

## کنترل بهینه ارتعاشات شیمی ارابه فرود دماغه هوایپما

حامی تورجی زاده<sup>1\*</sup>، سعید زارع<sup>2</sup>

1- استادیار، مهندسی مکانیک، دانشگاه خوارزمی، تهران

2- دانشجوی کارشناسی ارشد، مهندسی مکانیک، دانشگاه خوارزمی، تهران

\* تهران، صندوق پستی 15719-14911، tourajizadeh@khu.ac.ir

### چکیده

در این مقاله، ضمن تحلیل دینامیک ارتعاشات شیمی (تاب خوردن) ارابه فرود دماغه هوایپما و بررسی پایداری آن، برای میراسازی این ارتعاشات کنترل گر بهینه فعل، براساس مدل خطی سیستم طراحی شده و بر روی مدل غیرخطی (واقعی) اعمال شده است. ارتعاشات شیمی در واقع به ارتعاشات جانبی و پیچشی چرخ گفته می‌شود که به صورت خودبرانگیخته بوده و در سرعت‌های بالا باعث ناپایداری سیستم می‌شوند. بنابراین در ارابه‌ی فرود هوایپما به دلیل سرعت بالای هوایپما در مراحل فرود و برخاست، بسیار تأثیرگذار هستند و باعث صدمه رسیدن به خود ارابه فرود، بدنه هوایپما و مسافران می‌شوند. بنابراین کنترل این ارتعاشات از اهمیت بالایی برخوردار است. در این پژوهش با استفاده از دینامیک غیرخطی حاکم بر سیستم ارابه فرود دماغه هوایپما، معادلات ارتعاشات شیمی خطی‌سازی و سپس معادلات فضایی حالت سیستم استخراج شده است. براساس مدل خطی سیستم، پایداری، کنترل پذیری و رؤیت‌پذیری بررسی شده است، و برای کنترل (میراسازی) بهینه این ارتعاشات نیز از مدل کنترلی تنظیم کننده خطی درجه دوم استفاده شده است. برای تخمین حالت‌هایی از سیستم که بواسطه حسگرها قابل اندازه‌گیری نیستند، با برقراری اصل جداسازی، رؤیت‌گر طراحی شده است. برای صحتسنجی و بررسی عملکرد کنترل گر طراحی شده، پاسخ‌های ارتعاشی سیستم در حالت کنترل حلقه باز، با روش‌های کنترل حلقه‌بسته، در نرم‌افزار متلب شبیه‌سازی و با هم مقایسه شده، که در تمام روش‌های کنترلی بهبود عملکرد در مقایسه با سیستم کنترلی حلقه باز مشاهده می‌شود. در نهایت نیز کنترل دیجیتال سیستم و اثر نرخ نمونه‌برداری در نزدیک شدن پاسخ سیستم گسسته به سیستم پیوسته، بررسی و شبیه‌سازی شد.

### اطلاعات مقاله

مقاله پژوهشی کامل  
دریافت: 25 اسفند 1393

پذیرش: 06 خرداد 1394

ارائه در سایت: 07 تیر 1394

کلید واژگان:

ارابه فرود

ارتعاشات شیمی

کنترل بهینه

سیستم‌های غیرخطی

## Optimal Control of Shimmy Oscillation in Aircraft Nose Landing Gear

Hami Tourajizadeh\*, Saeed Zare

Department of Mechanical Engineering, Kharazmi University, Tehran, Iran

\* P.O.B. 15719-14911 Tehran, Iran, tourajizadeh@khu.ac.ir

### ARTICLE INFORMATION

Original Research Paper  
Received 16 March 2015  
Accepted 27 May 2015  
Available Online 28 June 2015

**Keywords:**  
Landing gear  
shimmy oscillation  
optimal control  
nonlinear systems

### ABSTRACT

In this paper, an optimal active controller is designed to prevent the shimmy vibrations in aircraft nose landing gear. The controller is designed according to the linearized system while the input is implemented on the real non-linear plant. Shimmy vibration is the lateral and torsional vibrations in the wheel that is self-excited and causes instability in high speed performances. This phenomenon is highly impressive since this malfunction over a long period of time can damage the landing gear of the aircraft, its fuselage and can even harm the passengers. Thus, control and suppression of this vibration is extremely important. In this paper, using the nonlinear dynamics of the nose landing gear system, the equivalent linearized system is extracted and then its related linearized state space is derived. Stability, controllability and observability of the system are investigated based on the linearized model of the system and damping the shimmy vibrations is performed with the least amount of consumed energy using Linear Quadratic Regulator (LQR). To estimate the states of the system which are not measurable using ordinary sensors, an observer is designed and implemented using separation principle. To verify the performance of the proposed controller, vibration response of the open loop system is compared with the closed loop response of the designed optimal controller. Considerable improvement can be seen in the performance of the closed loop system since not only are the vibrations effectively damped but also the consumption of energy is minimized. Finally, digital control system is extended in order to implement the proposed controller on the discretized model of the system and the effect of sampling rate on the accuracy of the system is studied.

عرضی و پیچشی ارابه فرود بوجود می‌آید و باعث دور شدن چرخ از موقعیت تعادل در جهت عرضی و به صورت پیچشی می‌شود. انرژی جنبشی ایجاد شده در زمان حرکت روبه‌جلو هوایپما، در اثر ناصافی‌های سطح تماس و غیر-یکنواختی تایر، عامل اصلی ایجاد این نوسانات است. در واقع، در موقع حرکت

### - مقدمه

یکی از دغدغه‌های مهم در طراحی ارابه فرود هوایپما ارتعاشات شیمی<sup>1</sup> است. این ارتعاشات، نوسانات ناخواسته و مزاحم شدیدی است که از ترکیب حرکت

1- Shimmy

شده است، که علاوه بر مقاوم بودن در برابر اغتشاشات و شرایط مختلف فرود، میزان مصرف انرژی را به حداقل مقدار خود برساند.

در حال حاضر، برخلاف دیگر سیستم‌های هوایپیما (از قبیل سیستم موتور هوایپیما) ارابه فرود به عنوان یک جاذب ارتعاشی غیرفعال و منفعل عمل می‌کند، اما با ظهور کامپیووترهای قوی و ریزپردازنده‌هایی با قدرت پردازش و اطمینان بالا که در کنترل‌گرها بکار برده می‌شوند، ایده استفاده از سیستم ارابه فرود فعال و هوشمند، برای راحتی و ایمنی بیشتر خلبان و مسافران، مورد توجه محققان قرار گرفته است. اما چنانچه در [9] گزارش شده است، در حال حاضر هوایپیماهی که مجهز به چنین سیستمی باشد، تولید نشده است. در مرجع [13] ابتدا مکانیزم‌های مختلف ارابه فرود طراحی شده و سپس به کنترل و شبیه‌سازی شرایط مختلف ارابه فرود پرداخته شده است. هدف اصلی این مطالعه، کنترل و شبیه‌سازی ضربه ناشی از فرود و کنترل ارتعاشات عمودی، هنگام حرکت هوایپیما بر روی ناهمواری‌های سطح بوده است. در [14] کنترل فعال و نیمه فعال سیستم تعلیق ارابه فرود هوایپیما را مورد بررسی و مقایسه قرار داده است و در آن بیان شده است که در کنترل نیمه فعال نیازی به منبع تولید توان خارجی نیست و بر این نکته تأکید کرده که اجرای کنترل نیمه فعال عملی‌تر و ساده‌تر می‌باشد. ناسا [15] نیز یک مدل ساده‌سازی شده از ارابه فرود هوایپیما جنگنده نیروی دریایی آمریکا، مجهز به سیستم سروهیدرولیک برای کنترل فعال ارتعاشات عمودی ارابه، معرفی می‌کند و بیان می‌کند که این سیستم در آزمایشات انجام شده جهت جذب ارتعاشات عمودی، عملکرد خوبی از خود نشان داده است.

در مطالعات قبلی بحثی در مورد کنترل ارتعاشات شیمی به صورت فعال و بهینه صورت نگرفته است. بنابراین کنترل (جلوگیری) از ارتعاشات شیمی مسئله‌ای است که هنوز به طور کامل حل نشده است و می‌بایست مطالعات بیشتری در این زمینه صورت گیرد که در این مقاله به این مهم پرداخته شده است.

سیستم ارابه فرود از نوع سیستم متغیر پارامتری خطی<sup>3</sup> است و این بدین معناست که ماتریس‌های فضای حالت آن تابعی از سرعت تاکسی کردن هوایپیما هستند و طراحی کنترل‌گر برای سیستم متغیر پارامتری خطی، نیازمند پیش‌بینی شکل تغییرات آینده سیستم است [16]. بنابراین می‌توان از کنترل بهینه تنظیم کننده درجه دوم خطی<sup>4</sup> برای میرا کردن ارتعاشات شیمی استفاده کرد.

ساختار مقاله به شرح زیر است. در بخش 2 به مدل‌سازی غیرخطی ارتعاشات شیمی ارابه فرود دماغه هوایپیما، شامل دینامیک پیچشی ارابه‌ی فرود، نیرو و گشتاورهای اعمالی به ارابه از منابع مختلف و تغییر شکل الاستیک تایر یا به اصطلاح مکانیک تایر، پرداخته شده است. در بخش 3 به مبحث کنترل این ارتعاشات پرداخته شده است. در این بخش برای کنترل ارتعاشات شیمی، ابتدا پایداری ارتعاشات شیمی که با تغییر طول بازوی اتصال و سرعت تاکسی کردن هوایپیما، متغیر است، بررسی شده و پس از بررسی کنترل‌پذیری و رؤیت‌پذیری سیستم، در بخش 4 کنترل‌گر بهینه طراحی شده است و سپس در بخش 5 به طراحی رؤیت‌گر پرداخته‌ایم. در بخش 6 نیز با شبیه‌سازی نتایج، اثر کنترل‌گر بهینه و رؤیت‌گر در جلوگیری از ارتعاشات شیمی نشان داده شده است، که بهبود عملکرد را در مقایسه با کنترل غیرفعال نشان می‌دهد.

3- Linear Parameter Varying  
4- Linear Quadratic Regulator

هوایپیما بر روی باند فرود، بهمکنی رفتار دینامیکی تایر و سطح تماس، و انتقال انرژی به سازه ارابه، باعث بروز این نوسانات می‌شود. فرکانس این ارتعاشات معمولاً بین 10 تا 30 هرتز می‌باشد [1]. این ارتعاشات در ارابه فرود دماغه هوایپیما شدت بیشتری دارد و از طریق خود ارابه فرود به سازه اصلی هوایپیما انتقال پیدا کرده و با افزایش دامنه این ارتعاشات، باعث تکان‌های شدیدی در کابین می‌شود که علاوه بر این که دیدن و خواندن تجهیزات دقیق را برای خلبان دشوار می‌کند، ایمنی و راحتی مسافران را کاهش داده، بنابراین باعث نارضایتی آن‌ها می‌شود. به همین دلیل کاهش نوسانات شیمی در طراحی بسیار مهم بوده و در حال حاضر برای جلوگیری و به حداقل رساندن آن از گزینه‌هایی چون افزایش میراکننده‌ی شیمی استفاده می‌شود [2-5]. اما پس از مدتی عملکرد میراکننده‌های شیمی به دلیل وابسته بودن ویسکوزیته روغن به دما و نشتی روغن کاهش می‌یابد. بنابراین میراسازی ارتعاشات شیمی به درستی صورت نمی‌گیرد، و نیاز است که تعمیر دوره‌ای انجام شود، که علاوه بر هزینه تعمیرات، نیاز به صرف وقت و انرژی نیز دارد [6،7]. استفاده از این میراکننده‌ها به علت سرعت بالای ارتعاشات شیمی، نمی‌تواند از وقوع این ارتعاشات به طور موثری جلوگیری کند. از طرفی، پس از طراحی ارابه فرود، پارامترهای طراحی سازه‌ای قابل تغییر نیستند و شرایطی مانند باند فرود نامناسب، لغزندگی بودن باند فرود، آب و هوای بد، اشتباهاخ خلبان و یا هر اغتشاش خارجی دیگری که سیستم برای آن شرایط طراحی نشده باشد، می‌تواند منجر به ارتعاشات شیمی شود. در چنین شرایطی استفاده از یک مکانیزم کنترل هوشمند می‌تواند بسیار مفید بوده و در سرعت‌های مختلف، مقدار نوسانات و اغتشاشات را حس کرده و سیستم را کنترل کند و مانع از بروز ارتعاشات شیمی و مشکلات احتمالی شود [8].

در مورد ارتعاشات شیمی مطالعات بسیار زیادی صورت گرفته است، که تاریخچه تقریباً کاملی از آن در [8] ارائه شده است. بدین گونه که بسیاری از تحقیقات اخیر بر روی دینامیک ارتعاشات شیمی [9] و مدل‌سازی تایر، تمرکز کرده‌اند [10]؛ که به طراحان در پیدا کردن ساختار بهینه ارابه فرود، یا جست‌وجوی بهتر پارامترهای فیزیکی تایر، کمک می‌کند. در [11] ابتدا معادلات غیرخطی دینامیک ارتعاشات شیمی ارابه فرود با در نظر گرفتن زاویه رو به عقب استخراج شده است. سپس تحلیل پایداری نیز با استفاده از آنالیز غیرخطی انشعاب<sup>1</sup> بر روی سرعت پیشروی و نیروی عمودی صورت گرفته است و محدوده‌های پایداری ارتعاشات شیمی، به ازای پارامترهای مختلف مشخص شده است. در [12] به تحلیل پایداری ارتعاشات پیچشی ارابه فرود پرداخته شده است. با خطی سازی معادلات غیرخطی حاکم بر سیستم، تحلیل پایداری با معیار روث-هورویس<sup>2</sup> ارائه شده است و در نهایت نیز به‌ازای مقادیر پارامترهای مختلف، درصد پایداری ارتعاشات شیمی را به صورت جدول ارائه شده است.

نکته‌ای حائز اهمیت آن است که اگر پارامترهای بهینه برای ارابه فرود هوایپیما طراحی شده باشد، باز هم با اطمینان نمی‌توان از عدم وقوع این ارتعاشات صحبت کرد، چرا که این پارامترها برای شرایط خاص طراحی شده و توانایی جلوگیری از وقوع این ارتعاشات در تمام شرایط را ندارد. به عنوان مثال، اگر هوایپیما در مسیر فرود، مجبور به عبور از زمین چمن و یا حرکت بر روی باند یخ زده و لغزندگی شود قادر به مهار این ارتعاشات نخواهد بود. بنابراین در این مقاله، به طراحی یک سیستم کنترل بهینه برای ارابه فرود پرداخته

1- Bifurcation  
2- Routh-Hurwitz

گشتاور  $M_3$  از دو بخش گشتاور همسوگر  $M_z$  حول محور چرخ و گشتاور ناشی از ضرب نیروی جانبی  $F_y$  در طول بازوی موثر محور چرخ  $e_{\text{eff}}$  تشکیل می‌شود. مقدار این نیرو و گشتاور وابسته به نیروی عمودی تایر  $F_z$  و زاویه لغزش آن  $\alpha$  می‌باشد. برای توصیف گشتاور همسوگر نیز از یک تقریب نیم-پریود ازتابع سینوس که بین دو مقدار حدی زاویه  $\omega$ ، محدود شده است، استفاده می‌شود.  $\delta$  و  $\omega$  به ترتیب، مربوط به حداکثر زاویه لغزش، ناشی از نیروی جانبی و گشتاور همسوگر هستند. گشتاور  $M_4$  ناشی از برجستگی‌ها و دندانه‌های سطح چرخ است که به سرعت هواپیما  $V$  و سرعت زاویه‌ای  $\psi$  وابسته است. نیز ضریب گشتاور دندانه‌های تایر است. جابجایی عرضی چرخ و تغییر شکل آن با استفاده از فرضیه نوار ارجتایی قابل بیان است که در [9] ارائه شده است. این فرضیه در واقع رابطه‌ی بین زاویه چرخش ارابه فرود  $\psi$  و تغییر شکل ایجاد شده در چرخها  $\alpha$  به هنگام ارتعاش را بیان می‌کند. که توسط رابطه (4) بیان شده است. قسمتی از نوار یا چرخ که با زمین در تماس است دارای طول محدود  $2a$  است و ناحیه‌ای که با زمین در تماس نیست اما دچار تغییر شکل می‌شود دارای طول  $2\sigma$  است. می‌توان دریافت رابطه‌ی بین زاویه لغزش و جابجایی چرخها از طریق رابطه (10) به دست می‌آید [2]:

$$\alpha \approx \tan(\alpha) = \frac{y}{\sigma} \quad (10)$$

### 3- معادلات فضای حالت

برای بررسی و کنترل ارتعاشات شیمی ارابه فرود هواپیما، ابتدا معادلات غیرخطی فضای حالت را با توجه به معادلات (1) تا (10) به صورت معادله (11) می‌نویسیم:

$$Z_1 = \psi \rightarrow \dot{Z}_1 = Z_2$$

$$Z_2 = \dot{\psi} \rightarrow \ddot{Z}_2 = \ddot{\psi} \\ = \frac{1}{I_z} (cZ_1 + KZ_2 + \frac{k}{V} \cos(\varphi) Z_2 + M_3 + M_5)$$

$$Z_3 = y \rightarrow \dot{Z}_3 = V \cos(\varphi) Z_1 \\ + (e_{\text{eff}} - a) \cos(\varphi) Z_2 - \frac{V}{\sigma} Z_3 \quad (11)$$

اگر گشتاور  $M_5$  را به عنوان ورودی سیستم در نظر بگیریم تنها ترم غیرخطی مربوط به گشتاور  $M_3$  می‌باشد که با استفاده از بسط نیلور حول نقطه تعادل، یعنی حول  $y=0$  و  $\psi=0$  گشتاور  $M_3$  به فرم معادله (12) بیان می‌شود [2]:

$$M_3(y) = y \frac{(c_{M_\alpha} - e_{\text{eff}} c_{F_\alpha}) F_z}{\sigma} \quad (12)$$

حال با قرار دادن عبارت خطی شده (12) در معادله (1) و با استفاده از معادله (2)، متغیرهای خطی حالت را به صورت به صورت (13) تعریف می‌کنیم [2]:

$$x_1 = \psi, \quad x_2 = \dot{\psi}, \quad x_3 = y \quad (13)$$

چنانچه زاویه  $\psi$  را به عنوان خروجی در نظر بگیریم، معادلات حالت به فرم (14) و (15) خواهد شد:

$$\dot{x} = Ax + Bu \\ \Rightarrow \frac{d}{dt} \begin{bmatrix} \psi \\ \dot{\psi} \\ y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ A_{21} & A_{22} & A_{23} \\ A_{31} & A_{32} & A_{33} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \psi \\ \dot{\psi} \\ y \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix} M_5 \quad (14)$$

$$y = Cx \Rightarrow y = [\psi] = [1 \ 0 \ 0] \begin{bmatrix} \psi \\ \dot{\psi} \\ y \end{bmatrix} \quad (15)$$

که در آن، درایه‌های ماتریس فضای حالت به صورت رابطه (16) بیان می‌-

### 2- مدل سازی مکانیزم ارتعاشات شیمی ارابه فرود هواپیما [9]

مدل غیرخطی ارتعاشات شیمی، شامل دینامیک پیچشی ارابه فرود، نیرو و گشتاورهای اعمالی به ارابه از منابع مختلف و تغییر شکل الاستیک تایر یا به اصطلاح مکانیک چرخ است. شکل 1 نمایی از یک ارابه فرود دماغه هواپیما را نشان می‌دهد که برای کنترل آن باید گشتاور کنترلی  $M_5$  را نیز به آن اعمال کرد. با استفاده از قانون دوم نیوتون و گشتاور گیری حول محور عمودی ارابه فرود و با استفاده از روابط حاکم بر دینامیک تایر می‌توان معادله‌ی دیفرانسیل ارتعاشات شیمی را به صورت روابط (1) تا (10) به دست آورد:

$$I_z \ddot{\psi} = M_1 + M_2 + M_3 + M_4 + M_5 \quad (1)$$

$$\dot{y} + \frac{V}{\sigma} y = V \cos(\varphi) \psi + (e_{\text{eff}} - a) \cos(\varphi) \dot{\psi} \quad (2)$$

$$e_{\text{eff}} = e \cos(\varphi) + \tan(\varphi) (R + e \sin(\varphi)) \quad (3)$$

$$M_1 + M_2 = C\psi + K\dot{\psi} \quad (4)$$

$$M_3 = M_z - e_{\text{eff}} F_y \quad (5)$$

زاویه  $\varphi$  زاویه عمودی ارابه فرود (زاویه حمله) و  $R$  شعاع چرخ می‌باشد. گشتاور  $M_1$  ناشی از سختی پیچشی استرات (بازوی عمودی ارابه) و گشتاور پیچشی ناشی از بازوی اتصال است و گشتاور  $M_2$  ناشی از خاصیت میرایی پیچشی استرات در اثر میرایی ویسکوز بین یاتاقان‌ها و ضربه‌گیر است.

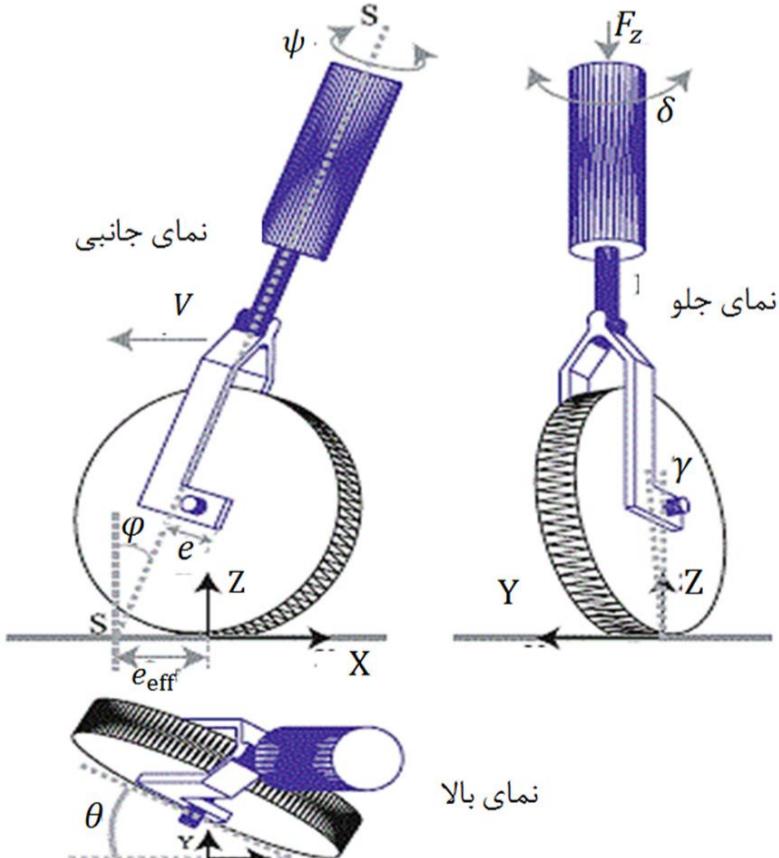
$I_z$  گشتاور اینرسی حول محور عمودی ارابه است.  $C$  نرخ سختی پیچشی و  $K$  ضریب میرایی ویسکوز بازوی عمودی ارابه (استرات) است. نیروها و گشتاورهای ناشی از تغییر شکل عرضی چرخها که ناشی از زاویه لغزش جانبی  $\alpha$  و نرخ تغییرات زاویه‌ی پیچشی  $\dot{\alpha}$  است باعث ایجاد گشتاور  $M_3$  (سختی پیچشی ناشی از چرخها) و گشتاور  $M_4$  (میرایی پیچشی ناشی از چرخ‌ها) می‌شود.

$$F_y = \begin{cases} C_{F_\alpha} \propto F_z & , \alpha \leq \delta \\ C_{F_\alpha} \delta F_z \text{sign}(\alpha) & , \alpha \geq \delta \end{cases} \quad (6)$$

$$M_z = \begin{cases} C_{M_\alpha} \frac{\alpha_g}{180} \sin\left(\frac{180}{\alpha_g} \alpha\right) F_z & , |\alpha| \leq \alpha_g \\ 0 & , |\alpha| \geq \alpha_g \end{cases} \quad (7)$$

$$M_4 = \frac{k}{V} \cos(\varphi) \dot{\psi} \quad (8)$$

$$M_5 = K_e u \quad (9)$$



شکل 1 نمایی ترسیمی از ارابه فرود [17]

شوند.

## 6- رؤیت‌پذیری سیستم

در موارد بسیاری امکان اندازه‌گیری تمام حالت‌های سیستم بوسیله حسگرها وجود ندارد. برای رفع این مشکل می‌توان به طراحی رؤیت‌گر پرداخت. اگر بخواهیم از روی مقادیر خروجی سیستم، سایر حالت‌های آن را بدست آوریم، این سیستم باید رؤیت‌پذیر باشد. در اینجا، رؤیت‌پذیری سیستم را با تشکیل ماتریس رؤیت‌پذیری بررسی می‌کنیم. در صورت کامل بودن مرتبه این ماتریس، سیستم رؤیت‌پذیر است. ماتریس رؤیت‌پذیری و نحوه تشکیل آن در معادله (21) نشان داده شده است.

$$\begin{aligned} OB &= [C \quad CA \quad CA^2]^T \\ &= \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ \frac{c}{I_z} & \left(K + \frac{k}{V}\cos(\varphi)\right) & \frac{(c_{M_\alpha} - e_{\text{eff}}c_{F_\alpha})F_z}{I_z\sigma} \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (21)$$

## 7- طراحی کنترل‌گر بهینه برای دفع ارتعاشات شیمی ارابه فرود

کنترل تنظیم کننده خطی درجه دوم یکی از روش‌های کنترل مطلوب است که بین ورودی کنترلی سیستم و حالت‌های آن برای رسیدن به خروجی مطلوب با توجه به قیود و محدودیت‌های حاکم بر سیستم دینامیکی، مصالحه و سازش ایجاد می‌کند. در این روش معادلات حالت سیستم کنترل حلقه - بسته به صورت (22) و (23) خواهد شد:

$$\dot{x} = Ax + Bu = (A - BK)x \quad (22)$$

$$u = -Kx \quad (23)$$

ماتریس  $K$  در این معادله همان ماتریس بهره کنترلی است. هدف اصلی از کنترل بهینه، تعیین سیگنال کنترلی یک فرایند (دستگاه) است که باعث برآورده شدن برخی از محدودیت‌های فیزیکی و در زمان مشخص، با انتخاب یک معیار عملکرد مطلوب (به حداقل رساندن) می‌شود. کنترل حلقه بسته بهینه به صورت معادلات (22) و (23) خواهد بود. با این تفاوت که ماتریس  $K$  در اینجا همان ماتریس بهره کنترل بهینه است که از حداقل کردن تابع هزینه که در معادله (24) نشان داده شده است بدست می‌آید.

$$J = \int (X^T Q X + u^T R u) dt \quad (24)$$

که در آن ماتریس‌های وزنی  $Q$  و  $R$  به ترتیب مربوط به اهمیت حالت‌های سیستم و ورودی سیستم هستند، بنابراین برای بدست آوردن ماتریس  $K$  نیاز است که بسته به اهمیت ورودی و حداقل خطا مربوط به خروجی، ماتریس‌های وزنی  $Q$  و  $R$  را تعریف کنیم. برای انتخاب این ماتریس‌ها روش‌های مختلفی وجود دارد [19]. ماتریس  $Q$  را می‌توان به صورت  $Q = C^T C$  انتخاب کرد. روش دیگر در انتخاب این ماتریس‌ها بصورت  $Q = \frac{1}{\max\|x\|}$  و  $R = \frac{1}{\max\|u\|}$  است. که در آن  $\|x\|$  و  $\|u\|$  به ترتیب نشان دهنده حداقل اندازه ورودی کنترلی و حداقل خطا تعیین مجاز متغیرهای حالت است. در این مقاله با در نظر گرفتن قیود و شرایط مسئله، حداقل اندازه ورودی کنترلی و حداقل خطا تعیین مجاز متغیرهای حالت به ترتیب برابر  $\max\|x\| = 0.01$  و  $\max\|u\| = 100$  می‌شوند. بنابراین  $Q$  و  $R$  به صورت رابطه (25) تعریف می‌شوند.

$$Q = 100 \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}, R = \{0.01\} \quad (25)$$

با استفاده از معادله (24) و داشتن ماتریس‌های  $Q$  و  $R$ ، ماتریس بهره کنترل بهینه از معادله (26) محاسبه خواهد شد.

$$K = R^{-1} B^T S \quad (26)$$

$$\begin{aligned} A_{21} &= \frac{c}{I_z} \\ A_{22} &= \frac{\left(K + \frac{k}{V}\cos(\varphi)\right)}{I_z} \\ A_{23} &= \frac{(c_{M_\alpha} - e_{\text{eff}}c_{F_\alpha})F_z}{I_z\sigma} \\ A_{31} &= V\cos(\varphi) \\ A_{32} &= (e_{\text{eff}} - a)\cos(\varphi) \\ A_{33} &= -\frac{V}{\sigma} \end{aligned} \quad (16)$$

## 4- پایداری سیستم

طبق معادله دینامیک پیچشی غیرخطی ارابه فرود هواپیما،تابع لیپانوف را با توجه به انرژی جنبشی و انرژی پتانسیل سیستم به صورت معادله (17) انتخاب می‌کنیم [18]:

$$U = \frac{1}{2}c\psi^2 + \frac{1}{2}I_z\dot{\psi}^2 \quad (17)$$

در این رابطه  $c$  معادل سختی پیچشی ارابه فرود است. بنابراین با استفاده از معادلات (17) و (11) نرخ زمانی تغییرات تابع لیپانوف به صورت (18) خواهد شد:

$$\begin{aligned} \dot{U} &= c\psi\dot{\psi} + I_z\dot{\psi}\ddot{\psi} = 2c\psi\dot{\psi} + (M_z - e_{\text{eff}}F_y) \\ &\quad + \left(K + \frac{k}{V}\cos(\varphi)\right)\dot{\psi}^2 \end{aligned} \quad (18)$$

برای پایداری سیستم، باید معادله (18) منفی باشد.

## 5- کنترل پذیری سیستم

برای کنترل یک سیستم، دینامیک آن باید قابلیت کنترل داشته باشد و برای فهم این موضوع می‌توان کنترل‌پذیری سیستم را بررسی کرد، در اینجا کنترل‌پذیری سیستم را با تشکیل ماتریس کنترل‌پذیری بررسی می‌کنیم. در صورت کامل بودن مرتبه ماتریس کنترل‌پذیری، این سیستم قابل کنترل خواهد بود.

ماتریس کنترل‌پذیری برای سیستم ارابه فرود دماغه هواپیما به فرم رابطه (19) خواهد بود:

$$CO = [B \quad AB \quad A^2B] = \begin{bmatrix} 0 & 1 & CO_{13} \\ 1 & CO_{22} & CO_{23} \\ 0 & CO_{32} & CO_{33} \end{bmatrix} \quad (19)$$

که درایه‌های این ماتریس به صورت رابطه (20) استخراج شده است.

$$\begin{aligned} CO_{13} &= \frac{\left(K + \frac{k}{V}\cos(\varphi)\right)}{I_z} \\ CO_{22} &= \frac{\left(K + \frac{k}{V}\cos(\varphi)\right)}{I_z} \\ CO_{23} &= \left(\frac{\left(K + \frac{k}{V}\cos(\varphi)\right)}{I_z}\right)^2 \\ &\quad + \frac{(e_{\text{eff}} - a)\cos(\varphi)(c_{M_\alpha} - e_{\text{eff}}c_{F_\alpha})F_z}{I_z\sigma} + \frac{c}{I_z} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} CO_{32} &= (e_{\text{eff}} - a)\cos(\varphi) \\ CO_{33} &= \frac{\left(\left(K + \frac{k}{V}\cos(\varphi)\right)\sigma - V I_z\right)(e_{\text{eff}} - a)\cos(\varphi)}{\sigma I_z} \\ &\quad + V\cos(\varphi) \end{aligned} \quad (20)$$

جدول 1 مشخصات اربابه فرود [9]

واحد	مقادیر	متغیرها
m/s	70	سرعت
m	0/1	طول بازوی چرخ
kNm/rad	-100	ضریب ارجاعی فر پیچشی
Nm/rad/s	-10	ضریب میرایی پیچشی
KN	9	نیروی عمودی
m	0/1	نصف طول تماس تایر
m	0/3	طول آرامش تایر
kgm <sup>2</sup>	1	ممان اینرسی
1/rad	20	ضریب نیروی جانبی
m/rad	-2	ضریب گشتاور همسوگر
Nm <sup>2</sup> /rad	-270	ثابت گشتاور میرایی دندانه‌های چرخ
deg	10	حدود زاویه لغزش برای گشتاور همسوگر
deg	5	حدود زاویه لغزش برای نیروی جانبی
m	0/36	شعاع چرخ
deg	10	زاویه عمودی اربابه

$$CO = \begin{bmatrix} 0 & 0 & -13.79 \\ 1 & -13.79 & -110060.4 \\ 0 & 0.064 & -53.026 \end{bmatrix} \quad (30)$$

$$\text{rank}(CO) = 3$$

از معادله (21) و ماتریس‌های  $A$  و  $C$ ، ماتریس رؤیت‌پذیری به فرم (32) می‌شود. که مرتبه آن کامل بوده و بنابراین، سیستم رؤیت‌پذیر نیز است.

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ -100000 & -13.5 & -159223 \\ 72 & 4 & -236 \end{bmatrix} \quad (31)$$

$$C = [\mathbf{1} \ \mathbf{0} \ \mathbf{0}]; \quad OB = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ -100000 & -13.79 & -159223.8 \end{bmatrix} \quad (32)$$

همان‌طور که رؤیت می‌شود سیستم هم کنترل‌پذیر و هم رویت‌پذیر است. بنابراین با این که سیستم دارای قطب ناپایدار است (چنانچه در بخش 9-3 نیز خواهیم دید)، می‌توان آن را کنترل کرد.

برای طراحی کنترل‌گر بهینه از توابع هزینه بیان شده در معادلات (25) و معادله (27) استفاده کرده و ماتریس ریکاتیی به صورت (33) بدست می‌آید.

$$S = 10^6 \begin{bmatrix} 7.5344 & 0.0040 & 5.8530 \\ 0.0040 & 0.0001 & -0.0134 \\ 5.8530 & -0.0134 & 8.7543 \end{bmatrix} \quad (33)$$

با استفاده از ماتریس ریکاتیی بدست آمده و جای‌گذاری در معادله (26)، ماتریس بهره بهینه به صورت (34) خواهد شد.

$$K_{\text{opt}} = [3957 \ 67 \ -13392] \quad (34)$$

برای طراحی رؤیت‌گر حالت، قطب‌های سیستم باید به گونه‌ای انتخاب و تنظیم شوند که پاسخ‌های سیستم زمان نشست<sup>1</sup> و فراجهش<sup>2</sup> مناسبی داشته باشد و باعث پایداری سیستم شوند. بر همین اساس اندازه قطب‌های مربوط به طراحی رؤیت‌گر باید بزرگتر از قطب‌های کنترلر باشند؛ بنابراین قطب‌های مربوط به طراحی رؤیت‌گر به صورت  $p_1 = -60$ ,  $p_2 = -500$ ,  $p_3 = -300$ ,  $p_4 = -60$ ,  $p_5 = -60$ ,  $p_6 = -60$  انتخاب شده‌اند تا ترم مختلط نداشته باشد و به شکل نمایی اصلاح شود. بنابراین ماتریس  $L$  از فرمول آکرمن به صورت ماتریس رابطه (35) بدست می‌آید.

$$L = 10^4 [0.0612 \ -6.69297 \ 0.01127]^T \quad (35)$$

1- Settling time  
2- Overshoot

که در این رابطه ماتریس  $S$  از معادله ریکاتی (27) بدست می‌آید [20].

$$A^T S + S A - S B R^{-1} B^T S + Q = 0 \quad (27)$$

## 8- طراحی رؤیت‌گر حالت

به طور معمول، تمام حالت‌های سیستم توسط حسگرها قابل اندازه‌گیری نیستند. برای بدست آوردن حالت‌هایی که حسگرها قادر به اندازه‌گیری آنها نیستند، می‌توان از رؤیت‌گر حالت استفاده کرد. برای طراحی رؤیت‌گر حالت از معادلات (28) استفاده می‌کنیم:

$$\begin{bmatrix} \dot{x} \\ \dot{e} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A - BK & BK \\ 0 & A - LC \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ e \end{bmatrix}$$

$$x = \begin{bmatrix} \psi \\ \dot{\psi} \end{bmatrix}, e = \begin{bmatrix} e_\psi \\ e_{\dot{\psi}} \\ e_y \end{bmatrix} \quad (28)$$

که در آن  $e$  خطای سیستم،  $L$  ماتریس مربوط به طراحی رؤیت‌گر سیستم و ماتریس  $K$  در این معادله همان ماتریس بهره کنترلی است، که می‌تواند بهره کنترلی بهینه باشد. در اینجا نیز برای طراحی رؤیت‌گر مورد نظر از بهره کنترلی بهینه استفاده می‌کنیم. نمودار ساختاری ترکیب کنترل‌گر بهینه و رؤیت‌گر در شکل 2 نشان داده شده است.

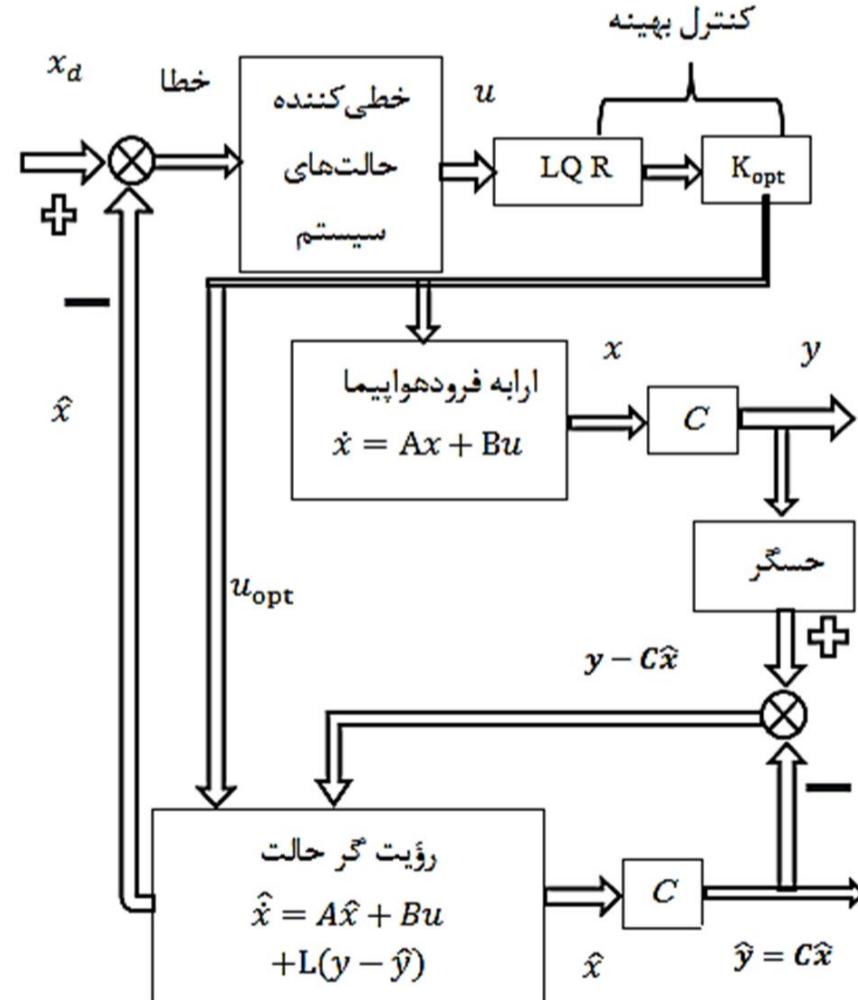
## 9- بررسی نتایج (حل عددی ماتریس‌ها و رسم نمودارها)

### 9-1- شبیه سازی نتایج

با استفاده از مقادیر جدول 1 ماتریس‌های  $A$ ,  $B$  و ماتریس کنترل‌پذیری به صورت معادلات (29) و (30) می‌باشد و چنانچه مشخص شده مرتبه ماتریس کامل بوده و این سیستم کنترل‌پذیر است.

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ -100000 & -13.5 & -159223 \\ 72 & 4 & -236 \end{bmatrix}$$

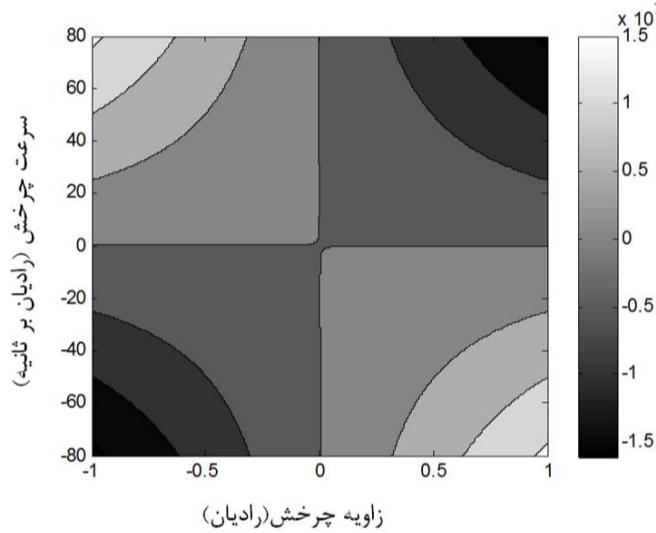
$$B = [0 \ 1 \ 0]^T \quad (29)$$



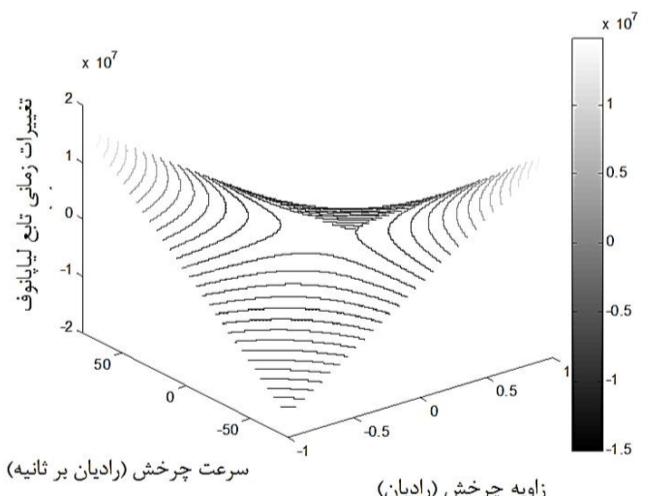
شکل 2 نمای ترسیمی ترکیب کنترل‌گر بهینه و رؤیت‌گر

کنترل بهینه تنظیم کننده خطی درجه‌دوم کار می‌کند پایدار است [19]. در واقع دلیل اصلی بررسی پایداری سیستم حلقه باز، اثبات این موضوع است که سیستم در تمام شرایط پایدار نبوده و لازم است که از کنترل‌گر فعل استفاده شود. در اینجا با استفاده از مقادیر پارامترهای داده شده در جدول ۱، مرزهای پایداری سیستم را در دو حالت برای بررسی پایداری با توجه به معادلات غیرخطی از تابع لیاپانوف و معادله (18) استفاده کردایم که مرزهای پایداری در دو و سه بعد، بحسب زاویه چرخش و سرعت چرخش در شکل‌های ۳ و ۴ نشان داده شده است، که نواحی تیره‌رنگ محدوده پایداری را نشان می‌دهد، و چنانچه در شکل ۴ نشان داده شده است در این نواحی، مشتق زمانی تابع لیاپانوف منفی می‌باشد.

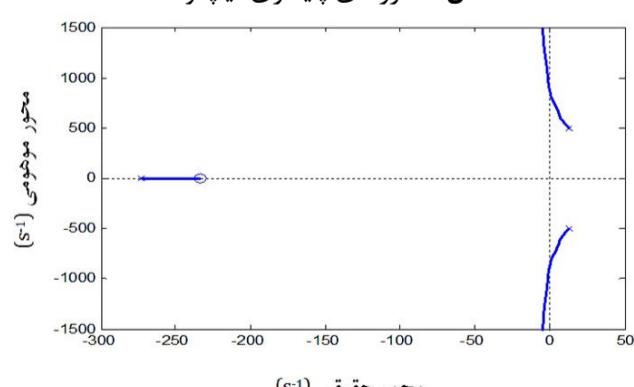
برای بررسی پایداری با معادلات خطی نیز، از معادله شخصه ماتریس ضرایب معادله خطی‌سازی شده (14) استفاده کردایم. پایداری سیستم را به روش روت-لوکاس<sup>3</sup> از نحوه‌ی قرار گرفتن قطب‌های سیستم بررسی می‌کنیم، و چنانچه از شکل ۵ و محل قرارگیری قطب‌ها رویت می‌شود، ریشه حقیقی آن منفی بوده و مشکلی برای پایداری ایجاد نمی‌کند، اما بخش حقیقی دو قطب مختلط آن در سرعت ۷۰m/s مثبت بوده، بنابراین در این سرعت مشخص سیستم ناپایدار می‌شود.



شکل ۳ مرزهای پایداری لیاپانوف براساس زاویه چرخش و نرخ زمانی آن



شکل ۴ مرزهای پایداری لیاپانوف



شکل ۵ بررسی پایداری سیستم و محل قرارگیری قطبها

## 2- کنترل دیجیتال

برای کنترل دیجیتال سیستم و تبدیل سیستم زمان پیوسته به زمان گسسته از مدار نگهدار مرتبه صفر استفاده شده است. بدین صورت که معادلات خطی‌سازی شده را، با در نظر گرفتن گشتاور  $M_5$  به عنوان ورودی به سیستم و زاویه چرخش به عنوان خروجی آن، با در نظر گرفتن بهره کنترلی نشان داده شده در رابطه (34)، به فضای لایپلاس برد و تابع تبدیل سیستم را به صورت رابطه (36) بدست می‌آوریم.

$$G(s)$$

$$= \frac{s + 233.3}{s^3 + 292.1s^2 + 2.506 \cdot 10^5 s + 6.745 \cdot 10^7} \quad (36)$$

حال از مدار نگهدار مرتبه صفر که در رابطه (37) داده شده است، استفاده کرده و تابع تبدیل زمان گسسته آن را در رابطه (38) آورده ایم.

$$G(z) = (1 - z^{-1})Z \left\{ \frac{G(s)}{s} \right\} \quad (37)$$

$$G(z) = \frac{5.307 \cdot 10^{-6}z^2 - 2.895 \cdot 10^{-6}z - 1.967 \cdot 10^{-6}}{z^3 + 0.4391z^2 + 0.6741z - 0.3108} \quad (38)$$

برای بدست آوردن ماتریس‌های فضای حالت گسسته نیز از روابط (39) و (40) استفاده کردایم. که در آن  $A$  و  $B$  ماتریس‌های فضای حالت پیوسته و  $A_d$  و  $B_d$  ماتریس‌های فضای حالت گسسته هستند.

$$\begin{aligned} A_d &= e^{At} \\ A_d &= T e^{\Lambda t} T^{-1} \\ \Lambda &= T^{-1} A T \end{aligned} \quad (39)$$

$$\begin{aligned} e^{\Lambda t} &= \begin{bmatrix} e^{\lambda_1 t} & 0 & 0 \\ 0 & e^{\lambda_2 t} & 0 \\ 0 & 0 & e^{\lambda_3 t} \end{bmatrix} \\ B_d &= \int_0^t e^{At} B dt \end{aligned} \quad (40)$$

در رابطه (39)  $\lambda_1$  و  $\lambda_2$  و  $\lambda_3$  مقادیر ویژه ماتریس  $A$  هستند و  $T$  ماتریس بردارهای ویژه ماتریس  $A$  می‌باشد. مقادیر محاسبه شده  $A_d$  و  $B_d$  ماتریس‌های فضای حالت گسسته نیز در رابطه (41) نشان داده شده است.

$$\begin{aligned} A_d &= \begin{bmatrix} 0.1844 & 0.001629 & -2.432 \\ -328.6 & -0.4329 & -482.1 \\ -0.01304 & 0.0004208 & -0.1906 \end{bmatrix} \\ B_d &= \begin{bmatrix} 5.307 \cdot 10^{-6} \\ 0.001629 \\ 1.262 \cdot 10^{-6} \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (41)$$

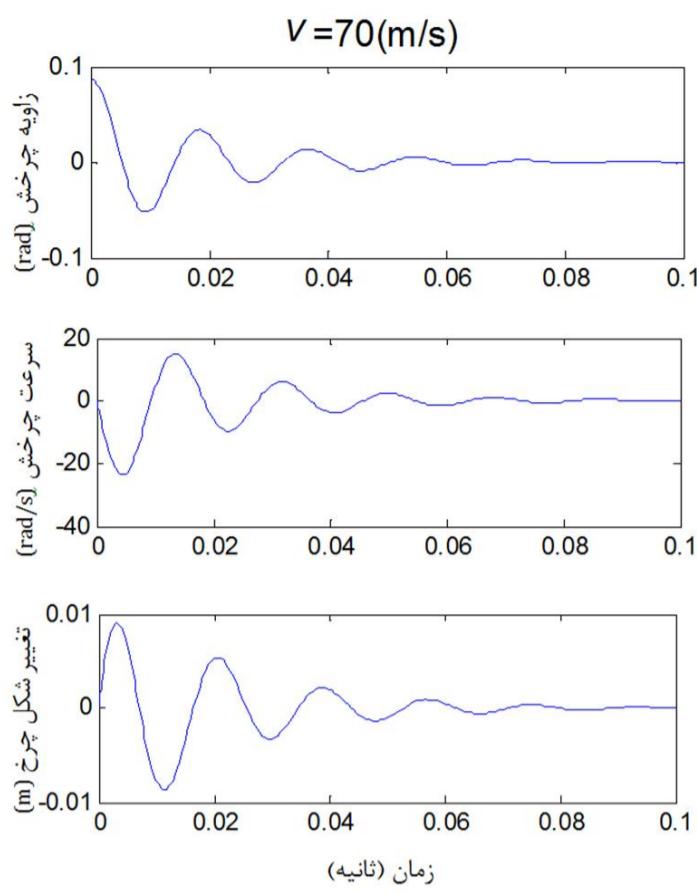
در کنترل دیجیتال بازه نمونه برداری سیگنال‌ها باید از نصف کوچکترین پریود مربوط به بزرگترین فرکانس کوچکتر باشند. در واقع فرکانس نمونه برداری باید بیشتر از دو برابر بزرگترین فرکانس باشد تا دچار پدیده تداخل<sup>1</sup> نشویم. نکته دیگر آنکه هرچه نرخ نمونه‌برداری بیشتر باشد پاسخ دیجیتال سیستم به پاسخ پیوسته آن نزدیکتر می‌شود [21]. لازم به ذکر است که این ماتریس‌ها به ازای گام زمانی  $\tau = 0.004$  ثانیه بدست آمدند.

## 3- مقایسه و رسم نتایج

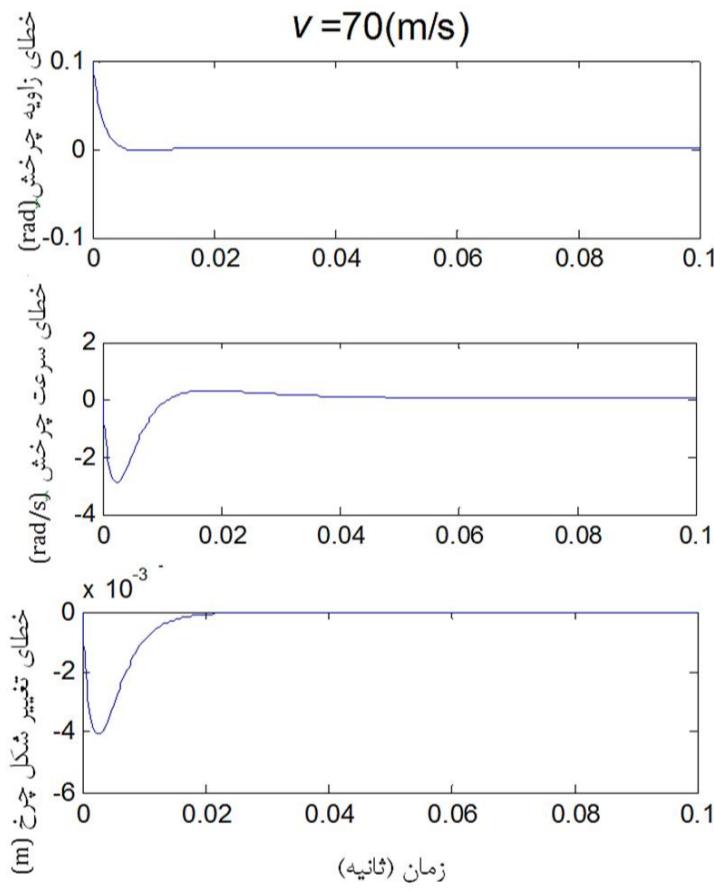
برای طراحی کنترل برخط<sup>2</sup> ارتعاشات شبیمی ارابه فرود، شبیه‌سازی نتایج بدست آمده برای این ارتعاشات لازم است. به طور کلی براساس توابع پایداری، مناطقی پایدار و مناطقی ناپایدارند، که این مناطق در نمودارها و شکل‌ها آورده می‌شوند. در این مقاله شرط پایداری براساس تابع لیاپانوف و نتیجتاً حوزه‌های پایداری براساس متغیرهای حالت استخراج گشته است. نیازی به اثبات پایداری سیستم حلقه بسته نیست چون سیستمی که براساس روش

1- Aliasing

2- online



شکل 8 پاسخ‌های سیستم با اعمال رؤیت‌گر حالت



شکل 9 خطای حالت‌های سیستم با اعمال رؤیت‌گر حالت

شکل 9 نیز مربوط به خطای حالت‌های سیستم است که با توجه به این شکل کاهش خطای را مشاهده می‌کنیم. بنابراین با طراحی چنین رؤیت‌گری انتظار می‌رود سایر حالت‌های سیستم نیز در صورت نیاز به خوبی و با خطای اندک و کاهشی، تخمین زده شوند. در این حالت زمان نشست خطای رؤیت‌گر حدود ۰/۰۲ ثانیه بوده که نسبت به زمان نشست حالت‌های سیستم ۱۰ برابر بهتر است.

در شکل ۱۰ پایداری ارتعاشات شیمی ارابه را در حالت کنترل حلقة باز و با استفاده از معادلات غیرخطی، با کنترل حلقة بسته سیستم که در کنترل آن از کنترل بهینه استفاده شده است، در سرعت ۷۰m/s مورد مقایسه قرار داده‌ایم و مشاهده می‌کنیم که در پاسخ حلقة باز، دامنه ارتعاشات افزایشی بوده و سیستم ناپایدار است، اما زمانی که سیستم توسط کنترل حلقة بسته بهینه کنترل می‌شود، در کمتر از ۰/۲ ثانیه ارتعاشات سیستم میرا می‌شود و عملکرد خوب کنترل بهینه در مقایسه با کنترل حلقة باز نشان می‌دهد.

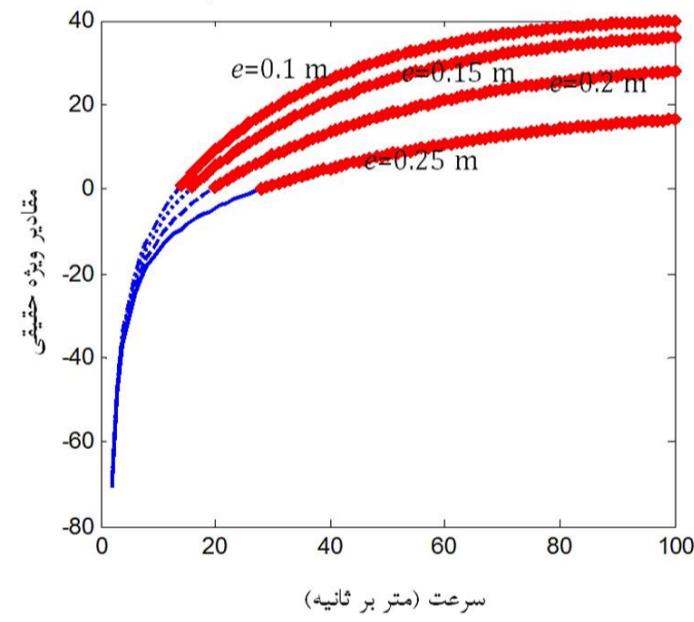
مقادیر پارامترهای طراحی را که در شبیه‌سازی نتایج از آنها استفاده کرده‌ایم، همان مقادیر ارائه شده در جدول ۱ می‌باشد. برای پیدا کردن مرزهای پایداری از بخش حقیقی دو ریشه مختلف استفاده می‌کنیم. شکل ۶ مرزهای پایداری را برای طول‌های مختلف بازوی اتصال ارابه فرود (۰/۰۱m, ۰/۰۱۵m, ۰/۰۲m, ۰/۰۲۵m) نشان می‌دهد و قسمت‌های ناپایدار با رنگ قرمز مشخص شده اند. چنانچه مشاهده می‌شود در بهترین حالت مرز پایداری برای بازوی اتصال با طول (e = ۰/۰۲۵ m)، کمتر از ۳۰m/s می‌باشد. که اهمیت کنترل این ارتعاشات در سرعت‌های بالا را گوشزد می‌کند.

در شکل ۷ پایداری ارتعاشات شیمی ارابه را در حالت کنترل حلقة باز و با استفاده از معادلات غیرخطی، با کنترل حلقة بسته سیستم که در کنترل آن از بهره کنترلی رابطه (۴۲) استفاده شده است، مورد مقایسه قرار داده‌ایم و مشاهده می‌کنیم که در پاسخ حلقة باز سیستم ناپایداری را نشان می‌دهد، حالی که زمانی که سیستم توسط کنترل حلقة بسته کنترل می‌شود، سیستم به سمت پایداری پیش می‌رود.

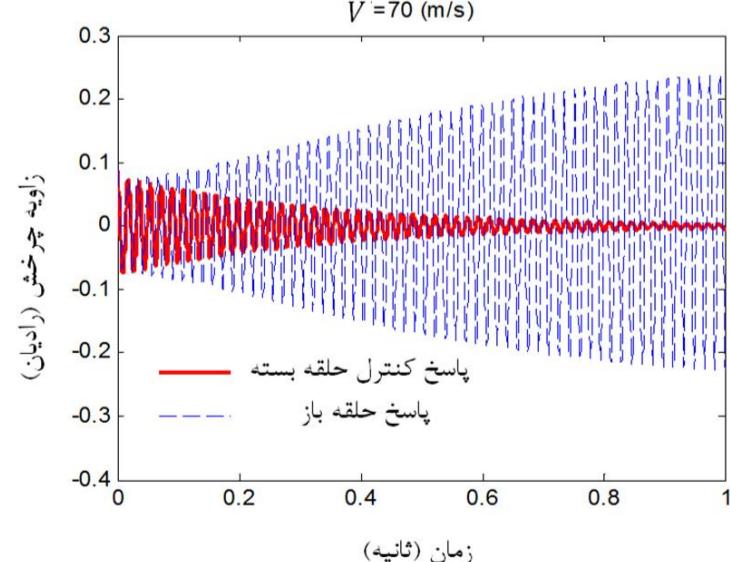
$$\mathbf{K} = [-1248 \quad 45 \quad 12351] \quad (42)$$

شکل 8 تأثیر استفاده از رویت‌گر حالت را در کاهش ارتعاشات شیمی نشان می‌دهد که با استفاده از ماتریس رویت‌گر حالت طراحی شده در رابطه (۳۵) و ماتریس کنترل‌گر بهینه طراحی شده رابطه (۳۴) با در نظر گرفتن شرایط اولیه به صورت رابطه (۴۳) بدست آمده است. مشاهده می‌شود که میزان این ارتعاشات در کمتر از ۰/۲ ثانیه به سمت صفر میل می‌کند و این عملکرد خوب رؤیت‌گر طراحی شده و ادغام آن با کنترل‌گر بهینه را نشان می‌دهد.

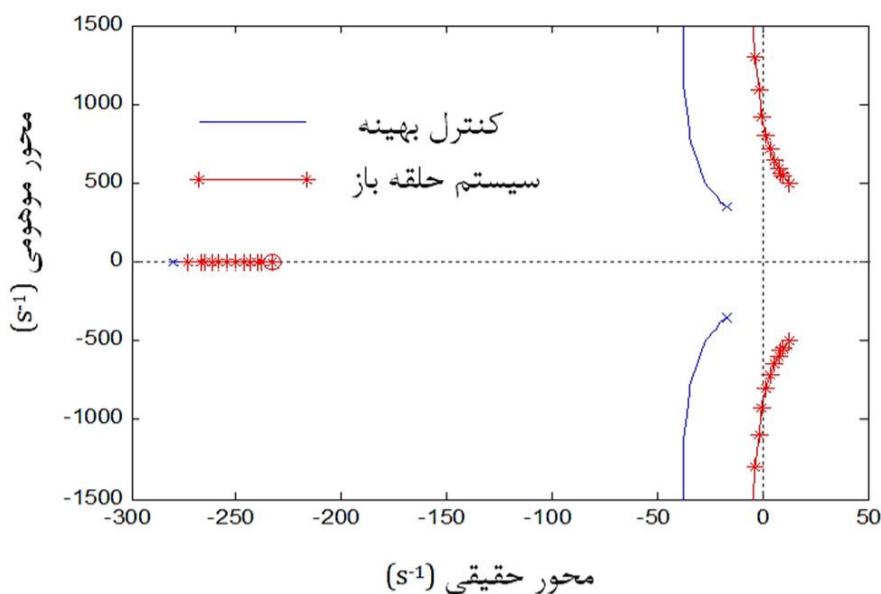
$$\begin{aligned} \psi(0) &= 0.1, \dot{\psi}(0) = 0, y(0) = 0, \\ e_\psi(0) &= 0.1, e_{\dot{\psi}}(0) = 0, e_y = 0 \end{aligned} \quad (43)$$



شکل 6 بررسی مرزهای پایداری به ازای طول‌های مختلف بازوی اتصال ارابه فرود (e = ۰/۰۲۵, ۰/۰۲, ۰/۰۱۵, ۰/۰۱m)



شکل 7 مقایسه پاسخ حلقة باز سیستم و کنترل حلقة بسته آن

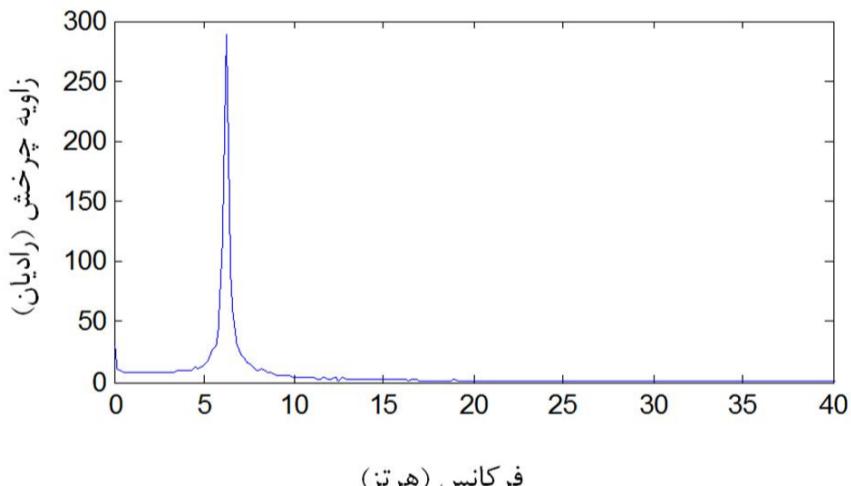


شکل 13 نحوه قرارگرفتن قطب‌های سیستم خطی سازی شده و اثر سیستم کنترلی بهینه بر پایداری آن

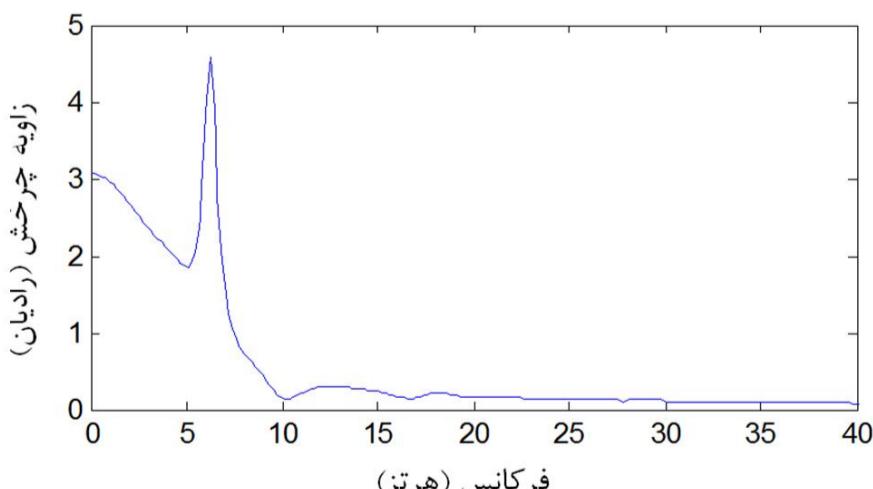
شکل‌های 14 و 15 طیف فرکانسی ارتعاشات شبیمی را در حالت پاسخ غیرخطی و کنترل بهینه، نشان می‌دهد و چنانچه مشاهده می‌شود در هر دو نمودار حداکثر مقدار در محدوده فرکانس 5 تا 7 هرتز می‌باشد، با این تفاوت که این مقدار حداکثری در پاسخ حلقه باز غیرخطی بسیار بیشتر از پاسخ کنترل بهینه می‌باشد.

در شکل‌های 16 و 17 نیز پاسخ سیستم کنترلی پیوسته و گسسته، نسبت به ورودی ضربه نشان داده شده است. گام زمانی نمونه‌برداری در کنترل دیجیتال 0/01 و 0/004 ثانیه در نظر گرفته شده است که مشاهده می‌گردد پاسخ‌های سیستم گسسته و پیوسته با افزایش نرخ نمونه‌برداری به هم نزدیک‌تر می‌شوند.

کنترل نیمه فعال این ارتعاشات با کنترل بهینه در [22] مقایسه شده است که در شکل 18 مشاهده می‌گردد. شکل 18 عملکرد بهتر کنترل بهینه را نسبت به کنترل نیمه فعال تأیید می‌کند.

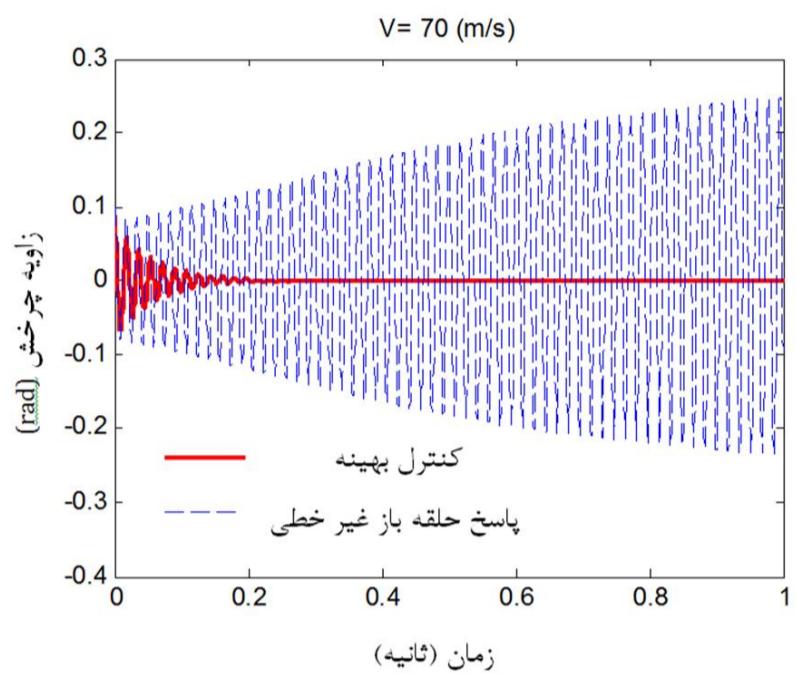


شکل 14 نمودار طیف فرکانسی سیستم غیرخطی

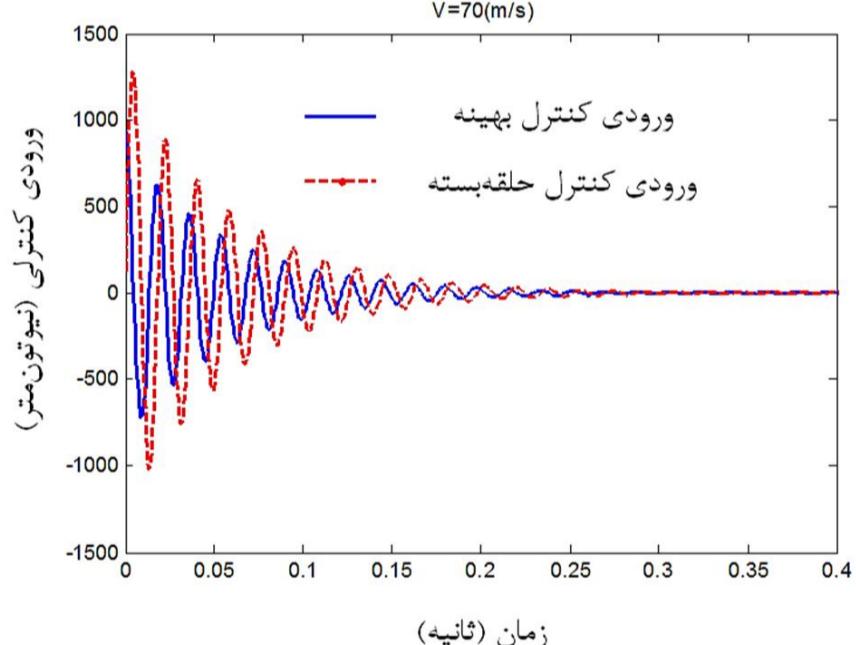


شکل 15 نمودار طیف فرکانسی سیستم کنترل شده با کنترل گر بهینه

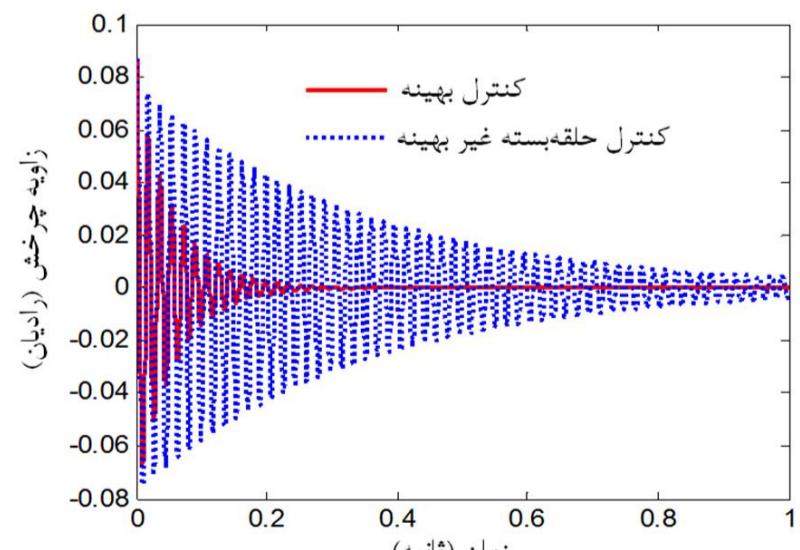
در شکل‌های 11 و 12 ابتدا ورودی کنترلی در کنترل حلقه بسته و کنترل بهینه نشان داده شده است که ملاحظه می‌گردد ورودی کنترل بهینه کمتر است. چنان‌چه در شکل 12 مشاهده می‌شود کنترل بهینه در مقایسه با کنترل حلقه بسته، به ازای ورودی کنترلی کمتری، پاسخ بهتری می‌دهد. شکل 13 مقایسه‌ای بین جای‌گیری قطب‌ها را در حالت کنترل حلقه باز و کنترل بهینه نشان می‌دهد. در ابتدا دو قطب سیستم ناپایدار بوده و با اعمال کنترل حلقه بسته بهینه تمام قطب‌های سیستم در حالت پایدار و سمت چپ محور موهومی قرار می‌گیرند.



شکل 10 مقایسه عملکرد سیستم کنترلی بهینه با پاسخ حلقه باز سیستم غیرخطی در سرعت 70m/s



شکل 11 مقایسه ورودی کنترلی حلقه‌بسته و کنترل بهینه

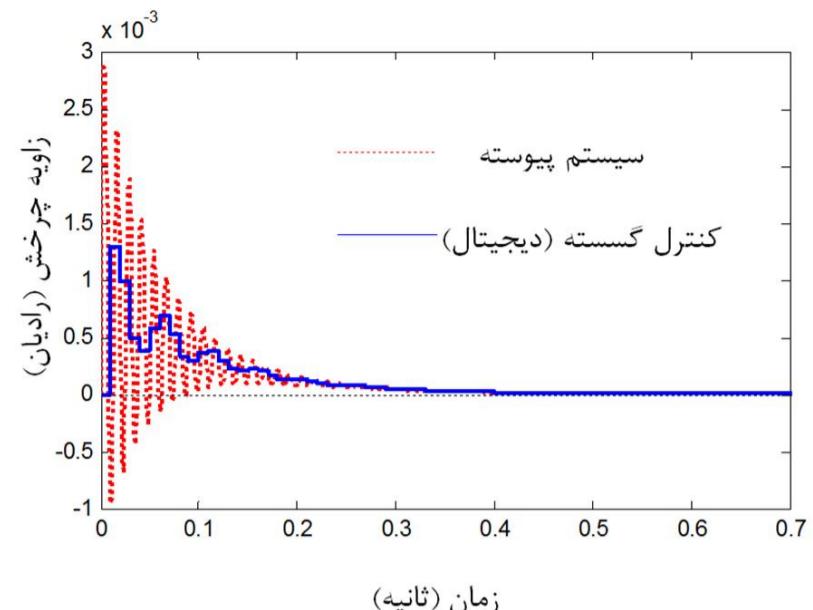


شکل 12 مقایسه عملکرد سیستم کنترلی بهینه با پاسخ حلقه‌بسته سیستم خطی سازی شده

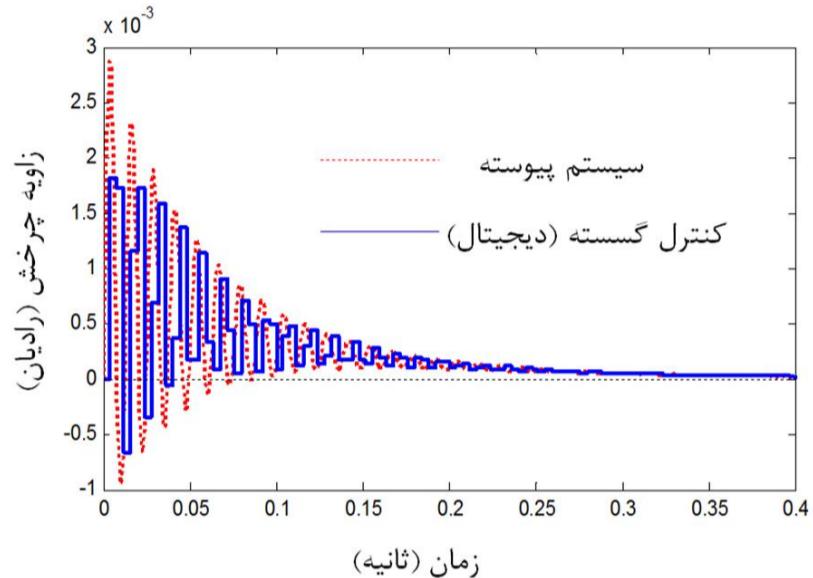
سیستم پرداخته شد؛ پس از آن برای بهینه کردن کنترل از روش کنترلی بهینه تنظیم کننده خطی درجه دوم استفاده شد. برای تخمین حالت‌هایی از سیستم که ممکن است حسگرها نتوانند اندازه‌گیری کنند، رؤیت‌گر حالت طراحی شد. کنترل‌گر و رؤیت‌گر بر روی سیستم واقعی (غیرخطی) اعمال شد. برای نشان دادن برتری کنترل بهینه، پاسخ و همچنین ورودی‌های کنترل بهینه و کنترل حلقه بسته با هم مقایسه، و در شبیه‌سازی نتایج نشان داده شد که کنترل بهینه با وجود نسبت کمتر ورودی، پاسخی بهتر و سریع‌تر از کنترل‌گر حلقه بسته دارد. در نهایت نیز برای بررسی کنترل دیجیتال، پاسخ سیستم را در حالت گسسته و پیوسته نسبت به ورودی ضربه با گام‌های زمانی ۰/۰۱ و ۰/۰۰۴ ثانیه مورد مقایسه قرار داده، و مشاهده شد که با افزایش نرخ نمونه‌گیری، پاسخ سیستم گسسته به سیستم پیوسته نزدیک خواهد شد.

## 11- منابع

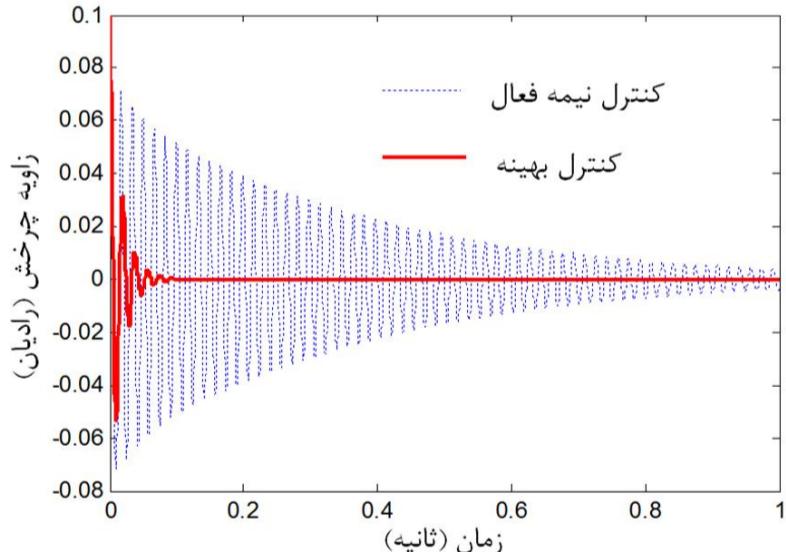
- [1] I. J. M. Besselink, Shimmy of aircraft main landing gears, *TU Delft, Delft University of Technology*, 2000.
- [2] H. Haddadpour , S. Bornassi, The Shimmy Vibration Analysis of Aircraft Landing Gear, *Journal of Aeronautical Engineering(Issue 2)*, 2012. (In Persian)
- [3] W. Krabacher, A review of aircraft landing gear dynamics, *in 81st Meeting of the AGARD Structures and Materials Panel*, 1995.
- [4] N. K. Sura, S. Suryanarayanan, Lateral stability of aircraft nose-wheel landing gear with closed-loop shimmy damper, *Journal of Aircraft*, Vol. 46, No. 2, pp. 505-509, 2009.
- [5] D. Takacs, G. Orosz, G. Stepan, Delay effects in shimmy dynamics of wheels with stretched string-like tyres, *European Journal of Mechanics-A/Solids*, Vol. 28, No. 3, pp. 516-525, 2009.
- [6] H.b. GU, Y.I. Ding, Z. Yao, J.h. Zhang, M. Xiong, L.g. Gong, Simulation of aircraft wheel shimmy, *ACTA Aeronaotica ET Astronautica Sinca-Series A And B*, Vol. 22, pp. 362-365, 2001.
- [7] B. Spencer Jr, S. Nagarajaiah, State of the art of structural control, *Journal of structural engineering*, Vol. 129, No. 7, pp. 845-856, 2003.
- [8] J. Pritchard, An overview of landing gear dynamics, *NASA Langley RC*, 1999.
- [9] G. Somieski, Shimmy analysis of a simple aircraft nose landing gear model using different mathematical methods, *Aerospace Science and Technology*, Vol. 1, No. 8, pp. 545-555, 1997.
- [10] B. Von Schlippe ,R. Dietrich, Shimmying of a pneumatic wheel, *Lilienthal-Gesellschaft für Luftfahrtforschung, Bericht*, Vol. 140, pp. 125-160, 1941.
- [11] P. Thota, B. Krauskopf, M. Lowenberg, Interaction of torsion and lateral bending in aircraft nose landing gear shimmy, *Nonlinear Dynamics*, Vol. 57, No. 3, pp. 455-467, 2009.
- [12] E. Atabay, I. Ozkol, Stability analysis of a landing gear mechanism with torsional degree of freedom, *Global Journal of Researches in Engineering, Aerospace engineering*, Volume 12 Issue 1 Version 1.0 , 2012.
- [13] S. Ambalaparambil, Aircraft landing gear simulation and control, *Master of Science in Mechanical Engineering*, 2003.
- [14] W. Kruger, I. Besselink, D. Cowling, D. Doan, W. Kortum, W. Krabacher, Aircraft landing gear dynamics: simulation and control, *Vehicle System Dynamics*, Vol. 28, No. 2-3, pp. 119-158, 1997.
- [15] L. G. Horta, R. H. Daugherty, V. J. Martinson, Modeling and validation of a Navy A6-Intruder actively controlled landing gear system, *CiteSeer*, 1999.
- [16] L. Palladino, G. Duc ,R. Pothin, LPV control for  $\mu$ -split braking assistance of a road vehicle, in Decision and Control, *European Control Conference. CDC-ECC'05. IEEE*, pp. 2664-2669, 2005.
- [17] P. Thota, B. Krauskopf, M. Lowenberg, Shimmy in a nonlinear model of an aircraft nose landing gear with non-zero rake angle, *6th EUROMECH Nonlinear Dynamics Conference ,ENOC*, 2008 .
- [18] D. Chen, G. Hong-bin, and W. Hao, Application of magneto-rheological (MR) damper in landing gear shimmy, *Systems and Control in Aeronautics and Astronautics (ISSCAA)*, 2010.
- [19] B. D. Anderson, J. B. Moore, Optimal control: linear quadratic methods: *Courier Corporation*, 2007.
- [20] K. Ogata, *Modern control engineering*,Fifth Edition,pp.793-806, 2010.
- [21] G. F. Franklin, J. D. Powell, M. L. Workman, Digital control of dynamic systems: Addison-wesley Menlo Park, 1998.
- [22] H. Tourajizadeh, S. Zare, A. Farshbaf, S.A.A. Hosseini, Optimal Control of Shimmy vibration in Aircraft Nose Landing Gear, *Conference of Iranian Aerospace Society*, 2015. (In Persian).



شکل ۱۶ مقایسه عکس العمل سیستم حلقه‌بسته‌ی پیوسته و گسسته به ورودی ضربه با گام زمانی ۰/۰۱ ثانیه



شکل ۱۷ مقایسه عکس العمل سیستم حلقه بسته‌ی پیوسته و گسسته به ورودی ضربه با گام زمانی ۰/۰۰۴ ثانیه



شکل ۱۸ مقایسه عملکرد کنترل بهینه فعال و نیمه فعال [22]

## 10- نتیجه گیری

در این پژوهش، در ابتدا با استفاده از معادلات غیرخطی ارتعاشات شیمی ارابه فرود دماغه هواپیما، پایداری ارتعاشات شیمی با استفاده ازتابع لیاپانوف بررسی شد. پس از خطی‌سازی معادلات غیرخطی این ارتعاشات، باز دیگر پایداری را برای طول‌های مختلف بازوی اتصال ارابه بررسی کرده و مشاهده شد که در بهترین حالت، یعنی طول ارابه فرود ۰/۲۵ متر، این ارتعاشات تنها در سرعت‌های کمتر از ۳۰ متر بر ثانیه پایدار هستند و اهمیت کنترل ارتعاشات برای سرعت‌های بالا مشخص شد. بنابراین ابتدا با بررسی کنترل‌پذیری و رؤیت‌پذیری سیستم، مشخص شد که سیستم هم کنترل‌پذیر و هم رؤیت‌پذیر است، بدین ترتیب، به طراحی کنترل‌گر و رؤیت‌گر برای کنترل