



## تولید نقاط در مسیر منحنی نریز بوسیله میان‌باب میلن-سیمپسون و پیاده سازی بر روی میز کنترل عددی دو محوره

سعید علی‌محمدی<sup>۱\*</sup>، بهنام معتمد ایمانی<sup>۲</sup>

۱- دانشجوی کارشناسی ارشد، مهندسی مکانیک، دانشگاه فردوسی مشهد، مشهد

۲- استاد، مهندسی مکانیک، دانشگاه فردوسی مشهد، مشهد

\* مشهد، صندوق پستی ۹۱۷۷۹۴۸۹۷۴ alimohammadi.saeid@stu.um.ac.ir

### چکیده

ماشین‌های ابزار کنترل عددی کامپیوترا به منظور تولید حرکت فیزیکی ابزار، در مرحله تولید نقاط حرکتی از برنامه‌ای به نام میان‌باب استفاده می‌کنند. پژوهش حاضر ابتدا مسیر حرکت توسط منحنی نریز تولید شده و سپس به میان‌باب فرستاده می‌شود تا با توجه به مسیر منحنی نریز و نریز دینامیک حرکتی ابزار همچون، سرعت، شتاب و مشتق شتاب، نقاط مرجع برای هر بازه نمونه‌گیری سیستم سروو-درایو تعیین گردد. میان‌باب‌های موجود عمدتاً بر پایه بسط تیلور درجه ۲ عمل می‌کنند، اما خطاهای ناشی از ماهیت تقریبی میان‌بابی برمنای بسط سری تیلور درجه ۲ مورد توجه قرار نمی‌گیرند. در گزارش ذیل، به میان‌بابی سرعت پیشروی به صورت بالادرنگ برای کنترل دقیق موقعیت میز کنترل عددی سه محور در مسیر مشخص شده با منحنی نریز به منظور ماشین‌کاری سریع پرداخته شده است. روش ارائه شده با رویکردی جدید، مبتنی بر مدل میلن-سیمپسون پرداخته شده است. که سعی شده با تغییر هسته محاسباتی میان‌باب خطاهای عددی کاهش یافته و دقت در مسیر افزایش یابد. این ادعا از طریق آزمایش بر روی ماشین‌های ابزار کنترل عددی کامپیوترا دو محور (مشکل از دو محور صفحه ای) مجهز به کنترل PID نریز به اثبات رسید.

**کلیدوازگان:** میان‌باب، نریز، میلن-سیمپسون، ماشین‌های ابزار کنترل عددی

## Tool path generation for non-uniform rational B-spline with Milne-Simpson PC interpolator and its implementation on 3 axis CNC table

Saeid Alimohammadi\*, Behnam Motakef Imani

Department of Mechanical Engineering, Ferdowsi University, Mashhad, Iran  
\* P.O.B. 9177948974 Mashhad, Iran, Alimohammadi.saeid@stu.um.ac.ir

### ABSTRACT

CNC machine tools incorporate the interpolators to generate reference points due to physical movement. In this study, initially the NURBS curve has been generated and sent to interpolator. By consideration of NURBS curve properties and other dynamic conditions like maximum velocity, the maximum acceleration and the maximum jerk of the reference points have been generated for each sample time. The current interpolators generally work based on 2nd degree Taylor series, but the numerical errors which are produced because of the nature of numerical truncations are not considerable. In this report, the real time interpolation of feed rates has been investigated in order to precisely control position on 3 axis CNC table with Milne-Simpson predictor corrector. In this approach, the numerical errors have been reduced with correction of the main calculating core of the interpolation unit that has been led to the higher accuracy. This claim has been proved by experimental tests on 2 axis CNC table with PID controller.

**Keywords:** CNC, Interpolator, Milne-Simpson, NURBS.

اسپیلاین درجه سه و منحنی نریز<sup>۵</sup> می‌باشد. از بین این منحنی‌ها، منحنی نریز دارای محبوبیت بیشتری بوده و به عنوان منحنی استاندارد مورد استفاده قرار می‌گیرد<sup>[۳]</sup>.

تنظیم دقیق سرعت پیشروی به طور خاص در زمینه ماشین‌کاری سریع دارای اهمیت است؛ زیرا در این حالت مقادیر زیاد شتاب در پیشروی مورد نیاز خواهد بود. علاوه بر آن، ناتوانی میان‌باب در حفظ سرعت پیشروی می-<sup>[۴]</sup>. ناتواند باعث ایجاد ارتقاشات خود برانگیخته در ابزار یا شکست ابزار شود<sup>[۴]</sup>. میان‌باب‌های منحنی‌های بی‌اسپیلاین و یا نریز عموماً برمنای بسط سری تیلور<sup>۶</sup> درجه ۲ به دست می‌آیند<sup>[۴]</sup>. وظیفه اصلی این میان‌باب‌ها محاسبه مقادیر پارامتر متناظر با نقاط مرجع متوالی است. استفاده از بسط سری تیلور

### ۱- مقدمه

وظیفه یک میان‌باب در ماشین‌های ابزار کنترل عددی کامپیوترا<sup>۱</sup> تبدیل اطلاعات مسیر ابزار و سرعت پیشروی به نقاط مرجع برای هر بازه نمونه‌گیری سیستم سروو-درایو<sup>۲</sup> است<sup>[۱]</sup>. کنترل حلقه بسته گشتوار با مقایسه موقعیت حقیقی، که توسط انکوادرهای روی محور موتور تعیین می‌شود، با نقاط مرجع ممکن خواهد بود<sup>[۲]</sup>.

امروزه منحنی‌های پارامتری دارای کاربردهای فراوانی در طراحی به کمک کامپیوترا هستند، که از جمله آن‌ها می‌توان به صنایع خودروسازی، هواپاها و طراحی قالب اشاره کرد. منحنی‌های پارامتری دارای شکل‌های مختلفی هستند که مهم‌ترین آن‌ها منحنی بزیه<sup>۳</sup>، منحنی بی‌اسپیلاین<sup>۴</sup>، منحنی بی-

4. B-spline

5. NURBS

6. Taylor

Please cite this article using:

S. Alimohammadi, B. Motakef Imani, Tool path generation for non-uniform rational B-spline with Milne-Simpson PC interpolator and its implementation on 3 axis CNC table, *Modares Mechanical Engineering, Proceedings of the Advanced Machining and Machine Tools Conference*, Vol. 15, No. 13, pp. 158-162, 2015 (in Persian)

1. CNC

2. servo-drive

3. bezire

برای ارجاع به این مقاله از عبارت ذیل استفاده نمایید:

S. Alimohammadi, B. Motakef Imani, Tool path generation for non-uniform rational B-spline with Milne-Simpson PC interpolator and its implementation on 3 axis CNC table, *Modares Mechanical Engineering, Proceedings of the Advanced Machining and Machine Tools Conference*, Vol. 15, No. 13, pp. 158-162, 2015 (in Persian)

### ۱-۳- پروفیل‌های مشتق شتاب (J)، شتاب (a)، سرعت پیشروی (f) و مسافت

پیموده شده (۱) در شکل ۱ مشاهده می‌شوند. پیش از تعیین پروفیل سرعت ابتدا باید مقادیر ابتدا و انتهای موقعیت ( $s_0$ ،  $s_e$ )، بیشینه شتاب افزایش سرعت (A)، بیشینه شتاب کاهش سرعت (D) و قیدهای مشتق شتاب (J) تعیین شوند. بیشینه شتاب در افزایش و کاهش سرعت با استفاده از قیدهای گشتاور و نیروی موتورها مشخص می‌شوند. زمان شتاب گیری بر مبنای بیشترین دوره زمانی انتقال گشتاور (یا نیرو) در تقویت‌کننده انتخاب می‌شود. قید مشتق شتاب با تقسیم مقدار بیشینه شتاب بر زمان شتاب گیری بدست می‌آید [۹]. شتاب با استفاده از شکل ۱، شتاب (a)، سرعت (f) و جابه‌جایی (l) بر روی مسیر به صورت متناظر در روابط (۴) و (۵) و (۶) تعریف می‌شود.

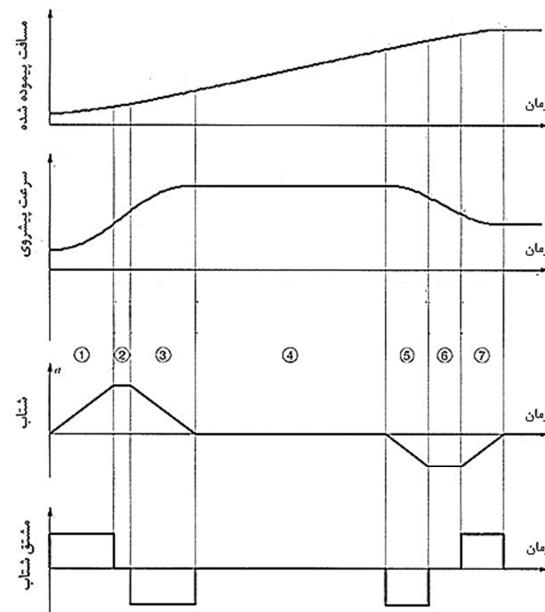
$$a(t) = a(t_i) + \int_{t_i}^t J(\tau) d\tau \quad (4)$$

$$f(t) = f(t_i) + \int_{t_i}^t a(\tau) d\tau \quad (5)$$

$$l(t) = l(t_i) + \int_{t_i}^t f(\tau) d\tau \quad (6)$$

مشتق شتاب در زمان‌های افزایش سرعت  $T_1$  و  $T_3$  و زمان‌های کاهش سرعت  $T_5$  و  $T_7$  ثابت بوده و در زمان‌های شتاب ثابت  $T_2$ ،  $T_4$ ،  $T_6$  برابر صفر است. با انتگرال‌گیری از مشتق شتاب در هر کدام از بازه‌های نشان داده شده در شکل ۱، پروفیل شتاب به صورت رابطه (۷) به دست می‌آید:

$$a(\tau) = \begin{cases} J_1 T_1 & [0 - t_1) \\ A & [t_1 - t_2) \\ A - J_3 T_3 & [t_2 - t_3) \\ 0 & [t_3 - t_4) \\ J_5 T_5 & [t_4 - t_5) \\ -D & [t_5 - t_6) \\ -D + J_7 T_7 & [t_6 - t_7) \end{cases} \quad (7)$$



شکل ۱ شماتیک پروفیل‌های سینماتیکی برای سرعت پیشروی، شتاب و مشتق شتاب محدود [۱]

درجه ۲، به دلیل حذف جملات با مرتبه بالا، باعث ایجاد خطای بریدگی در محاسبات می‌شود [۴].

روش‌های مختلفی برای میان‌بابی بر روی منحنی‌های پارامتری ارائه شده است. تساوی و همکاران [۵] یک الگوریتم ترکیبی پیش‌نگر برای میان‌بابی بر روی منحنی نریز ارائه کردند. این الگوریتم خطاهای هندسی و خطاهای ناشی از دینامیک سیستم سروو را به طور همزمان مورد نظر قرار می‌دهد. اما خطاهای ناشی از ماهیت تقریبی میان‌بابی برمبنای بسط سری تیلور درجه ۲ در این الگوریتم مورد توجه قرار نگرفته است.

در این تحقیق سعی شده تا با استفاده از تئوری مشتق شتاب محدود و الگوریتم میان‌بابی میلن- سیمپسون<sup>۱</sup> دقت حرکت میز ماشین کنترل عددی دو محور را بالا برده شود.

### ۲- الگوریتم میان‌بابی منحنی نریز

فرض می‌کنیم  $C(u)$  نشان دهنده یک منحنی نریز بوده و معادله آن به صورت زیر است (معادله ۱) [۶]:

$$C(u) = \frac{\sum_0^n N_{i,p}(u) P_i W_i}{N_{i,p}(u) W_i} \quad (1)$$

در معادله (۱)،  $P_i$  نشان دهنده نقاط کنترل،  $W_i$  وزن نقطه کنترل،  $n+1$  تعداد نقاط کنترل و  $p$  درجه منحنی نریز است و  $(u)$  تابع پایه بی‌اسپیلان  
است.  $u$  نریز پارامتر می‌باشد که از ۰ الی ۱ تغییر می‌کند.

برای انجام عملیات میان‌بابی بر روی منحنی نریز، میان‌بابی با تقریب مرتبه دوم انجام می‌شود. به کمک بسط سری تیلور درجه ۲، تقریب منحنی تا جمله مرتبه دوم از معادله (۲) به دست می‌آید و با جای‌گذاری مقادیر مشتقات در معادله (۲)، بسط سری تیلور درجه ۲ به صورت معادله (۳) خواهد بود [۵]. در معادله (۳)،  $T_k$ ،  $A_k$ ،  $V_k$  به ترتیب نشان دهنده سرعت پیشروی، شتاب، دوره نمونه‌گیری و مشتقات مرتبه دوم و اول منحنی نریز هستند. برای محاسبه مقادیر  $C'(u_k)$ ،  $C''(u_k)$  می‌توان از الگوریتم دیبور<sup>۲</sup> استفاده کرد [۳].

$$u_{k+1} = u_k + \frac{du}{dt} \Big|_{t=t_k} \Delta t + \frac{d^2u}{dt^2} \Big|_{t=t_k} \frac{(\Delta t)^2}{2!} \quad (2)$$

$$u_{k+1} = u_k + \frac{V_k T_s}{C'(u_k)} + \frac{T_s^2}{2} + \frac{A_k}{|C'(u_k)|} - \frac{V_k^2 [c'(u_k), C''(u_k)]}{|C'(u_k)|^4} \quad (3)$$

### ۳- الگوریتم سرعت پیشروی با تغییرات شتاب محدود

حاصل ضرب شتاب در اینرسی دورانی به عنوان گشتاور دینامیکی بر روی سازه محرک ماشین ابزار عمل می‌کند. در صورتی که پروفیل شتاب ایجاد شده توسط میان‌باب هموار نباشد، گشتاور ایجاد شده بر روی بال اسکرو<sup>۳</sup> دارای مؤلفه‌هایی با فرکانس بالا خواهد بود. این مؤلفه‌ها موجب تحریک دینامیکی سازه محرک دستگاه شده و ارتعاشات ناخواسته ایجاد می‌کنند [۷]. برای به دست آوردن پروفیل‌های هموار سرعت و شتاب، الگوریتم‌های ایجاد پروفیل با مشتق شتاب محدود مورد استفاده قرار می‌گیرند. این الگوریتم‌ها در این بخش بررسی می‌شوند [۸].

1. Milne-Simpson predictor-corrector

2. Deboor

3. ballscrew

#### ۴- مرحله مقدماتی تعیین پروفیل سرعت

پیش از استفاده از پروفیل سرعت در میان‌بابی، زمان لازم برای هر کدام از قسمت‌های پروفیل سرعت باید مشخص شود. برای طراحی یک الگوریتم کلی، شرایط زیر در مرحله مقدماتی تعیین پروفیل سرعت مورد بررسی قرار می‌گیرند. در پایان سه مرحله اول پروفیل، سرعت باید به سرعت پیشروی مطلوب  $f$  برسد. این به معنی آن است که  $T_2 \leq T_1$ . در صورتی که مقادیر مشتق شتاب در مراحل اول و سوم در معادلات (۱۱) و (۱۲) یکسان در نظر گرفته شوند، شرط شتاب به صورت زیر خواهد بود (معادله (۱۷)):

$$T_1 = T_3 = \frac{A}{J_1}; \quad T_2 = \frac{f - f_s}{A} - \frac{A}{J_1} \geq 0 \quad (۱۷)$$

اگر شرط معادله (۱۷) برقرار نباشد، باید مقدار قید شتاب به بیشترین مقدار ممکن کاهش یابد، و مقدار  $T_2$  برابر صفر شود. به طور مشابه برای مرحله کاهش سرعت (معادلات (۱۸) و (۱۹))

$$A = \text{sgn}(A)\sqrt{J_1(f - f_s)} \quad (۱۸)$$

$$T_5 = T_7 = \frac{D}{J_5}; \quad T_6 = \frac{f - f_s}{D} - \frac{D}{J_5} \geq 0 \quad (۱۹)$$

در صورتی که شرط بالا برقرار نباشد، مقدار قید شتاب در کاهش سرعت به صورت معادله (۲۰) کاهش پیدا می‌کند.

$$D = \text{sgn}(D)\sqrt{J_5(f - f_e)} \quad (۲۰)$$

و مقدار  $T_6$  برابر صفر قرار داده می‌شود. در صورتی که طول مسیر به اندازه کافی بزرگ باشد تا مرحله سرعت ثابت وجود داشته باشد، مقدار  $T_4 \leq T_2$  باید تعیین شود. کل طول پیموده شده از معادلات (۹) و (۱۶) و با جایگزینی مقادیر  $T_2$  و  $T_6$  از معادلات (۱۷) و (۱۹) به دست می‌آید (معادله (۲۱)):

$$\begin{aligned} L = & \left( \frac{1}{2A} + \frac{1}{2D} \right) f^2 + \left( \frac{A}{2J_1} + \frac{D}{2J_5} + T_4 \right) f \\ & + \left( \frac{Af_s}{2J_1} + \frac{Df_e}{2J_5} - \frac{f_s^2}{2A} - \frac{f_e^2}{2D} \right) \end{aligned} \quad (۲۱)$$

برای آن که مرحله سرعت ثابت وجود داشته باشد،  $T_4 \leq 0$  باید با استفاده از معادله (۲۱) به صورت زیر به دست آید (معادله (۲۲)):

$$T_4 = f^{-1} \left\{ L - \left[ \left( \frac{1}{2A} + \frac{1}{2D} \right) f^2 + \left( \frac{A}{2J_1} + \frac{D}{2J_5} \right) f + \left( \frac{Af_s}{2J_1} + \frac{Df_e}{2J_5} - \frac{f_s^2}{2A} - \frac{f_e^2}{2D} \right) \right] \right\} \quad (۲۲)$$

در صورتی که شرط بالا برقرار نباشد،  $T_4 = 0$  و با حل معادله بالا، مقدار سرعت پیشروی  $f$  تا بیشترین مقدار ممکن برای آن کاهش می‌یابد.

#### ۴- پروفیل سرعت با مشتق شتاب محدود در میان‌بابی

بس از تعیین مقادیر  $T_7, T_1, T_2, T_3, \dots$ ، میان‌باب در هر مرحله با استفاده از معادلات (۷) و (۸) و (۹) و مقادیر شتاب، سرعت و جایگزینی را محاسبه کرده و به کمک آن‌ها، نقطه مرجع بعدی را تولید می‌کند. فلوچارت الگوریتم ایجاد پروفیل سرعت با تغییرات شتاب محدود در شکل ۲ رسم شده است.

در این تحقیق مقادیر بیشینه مشتق شتاب، سرعت و شتاب به شرح زیر انتخاب شده اند [۱۱].

$$J_{\max} = 200 \cdot \frac{\text{mm}}{\text{s}^3}$$

$$A_{\max} = 50 \cdot \frac{\text{mm}}{\text{s}^2}$$

$$f_{\max} = 6 \cdot \frac{\text{mm}}{\text{s}^1}$$

در رابطه (۷)، نشان‌دهنده هر بازه زمانی است ( $\tau_k = t_k - t_{k-1}$ ). با انتگرال گیری از شتاب در معادله (۷) در هر بازه، پروفیل سرعت به صورت رابطه (۸) به دست می‌آید:

$$f(\tau) = \begin{cases} f_s + 0.5 J_1 \tau_1^2 & [0 - \tau_1] \\ f_1 + A \tau_2 & [\tau_1 - \tau_2] \\ f_2 + A \tau_3 - 0.5 J_3 \tau_3^2 & [\tau_2 - \tau_3] \\ f_3 & [\tau_3 - \tau_4] \\ f_4 - 0.5 J_5 \tau_5^2 & [\tau_4 - \tau_5] \\ f_5 - D \tau_6 & [\tau_5 - \tau_6] \\ f_6 - D \tau_7 + 0.5 J_7 \tau_7^2 & [\tau_6 - \tau_7] \end{cases} \quad (۸)$$

در رابطه (۸)، با قرار دادن  $T_k$  (طول زمان مرحله  $k$ ) به جای  $\tau_k$ ، مقدار سرعت در انتهای هر بازه زمانی مشخص می‌شود. با انتگرال گیری از معادله (۸) پروفیل جایگزینی در معادله (۹) بدست می‌آید.

$$l(\tau) = \begin{cases} l_s + f_s \tau_1 + 0.5 J_1 \tau_1^3 & [0 - \tau_1] \\ l_1 + f_1 \tau_1 + 0.5 A \tau_2^2 & [\tau_1 - \tau_2] \\ l_2 + f_2 \tau_3 + 0.5 A \tau_3^2 - \frac{1}{6} J_3 \tau_3^2 & [\tau_2 - \tau_3] \\ l_3 + f_3 \tau_4 & [\tau_3 - \tau_4] \\ l_4 + f_4 \tau_5 - \frac{1}{6} J_5 \tau_5^3 & [\tau_4 - \tau_5] \\ l_5 + f_5 \tau_6 - 0.5 D \tau_6^2 & [\tau_5 - \tau_6] \\ l_6 + f_6 \tau_7 - 0.5 D \tau_7^2 + \frac{1}{6} J_7 \tau_7^2 & [\tau_6 - \tau_7] \end{cases} \quad (۹)$$

در رابطه (۹)،  $l_k$  کل جایگزینی انجام شده تا پایان مرحله  $k$  است. با قرار دادن  $T_k$  (طول زمان مرحله  $k$ ) به جای  $\tau_k$ ، مسافت پیموده شده در پایان مرحله ( $k$ ) بدست می‌آید. برای یافتن جایگزینی هر مرحله باید به صورت رابطه (۱۰) عمل کرد:

$$L_k = l_k - l_{k+1} \quad (۱۰)$$

موقعیت اولیه برابر  $l_0 = l_s$  می‌باشد. با استفاده از پروفیل‌های شتاب ذوزنقه ای، روابط (۱۱) و (۱۲) باید برقرار باشند.

$$A = J_1 T_1 = J_3 T_3 \quad (۱۱)$$

$$D = J_5 T_5 = J_7 T_7 \quad (۱۲)$$

برای برقراری این روابط ممکن است در پایان مرحله مقدماتی تعیین پروفیل، تنظیم دوباره مقادیر لازم باشد. با توجه به آن که در پایان مرحله سوم سرعت باید به سرعت مطلوب  $f$  رسیده باشد.

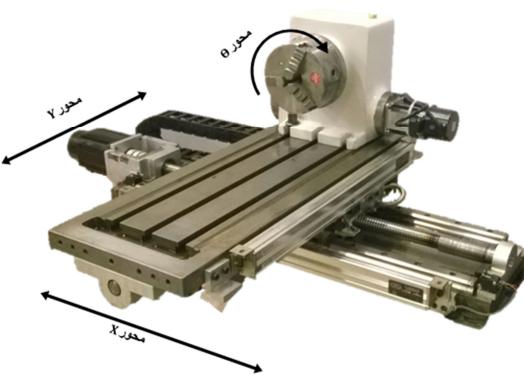
$$f_3 = f \Rightarrow T_2 = \frac{1}{A} (f - f_s - \frac{1}{2} J_1 T_1^2 - A T_3 + \frac{1}{2} J_3 T_3^2) \quad (۱۳)$$

به طور مشابه، با توجه به آن که در پایان مرحله هفتم سرعت باید به سرعت نهایی  $f_e$  رسیده باشد و  $L$  طول کل منحنی است، همچنین مجموع مسافت‌های پیموده شده در هر مرحله باید مساوی کل طول منحنی شود (معادلات (۱۴) و (۱۵) و (۱۶)):

$$f_7 = f_e = f_6 - (D T_7 + \frac{1}{2} J_7 T_7^2) \quad (۱۴)$$

$$T_6 = \frac{1}{D} (f - f_e - \frac{1}{2} J_7 T_7^2 - D T_7 + \frac{1}{2} J_5 T_5^2) \quad (۱۵)$$

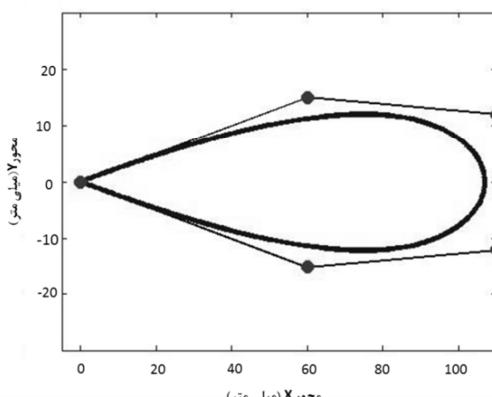
$$L = l_e - l_s = \sum_{k=1}^7 L_k \quad (۱۶)$$



شکل ۳ میز سه محور کنترل عددی استفاده شده در آزمایش

است که برای اندازه‌گیری خطای کار می‌رود. الگوریتم‌های میان‌بابی و ساخت نقاط، توسط نرم افزارهای متلب<sup>۴</sup> و کنترل مجموعه توسط نرم افزار ویژوال بیسیک<sup>۵</sup> بر روی کامپیوتر پیاده‌سازی می‌شوند. مشخصات سخت افزار آزمایش در جدول ۱ مشخص شده است. در آزمایش از میز منحنی ایرفویل NACA0025 دو بعدی [۱۰] استفاده شده است (شکل ۴). بازه زمانی طی شده بر روی میز منحنی ۱۶۵۰ میلی ثانیه و با سرعت بیشینه ۳۶۰۰ میلی-متر بر دقیقه است، که مقدار مناسبی برای عمل آزمایش می‌باشد [۷]. در این آزمایش از انکوادرهای خطی با نرخ نمونه‌برداری ۱ میلی ثانیه استفاده شده تا خطای در محور X کاملاً دقیق ثبت شود. همان‌طور که در شکل ۳ نشان داده شده ابزار آزمایش برای پیاده‌سازی الگوریتم میان‌باب میز کنترل عددی سه محوره است که در این آزمایش خاص بر روی دو محور تنها دو محور سفعه ای X و Y مورد استفاده قرار گرفته است.

کنترلر سخت افزار PID می‌باشد، که ضرایب آن از طریق روش زیگلر-نیکلر<sup>۶</sup> تعیین یافته از پاسخ فرکانسی بدست آمده است. مقادیر ضرایب برای هر محور در جدول ۲ آمده است [۱۴].

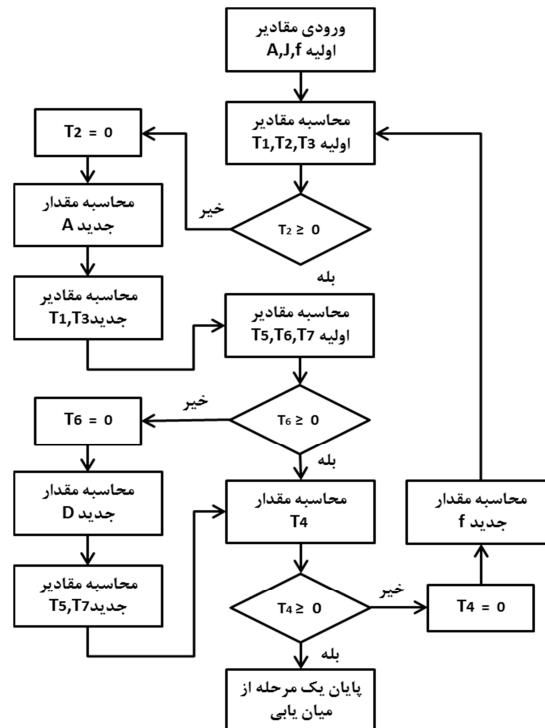


شکل ۴ مسیر منحنی ایرفویل NACA0025 دو بعدی

جدول ۱ مشخصات سخت افزار مورد استفاده در آزمایش

2(TECO TST0640) and TSB0845 AC Servo Motor	موتورهای سرو
TS.PISHRO-MDI-DAQ-V2/32 encoder input - 8 analogue output, 16 bit ( $\pm 10\text{V}$ )	کنترل حرکت
CARMAR Linear Scales	خطاکش دیجیتال

- 4. Matlab
- 5. Visual basic
- 6. Ziegler-Nichols



شکل ۲ فلوچارت الگوریتم ایجاد ایرفویل سرعت با مشتق شتاب محدود [۱۰]

## ۵- میان باب کنترل سرعت

میان‌بابی به روش میلن-سیمپسون<sup>۱</sup> در این تحقیق مورد استفاده قرار گرفت [۱۲]. زیرا که به لحاظ محاسباتی در پیاده‌سازی بر روی سیستم بلدرنگ<sup>۲</sup>، کارآمد و دارای پایداری مناسبی در محاسبات است. این روش محاسبات عددی به فرم حلقه بسته می‌باشد که برای میان‌باب منحنی‌های نوبز که دارای شعاع انحنای کوچک هستند مناسب می‌باشد. این روش شامل دو بخش است، بخش اول پیش‌بینی و بخش دوم تصحیح کننده؛ معادله (۲۳) به ازای  $k \leq 3$  نشان دهنده بخش اول است، که تکرار صفر از طریق پیش‌بینی بدست می‌آید.

$$u_{k+1}^{(0)} = u_{k-3} + \frac{3}{4} T f_k (2f_k - 2f_{k-1} - 2f_{k-2}) \quad (23)$$

و رابطه مرحله تصحیح به ازاء  $1 \leq k \leq n$  به شرح زیر است (معادله (۲۴)):

$$u_{k+1}^{(n)} = u_{k-1} + \frac{1}{3} T f_k (f_{k+1} - 4f_{k-1} - f_{k-2}) \quad (24)$$

## ۶- انجام آزمایش

آزمایش و مقایسه الگوریتم‌ها بر روی یک میز X-Y-θ انجام می‌شود (شکل ۳). در آزمایش انجام شده فرض شده است که محور ماشین ابزار ثابت است (محور Z). حرکت محورهای متحرک توسط سه سروموتور AC تأمین می‌شود (جدول ۱). دقت انکوادر موتورها برابر ۵۰۰۰ پالس بر دور است. الگوریتم بر روی کامپیوتر پیاده‌سازی شده و ارتباط با موتورها توسط یک کارت کنترل حرکت ایجاد می‌شود.

برای کنترل حرکت موتورها از حالت میان‌بابی شکل بیتی<sup>۳</sup> استفاده می‌شود [۱۳]. دو خطکش دیجیتال با دقت ۱ میکرومتر بر روی میز نصب شده

1. Milne-Simpson Predictor-corrector

2. Realtime

3. Bit-Pattern Interpolation

رویکرد بالا بردن دقت محاسباتی از طریق الگوریتم میان‌باب میلنے- سیمپسون دقت در دنبال کردن مسیر را افزایش داد و در نتیجه دقت در ماشین کاری را نیز بالا برد.

## ۹- مراجع

- [1] Y. Altintas, *Manufacturing automation: metal cutting mechanics, machine tool vibrations, and CNC design*, New York: Cambridge University Press, 2000.
- [2] R. T. Farouki, *Pythagorean—hodograph Curves*: Springer, 2008
- [3] X. Liu, F. Ahmad, K. Yamazaki, M. Mori, Adaptive interpolation scheme for NURBS curves with the integration of machining dynamics, *International Journal of Machine Tools and Manufacture*, Vol. 45, No. 4, pp. 444-433, 2005.
- [4] R. T. Farouki, Y.-F. Tsai, Exact Taylor series coefficients for variable-feedrate CNC curve interpolators, *Computer-Aided Design*, Vol. 33, No. 2, pp. 165-155, 2001.
- [5] R. T. Farouki, T. Sakkalis, Pythagorean hodographs, *IBM Journal of Research and Development*, Vol. 34, No. 5, pp. 752-736, 1990
- [6] L. Piegl, W. Tiller, *The NURBS book*: Springer Science & Business Media, 2012.
- [7] Y. Altintas, *Manufacturing automation: metal cutting mechanics, machine tool vibrations, and CNC design*: Cambridge university press, 2012.
- [8] S.-S. Yeh, P.-L. Hsu, Adaptive-feedrate interpolation for parametric curves with a confined chord error, *Computer-aided design*, Vol. 34, No. 3, pp. 237-229, 2002.
- [9] S.-S. Yeh, P.-L. Hsu, The speed-controlled interpolator for machining parametric curves, *Computer-Aided Design*, Vol. 31, No. 5, pp. 357-349, 1999.
- [10] A.Ghandeharioun, *Improvement of Real-Time NURBS Curve CNC Interpolators Using Pythagorean-Hodograph Curves*, Msc Thesis, Mechanical Engineering, Ferdowsi University Of Mashhad, 1389. (In Persian)
- [11] X. Zhiming, C. Jincheng, F. Zhengjin, Performance evaluation of a real-time interpolation algorithm for NURBS curves, *The International Journal of Advanced Manufacturing Technology*, Vol. 20, No. 4, pp. -270 276, 2002.
- [12] R. L. Burden, and Faires, J. D, *Numerical Analysis*, 2006.
- [13] PCI-1240 4-Axis Stepping/Pulse-type Servo Motor Control Card, User's Manual, Advantech Co, 2003124000, 2001.
- [14] Ogata, K, *Modern control engineering*. 4th ed. Upper Saddle River, NJ: Prentice Hall. xi, 964 p, 2002.

جدول ۲ ضرایب کنترل PID برای هر محور

ضرایب	محور $\theta$	محور Y	محور X
$K_p$	۳/۳۳۲۲	۳۸/۳۳۲۲	۲۲/۳۸۳۳
$K_i$	۲۶/۰۰۰	۲۶۶/۸۰۰	۲۶۶/۸۸۹۹
$K_d$	۰/۵۰۸۳	۰/۲۹۷۵	۰/۱۸۶۲



شکل ۵ خطای حرکت در سه محور مسیر منحنی ایرفویل NACA0025 سه بعدی

نکته حائز اهمیت در آزمایش، هماهنگی بین نرخ نمونهبرداری کارت کنترلی و بازه میان‌بابی<sup>۱</sup> است. که در آزمایش هر دو مقدار ۱ میلی ثانیه در نظر گرفته شده‌اند. مقدار تعیین شده برای نرخ نمونهبرداری کاملاً وابسته به سخت‌افزار کنترلی می‌باشد.

## ۷- نتایج

آزمایش با معیارها و شرایط ذکر شده برای مسیر منحنی ایرفویل NACA0025 سه بعدی انجام پذیرفت. همان‌طور که در بخش توضیح داده شد، نمودار خطای برای یک مسیر ۱۶۵۰ میلی ثانیه، خطای دنبال کردن مسیر (شکل ۴) برای مسیر ایرفویل در شکل ۵ نشان داده شده است. همان‌طور که مشاهده می‌شود، بیشترین انحنا در نقطه میانی مسیر طی شده است و منتظر با آن در نمودار خطای نیز شاهد خطاهای بالاتری هستیم. اما بهطور بیشینه خطای نیز با مقدار ۰/۰۱۲۱۸ میلی متر نیز در ابتدای شروع قوس اتفاق افتاده است. ریشه نوسانی خطای نیز بدلیل خصوصیات کنترل PID می‌باشد [۱۴]. با توجه به بیشینه خطای در نمودارها می‌توان ادعا کرد که با روش ارائه شده می‌توان خطای را کاهش داد. لذا مشاهده می‌شود (شکل ۵)، در روش ارائه شده که مبتنی بر رویکرد کاهش خطای محاسبات و عملکرد بهینه در کنترل سرعت، خطای کاهش یافته و دقت در طی مسیر مشخص شده با منحنی نریز افزایش می‌یابد.

## ۸- نتیجه‌گیری

در ابتدا به معرفی میان‌بابی منحنی‌های نریز پرداخته شد و درباره نحوه پدیده آمدن الگوریتم میان‌باب از طریق بسط چند جمله‌ای تیلور درجه ۲ سخن به میان آمد؛ سپس بر روی الگوریتم سرعت پیشروی از طریق مشتق شتاب محدود بحث شد و از طریق روابط مطرح شده، مقادیر سرعت طی مسیر را به شکل بهینه با کمترین خطای نوسان سرعت تعیین شد و در حلقه محاسبات نقاط روی مسیر قرار داده شد، در مرحله آخر تئوری تحقیق نیز، هسته محاسباتی مبتنی بر روش میلنے- سیمپسون را با حلقه میان‌بابی وارد شد. در مرحله بعدی تحقیق به منظور راستی آزمایی تئوری مطرح شده اقدام به پیاده سازی و آزمایش به وسیله میز کنترل عددی سه محور، شد و با تحلیل نتایج بدست آمده در خطای دنبال کردن مسیر به این نتیجه ارائه شد، که می‌توان، با ایجاد حلقه‌ای در محاسبات و تصحیح مقادیر سرعت و شتاب و همچنین

1. Interpolation interval