

مدل سازی عددی جریان اسلاگ در کانال های افقی و مایل با استفاده از مدل دوسیالی هیپربولیک

محمدرضا انصاری^{۱*}، عبدالحسین دارمی زاده^۲

۱- دانشیار مهندسی مکانیک، دانشگاه تربیت مدرس، تهران
۲- دانشجوی دکترای مهندسی مکانیک، دانشگاه تربیت مدرس، تهران
* تهران، صندوق پستی ۱۴۳-۱۴۱۱۵، mra_1330@modares.ac.ir

چکیده- در این مقاله، یک متدولوژی برای مدل سازی آغازش اسلاگ و همچنین رشد آن در کانال های افقی و مایل ارائه شده است. مبنای این مدل سازی حل عددی معادلات مدل دوسیالی هیپربولیک به وسیله یکی از روش های عددی تسخیر شک مرتبه بالا می باشد. مزیت این روش این است که رشد و تشکیل رژیم اسلاگ از رژیم لایه ای را به صورت اتوماتیک و به عنوان خروجی از حل معادلات دیفرانسیل میدان مدل می کند. به منظور صحت سنجی کد کامپیوتری مسئله استاندارد دوفازی واتر فاوست حل گردید که نتایج حاصل بیانگر دقت بالای مدل سازی و تطابق و همگرایی خوب جواب ها با حل تحلیلی است. نتایج مربوط به مدل سازی جریان اسلاگ در کانال با نتایج تجربی آزمایشگاهی و یک سری حل عددی مقایسه گردید و مطالعه همگرایی شبکه محاسباتی هم صورت پذیرفت. نتایج حاصل از مدل سازی اسلاگ بیانگر دقت بالا و کفایت و قابلیت مدل در پیش بینی تسخیر و ردگیری موقعیت مکانی اسلاگ در کانال است.

کلیدواژگان: مدل دوفشاری، مدل دوسیالی، شرایط هیپربولیک، جریان اسلاگ، AUSM

Numerical modeling of two-phase slug flow in horizontal and inclined channels using hyperbolic two fluid model

M. R. Ansari^{*1}, A. Daramizadeh²

1- Assoc. Prof., Mech. Eng., Tarbiat Modares Univ., Tehran, Iran
2- PhD student, Mech. Eng., Tarbiat Modares Univ., Tehran, Iran
* P. O. B. 14115-143 Tehran, mra_1330@modares.ac.ir

Abstract- This paper presents a new and accurate methodology for transient and dynamic behavior of slug hydrodynamic instability modeling in horizontal and inclined channels. The base of this methodology is on numerical solution of hyperbolic two fluid model equations by means of a class of high resolution shock capturing methods. The privilege of this method is that it can model and predict initiation and growth of slug in stratified flow automatically and directly by solving the flow field differential equations. The well-defined test case considered for the verification and validation of the results is the Ransom Water Faucet case. The results obtained for slug flow modeling in horizontal duct were compared with two sets of experimental results. The good agreement of the present modeling results with the experimental results of own and other investigators and also grid independency study show the model is capable of slug tracking and slug capturing and the numerical method which is used here can predict with high enough accuracy.

Keywords: Two-Pressure Model, Two-Fluid Model, Hyperbolic Condition, Slug Flow, AUSM

۱- مقدمه

جریان اسلاگ^۱ در بسیاری از کاربردهای مهندسی، که شامل دو فازند، نظیر خطوط لوله انتقال نفت و گاز، صنایع فرایندی و هیدروکربن ها، جریان بخار در نیروگاه های حرارتی و هسته ای و خطوط لوله انتقال آب اتفاق می افتد. طبیعت گذرای رژیم اسلاگ (که در اثر گذار از رژیم لایه ای به موجی اتفاق می افتد) و همچنین وجود فصل مشترک تغییر شکل پذیر بین دو فاز مدل سازی این نوع جریان را پیچیده کرده است. نفتی که از سکوها دور از ساحل به دست می آید ترکیب پیچیده ای از گاز، نفت و آب است. یک رژیم معمول در این نوع خطوط انتقال رژیم اسلاگ می باشد که در این رژیم سیال به صورت متناوب در طول لوله، به صورت توده های متمرکز که اسلاگ نامیده می شود، جریان دارد. این جریان پیچیده در تمام محدوده های شیب لوله و در محدوده وسیعی از نرخ جریان گاز-مایع وجود دارد. این رژیم جریان به صورت ذاتی ناپایدار است. حتی اگر نرخ جریان گاز و مایع در یک مقدار پایدار ثابت نگه داشته شود، دبی جرمی، سرعت فازها و فشار، در هر سطح مقطع عمود بر محور لوله، نسبت به زمان، به مقدار زیادی تغییر خواهند کرد. در نتیجه، فرایندهایی نظیر انتقال جرم و حرارت به صورت ناپایدار در می آیند و تغییرات قابل توجهی در پروفیل های دما و غلظت سیستم اتفاق می افتد. این امر باعث خوردگی و فرسودگی لوله ها و خسارات ناشی از رزنانس ارتعاشاتی می شود. سیستم های خط لوله باید توانایی مقاومت در برابر طبیعت نوسانی اسلاگ را داشته باشند. متأسفانه، با وجود اینکه پنج دهه از مطالعات متمرکز روی این جریان پیچیده می گذرد، فهم کاملی از مکانیزم این رژیم جریان وجود ندارد و حل های عددی صورت پذیرفته نیز یا بر پایه حل ماتریس های محاسباتی زمان بر و یا بدرفتار^۲ بوده و یا بر پایه فرضیات ساده کننده زیاد و روابط تجربی و آماری استوار است.

طبق بررسی های صورت گرفته، سه روش برای مدل سازی اسلاگ در مقالات پیشنهاد شده است:

- مدل های حالت پایدار^۳

- مدل ردگیری اسلاگ^۴

- مدل تسخیر اسلاگ با استفاده از مدل دوسیالی^۵

مدل حالت پایدار ساده ترین و در عین حال عمومی ترین روش برای مدل سازی اسلاگ می باشد. در این مدل، خاصیت نوبتی^۶ جریان اسلاگ به خاصیت تناوبی^۷ تقلیل می یابد. جریان به صورت کاملاً توسعه یافته در نظر گرفته می شود. بنابراین ساختار پیچیده جریان اسلاگ به یک "واحد سلولی معادل"^۸ تبدیل می شود که شامل یک اسلاگ مایع و یک حباب تیلور می باشد [۱]. این روش بر پایه فرض رفتار یکنواخت و جریان کاملاً توسعه یافته است. روش واحد سلول اطلاعات نسبتاً خوبی راجع به میانگین کسر حجمی و افت فشار می دهد، ولی توانایی پیش بینی رفتار دینامیکی موج یا اسلاگ مانند روند رشد موج و شکل گیری اسلاگ را ندارد. روش دیگر مدل سازی اسلاگ بر اساس ردگیری اسلاگ بر پایه روابط تجربی و فرضیات فراوان استوار است. که از آن جمله می توان به کارهای تایتل و همکاران [۲]، نایدال و همکاران [۳]، ژولاس [۴]، هو و همکاران [۵] و لیبیک و نایدال [۶] اشاره نمود. در این روش، اسلاگ به عنوان یک شی متحرک که دارای مرز است فرض می شود. از جمله فواید این روش نسبت به روش واحد سلول می توان به دستیابی توزیع طول اسلاگ، بدون استفاده از روابط بر اساس داده های آماری آزمایشگاهی، اشاره نمود.

یکی دیگر از تکنیک های تسخیر اسلاگ، روش حل عددی بر پایه مدل های دوسیالی است. از جمله کدهایی که با این شیوه توسعه یافته اند، می توان به کد معروف الگا [۸،۷] اشاره کرد. از کارهای صورت گرفته برای مدل سازی جریان اسلاگ با مدل دوسیالی می توان به عیسی و کمف [۹]، بونیزی و عیسی [۱۰]، بونیزی و همکاران [۱۱]، انصاری [۱۲]، کادری و همکاران [۱۳] و مدل سازی جریان کانال با موج های بزرگ توسط هلماس [۱۴] و صلیحی و همکاران [۱۵] اشاره کرد. این کارها اغلب بر پایه روش های عددی قدیمی مانند حجم محدود و حل ماتریس های زمان بر به روش ضمنی بوده اند. مدل دوسیالی به کار گرفته شده نیز تک فشاری و بر پایه فرض فشارهای هیدرواستاتیک بوده که منجر به بروز مشکلات ناشی از حالت بدرفتار می شد. زمان بسیار زیاد حل با این روش ها نیز باعث شده است که استفاده عملی از این روش ها غیرممکن شده و محققان استقبال لازم را از آن ها به عمل نیاورند.

5. Slug-capturing using two-fluid models

6. Intermittency

7. Periodically

8. Equivalent cell unit

1. Slug

2. Ill posed

3. Steady state models

4. Slug-tracking models

- عدم نیاز به تحلیل مشخصه‌ای یا گسسته‌سازی ناحیه به ناحیه
 - توانایی خوب تسخیر ناپیوستگی‌های میدان جریان
 - زمان کمتر محاسبه نسبت به روش‌های گودونوف
 - سادگی کاربرد آن
- اهداف این مقاله را می‌توان به طور خلاصه در دو مورد ذیل خلاصه نمود:
- اثبات و نشان دادن توانایی و قابلیت مدل هیپربولیک هفت معادله‌ای دوفشاری و روش عددی حاضر در مدل‌سازی رژیم جریان اسلاگ
 - مطالعه رفتار جریان اسلاگ در کانال و ردگیری دقیق موقعیت لحظه‌ای اسلاگ
- در بخش ۲ این مقاله معادلات حاکم بر مدل دوسیالی هفت معادله‌ای و معادلات حالت مورد نیاز ارائه خواهد شد. روش گسسته‌سازی شار عددی بر اساس روش AUSMDV و گسسته‌سازی جدید برای جمله‌های ناپایستار و رویه آسایش فشار در بخش ۳ خواهد آمد.
- ارتقا به دقت مرتبه ۲ بر اساس استراتژی رنگ-کوتا^۲ و تکنیک هنگام^۳ در بخش ۴ شرح داده خواهد شد. مسائل مختلف و معروف دوفازی و مدل‌سازی جریان اسلاگ به همراه مقایسه با نتایج آزمایشگاهی و عددی قبلی در بخش ۵ و بحث و بررسی نتایج در بخش ۶ خواهد آمد.

۲- مدل دوفشاری هفت معادله‌ای

این مدل تحت عنوان مدل هفت معادله‌ای تراکم‌پذیر چندفازی/چندسیالی ساورل-آبگرا^[۱۷] معروف است. در کار حاضر جمله‌های اصطکاکی برای افزایش پایداری و توانایی مدل در مدل‌سازی جریان‌های لایه‌ای و اسلاگ اضافه شده‌اند. معادلات به شرح ذیل است:

معادلات بقای جرم برای فاز گاز و مایع:

$$\frac{\partial}{\partial t}(\rho_g \alpha_g) + \frac{\partial}{\partial x}(\rho_g \alpha_g v_g) = 0 \quad (1)$$

$$\frac{\partial}{\partial t}(\rho_l \alpha_l) + \frac{\partial}{\partial x}(\rho_l \alpha_l v_l) = 0 \quad (2)$$

مدل دوسیالی نخست توسط ایشی^[۱۶] معرفی شد. در این مدل فشارهای دو فاز به صورت یکسان در نظر گرفته شد. ریشه‌های معادله مشخصه این مدل مختلط است و بنابراین سیستم معادلات آن هیپربولیک نمی‌باشد و بدرفتار است. در حالت بدرفتار بر اساس شرایط اولیه و اطلاعات مربوط به حل عددی در یک گام زمانی، امکان پیش‌بینی جواب در گام‌های بعدی میسر نمی‌باشد و غالباً نوسانات در حل ظاهر می‌شوند. این نوسانات اغلب به صورتی هستند که با افزایش تعداد شبکه به صورت غیرقابل کنترل و نامحدود در می‌آیند.

تا کنون تلاش‌های فراوانی برای رفع یا کاهش مشکل بدرفتاری دوسیالی صورت پذیرفته است که از آن جمله به اضافه نمودن ترم‌های جرم مجازی، تنش برشی مجازی، تنش برشی با دیواره‌ها، تخمین جمله تصحیح فشار و اضافه نمودن تنش سطحی به مدل می‌توان اشاره کرد. در این مقاله، برای نخستین مرتبه، از مدل دوسیالی هیپربولیک دوفشاری برای مدل‌سازی جریان اسلاگ در کانال استفاده شد. مدل‌های دوفشاری هیپربولیک بوده و دارای ریشه‌های معادله مشخصه حقیقی‌اند. نخستین مدل دوفشاری بی‌قیدوشرط هیپربولیک توسط ساورل و آبگرا^[۱۷] ارائه شد. این مدل در واقع توسعه یافته و اصلاح شده مدل بائر و نونزیاتو^[۱۸] است. مدل ساورل و آبگرا^[۱۷] یک مدل هفت معادله‌ای است. یکی از مشکلات کار با این مدل وجود ترم‌های ناپایستار در معادلات ممنتوم و انرژی است. این ترم‌ها نه شار عددی به حساب می‌آیند و نه ترم‌های چشمه هستند.

در این مقاله، از یک تکنیک جدید پیشنهادشده توسط پرس^[۱۹] برای گسسته‌سازی ترم‌های ناپایستار استفاده شد که نتایج مثبتی در خصوص کاهش نوسانات عددی و تقریب صحیح این ترم‌ها دارد. در حال حاضر کاربرد روش‌های عددی دقت بالای تسخیر شک در مدل‌سازی مسائل دینامیک گاز تک‌فاز معمول شده است. لیکن تا کنون در بحث مدل‌سازی جریان‌های لایه‌ای و اسلاگ با این روش‌ها مطالعه‌ای گزارش نشده است. در این تحقیق، از روش عددی AUSMDV^۱ که روشی آسان، سریع و با دقت بالا به حساب می‌آید و مدل دوسیالی دوفشاری هفت معادله‌ای استفاده شد. از مزایای روش AUSMDV^[۲۰-۲۵] می‌توان به موارد زیر اشاره کرد:

1. Advection Upstream Splitting Method

2. Runge-Kuta
3. Hancok

$$P_l = (\gamma_l - 1) \rho_l e_l - \gamma_l P_{\infty, l}$$

$$P_g = (\gamma_g - 1) \rho_g e_g \quad (10)$$

برای انرژی درونی گاز و مایع از رابطه (۱۱) استفاده شد:

$$e_g(\rho_g, T_g) = \frac{R_g}{\gamma_g - 1} T_g$$

$$e_l(\rho_l, T_l) = \frac{c_{p, l}}{\gamma_l} T_l + \frac{P_{\infty, l}}{\rho_l} \quad (11)$$

$$C_{p, g} = 1008 \text{ J/kgK}, C_{p, l} = 4186 \text{ J/kgK}, P_{\infty, l} = 6 \times 10^6$$

برای $R_g = 288/2 \text{ J/kgK}$ و $\gamma_g = 1/4$, $\gamma_l = 1/8$

سرعت صوت رابطه $c_k = ((\gamma_k - 1) C_{p, k} T_k)^{1/2}$ به کار برده شد. جمله تصحیح فشار $(P_k - P_i)$ ، که بیانگر تاثیرات

هیدرواستاتیکی و تنش های سطوح مشترک است، برای مدل سازی و محاسبه فشار فصل مشترک P_i به کار گرفته شد.

بدین منظور از رابطه پیشنهادی بسشن [۲۴] استفاده شد.

در این معادله مقدار δ مساوی ۱/۲ است.

$$\Delta P = P_g - P_i = \delta \frac{\alpha_g \alpha_l \rho_g \rho_l}{\rho_g \alpha_l + \rho_l \alpha_g} (v_g - v_l)^2 \quad (12)$$

روابط ساختاری، که در مدل دوسیالی جهت بسته شدن

معادلات مورد نیازند، شامل تنش فاز گاز با دیوار τ_g ، تنش فاز

مایع با دیوار τ_l و تنش در فصل مشترک دو فاز τ_i می باشد

که به ترتیب از روابط معروف زیر استفاده می شود:

$$\tau_g = \frac{1}{2} f_g \rho_g V_g |V_g| \quad (13)$$

$$\tau_l = \frac{1}{2} f_l \rho_l V_l |V_l| \quad (14)$$

$$\tau_i = \frac{1}{2} f_i \rho_g (V_g - V_l) |V_g - V_l| \quad (15)$$

با توجه به روابط (۱۳)، (۱۴) و (۱۵)، ملاحظه می شود که

برای محاسبه تنش ها باید فاکتورهای اصطکاکی فانیگ^۲ یعنی

f_l ، f_i و f_g محاسبه شوند که در بخش ۵ ارائه می شود.

۳- روش عددی تقسیم شار ترکیبی

در روش تقسیم بردار شار^۳ جمله شار پایستار جرم، ممنتم و

انرژی به صورت رابطه (۱۶) نوشته می شود [۲۰، ۲۳]:

معادله بقای ممنتم برای فاز گاز:

$$\begin{aligned} \frac{\partial(\alpha_g \rho_g v_g)}{\partial t} + \frac{\partial(\alpha_g \rho_g v_g \cdot v_g)}{\partial x} + \frac{\partial}{\partial x}(\alpha_g P_g) \\ = P_i \frac{\partial \alpha_g}{\partial x} - \tau_i S_i - \tau_g S_g + Q_g \end{aligned} \quad (3)$$

معادله بقای ممنتم برای فاز مایع:

$$\begin{aligned} \frac{\partial(\alpha_l \rho_l v_l)}{\partial t} + \frac{\partial(\alpha_l \rho_l v_l \cdot v_l)}{\partial x} + \frac{\partial}{\partial x}(\alpha_l P_l) \\ = P_i \frac{\partial \alpha_l}{\partial x} - \tau_i S_i - \tau_l S_l + Q_g \end{aligned} \quad (4)$$

معادلات بقای انرژی دو فاز:

$$\begin{aligned} \frac{\partial(\alpha_g \rho_g E_g)}{\partial t} + \frac{\partial v_g (\alpha_g \rho_g E_g + \alpha_g P_g)}{\partial x} \\ = P_i V_i \frac{\partial \alpha_g}{\partial x} + \mu P_i (P_g - P_l) \end{aligned} \quad (5)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial(\alpha_l \rho_l E_l)}{\partial t} + \frac{\partial v_l (\alpha_l \rho_l E_l + \alpha_l P_l)}{\partial x} \\ = P_i V_i \frac{\partial \alpha_l}{\partial x} - \mu P_i (P_g - P_l) \end{aligned} \quad (6)$$

معادله ارزیابی تغییرات کسر حجمی:

$$\frac{\partial \alpha_g}{\partial t} + V_i \frac{\partial \alpha_g}{\partial x} = \mu (P_g - P_l) \quad (7)$$

که برای فاز k ، ρ_k چگالی، P_k فشار، v_k سرعت، α کسر

حجمی و Q_k ترم چشمه در معادلات ممنتم است. P_i فشار

فصل مشترک و V_i سرعت فصل مشترک بوده و بر اساس رابطه

پیشنهادی ساورل و آبگزال به صورت معادله (۸) ارائه می شود:

$$V_i = \frac{\alpha_g \rho_g v_g + \alpha_l \rho_l v_l}{\alpha_g \rho_g + \alpha_l \rho_l} \quad (8)$$

برای بستن معادلات نیاز به یک رابطه اضافی دیگر به صورت

زیر است:

$$\alpha_g + \alpha_l = 1 \quad (9)$$

$$E_k = e_k + \frac{v_k^2}{2}$$

نوشته می شود. e_k انرژی درونی فازهای گاز و مایع است. برای

فشار مایع از معادله حالت استیفند^۱ و برای گاز از معادله حالت

گاز کامل به صورت رابطه (۱۰) استفاده گردید:

2. Fanning

3. Flux vector splitting

1. Stiffened equation of state

$$3-1 \text{ تعریف شار } \left[F_{j+\frac{1}{2}} \right]_V$$

در روش AUSMD، معادلات بقای جرم و ممنت به صورت معادلات (۲۴) و (۲۵) نوشته می شوند. جمله های معادله بقای جرم به صورت زیر گسسته سازی می شود:

$$(\rho \alpha v)_{\frac{1}{2}, AUSMD} = (\rho \alpha)_L V_L^+ + (\rho \alpha)_R V_R^- \quad (24)$$

جمله های معادله بقای ممنت به صورت زیر گسسته سازی می شود:

$$(\rho \alpha v^2)_{\frac{1}{2}, AUSMD} = \frac{1}{2} [(\rho \alpha v)_{\frac{1}{2}} (v_L + v_R) - \frac{1}{2} |(\rho \alpha v)_{\frac{1}{2}}| (v_R - v_L)] \quad (25)$$

در روش AUSMV، معادلات بقای جرم و ممنت به صورت معادلات (۲۶) و (۲۷) نوشته می شود. جمله های معادله بقای جرم به صورت زیر گسسته سازی می شود:

$$(\rho \alpha v)_{\frac{1}{2}, AUSMV} = (\rho \alpha)_L V_L^+ + (\rho \alpha)_R V_R^- \quad (26)$$

جمله های معادله بقای ممنت به صورت زیر گسسته سازی می شود:

$$(\rho \alpha v^2)_{\frac{1}{2}, AUSMV} = V_L^+ \cdot (\rho \alpha v)_L + V_R^- \cdot (\rho \alpha v)_R \quad (27)$$

ترم های معادله بقای انرژی به صورت زیر جدا سازی می شود:

$$v(\rho \alpha E + \rho \alpha P)_{1/2} = (\rho \alpha E + \rho \alpha P)_L V_L^+ + (\rho \alpha E + \rho \alpha P)_R V_R^- \quad (28)$$

ضریب وزنی سرعت در روش AUSMD و AUSMV به صورت زیر نوشته می شود:

$$V^\pm = \begin{cases} \chi_{L/R} (\pm \frac{1}{4c} (v \pm c)^2 - \frac{v \pm |v|}{2}) + \frac{v \pm |v|}{2} & \text{if } |v| < c \\ \frac{1}{2} (v \pm |v|) & \text{otherwise} \end{cases} \quad (29)$$

تابع χ که در معادله (۲۹) ظاهر شده است به صورت زیر تعریف می شود:

$$\chi_L = \frac{\frac{1}{2} \left(\frac{\rho}{\alpha} \right)_L}{\left(\frac{\rho}{\alpha} \right)_L + \left(\frac{\rho}{\alpha} \right)_R}, \quad \chi_R = \frac{\frac{1}{2} \left(\frac{\rho}{\alpha} \right)_R}{\left(\frac{\rho}{\alpha} \right)_L + \left(\frac{\rho}{\alpha} \right)_R}$$

$$(16) \quad (\psi v)_{j+\frac{1}{2}} = V_j^+ \psi_j + V_{j+1}^- \psi_{j+1}$$

در این گسسته سازی، ضریب وزنی سرعت بالادست و پایین دست به صورت رابطه (۱۷) نوشته می شود:

$$V^\pm = \begin{cases} \pm \frac{1}{4c} (v \pm c)^2 & \text{if } |v| \leq c \\ \frac{1}{2} (v \pm |v|) & \text{otherwise} \end{cases} \quad (17)$$

در این روش، شار عددی F ترکیبی از ترم های بالادست و پایین دست است و به صورت رابطه (۱۸) نوشته می شود:

$$F = F^+(U_L) + F^-(U_R) \quad (18)$$

رابطه (۱۷) به نحوی است که شرط زیر را ارضا می نماید:

$$V = V^+(v, c) + V^-(v, c) \quad (19)$$

که c سرعت صوت در مخلوط دوفازی است و در اینجا با تعریف یک رابطه بر پایه نسبت α/ρ یک رابطه برای سرعت صوت به دست می آید:

$$(20) \quad \left(\frac{\alpha_l}{\rho_l} \right) \frac{1}{c_l^2} + \left(\frac{\alpha_g}{\rho_g} \right) \frac{1}{c_g^2} = \left(\frac{\alpha_l}{\rho_l} + \frac{\alpha_g}{\rho_g} \right) \frac{1}{c^2}$$

بعد از کمی عملیات ریاضی، می توان این رابطه را به صورت رابطه (۲۱) بازنویسی نمود [۲۳، ۲۲]:

$$(21) \quad c = \frac{\sqrt{\left(\frac{\alpha_l}{\rho_l} \right) + \left(\frac{\alpha_g}{\rho_g} \right)}}{\sqrt{\left(\frac{\alpha_l}{\rho_l} \right) \frac{1}{c_l^2} + \left(\frac{\alpha_g}{\rho_g} \right) \frac{1}{c_g^2}}}$$

برای گسسته سازی معادلات بقای جرم، ممنت و انرژی ابتدا معادلات به صورت زیر نوشته می شود:

$$(22) \quad \frac{\partial U}{\partial t} + \frac{\partial F}{\partial x} = S$$

معادله (۲۲) به صورت زیر گسسته سازی می شود:

$$(23) \quad \frac{U_j^{n+1} - U_j^n}{\Delta t} + \frac{[F]_{j+\frac{1}{2}}^n - [F]_{j-\frac{1}{2}}^n}{\Delta x} = S_j^n$$

که در این نوشتار می توان هر جمله شار F را به دو قسمت شار فشاری و شار ممنت تقسیم نموده و آن را به صورت

$$F_{j+\frac{1}{2}} = \left[F_{j+\frac{1}{2}} \right]_P + \left[F_{j+\frac{1}{2}} \right]_V$$

جزء معادله (۲۳) در ادامه بررسی می شود.

$$\int_0^1 A(\varphi(s; u_L, u_R)) \frac{\partial \varphi}{\partial s}(s; u_L, u_R) ds$$

$$= A(u_L, u_R)_\varphi (u_L - u_R) \quad (36)$$

و

$$\varphi(\cdot; u_L, u_R) = u_L$$

$$\varphi(\cdot; u_L, u_R) = u_R \quad (37)$$

در کار حاضر جمله ناپایستار، که در معادلات ممنتیم ظاهر می شود، به صورت $P_i \frac{\partial \alpha}{\partial x}$ است. با انتگرال گیری از معادله (36) بین u_L و u_R استفاده از شیوه بقا در راستای مسیر داریم:

$$\int_{u_L}^{u_R} P_i \frac{\partial \alpha}{\partial x} dx = \int_{P_i(s; P_{i,L}, P_{i,R})} \frac{\partial \alpha}{\partial s}(s; \alpha_L, \alpha_R) ds$$

$$= \overline{P_i}(P_{i,L}, P_{i,R})(\alpha_L - \alpha_R) \quad (38)$$

به منظور استفاده از شارهای روش AUSM بایستی رابطه (38) بر اساس شارهای چپ و راست نوشته شود. بر این اساس، طبق شیوه بقا در راستای مسیر، انتگرال رابطه (38) بایستی معادل مجموع باقی مانده های چپ و راست گردد. این کار این امکان را به ما می دهد که گسسته سازی بر اساس ضریب وزنی فشاری روش AUSM ادامه پذیرد. در ادامه خواهیم داشت:

$$D_{j+\frac{1}{2}}^-(U_j^n, U_{j+1}^n) + D_{j-\frac{1}{2}}^+(U_{j-1}^n, U_j^n)$$

$$= \int_{P_i(s; P_{i,L}, P_{i,R})} \frac{\partial \alpha}{\partial s}(s; \alpha_L, \alpha_R) ds \quad (39)$$

باقی مانده ها به این صورت تعریف می شوند:

$$D^-(U_j, U_{j+1}) = F^-(U_{j+1}) - F^-(U_j) \quad (40)$$

$$D^+(U_j, U_{j-1}) = F^+(U_j) - F^+(U_{j-1}) \quad (41)$$

حال در ادامه کار یک متوسط گیری خطی بین دو وضعیت u_R, u_L انجام می شود. بدین منظور یک مسیر خطی به صورت زیر تعریف می شود:

$$\varphi(s; U_L, U_R) = U_L + s(U_R - U_L) \quad (42)$$

با جایگذاری متغیرهای اولیه α و P_i به جای U در معادله (42) خواهیم داشت:

روش AUSMDV ترکیبی از روش های AUSMD و AUSMV است و به صورت زیر تعریف می شود:

$$(\rho \alpha v)_{AUSMDV} = S \cdot (\rho \alpha v)_{AUSMV} + (1-S) \cdot (\rho \alpha v)_{AUSMD} \quad (30)$$

S بر اساس رابطه (31) قابل محاسبه است.

$$S = \frac{1}{2} + \frac{1}{2} \min(1, 1 - \frac{|P_R - P_L|}{\min(P_L, P_R)}) \quad (31)$$

۳-۲- تعریف شار عددی فشار $\left[F_{j+\frac{1}{2}}\right]_p$

در روش عددی AUSMDV، برای گسسته سازی جملاتی که شامل مشتق فشارند، از یک ضریب وزنی فشاری استفاده می شود [23, 20]. این ضریب وزنی به صورت $P^\pm(v, c)$ نوشته می شود و در رابطه (32) صدق می کند:

$$P^+(v, c) + P^-(v, c) = 1 \quad (32)$$

مقدار ضریب وزنی فشار به صورت رابطه (33) تعریف می شود:

$$P^\pm(v, c) = V^\pm(v, c) \cdot \begin{cases} \frac{1}{c} \cdot (\pm 2 - \frac{v}{c}) & \text{if } |v| \leq c \\ \frac{1}{v} & \text{otherwise} \end{cases} \quad (33)$$

با استفاده از این ضریب وزنی جمله پایستار فشار $(\alpha \cdot p)_{j+\frac{1}{2}}$ به صورت رابطه (34) به دست می آید:

$$(\alpha \cdot p)_{j+\frac{1}{2}} = P^+(v_j, c_{j+\frac{1}{2}})(\alpha \cdot p)_j + P^-(v_{j+1}, c_{j+\frac{1}{2}})(\alpha \cdot p)_{j+1} \quad (34)$$

۳-۳- مدل سازی جمله غیر پایستار فشار

با تبعیت از پرس [19] یک مسئله عمومی ناپایستار در نظر گرفته می شود:

$$\frac{\partial u}{\partial t} + A(u_L, u_R)_\varphi \frac{\partial u}{\partial x} = 0 \quad (35)$$

φ یک مسیر صاف است که دو وضعیت u_R, u_L بین یک ناپیوستگی را به هم متصل می کند. این تئوری بر اساس روش بقا در راستای مسیر است. ماتریس $A(u_L, u_R)_\varphi$ بایستی رابطه زیر را ارضا نماید:

شایان ذکر است که مقدار مشخص و معینی برای پارامتر آسایش فشار μ وجود ندارد. در خصوص بررسی تاثیر تغییر این پارامتر بر روی حل می توان به مطالعات مانکجورد [۲۸،۲۷] اشاره نمود. در مطالعات ایشان، مقدار پارامتر μ به ازای مقادیر ۰ تا ۰/۰۰۱ تغییر داده و تاثیر آن بر روی دقت حل بررسی شد. نتایج به دست آمده حاکی از آن بود که به ازای مقادیر کم μ جواب ها انحراف زیادی از حل تحلیلی و حل واقعی مسئله داشتند، لیکن با زیاد شدن مقدار μ بر دقت جواب ها افزوده شد. این نتیجه با نظریه مشهور ساورل و آبگرا [۱۷] در حل مدل های دوفشاری به ازای میل دادن مقدار μ به سمت بی نهایت ($\mu \rightarrow \infty$) سازگاری دارد.

در مطالعات مانکجورد [۲۸،۲۷] نیز اثبات شد که دقیق ترین جواب ها به ازای آسایش لحظه ای حاصل می شود. لذا در این مقاله رویه آسایش لحظه ای فشار^۲ به عنوان شیوه محاسبه فشار استفاده می شود.

در این مرحله، به منظور محاسبه فشار، پس از حل بخش هیپربولیک معادلات (۱ تا ۷) توسط حل گر هیپربولیک AUSMDV بایستی رویه زیر به عنوان رویه آسایش فشار اعمال شود. بدین منظور پس از تخمین اولیه پارامترها و حل معادلات ۱ تا ۷ توسط حل گر هیپربولیک، بایستی کسر حجمی با کمک معادله (۵۰) به صورت $\alpha = \alpha' + M$ محاسبه و اصلاح شده و سپس مقادیر مختلف پارامترها بر اساس آن مجدداً اصلاح شوند. در معادله زیر پارامترهایی که با " " نمایش داده شده اند مقادیر اولیه قبل از فرایند آسایش هستند.

$$M = \frac{-A_1 - \sqrt{A_1^2 - 4A_r A_r}}{2A_r} \quad (50)$$

که ضرایب این معادله طبق رابطه (۵۱) است.

$$\begin{aligned} A_1 &= \frac{\gamma_l + 1}{2} \alpha'_g P_g - \frac{\gamma_g + 1}{2} \alpha'_l P_l \\ &\quad - \frac{\alpha'_l (\gamma_g - 1) + \alpha'_g (\gamma_l - 1)}{2} P_l \\ &\quad - (\alpha'_l \gamma_g P_{g,\infty} + \alpha'_g \gamma_l P_{l,\infty}) \\ A_r &= \frac{\gamma_g - \gamma_l}{2} P_l + \frac{\gamma_l + 1}{2} \gamma_g P_{g,\infty} - \frac{\gamma_g + 1}{2} \gamma_l P_{l,\infty} \\ A_r &= \alpha'_g \alpha'_l \Delta P \end{aligned} \quad (51)$$

$$\alpha(s) = \alpha_L + s(\alpha_R - \alpha_L) \quad (43)$$

$$P_i(s) = P_{i,L} + s(P_{i,R} - P_{i,L}) \quad (44)$$

با این فرضیه، جمله ناپایستار را می توان به صورت دقیق و واقعی انتگرال گیری کرد:

$$\int P_i \frac{\partial \alpha(s)}{\partial s} ds = \Delta \alpha \bar{P}_i \quad (45)$$

با استفاده از رابطه (۴۳) و (۴۴) و جایگذاری شارها بر اساس ضریب وزنی فشاری، باقی مانده های چپ و راست به صورت زیر تعریف می شوند:

$$D_{j+\frac{1}{2}}^- = \left(\bar{P}_i [\alpha_R P^-(U_R) - \alpha_L P^-(U_L)] \right)_{j+\frac{1}{2}} \quad (46)$$

$$D_{j-\frac{1}{2}}^+ = \left(\bar{P}_i [\alpha_R P^+(U_R) - \alpha_L P^+(U_L)] \right)_{j-\frac{1}{2}} \quad (46)$$

در نهایت گسسته سازی جمله ناپایستار به صورت رابطه (۴۸) ارائه می شود:

$$\left[P_i \frac{\partial \alpha}{\partial x} \right]_j = \frac{1}{\Delta x} \left(D_{j+\frac{1}{2}}^+ + D_{j-\frac{1}{2}}^- \right) \quad (48)$$

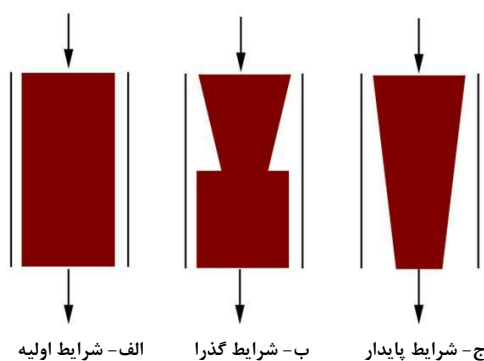
۳-۴- رویه آسایش فشار در مدل هفت معادله ای دوفشاری

به منظور آسایش فشار^۱ لحظه ای سیستم معادلات دیفرانسیل ۱ تا ۷، بایستی دستگاه معادلات دیفرانسیل معمولی (۴۹) حل شود.

$$\begin{aligned} \frac{\partial \alpha_g}{\partial t} &= \mu (P_g - P_l) \\ \frac{\partial \alpha_g \rho_g}{\partial t} &= . \\ \frac{\partial \alpha_g \rho_g u_g}{\partial t} &= . \\ \frac{\partial \alpha_g \rho_g E_g}{\partial t} &= \mu P_i (P_g - P_l) \\ \frac{\partial \alpha_l \rho_l}{\partial t} &= . \\ \frac{\partial \alpha_l \rho_l u_l}{\partial t} &= . \\ \frac{\partial \alpha_l \rho_l E_l}{\partial t} &= -\mu P_i (P_g - P_l) \end{aligned} \quad (49)$$

1. Pressure relaxation

2. Instantaneous pressure relaxation



شکل ۱ مسئله واتر فاوست

اطراف آب، هوا با چگالی ۱ کیلوگرم بر متر مکعب و سرعت صفر متر بر ثانیه و کسر حجمی ۰/۲ قرار دارد. فشار در خروجی لوله ۱ بار می باشد. شرایط مرزی ورودی و شرایط اولیه با هم برابر گرفته می شوند و برای شرط مرز خروجی شرط کاملاً توسعه یافته در نظر گرفته می شود.

زمانی که از تغییرات فشار در فاز گاز بتوان صرف نظر کرد، این مسئله گذرا دارای حل تحلیلی زیر می باشد:

$$\alpha_L(x, t) = \begin{cases} \frac{\alpha_L^{inlet} V_L^{inlet}}{\sqrt{(V_L^{inlet})^2 + 2g(x - x^{inlet})}} & x \leq x^{inlet} + V_L^{inlet}t + \frac{g}{2}t^2 \\ \alpha_L^{inlet} & otherwise \end{cases} \quad (55)$$

α_L^{inlet} کسر حجمی فاز مایع در ورودی لوله است که برابر ۰/۸ می باشد. V_L^{inlet} سرعت فاز مایع در ورودی لوله است که برابر ۱۰ متر بر ثانیه می باشد. g شتاب جاذبه و x^{inlet} محل ورودی لوله می باشد که معمولاً صفر در نظر گرفته می شود. در این حالت بایستی به معادلات بقای ممنتوم فاز گاز و مایع جمله چشمه زیر اضافه شود:

$$Q_K = g \rho_k \alpha_k \quad (56)$$

نتایج عددی به دست آمده با حل تحلیلی از طریق رابطه (۵۵) مقایسه شدند.

۵-۱-۱- مطالعه همگرایی جواب ها

مطالعه همگرایی جواب ها به وسیله افزایش تعداد شبکه های محاسباتی انجام شد و نتایج مقایسه ای آن در شکل ۲ ارائه شده است. نتایج ارائه شده شامل تغییرات کسر حجمی با حل دقت مرتبه ۲ و استفاده از محدودکننده شیب MCD است.

۳-۵- دقت مرتبه دو زمانی و مکانی

دقت مرتبه دو مکانی با استفاده از استراتژی هنکاک به دست آمد. با استفاده از این استراتژی هم نوایی^۱ مدل هم ابقا گردید. در این شیوه مقادیر فصل مشترک هر المان با استفاده از تقریب های خطی مربوط به المان های مجاور اصلاح و بازسازی می شود. بدین ترتیب از نوسانات عددی کاسته شده و دقت مرتبه دو حاصل می شود:

$$Q_{j+\frac{1}{2}}^L = Q_j^{n+\frac{1}{2}} + \frac{\Delta x}{2} \delta Q_j^n$$

$$Q_{j+\frac{1}{2}}^R = Q_{j+1}^{n+\frac{1}{2}} - \frac{\Delta x}{2} \delta Q_{j+1}^n \quad (52)$$

δQ_j محدودکننده شیب^۲ است. در کار حاضر متغیرهای اولیه به نسبت متغیرهای پایستار انتخاب شدند که عبارت اند از $\alpha, P_g, P_l, v_g, v_l, e_g, e_l$. در این کار از محدودکننده شیب MCD^۳ استفاده شد:

$$\delta Q_j = \min \left(\frac{Q_{j+1} - Q_{j-1}}{2\Delta x}, \frac{Q_j - Q_{j-1}}{\Delta x}, \frac{Q_{j+1} - Q_j}{\Delta x} \right) \quad (53)$$

برای دستیابی به دقت مرتبه دو زمانی از روش رونگ-کوتا استفاده شد که به شرح ذیل است:

$$Q^{(1)} = Q^n + \Delta t \mathcal{L}(Q^n)$$

$$Q^{n+1} = \frac{1}{4}Q^n + \frac{1}{4}Q^{(1)} + \frac{1}{2}\Delta t \mathcal{L}(Q^{(1)}) \quad (54)$$

که

$$\mathcal{L}(Q^n) = \frac{1}{\Delta x} \left(F^n(U^L, U^R)_{j+\frac{1}{2}} - F^n(U^L, U^R)_{j-\frac{1}{2}} \right) - S_j^n$$

۵- صحت سنجی و مدل سازی عددی

۵-۱- مسئله واتر فاوست

این مسئله معروف^۴ توسط رنسم [۲۹] بیان شده است. یک لوله قائم به طول ۱۲ متر و قطر ۱ متر در نظر گرفته می شود (شکل ۱). در لحظه اولیه، لوله از آب با چگالی ۱۰۰۰ کیلوگرم بر مترمکعب و با سرعت ۱۰ متر بر ثانیه به طور یکنواخت پر شده است.

1. Monotonicity
2. Slope limiter
3. Monotonized-Central Deference
4. Water Faucet Problem

فاکتور اصطكاكى فاز مايع و فصل مشترك، بسته به اينكه شكل فصل مشترك لايه‌ای-صاف و يا لايه‌ای-موجی باشد، متفاوت است، ولی فاکتور اصطكاكى فاز گاز در هر دو حالت ذکر شده یکسان است.

در سرعت‌های بالای گاز ($U_g > 5 \text{ m/s}$) عیسی و همکاران [۳۰] بررسی نمودند که فرض برابر بودن فاکتور اصطكاكى فاز گاز و فصل مشترك دیگر اعتبار ندارد. در این حالت برای فاکتور اصطكاكى فصل مشترك از رابطه آندریتسوس و هانرتی [۳۱] استفاده می‌شود:

$$f_l = f_g \left\{ 1 + 15 \left[\frac{j_g}{5} - 1 \right] \sqrt{\frac{h_l}{D}} \right\} \text{ where } j_g \geq 5 \text{ m/s} \quad (59)$$

در رابطه (۵۹) سرعت ظاهری^۱ فاز گاز می‌باشد. فاکتور اصطكاكى فاز گاز با دیوار از رابطه (۶۰) محاسبه می‌شود. در مقاله حاضر سطح کانال زیر و با زبری نسبی $\varepsilon = 4/61 \times 10^{-5} \text{ m}$ در نظر گرفته شده است.

$$f_g = \max \left[\frac{16}{\text{Re}_g}, 0.01375 \left[1 + \left[2 \times 10^4 \left(\frac{\varepsilon}{D_{hg}} \right) + \frac{1.6}{\text{Re}_g} \right]^{\frac{1}{3}} \right] \right] \quad (60)$$

فاکتور اصطكاكى فاز مايع با دیوار نیز با استفاده از روش ماکزیمم به صورت زیر در می‌آید [۳۱]:

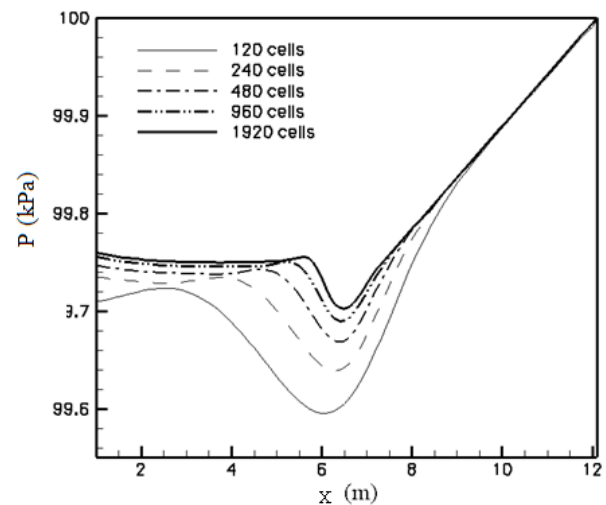
$$\begin{cases} f_l = \max \left[\frac{24}{\text{Re}_l}, \frac{0.263}{R_l} \sqrt{\frac{D_{hl}}{\text{Re}_l D}} \right] & \text{if } j_g > 5 \text{ m/s} \\ f_l = \max \left[\frac{16}{\text{Re}_l}, 0.01375 \left[1 + \left[2 \times 10^4 \left(\frac{\varepsilon}{D_{hl}} \right) + \frac{1.6}{\text{Re}_l} \right]^{\frac{1}{3}} \right] \right] & \text{otherwise} \end{cases} \quad (61)$$

در نهایت فاکتور اصطكاكى در فصل مشترك دو فاز با استفاده از روش ماکزیمم به صورت زیر بیان می‌شود [۳۱]:

$$\frac{f_l}{f_g} = \left\{ 1 + \max \left[0, 15 \left(\frac{j_g}{5} - 1 \right) \sqrt{\frac{h_l}{D}} \right] \right\} \quad (62)$$

۵-۲-۱- شرایط اولیه و مرزی

در زمان صفر، سطح آب صاف فرض شده و در شرایط صاف در نظر گرفته شده است. هوا و آب ورودی به صورت یک پله در

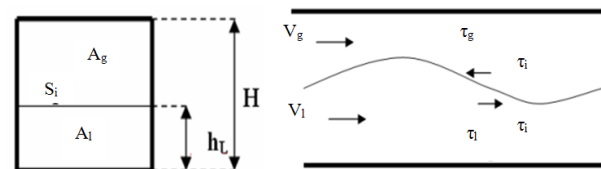


شکل ۲ توزیع فشار هوا برای مسئله واتر فاوست، مطالعه تاثیرات افزایش شبکه بر دقت حل

می‌توان مشاهده کرد که پرش‌های عددی با افزایش تعداد شبکه محاسباتی کاهش می‌یابد و نتایج تطابق خوبی با حل تحلیلی دارد.

۵-۲- حل جریان لایه‌ای در کانال

در این مرحله جریان لایه‌ای در یک کانال افقی مدل‌سازی شد (شکل ۳).



شکل ۳ شماتیک جریان لایه‌ای در کانال

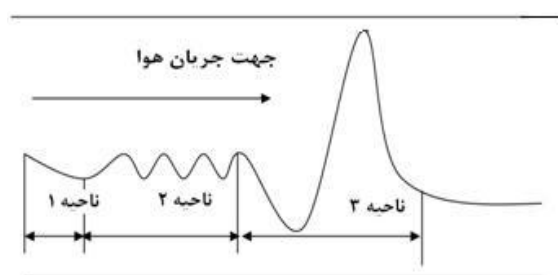
برای محاسبه فاکتورهای اصطكاكى فازهای گاز و مايع، معمولاً از روابطی که برای جریان‌های تک‌فاز وجود دارد استفاده می‌شود که در آن روابط به جای قطر داخلی از قطر هیدرولیکی مناسبی برای هر سیال استفاده می‌شود. همچنین، برای محاسبه عدد رینولدز از همان قطر هیدرولیکی استفاده می‌شود:

$$D_{hg} = \frac{4A_g}{S_g + S_l} \quad D_{hl} = \frac{4A_l}{S_l} \quad (57)$$

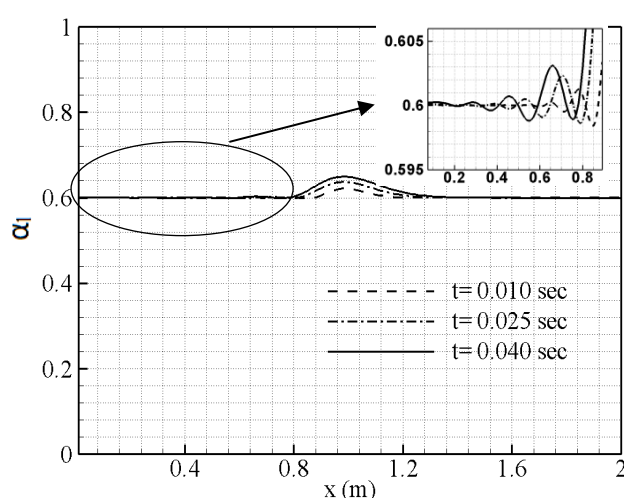
$$\text{Re}_g = \frac{\rho_g D_{hg} |V_g|}{\mu_g} \quad \text{Re}_l = \frac{\rho_l D_{hl} |V_l|}{\mu_l} \quad (58)$$

1. Superficial velocity

منظور مشاهده امواج ریز با دامنه کوتاه، نمودار بزرگ‌نمایی شده و محدوده کسر حجمی بین ۰/۵۹۵ تا ۰/۶۰۵ انتخاب شد. این مرحله بیانگر شروع ناپایداری کلون-هلمهلتز بوده و در زمان‌های بالاتر موج رشد می‌نماید و اسلاگ تشکیل می‌شود. در شکل ۷ مقایسه‌ای بین تاریخچه زمانی حرکت اسلاگ و یک سری نتایج آزمایشگاهی [۳۳] نشان داده شده است. در شکل ۸ مقایسه‌ای بین تاریخچه زمانی حرکت اسلاگ و یک سری نتایج آزمایشگاهی دیگر با شرایط اولیه متفاوت، برگرفته از مرجع [۳۴]، نشان داده شده است. در شکل‌های ۷ و ۸ فقط ناحیه ۳ از اسلاگ که در ابتدای این قسمت توضیح داده شد مورد تاکید قرار گرفته که این امر به دلیل محدودیت تجهیزات آزمایشگاهی است. ترتیب و تغییرات مشاهده‌شده در پلات‌های نتایج عددی و مقایسه آن‌ها با عکس‌های تجربی بیانگر هم‌خوانی خوب کیفی نتایج و ردگیری خوب موقعیت مکانی اسلاگ در کانال است.

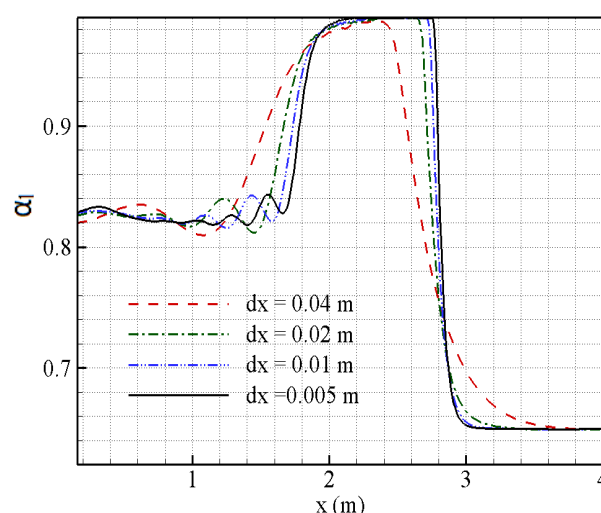


شکل ۵ نمایشی از سه ناحیه مختلف در زمان شروع اسلاگ طبق نظریه ارائه‌شده در مرجع [۳۴]



شکل ۶ نتایج عددی لحظات اولیه شروع رشد اسلاگ $V_g = 14 \text{ m/s}$ ، $V_f = 1 \text{ m/s}$

ورودی کانال معرفی شده است. شرایط ورودی ثابت در نظر گرفته شده است و متاثر از تغییرات داخل کانال نیست. فشار مرز خروجی معادل فشار اتمسفریک لحاظ گردید. فرضیات مربوط به سرعت گاز و مایع بایستی به دقت از نقشه جریان مانولیس [۳۲] استخراج شود تا ایجاد اسلاگ تضمین گردد. در این محاسبات در شرایط اتمسفریک چگالی مایع و گاز به ترتیب ۱۰۰۰ و ۱ در نظر گرفته شد. دمای محیط هم ۲۵ درجه سانتی‌گراد است. شکل عمومی کانال در شکل ۳ آمده است. در ادامه استقلال از شبکه محاسباتی برای مسئله اسلاگ بررسی شده است. نتایج این بررسی در شکل ۴ نشان داده شده است. نتایج همگرایی بیانگر آن است که بین $\Delta x = 10 \text{ mm}$ و $\Delta x = 5 \text{ mm}$ اختلاف چندانی به چشم نمی‌خورد. بنابراین برای ادامه محاسبات $\Delta x = 10 \text{ mm}$ لحاظ شد.



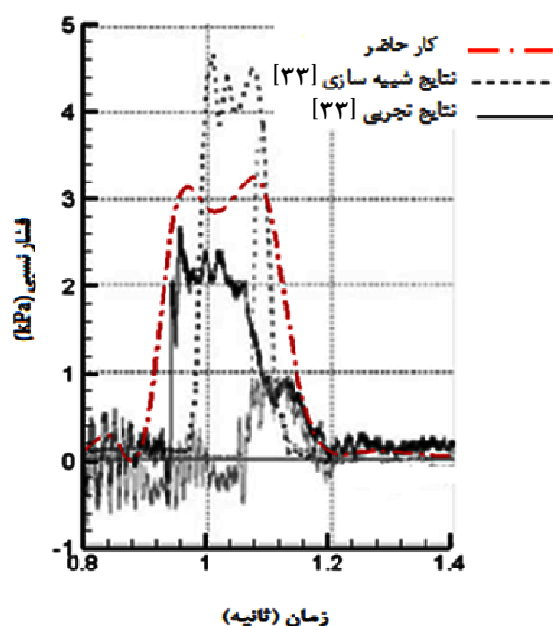
شکل ۴ مطالعه همگرایی جواب‌ها برای یک مسئله ناپایداری هیدرودینامیکی اسلاگ

۵-۲-۲- شروع و توسعه اسلاگ

در زمان شروع و توسعه ناپایداری کلون-هلمهلتز، سه ناحیه مختلف در کانال قابل تشخیص است. در ناحیه ۱، سطح مشترک کمی به سمت پایین کشیده می‌شود که این پدیده به دلیل افزایش جزئی فشار در ورودی در لحظات اولیه است. در ناحیه دوم، تعدادی امواج کوتاه در فصل مشترک ایجاد می‌شود و در نهایت یک موج بلند در ناحیه سوم شکل می‌گیرد.

شکل ۵ به صورت شماتیک و شکل ۶ نتیجه عددی شروع ناپایداری و رشد آن را در زمان‌های اولیه نمایش می‌دهد. به

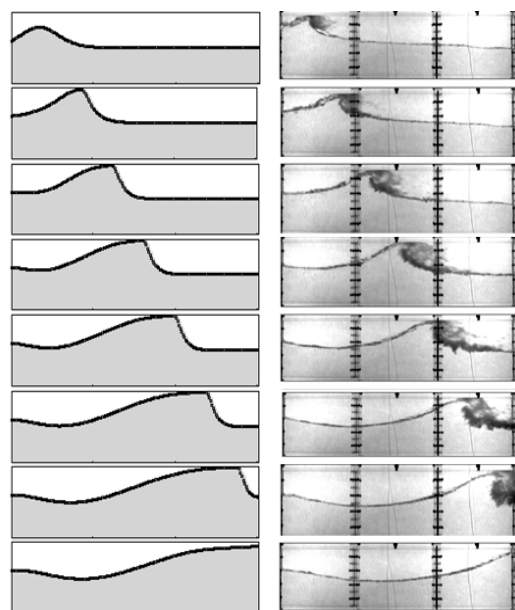
در شبیه سازی کار حاضر مقدار پیک فشاری کمی بیشتر از مقادیر آزمایشگاهی پیش بینی شده است. البته اختلاف بین نتایج کار حاضر با مقادیر واقعی، کمتر از اختلاف نتایج [۳۳] است و در مجموع نتایج کار حاضر همخوانی بیشتری با نتایج آزمایشگاهی به نسبت نتایج شبیه سازی با نرم افزار انسیس [۳۳] دارد.



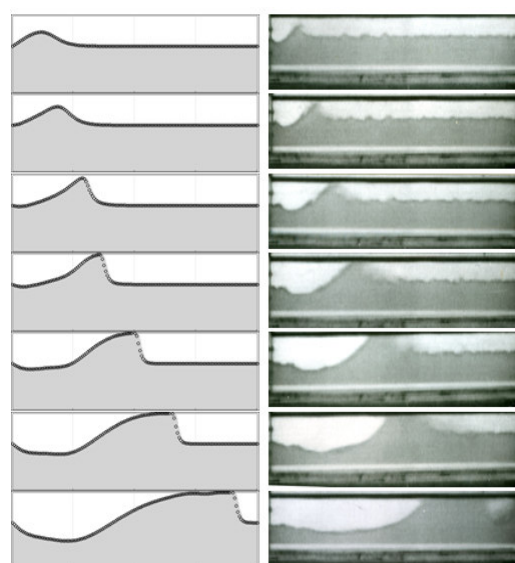
شکل ۹ بررسی تغییرات لحظه ای فشار ناشی از حرکت اسلاگ در کانال و مقایسه با نتایج تجربی و نتایج شبیه سازی [۳۳]

در شکل ۱۰ نمودار ردگیری لحظه ای موقعیت مکانی اسلاگ در طول کانال نشان داده شده است. در این شکل، نتایج عددی کار حاضر با مقادیر تجربی و نتایج شبیه سازی [۳۳] مقایسه شده است. نتایج بیانگر آن است که روش عددی حاضر از دقت نسبتاً بالایی در ردگیری و تعیین موقعیت مکانی اسلاگ برخوردار است. در شکل ۱۱ توزیع کمیت های سرعت گاز، سرعت مایع، کسر حجمی و فشار در داخل کانال در زمان های ۰/۱ تا ۰/۹ ثانیه نشان داده شده است. طبق این نتایج موارد ذیل استخراج می شود:

مقادیر فشار در شکل ۱۱ در فواصل زمانی یکسانی رسم شده است. نتایج بیانگر آن است که در زمان های اولیه شروع اسلاگ بازیافت فشار به کندی صورت می گیرد (هوا بالای سطح آب حرکت می کند و مسیر گذر آن هنوز باز است). کمی بعد، بازیافت فشار به سرعت افزایش می یابد تا اینکه مسیر کانال



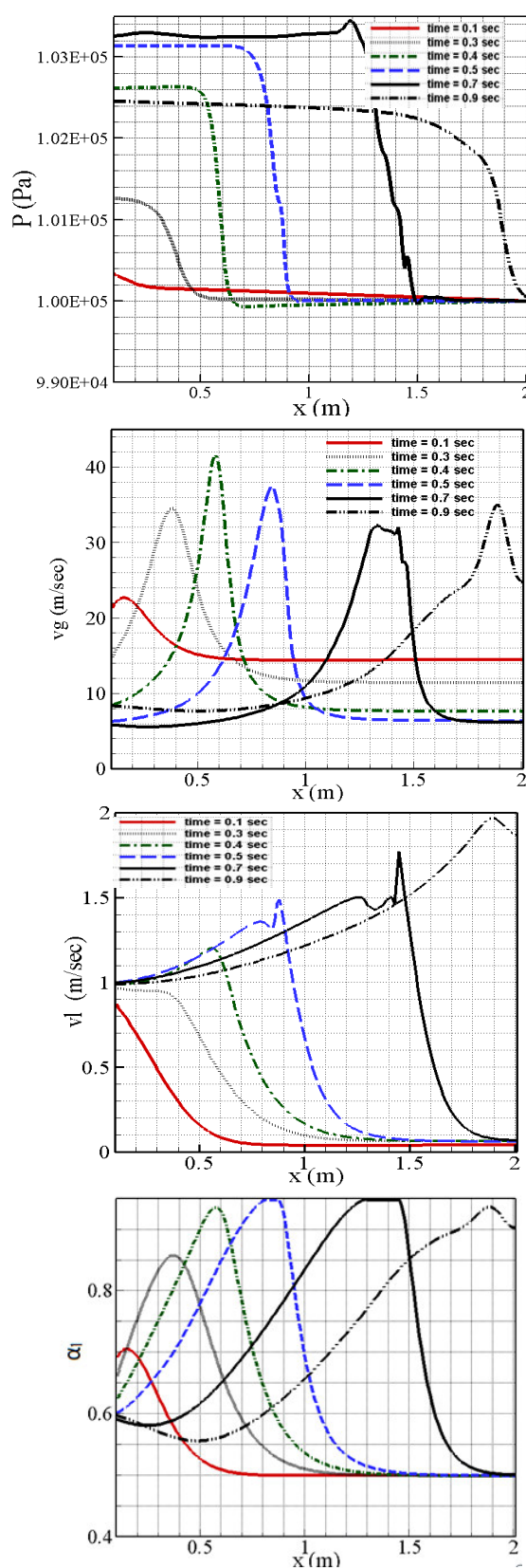
شکل ۷ تصویر سمت چپ: نتایج شبیه سازی عددی کار حاضر، تصویر سمت راست: نتایج تجربی [۳۳]



شکل ۸ تصویر سمت چپ: نتایج شبیه سازی عددی کار حاضر، تصویر سمت راست: نتایج تجربی [۳۴]

در شکل ۹ تغییرات لحظه ای فشار در یک نقطه از ابتدای کانال بررسی شده و با نتایج تجربی و نتایج شبیه سازی عددی با نرم افزار انسیس^۱ [۳۳] مقایسه شده است. مقادیر فشار نشان داده شده در شکل به صورت نسبی^۲ است.

1. ANSYS
2. Gage pressure ($P_{\text{gage}} = P - P_{\text{atm}}$)



شکل ۱۱ توزیع کمیت های مختلف داخل کانال در زمان های مختلف

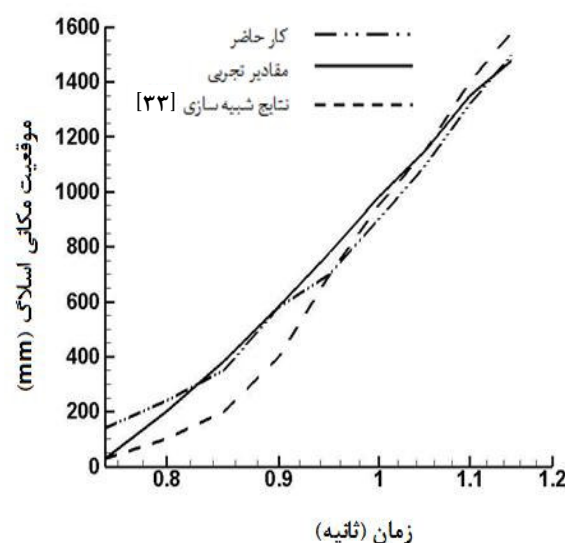
$$V_g = 18 \text{ m/s}, V_l = 0.2 \text{ m/s}, \alpha_g = 0.22$$

توسط مایع پل زده می شود و مسیر گذر هوا بسته می شود. پس از عبور اسلاگ و گذشت زمان، فشار در کانال دوباره افت می کند. این نتیجه به نحوی دیگر در شکل ۹ نیز قابل ملاحظه است با این تفاوت که در شکل ۹ تغییرات فشار در یک نقطه نشان داده شده است.

اختلاف فشار بین بالادست و پایین دست اسلاگ سرعت حرکت اسلاگ را تحت تاثیر قرار می دهد. سرعت مایع (اسلاگ) در مدت زمان کوتاهی افزایش می یابد که می تواند نیروی ضربه ای زیادی را تولید نماید (شکل ۱۱). این نوع از اسلاگ و نحوه شتاب گیری آن می تواند خطرناک باشد و سبب آسیب رساندن تدریجی یا آنی به تجهیزات پایین دست کانال شود.

در خلال شکل گیری پدیده اسلاگ، موج مایع ابتدا با سقف کانال تماس پیدا می کند (شکل ۱۱). این موقعیت تحت عنوان موقعیت مکانی اسلاگ نامیده می شود. فشار در این موقعیت کمترین مقدار در طول کانال است. این کمترین فشار (در مقایسه با دیگر نقاط) به بلند شدن موج کمک بیشتری می کند. این اثر حالتی مشابه تاثیرات برنولی در مقابله با اثرات جاذبه است.

بعد از شروع اسلاگ سرعت مایع افزایش می یابد. در این حالت اسلاگ شتاب زودرسی را تجربه می کند که به واسطه اختلاف بین فشارها و نیروهای ممتنم بالادست و پایین دست هواست (شکل ۱۱).



شکل ۱۰ ردگیری لحظه ای موقعیت مکانی اسلاگ در کانال افقی و مقایسه با نتایج تجربی و نتایج شبیه سازی [۳۳]

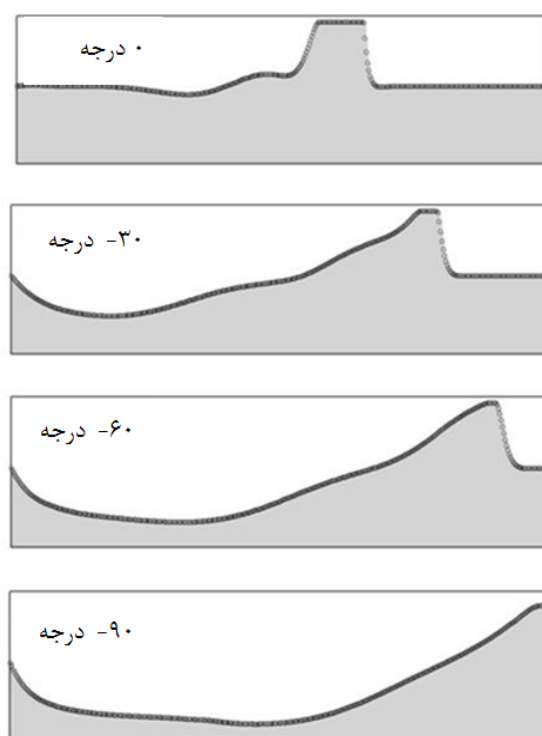
نیاز برای انجام محاسبات اندک و در حد چند دقیقه می باشد. به منظور صحت سنجی اولیه کد مسئله واتر فاوست به کار گرفته شد که بیانگر عملکرد خوب و غیرنوسانی مدل است. نتایج عددی برای مدل سازی ناپایداری هیدرودینامیکی اسلاگ با نتایج تجربی و آزمایشگاهی مختلف مقایسه گردید و مشاهده شد روش عددی حاضر از توانایی بالایی در ردگیری اسلاگ و تعیین موقعیت دقیق اسلاگ در کانال برخوردار است. از نظر پیش بینی توزیع فشار و تغییرات لحظه ای فشار نیز روش حاضر از دقت خوبی برخوردار بوده و مقایسه به عمل آمده با نتایج عددی شبیه سازی دوبعدی با نرم افزار انسیس [۳۳] بیانگر دقت بهتر روش عددی حاضر است. ضمناً نتایج حاکی از آن است که اختلاف فشار بالادست و پایین دست اسلاگ سرعت اسلاگ را تحت تاثیر قرار می دهد و این اختلاف فشار عامل اصلی حرکت اسلاگ است. اثرات زاویه شیب کانال بر جریان اسلاگ نیز مطالعه شد. مشاهده شد هر چه قدر شیب بیشتر باشد، اسلاگ در موقعیت دوردست تری تشکیل می شود.

۷- مراجع

- [1] Johnson G. W., *A Study of Stratified Gas-Liquid Pipe Flow*, PhD Thesis, University of Oslo, 2005.
- [2] Taitel Y., Barnea D., "Effect of Gas Compressibility on a Slug Tracking Model", *Chemical Engineering Science*, Vol. 53, 1998, pp. 2089-2097.
- [3] Nydal O. J., Banerjee S., "Dynamic Slug Tracking Simulations for Gas-Liquid Flow in Pipelines", *Chemical Engineering Communication*, Vol. 141, 1996, pp. 13-39.
- [4] Kjolaas J., *Plug Propagation in Multiphase Pipelines*, PhD Thesis, Norwegian University of Science and Technology, 2007.
- [5] Hu B., Stewart C., Manfield P. D., Ujang P. M., Hale C. P., Lawrence C. J., Hewitt G. F., "A Model for Tracking the Evolution of Slugs and Waves in Straight Pipelines", *Sixth International Conference on Multiphase Flow*, Leipzig, Germany, 2007.
- [6] Leebeeck A. De Nydal O. J., "Simulation of Large Amplitude Waves in a Slug Tracking Scheme Compared to Roll Wave Experiments at High Pressure", *International Journal of Multiphase Flow*, Vol. 36, Issue 1, January 2010, pp. 40-50
- [7] Bendiksen K. H., Espedal M., "Onset of Slugging in Horizontal Gas-Liquid Pipe Flow", *International Journal of Multiphase Flow*, Vol. 18, 1992, pp. 237-247.

شکل ۱۲ تاثیرات زاویه کانال را بر روی ناپایداری هیدرودینامیکی نمایش می دهد.

همان طور که ملاحظه می شود، زوایای منفی شیب (شیب به سمت پایین) سبب پایداری بیشتر جریان و تاخیر شکل گیری اسلاگ می شود. ضمناً روش عددی حاضر محدودیتی از نظر شیب کانال ندارد و تا زاویه ۹۰- درجه هم امکان انجام محاسبات وجود دارد (شکل ۱۲). این در حالی است که بر اساس دانش نویسندگان، در مطالعات قبلی انجام شده، فقط زوایای اندک مطالعه شده است.



شکل ۱۲ تاثیر شیب بر ناپایداری جریان، زمان ۱/۲ ثانیه

$$V_g = 19 \text{ m/sec}, V_l = 0.6 \text{ m/s}$$

۶- جمع بندی و نتیجه گیری

در این مقاله، از مدل دوسیالی دوفازی هیپربولیک برای مدل سازی و تحلیل ناپایداری هیدرودینامیکی اسلاگ در کانال افقی استفاده شد. مدل هفت معادله ای با روش عددی AUSMDV حل گردید. از دقت مرتبه ۲ زمانی و مکانی استفاده شده و گسسته سازی مناسبی بر اساس تئوری جدید بقای در راستای مسیر دلخواه برای جمله های ناپایستار ارائه شد. روش به کار برده شده در این مقاله آسان بوده و زمان مورد

- Model", *Computers & Fluids*, Vol. 32, 2003, pp. 1497-1530.
- [22] Chang C. H., Liou M. S., "A Robust and Accurate Approach to Computing Compressible Multiphase Flow: Stratified Flow Model and AUSM⁺-UP Scheme", *Journal of Computational Physics*, Vol. 225, 2007, pp. 840-873.
- [23] Evje S., Flatten T., "Hybrid Flux-Splitting Schemes for a Common Two-Fluid Model", *Journal of Computational Physics*, Vol. 192, 2003, pp.175-210.
- [24] Bestion D., "The Physical Closure Laws in the Cathare Code", *Nuclear Engineering and Design*, Vol. 124, 1990, pp. 229-245.
- [25] Wada Y., Liou M. S., "A Flux Splitting Scheme with High-Resolution and Robustness for Discontinuities", *AIAA 94-0083*, 1994.
- [26] Paillere H., Corre C., Cascales J. R. G., "On the Extension of the AUSM⁺ Scheme to Compressible Two-Fluid Models", *Journal Computer and Fluids*, Vol. 32, 2003, pp. 891-916.
- [27] Munkejord S. T., "Comparison of Roe-Type Methods for Solving the Two-Fluid Model with and without Pressure Relaxation", *Computers & Fluids*, Vol. 36, 2007, pp. 1061-1080.
- [28] Munkejord S. T., "A Numerical Study of Two-Fluid Models with Pressure and Velocity Relaxation", *Advances in Applied Mathematics and Mechanics*, Vol. 2, 2010, pp. 131-159
- [29] Ransom V. H., "Numerical Benchmark Tests", *Multiphase Science Technology*, Vol. 3, 1987, pp. 465-473.
- [30] Issa R. I., Bonizzi M., Barbeau S., "Improved Closure Models for Gas Entrainment and Interfacial Shear for Slug Flow Modeling in Horizontal Pipes", *International Journal of Multiphase Flow*, No. 32, 2006, pp. 1287-1293.
- [31] Andritsos N., Hanratty T. J., "Influence of Interfacial Waves in Stratified Gas-Liquid Flows", *AIChE Journal*, Vol. 33, 1987, pp. 444-454.
- [32] Manolis I. G., Mendes-Tassis, M. A., Hewitt, G. F., "The Effect of Pressure on Flow Pattern Transition and Pressure Gradient in Two-Phase Horizontal Slug", *ICHEME Research Event*, Edinburgh, UK, 1995a.
- [33] Vall'ee C., Hohne T., Prasser H. M., Suhnel T., "Experimental Investigation and CFD Simulation of Horizontal Stratified Two-Phase Flow Phenomena", *Nuclear Engineering and Design*, Vol. 238, 2008, pp. 637-646.
- [34] Ansari M. R., *Slug Mechanism in Horizontal Duct and Simulation Based on One Dimensional Two-Fluid Dynamics*, PhD Thesis, Tsukuba University, Japan, 1989.
- [8] Bendiksen K. H., Malnes D., Moe R., Nuland S., "The Dynamic Two-Fluid Model OLGA: Theory and Application", *SPE Prod. Eng.*, Vol. 6, 1991, pp. 171-180.
- [9] Issa R. I., Kempf M. H. W., "Simulation of Slug Flow in Horizontal and Nearly Horizontal Pipes with the Two-Fluid Model", *International Journal of Multiphase Flow*, Vol. 29, 2003, pp. 69-95.
- [10] Bonizzi M., Issa R. I., "On the Simulation of Three-Phase Slug Flow in Nearly Horizontal Pipes using the Multi-Fluid Model", *International Journal of Multiphase Flow*, Vol. 29, 2003, pp. 1719-1747
- [11] Bonizzi M., Andreussi P., Banerjee S., "Flow Regime Independent, High Resolution Multi-Field Modelling of Near-Horizontal Gas-Liquid Flows in Pipelines", *International Journal of Multiphase Flow*, Vol. 35, 2009, pp. 34-46
- [12] Ansari M. R., "Numerical Analysis for Slugging of Steam-Water Stratified Two-Phase Flow in Horizontal Duct", *Fluid Dynamics Research*, Vol. 22, 1998, pp. 329-344.
- [13] Kadri U., Mudde R. F., Oliemans R. V. A., Bonizzi M., Andreussi P., "Prediction of the Transition from Stratified to Slug Flow or Roll-Waves in Gas-Liquid Horizontal Pipes", *International Journal of Multiphase Flow*, Vol. 35, 2009, pp. 1001-1010.
- [14] Salhi Y., Si-Ahmed E., Legrand J., Degrez G., "Analysis of Inclined Stratified Two-Phase Gas Liquid Flow", *Nuclear Engineering and Design*, 2010, Doi: 10.1016/J.Nucengdes. 2009.12.027
- [15] Holmas H., "Numerical Simulation of Transient Roll-Waves in Two-Phase Pipe Flow", *Chemical Engineering Science*, Vol. 65, 2010, pp. 1811-1825.
- [16] Ishii M., *Thermo-Fluid Dynamic Theory of Two-Phase Flow*, Eyrolles, Paris, 1975.
- [17] Saurel R., Abgrall R., "A Multiphase Godunov Method for Compressible Multi-Fluid and Multiphase Flows", *Journal of Computational Physics*, Vol. 150, 1999, pp. 425-67.
- [18] Baer M. R., Nunziato, J. W., "A Two-Phase Mixture Theory for the Deflagration-to-Detonation Transition (DDT) in Reactive Granular Materials", *International Journal of Multiphase Flow*, Vol. 12, 1986, pp. 861-889.
- [19] Parés C., "Numerical Methods for Non-Conservative Hyperbolic Systems: A Theoretical Framework", *SIAM Journal Numerical Analysis*, Vol. 44, 2006, pp. 300-321.
- [20] Liou M. S., Steffen C. J., "a New Flux Splitting Scheme", *Journal of Computational Physics*, Vol. 107, 1993, pp. 23-29.
- [21] Evje S., Fjelde K. K., "On a Rough AUSM Scheme for a One-Dimensional Two-Phase Flow