



تحلیل نفوذ پرتابه فرسایشی با سرعت بالا در هدف بتنی نیمه بی نهایت

علی علوی نیا^{۱*}، مجتبی ذوالفقاری^۲، حسین خدارحمی^۳، محمود نیلی^۴، امیرحسین قربانخانی^۵

- ۱- دانشیار مهندسی مکانیک، دانشگاه بوعلی سینا، همدان
 - ۲- دانشجوی دکتری مهندسی مکانیک، دانشگاه بوعلی سینا، همدان
 - ۳- دانشیار مهندسی مکانیک، دانشگاه امام حسین
 - ۴- دانشیار مهندسی عمران، دانشگاه بوعلی سینا، همدان
 - ۵- دانشجوی کارشناسی ارشد مهندسی سازه، دانشگاه بوعلی سینا، همدان
- * همدان، کد پستی ۶۵۱۷۵۴۱۶۱، alavi495@basu.ac.ir

چکیده- در این مقاله، رفتار بتن تحت نفوذ یک پرتابه فرسایشی تحلیل می شود. بر این اساس و بر مبنای تشابه کیفی نفوذ فرسایشی در اهداف فلزی و بتنی، میدان جریان ذرات حول نوک پرتابه فرسایشی در حال نفوذ در یک هدف بتنی بررسی می شود. بر مبنای مدل ویسکوپلاستیک در بتن، میدان پلاستیک در هدف در مدل والکر-اندرسون اصلاح شده و مدل بهبود یافته والکر-اندرسون جهت تحلیل نفوذ فرسایشی در بتن ارائه می شود. ۵۲ آزمایش نفوذ سرعت بالا (650 m/s تا 1150 m/s) با پرتابه های میله بلند ($9 \leq L/d \leq 11$) و جرم (9 gr تا 11 gr) طراحی و صورت می پذیرد. علاوه بر آن با حل معادلات نهایی مدل فورستال، عمق نفوذ برای پرتابه های فرسایشی بر مبنای مدل فورستال محاسبه می شود. مقایسه نتایج مربوط به مدل اصلاح شده والکر-اندرسون با نتایج حاصل از مدل فورستال نشان می دهد که علی رغم جامعیت مدل فورستال در نفوذ صلب، استفاده از این مدل حتی به عنوان یک تخمین مهندسی جهت تحلیل نفوذ فرسایشی در اهداف بتنی اشتباه است.

کلیدواژگان: نفوذ فرسایشی، پرتابه میله بلند، بتن، مدل تحلیلی.

High velocity penetration analysis of eroding projectile into semi-infinite concrete target

A. Alavi Nia^{1*}, M. Zolfaghari², H. Khodarahmi³, M. Nili⁴, A.H. Ghobankhani⁵

- 1- Assoc. Prof., Mech. Eng., Bu-Ali Sina Univ., Hamedan, Iran
 - 2- PhD Student, Mech. Eng., Bu-Ali Sina Univ., Hamedan, Iran
 - 3- Assis. Prof., Mech. Eng., EmamHossien Univ., Tehran, Iran.
 - 4- Assoc. Prof., Const. Eng., Bu-Ali Sina Univ., Hamedan, Iran
 - 5- MSc. Student, Const. Eng., Bu-Ali Sina Univ., Hamedan, Iran
- *P.O.B. 651754161, Hamedan, Iran. alavi495@basu.ac.ir

Abstract- In this paper, the behavior of concrete subjected to eroding penetration of projectiles is studied. Based on qualitative similarities of eroding penetration at metallic and concrete targets, plastic flow of the particles around the projectile tip in a concrete target is illustrated. Based on visco-plastic behavior of concrete, changes on the plastic field of the target at Walker-Anderson model is made in order to analyze eroding penetration into concrete. 52 high velocity penetration tests (650-1150m/s) for long rod projectiles ($9 \leq L/d \leq 11$ & $9 \leq m \leq 11$ gr) were designed and carried out. Furthermore, with solving the final equations of the Forrestal model, penetration depth of eroding projectiles is calculated. Comparison between the results of the improved Walker-Anderson model and the Forrestal model showed that although the Forrestal model is a comprehensive model in rigid penetration, using it for assessment of eroding penetration into concrete is completely wrong.

Keywords: Eroding Penetration, Long Rod Projectile, Concrete, Analytical Model.

۱- مقدمه

هنگامی که یک پرتابه میله‌بلند به یک هدف بتنی نیمه‌بی‌نهایت برخورد می‌کند، مقاومت هدف در برابر نفوذ پرتابه، مومنتم خطی پرتابه ($\bar{P} = m\bar{V}$) را کاهش می‌دهد. از آن‌جا که پارامتر برداری مومنتم خطی از دو جزء جرم و سرعت تشکیل شده است، در صورت فرسایشی بودن نفوذ، بایستی نقش کاهش هر دو عامل جرم و سرعت پرتابه را در فرمول‌بندی مقاومت هدف در برابر نفوذ در نظر گرفت. رویکردها در خصوص تحلیل نفوذ فرسایشی در اهداف نیمه‌بی‌نهایت مختلف است. به جرأت می‌توان گفت تاکنون مدلی تحلیلی در خصوص نفوذ پرتابه‌های فرسایشی در سرعت‌های بالا در اهداف بتنی بر اساس پدیده‌شناسی یک نفوذ فرسایشی در یک هدف بتنی ارائه نشده است. این عدم ارائه به دلیل رفتار پیچیده ماده بتن در نفوذهای فرسایشی سرعت بالا است. به عبارت دیگر، همواره اساسی‌ترین قسمت در هر مدل نفوذ، رفتار استحکامی هدف در مقابل نفوذ پرتابه می‌باشد. از آن‌جا که بتن ماده‌ای متخلخل، غیرایزوتروپ، دارای درجه ناهمگنی بالا و رفتاری بسیار پیچیده در مقابل بارگذاری دینامیکی است [۱-۴]، ارائه مدل‌های تحلیلی در حوزه نفوذ فرسایشی در اهداف بتنی با مشکل مواجه شده است. در این میان اتخاذ یک دیدگاه مهندسی منطبق بر واقعیات تجربی و شبیه‌سازی‌های عددی می‌تواند اصول حاکم بر یک مدل تحلیلی نفوذ در اهداف بتنی را بیان کرده و معادلات اساسی مدل تحلیلی را استخراج نماید. مشاهده نتایج آزمایش‌های موجود در منابع معتبر [۵، ۶]، آزمایش‌های صورت گرفته در این مقاله و نیز شبیه‌سازی‌های عددی صورت گرفته در این مقاله نشان می‌دهد کیفیت نفوذ در نفوذهای فرسایشی سرعت بالا در اهداف بتنی و فلزی مشابه می‌باشد. از این رو، این امکان وجود دارد که با مطالعه دقیق مدل‌های معتبر نفوذ فرسایشی در اهداف فلزی مدلی جدید در حوزه نفوذ در اهداف بتنی ارائه شود. بررسی دقیق مدل‌های نفوذ فرسایشی در اهداف فلزی نشان می‌دهد که مدل بهبود یافته تیت از الگوی میدان جریان در یک سلونوئید نیمه‌بی‌نهایت [۷]، مدل واحدی با تمرکز بر موضوع فرسایش و معرفی پارامتر فرسایش [۸]، مدل لوک و پیکوتووسکیبر مبنای تشکیل نوک قارچی^۱ شکل در نفوذهای سرعت بالا [۹]، مدل یارینو همکاران بر مبنای

الگوی جریان در شکل‌گیری نوک تخم‌مرغی‌گون^۲ در یک نفوذ فرسایشی با استفاده از ترکیب یک جریان یکنواخت و یک چشمه و مدل والکر-اندرسونبر مبنای انتگرال‌گیری از مؤلفه‌های مومنتم در امتداد محور پرتابه-هدف بنا نهاده شده‌اند [۱۰-۱۲].

هنگامی که پرتابه‌ای با سرعت بالا در یک هدف بتنی در حال نفوذ می‌باشد ذرات مجاور نوک پرتابه در حال نفوذ متراکم می‌شوند. در این تراکم، چگالی بتن از مقدار اولیه ρ_0 تا مقدار ρ_{II} افزایش می‌یابد. به عبارت دیگر هنگامی که فشار وارد بر ذرات بتن به مقدار p_{II} رسید، چگالی به ρ_{II} رسیده و اصطلاحاً قفل شدگی^۳ در بتن رخ می‌دهد. ضخامت لایه قفل شده از مرتبه قطر پرتابه بوده و با توجه به تراکم‌ناپذیری آن معادلات میدان ویسکوپلاستیک^۴ در حالت تراکم‌ناپذیر در این ناحیه قابل کاربرد است.

در این مقاله، بر اساس آزمایش‌های صورت گرفته، شبیه سازی‌های متعدد انجام شده و بررسی منابع معتبر در حوزه نفوذ در بتن، نفوذ فرسایشی یک پرتابه میله‌بلند در یک هدف بتنی نیمه‌بی‌نهایت مورد بررسی قرار گرفته است. علاوه بر این، امکان استفاده از مدل‌های نفوذ فورستال و والکر-اندرسون در تحلیل نفوذ فرسایشی یک پرتابه میله بلند در یک هدف بتنی بررسی شده است. به عبارت دیگر در این مقاله بر اساس نتایج حاصل شده در مرجع [۴] و ترکیب معادلات آن با معادلات والکر-اندرسون و ایجاد اصلاحات مناسب مدلی جدید و نیز دیدگاهی جدید در حوزه نفوذ فرسایشی در اهداف بتنی ارائه شده است. مراجعه به منابع معتبر در حوزه نفوذ در بتن نشان می‌دهد تاکنون هیچ مدل تحلیلی که به صورت روش‌مند و بر مبنای ویژگی‌های بتن نفوذ را تحلیل کرده باشد وجود ندارد و در حقیقت این مقاله می‌تواند به عنوان پایه‌ای اصولی در مطالعات تحلیلی نفوذ فرسایشی در بتن باشد. لازم به ذکر که در مرجع [۴] موضوع رفتار بتن و میدان پلاستیک ایجاد شده تحت اثر نفوذ بدون مطرح شدن پرتابه و معادلات نفوذ طرح شده و در حقیقت مقاله حاضر اصلی‌ترین کاربرد [۴] است به طوری که تنها اشتراک مقاله حاضر و [۴] در معادلات محاسبه ضخامت لایه تراکم‌ناپذیر می‌باشد.

2. Ovoid
3. Locking
4. Viscoplastic

1. Mushroom

۲- تحلیل تئوری

۲-۱- توصیف میدان جریان پلاستیک در هدف در زمان

نفوذ یک پرتابه فرسایشی

هنگامی که ذرات هدف، تحت فشارهای بالای ناشی از سرعت برخورد پرتابه، جریان پیدا می‌کنند، معادلات بقای جرم و مومنتم به صورت معادلات (۱) و (۲) نوشته می‌شوند.

$$\dot{\rho} + \nabla \cdot (\rho \mathbf{v}) = 0 \quad (1)$$

$$\rho \dot{\mathbf{v}} = -\nabla \sigma + \text{div } \mathbf{S} \quad (2)$$

در معادله مومنتم از اثر نیروهای حجمی که در مقایسه با نیروهای فشاری ناشی از نفوذ ناچیز می‌باشند، صرف‌نظر شده است. تانسور تنش کوشی (σ) به رفتار حجمی (فشرده‌گی) و تنش انحرافی (لغزش ذرات روی هم) تجزیه شده و در قالب معادلات (۳) و (۴) نوشته می‌شوند:

$$\sigma = -\sigma \mathbf{I} + \mathbf{S} \quad (3)$$

$$\mathbf{S} \cdot \mathbf{I} = 0 \quad (4)$$

در معادلات (۴-۱)، پارامترهای $\mathbf{S}$ و σ به ترتیب، تانسور تنش انحرافی و فشار هیدروستاتیک می‌باشند. با توجه به این‌که تنها پس از چند میکروثانیه پس از رسیدن سطح پرتابه به هدف و در اثر رسیدن امواج منعکس شده برشی از سطح هدف به مرکز میله پرتابه، فاز پایدار نفوذ شروع می‌شود، تغییر شکل‌های الاستیک در مقایسه با تغییر شکل‌های پلاستیک ناچیز می‌شود. در ساده‌ترین حالت، رفتار ماده هدف به‌صورت صلب-پلاستیک در نظر گرفته می‌شود. معادله لوی-مایرز به صورت (۵) نوشته می‌شود.

$$\mathbf{S} = \left(\frac{2}{3} \right)^{\frac{1}{2}} \frac{Y}{(D \cdot D)^{1/2}} \mathbf{D} \quad (5)$$

در معادله ۵، D تانسور نرخ کشیدگی^۱ و Y تنش تسلیم ماده هدف می‌باشد.

۲-۲- ماهیت و فرمولاسیون استحکام یک هدف بتنی در

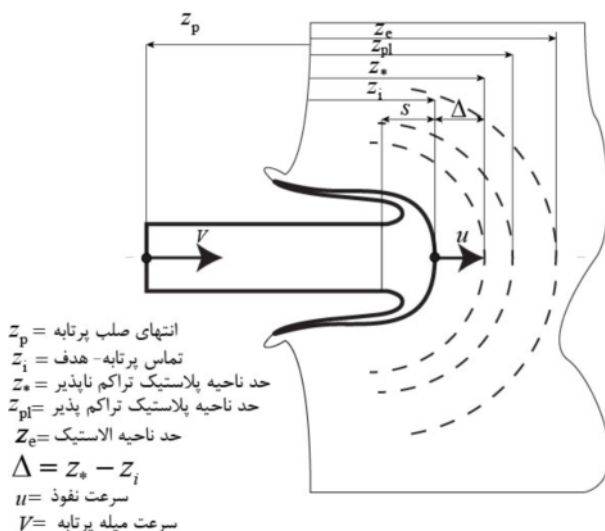
مقابل نفوذ فرسایشی سرعت بالای پرتابه میله‌بلند

شبیه‌سازی‌های عددی نشان می‌دهد در بیشتر زمان نفوذ، سرعت میله پرتابه و نیز فشار در سطح تماس پرتابه-هدف تقریباً ثابت است. این موضوع هم برای نفوذ در اهداف فلزی و هم برای نفوذ در اهداف بتنی صادق است [۱۴، ۱۳، ۷، ۳]. بر این

اساس، می‌توان معادله مومنتم ۲ را برای نفوذ فرسایشی پرتابه میله‌بلند در هدفی بتنی نوشت. شکل (۱) شماتیک نفوذ یک پرتابه میله بلند در یک هدف بتنی نیمه‌بی‌نهایت را نشان می‌دهد. در این شکل، خط‌چین‌ها نشان دهنده مرزهای بین نواحی پلاستیک تراکم‌ناپذیر، پلاستیک تراکم‌پذیر و الاستیک می‌باشند. هنگامی که یک پرتابه میله‌بلند فرسایشی در یک هدف بتنی نفوذ می‌کند در اثر امواج شوک بوجود آمده، این نواحی شکل می‌گیرند [۴].

معادله مومنتم در امتداد محوری (z) و در مختصات اویلری به صورت معادله (۶) نوشته می‌شود.

$$\frac{\partial v_z}{\partial t} + v_r \frac{\partial v_z}{\partial r} + v_z \frac{\partial v_z}{\partial z} = \frac{1}{\rho} \left(\frac{\partial \sigma_{zz}}{\partial z} + \frac{\partial (\sigma_{rz} + p)}{\partial r} + \frac{(\sigma_{rz} + p)}{r} \right) \quad (6)$$



شکل ۱ شماتیک نفوذ فرسایشی یک پرتابه میله بلند در یک هدف بتنی نیمه‌بی‌نهایت

با فرض پایا بودن تقریبی نفوذ، والکر و اندرسون ثابت کردند که معادله ۶ را می‌توان به صورت معادله (۷) خلاصه کرد [۱۶، ۱۵].

$$\rho v_z \frac{dv_z}{dz} = \frac{d}{dz} (S_{zz} - p) + 2 \frac{\partial S_{rz}}{\partial r} \Big|_{r=0} \quad (7)$$

$$r = 0, \quad z_i - l \leq z \leq z_{pl}$$

که در معادله (۷)، l طول لحظه‌ای پرتابه و z_i و z_{pl} به ترتیب، مختصات تماس پرتابه-هدف و مرز الاستیک-پلاستیک در

1. Stretching Rate Tensor

هیدرودینامیک (R_h)، فشار درمرز تراکم‌ناپذیر- تراکم‌پذیر و گرادیان شعاعی تنش برشی مرتبط است. شبیه‌سازی‌های متعدد صورت گرفته نشان داد که بیشترین سهم فشار در سطح تماس پرتابه-هدف به ترتیب، مربوط به فشار هیدرودینامیکی (R_h)، فشار در مرز تراکم‌ناپذیر- تراکم‌پذیر ($p(z_*)$) و انتگرال گرادیان تنش برشی (R_s) می‌باشد. با مقایسه معادلات ۸ و ۹ با معادله برنولی در مدل تیت، ماهیت پارامتر استحکامی R_t در مدل تیت هنگامی که جهت تحلیل نفوذ در اهداف بتنی به کار می‌رود، روشن می‌شود. معادله تعادل انرژی (بر واحد حجم) در نوک پرتابه در حال نفوذ در مدل تیت به شکل معادله ۱۰ نوشته می‌شود [۱۸]:

$$Y_p + \frac{1}{2} \rho_p (V-u)^2 = \frac{1}{2} \rho_t u^2 + R_t \quad (10)$$

در معادله (۱۰) Y_p استحکام تسلیم دینامیکی پرتابه و ρ_p و ρ_t چگالی‌های هدف بتنی و پرتابه فرسایشی می‌باشند. مقایسه معادلات (۸، ۹) با معادله برنولی در مدل تیت ۱۰ منجر به حاصل شدن معادلات (۱۱، ۱۲) می‌شود.

$$\frac{1}{2} \rho_t u^2 = \int_{z_0}^{z_*} \rho_t v_z dv_z \quad (11)$$

$$R_t = p(z_*) - 2 \int_{z_0}^{z_*} \frac{\partial S_{rz}}{\partial r} \bigg|_{r=0} dz \quad (12)$$

در معادلات (۶ تا ۱۲)، تحلیلی بر اساس نوشتن معادله مومنت در امتداد محور برای نفوذ فرسایشی یک پرتابه میله بلند در یک هدف بتنی ارائه شد. نتیجه این تحلیل مشخص شدن ماهیت نیروهای مقاوم در برابر نفوذ فرسایشی در بتن یعنی R_h (فشار هیدرودینامیکی که با سرعت نفوذ در ارتباط است) و R_s (جمله ثابت استحکام، که یقیناً همان استحکام نامحدود فشاری بتن، f'_c ، یا ضریبی از f'_c نیست) می‌باشد.

۲-۳- تبادل انرژی بین نوک پرتابه فرسایشی در حال نفوذ با هدف بتنی نیمه‌بی‌نهایت

به منظور تحلیل اتلاف انرژی در ناحیه جلوی نوک پرتابه در حال نفوذ، این ناحیه به صورت حجم کنترلی که با سرعت u در هدف حرکت می‌کند در نظر گرفته می‌شود. مطابق شکل ۱، انرژی از $z=z_i$ وارد حجم کنترل می‌شود. مقدار این انرژی بر اساس نرخ فرسایش $d\ell/dt = -(V-u)$ و نیز انرژی کل پرتابه به‌دست می‌آید. ℓ طول لحظه‌ای پرتابه، t زمان، V سرعت

هدف می‌باشند. انتگرال معادله (۷) از سطح تماس پرتابه-هدف تا نقطه‌ای دلخواه واقع در ناحیه پلاستیک، به صورت معادله (۸) نوشته می‌شود.

$$p(z_i) = \underbrace{\int_{z_i}^{z_*} \rho_u v_z^2 dv_z}_{R_h} + p(z) + S_{zz}(z_i) - S_{zz}(z) - 2 \int_{z_i}^{z_*} \frac{\partial S_{rz}}{\partial r} \bigg|_{r=0} dz \quad (8)$$

انتگرالی که با R_h نشان داده شده، فشار هیدرودینامیکی در سطح تماس پرتابه-هدف می‌باشد. با توجه به این که بتن ماده‌ای تراکم‌پذیر است، بایستی موضوع تغییر چگالی بتن در انتگرال مربوط به R_h حتماً لحاظ شود. بررسی‌ها نشان می‌دهند در اثر ضربه وارده از سوی نوک پرتابه به دیواره حفره نفوذ، ناحیه‌ای از مرتبه قطر پرتابه در اطراف نوک پرتابه به وجود می‌آید که فشار در این ناحیه به حدی است که به واسطه بسته شدن تمامی خلل و فرج ماده بتن، این ماده به صورت تراکم‌ناپذیر عمل می‌کند و اصطلاحاً این ناحیه رفتار قفل شوندگی از خود نشان می‌دهد. مشخصه این ناحیه، تراکم‌ناپذیری و بزرگتر یا مساوی بودن فشار از فشار حد p_u و تشدید سخت شوندگی برای ماده بتن است [۱۷، ۳]. بر این اساس، در جمله اول معادله (۸) چگالی به چگالی حالت قفل شوندگی (ρ_u) تبدیل و از انتگرال خارج شده و می‌توان فشار را در سطح تماس پرتابه-هدف محاسبه کرد. مختصات نقطه مرزی ناحیه تراکم‌ناپذیر-تراکم‌پذیر پلاستیک در شکل ۱ با z_* نشان داده شده است. بنابراین نتیجه انتگرال‌گیری معادله (۸) به صورت معادله (۹) نوشته می‌شود.

$$p(z_i) = \underbrace{\frac{1}{2} \rho_u v_z^2(z_*) - \frac{1}{2} \rho_u v_z^2(z_i)}_{\Delta R_h} + p(z_*) + \underbrace{S_{zz}(z_i) - S_{zz}(z_*)}_{\Delta S_{zz}} - 2 \int_{z_0}^{z_*} \frac{\partial S_{rz}}{\partial r} \bigg|_{r=0} dz \quad (9)$$

یافتن پارامترهای $v_z(z=z_i, z_*)$ ، $p(z_*)$ و $S_{zz}(z=z_i, z_*)$ و $S_{zz}(z)$ در حالت کلی نیازمند حل عددی معادلات بقای جرم، مومنت و بقای انرژی است. برای حالت ساده متقارن محوری، حل تحلیلی برای پارامتر S_{zz} وجود دارد که نتیجه حل نشان می‌دهد $\Delta S_{zz} = 0$. معادله (۹) نشان می‌دهد فشار در سطح تماس پرتابه-هدف به تغییرات فشار

معادله مومنتم در راستای محوری (z) در مختصات کارتزین در سیستم مختصات اویلری به صورت معادله (۱۳) نوشته می‌شود [۱۲].

$$\rho \left(\frac{\partial v_z}{\partial t} + v_x \frac{\partial v_z}{\partial x} + v_y \frac{\partial v_z}{\partial y} + v_z \frac{\partial v_z}{\partial z} \right) = \frac{\partial \sigma_{xz}}{\partial x} + \frac{\partial \sigma_{yz}}{\partial y} + \frac{\partial \sigma_{zz}}{\partial z} \quad (13)$$

با مد نظر قرار دادن تقارن محوری، معین کردن تغییرات سرعت در راستای محوری در پرتابه و هدف (با استفاده از شبیه‌سازی عددی)، تعیین رفتار پلاستیک و سیلان، شتاب کاهنده قسمت صلب پرتابه بر مبنای فشار در نوک و انعکاس امواج تنش از انتهای میله پرتابه و جاگذاری در معادله ۱۳ و انتگرال‌گیری روی محور پرتابه از قسمت انتهایی پرتابه تا نیمه بی‌نهایت، فرمول‌بندی استحکام، شتاب کاهنده و فرسایش میله پرتابه به صورت معادلات (۱۴ تا ۱۶) نوشته می‌شود.

$$\begin{aligned} \rho_p \dot{V} (\ell - s) + \dot{u} \left\{ \rho_p s + \rho_l R_0 \frac{\alpha - 1}{\alpha + 1} \right\} \\ + \rho_p \left(\frac{V - u}{s} \right) \frac{s^2}{2} + \rho_l \dot{\alpha} \frac{2R_0 u}{(\alpha + 1)^2} \\ = \frac{1}{2} \rho_p (V - u)^2 - \left\{ \frac{1}{2} \rho_l u^2 + \frac{7}{3} \ln(\alpha) y_t \right\} \end{aligned} \quad (14)$$

$$v = - \frac{y_p}{\rho_p (\ell - s)} \left\{ 1 + \frac{V - u}{c_w} + \frac{\dot{s}}{c_w} \right\} \quad (15)$$

$$\dot{\ell} = -(V - u) \quad (16)$$

در معادلات (۱۴-۱۶)، α کلیدی‌ترین پارامتر است که منعکس‌کننده رفتارهای استحکام، لزجت و جریان پلاستیک بتن تحت فشارها و نرخ کرنش‌های بالا و قیود شدید و بالاخره منعکس‌کننده شکل‌گیری میدان جریان تشکیل دهنده مقاومت یک هدف بتنی در مقابل نفوذ سرعت بالای یک پرتابه میله‌بلند فرسایشی می‌باشد [۴].

۲-۵- محاسبه ضخامت ناحیه تراکم‌ناپذیر جلوی نوک

پرتابه (α) بر مبنای رفتار ویسکوپلاستیک

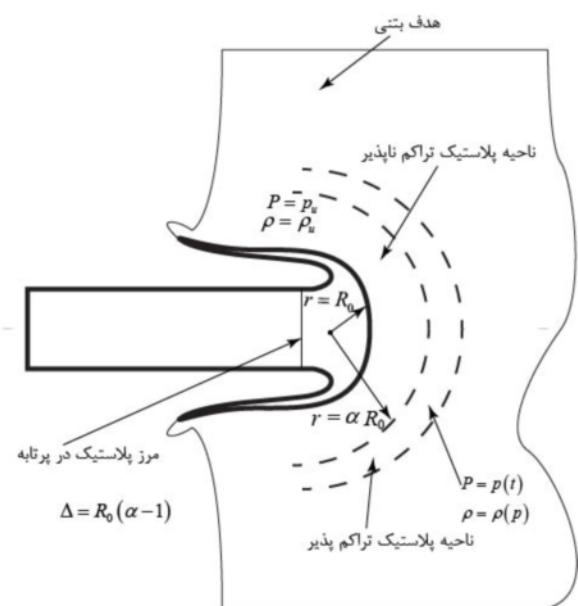
با توجه به این‌که در مکانیک نفوذ پرتابه‌ها، همواره پیچیده‌ترین قسمت هر مدل تعیین رفتار میدان‌های تنش و سرعت در هدف بوده و از طرفی مهم‌ترین عامل در تعیین رفتار مقاومتی هدف نیز مربوط به همین دو عامل (میدان‌های تنش و سرعت)

لحظه‌ای پرتابه و u سرعت لحظه‌ای نفوذ است. بیشتر این انرژی در قالب کار پلاستیک در ناحیه تراکم‌ناپذیر (ناحیه قفل شدگی) تلف می‌شود. انرژی اندک باقی مانده از مرز الاستیک-پلاستیک $z=z_{pl}$ به هدف تحویل می‌شود. مقدار انرژی تحویلی به هدف در مقایسه با انرژی پرتابه بسیار اندک است و در نتیجه می‌توان تصور کرد کل انرژی مصرف شده در قالب حرارت صرف تشکیل ناحیه پلاستیک در پرتابه و ناحیه تراکم‌ناپذیر در هدف می‌شود (شکل ۲). از این میان، به دلیل شاک‌های سریع و نیز باریک بودن پرتابه، وسعت میدان پلاستیک در پرتابه کم، و بیشتر این انرژی توسط هدف مصرف می‌شود. این موضوع با بررسی نتایج شبیه‌سازی‌های عددی که رابطه مستقیم بین حجم ناحیه تراکم‌ناپذیر و مقاومت در برابر نفوذ را بیان می‌کند هماهنگ است.

۲-۴- استفاده از مدل والکر-اندرسون در تحلیل نفوذ

فرسایشی پرتابه میله بلند در یک هدف بتنی نیمه‌بی‌نهایت

برای تحلیل مسأله نفوذ فرسایشی یک پرتابه میله‌بلند در یک هدف بتنی نیمه‌بی‌نهایت اصلاحات لازم بر روی معادلات اساسی مدل والکر-اندرسون [۱۲] صورت گرفته و سپس معادلات دیفرانسیل به‌دست آمده (که به لحاظ شکل کلی همان معادلات هستند ولی به جهت ماهیت برخی پارامترها، متفاوت هستند) حل می‌شوند.



شکل ۲ شکل‌گیری نواحی تراکم‌ناپذیر و تراکم‌پذیر در جلوی نوک پرتابه در حال نفوذ

$$\bar{\sigma}(x(\tau), \tau) = 2\bar{k}\sqrt{3} \operatorname{sgn} f(\tau) \ln x + M_u^2 \left[-\frac{V_*}{V_0} \frac{f'(\tau)}{x} + \frac{1}{2} \frac{f(\tau)^2}{x^4} \right] + F(\tau) \quad (۱۹-ج)$$

در معادلات (۱۹)، $f(\tau)$ و $F(\tau)$ دو تابع زمانی هستند که به واسطه انتگرال‌گیری به وجود آمده‌اند. $f(\tau)$ با استفاده از شرایط موج شوک و $F(\tau)$ با استفاده از تنش‌های موجود در مرزهای ناحیه تراکم‌ناپذیر به دست می‌آیند. $f'(\tau)$ نیز مشتق زمانی $f(\tau)$ می‌باشد. علاوه بر این، روابط $M_u = \rho_u V_0^2 / p_0$ و $V_* = R/t_{ad}$ نیز برقرار هستند. اکنون ضخامت لایه پلاستیک یا ضخامت لایه‌ای که فشار وارد بر ذرات محصور در آن بیش از فشار قفل شوندگی در بتن است بر مبنای حد فشار به صورت معادله (۲۰) در خواهد آمد.

$$2\bar{k}\sqrt{3} \operatorname{sgn} f(\tau) \ln x_m - 4\bar{\eta} f(\tau) \left[\frac{1}{x_m^3} - 1 \right] + M_u^2 \left(-\frac{V_*}{V_0} \right) f'(\tau) \left[\frac{1}{x_m} - 1 \right] + M_u^2 \frac{1}{2} f^2(\tau) \left[\frac{1}{x_m^4} - 1 \right] = \bar{P}(\tau) - \bar{P}_u \quad (۲۰)$$

ریشه‌های معادله (۲۰) در بازه زمانی اعمال ضربه نوک پرتابه در یک نمو حرکت در هدف، ضخامت لایه تراکم‌ناپذیر را در زمان- $x_m = x(\tau)$ عبارت می‌دهد. به عبارتی پارامتر x_m وابسته زمان می‌باشد. مطابق حل ارائه شده در [۴] بیشترین مقدار x_m در زمان $\tau = l$ رخ می‌دهد. با توجه به شکل ۲ می‌توان دریافت $x_m(1) = \alpha$ پارامتر α بیان‌گر ضخامت لایه تراکم‌ناپذیر بر اساس رفتارهای خاص بتن یعنی تراکم‌پذیری و لزجت می‌باشد. اکنون که پارامتر α که مهم‌ترین عامل در دقت و تعیین رفتار نفوذ در مدل والکر-اندرسون می‌باشد بر اساس ویژگی‌های خاص ماده بتن محاسبه شد، می‌توان به حل معادلات نفوذ یک پرتابه فرسایشی در یک هدف بتنی نیمه‌بی‌نهایت پرداخت.

۲-۶- حل معادلات نفوذ پرتابه فرسایشی سرعت بالا در هدف بتنی

حل هم‌زمان معادلات دیفرانسیل (۱۶-۱۴) و نیز معادله ۲۰ به صورت وابسته به زمان، تاریخچه‌های نفوذ، سرعت پرتابه و سرعت نفوذ به همراه عمق نفوذ بر حسب سرعت پرتابه برای نفوذ فرسایشی پرتابه را در هدف بتنی در اختیار قرار می‌دهد. حل کامل این معادلات منوط به معین بودن سرعت اولیه نفوذ

می‌باشد، برآیند تاثیر این دو عامل در پارامتر α منعکس شده و با محاسبه صحیح و دقیق این پارامتر معادلات والکر-اندرسون به صورت صریح حل می‌شوند. توضیحات مبسوط در خصوص ویژگی‌ها، چگونگی شکل‌گیری و چگونگی نسبت دادن خواص میدان جریان پلاستیک به این پارامتر و مکانیزم مقاومت در برابر نفوذ در مرجع [۴] آمده است. شکل ۲ ضخامت ناحیه تراکم‌ناپذیر به همراه مفهوم پارامتر α را نشان می‌دهد. ضخامت Δ (که در شکل ۲ ارتباط آن با α بیان شده است) بر مبنای رفتار ویسکوپلاستیک محاسبه می‌شود. معادله رفتاری تنش در ماده ویسکوپلاستیک به صورت معادله (۱۷) نوشته می‌شود.

$$\sigma = \begin{cases} -p(\rho)I + \left(2\eta(\rho) + \frac{k(\rho)}{\sqrt{II_D}} \right) D' & \text{for } D' \neq 0, \\ -p(\rho)I & \text{for } D' = 0 \end{cases} \quad (۱۷)$$

قسمت اول معادله (۱۷) مربوط به سیلان و قسمت دوم مربوط به حالتی است که ذرات بتن بدون این‌که سیلان داشته باشند، تحت فشار قرار می‌گیرند. به منظور توصیف حرکت ذراتی که در ناحیه تراکم‌ناپذیر قرار دارند، سه معادله بقای جرم، مومنتم و معادله ساختاری بتن ویسکوپلاستیک به طور هم‌زمان حل می‌شوند. این سه معادله در معادله (۱۸) ارائه شده است.

$$\operatorname{div} \sigma = \rho a \quad \operatorname{div} v = 0$$

$$\sigma = \sigma I + \left(2\eta + \frac{k}{\sqrt{II_D}} \right) D \quad (۱۸)$$

پس از بی‌بعدسازی و اعمال شرایط مرزی در سطح حفره و انتهای ناحیه تراکم‌ناپذیر و در نهایت حل معادلات ۱۸ مؤلفه-های شعاعی، محیطی و برشی تنش در ناحیه تراکم‌ناپذیر به صورت زیر به دست می‌آیند [۱۷]:

$$\bar{\sigma}_{rr}(x(\tau), \tau) = 2\bar{k}\sqrt{3} \operatorname{sgn} f(\tau) \left(\ln x - \frac{1}{3} \right) - 4\bar{\eta} \frac{f(\tau)}{x^3} + M_u^2 \left[\frac{V_*}{V_0} \frac{f'(\tau)}{x} + \frac{1}{2} \frac{f(\tau)^2}{x^4} \right] + F(\tau) \quad (۱۹-الف)$$

$$\bar{\sigma}_{\theta\theta}(x(\tau), \tau) = \bar{\sigma}_{\phi\phi}(x(\tau), \tau) = \bar{k}\sqrt{3} \operatorname{sgn} f(\tau) \left(\ln x + \frac{1}{3} \right) + 2\bar{\eta} \frac{f(\tau)}{x^3} + M_u^2 \left[-\frac{V_*}{V_0} \frac{f'(\tau)}{x} + \frac{1}{2} \frac{f(\tau)^2}{x^4} \right] + F(\tau) \quad (۱۹-ب)$$

۷-۲- استفاده از مدل فورستال برای تحلیل نفوذ پرتابه-

های فرسایشی میله‌بلند در اهداف بتنی نیمه‌بی‌نهایت در مدل فورستال بر اساس تئوری انبساط حفره، در خلال نفوذ همواره حفره‌هایی، از شعاع صفر تا شعاعی که اجازه عبور پرتابه را بدهند و با سرعت V ، به صورت متوالی در هدف باز می‌شوند. به منظور فرموله کردن مدل، معادلات بقای جرم و مومنتم نوشته می‌شود. سپس با شرط تراکم‌ناپذیری رفتار پلاستیک، تحلیل و معادلات به دست آمده حل می‌شوند. در نهایت برای مدل‌های انبساط متقارن حفره کروی تنش شعاعی به صورت معادله (۳۱) ارائه شده است [۱۹].

$$\frac{\sigma_r}{Y} = A + B \left[\frac{V}{(Y/\rho_0)^{1/2}} \right] + C \left[\frac{V}{(Y/\rho_0)^{1/2}} \right]^2 \quad (31)$$

A ، B و C ثابت‌هایی بی‌بعد هستند. فورستال و لانگ آپ این معادلات را برای حالت شبه استاتیک ارائه کردند [۱۰]. بنابراین، A با فرض رفتار شبه استاتیک سازه محاسبه شده و مقادیر B و C از انطباق بر منحنی نتایج آزمایش‌های تجربی نفوذ به دست می‌آیند. مقادیر A ، B و C توسط فورستال و همکارانش ارائه شده است. با استفاده از روند ارائه شده توسط فورستال و همکارانش عمق نفوذ نهایی در بتن عبارت است به صورت معادله (۳۲) محاسبه می‌شود [۱۹].

$$P = \frac{M}{2\pi a^2 C N_2 \rho_0} \times \left(\ln \left[1 + \frac{B N_1}{A} \left(\frac{\rho_0}{Y} \right)^{\frac{1}{2}} V_1 + \frac{C N_2 \rho_0 V_1^2}{A Y} \right] + \frac{2 B N_1}{D} \left[\tan^{-1} \left(\frac{B N_1}{D} \right) - \tan^{-1} \left(\frac{2 C N_2 \left(\frac{\rho_0}{Y} \right)^{\frac{1}{2}} V_1 + B N_1}{D} \right) \right] \right) + 4a \quad (32)$$

در معادله (۳۲)، $A=5$ ، $B=0$ ، $C=3.8832$ در نظر گرفته شده است و طریقه محاسبه پارامترهای دیگر در معادلات (۳۳-۳۶) ارائه شده است.

$$D = \left[4 A C N_2 - (B N_1)^2 \right]^{\frac{1}{2}} \quad (33)$$

$$N_1(\psi) = \frac{(4\psi - 1)^{3/2}}{3\psi} + \frac{(2\psi - 1)^2 (4\psi - 1)^{1/2}}{2\psi} - \psi (2\psi - 1) (\pi - 2\theta_0) \quad (34)$$

می‌باشد. سرعت اولیه نفوذ از حل شرایط امواج شاک در ابتدای نفوذ به دست می‌آید. رابطه سرعت انتشار موج شوک و سرعت ذرات بتنی که تحت اثر این شوک حرکت در معادله (۲۱) ارائه شده است.

$$U = C + S u \quad (21)$$

$$U_t = 2.76u + 1945$$

اعداد معادله (۲۱) برای بتنی است که کاملاً شبیه بتن مورد استفاده در آزمایش‌ها است، می‌باشد. با در نظر گرفتن تقابل پرتابه و هدف شرایط شوک باز نویسی می‌شود [۲۰].

$$U_t = C_t + S_t u_t \quad (22)$$

$$V_0 - U_p = C_p + S_p (V_0 - u_0) \quad (23)$$

اندیس‌های t و p به ترتیب، نشان‌گر هدف و پرتابه هستند. با بکارگیری شرایط جهش در پیشانی شوک فشار در نوک پرتابه و هدف بر حسب مابقی پارامترها محاسبه می‌شود:

$$p_t = \rho_t U_t u_0 \quad (24)$$

$$p_p = \rho_p (V_0 - U_p)(V_0 - u_0) \quad (25)$$

با مساوی قرار دادن معادلات ۲۴ و ۲۵ و جای‌گذاری روابط (۲۲، ۲۳) سرعت اولیه نفوذ محاسبه می‌شود.

$$u_0 = \frac{b - \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} \quad (26)$$

که در آن روابط زیر برقرارند:

$$a = S_p - S_t \frac{\rho_t}{\rho_p} \quad b = 2 S_p V_0 + C_p + C_t \frac{\rho_t}{\rho_p} \quad (27)$$

$$c = C_p V_0 + S_p V_0^2$$

با معلوم بودن خواص مواد پرتابه و هدف، مسئله نفوذ کامل شده و آماده حل می‌باشد. به منظور حل معادلات وابسته به زمان، برنامه‌ای نوشته شد که در آن معادلات (۱۴-۱۶) به صورت توابع صریح از زمان محاسبه شدند.

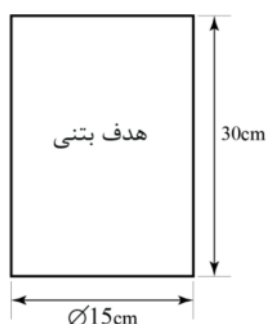
$$v = v + \underbrace{f(\alpha, c_w, C_t, C_p, f'_c, y_p, y_t, \rho_p, \rho_t)}_{f < 0 \rightarrow \text{شتاب کاهشده}} dt \quad (28)$$

$$u = u + \underbrace{f(\alpha, c_w, C_t, C_p, f'_c, y_p, y_t, \rho_p, \rho_t)}_{f < 0 \rightarrow \text{شتاب کاهشده}} dt \quad (29)$$

$$\ell = \ell - (v - u) dt \quad (30)$$

در معادلات (۲۸-۳۰) پارامتر α در بردارنده خواص سیلان، لزجت، تراکم‌پذیری و نرخ کرنش در بتن می‌باشد. ذکر این نکته لازم است که بازه‌زمانی حل معادله ۲۰ تا قبل از رسیدن به حالت پایای ضخامت تراکم‌ناپذیر می‌باشد.

تفنگ گازی نشان می‌دهد. آزمایش‌های سرعت بالا در بازه سرعتی 650 تا 1150 m/s صورت گرفته است. علت اتخاذ ابعاد ویژه در نمونه‌های پرتابه و هدف و نیز بازه سرعتی خاص، عدم وجود گزارشی در خصوص نفوذ فرسایشی پرتابه‌های میله بلند در اهداف بتنی در سرعت‌های بالا در منابع قابل دسترس بوده است. شکل‌های ۶ تا ۸ به ترتیب، بقایای هدف بتنی پس از نفوذ فرسایشی با سرعت برخورد ۹۲۰ متر بر ثانیه، بقایای پرتابه‌های فرسایشی در سرعت‌های برخورد مختلف و رخداد کمانش در پرتابه‌های میله بلند در خلال نفوذ در اهداف بتنی را نشان می‌دهد.



الف- ابعاد هدف بتنی استوانه‌ای



ب- نمونه هدف بتنی استوانه‌ای



ج- نمونه پرتابه میله بلند به همراه سابوت

شکل ۳ تصاویر هدف بتنی و پرتابه مورد استفاده در آزمایش‌های نفوذ سرعت بالا

$$\theta_0 = \sin^{-1} \left(\frac{2\psi - 1}{2\psi} \right) \quad (35)$$

$$N_2(\psi) = \frac{8\psi - 1}{24\psi^2} \quad (36)$$

V_I از معادله (۳۷) به دست می‌آید.

$$\left[\frac{M}{4\pi a^3 Y} + \frac{CN_2}{(Y/\rho_0)} \right] V_I^2 + \frac{BN_1}{(Y/\rho_0)^{1/2}} V_I + \left[A - \frac{MV_s^2}{4\pi a^3 Y} \right] = 0 \quad (37)$$

در معادلات (۳۷-۳۱)، M جرم پرتابه، a شعاع قسمت استوانه‌ای پرتابه، ρ_0 چگالی اولیه بتن و Y استحکام فشاری نامحدود بتن در آزمایش فشار تک محوری است. با حل هم‌زمان معادلات (۳۷، ۳۲) می‌توان عمق نفوذ بر حسب سرعت برخورد را به دست آورد.

۳- آزمایش‌های برخورد سرعت بالا

به منظور بررسی صحت نتایج به دست آمده از مدل اصلاح شده والکر و نیز مدل فورستال، تعداد ۵۲ آزمایش نفوذ پرتابه‌های میله بلند در اهداف بتنی صورت پذیرفت. شکل ۳ نمونه‌ای از پرتابه میله بلند فرسایشی به همراه سابوت و نیز هدف بتنی استوانه‌ای را نشان می‌دهد.

جدول‌های ۱ و ۲ به ترتیب، خواص فیزیکی و مکانیکی اهداف بتنی و پرتابه‌های فرسایشی میله بلند را نشان می‌دهند. این خواص بر اساس آزمایش‌های صورت گرفته در آزمایشگاه-های بتن و مقاومت مصالح دانشگاه بوعلی سینا و بر اساس روش‌های استاندارد به دست آمده است. شلیک‌ها با استفاده از یک تفنگ گازی تک مرحله‌ای صورت پذیرفته است. تفنگ گازی (شکل ۴) دارای یک لوله ۶ متری با قطر داخلی ۱۶ میلی‌متر، شیر برقی سریع (یا دیسک‌های پاره شونده)، یک مخزن، مکانی برای تعبیه هدف بتنی و دو نوع سیستم اندازه‌گیری سرعت (نوری و لیزری) می‌باشد. گاز پیش‌رانش هلیوم می‌باشد. به دلیل لزوم هم‌محوری لوله پرتاب‌گر و هدف بتنی بایستی هدف بتنی به دقت در نگه‌دارنده بتنی محکم شود.

به منظور جلوگیری از فرار پرتابه پس از برخورد و نفوذ در هدف بتنی، توری در برگیرنده هدف بتنی تا لبه لوله پرتاب‌گر امتداد داده شده است.

شکل ۵ یک نمونه از شالکه جاگذاری هدف را در دهانه لوله

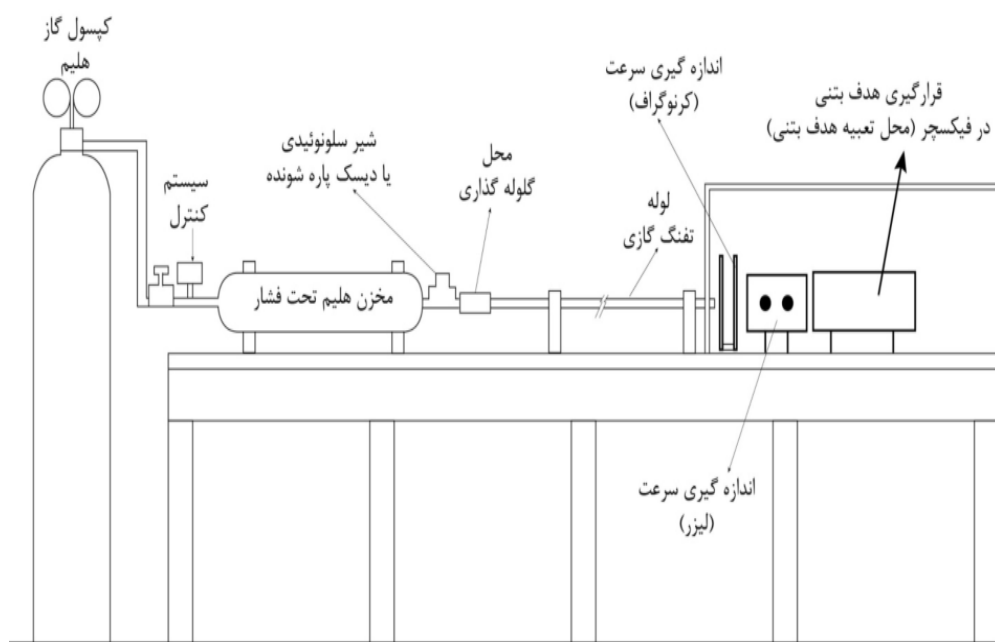
جدول ۱ خواص استحکامی اهداف بتنی

کد طرح	استحکام نامحدود فشاری f'_c (MPa)	استحکام کششی (MPa)	تنش حداکثر ^۲ (MPa)	کرنش (MPa)	کرنش شکست	چگالی (kg/m ³)
N-0.45	۳۹/۰	۲/۳	۳۹/۳	۰/۰۰۰۸	۰/۰۰۱۲	۲۰۴۹
N-0.3	۵۱/۹	۲/۷	۵۱/۷	۰/۰۰۰۲	۰/۰۰۱۶	۲۵۳۵
N-SF-0.3	۶۵/۶	۴/۰	۶۴/۳	۰/۰۰۰۸	۰/۰۰۱۰	۲۵۱۷
N-SF-0.45	۴۴/۱	۴/۴	۴۴/۸	۰/۰۰۰۶	۰/۰۰۵۱	۲۴۳۷

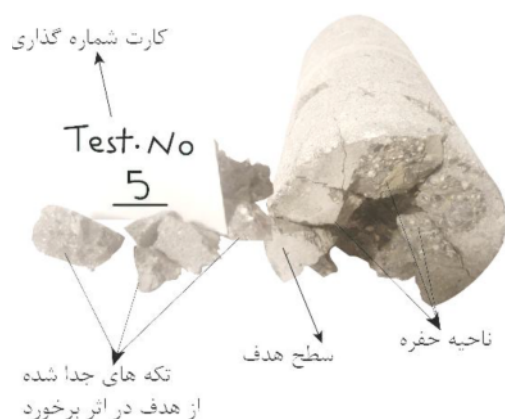
(SiO₂ = سیلیکا فوم (اکسید سیلیکون = SF)

نسبت آب به سیمان = 0.3 & 0.45

N = بتن نرمال



شکل ۴ شماتیک سیستم شلیک پرتابه‌ها



شکل ۶ هدف بتنی نرمال بازسازی شده پس از نفوذ پرتابه فرسایشی با سرعت برخورد ۹۲۰ متر بر ثانیه

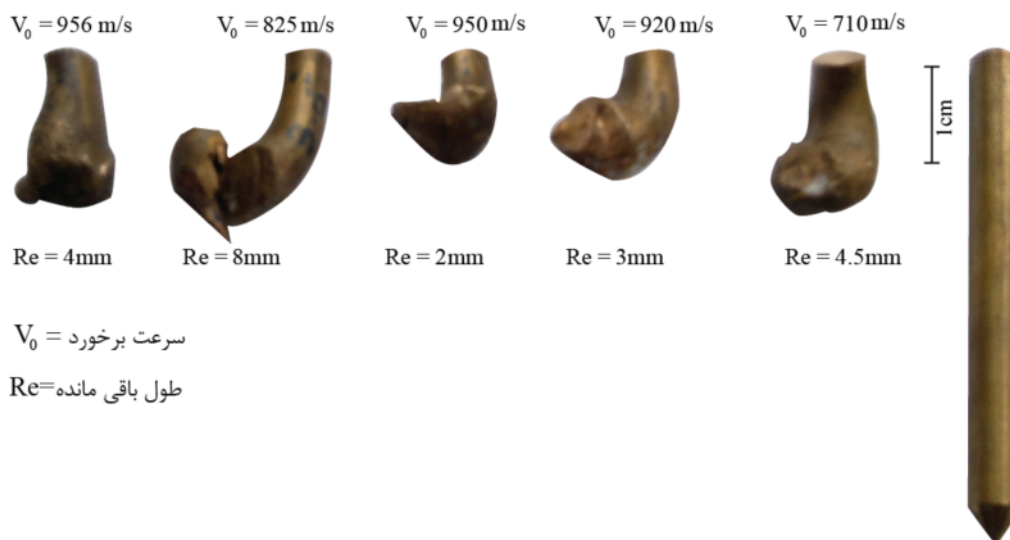


شکل ۵ قرارگیری هدف بتنی در فیکسچر، توری پیچی و گیره ثابت کننده فیکسچر

1. Peak strain
2. Peak stress

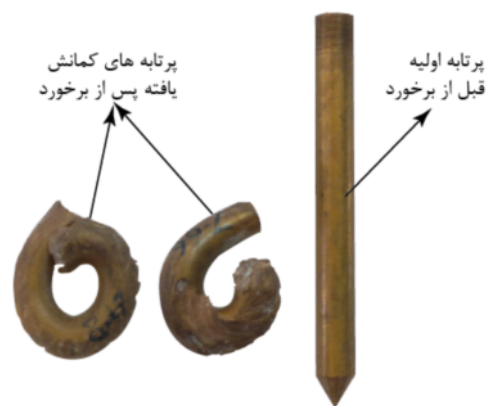
جدول ۲ خواص فیزیکی و مکانیکی پرتابه فرسایشی میله بلند (فسفر- برنز)

چگالی (kg/m^3)	مدول یانگ (MPa)	استحکام تسلیم (MPa)	استحکام نهایی (MPa)	ازدیاد طول %
۸۸۰۰	۱۱۴۰۰۰	۳۸۰	۴۹۱	۱۱



شکل ۷ پرتابه اولیه به همراه طول‌های باقی‌مانده در نفوذهای فرسایشی سرعت بالا در اهداف بتنی

به مدل بهبود یافته والکر-اندرسون برای نفوذ پرتابه‌های میله بلند شکل ۱ در اهداف بتنی نیمه‌بی‌نهایت به دست می‌آید. همچنین، از حل هم‌زمان معادلات (۳۲) و (۳۷) نتایج مدل فورستال برای پرتابه‌های میله بلند شکل ۱ در اهداف بتنی نیمه‌بی‌نهایت به دست می‌آید. نتایج حل معادلات مذکور در شکل‌های ۹ تا ۱۲ ارائه شده است. در این شکل‌ها محور افقی، سرعت برخورد و محور عمودی، عمق نفوذ بی‌بعد می‌باشد. همچنین، نتایج حل مدل اصلاح شده والکر-اندرسون با خط-چین، نتایج حل مدل فورستال با خط توپر و نتایج آزمایش‌های تجربی به صورت نقطه‌چین نشان داده شده است. شکل‌های ۹ تا ۱۲ به ترتیب، مربوط به اهداف بتنی از نوع N-0.45، نوع N-0.3 تا N-SF-0.45 و نوع N-SF-0.3 می‌باشند (علامه اختصاری در انتهای جدول ۱ آمده است). در تمامی آزمایش‌ها پرتابه‌ها یکسان بوده است. در این نمودارها منحنی حاصل از مدل فورستال عمل‌کردی متفاوت دارد. رفتار این منحنی فرض صلبیت پرتابه به طور واضح مشخص است. به عبارتی اگر مسأله نفوذ از دیدگاه برداری (مومنتم $m\vec{V}$) بررسی شود، از آنجا مدل فورستال به دلیل فرض صلبیت پرتابه در زمان نفوذ، تنها کاهش سرعت را در نظر می‌گیرد، سرعت کاهش بردار مومنتم



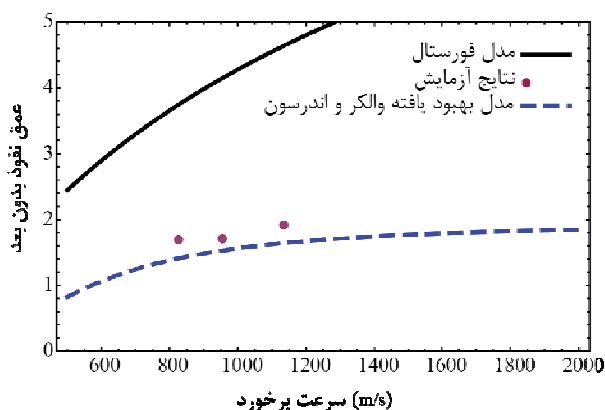
شکل ۸ پرتابه میله بلند فرسایشی پس از کمانش

لازم به ذکر است پراکندگی نتایج و نیز کمانش در پرتابه‌های میله‌ای در نفوذ در اهداف بتنی جزء ذاتی آزمایش‌های نفوذ پرتابه‌های میله بلند در اهداف بتنی است و تکرار آزمایش به منظور حذف آن‌ها صرف‌نظر کردن از برخی خواص مهم طبیعت نفوذ فرسایشی در بتن است.

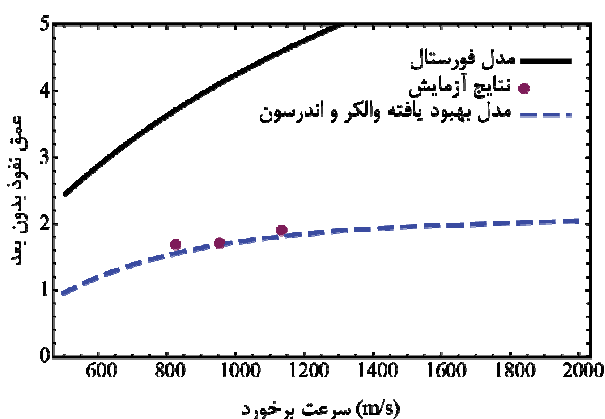
۴- نتایج و بحث

از حل هم‌زمان معادلات (۱۴-۱۶) و نیز معادله ۲۰، نتایج مربوط

بتن مطرح است، در این جا مطرح نباشد و انطباق دقیق نتایج بیشتر به اتفاقی بودن نتایج و یا هم‌پوشانی خطاها با یکدیگر نزدیک‌تر است تا تطابق واقعی مدل‌های تحلیلی ارائه شده با نتایج آزمایش‌های صورت گرفته!



شکل ۱۱ تغییرات عمق نفوذ نهایی بر حسب سرعت برخورد- مقایسه مدل تحلیلی، نتایج آزمایش‌های تجربی هدف N-SF-0.45 و مدل فورستال



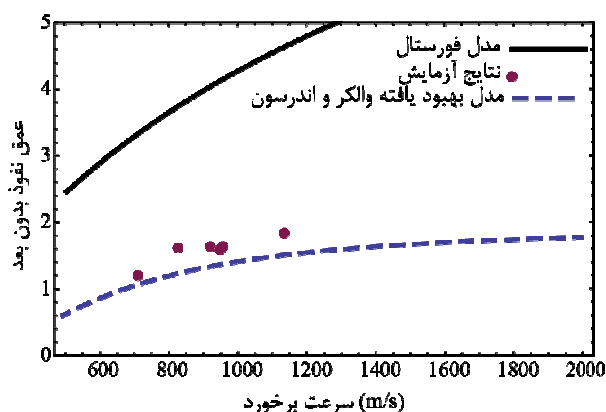
شکل ۱۲ تغییرات عمق نفوذ نهایی بر حسب سرعت برخورد- مقایسه مدل تحلیلی، نتایج آزمایش‌های تجربی هدف N-SF-0.3 و مدل فورستال

۵- نتیجه‌گیری

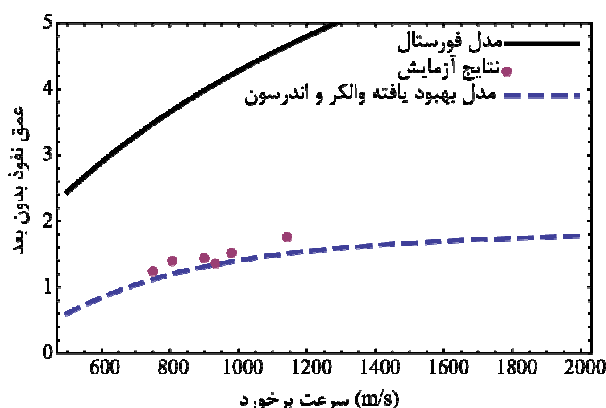
در این مقاله، با تکیه بر مطالعه رفتار میدان جریان در نوک یک پرتابه فرسایشی در حال نفوذ، با اصلاح مناسب بر روی مدل والکر-اندرسون، نفوذ فرسایشی یک پرتابه میله‌بلند در یک هدف بتنی مورد بررسی قرار گرفت. با توجه به عدم وجود هر گونه مدل تحلیلی و نیز آزمایش‌های استاندارد در خصوص نفوذ فرسایشی یک پرتابه میله بلند در اهداف بتنی، آزمایش‌های

از آن چه که در یک نفوذ فرسایشی (کاهش هم زمان جرم و بردار سرعت) رخ می‌دهد به مراتب کم‌تر است و از این رو نفوذ پرتابه را به مراتب بیش از مقدار واقعی پیش‌بینی می‌کند و بدیهی است که منحنی نتایج فورستال با فاصله زیاد در بالای نتایج تجربی قرار گیرد.

نکته مهم دیگر در خصوص اشکال ۹ تا ۱۲ نحوه و میزان تطابق داده‌های تجربی بر مدل ارائه شده است. به غیر از نمودار شکل ۱۲ که داده‌ها تقریباً بر مدل تحلیلی منطبق است در بقیه اشکال ۹ تا ۱۱ داده‌های حاصل از آزمایش با پراکندگی مشخصی به نمودار تحلیلی همگرا هستند.



شکل ۹ تغییرات عمق نفوذ نهایی بر حسب سرعت برخورد- مقایسه مدل تحلیلی، نتایج آزمایش‌های تجربی هدف N-0.45 و مدل فورستال



شکل ۱۰ تغییرات عمق نفوذ نهایی بر حسب سرعت برخورد- مقایسه مدل تحلیلی، نتایج آزمایش‌های تجربی هدف N-0.3 و مدل فورستال

به عبارتی عدم انطباق قابل توجه در این نوع مطالعات کاملاً طبیعی است و طبیعت نفوذ فرسایشی اقتضا می‌کند دقت و تکرار پذیری آن چنان که در نفوذ در فلزات و نیز نفوذ صلب در

نفوذ فرسایشی سرعت بالا طراحی شده و صورت پذیرفت. بر این اساس، نتایج مدل تحلیلی اصلاح شده والکر-اندرسون به همراه نتایج مدل فورستال با نتایج آزمایش‌های تجربی مقایسه شد. مهم‌ترین نتایج این تحقیق به شرح ذیل می‌باشند:

- مدل فورستال مدلی جامع در حوزه نفوذ صلب در اهداف بتنی بوده و استفاده از این مدل در تحلیل نفوذ فرسایشی پرتابه‌ها در اهداف بتنی کاملاً اشتباه می‌باشد. اشکال ۹ تا ۱۲ به وضوح گویای این موضوع می‌باشند. این نمودارها نشان می‌دهند که استفاده از مدل فورستال در تحلیل نفوذ فرسایشی در اهداف بتنی حتی به عنوان یک تقریب اولیه نیز اشتباه است.

- مدل تحلیلی اصلاح شده والکر-اندرسون، تقریب مهندسی قابل قبولی را از نفوذ فرسایشی پرتابه میله بلند در یک هدف بتنی نیمه بی‌نهایت ارائه می‌دهد. به عبارت دیگر، با توجه به ماهیت پیچیده نفوذ یک پرتابه فرسایشی در یک هدف کاملاً ناهمگن (گاهی اوقات ابعاد سنگ‌دانه تا چهار برابر قطر پرتابه است) استفاده از مدل بهبود یافته موفق بوده و ارائه مدلی جامع در حوزه نفوذ فرسایشی در اهداف بتنی منوط به بسط مطالعات صورت گرفته در این مقاله می‌باشد.

- مشاهده شکل‌های ۹ تا ۱۲ نشان می‌دهند که همواره عمق نفوذ تعیین شده با آزمایش بیشتر پیش‌بینی مدل تحلیلی اصلاح شده والکر می‌باشد. علت بالاتر قرار گرفتن نتایج آزمایش‌ها نسبت به تحلیلی را می‌توان در ایده‌آل نبودن هدف بتنی به صورت نیمه‌بی‌نهایت در جهت شعاعی دنبال کرد. بر اساس تصاویر دوربین سرعت بالا، قبل از توقف پرتابه، ترک‌های شعاعی به سطوح جانبی استوانه هدف رسیده و شکست کامل هدف را موجب می‌شوند و همین موضوع افت شدید و ناگهانی استحکام هدف را در پی دارد. بنابراین، در عمل استحکام نمونه‌های آزمایشی کمتر از استحکام در یک هدف نیمه-بی‌نهایت است و همین موضوع موجب می‌شود نتایج مربوط به مدل تحلیلی پایین‌تر از نتایج آزمایش‌ها قرار گیرند.

۶- فهرست علائم

a	بردار شتاب ذرات حول نوک پرتابه
C_p, C_t	سرعت صورت در پرتابه و هدف
c_w	سرعت موج تنش در پرتابه
D	تانسور کشیدگی
D'	تانسور کشیدگی انحرافی

f_c'	مقاومت فشاری بتن
I	تانسور همانی
$k, k(\rho)$	حد برش ماده بتن
$\bar{k} = k/p_0$	حد برش بدون بعد
L, ℓ	طول لحظه‌ای و طول اولیه پرتابه
$\dot{\ell}$	مشتق زمانی طول پرتابه
$P = \sigma$	ضریب هیدروستاتیک تانسور همانی
$P(t)$	فشار وارد بر دیواره حفره
$p(\rho)$	مولفه هیدروستاتیک تانسور تنش
P_0	فشار اولیه بتن قبل از تراکم
P_u	فشار قفل شوندگی
$\bar{P}(\tau) = P(t)/p_0$	تابع بی‌بعد شده فشار ناشی از ضربه
$\bar{P}_u$	فشار بی‌بعد شده قفل شدگی بتن
R_0	شعاع حفره نفوذ
R_t, Y_p	استحکام‌های دینامیکی پرتابه و هدف
r, z	فواصل شعاعی و محوری از مرکز حفره
S	قسمت انحرافی تانسور تنش
s	اندازه ناحیه پلاستیک در پرتابه
sgn	تابع علامت
$\dot{s}$	نرخ تغییرات اندازه ناحیه پلاستیک در پرتابه
$S_{ij} \quad i, j = r, \theta, z$	تانسور تنش انحرافی در مختصات استوانه‌ای
t	زمان
$t_{ad} = t_0$	زمان مشخصه موج شوک برای رسیدن فشار از صفر به حداکثر
u, V	سرعت‌های انتهای میله پرتابه و نفوذ
U_t, U_p	سرعت‌های پیشانی موج شوک
V_0, u_0	سرعت‌های اولیه میله پرتابه و نفوذ
v_z, v_r	سرعت‌های محوری و شعاعی ذرات بتن
v	حول نوک پرتابه
x	بردار سرعت ذرات در ناحیه تراکم‌ناپذیر
$x(\tau) = x = r/R$	فاصله بی‌بعد شده از مرکز حفره نفوذ
x_m	بیشترین فاصله بی‌بعد پیشانی تراکم‌ناپذیر
Y	استحکام تسلیم ماده
y_t, y_p	تنش‌های تسلیم پرتابه و هدف
Z_{pl}	حد پلاستیک ناحیه تراکم‌پذیر
Z_i	مختصات محوری تماس پرتابه-هدف
Z_p	مختصات محوری انتهای صلب پرتابه
Z_*	حد پلاستیک ناحیه تراکم‌ناپذیر

- [7] Tate A. "Long rod penetration models-part I: a flow field model for high speed long rod penetration", *International Journal of Mechanical Sciences*, No. 28, 1986, pp. 599-612.
- [8] Vahedi K. "Developments of an analytical method for ballistic impact of long-rod penetrators", Doctoral dissertation 1991, Louisiana Tech. University.
- [9] Luk V.K., Piekutowski A.J. "An analytical model on penetration of eroding long-rods into metallic targets", *International Journal of Impact Engineering*, No. 11, 1991, pp. 323-340.
- [10] Roisman I.V., Yarin A.L., Rubin M.B. "Normal penetration of an eroding projectile into an elastic-plastic target", *International Journal of Impact Engineering*, No. 25, 2001, pp. 573-597.
- [11] Rubin M.B., Yarin A.L. "A generalized formula for the penetration depth of a deformable projectile", *International Journal of Impact Engineering*, No. 27, 2002, pp. 387-398.
- [12] Walker D., Anderson J.R. "A time- dependent model for long-rod penetration", *International Journal of Impact Engineering*, No. 16, 1994, pp. 19-48.
- [13] Rosenberg Z., Dekel E. "A numerical study of the cavity expansion process and its application to long-rod penetration mechanics", *International Journal of Impact Engineering*, No. 35, 2008, 147-154.
- [14] Gold VM. "Study of constitutive models for concrete penetration analysis", Technical Report 1996, TR-96013.
- [15] Anderson C.E., Walker J.D. "An examination of long-rod penetration", *International Journal of Impact Engineering*, No. 11, 1991, pp. 481-501.
- [16] Anderson C.E., Walker J.D. "Long-rod penetration and the calculation of target resistance", Shock Compression of Condensed Matter Elsevier publishers, 1991, pp. 967-970.
- [17] Tigoiu S.C., Cazacu O., Tigoiu V. "Dynamic expansion of a spherical cavity within a rate-dependent compressible porous material", *International Journal of Plasticity*, No. 24, 2008, pp. 775-803.
- [18] Zukas A., "High velocity impact dynamic", John Wiley & Sons, 1991.
- [19] Forrestal M.J., Tzou D.Y. "A spherical cavity-expansion penetration model for concrete targets", *International Journal of Impact Engineering*, No. 34, 1997, pp. 4127-4146.
- [20] Roisman I.V., Yarin A.L., Rubin M.B. "Normal penetration of an eroding projectile into an elastic-plastic target", *International Journal of Impact Engineering*, No. 25, 2001, pp. 573-597.

نامتغیر دوم تانسور کشیدگی	II_D
نامتغیر دوم تانسور انحرافی کشیدگی	$II_{D'}$
عملگر گرادیان	∇
ضخامت بی‌بعد ناحیه تراکم‌ناپذیر	α
لزجت بتن	$\eta \text{ \& } \eta(\rho)$
لزجت بی‌بعد شده بتن	$\bar{\eta} = (V_0/Rp_0)\eta$
چگالی ذرات در میدان جریان	ρ
نرخ تغییرات چگالی	$\dot{\rho}$
چگالی‌های پرتابه و هدف	ρ_t, ρ_p
چگالی قفل شدگی	ρ_u
چگالی اولیه بتن	ρ_0
تانسور تنش	σ
تنش‌های شعاعی، محیطی، برشی و نصف-النهاری	$\bar{\sigma}_{rr}, \bar{\sigma}_{\theta\theta}, \bar{\sigma}_{r\theta}, \bar{\sigma}_{\phi\phi}$
تانسور تنش در مختصات قطبی	$\sigma_{ij} \quad i, j = r, \theta, z$
ضریب هیدروستاتیک تانسور تنش	σ
زمان بی‌بعد شده شکل‌گیری ناحیه تراکم‌ناپذیر	$\tau = t/t_{ad}$

۷- مراجع

- [1] Riedel W., Wicklein M., Thoma KL. "Shock properties of conventional and high strength concrete: Experimental and mesomechanical analysis", *International Journal of Impact Engineering*, No. 35, 2008, pp. 155-171.
- [2] Gebbken N., Greulich S., Pietzsch A. "Hugoniot properties for concrete determined by full scale detonation experiments and flyer-plate-impact tests", *International Journal of Impact Engineering*, No. 32, 2006, pp. 2017-2031.
- [3] Gold V. "Analysis of the penetration resistance of concrete", Technical Report 1997, TR-97010.
- [4] AlaviNia A., Zolfaghari M., Mahmoudi A.H., Nilli M., Khodarahmi H. "Analysis of resistance of concrete target against penetration of eroding long rod projectile regarding flow field around the projectile tip", *International Journal of Impact Engineering*, No. 57, 2013, pp. 36-42.
- [5] Dennis L.O. "Explosions and impacts", *International Journal of Impact Engineering*, No. 33, 2006, pp. 496-545.
- [6] Gold VM. "Concrete penetration by eroding projectiles: experiments and analysis", Technical Report 1996; TR-96014.