اثر بخشی و عدم نیاز به منبع انرژی مجزا و نیز ویژگی‌های پایداری ذاتی به طور گسترده‌ای در کنترل ارتعاشات مورد استفاده قرار می‌گیرد. علی‌رغم اهمیت گسترده کنترل ارتعاشات در سازه‌ها، در زمینه کنترل دامنه نوسانات لوله‌های حامل سیال تحقیقات بسیار محدودی انجام شده است و اکثر این تحلیل‌ها مبتنی بر روش‌های کنترل فعال ارتعاشات می‌باشد [8-11]. این روش‌ها نیاز به تجهیزات خارجی و منبع انرژی داشته و از این رو بسیار پرهزینه بوده و دارای محدودیت‌های کاربردی می‌باشند. دوکی و همکاران [12] با استفاده از کنترلر PID به بررسی تئوری و تجربی کنترل فعال لوله‌های یکسرگردار حامل سیال پرداختند. نتایج مطالعات آن‌ها نشان می‌دهد که کنترل فعال ارتعاشات باعث کاهش قابل ملاحظه‌ای در دامنه نوسانات لوله‌های حامل سیال می‌شود. لین و چو [13] و لین و همکاران [14] با استفاده از محرک‌های پیزوالکتریک به کنترل فعال ناپایداری فلاتر در لوله‌های یکسرگردار حامل سیال پرداختند. آن‌ها با استفاده از تئوری تیر اویلر-برنولی معادلات حاکم بر حرکت سیستم را استخراج کرده و با استفاده از روش المان محدود به بررسی پاسخ دینامیکی سیستم پرداختند. آن‌ها با استفاده از روش مدل فضای حالت و به کمک نیروی ایجاد شده توسط محرک‌های پیزوالکتریک، سرعت ناپایداری فلاتر در لوله‌های حامل سیال را افزایش دادند که میزان این افزایش به مقدار ولتاژ اعمالی به محرک‌ها بستگی دارد. باو [15] به مطالعه کنترل رفتار آشوبناک لوله‌های حامل سیال با تکیه‌گاه‌های ساده در دو انتها با استفاده از روش کنترلی فیلتر شکاف‌دار پس‌خوراند پرداخت. کوساکی و یابونو [16] به ارائه روش کنترلی جهت کاهش ارتعاشات خود تحریک لوله‌های یکسرگردار حامل سیال با جرم متمرکز در انتهای آن پرداخته و سپس به صورت تئوری و تجربی عملکرد روش کنترل فعال ارائه شده را مورد مطالعه قرار دادند. با توجه به اینکه لوله حامل سیال سیستم خود الحاق نیست بنابراین شکل مودهای ناپایدار لوله‌های حامل سیال مشابه هیچ یک از شکل مودهای لوله در غیاب جریان سیال نمی‌باشد. آن‌ها بدون استفاده از شکل مودهای لوله در غیاب جریان، روشی را جهت محاسبه شکل مودهای لوله حامل سیال ارائه کردند. در روش کنترلی ارائه شده توسط آن‌ها، هنگامی که سیستم در وضعیت پایدار قرار دارد ولتاژ اعمال شده به محرک پیزوالکتریک برابر صفر بوده و با افزایش ولتاژ اعمالی به محرک، سرعت بحرانی سیستم افزایش می‌یابد. آن‌ها نشان دادند با توجه به این‌که شکل مود ناپایدار به صورت مستقیم تعیین می‌شود بنابراین در روش کنترلی ارائه شده تنها یک حس‌گر نیاز می‌باشد. با استفاده از محرک‌های پیزوالکتریک، تسای و لین [17] یک روش کنترلی سازگار جهت جلوگیری از پدیده فلاتر در لوله‌های یکسرگردار حامل سیال ارائه کردند. نتایج مدل‌سازی آن‌ها نشان می‌دهد که سیستم ارائه شده می‌تواند تا 50% سرعت فلاتر را افزایش دهد. تانی و همکاران [18] با استفاده از روش دیگری به کنترل ارتعاشات لوله‌های حامل سیال پرداختند. آن‌ها با استفاده از تاندون‌هایی که به موتور الکتریکی متصل شده بودند برای کاهش ارتعاشات لوله‌های حامل سیال استفاده کردند. آن‌ها با محاسبه کوپل اعمال شده به لوله توسط سروو موتور، با استفاده از روش گالرکین معادله حاکم بر سیستم را حل کرده و

$$\frac{dW}{dt} = - \int_0^L \frac{\partial w}{\partial t} m_f \left[ \frac{\partial}{\partial t} + U \frac{\partial}{\partial x} \right]^2 dx \quad (5)$$

$$\Delta W = 0 \quad (6)$$

واضح است اگر لوله دارای شرایط مرزی مثبت<sup>1</sup> در دو انتها باشد، یعنی در دو انتها  $\partial w / \partial t = 0$  باشد در این صورت خواهیم داشت:

$$\Delta W = -m_f U \int_0^T \left[ \left( \frac{\partial w}{\partial t} \right)^2 + U \left( \frac{\partial w}{\partial t} \right) \left( \frac{\partial w}{\partial x} \right) \right] \Big|_0^L dt \quad (7)$$

رابطه اخیر بیان می‌کند گرچه ارتعاشات لوله‌های حامل سیال به صورت خود تحریک می‌باشد اما برای شرایط مرزی مثبت در دو انتها، مانند تکیه‌گاه‌های ساده، کار خالص انجام شده بر روی سیستم توسط جریان سیال صفر است. از این رو در تحقیق حاضر با توجه به نوع شرایط مرزی در نظر گرفته شده، پاسخ دینامیکی سیستم با اعمال شرایط اولیه استخراج شده است.

$$\sigma_i = E \varepsilon_i + E^* \frac{\partial \varepsilon_i}{\partial t} \quad (8)$$

با در نظر گرفتن مدل میرایی سازهای کلوین- وویت که یک مدل رئولوژیکی دو پارامتری است، روابط ساختاری<sup>2</sup> برای هر قسمت از لوله به صورت زیر بیان می‌شود:

در نهایت با در نظر گرفتن رفتار ویسکوالاستیک به صورت مدل کلوین- وویت ارائه شده در رابطه (8)، معادله حرکت حاکم بر هر قسمت از لوله حامل سیال در طرفین جاذب به صورت زیر به دست می‌آید:

$$E^* I \frac{\partial^5 w(x,t)}{\partial x^4 \partial t} + EI \frac{\partial^4 w(x,t)}{\partial x^4} + m_f U^2 \frac{\partial^2 w(x,t)}{\partial x^2} + 2m_f U \frac{\partial^2 w(x,t)}{\partial x \partial t} + (m_f + m_p) \frac{\partial^2 w(x,t)}{\partial t^2} = 0 \quad (9)$$

که در روابط اخیر  $EI$  صلبیت خمشی لوله،  $U$  سرعت سیال،  $m_p$  و  $m_f$  بترتیب جرم واحد طول سیال و لوله می‌باشند. با استفاده از رابطه فوق، معادلات حاکم بر رفتار ارتعاشات عرضی دو قسمت لوله ویسکوالاستیک حامل سیال در طرفین جاذب و همچنین جاذب ارتعاشی به صورت زیر به دست می‌آید:

$$E^* I \frac{\partial^5 w_1(x,t)}{\partial x^4 \partial t} + EI \frac{\partial^4 w_1(x,t)}{\partial x^4} + m_f U^2 \frac{\partial^2 w_1(x,t)}{\partial x^2} + 2m_f U \frac{\partial^2 w_1(x,t)}{\partial x \partial t} + (m_f + m_p) \frac{\partial^2 w_1(x,t)}{\partial t^2} = 0 \quad (10\text{-الف})$$

$$E^* I \frac{\partial^5 w_2(x,t)}{\partial x^4 \partial t} + EI \frac{\partial^4 w_2(x,t)}{\partial x^4} + m_f U^2 \frac{\partial^2 w_2(x,t)}{\partial x^2} + 2m_f U \frac{\partial^2 w_2(x,t)}{\partial x \partial t} + (m_f + m_p) \frac{\partial^2 w_2(x,t)}{\partial t^2} = 0 \quad (10\text{-ب})$$

$$m_{abs} \frac{d^2 q(t)}{dt^2} + C \left[ \frac{dq(t)}{dt} - \frac{\partial w_2(x_{abs}, t)}{\partial t} \right] + K [q(t) - w_2(x_{abs}, t)] = 0 \quad (10\text{-ج})$$

برای لوله حامل سیال با تکیه‌گاه‌های ساده در دو انتها، شرایط مرزی در دو انتهای لوله و همچنین شرایط بین مرزی در محل اتصال جاذب به لوله حامل سیال به صورت زیر به دست می‌آید:

$$w_1(0, t) = 0, \frac{\partial^2 w_1(0, t)}{\partial x^2} = 0$$

حاکم بر سیستم، فرض می‌شود که لوله حامل سیال به دو قسمت در سمت چپ جاذب ارتعاشی،  $0 < x < x_{abs}$ ، و سمت راست آن،  $x_{abs} < x < L$ ، تقسیم شده است. پارامترهای مربوط به قسمت اول با اندیس 1 و پارامترهای مربوط به قسمت دوم لوله حامل سیال با اندیس 2 نشان داده شده است. با توجه به المانی از لوله که در "شکل 1-ب" نشان داده شده است به استخراج معادله حرکت حاکم بر سیستم پرداخته می‌شود. نیروی اینرسی المان لوله با استفاده از رابطه زیر به دست می‌آید:

$$m_p \frac{\partial^2 w(x,t)}{\partial t^2} \quad (1)$$

که در آن  $w = w(x, t)$  نشان دهنده جابجایی مرکز المان در جهت محور  $Z$  می‌باشد. با فرض تراکم ناپذیر بودن و یکنواخت بودن سرعت سیال، نیروی اینرسی المان سیال را با توجه به مفهوم حرکت نسبی می‌توان به صورت زیر نوشت:

$$m_f \left( \frac{\partial}{\partial t} + U \frac{\partial}{\partial x} \right)^2 w(x,t) \delta w \quad (2)$$

با استفاده از قانون دوم نیوتن و با انجام ساده‌سازی‌ها، خواهیم داشت:

$$\frac{\partial}{\partial x} \left( F \frac{\partial w}{\partial x} \right) - \frac{\partial V}{\partial x} - \frac{\partial}{\partial x} \left( F \frac{\partial w}{\partial x} \right) - m_f \left( \frac{\partial}{\partial t} + U \frac{\partial}{\partial x} \right)^2 w - m_p \frac{\partial^2 w(x,t)}{\partial t^2} = 0 \quad (3)$$

رابطه بین نیروی برشی  $V$  و گشتاور خمشی  $M$  به صورت  $M = \partial V / \partial x$  می‌باشد. با جایگذاری این رابطه در معادله (4) و صرفنظر کردن از اثرات نیروی محوری، معادله حاکم بر حرکت لوله حامل سیال به صورت زیر به دست می‌آید:

$$\frac{\partial^2 M}{\partial x^2} + m_f U^2 \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + 2m_f U \frac{\partial^2 w}{\partial x \partial t} + (m_f + m_p) \frac{\partial^2 w(x,t)}{\partial t^2} = 0 \quad (4)$$

با توجه به رابطه اخیر، نرخ کار انجام شده بر روی لوله ناشی از حرکت سیال که تنها عامل تحریک ماندگار سیستم است و کار کل انجام شده در یک سیکل نوسان به صورت زیر به دست می‌آید [24].

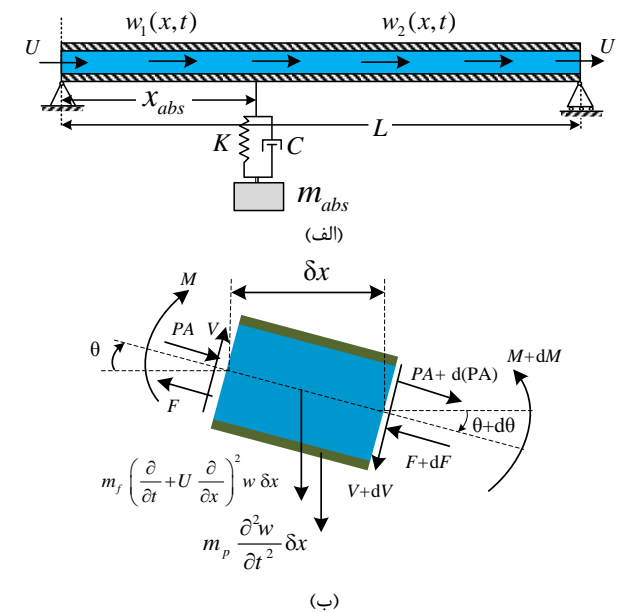


Fig. 1. (a) Simply supported fluid conveying pipe with a vibration absorber, and (b) the free-body diagram of an element of the pipe

شکل 1 (الف) لوله حامل سیال با تکیه‌گاه‌های ساده در دو انتها تحت تأثیر جاذب ارتعاشی و (ب) المانی از لوله حامل سیال

<sup>1</sup> Positively supported  
<sup>2</sup> Constitutive Relation

جزئیات آن ارائه شده است استفاده می‌شود. بر این اساس جواب معادله را می‌توان با استفاده از روش حل معادلات دیفرانسیل بر مبنای سری‌های توانی به صورت زیر در گرفت:

$$\eta(\xi) = \sum_{n=0}^N a_n \xi^n + R \quad (15)$$

که در آن  $R$  باقیمانده و  $a_n, n = 0, 1, \dots, N$  ضرایب ثابت مجهول می‌باشند هستند که از اعمال شرایط مرزی به دست می‌آیند. با توجه به اینکه شعاع همگرایی سری فوق بی‌نهایت است. بنابراین با افزایش تعداد جملات سری باقیمانده به صفر میل خواهد نمود. با در نظر گرفتن پاسخ معادلات حرکت به فرم رابطه اخیر، جواب معادله حاکم بر بخش مکانی لوله حامل سیال به صورت زیر به دست می‌آید:

$$\eta(\xi) = a_0 \eta^{(1)}(\xi) + a_1 \eta^{(2)}(\xi) + a_2 \eta^{(3)}(\xi) + a_3 \eta^{(4)}(\xi) \quad (16)$$

در رابطه اخیر  $\eta^{(i)}(\xi), i = 1, 2, 3, 4$  جواب‌های مستقل خطی معادله حرکت می‌باشند و  $a_n, n = 0, 1, 2, 3$  ضرایب ثابتی هستند که از اعمال شرایط مرزی حاکم بر سیستم که در رابطه (11) ارائه شده‌اند، به دست می‌آیند. در ادامه با مد نظر قرار دادن جواب تحلیلی فوق برای ارتعاشات عرضی لوله‌های حامل سیال، معادله فرکانسی حاکم بر سیستم استخراج خواهد شد.

### 3- معادله فرکانسی حاکم بر سیستم

برای استخراج معادله فرکانسی، با توجه به رابطه (11)، پاسخ معادله حاکم بر ارتعاشات عرضی طرفین جاذب ارتعاشی را می‌توان به صورت زیر بیان نمود:

$$\eta_1(\xi) = a_0 \eta_1^{(1)}(\xi) + a_1 \eta_1^{(2)}(\xi) + a_2 \eta_1^{(3)}(\xi) + a_3 \eta_1^{(4)}(\xi) \quad (17)$$

$$\eta_2(\xi) = a_4 \eta_2^{(1)}(\xi) + a_5 \eta_2^{(2)}(\xi) + a_6 \eta_2^{(3)}(\xi) + a_7 \eta_2^{(4)}(\xi) \quad (18)$$

همچنین با استفاده از رابطه (13-ج)، خواهیم داشت:

$$Q = \frac{(k + c\Omega)\eta_1(\xi_{abs})}{\mu\Omega^2 + c\Omega + k} \quad (19)$$

همچنین با توجه به رابطه (13) فرکانس طبیعی جاذب ارتعاشی بر حسب پارامترهای بی‌بعد به صورت زیر به دست می‌آید:

$$\Omega_{abs} = \sqrt{\frac{k}{\mu}} \quad (20)$$

با جایگذاری رابطه (19) در معادلات (11) و اعمال شرایط مرزی و بین مرزی در محل جاذب به روابط (17) و (18)، به هشت معادله جبری بر حسب ضرایب مجهول  $a_n, n = 0, \dots, 8$  می‌رسیم که می‌توان به صورت ماتریسی زیر بیان کرد:

$$[\Delta]\{a_n\} = 0 \quad (21)$$

در رابطه اخیر، عناصر ماتریس ضرایب  $[\Delta]$  به پارامترهای جاذب ارتعاشی و مشخصات هندسی، مکانیکی و شرایط مرزی لوله بستگی دارد. برای داشتن جواب غیربدهی، باید دترمینان ماتریس ضرایب برابر صفر شود. از مساوی صفر قرار دادن دترمینان ماتریس ضرایب، معادله فرکانسی به دست می‌آید که ریشه‌های این معادله، فرکانس‌های طبیعی سیستم را در اختیار می‌گذارد. با محاسبه فرکانس‌های طبیعی که به صورت مختلط  $\Omega = \Omega_{Re} + i\Omega_{Im}$  به دست می‌آیند می‌توان شکل مودهای ارتعاشی متناظر را تعیین نمود. با توجه به این که ضرایب جملات معادله دیفرانسیل حرکت مقادیر مختلط هستند بنابراین توابع شکل مودهای ارتعاشی نیز به صورت

$$w_2(L, t) = 0, \frac{\partial^2 w_2(L, t)}{\partial x^2} = 0 \quad (11-الف)$$

$$\begin{aligned} w_1(x_{abs}, t) &= w_2(x_{abs}, t), \\ \frac{\partial w_1(x_{abs}, t)}{\partial x} &= \frac{\partial w_2(x_{abs}, t)}{\partial x}, \\ E^* I \frac{\partial^3 w_1(x_{abs}, t)}{\partial x^2 \partial t} + EI \frac{\partial^2 w_1(x_{abs}, t)}{\partial x^2} &= E^* I \frac{\partial^3 w_2(x_{abs}, t)}{\partial x^2 \partial t} + EI \frac{\partial^2 w_2(x_{abs}, t)}{\partial x^2}, \\ E^* I \left[ \frac{\partial^4 w_1(x_{abs}, t)}{\partial x^3 \partial t} - \frac{\partial^4 w_2(x_{abs}, t)}{\partial x^3 \partial t} \right] &+ EI \left[ \frac{\partial^3 w_1(x_{abs}, t)}{\partial x^3} - \frac{\partial^3 w_2(x_{abs}, t)}{\partial x^3} \right] = \\ K[w_1(x_{abs}, t) - q(t)] + C \left[ \frac{dq(t)}{dt} - \frac{\partial w_2(x_{abs}, t)}{\partial t} \right], & \quad (11-ب) \end{aligned}$$

با تعریف پارامترهای بی‌بعد به صورت زیر، معادلات حرکت را می‌توان به شکل بی‌بعد بازنویسی کرد:

$$\begin{aligned} \eta_1 &= \frac{w_1}{l}, \eta_2 = \frac{w_2}{l}, \xi = \frac{x}{l}, \xi_{abs} = \frac{x_{abs}}{l}, \\ \beta &= \frac{m_f}{m_f + m_p}, u = \sqrt{\frac{m_f}{EI}} Ul, \tau = \frac{1}{L^2} \sqrt{\frac{EI}{m_f + m_p}} t, \\ \varepsilon\alpha &= E^* \sqrt{\frac{I}{L^4 E m_p}}, k = \frac{KL^3}{Ei}, c = CL^2 \sqrt{\frac{I}{L^4 E I m_p}} \\ \varepsilon\alpha &= \left[ \frac{I}{E(m_f + m_p)} \right]^{\frac{1}{2}} \frac{E^*}{L^2}, \quad \mu = \frac{m_{abs}}{m_f + m_p}, \\ \Omega &= \omega L^2 \sqrt{\frac{m_f + m_p}{EI}} \end{aligned} \quad (12)$$

که در روابط اخیر  $\Omega$  و  $\mu$  به ترتیب نشان دهنده فرکانس طبیعی بی‌بعد و نسبت جرمی که به صورت نسبت جرم جاذب بر جرم لوله حامل سیال تعریف می‌شود، هستند. با استفاده از متغیرهای بی‌بعد تعریف شده و در نظر گرفتن  $w(x, t) = W(x)e^{\Omega\tau}$  و  $q(t) = Qe^{\Omega\tau}$  معادلات دیفرانسیل حاکم بر بخش مکانی را می‌توان به فرم بی‌بعد زیر بیان کرد:

$$(1 + \varepsilon\alpha\Omega) \frac{d^4 \eta_1}{d\xi^4} + u^2 \frac{d^2 \eta_1}{d\xi^2} + 2u\sqrt{\beta}\Omega \frac{\partial \eta_1}{\partial \xi} + \Omega^2 \eta_1 = 0 \quad (13-الف)$$

$$(1 + \varepsilon\alpha\Omega) \frac{d^4 \eta_2}{d\xi^4} + u^2 \frac{d^2 \eta_2}{d\xi^2} + 2u\sqrt{\beta}\Omega \frac{\partial \eta_2}{\partial \xi} + \Omega^2 \eta_2 = 0 \quad (13-ب)$$

$$\mu\Omega^2 Q + (k + c\Omega)[Q - \eta_2(\xi_{abs})] = 0 \quad (13-ج)$$

همچنین، شرایط مرزی و بین مرزی در محل جاذب ارتعاشی بر حسب پارامترهای بی‌بعد به صورت زیر خواهد بود:

$$\begin{aligned} \eta_1(0) &= 0, \quad \frac{d^2 \eta_1(0, t)}{d\xi^2} = 0 \\ \eta_2(0) &= 0, \quad \frac{d^2 \eta_2(0, t)}{d\xi^2} = 0 \end{aligned} \quad (14-الف)$$

$$\begin{aligned} \eta_1(\xi_{abs}) &= \eta_2(\xi_{abs}), \quad \frac{d\eta_1(\xi_{abs})}{d\xi} = \frac{d\eta_2(\xi_{abs})}{d\xi}, \\ (1 + \varepsilon\alpha\Omega) \left[ \frac{d^2 \eta_1(\xi_{abs})}{d\xi^2} - \frac{d^2 \eta_2(\xi_{abs})}{d\xi^2} \right] &= 0, \\ (1 + \varepsilon\alpha\Omega) \left[ \frac{d^3 \eta_1(\xi_{abs})}{d\xi^3} - \frac{d^3 \eta_2(\xi_{abs})}{d\xi^3} \right] &= \\ (k + c\Omega)[\eta_2(\xi_{abs} - Q)] & \quad (14-ب) \end{aligned}$$

به منظور ارائه حل تحلیلی برای سیستم حاضر، از روش حل تحلیلی ارائه شده برای لوله‌های حامل سیال که در کار قبلی نویسندگان [25]

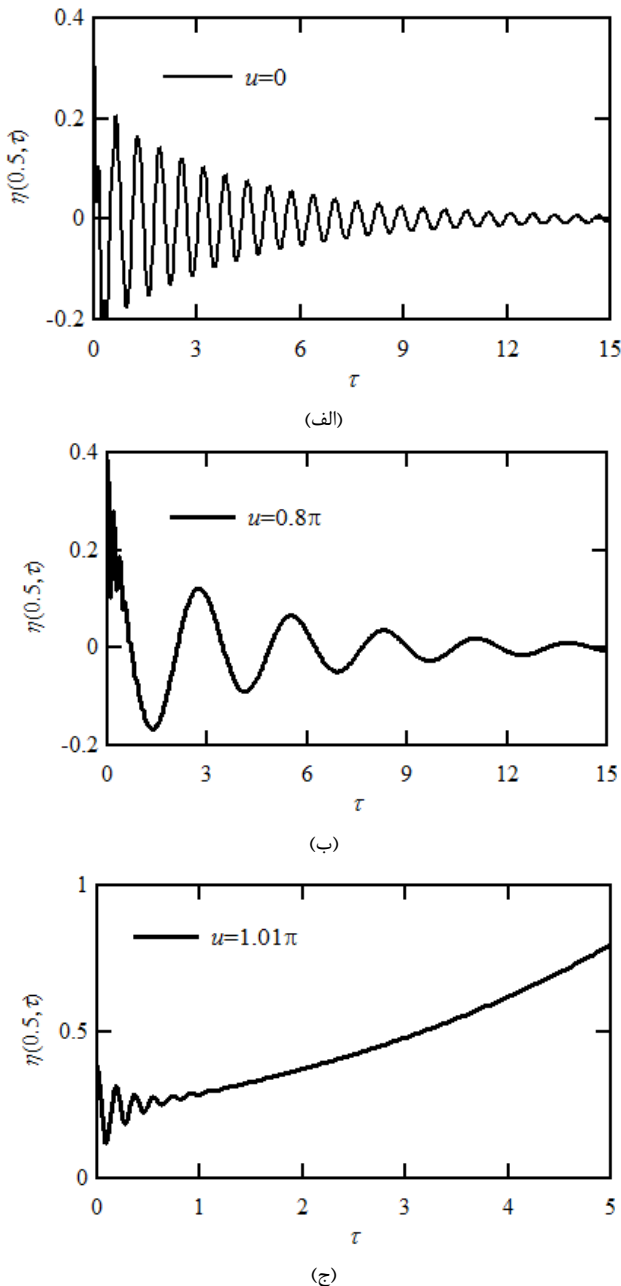


Fig. 2. Mid-point dynamic response of the simply supported fluid conveying pipe for (a)  $u = 0$ , (b)  $u = 0.5\pi$  and (c)  $u = 1.01\pi$

شکل 2 پاسخ نقطه میانی لوله ویسکوالاستیک با تکیه‌گاه‌های ساده در دو انتها به ازای سرعت‌های مختلف، (الف)  $u = 0$ ، (ب)  $u = 0.5\pi$  و (ج)  $u = 1.01\pi$

تحقیق حاضر اثر جاذب بر روی مشخصه‌های ارتعاشی به ازای  $u < u_{cr}$  مورد مطالعه قرار می‌گیرد.

یکی دیگر از پارامترهای تأثیرگذار در رفتار دینامیکی لوله‌های حامل سیال، خصوصیات ویسکوالاستیک ماده لوله می‌باشد. به منظور بررسی تأثیر رفتار ویسکوالاستیک بر پاسخ دینامیکی لوله حامل سیال، در "شکل 3" پاسخ زمانی نقطه میانی لوله به ازای مقادیر مختلف پارامتر  $\varepsilon\alpha$  در سرعت  $u = 3$  رسم شده است. همان‌طور که مشاهده می‌شود وجود رفتار ویسکوالاستیک تأثیر قابل ملاحظه‌ای بر پاسخ دینامیکی لوله حامل سیال دارد. رفتار ویسکوالاستیک بر اساس مدل کلونین-وویت علاوه بر کاهش دامنه نوسانات سیستم باعث تغییر در فرکانس‌های طبیعی سیستم نیز می‌شود. با

توابع مختلط یعنی  $\eta(\xi) = \eta_{Re}(\xi) + i\eta_{Im}(\xi)$  به دست خواهند آمد. مختلط بودن فرکانس‌های طبیعی سیستم ناشی از اثر نیروی کریولیس ایجاد شده ناشی از حرکت سیال در داخل لوله است که باعث ایجاد میرایی در سیستم می‌شود. بخش حقیقی مقادیر ویژه نشان دهنده اثر میرایی و بخش موهومی فرکانس‌های طبیعی سیستم هستند.

#### 4- نتایج تحلیلی

در این قسمت به بررسی تأثیر پارامترهای سیستم شامل مشخصه‌های جاذب ارتعاشی و سرعت سیال بر فرکانس‌های طبیعی و پاسخ ارتعاشی سیستم پرداخته می‌شود. ابتدا قبل از مطالعه پارامتریک، به بررسی صحت نتایج روش ارائه شده پرداخته می‌شود. در این حالت برای فراهم کردن امکان مقایسه نتایج به دست آمده، با توجه به این که در تحقیقات پیشین رفتار ارتعاشی لوله حامل سیال تحت تأثیر جاذب ارتعاشی مورد بررسی قرار نگرفته است، بنابراین با در نظر گرفتن  $u = 0$  معادله حرکت حاکم به معادله استاندارد تیر اویلر-برنولی تبدیل می‌شود و در این حالت فرکانس‌های طبیعی سیستم با نتایج ارائه شده در مرجع [26] برای جاذب ارتعاشی واقع در موقعیت میانی لوله ( $\xi_{abs} = 0.5$ ) مورد مقایسه قرار می‌گیرد. مقایسه نتایج به دست آمده با نتایج ارائه شده در مرجع [26] که در جدول 1 ارائه شده است نشان می‌دهد که اختلاف بین نتایج دو روش کمتر از 3 درصد می‌باشد. لازم به ذکر است که نتایج ارائه شده به ازای  $N = 30$  به دست آمده‌اند که می‌توان با افزایش تعداد جملات، به نتایج با دقت بالاتر دست یافت.

در "شکل 2" پاسخ نقطه میانی لوله حامل سیال در غیاب جاذب ارتعاشی و با در نظر گرفتن دو شکل مود ارتعاشی اول به ازای  $\varepsilon\alpha = 5 \times 10^{-3}$  و سرعت‌های مختلف سیال رسم شده است. با توجه به نتایج مشاهده می‌شود که افزایش سرعت سیال باعث افزایش دامنه نوسانات و همچنین کاهش فرکانس نوسانات سیستم می‌شود و در سرعت  $u_{cr} = \pi$  دامنه نوسانات به شدت افزایش می‌یابد و سیستم ناپایدار می‌شود که به آن سرعت بحرانی سیستم می‌گویند. با توجه به این که در سرعت بحرانی فرکانس نوسانات برابر صفر بوده و هیچ گونه نوسانی در پاسخ دینامیکی سیستم اتفاق نمی‌افتد (شکل 2-ج)، بنابراین در این سرعت سیستم دچار ناپایداری دیورژانس می‌شود. از آنجا که در اکثر کاربردهای خطوط لوله حامل سیال، سرعت سیال در محدوده‌های کمتر از سرعت بحرانی می‌باشد، بنابراین در

جدول 1 مقایسه فرکانس طبیعی اول لوله در غیاب جریان سیال با نتایج مرجع [26] به ازای پارامترهای مختلف جاذب ارتعاشی واقع در موقعیت میانی لوله

Table 1. Comparison of the first natural frequency of the fluid conveying pipe in absence of the fluid flow with a vibration absorber attached to the pipe mid-point obtained from presented method and Ref. [26]

Present Results	$\Omega$		$\mu$	$k$
	Ref. [20]	Error (%)		
9.87	9.87	0	0.2	1
9.97	9.97	0	2	
9.97	9.97	0	3	
26.62	26.62	0	0.2	100
18.03	18.04	0.55	2	
17.71	17.71	0	3	
53.70	53.09	1.14	0.2	1000
42.53	43.44	2.91	2	
41.16	42.18	2.48	3	

به شکل 6 می‌توان برای مود دوم ارتعاشی سیستم مشاهده نمود. در این

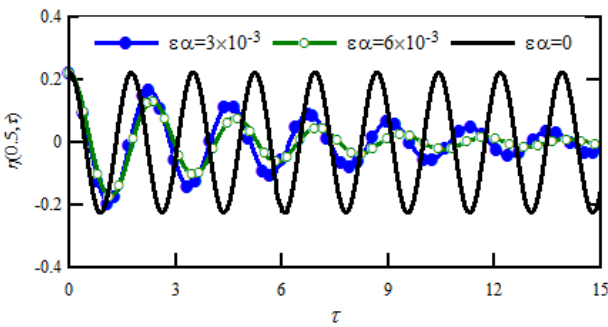


Fig. 3. The effect of the viscoelastic parameters on dynamic response of the simply supported fluid conveying pipe for  $u = 3$

شکل 3 تأثیر پارامترهای ویسکوالاستیک بر پاسخ نقطه میانی لوله ویسکوالاستیک با تکیه‌گاه‌های ساده در دو انتها به ازای  $u = 3$

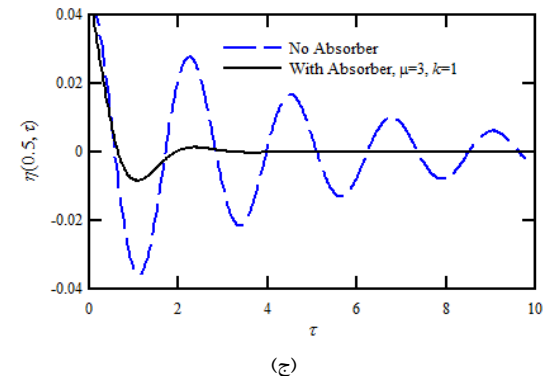
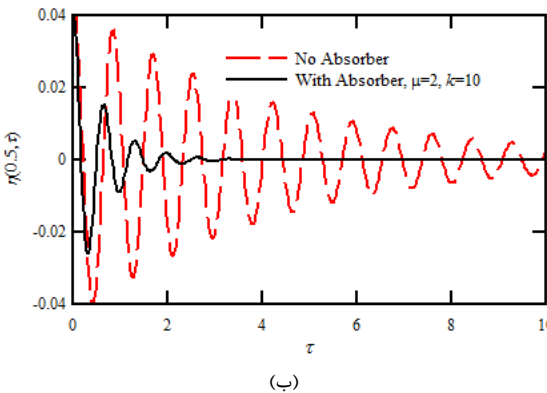
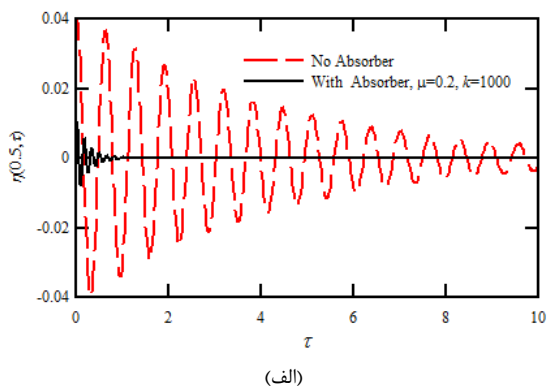


Fig. 4. Influence of the vibration absorber on the dynamic response of the fluid conveying pipe for different values of the fluid velocity, (a)  $u = 0.2$ , (b)  $u = 2$ , and (c)  $u = 3$

شکل 4 تأثیر استفاده از جاذب ارتعاشی بر پاسخ لوله حامل سیال به ازای سه مقدار سرعت سیال (الف)  $u = 0.2$ ، (ب)  $u = 2$  و (ج)  $u = 3$

افزایش ضریب میرایی سازه‌ای، دامنه نوسانات سیستم در مدت زمان کمتری میرا شده و فرکانس‌های طبیعی سیستم کاهش می‌یابند.

در طراحی جاذب‌های ارتعاشی، مقادیر سفتی و ثابت میرایی با توجه به جرم جاذب تعیین می‌شود. اگر جرم جاذب خیلی کوچکتر از جرم سازه باشد، در اینصورت جاذب تأثیری بر کاهش دامنه نوسانات سیستم نخواهد داشت. از طرف دیگر افزایش بیش از حد جرم جاذب باعث بیشتر شدن خیز استاتیکی سیستم شده که نتیجه نامطلوبی به دنبال دارد. از این رو جرم جاذب باید در محدوده مناسبی اختیار شود که این میزان با توجه به نوع سازه متفاوت می‌باشد. در جدول 2 با در نظر گرفتن  $\xi_{abs} = 0.5$  و  $\epsilon\alpha = 5 \times 10^{-3}$  تأثیر سفتی و جرم بی‌بعد جاذب ارتعاشی بر روی فرکانس‌های طبیعی اول و دوم سیستم به ازای سرعت‌های مختلف سیال نشان داده شده است. همان‌طور که مشاهده می‌شود پارامترهای بهینه جاذب به منظور کاهش حداکثر دامنه نوسانات سیستم بر حسب سرعت سیال متفاوت می‌باشد. نتایج نشان می‌دهد که در ارتعاشات سیستم‌های خود تحریک، بهترین عملکرد جاذب زمانی حاصل می‌شود که فرکانس طبیعی آن با فرکانس طبیعی سازه یکسان باشد. با توجه به این‌که در لوله‌های حامل سیال با افزایش سرعت فرکانس‌های طبیعی سیستم کاهش می‌یابد، بنابراین مشخصه‌های جاذب ارتعاشی باید با توجه به محدوده سرعت مورد استفاده تعیین شود.

با توجه به نتایج مشاهده می‌شود که در سرعت‌های پایین سیال، جاذب با فرکانس طبیعی بیشتر و در سرعت‌های بالای سیال، جاذب با فرکانس طبیعی کمتر بهترین عملکرد را دارد. در لوله‌های حامل سیال، در یک موقعیت مشخص پارامترهای بهینه جاذب فقط به سرعت سیال بستگی دارد. با توجه به نتایج جدول 2 مشاهده می‌شود که در سرعت  $u = 0.2$  به ازای نوسانات سیستم می‌شود. با کاهش بیشتر مقدار  $k$  تأثیر جاذب بر کاهش دامنه نوسانات کمتر می‌شود که این مقدار با جرم بی‌بعد جاذب رابطه عکس دارد. ضریب میرایی جاذب ارتعاشی نیز تأثیر قابل ملاحظه‌ای بر عملکرد جاذب دارد. با افزایش سرعت سیال، به ازای مقادیر سفتی و جرم کمتر، جاذب ارتعاشی بهترین عملکرد را دارد. به‌عنوان مثال به ازای  $u = 2$  و  $u = 3$ ، جاذب ارتعاشی به ترتیب با مشخصات  $(k, \mu) = (10, 0.2)$  و  $(1, 0.2)$  بیشترین تأثیر را بر کاهش دامنه نوسانات سیستم دارد و در این سرعت‌ها به ترتیب باعث کاهش 55.56 و 82.22 درصدی در حداکثر دامنه نوسانات سیستم می‌شود. با توجه به نتایج جدول اخیر، در "شکل 4" تأثیر استفاده از جاذب ارتعاشی بر پاسخ لوله حامل سیال به ازای سه مقدار سرعت سیال 0.2، 2 و 3 نشان داده شده است. در این شکل با توجه به نتایج جدول 2 مشخصه‌های جاذب برای بهترین عملکرد انتخاب شده‌اند.

در "شکل 5" شکل مودهای ارتعاشی اول لوله حامل سیال به ازای مقادیر مختلف سفتی جاذب ارتعاشی واقع در موقعیت میانی لوله نشان داده شده است. این شکل‌ها با در نظر گرفتن  $\epsilon\alpha = 5 \times 10^{-3}$  و  $\mu = 0.2$  و  $c = 0.5$  رسم شده‌اند. با توجه به نتایج مشاهده می‌شود که وجود جاذب ارتعاشی باعث کاهش دامنه ارتعاشی می‌شود. در غیاب جریان سیال با توجه به تقارن هندسی و نیرویی سیستم، شکل مودهای ارتعاشی نسبت به نقطه میانی متقارن می‌باشد. با افزایش سرعت جریان سیال، وجود جاذب ارتعاشی باعث انحراف شکل مود ارتعاشی نسبت به لوله در غیاب جاذب ارتعاشی می‌شود. در این حالت با توجه به وجود نیروهای کریولیس و جانب مرکز ناشی از سرعت سیال و اثر آن بر لوله، شکل مود ارتعاشی نسبت به نقطه میانی حالت تقارن خود را از دست می‌دهد. نتیجه مشابهی را با توجه

ارتعاشی سهم غالب را در رفتار دینامیکی سیستم دارد و می‌توان از اثرات مدهای بالاتر صرف‌نظر نمود. علاوه بر این، در حضور رفتار ویسکوالاستیک، میرایی سازه‌ای با در نظر گرفتن رفتار ویسکوالاستیک برای هر مود ارتعاشی متفاوت بوده و در مدل کلین-وویت رابطه مستقیمی با توان دوم فرکانس‌های طبیعی سیستم دارد. در مدهای بالاتر، مقدار فرکانس طبیعی متناظر نیز افزایش می‌یابد، در نتیجه در سازه‌های ویسکوالاستیک ضریب میرایی متناظر با هر مود با افزایش مودها، بیشتر خواهد شد و اثر مدهای بالاتر به سرعت از پاسخ سیستم حذف خواهند شد. لازم به ذکر است که چنین نتیجه‌ای را می‌توان از "شکل 2" مشاهده نمود که در آن اثر فرکانس‌های بالاتر به سرعت از پاسخ سیستم حذف می‌شود.

در "شکل 7" تأثیر موقعیت جاذب ارتعاشی بر کاهش حداکثر دامنه نوسانات سیستم (نسبت اختلاف حداکثر دامنه نوسانات در حضور جاذب و در غیاب آن به حداکثر دامنه نوسانات در غیاب جاذب ارتعاشی) به ازای دو سرعت مختلف  $u = 2$  و  $u = 3$  نشان داده شده است. نتایج نشان می‌دهد که به ازای سرعت‌های  $u = 2$  و  $u = 3$  جاذب ارتعاشی به ترتیب واقع در موقعیت‌های نسبی  $\xi_{abs} = 0.07$  و  $\xi_{abs} = 0.09$  جاذب با پارامترهای مناسب کارایی بیشتری در کاهش خیز دینامیکی از خود نشان می‌دهد و در این شرایط به ترتیب باعث کاهش 99.7 و 98.5 درصدی دامنه نوسانات سیستم می‌شود. براساس نتایج به‌دست آمده مشاهده می‌شود که با نزدیک شدن موقعیت جاذب به ناحیه میانی تیر تأثیر موقعیت بر کاهش دامنه نوسانات قابل صرف‌نظر کردن می‌باشد و پارامترهای مؤثر بر عملکرد جاذب تنها جرم و سفتی آن می‌باشد.

### 5- نتیجه‌گیری

با توجه به اهمیت کنترل و کاهش دامنه ارتعاشات لوله‌های حامل سیال، در تحقیق حاضر جاذب ارتعاشی یک درجه آزادی جهت کاهش دامنه نوسانات لوله‌های حامل سیال ارائه شده است. ابتدا معادلات حاکم بر دینامیک سیستم استخراج و در ادامه، فرکانس‌های طبیعی و شکل مدهای ارتعاشی سیستم با استفاده از روش حل تحلیلی استخراج گردید و سپس تأثیر پارامترهای مختلف بر مشخصه‌های ارتعاشی و پاسخ دینامیکی سیستم بررسی شد. نتایج تحقیق حاضر نشان می‌دهد که استفاده از جاذب ارتعاشی جهت کنترل دامنه

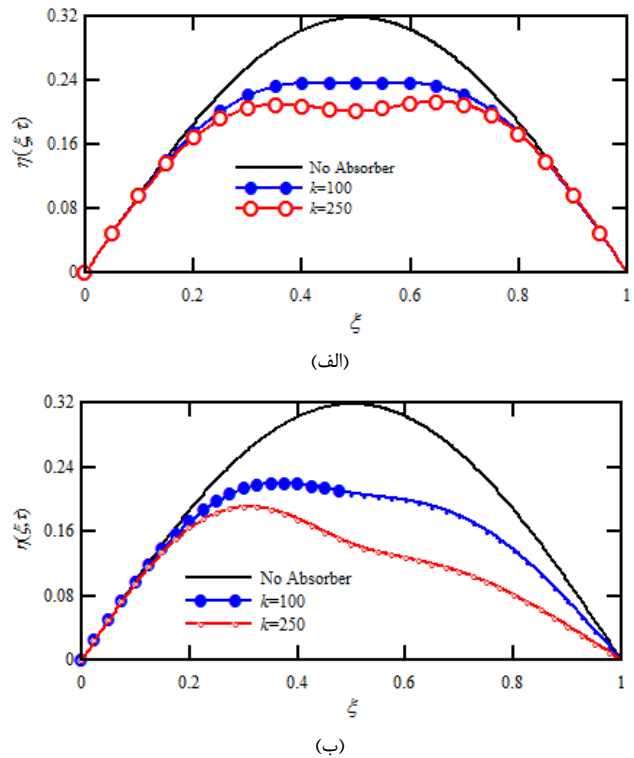


Fig. 5. First mode shape of the fluid conveying pipe for different values of the vibration absorber stiffness, (a) pipe in absence of the fluid flow ( $u = 0$ ) and (b)  $u = 2$

شکل 5 شکل مدهای ارتعاشی اول لوله حامل سیال به ازای مقادیر مختلف سفتی فنر جاذب ارتعاشی (الف) لوله در غیاب جریان سیال ( $u = 0$ ) و (ب)  $u = 2$

شکل، شکل مود ارتعاشی دوم لوله حامل سیال به ازای  $u = 2$  و برای جاذب واقع در موقعیت میانی لوله نشان داده شده است. نتایج نشان می‌دهد که جریان سیال باعث انحراف شکل مود ارتعاشی دوم به سمت راست شده و نسبت به موقعیت میانی متقارن نخواهد بود. علاوه بر این، وجود جاذب ارتعاشی باعث کاهش دامنه شکل مود ارتعاشی می‌شود. با مقایسه دامنه شکل مود اول و دوم مشاهده می‌شود که در لوله‌های حامل سیال با توجه به این‌که ارتعاشات سیستم به صورت خود تحریک می‌باشد بنابراین مود اول

جدول 2 تأثیر سفتی و جرم بی‌بعد جاذب بر فرکانس طبیعی اول و دوم به ازای سرعت‌های مختلف سیال با در نظر گرفتن  $\varepsilon\alpha = 5 \times 10^{-3}$  و  $\xi_{abs} = 0.5$

Table 2 Effect of the vibration absorber parameters on the natural frequencies of the fluid conveying pipe for $\varepsilon\alpha = 5 \times 10^{-3}$ and $\xi_{abs} = 0.5$									$\mu$	$k$
$u = 0.2$			$u = 2$			$u = 3$				
$\Omega_1$	$\Omega_2$	$\eta_{max}$	$\Omega_1$	$\Omega_2$	$\eta_{max}$	$\Omega_1$	$\Omega_2$	$\eta_{max}$		
-	9.86	0.038	-	7.45	0.036	-	2.73	0.045	-	-
1.88	9.81	0.027	1.89	7.37	0.024	2.13	2.45	0.008	0.2	1
0.69	9.93	0.027	0.68	7.53	0.025	0.63	3.00	0.022	2	
0.49	9.93	0.027	0.48	7.54	0.025	0.45	3.01	0.023	4	
6.16	11.17	0.021	5.42	9.56	0.016	2.34	8.18	0.024	0.2	10
2.03	10.83	0.027	1.91	8.67	0.025	1.15	5.36	0.026	2	
1.43	10.82	0.028	1.33	8.64	0.026	0.84	5.19	0.027	4	
8.16	26.56	0.026	6.25	26.02	0.027	2.38	25.45	0.032	0.2	100
3.81	18.02	0.032	3.09	16.69	0.032	1.28	15.05	0.034	2	
2.77	17.53	0.032	2.27	16.09	0.032	0.95	14.26	0.038	4	
8.31	39.22	0.012	6.32	37.24	0.014	4.09	34.25	0.012	0.2	1000
4.32	42.36	0.018	3.34	36.45	0.016	1.29	33.13	0.019	2	
3.21	40.83	0.019	2.28	34.86	0.019	0.97	32.72	0.022	4	

analysis of fluid-conveying microtubes, *Nonlinear Dynamics*, Vol. 85, No. 2, pp. 1-15, 2016.

[4] B. Binulal, A. Rajan, M. Unnikrishnan, J. Kochupillai, Experimental determination of time lag due to phase shift on a flexible pipe conveying fluid, *Measurement*, Vol. 83, No. 7, pp. 86-95, 2016.

[5] M. Paidoussis, G. Li, Pipes conveying fluid: a model dynamical problem, *Journal of Fluids and Structures*, Vol. 7, No. 2, pp. 137-204, 1993.

[6] M. Paidoussis, N. Issid, Experiments on parametric resonance of pipes containing pulsatile flow, *Journal of Applied Mechanics*, Vol. 43, No. 2, pp. 198-202, 1976.

[7] M. P. Paidoussis, N. Issid, Dynamic stability of pipes conveying fluid, *Journal of Sound and Vibration*, Vol. 33, No. 3, pp. 267-294, 1974.

[8] M. H. Demir, A. Yesildirek, F. Yigit, Control of a cantilever pipe conveying fluid using neural network, *Modeling, Simulation, and Applied Optimization (ICMSAO), 2015 6th International Conference on IEEE*, pp. 1-6, 2015.

[9] A. E. Mamaghani, S. Khadem, S. Bab, Vibration control of a pipe conveying fluid under external periodic excitation using a nonlinear energy sink, *Nonlinear Dynamics*, Vol. 86, No. 3, pp. 1761-1795, 2016.

[10] Q. Ni, Y. Wang, M. Tang, Y. Luo, H. Yan, L. Wang, Nonlinear impacting oscillations of a fluid-conveying pipe subjected to distributed motion constraints, *Nonlinear Dynamics*, Vol. 81, No. 1-2, pp. 893-906, 2015.

[11] F. Yigit, Active control of flow-induced vibrations via feedback decoupling, *Journal of Vibration and Control*, Vol. 14, No. 4, pp. 591-608, 2008.

[12] H. Doki, K. Aso, A. Kanno, Simplified active control of cantilevered pipes conveying fluid using a PID controller, *Transactions Of The Japan Society Of Mechanical Engineers Series C*, Vol. 61, No. 585, pp. 1816-1821, 1995.

[13] Y. H. Lin, C. L. Chu, Active flutter control of a cantilever tube conveying fluid using piezoelectric actuators, *Journal of Sound and Vibration*, Vol. 196, No. 1, pp. 97-105, 1996.

[14] Y. H. Lin, R. C. Huang, C. L. Chu, Optimal modal vibration suppression of a fluid-conveying pipe with a divergent mode, *Journal of Sound and Vibration*, Vol. 271, No. 3-5, pp. 577-597, 2004.

[15] R. D. Bao, An active control method for chaotic motion of fluid conveying pipe under harmonic excitation of supports, *Applied Mechanics and Materials*, Vol. 129, No. 2, pp. 537-546, 2012.

[16] J.H. Kosaki, H. Yabuno, Stabilization of self-excited oscillation in a flexible fluid-conveying-pipe by position feedback control, *ASME 2012 International Design Engineering Technical Conferences and Computers and Information in Engineering Conference, American Society of Mechanical Engineers*, pp. 991-997, 2012.

[17] Y. K. Tsai, Y. H. Lin, Adaptive modal vibration control of a fluid-conveying cantilever pipe, *Journal of Fluids and Structures*, Vol. 11, No. 5, pp. 535-547, 1997.

[18] J. Tani, Y. Sudani, Active flutter suppression of a tube conveying fluid, *Proceedings-Spie the international society for optical engineering, Spie international society for optical*, pp. 333-353, 2008.

[19] K. Chen, G. Kang, C. Yu, F. Lu, H. Jiang, Time-Dependent uniaxial ratcheting of ultrahigh molecular weight polyethylene polymer: Viscoelastic-viscoplastic constitutive model, *Journal of Applied Mechanics*, Vol. 83, No. 10, pp. 101003, 2016.

[20] R. Corman, L. Rao, N. A. Bharadwaj, J. T. Allison, R. H. Ewoldt, Setting material function design targets for linear viscoelastic materials and structures, *Journal of Mechanical Design*, Vol. 138, No. 5, pp. 1-26.

[21] M. Garrido, J. R. Correia, Elastic and viscoelastic behaviour of sandwich panels with glass-fibre reinforced polymer faces and polyethylene terephthalate foam core, *Journal of Sandwich Structures and Materials*, Vol. 36, No. 4, pp. 32-85, 2016.

[22] B. Huang, X. Li, Z. Zeng, N. Yang, Study on viscoelastic behavior during slow crack growth of medium density polyethylene pipes, *Transactions of the Indian Institute of Metals*, Vol. 69, No. 6, pp. 1257-1265, 2016.

[23] J. Liu, M. A. Vaz, Viscoelastic axisymmetric structural analysis of flexible pipes in frequency domain considering temperature effect, *Marine Structures*, Vol. 50, pp. 111-126, 2016.

[24] Wang, Q. Ni, Vibration of slender structures subjected to axial flow or axially towed in quiescent fluid, *Advances in Acoustics and Vibration*, Vol. 25, No. 6, pp.1-19, 2009.

[25] M. Rezaee, V. Arab Maleki, Vibration analysis of a cracked pipe conveying fluid, *Modares Mechanical Engineering*, Vol. 12, No. 1, pp. 66-76, 2012. (In Persian)

[26] R. Rossi, P. Laura, D. Avalos, H. Larrondo, Free vibrations of Timoshenko beams carrying elastically mounted, concentrated masses, *Journal of Sound and Vibration*, Vol. 165, No. 2, pp. 209-223, 1993.

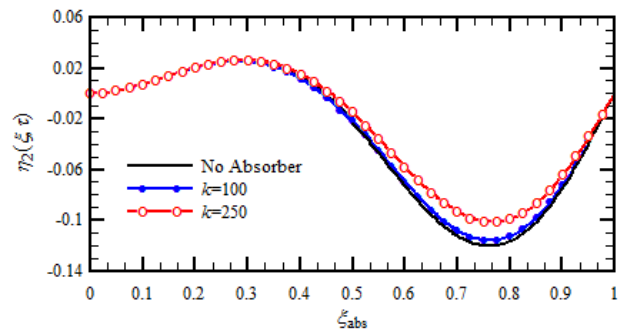


Fig. 6. Second mode shape of the fluid conveying pipe for different values of the vibration absorber stiffness and  $u = 2$

شکل 6 مودهای ارتعاشی دوم لوله حامل سیال به ازای مقادیر مختلف سفتی فنر جاذب ارتعاشی و  $u = 2$

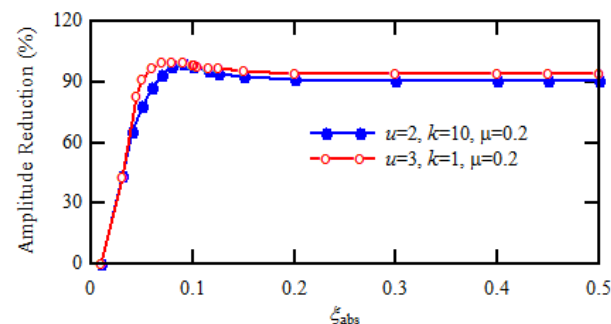


Fig. 7. The effect of vibration absorber on the amplitude reduction of the fluid conveying pipe for  $u = 2$  and  $u = 3$

شکل 7 تأثیر موقعیت جاذب ارتعاشی بر کاهش حداکثر دامنه نوسانات سیستم به ازای دو سرعت مختلف  $u = 2$  و  $u = 3$

ارتعاشات لوله‌های حامل سیال از عملکرد بالایی برخوردار است. علاوه بر این، مشخصات بهینه جاذب ارتعاشی جهت کاهش حداکثر دامنه نوسانات سیستم به سرعت سیال وابسته است. در سرعت  $u = 0.2$  به ازای  $\mu = 0.2$  سفتی فنر برابر  $k = 1000$  باعث کاهش 57.32 درصدی در حداکثر دامنه نوسانات سیستم می‌شود. علاوه بر این در سرعت‌های  $u = 2$  و  $u = 3$ ، جاذب ارتعاشی به ترتیب با مشخصات  $(k, \mu) = (1, 0.2)$  و  $(k, \mu) = (10, 0.2)$  بیشترین تأثیر را بر کاهش دامنه نوسانات سیستم دارند و در این سرعت‌ها به ترتیب باعث کاهش 55.56 و 82.22 درصدی در حداکثر دامنه نوسانات سیستم می‌شوند.

## 6- مراجع

[1] R. D. Bao, The natural characteristics of fluid conveying pipe under different supporting conditions, *Applied Mechanics and Materials*, Vol. 58, No. 5, pp. 612-619, 2013.

[2] L. Lü, Y. Hu, X. Wang, L. Ling, C. Li, Dynamical bifurcation and synchronization of two nonlinearly coupled fluid-conveying pipes, *Nonlinear Dynamics*, Vol. 79, No. 4, pp. 2715-2734, 2015.

[3] S. Mashrouteh, M. Sadri, D. Younesian, E. Esmailzadeh, Nonlinear vibration