



## بررسی تأثیر نرخ کرنش بر الگوی خمیری شابوش

غلامحسین مجذوبی<sup>1</sup>، سمانه پورالاجل<sup>2</sup>، احسان خادمی<sup>3\*</sup>

1- استاد، مهندسی مکانیک، دانشگاه بوعلی سینا، همدان  
2- کارشناسی ارشد، مهندسی مکانیک، دانشگاه بوعلی سینا، همدان  
3- استادیار، مهندسی مکانیک، دانشگاه صنعتی همدان، همدان  
\*همدان، صندوق پستی 579-65155، e.khademi@hut.ac.ir

### چکیده

### اطلاعات مقاله

الگوی سخت‌شوندگی جنبشی شابوش عموماً برای بررسی رفتار خمیری مواد در بارگذاری‌های چرخه‌ای و یکنوا با نرخ کرنش ایستاسان مورد استفاده قرار می‌گیرد. از آنجا که الگوی شابوش مستقل از نرخ کرنش است و ثابت‌های آن از آزمایش ایستاسان تعیین می‌گردند، این الگو توانایی پیش‌بینی رفتار ماده در نرخ کرنش‌های بالا را از دست می‌دهد. ازسوی دیگر، رفتار پویای مواد حتی در برخی از بارگذاری‌های چرخه‌ای عموماً وابسته به نرخ کرنش است. در این تحقیق با انجام آزمایش‌های ایستاسان و پویا در نرخ کرنش‌های گوناگون ثابت‌های الگوی شابوش تعیین و با استفاده از ثابت‌های به دست آمده اثر نرخ کرنش در الگوی شابوش در نظر گرفته می‌شود. همچنین، با استفاده از شبکه عصبی ساختگی نمودارهای تنش-کرنش برای نرخ کرنش‌های گوناگون پیش‌بینی و با نتیجه‌های آزمایشی مورد مقایسه قرار می‌گیرند. نتیجه حاصل از الگوی پیشنهادی با نتیجه‌های آزمایش و شبکه عصبی همخوانی قابل قبولی را نشان می‌دهند. در این مقاله نشان داده می‌شود که ثابت‌های الگوی خمیری شابوش با نرخ کرنش تغییر می‌کنند و نیز اگر شبکه عصبی به طور صحیح آموزش داده شود از آن می‌توان برای میانمایی داده‌های آزمایشی استفاده نمود.

مقاله پژوهشی کامل  
دریافت: 23 فروردین 1393  
پذیرش: 26 تیر 1393  
ارائه در سایت: 19 مهر 1393  
کلید واژگان:  
الگوی خمیری شابوش  
نرخ کرنش  
سخت‌شوندگی جنبشی  
شبکه عصبی ساختگی

## An investigation into strain rate dependency of Chaboche plasticity model

Gholamhossein Majzoobi<sup>1</sup>, Ehsan Khademi<sup>2\*</sup>, Samaneh Pourolajal<sup>3</sup>

1- Department of Mechanical Engineering, Bu-Ali Sina University, Hamedan, Iran  
2- Department of Robotics Engineering, Hamedan University of Technology, Hamedan, Iran  
3- Department of Mechanical Engineering, Bu-Ali Sina University, Hamedan, Iran  
\*P.O.B. 579-65155 Hamedan, Iran, e.khademi@hut.ac.ir

### ARTICLE INFORMATION

Original Research Paper  
Received 12 April 2014  
Accepted 17 July 2014  
Available Online 11 October 2014

**Keywords:**  
Chaboche plasticity model  
strain rate  
kinematic hardening  
artificial neural network

### ABSTRACT

The Chaboche kinematic hardening model is generally used for modeling the plastic behaviour of material under quasi-static cyclic and monotonic loadings. This model is independent of strain rate and its constants are normally determined through quasi-static tests. Therefore, it cannot predict material behavior under high strain rate condition. On the other hand, the dynamic behaviour of materials even in some cyclic loadings is usually strain rate sensitive. In this investigation, the constants of Chaboche model are identified at various strain rates through quasi-static and dynamic tests and using these constants the effect of strain rate is incorporated in the Chaboche model. Moreover, the stress-strain diagrams at different strain rates are predicted using artificial neural network (ANN) and the results compared with the experimental data. The results from the strain rate dependent Chaboche model shows reasonable agreement with the experimental data and the prediction from ANN. It is also shown in this work that the constants of Chaboche plasticity model are strain rate dependent and if the neural network is trained properly, it can be used for interpolating between the experimental data.

### 1- پیشگفتار

شناخت صحیح از رفتار پویای مواد لازم است نحوه‌ی ارتباط این عامل‌ها با یکدیگر بررسی شود [8]. اثر نرخ کرنش‌های ایستایی بر تنش تسلیم مواد توسط تودور [9] مورد بررسی قرار گرفت، او نشان داد که تنش تسلیم و استحکام نهایی ماده تابعی از نرخ کرنش است. سپس مایدن و گرین [10] رفتار شش ماده گوناگون را در نرخ کرنش‌های ایستایی مورد آزمایش و بررسی قرار دادند. لی و لین [11] نیز با انجام آزمایش‌هایی ویژگی‌های مکانیکی فولاد در نرخ کرنش‌های گوناگون را بررسی نمودند. الیچه [12]

امروزه الگوهای عددی در حل بسیاری از مسئله‌های مهندسی مورد استفاده قرار می‌گیرند [1]. تاکنون الگوهای ریاضی گوناگونی برای پیش‌بینی رفتار خمیری مواد ارائه شده است (پراگر [2]، آرمسترانگ فریدریک [3]، دافالیاس [4]، شابوش [5]، اوهنو و وانگ [6]، مک داول [7]). پژوهش‌ها نشان داده‌اند که بین تنش، کرنش، نرخ کرنش، دما و سایر عامل‌ها نظیر اندازه‌ی دانه وابستگی دو سویه وجود دارد؛ بنابراین، برای دستیابی به

چندین عبارت سخت‌شوندگی تنش بازگشتی به شکل رابطه آرمسترانگ-فردریک است که هر یک از این عبارات، بخشی از نمودار تنش-کرنش را شبیه سازی می‌کنند و به صورت رابطه (1) تعریف می‌شود [5]:

$$X = \sum_{i=1}^m X_i dX_i = \frac{2}{3} C_i d\epsilon^p - \gamma_i X_i dp \quad (1)$$

در رابطه (1)،  $C_i$  و  $\gamma_i$  ثابت‌های ماده هستند که  $\gamma_i$  ها بدون بعد و  $C_i$  ها از جنس تنش هستند و این ثابت‌ها از طریق آزمایش به دست می‌آیند، همچنین  $dp$  کرنش تجمعی خمیری<sup>4</sup> است و طبق رابطه (2) محاسبه می‌شود [19]:

$$dp = \frac{2}{3} (d\epsilon^p : d\epsilon^p)^{1/2} = d\lambda \quad (2)$$

در حالت بارگذاری تک محوره با انتگرال‌گیری از رابطه (1) تنش به صورت رابطه (3) نوشته می‌شود [5]:

$$\sigma_x = \sigma_0 + \sum_{i=1}^4 \frac{C_i}{\gamma_i} [1 - \exp\{-\gamma_i (\epsilon_x^p)\}] \quad (3)$$

که در رابطه فوق،  $\sigma_0$  تنش تسلیم نخستین و  $\epsilon_x^p$  مقدار کرنش خمیری در هر نقطه از نمودار تنش-کرنش است. شاپوش به منظور شبیه‌سازی حلقه‌های پسماند<sup>5</sup> از چهار مؤلفه سختی ( $m=4$ ) استفاده نمود. در این الگو، یک نمودار پسماند پایدار به سه بخش بحرانی تقسیم می‌شود که عبارت است از [5]:

1. ضریب بالای اولیه بلافاصله پس از تسلیم
2. بخش غیرخطی گذرا (بخش زانویی نمودار تنش - کرنش)
3. بخش ضریب ثابت در محدوده کرنش بالا

شاپوش پیشنهاد کرد که تنش بازگشتی یکم ( $X_1$ ) باید سخت‌شوندگی را با یک ضریب بسیار بالا شروع کرده و بسیار سریع پایدار نماید، عبارت دوم ( $X_2$ ) و چهارم ( $X_4$ ) بخش غیرخطی گذرای حلقه پسماند پایدار (بخش زانویی) را شبیه سازی می‌کنند. سرانجام تنش بازگشتی سوم ( $X_3$ ) باید یک عبارت سخت‌شوندگی خطی باشد ( $\gamma_3=0$ ) تا بخش خطی نمودار پسماند را در محدوده کرنش بالا الگوسازی کند. در هر مرحله از بارگذاری چهار عبارت تنش بازگشتی با هم جمع می‌شوند و یک تنش بازگشتی کلی ( $X$ ) را به وجود می‌آورند که نشان‌دهنده بردار موقعیت مرکز سطح تسلیم در این بارگذاری است. با توجه به مفهوم فیزیکی عنوان‌شده برای هر تنش بازگشتی، رابطه (3) را می‌توان به صورت رابطه (4) نوشت [19]:

$$\sigma_x = \sigma_0 + \frac{C_1}{\gamma_1} [1 - \exp\{-\gamma_1 (\epsilon_x^p)\}] + \frac{C_2}{\gamma_2} [1 - \exp\{-\gamma_2 (\epsilon_x^p)\}] + \frac{C_4}{\gamma_4} [1 - \exp\{-\gamma_4 (\epsilon_x^p)\}] + 2C_3 (\epsilon_x^p) \quad (4)$$

در این مقاله، ثابت‌های الگوی شاپوش از نمودارهای تنش-کرنش به دست آمده از آزمایش تعیین می‌شوند. بدین منظور، ثابت‌ها با استفاده از روش الگوریتم ژنتیک و از طریق بهینه کردن اختلاف نتیجه‌های آزمایشگاهی با رابطه ریاضی الگوی شاپوش، محاسبه شده‌اند. در بخش بعدی آزمایش‌های انجام شده و نتیجه حاصل از آن‌ها ارائه شده است.

### 3- آزمایش

در این تحقیق از فولاد St-37 به عنوان ماده‌ی آزمایش استفاده شده‌است.

رفتار کشسان و خمیری ماده را در نرخ کرنش‌ها و دماهای گوناگون مورد مطالعه قرار داد. رفتار مبتنی بر نرخ کرنش برای نیترات آلومینیوم توسط موکای و همکارانش [13] ارائه شده است.

مطالعاتی بر روی استفاده از شبکه عصبی ساختگی<sup>1</sup> (ANN) در پیش‌بینی رفتار مواد صورت پذیرفته است. برای نمونه لیو و همکاران [14] با استفاده از شبکه عصبی ساختگی رفتار کشسان ورق‌های ناهمسانگرد را مورد بررسی قرار داد. همزمان، تحقیقات بسیاری بر روی استفاده از شبکه عصبی ساختگی به جای مدل خمیری صورت پذیرفته است. در این تحقیقات به جای استفاده از مدل‌های ریاضی برای پیش‌بینی رفتار ماده، از شبکه عصبی آموزش داده شده استفاده می‌شود به طوری که می‌توان رفتار تنش-کرنش ماده را به طور مستقیم از شبکه عصبی گرفت و در شبیه‌سازی‌ها از آن استفاده نمود. فوروکاوا و هافمن [15] شبکه عصبی خود را به گونه‌ای آموزش دادند تا نمو تنش بازگشتی<sup>2</sup> و نمو تنش تسلیم را فراگیرد و از آن در شبیه‌سازی اجزاء محدود استفاده نمودند و نتایج را با مدل خمیری شاپوش مقایسه نمودند. هابر و ساکمیس [16] به وسیله شبکه عصبی ساختگی توانستند ثابت‌های الگوی سخت‌شوندگی جنبشی آرمسترانگ-فردریک را برای شبیه‌سازی تعیین نمایند. تیلیوکوفسکی و هوپر [17] نیز کار مشابهی انجام دادند ولی خصوصیات ویسکوخمیری ماده را نیز در نظر گرفتند. یون و همکاران [18] نیز از شبکه عصبی در شبیه‌سازی‌های ماده در حالت بارگذاری چند محوره استفاده نمودند.

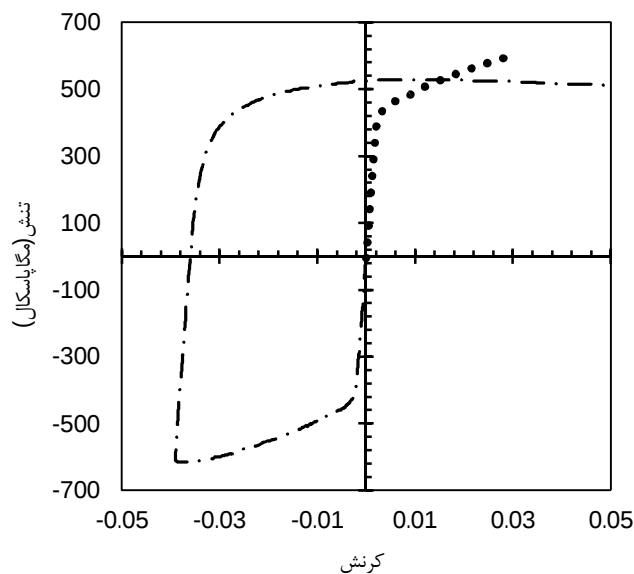
یکی از پرکاربردترین الگوهای خمیری، الگوی سخت‌شوندگی جنبشی شاپوش است [5]. پژوهشگران بسیاری این الگو و نحوه تعیین ثابت‌های آن را مطالعه نموده‌اند (باری و حسن [19]، رحمان و همکاران [20]، کریشنا و همکاران [21]، رضایی پزند و سینایی [22]). گرچه در زمینه تأثیر نرخ کرنش بر رفتار ماده نیز مطالعاتی صورت پذیرفته است، ولی تاکنون تغییر ثابت‌های الگوی خمیری شاپوش با نرخ کرنش مورد بررسی قرار نگرفته است. در این مقاله در آغاز مرور مختصری بر الگوی خمیری شاپوش و بیان آزمایش‌ها ایستاسان و گویا صورت خواهد پذیرفت. سپس ثابت‌های این الگو با استفاده از نتیجه آزمایش‌ها در نرخ‌های کرنش گوناگون و با استفاده از بهینه‌سازی تعیین خواهند شد. در ادامه، داده‌های گرفته شده از آزمایش به منظور آموزش شبکه عصبی ساختگی استفاده می‌شوند تا بتوان رفتار ماده را در نرخ کرنش‌های متفاوت پیش‌بینی نمود. سرانجام، الگوی وابسته به نرخ کرنشی ارائه خواهد شد تا به کمک آن بتوان از الگوی خمیری شاپوش در نرخ کرنش‌های متفاوت استفاده نمود. به منظور ارزیابی الگوی خمیری شاپوش نیز، مقایسه‌ای بین نتیجه‌ها صورت می‌پذیرد.

### 2- الگوی سخت‌شوندگی

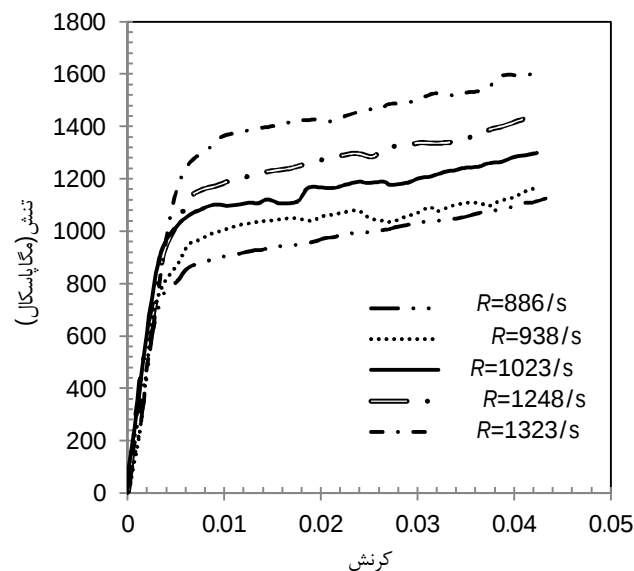
در این مقاله نظریه کرنش‌های کوچک برای تجزیه تانسور کرنش به دو بخش کشسان و خمیری در نظر گرفته شده‌است. همچنین، رفتار ماده مستقل از دما بوده و اثرات دمایی تأثیری بر رفتار ماده ندارد و بارگذاری در دمای اتاق صورت پذیرفته‌است. معیار فون میسز<sup>3</sup> برای تسلیم ماده در نظر گرفته شده‌است و قانون جریان وابسته به معیار تسلیم فرض شده است. الگوی ماده مورد بررسی الگوی شاپوش است که به منظور ساده‌سازی از عبارت سخت‌شوندگی همسانگرد در آن صرف‌نظر شده و الگوی خمیری در نظر گرفته شده فقط مبتنی بر سختی جنبشی است. الگوی خمیری شاپوش، ترکیبی از

1- Artificial neural network  
2- Back stress  
3- Von-Mises

4- Cumulative plastic strain  
5- Hysteresis



شکل 3 نمودار تنش-کرنش چرخه‌ای ایستاسان



شکل 4 نمودار تنش-کرنش پویا برای نرخ کرنش‌های گوناگون

#### 4- تعیین ثابت‌های الگوی شاپوش در نرخ کرنش‌های گوناگون با استفاده از بهینه سازی

در این بخش ثابت‌های الگوی شاپوش برای نرخ کرنش‌های گوناگون به وسیله روش بهینه سازی با استفاده از الگوریتم ژنتیک به دست می‌آید. تابع هدف مورد استفاده در این بهینه سازی کمینه نمودن اختلاف مقدار آزمایشگاهی و تئوری تنش است. طبق رابطه (5) داریم:

$$f(x) = (\sigma_x)_{\text{experimental}} - (\sigma_x)_{\text{Chaboche}} \quad (5)$$

که تنش شاپوش در هر کرنش خمیری با استفاده از برابری (4) محاسبه می‌شود. قید مورد استفاده در بهینه سازی به صورت غیرخطی است به این صورت که در بیشترین کرنش خمیری،  $\epsilon_x^p(\max)$ ، مجموع تنش‌های بازگشتی و تنش تسلیم نخستین بایستی با تنش بیشینه آزمایشی برابر باشد. طبق رابطه (6) داریم:

آزمایش‌های انجام شده برای به دست آوردن نمودارهای تنش کرنش در نرخ کرنش‌های گوناگون به ترتیب عبارت‌اند از:

الف- آزمایش چرخه‌ای (فشار-کشش) در نرخ کرنش‌های پایین با دستگاه اینسترون که در آن از نمونه‌های چرخه‌ای (فشار-کشش) ایستاسان طبق استاندارد ASTM E606، [23] استفاده شده‌است. همان طور که در شکل (1) نشان داده شده‌است، نمونه‌ها به صورت دمبلی شکل و با طول مقیاس  $12/5^1$  میلی‌متر، به گونه‌ای که با ازدیاد طول سنج<sup>2</sup> موجود هماهنگ باشند، ساخته شده‌اند.

ب- آزمایش پویای فشاری با دستگاه میله‌ی هاپکینسون در نرخ کرنش بالا که در آن از نمونه‌ی استوانه‌ای شکل با طول و قطر برابر 15 میلی‌متر یعنی نسبت طول به قطر 1،  $(L/D=1)$  استفاده شده‌است. این نمونه در شکل (2) نشان داده شده‌است.

#### 3-1- نتیجه آزمایش‌ها

نمودار تنش-کرنش نشان داده شده در شکل (3) از آزمایش ایستاسان چرخه‌ای فشار-کشش توسط دستگاه اینسترون با نرخ کرنش 0/05 /s به دست آمده است و از این نرخ کرنش برای محاسبه ثابت‌های الگوی شاپوش در حالت ایستاسان استفاده شده‌است.

با توجه به این‌که برای استخراج ثابت‌های الگوی شاپوش نیاز به نتیجه‌های تست کشش در ناحیه خمیری است، بخش مربوط به فشار از نمودارهای چرخه‌ای جدا شده که با قرینه کردن آن نسبت به مبدأ می‌توان نمودارهایی مشابه نیم سیکل کششی به دست آورد که چنین نموداری در بارگذاری ایستاسان در شکل (3) نشان داده شده‌است. هدف از انجام آزمایش‌های فشاری هاپکینسون، به دست آوردن نمودارهای فشار پویا برای نرخ کرنش‌های گوناگون است؛ بنابراین آزمایش‌ها در دمای اتاق با سرعت‌های گوناگون انجام شده‌است. برای استخراج منحنی تنش-کرنش از آزمایش هاپکینسون باید از نمودار تغییر اختلاف پتانسیل بر حسب زمان برای کرنش سنج‌های میله ورودی و خروجی استفاده نمود که از شرح جزئیات صرف نظر می‌شود [24]. در شکل (4) نمودارهای تنش کرنش آزمایشی به دست آمده برای پنج نرخ کرنش گوناگون، ارائه شده‌است.

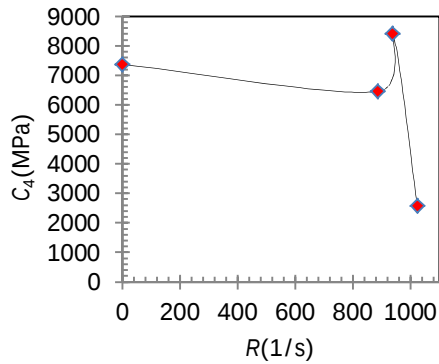
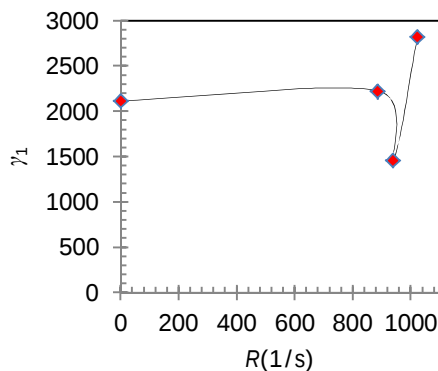
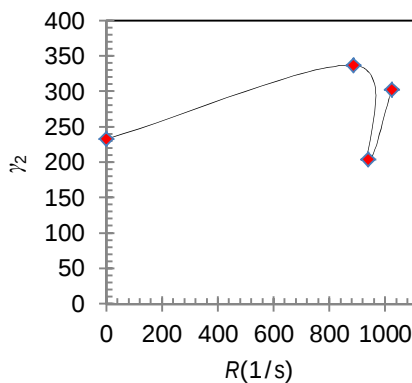
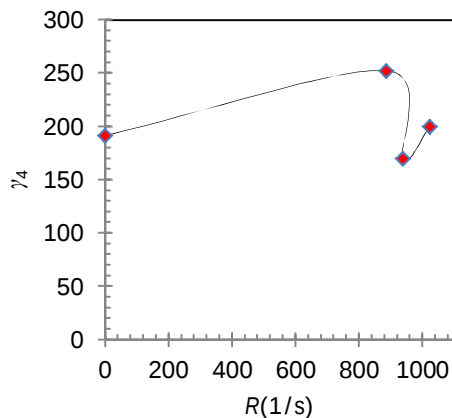


شکل 1 نمونه‌ی استفاده شده در آزمایش چرخه‌ای با نرخ کرنش پایین



شکل 2 نمونه‌ی استفاده شده در آزمایش پویا با نرخ کرنش بالا

1- Gage length  
2- Extensometer

شکل 8 تغییر ثابت  $C_4$  بر حسب نرخ کرنششکل 9 تغییر ثابت  $\gamma_1$  بر حسب نرخ کرنششکل 10 تغییر ثابت  $\gamma_2$  بر حسب نرخ کرنششکل 11 تغییر ثابت  $\gamma_4$  بر حسب نرخ کرنش

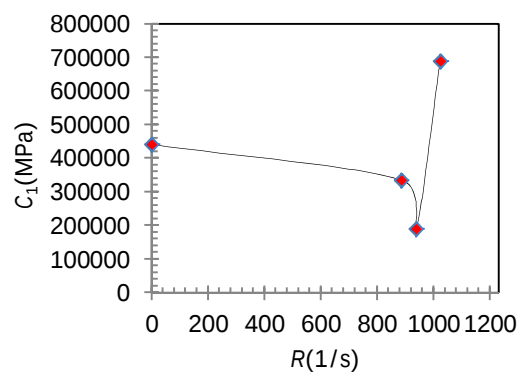
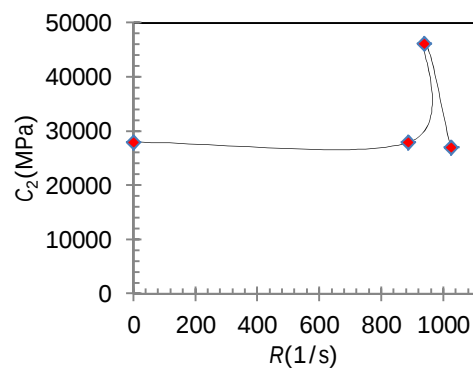
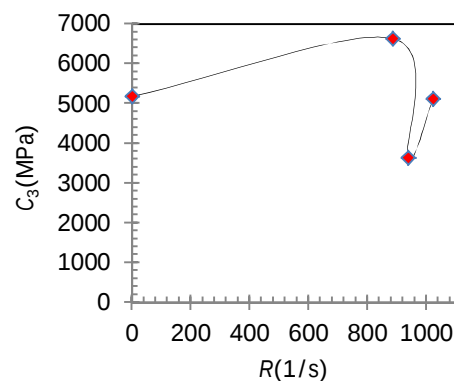
$$\sigma_x(\max) = \sigma_0 + \frac{C_1}{\gamma_1} + \frac{C_2}{\gamma_2} + \frac{C_4}{\gamma_4} + 2C_3 \varepsilon_x^p(\max) \quad (6)$$

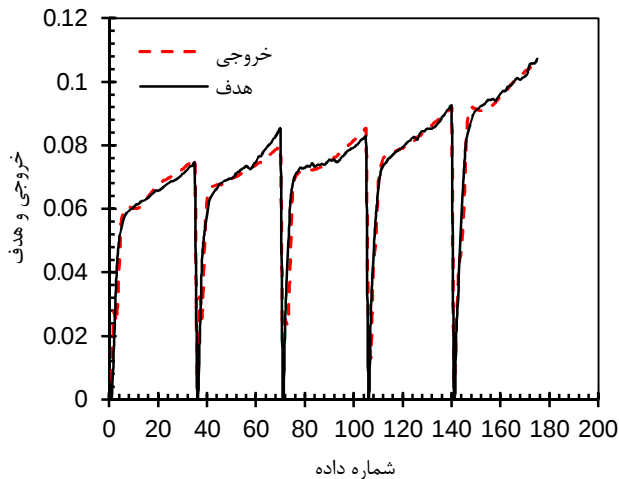
در بهینه سازی الگوریتم ژنتیک کرانه‌هایی برای ثابت های الگوی شاپوش در نظر گرفته شده است که در جدول (1) آورده شده‌اند.

نتیجه حاصل از بهینه سازی با الگوریتم ژنتیک برای 50 حل محاسبه شده و میانگین نتیجه‌ها به عنوان ثابت های نهایی الگوی شاپوش در نرخ کرنش های گوناگون در نظر گرفته شده‌است. روند تغییر ضریب های الگوی شاپوش با نرخ کرنش در شکل های (5) تا (11) نشان داده شده است.

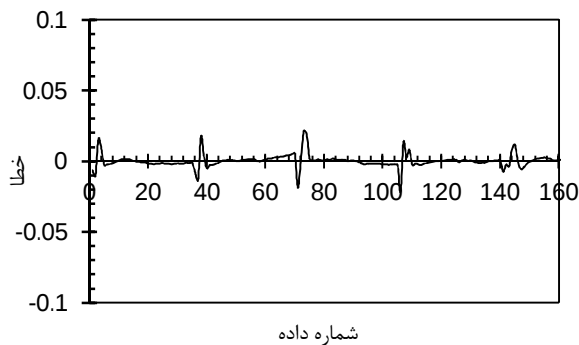
جدول 1 تابع هدف و قیدهای بهینه سازی

| عامل                    | کرانه بالا | کرانه پایین |
|-------------------------|------------|-------------|
| $C_2$ و $C_4$           | $C_1$      | $C_3$       |
| $\gamma_2$ و $\gamma_4$ | $\gamma_1$ | $\gamma_3$  |

شکل 5 تغییر ثابت  $C_1$  بر حسب نرخ کرنششکل 6 تغییر ثابت  $C_2$  بر حسب نرخ کرنششکل 7 تغییر ثابت  $C_3$  بر حسب نرخ کرنش

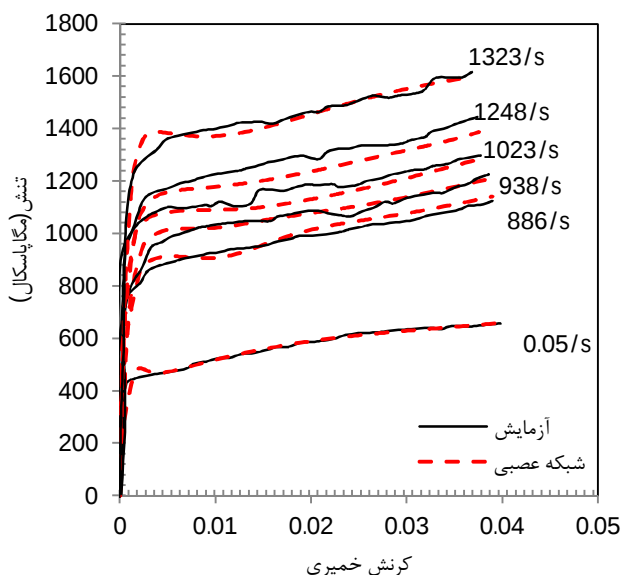


شکل 13: نمودار مقایسه خروجی‌های شبکه عصبی ساختگی و مقادیر واقعی



شکل 14: نمودار خطاهای شبکه عصبی ساختگی

در شکل (15) نیز نمودارهای تنش-کرنش برای نرخ کرنش‌های 0/05، 886، 938، 1024، 1248، 1323 رسم شده است و می‌توان میزان همخوانی نمودارهای به دست آمده از آزمایش و پیش‌بینی شبکه عصبی ساختگی را مشاهده نمود.



شکل 15: مقایسه پیش‌بینی نمودار تنش-کرنش با شبکه عصبی ساختگی و آزمایش

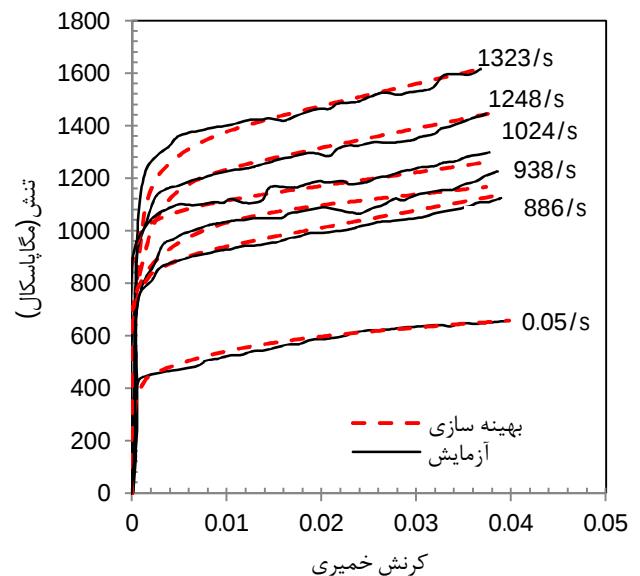
در شکل (12) نیز نمودارهای تنش-کرنش به دست آمده از آزمایش با نمودارهای الگوی شابوش، که ضریب‌های آن از طریق بهینه‌سازی محاسبه شده، مقایسه شده است.

## 5- پیش‌بینی نمودار تنش-کرنش نرخ‌های گوناگون با استفاده از شبکه عصبی ساختگی

برای پیش‌بینی نمودارهای تنش-کرنش به وسیله شبکه عصبی ساختگی، از نتیجه‌های به دست آمده از آزمایش در نرخ کرنش‌های گوناگون در مرحله آموزش شبکه استفاده شده است. برای آموزش، نرخ کرنش و کرنش خمیری به عنوان ورودی شبکه و تنش به عنوان خروجی آن در نظر گرفته شده است. شبکه عصبی ساختگی که در این مقاله استفاده شده است دارای سه لایه پنهان است که در لایه‌ی یکم 8 نرون<sup>1</sup>، در لایه‌ی دوم 9 نرون و در لایه‌ی آخر 9 نرون در نظر گرفته شده است. برای لایه‌های پنهان یکم، دوم و سوم به ترتیب از توابع خطی<sup>2</sup>، تانژانتی<sup>3</sup> و تانژانتی استفاده شده است. شبکه عصبی ساختگی در هر مرحله از آموزش، ورودی و خروجی‌ها را گرفته و بعد از آموزش اولیه مقدار خروجی خود،  $y^{ANN}$  را با خروجی مسئله  $y^R$  مقایسه می‌کند و این کار را آن قدر ادامه می‌دهد تا اختلاف نتیجه‌ها به میزان مطلوب برسد.

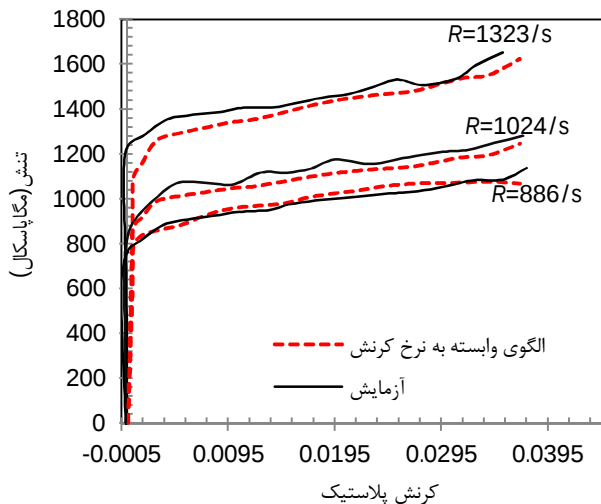
در شکل (13) داده‌های خروجی به دست آمده از شبکه عصبی ساختگی به ازای مقادیر ورودی، با مقادیر خروجی واقعی مسئله مقایسه شده است. همان‌طور که شکل نشان می‌دهد، مطابقت خوبی بین داده‌های خروجی از شبکه عصبی ساختگی و نتیجه‌های حاصل از آزمایش به دست آمده است.

در شکل (14) درصد خطای داده‌های خروجی به دست آمده از شبکه عصبی ساختگی نشان داده شده است. با توجه به این شکل، میزان خطاها در بازه  $\pm 2 \times 10^{-2}$  است و تمرکز خطای شبکه عصبی ساختگی در نواحی نزدیک به صفر است.

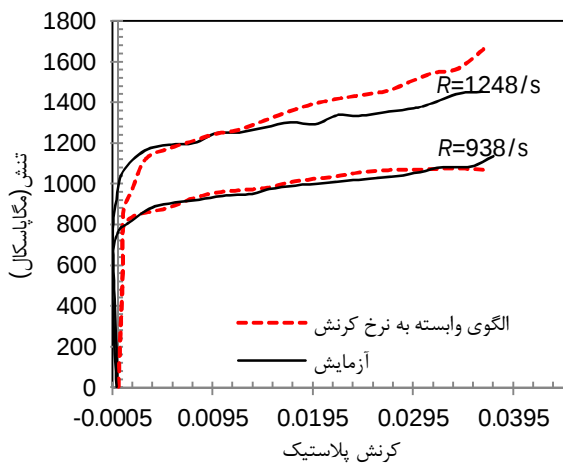


شکل 12: مقایسه نمودار تنش-کرنش حاصل از بهینه‌سازی الگوریتم ژنتیک و نتیجه‌های آزمایشگاهی

1- neron  
2- purelin  
3- tansig



شکل 16 مقایسه نتیجه‌های آزمایش و الگوی وابسته به نرخ کرنش



شکل 17 مقایسه آزمایش و الگوی پیشنهادی وابسته به نرخ کرنش

## 7- مقایسه نتیجه شبکه عصبی ساختگی و الگوی وابسته به نرخ کرنش

به منظور ارزیابی الگوی پیشنهادی وابسته به نرخ کرنش ارائه شده، از شبکه عصبی ساختگی استفاده شده است. بدین منظور، با استفاده از شبکه عصبی ساختگی که توسط داده‌های آزمایشی آموزش داده شده است، نمودارهای تنش-کرنش برای نرخ کرنش‌های 990/s، 900/s، 870/s، 1000/s، 1250/s و 1330/s شده و با نمودارهای حاصل از میانمایی با استفاده از الگوی وابسته به نرخ کرنش مقایسه شده‌اند که نتیجه آن در شکل‌های (18) و (19) نشان داده شده است.

با توجه به این نمودارها، مطابقت قابل قبولی میان نتیجه الگوی پیشنهادی و شبکه عصبی ساختگی وجود دارد که توانایی الگوی پیشنهادی در پیش بینی رفتار ماده در نرخ کرنش‌های گوناگون را نشان می‌دهد.

## 8- بحث و نتیجه‌گیری

در سال‌های اخیر پژوهش‌های گسترده و گوناگونی برای تعیین ثابت‌های الگوی ماده توسط محققین ارائه شده است. اغلب این روش‌ها بر پایه نگره‌های

## 6- تعمیم الگوی خمیری برای نرخ کرنش‌های گوناگون

همان‌گونه که پیشتر آمد، ثابت‌های الگوی خمیری شاپوش در هر نرخ کرنش با استفاده از نتیجه‌های حاصل از آزمایش محاسبه می‌گردند. به منظور ارائه روند پویا برای الگوی شاپوش که بتواند رفتار ماده را در هر نرخ کرنش پیش‌بینی نماید، از مجموعه رابطه‌هایی که همگی تابعی از نرخ کرنش و کرنش پلاستیک هستند، استفاده شده است. رابطه تعمیم یافته پیشنهادی به صورت زیر است. طبق روابط (7-11) داریم:

$$\sigma_x = (\sigma_s)(\sigma_m)(\sigma_d) + K \quad (7)$$

$$\sigma_s = \sigma_0 + \sum_{i=1}^4 \frac{C_i}{\gamma_i} [1 - \exp\{-\gamma_i (\epsilon_x^p)\}] \quad (8)$$

$$\sigma_m = \sum_{i=1}^2 a_i \exp(b_i (\epsilon_x^p)) \quad (9)$$

$$\sigma_d = s_0 + \sum_{n=1}^2 [s_n \sin(n\pi/2 + w_s \dot{\epsilon}_p)] \quad (10)$$

$$K = f \exp(d (\dot{\epsilon}_p)) \quad (11)$$

که  $\dot{\epsilon}_p$  نرخ کرنش است و ثابت‌های  $f$ ،  $d$ ،  $w_s$ ،  $s_0$ ،  $s_n$ ،  $b_i$ ،  $a_i$  و  $C_i$  از پوش کردن رابطه‌های ارائه شده بر نمودارهای تنش-کرنش آزمایشی تعیین می‌شوند.

در الگوی پیشنهادی، رابطه (9) تبدیل‌کننده نمودارهای ایستایی به حالت پویا است و به عنوان ضریبی برای رابطه ایستاسان شاپوش که در رابطه (9) آورده شده است مورد استفاده قرار می‌گیرد و رابطه (10) و رابطه (11) که تابعی از نرخ کرنش هستند، تعمیم دهنده رابطه پویا برای نرخ کرنش‌های گوناگون می‌باشند.

ثابت‌های  $C_i$ ،  $\gamma_i$  نیز مطابق الگوی ایستاسان شاپوش در نظر گرفته شده‌اند و با بهینه سازی از نمودار تنش-کرنش آزمایشی ایستاسان محاسبه می‌شوند که مقدار آن‌ها در جدول (2) آورده شده است. سایر ثابت‌های الگوی پیشنهادی ارائه شده نیز در جدول (3) ارائه شده است.

در شکل‌های (16) و (17) نمودارهای حاصل از الگوی پیشنهادی وابسته به نرخ کرنش و نمودارهای تنش-کرنش آزمایشی برای پنج نرخ کرنش گوناگون نمایش داده شده‌اند. همان‌طور که نمودارها نشان می‌دهند، الگوی ارائه شده می‌تواند رفتار ماده را در نرخ کرنش‌های گوناگون ایستایی و حتی پویا پیش‌بینی نماید.

جدول 2 ثابت‌های رابطه الگوی ایستاسان شاپوش

| $C_1$      | $C_2$      | $C_3$      | $C_4$      |
|------------|------------|------------|------------|
| 51/8       | 0/4592     | 0/4240     | 0/5510     |
| $\gamma_1$ | $\gamma_2$ | $\gamma_3$ | $\gamma_4$ |
| 0/1551     | 0/0936     | 0          | 0/9404     |

جدول 3 ثابت‌های رابطه تبدیل الگوی شاپوش از ایستایی به پویا

| $a_1$ | $a_2$  | $b_1$   | $b_2$    | $d$        |
|-------|--------|---------|----------|------------|
| 1/896 | -25/04 | -4/013  | -0/03407 | -0/0002752 |
| $s_0$ | $s_1$  | $s_2$   | $w_s$    | $f$        |
| 1/619 | 0/1604 | -0/7302 | 0/01461  | 1125       |

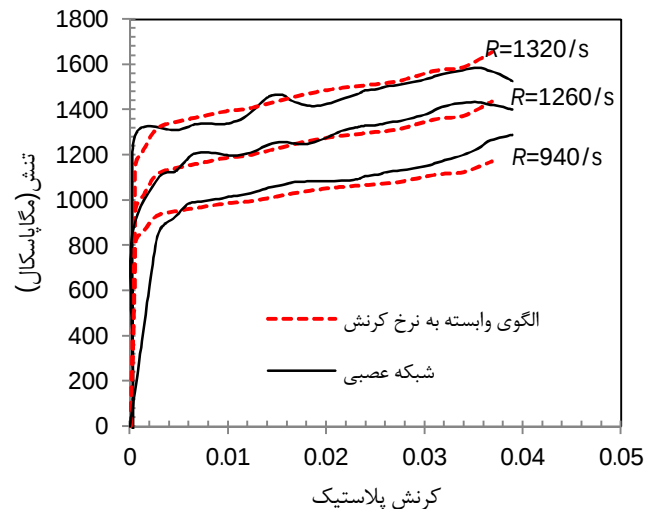
عصبی و الگوی شاپوش تعمیم یافته، توانایی الگوی پیشنهادی در پیش بینی رفتار ماده در نرخ کرنش های گوناگون را نشان می دهد.

### 9- فهرست علائم

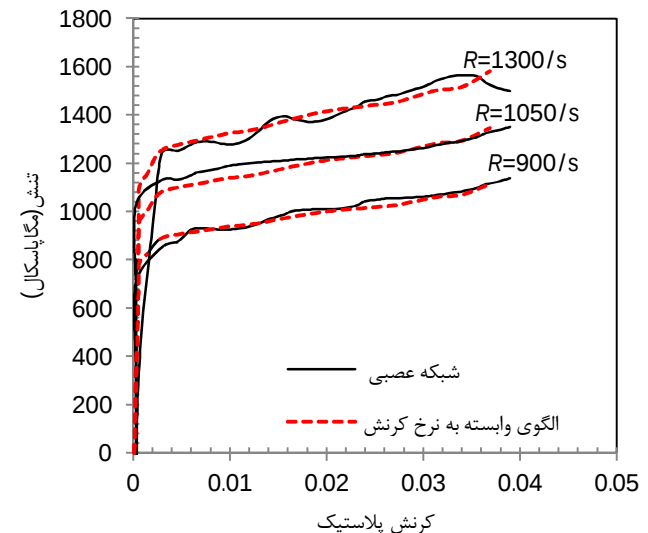
|                   |                            |
|-------------------|----------------------------|
| $C_i$             | ثابت الگوی ماده شاپوش (Pa) |
| $dp$              | کرنش تجمعی خمیری           |
| $R$               | نرخ کرنش ( $s^{-1}$ )      |
| $X$               | تنش بازگشتی (Pa)           |
| علائم یونانی      |                            |
| $\varepsilon_x^p$ | کرنش خمیری                 |
| $\gamma_i$        | ثابت بدون بعد الگوی شاپوش  |
| $\sigma_0$        | تنش تسلیم نخستین           |

### 10- مراجع

- [1] A. Ghaei, modeling of nonlinear elastic modulus variation during cyclic loading, *Modares Mechanical Engineering*, Vol.13, No. 7, pp. 10-17, 2013. (In Persian)
- [2] W. Prager, Recent developments in the mathematical theory of plasticity. *Journal of Applied Physics*, Vol. 20, pp. 235-241, 1949.
- [3] P. J. Armstrong, C.O. Frederick, A mathematical representation of the multiaxial Bauschinger effect, Report RD/B/N731, CEBG, *Central Electricity Generating Board*, Berkeley, UK, 1966.
- [4] Y. F. Dafalias, The concept and application of the bounding surface in plasticity theory. In: *IUTAM Symp. on Physical Non-Linearities in Structural Analyses*, Senlis, France. Springer-Verlag, 1980.
- [5] J. L. Chaboche, Time-Independent constitutive theories for cyclic plasticity, *International Journal Of Plasticity*, Vol. 2, No. 2, pp. 149-188, 1986.
- [6] N. Ohno, J. D. Wang, Kinematic hardening rules with critical state of dynamic recovery, part I: formulation and basic features for ratchetting behavior, *International Journal of Plasticity*, Vol. 9, pp. 375-390, 1993.
- [7] D. L. McDowell, A. B. Lamar, Modeling ratcheting and anisotropic deformation with hardening dynamic recovery format models on Plasticity and its Current Applications, *Tsu, Japan. Pergamon*, Oxford, pp. 247-251, 1989.
- [8] V. Tvergaard, A. Needleman, K. K. Lo, Flow localization in the plane strain tensile test, *Journal of the Mechanics and Physics of Solids*, Vol. 29, pp. 115-142, 1981.
- [9] N. Theodore, Tensile testing of materials at high rates of strain, *Journal of Experimental Mechanics*, Vol. 21, pp. 177-185, 1981.
- [10] C. J. Maiden, S. J. Green, Compressive strain-rate tests on six selected materials at strain rates from 10-3 to 104 in/in/sec, *Journal of Applied Mechanics*, Vol. 33, pp. 496-504, 1981.
- [11] W. S. Lee, C. F. Lin, Comparative study of the impact response and microstructure of 304L stainless steel with and without prestrain, *Metallurgical and Materials Transactions A*, Vol. 33, No.9, pp. 2801-2810, 2002.
- [12] A. S. M. Eleiche, A literature survey of the combined effects of strain rate and elevated temperature on the mechanical properties of metals, *Air Force Materials Laboratories*, Report AFML-TR-72-125, 1972.
- [13] T. Mukai, M. Kawazoe, K. Higashi, Strain-rate dependence of mechanical properties in AA5056 Al-Mg alloy processed by equal-channel-angular-extrusion, *Materials Science and Engineering: A*, Vol. 247, No. 1-2, pp. 270-274, 1998.
- [14] G. R. Liu, X. Han, K. Y. Lam, Determination Of Elastic Constants Of Anisotropic Laminated Plates Using Elastic Waves And A Progressive Neural Network, *Journal of Sound and Vibration*, Vol. 252, No. 2, pp. 239-259, 2002.
- [15] T. Furukawa, M. Hoffmanb, Accurate cyclic plastic analysis using a neural network material model, *Engineering Analysis with Boundary Elements*, Vol. 28, pp. 195-204, 2004.
- [16] N. Huber, Ch. Tsakmakis, Determination of constitutive properties from spherical indentation data using neural networks. Part i: the case of pure kinematic hardening in plasticity laws, *Journal of the Mechanics and Physics of Solids*, Vol. 47, pp. 1569-1588, 1999.
- [17] E. Tyulyukovskiy, N. Huber, Identification of viscoplastic material parameters from spherical indentation data: Part I. Neural networks, *Journal of Materials Research*, Vol. 21(3), pp. 664-676, 2006.
- [18] G. J. Yun, J. Ghaboussi, A.S. Elnashai, A new neural network-based



شکل 18 مقایسه نتیجه شبکه عصبی ساختگی و الگوی وابسته به نرخ کرنش، برای نرخ کرنش 940/s و 1260/s و 1320/s



شکل 19 مقایسه نتیجه شبکه عصبی ساختگی و الگوی وابسته به نرخ کرنش، برای نرخ کرنش 900/s و 1050/s و 1300/s

فیزیکی بنا شده اند که در نتیجه با محدودیت هایی روبرو هستند؛ بنابراین، استفاده از روش هایی نظیر روش شبکه عصبی ساختگی که می تواند رفتار ماده را در شرایطی مانند نرخ کرنش های گوناگون پیش بینی کند، مورد توجه واقع شده است. در این تحقیق نشان داده می شود که ثابت های الگوی شاپوش به نرخ کرنش وابسته هستند و با تغییر نرخ کرنش تغییر می کنند و الگوی ایستایی شاپوش برای پیش بینی رفتار پویا در نرخ کرنش های گوناگون گسترش داده شده است؛ بنابراین، به منظور دستیابی به الگوی ماده ای که بتواند رفتار ماده را در بارگذاری های پویا شبیه سازی کند، عبارتی به الگوی خمیری شاپوش اضافه شده است که مقایسه نتیجه آن با آزمایش انطباق مناسبی را نشان می دهد. به منظور ارزیابی الگوی جدید پیشنهادی، نمودارهای تنش-کرنش به کمک شبکه عصبی ساختگی و در نرخ کرنش های گوناگون میانمایی شده اند. مقایسه نمودارهای میانمایی شده توسط شبکه

- [22] M. Rezaiee-Pajand, S. Sinaie, On the calibration of the Chaboche hardening model and a modified hardening rule for uniaxial ratcheting prediction, *International Journal Of Solids Struct*, Vol. 46, pp. 9–17, 2009.
- [23] E. Woldeesenbet, J. Vinson, Effect of specimen geometry in high-strain-rate testing of graphite/epoxy composites, *Structural Dynamics*, Vol. 2, pp. 927-934, 1997.
- [24] S. Lahmi, Gh. Majzoobi, *determination of constants of Material model using Taylor's test, Hopkinson bar and neural networks*, Ms Thesis, Department of Mechanical Engineering, Buali sina University, Hamedan, 2012. (In Persian)
- [19] S. Bari, T. Hassan, Anatomy of coupled constitutive models for ratcheting simulation. *International Journal of Plasticity*. Vol.16, pp. 381–409, 2000.
- [20] S. M. Rahman, T. Hassan, S. Ranji Ranjithan, Automated Parameter Determination of Advanced Constitutive Models, *Proceedings of the ASME Pressure Vessels Piping Conference*, Denver, Colorado, USA, pp. 261–72, 2005.
- [21] S. Krishna, T. Hassan, Macro versus micro-scale constitutive models in simulating proportional and nonproportional cyclic and ratcheting responses of stainless steel 304, *International Journal of Plasticity*. Vol. 25, pp. 1910–49, 2009.