



## بررسی پارامترهای کنترلی ربات ماهی دولینکی در حرکت نقطه به نقطه

نیما جناتیان قادیکلایی<sup>1</sup>، علی کامالی ایگلی<sup>2\*</sup>، حمید نادران طحان<sup>2</sup>

1- دانشجوی کارشناسی ارشد، مهندسی مکانیک، دانشگاه صنعتی امیرکبیر، تهران  
2- استادیار، مهندسی مکانیک، دانشگاه صنعتی امیرکبیر، تهران  
\* تهران، صندوق پستی 15875-4413، alikamalie@aut.ac.ir

### اطلاعات مقاله

مقاله پژوهشی کامل  
دریافت: 03 آبان 1395  
پذیرش: 22 آذر 1395  
ارائه در سایت: 19 دی 1395  
کلید واژگان:  
ربات ماهی  
تولید مسیر  
هیدرودینامیک لایت‌هیل  
کنترل موقعیت

### چکیده

در این مقاله بررسی مدل دینامیکی، کنترل موقعیت و تولید مسیر برای یک ربات ماهی دو لینکی ارائه شده است. برای این منظور از مدل دینامیکی یک ربات ماهی دو لینکی مبتنی بر نظریه‌ی هیدرودینامیکی لایت‌هیل استفاده می‌شود. با انجام شبیه‌سازی‌های متعدد، ورودی‌های موثر و نحوه‌ی تأثیر آن‌ها بر سرعت خطی ربات، شعاع انحنا و مسیری و راندمان هیدرودینامیکی بررسی می‌گردد. جهت تولید مسیر به روش نقطه به نقطه، کنترل کننده‌ای برای موقعیت ربات طراحی می‌شود. با تعریف نقطه‌ی هدف و خطاهای زاویه و فاصله، استراتژی طراحی کنترلر براساس محدود نمودن خطای زاویه در یک همسایگی محدود صفر اتخاذ می‌گردد. نشان داده می‌شود که محدود نگاه داشتن خطای زاویه در یک همسایگی ده درجه‌ای صفر، موجب می‌شود خطای فاصله نیز خود به خود به سمت صفر میل کند. برخلاف روش‌های پیشین، که در آن‌ها میل دادن همزمان خطاهای زاویه و فاصله به سمت صفر، موجب تلاش کنترلی فراوانی می‌شد، استراتژی کنترلی پیشنهاد شده در این مقاله علاوه بر بهبود عملکرد ربات ماهی با صرف تلاش کنترلی کمتر، موجب ساده‌تر شدن ساختار کنترلر و بی‌نیازی آن از پسخورد سرعت نیز می‌شود. درنهایت با استفاده از نتایج بررسی‌های انجام شده بر روی مدل، نشان داده می‌شود که استفاده از دامنه‌ی حداقل برای ربات دو لینکی متوسط راندمان هیدرودینامیکی مسیر را به قدر کافی به مقدار بهینه‌ی آن نزدیک می‌نماید.

## Investigation of effective parameters in point to point control for two-link fish robot

Nima Janatian Ghadikolae, Ali Kamali Eigoli\*, Hamid Naderan Tahan

Department of Mechanical Engineering, Amirkabir University of Technology, Tehran, Iran  
\* P.O.B. 15875-4413, Tehran, Iran, alikamalie@aut.ac.ir

### ARTICLE INFORMATION

Original Research Paper  
Received 24 October 2016  
Accepted 12 December 2016  
Available Online 08 January 2017

#### Keywords:

Robotic Fish  
Locomotion Generation  
Lighthill Hydrodynamics  
Position Control

### ABSTRACT

In this paper dynamic model analysis, position control and locomotion generation of a 2-link robotic fish has been presented. For this purpose, the dynamic model of a 2-link robotic fish based on Lighthill hydrodynamic theory is employed. The effect of system inputs on robot linear velocity, radius curvature of path and hydrodynamic efficiency is investigated with a large amount of simulations. A position controller is designed to generate path by the point to point method. By defining target point and angle and distance errors, control design strategy is proposed to limit the angle error to the neighborhood of zero. It is shown that bounding angle error in a ten degree neighborhood of zero causes the distance error to tend to zero. Despite former methods in which driving both angle and distance errors to zero simultaneously resulted in huge control effort, the proposed control strategy, in addition to improving performance by spending less control effort, makes the controller structure simpler and there is no need for velocity feedback. Finally, by using the results of model analysis, it is shown that using minimum amplitude for the 2-link robot drives the average hydrodynamic efficiency of path close enough to its optimum value.

### 1- مقدمه

دیگر به دلیل وجود فرآیند انتخاب طبیعی در روند تکامل موجودات زنده، می‌توان اطمینان داشت که ساخت ربات‌های شناگر زیر آب با الهام‌گیری از رفتار موجودات زنده، مانند ربات ماهی، عملکرد این شناگرها را تا حد ممکن به حالت بهینه نزدیک می‌نماید.

از مزیت‌های ربات ماهی نسبت به شناگرهای پره‌ای می‌توان به راندمان بالا، تولید صدای کم، قدرت مانورپذیری بالا و آسیب‌پذیری ساختاری کمتر به دلیل نداشتن پروانه‌های چرخان اشاره نمود. این مزایا موجب می‌شود از

در دهه‌های اخیر شناگرهای بدون سرنشین زیر آب به شدت مورد توجه قرار گرفته‌اند. علت عمده‌ی این توجه، توانایی این شناگرها در انجام ماموریت‌هایی است که انسان به دلیل مخاطره‌آمیز بودن و محدودیت‌های فعالیت زیر آب قادر به انجامشان نیست [1]. شناگرهای معمول زیر آب از چرخش یک یا چند پروانه برای حرکت استفاده می‌کنند اما در این روش معمولاً پروانه‌ها به‌طور بهینه عمل نمی‌کنند و بازده شنا کردن پایین است [2,3]. از طرف

### Please cite this article using:

N. Janatian Ghadikolae, A. Kamali Eigoli, H. Naderan Tahan, Investigation of effective parameters in point to point control for two-link fish robot, *Modares Mechanical Engineering*, Vol. 17, No. 1, pp. 173-184, 2017 (in Persian)

برای ارجاع به این مقاله از عبارت ذیل استفاده نمایید:

ربات‌های ماهی در موارد گسترده و متنوعی مانند بررسی زندگی دریایی، بررسی خط لوله‌های نفتی، فعالیت‌های اکتشافی، امور نظامی و حتی سرگرمی استفاده شود [4-6].

تاکنون از روش‌های مختلفی مانند فرض جریان شبه پایا به همراه نظریه‌ی دو بعدی باله‌ها [7]، فرض سیال شبه استاتیک و محاسبه‌ی نیروی پیش‌راننده بدون در نظر گرفتن سرعت ربات [8] برای محاسبه‌ی نیروهای وارد بر ربات و استخراج مدل دینامیکی استفاده شده است. برای نمونه ماسون و همکارانش با فرض جریان شبه پایا و صرف‌نظر کردن از تأثیرات جرم مجازی<sup>1</sup>، مدلی برای استخراج نیروهای پیش‌راننده و معادلات دینامیکی یک ربات ماهی سه لینکی که تنها در یک راستا و رو به جلو حرکت می‌کند ارائه نمودند [9]. مورگانسن و همکارانش با در نظر گرفتن جرم مجازی و استفاده از نظریه‌ی ایرفویل‌ها در جریان شبه پایا برای محاسبه‌ی نیروهای پسا و برآ مدل ماسون را برای حرکات صفحه‌ی گسترش دادند [10]. آن‌ها همچنین مدل دینامیکی خود را با حفظ فرض جریان شبه پایا برای حرکت سه بعدی نیز توسعه دادند [7].

مشکل عمده‌ی مدل‌سازی‌های ذکر شده، فرضیات ساده‌کننده‌ی بسیاری است که موجب می‌شود مدل به دست آمده دقت چندان بالایی نداشته باشد. در مقابل، نظریه‌ی هیدرودینامیک لایت‌هیل به عنوان یک مدل تحلیلی، نیروهای وارده بر ربات را با دقت خوبی پیش‌بینی می‌نماید. از این نظریه، که تعادل خوبی بین دقت و سادگی آن وجود دارد، جهت استخراج مدل‌های دینامیکی ربات ماهی در حالت‌های حرکت مستقیم‌الخط و حرکت صفحه‌ای استفاده شده است که این مدل‌ها برای مقاصد کنترلی بسیار مناسب هستند [11-14].

پژوهش‌های زیادی بر ایجاد یک مدل سینماتیکی بر پایه‌ی مطالعات زیست‌شناسی برای تعیین شیوه‌ی حرکت ربات ماهی با تقلید از ماهی واقعی متمرکز شده‌اند و کمتر به نیروهای بین ربات ماهی و آب پرداخته شده است [15,16]. به‌عنوان مثال یو نسبت طول لینک‌های یک ربات ماهی چهار لینکی بر پایه مدل سینماتیکی را با هدف بهبود خصوصیات هیدرودینامیکی ربات بهینه نمود [17]. برت به کمک الگوریتم ژنتیک و با مطالعه‌ی شیوه‌ی حرکتی ماهی تن<sup>2</sup> پارامترهای سینماتیکی روباتونا<sup>3</sup> را برای بهینه نمودن بازده که به صورت نسبت توان مفید شناکردن به توان کل تزریق شده به سیستم از جانب عملگر تعریف می‌شد، به دست آورد [18]. همچنین لیو حرکت یک ربات ماهی با شش مفصل را به چند حالت پایه دسته‌بندی نمود و الگوی تغییر زاویه‌ی مفاصل را برحسب زمان به دست آورد تا با کمک آن حرکت ماهی واقعی را تقلید کند [19].

بخش عظیمی از پژوهش‌های انجام شده در زمینه‌ی کنترل ربات ماهی به بهینه‌سازی عددی و کنترل زوایای مفاصل ربات ماهی در مدل سینماتیکی به منظور تقلید از حرکت ماهی واقعی اختصاص دارد [4,9,15,16]. اِرز و همکارانش با تقلید از موج گذرنده از بدن مارماهی‌ها، رباتی مبتنی بر تولیدکننده‌ی الگوی مرکزی، که از آن برای تولید الگوهای تکراری استفاده می‌شود، ساختند و با استفاده از سیستم شبکه عصبی زاویه سر این ربات را کنترل نمودند [20]. مورگانسن با استفاده از تکنیک‌های نظریه‌ی کنترل هندسی، زاویه‌ی سر ربات را در مدل اولیه‌ی خود به صورت حلقه باز کنترل نمود [10]. وی همچنین در مدل سه بعدی خود علاوه بر تکرار این کار به

صورت حلقه بسته، کنترل عمق شنا کردن ربات را نیز انجام داد [7]. کاتو کنترل‌کننده‌ای فازی برای کنترل باله‌های جانبی یک ربات ماهی طراحی کرد؛ این کنترل برای مانورپذیری در صفحه و به منظور رسیدن به یک نقطه‌ی معین طراحی شده بود [21]. یو و همکارانش سرعت و موقعیت ربات چهار لینکی‌ای که ساخته بودند را کنترل کردند. آن‌ها سرعت را با استفاده از کنترل‌کننده‌ی ساده‌ی تناسبی-انتگرالی-مشتقی<sup>4</sup> و موقعیت ربات را با استفاده از کنترل‌کننده‌ی فازی<sup>5</sup> و استراتژی حرکت نقطه به نقطه کنترل نمودند [16]. در پژوهش‌های دیگر، حرکت رو به جلو، دور زدن و حرکت رو به عقب یک ربات ماهی، با استفاده از کنترل شبکه عصبی و یک رشته از تولیدکننده‌های الگوی مرکزی تولید گشت [22]. زاویه‌ی مفاصل یک ربات ماهی مبتنی بر نظریه‌ی لایت‌هیل به روش دینامیک معکوس<sup>6</sup> کنترل شد [14,23]. همچنین یک ربات ماهی دو لینکی با دم انعطاف‌پذیر ساخته شد، و موقعیت آن با استفاده از کنترل‌کننده‌ی فازی کنترل شد [24]. وانگ و همکارانش مدل دینامیکی ربات ماهی دو لینکی خود را که بر اساس نظریه‌ی لایت‌هیل استخراج نموده بودند با میانگین‌گیری و حذف دینامیک سریع سیستم ساده‌تر کردند [25] و سپس با استفاده از روش غیرخطی پس‌گام<sup>7</sup> موقعیت ربات را برای رسیدن به نقطه‌ی هدف کنترل نمودند [26]. گرچه از این طرح می‌توان به عنوان یکی از معدود پژوهش‌های طراحی کنترل‌کننده بر اساس مدل تحلیلی به منظور رسیدن ربات به نقطه‌ی هدف نام برد، اما با وجود ساده‌سازی‌های انجام شده و استفاده از تمامی متغیرهای حالت سیستم، تلاش کنترلی کنترل‌کننده نسبتاً زیاد بوده و عملکرد ربات را تحت تأثیر قرار می‌دهد.

با توجه به فعالیت‌های انجام شده در زمینه‌ی ربات‌های ماهی جای خالی برای پژوهش‌های مبتنی بر مدل تحلیلی کامکان وجود دارد. به دلیل پیچیدگی‌های مدل تحلیلی، سیستم‌های کنترلی به کار برده شده برای این ربات‌ها اغلب به روش‌های فازی و عصبی، با هدف تنظیم زاویه سر ربات یا تولید یک الگوی حرکتی خاص برای زاویه‌ی لینک‌ها طراحی شده‌اند و رسیدن ربات به نقطه‌ی هدف زمینه‌ای نسبتاً نو برای طراحی کنترل بر پایه‌ی مدل تحلیلی است.

هدف از انجام این پژوهش تولید مسیر مطلوب برای یک ربات ماهی دو لینکی است. کنترل غیرخطی پس‌گامی که برای این منظور در کارهای پیشین طراحی شده [26] به دلیل صفر نمودن هم‌زمان خطاهای زاویه و فاصله، ضمن صرف تلاش کنترلی زیاد، عملکرد مطلوبی از خود نشان نمی‌دهد. برای حل این مشکل، استراتژی کنترل در این پژوهش مبتنی بر محدود نمودن خطای زاویه در یک همسایگی صفر اتخاذ می‌گردد و نشان داده می‌شود با محدود نگاه داشتن خطای زاویه در این همسایگی، خطای فاصله خود به خود به سمت صفر میل می‌نماید.

برتری‌های روش پیشنهادی در این مقاله نسبت به کارهای مشابه با استفاده از شبیه‌سازی نشان داده شده است. از مزایای این طرح می‌توان به عملکرد بهتر کنترل‌کننده با صرف تلاش کنترلی کمتر، ساختار ساده‌تر کنترل‌کننده و عدم استفاده از متغیرهای حالت سرعت سیستم که منجر به بی‌نیازی از دریافت پسخورد سرعت یا طراحی مشاهده‌گر سرعت می‌شود اشاره نمود.

علاوه بر این در پژوهش حاضر، با بررسی نظام‌مند مدل دینامیکی ربات

<sup>4</sup> Proportional-Integral-Derivative (PID)

<sup>5</sup> Fuzzy

<sup>6</sup> Inverse Dynamics

<sup>7</sup> Backstepping

<sup>1</sup> Virtual Mass

<sup>2</sup> Tuna

<sup>3</sup> RoboTuna

$$|\vec{F}_L| = \frac{1}{2} \rho |V_C|^2 S \beta C_L \quad (3)$$

$$M_D = -K_D \omega^2 \text{sign}(\omega) \quad (4)$$

نیروی اصلی برای حرکت رو به جلوی ربات با استفاده از نظریه‌ی جسم کشیده با دامنه‌ی بزرگ لایت‌هیل که یک تئوری واکنشی است محاسبه می‌گردد. تاکید این تئوری بر روی نیروهای واکنشی بین هر حجم کوچکی از سیال و قسمتی از بدن است که در تماس با آن قرار دارد. برای این منظور لازم است مختصات تعمیم یافته  $a$  مانند آنچه در "شکل 2 نشان داده شده است روی ستون فقرات (ربات) ماهی تعریف شود.  $w$  سرعت هر نقطه‌ی دلخواه روی بدن در راستای عمود بر بدن  $\hat{e}_2$  است. با استفاده از رابطه‌ی برداری پیشنهاد شده توسط لایت‌هیل، نیروی هیدرودینامیکی لایت‌هیل  $F_h$  به صورت رابطه‌ی (5) محاسبه می‌شود [28].

$$F_h = \left[ mw \left( \frac{\partial y}{\partial t}, -\frac{\partial x}{\partial t} \right) - \frac{1}{2} mw^2 \left( \frac{\partial x}{\partial a}, \frac{\partial y}{\partial a} \right) \right]_{a=0} - \frac{d}{dt} \int_0^l mw \left( -\frac{\partial y}{\partial a}, \frac{\partial x}{\partial a} \right) da \quad (5)$$

$m$  در رابطه‌ی (5) جرم مجازی است و مقدار آن از رابطه‌ی (6) به دست می‌آید که در آن  $\rho$  چگالی سیال و  $d$  عمق یا همان ارتفاع دم ربات است.

$$m = \frac{1}{4} \pi \rho d^2 \quad (6)$$

برآیند نیروهای خارجی وارده بر ربات از مجموع سه نیروی پسا  $F_D$ ، برا  $F_L$  و هیدرودینامیک لایت‌هیل  $F_h$  تشکیل می‌شود.  $F_{e_2}$  و  $F_{e_1}$  که مولفه‌های این برآیند در راستاهای  $e_1$  و  $e_2$  هستند، از روابط (7-الف) و (7-ب) محاسبه می‌شوند.  $M_{e_3}$  نیز، که بیانگر مجموع ممان‌ها در راستای  $e_3$  است، شامل ممان حاصل از نیروی لایت‌هیل حول مرکز جرم و ممان پسا  $M_D$  می‌شود و از رابطه‌ی (7-ج) محاسبه می‌گردد.

$$F_{e_1} = \vec{F}_D \cdot \vec{e}_1 + \vec{F}_L \cdot \vec{e}_1 + \vec{F}_h \cdot \vec{e}_1 \quad (7-الف)$$

$$F_{e_2} = \vec{F}_D \cdot \vec{e}_2 + \vec{F}_L \cdot \vec{e}_2 + \vec{F}_h \cdot \vec{e}_2 \quad (7-ب)$$

$$M_{e_3} = \int_0^l \vec{r}_{Ca} \times \vec{F}_h da + M_D \quad (7-ج)$$

در نهایت با پیگیری عملیات جبری مانند آنچه در مرجع [12] انجام شده است، معادلات دینامیکی ربات به صورت روابط (8-الف) تا (8-ج) درمی‌آید.  $c$  در معادله‌ی (8-ج) برابر فاصله مرکز جرم تا نقطه‌ی اتصال دم به بدنه‌ی ربات است.

$$\dot{u} = v\omega - \frac{1}{2m_b} \rho S C_D u \sqrt{u^2 + v^2} + \frac{1}{2m_b} \rho S C_L v \sqrt{u^2 + v^2} \tan^{-1} \left( \frac{v}{u} \right) - \frac{m}{2m_b} l^2 \ddot{\alpha} \sin \alpha \quad (8-الف)$$

$$\dot{v} = -u\omega - \frac{1}{2m_b} \rho S C_D v \sqrt{u^2 + v^2} - \frac{1}{2m_b} \rho S C_L u \sqrt{u^2 + v^2} \tan^{-1} \left( \frac{v}{u} \right) + \frac{m}{2m_b} l^2 \ddot{\alpha} \cos \alpha \quad (8-ب)$$

$$\dot{\omega} = -\frac{K_D}{J_b} \omega^2 \text{sign}(\omega) - \frac{mcl^2}{2J_b} \ddot{\alpha} \cos \alpha - \frac{l^3}{3J_b} m \ddot{\alpha} \quad (8-ج)$$

با دقت در "شکل 1"، معادلات سینماتیکی حرکت ربات نیز به صورت روابط (9-الف) تا (9-ج) نوشته می‌شود.

ماهی، ورودی‌های موثر و نحوه‌ی تاثیرگذاری آن‌ها بر مشخصه‌های حائز اهمیت ربات مانند سرعت، شعاع انحنای دور زدن و راندمان هیدرودینامیکی ارزیابی می‌شود. این بررسی‌ها با استفاده از مدل دینامیکی یک ربات ماهی دو لینکی مبتنی بر نظریه‌ی هیدرودینامیک لایت‌هیل (که به عنوان یک مدل تحلیلی با دقت قابل قبول برای استخراج نیروهای هیدرودینامیکی شناخته شده است) انجام می‌پذیرد. نتیجه‌ی این ارزیابی‌ها ضمن ایجاد شناخت بهتر نسبت به چگونگی تاثیر ورودی‌ها بر رفتار ربات، به جدولی برای اولویت‌بندی انتخاب پارامتر کنترلی بر مبنای هدف کنترلی طراح می‌انجامد.

همچنین با استفاده از نتایج ارزیابی‌های صورت گرفته در مورد تاثیرگذاری ورودی‌ها بر راندمان هیدرودینامیکی می‌توان استنباط نمود، پیمودن مسیر با حداقل دامنه‌ی دم زدن، راندمان هیدرودینامیکی ربات در طول مسیر را به قدر کافی به مقدار بهینه‌ی آن نزدیک می‌نماید که صحت این فرضیه با انجام شبیه‌سازی‌هایی نشان داده می‌شود.

به این ترتیب در ادامه‌ی مقاله، بخش 2 به معرفی مدل دینامیکی ربات ماهی، و بخش 3 به بررسی مدل دینامیکی می‌پردازد. سیستم کنترلی مورد نظر در بخش 4 طراحی می‌شود. نتایج شبیه‌سازی‌های سیستم کنترلی در بخش 5 ارائه می‌شود و بخش 6 به جمع‌بندی و نتیجه‌گیری پژوهش اختصاص داده شده است.

## 2- مدل‌سازی دینامیکی

مدل دینامیکی ربات ماهی با استفاده از روابط دینامیک جسم صلب و نیروهای هیدرودینامیکی حاصل‌شده از نظریه‌ی لایت‌هیل استخراج می‌گردد. در شکل 1 محورهای مختصات، نیروها و ممان‌های موثر برای یک ربات ماهی صفحه‌ای دو لینکی رسم شده است. موقعیت ربات در دستگاه مختصات متصل به زمین  $XYZ$  با بردارهای یک‌ه‌ی  $[i, j, k]$  به صورت  $[x, y, \psi]$  تعریف می‌شود که در آن  $x$  و  $y$  موقعیت‌های مکانی مرکز جرم  $C$  و  $\psi$  زاویه‌ای است که سر ربات با جهت مثبت محور  $X$  می‌سازد. دستگاه متصل به بدنه‌ی ربات با بردارهای یک‌ه‌ی  $[e_1, e_2, e_3]$  در محل مرکز جرم ربات قرار دارد و سرعت خطی مرکز جرم  $V_C$  در این دستگاه با دو مولفه‌ی سرعت رو به جلو  $u$  و سرعت عرضی  $v$  نمایش داده می‌شود. سرعت زاویه‌ای ربات  $\omega$  در راستای عمود بر صفحه است و  $\alpha$  انحراف دم از بدنه یعنی زاویه‌ی بین راستای دم و راستای  $e_1$  را نشان می‌دهد.

برای یک جسم صلب درون سیال غیرلزج معادلات حرکت کیرشهف در مختصات متصل به بدنه به صورت روابط (1-الف) تا (1-ج) نوشته می‌شوند [27] که در آن‌ها  $m_b$  جرم ربات و  $J_b$  ممان اینرسی ربات حول محور  $e_3$  است.  $F_{e_2}$  و  $F_{e_1}$  مولفه‌های برآیند نیروهای خارجی وارد به ربات در راستاهای  $e_1$  و  $e_2$  و  $M_{e_3}$  نیز مجموع ممان‌ها خارجی در راستای  $e_3$  است.

$$m_b \dot{u} = m_b v \omega + F_{e_1} \quad (1-الف)$$

$$m_b \dot{v} = -m_b u \omega + F_{e_2} \quad (1-ب)$$

$$J_b \dot{\omega} = M_{e_3} \quad (1-ج)$$

اندازه‌ی نیروی پسا  $\vec{F}_D$ ، نیروی برا  $\vec{F}_L$  و ممان پسا  $M_D$  به ترتیب از روابط (2) و (3) و (4) محاسبه می‌گردند [13] که در آن‌ها  $\rho$  چگالی سیال،  $S$  سطح مقطع معیار و  $\beta$  زاویه‌ی حمله، یعنی زاویه‌ی بین بردار سرعت خطی  $V_C$  و محور  $e_1$  است. همچنین  $C_D$  و  $C_L$  و  $K_D$  به ترتیب ضرایب نیروی پسا، نیروی برا و ممان پسا می‌باشند.

$$|\vec{F}_D| = \frac{1}{2} \rho |V_C|^2 S C_D \quad (2)$$

گردید، که در آن‌ها شنای ماهی‌ها در طبیعت و محدودیت‌های عملی در انتخاب ورودی‌های مجاز مد نظر قرار داده شده است.

### 3-1- تاثیر ورودی‌ها بر سرعت رو به جلو

منحنی‌های رسم شده در شکل 4 مقدار متوسط سرعت رو به جلو  $u$  را برحسب فرکانس در دامنه‌ها و زاویه‌ی انحراف‌های مختلف نشان می‌دهند. ملاحظه می‌گردد که دسته منحنی‌های مربوط به یک دامنه‌ی نوسان که تفاوت آن‌ها در زوایای انحراف است با تقریب خوبی بر هم منطبق شده‌اند. این تطبیق حاکی از آن است که زاویه‌ی انحراف بر مقدار متوسط سرعت  $u$  تاثیری ندارد، ورودی‌های موثر بر سرعت رو به جلوی ربات، به ترتیب اهمیت، فرکانس دم زدن و دامنه‌ی نوسان دم هستند.

### 3-2- تاثیر ورودی‌ها بر سرعت عرضی

در شکل 5 منحنی‌های متوسط سرعت عرضی  $v$  و سرعت رو به جلو  $u$  برحسب زاویه‌ی انحراف در فرکانس ثابت ( $f = 2\text{Hz}$ ) و دامنه‌های مختلف رسم شده‌اند. با مقایسه‌ی  $u$  و  $v$  ملاحظه می‌گردد که مقدار متوسط سرعت عرضی  $v$  از 10% سرعت رو به جلو  $u$  تجاوز نمی‌کند. به عبارت دیگر سهم عمده‌ی سرعت خطی ربات که از جذر مجموع مربعات  $u$  و  $v$  حاصل می‌شود، مربوط به سرعت رو به جلو بوده و می‌توان از  $v$  در برابر  $u$  صرف نظر نمود. در حقیقت سرعت عرضی ربات حول مقدار ناچیزی نزدیک به صفر نوسان می‌کند.

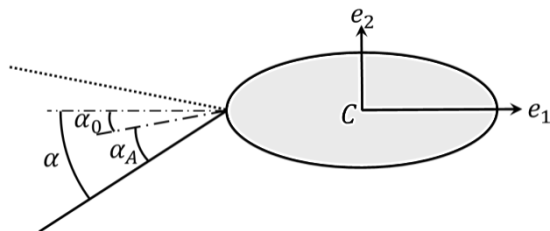


Fig. 3 Instantaneous tail angle, tail bias angle, tail oscillation amplitude  
شکل 3 زاویه‌ی لحظه‌ای دم، زاویه‌ی انحراف دم و دامنه‌ی نوسان دم

جدول 1 ورودی‌های سیستم

مقدار	پارامتر	ورودی
0.4,0.6,0.8,1.0,1.2,1.4,1.6,1.8,2.0 (Hz)	$f$	فرکانس
15,20,25,30 (deg)	$\alpha_A$	دامنه نوسان
-20,-15,-10,-5,0,5,10,15,20 (deg)	$\alpha_0$	انحراف

جدول 2 مشخصه‌های فیزیکی و هندسی ربات

مقدار عددی	پارامتر	مشخصه‌ی فیزیکی یا هندسی
0.0108 (m <sup>2</sup> )	$S$	سطح معیار
0.4418	$C_D$	ضریب نیروی پسا
3.41	$C_L$	ضریب نیروی برآ
$6.511 \times 10^{-4}$ (kg.m <sup>2</sup> )	$K_D$	ضریب ممان درگ
1000 (kg/m <sup>3</sup> )	$\rho$	چگالی آب
0.311 (kg)	$m_b$	جرم بدنه ربات
$5.0707 \times 10^{-4}$ (kg.m <sup>2</sup> )	$J_b$	ممان اینرسی بدنه ربات
0.08 (m)	$l$	طول دم
0.025 (m)	$d$	ارتفاع دم
0.07 (m)	$c$	فاصله مرکز جرم تا محل اتصال دم به بدنه

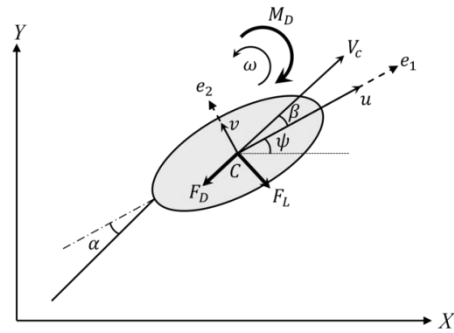


Fig. 1 Schematic view of 2-link robotic fish and coordinates

شکل 1 نمایش شماتیک ربات ماهی دو لینکی و محورهای مختصات

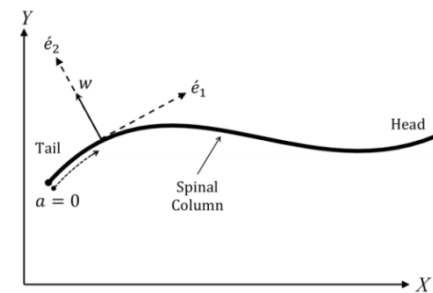


Fig. 2 Generalized and tangential and normal coordinates on spinal column

شکل 2 مختصات تعمیم یافته، مماسی و عمودی بر روی ستون فقرات

$$\dot{x} = u \cos \psi - v \sin \psi \quad (9-الف)$$

$$\dot{y} = u \sin \psi + v \cos \psi \quad (9-ب)$$

$$\dot{\psi} = \omega \quad (9-ج)$$

ورودی این سیستم دینامیکی، یعنی زاویه‌ی دم با بدنه‌ی ربات به صورت یک موج سینوسی مانند رابطه‌ی (10) با فرکانس  $f$ ، دامنه‌ی  $\alpha_A$  و انحراف ثابت  $\alpha_0$  در نظر گرفته می‌شود و  $\omega \alpha$  در رابطه‌ی (10) برابر  $2\pi f$  می‌باشد.

$$\alpha(t) = \alpha_0 + \alpha_A \sin(\omega t) \quad (10)$$

فرکانس دم زدن ربات است و افزایش آن به این معناست که حرکت نوسانی دم ربات سریع‌تر انجام می‌شود.  $\alpha_A$  دامنه‌ی نوسان دم ربات است و افزایش آن به این معناست که ربات در هر بار دم زدن زاویه‌ی بزرگتری را جاروب می‌کند.  $\alpha_0$  نیز زاویه‌ی انحراف دم یعنی زاویه‌ای است که محور نوسان دم نسبت به راستای بدن ربات  $e_1$  می‌سازد. برای درک بهتر، زاویه‌ی انحراف، دامنه‌ی نوسان و زاویه‌ی لحظه‌ای دم ربات در شکل 3 نشان داده شده‌اند.

به این ترتیب حرکت صفحه‌ای ربات در هر لحظه با استفاده از شش معادله دیفرانسیل غیرخطی روابط (8) و (9) و ورودی‌های رابطه‌ی (10) کاملاً قابل توصیف خواهد بود.

### 3- بررسی مدل دینامیکی

هدف از بررسی مدل دینامیکی ربات ماهی ایجاد درک و شناخت نسبت به ویژگی‌ها و رفتار مدل و ارزیابی چگونگی تاثیر ورودی‌های مختلف بر مشخصه‌های عملکردی ربات است تا اهداف کنترلی مطلوب بر مبنای شناخت ایجاد شده از سیستم دینامیکی تعریف گردند. برای این منظور شبیه‌سازی‌های متعددی با استفاده از ورودی‌های جدول 1 و مشخصات ذکر شده در جدول 2 [26] انجام شد. ورودی‌های جدول 1 با توجه به محدوددهی مجاز ورودی‌های به کار برده شده در پژوهش‌های پیشین [26,11,7] انتخاب

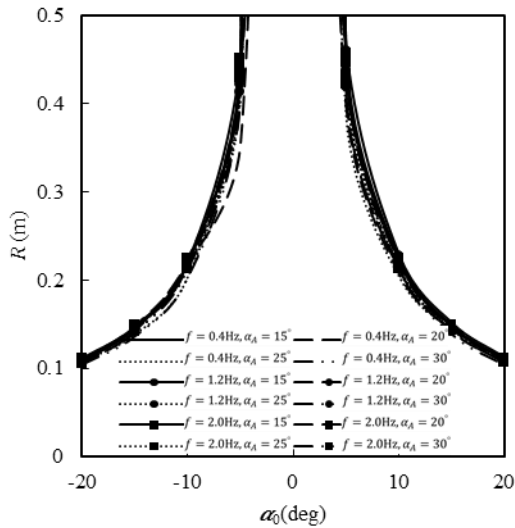


Fig. 6 Turning radius versus bias

شکل 6 شعاع انحنای دور زدن برحسب زاویه انحراف

تقسیم توان مفید بر توان کل حاصل می‌شود. به این ترتیب شکل کلی رابطه‌ی راندمان به صورت رابطه‌ی (11) نوشته می‌شود که در آن  $P_u$  و  $\Delta E$  به ترتیب نشان‌دهنده‌ی توان مفید و توان اتلافی هستند.

$$\eta = \frac{P_u}{P_u + \Delta E} \quad (11)$$

در این پژوهش از روش تحلیلی مبتنی بر تئوری لایت‌هیل برای محاسبه راندمان استفاده شده است [29]. توان مفید در این تعریف، توانی است که برای تولید حرکت رو به جلو مصرف می‌گردد و مقدار آن از حاصل‌ضرب سرعت در نیروی جلوبری به دست می‌آید. توان اتلافی نیز برابر متوسط انرژی جنبشی رها شده در ناحیه ویک می‌باشد. به این ترتیب فرم بسته‌ی راندمان هیدرودینامیکی به صورت رابطه‌ی (12) نوشته می‌شود.

$$\eta = \frac{mw \left( \frac{\partial y}{\partial t} - \frac{1}{2} w \frac{\partial x}{\partial a} \right) \frac{\partial x}{\partial t}}{mw \left( \frac{\partial y}{\partial t} - \frac{1}{2} w \frac{\partial x}{\partial a} \right) \frac{\partial x}{\partial t} + \frac{1}{2} mw^2 u} \Bigg|_{a=0} \quad (12)$$

منحنی‌های رسم شده در "شکل 7" مقدار متوسط راندمان هیدرودینامیکی را برحسب زاویه‌ی انحراف، در سه فرکانس و چهار دامنه‌ی نوسان متفاوت نشان می‌دهند. با توجه به این که دسته منحنی‌های مربوط به یک دامنه‌ی نوسان با فرکانس‌های متفاوت تقریباً بر هم منطبق گشته‌اند، می‌توان عدم تاثیرپذیری راندمان هیدرودینامیکی از فرکانس نوسان دم را استنتاج نمود. به عبارت دیگر زاویه‌ی انحراف دم و دامنه‌ی نوسان آن تنها ورودی‌های موثر بر راندمان هیدرودینامیکی هستند. با دقت در "شکل 7" می‌توان دریافت که در زوایای انحراف کمتر از حدود  $8^\circ$ ، افزایش دامنه‌ی نوسان موجب کاهش راندمان هیدرودینامیکی می‌شود در حالی که برای زوایای انحراف بیش از  $8^\circ$ ، هر چه دامنه‌ی نوسان بزرگتر باشد راندمان هیدرودینامیکی نیز بزرگتر خواهد بود.

با استفاده از نتایج بررسی‌های انجام شده بر روی مدل دینامیکی، مشخص گشت که زاویه‌ی انحراف دم تنها ورودی موثر بر شعاع انحنای مسیر ربات است، بنابراین کنترل موقعیت ربات در صفحه، تنها با تنظیم زاویه انحراف دم میسر می‌گردد. برای کنترل سرعت ربات نیز فرکانس نوسان دم به عنوان پارامتر کنترلی در نظر گرفته می‌شود زیرا علاوه بر این که تاثیرگذاری فرکانس نسبت به دامنه‌ی نوسان بیش‌تر است و طیف وسیع‌تری از سرعت

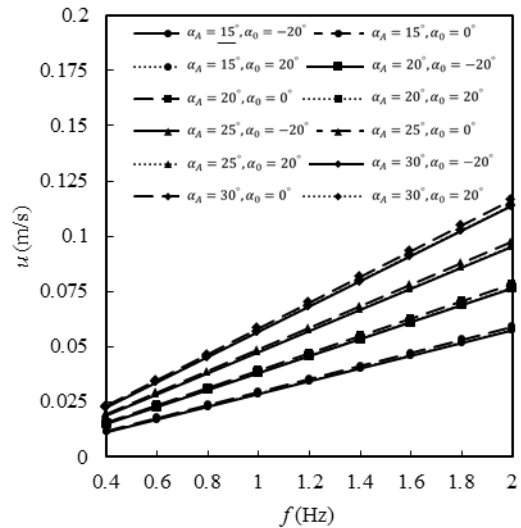


Fig. 4 Forward velocity versus frequency

شکل 4 سرعت رو به جلو برحسب فرکانس

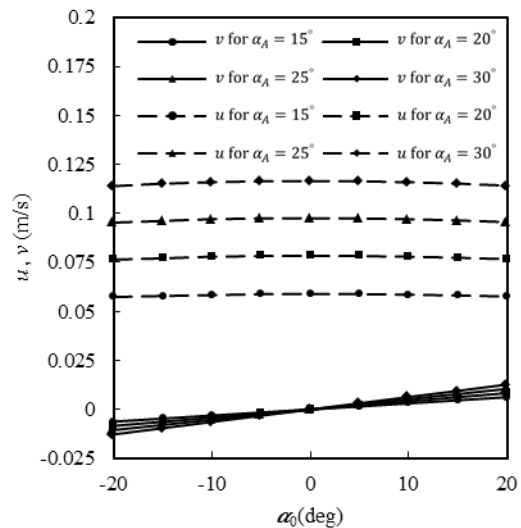


Fig. 5 Lateral velocity and forward velocity versus bias

شکل 5 سرعت عرضی و سرعت رو به جلو بر حسب زاویه انحراف

### 3-3- تاثیر ورودی‌ها بر شعاع انحنای دور زدن

در شکل 6 منحنی‌های شعاع انحنای دور زدن ربات بر حسب زاویه‌ی انحراف در سه فرکانس و چهار دامنه‌ی نوسان متفاوت رسم شده‌اند. ملاحظه می‌شود که با کاهش زاویه‌ی انحراف دم، شعاع انحنای دور زدن به سمت بی‌نهایت میل می‌کند و به بیانی دیگر ربات روی یک مسیر مستقیم رو به جلو پیش می‌رود. با افزایش زاویه‌ی انحراف نیز شعاع انحنای مسیر دایره‌ای که ربات طی می‌کند کاهش می‌یابد. همچنین از منطبق شدن تقریبی منحنی‌های "شکل 6" می‌توان دریافت که تنها عامل موثر بر روی شعاع انحنای دور زدن زاویه‌ی انحراف دم ربات است و فرکانس و دامنه‌ی نوسان تاثیری بر دور زدن ربات ندارند.

### 4-3- تاثیر ورودی‌ها بر راندمان هیدرودینامیکی

راندمان هیدرودینامیکی شناکردن مانند اغلب راندمان‌های شناخته‌شده، از

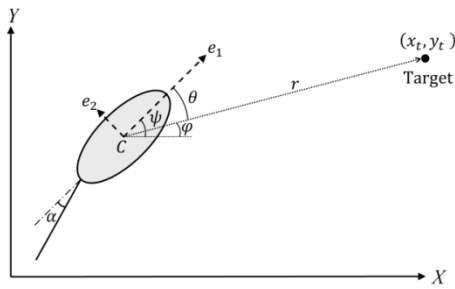


Fig. 8 Target point, distance error and angle error

شکل 8 نقطه‌ی هدف، خطای فاصله و خطای زاویه

فاصله، یعنی حرکت ربات به سمت نقطه‌ی هدف بنا شده است؛ زیرا محدود نمودن خطای زاویه به یک همسایگی صفر، در حالی که ربات حرکت می‌نماید، به صفر شدن خود به خودی خطای فاصله منجر خواهد شد.

به این ترتیب برای اثبات بخش نخست استراتژی کنترل یعنی محدود بودن خطای زاویه، تابع لیپانوف زاویه به صورت رابطه‌ی (17) و مشتق زمانی آن به صورت رابطه‌ی (18) نوشته می‌شود.

$$\dot{V}_\theta = \frac{1}{2} \theta^2 \quad (17)$$

$$\dot{V}_\theta = \theta \left( \frac{u \sin \theta + v \cos \theta}{r} + \omega \right) \quad (18)$$

با استفاده از شبیه‌سازی‌های انجام شده در بخش 3 و رابطه‌ی مثلثاتی بین مجموع سینوس و کسینوس یک زاویه، می‌توان کران کسر درون پرانتز در رابطه‌ی (18) را به ازای  $r > R_0$  مانند رابطه‌ی (19) تعیین نمود.

$$\sigma = \frac{u \sin \theta + v \cos \theta}{r} \quad (19)$$

$$|\sigma| \leq \frac{[\sqrt{u^2 + v^2}]_{\max}}{R_0}$$

ادعا می‌گردد که با یک قانون کنترلی ساده به صورت رابطه‌ی (20) و با شرط  $k > 0$  خطای زاویه کاهش می‌یابد و در یک همسایگی با مرکز صفر محدود می‌ماند.

$$\alpha_0 = k\theta \quad (20)$$

با جانشین نمودن سرعت زاویه‌ای رابطه‌ی (18) با مقدار تعادلی آن (که در پیوست به آن اشاره شده است) و سپس جایگذاری قانون کنترلی رابطه‌ی (20) در (18)، مشتق تابع لیپانوف زاویه به صورت رابطه‌ی (21) بازنویسی می‌شود.

$$\dot{V}_\theta = \theta \left( \sigma - \gamma \sqrt{k} \text{sign}(\theta) \sqrt{|\theta|} \right) \quad (21)$$

$$\gamma = \frac{ml^2 c k_m \omega_a^2 \alpha_a^2}{4K_D}$$

برای ثابت نمودن ادعای محدود شدن خطای زاویه به صورت  $|\theta| < \theta_0$  علامت مشتق تابع لیپانوف زاویه در دو حالت  $\theta > 0$  و  $\theta < 0$  بررسی می‌گردد. در حالت  $\theta > 0$  مشتق تابع لیپانوف به صورت رابطه‌ی (22) بازنویسی شده و با توجه به شرط مثبت بودن خطای زاویه، مشتق تابع لیپانوف به ازای مقادیر منفی درون پرانتز اتفاق می‌افتد. با منفی قرار دادن عبارت درون پرانتز رابطه‌ی (22) محدوددهی خطای زاویه که در آن مشتق تابع لیپانوف منفی می‌گردد به صورت رابطه‌ی (23) حاصل می‌گردد.

$$\dot{V}_\theta = \theta (\sigma - \gamma \sqrt{k} \sqrt{\theta}) \quad (22)$$

$$\theta > \frac{\sigma^2}{k\gamma^2} \quad (23)$$

قابل دسترسی خواهد بود، امکان بهینه نمودن راندمان هیدرودینامیکی با انتخاب دامنه‌ی مناسب نیز برای طراحی مهیا می‌شود. در حالی که اگر از دامنه نوسان برای کنترل سرعت استفاده شود، ضمن محدود شدن طیف سرعت‌های قابل دسترسی برای ربات، تنها ورودی باقی‌مانده یعنی فرکانس نیز هیچ تاثیری بر راندمان هیدرودینامیکی نخواهد داشت. به این ترتیب می‌توان اولویت‌بندی انتخاب ورودی‌های کنترلی را برای اهداف مختلف مانند آنچه که در جدول 3 نشان داده شده است ارائه نمود.

#### 4- طراحی سیستم کنترل

هدف از طراحی کنترلر موقعیت این است که ربات بتواند از نقطه‌ای که در آن قرار دارد به سمت نقطه‌ی هدف حرکت کند. به این ترتیب با به‌روز نمودن متوالی نقطه‌ی هدف می‌توان مسیر دلخواه برای ربات را تولید نمود. در شکل 8 موقعیت ربات و نقطه‌ی هدف نشان داده شده است.

متغیرهای حالت خطای فاصله  $r$  و خطای زاویه  $\theta$  به صورت روابط (13)

و (14) تعریف می‌شوند که در آن‌ها مختصات نقطه‌ی هدف است.

$$r = \sqrt{(x_t - x)^2 + (y_t - y)^2} \quad (13)$$

$$\theta = \psi - \tan^{-1} \left( \frac{y_t - y}{x_t - x} \right) \quad (14)$$

با مشتق‌گیری زمانی از روابط (13) و (14) دینامیک خطا به صورت روابط (15) و (16) حاصل می‌شود.

$$\dot{r} = -u \cos \theta + v \sin \theta \quad (15)$$

$$\dot{\theta} = \frac{u}{r} \sin \theta + \frac{v}{r} \cos \theta + \omega \quad (16)$$

استراتژی کنترل موقعیت در این پژوهش براساس محدود نمودن خطای زاویه، یعنی قرار گرفتن سر ربات در جهت هدف، و سپس صفر نمودن خطای

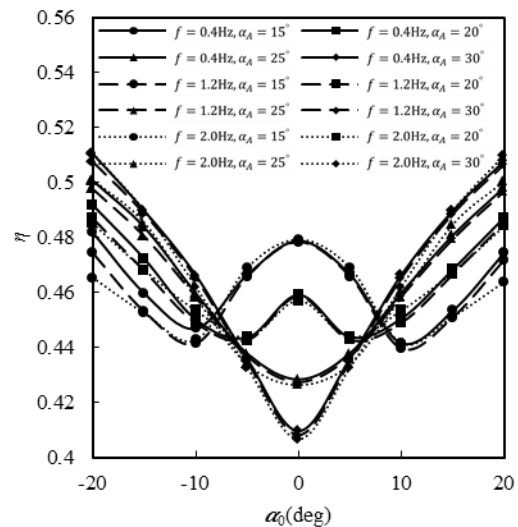


Fig. 7 Hydrodynamic efficiency versus bias

شکل 7 راندمان هیدرودینامیکی برحسب زاویه انحراف

جدول 3 اولویت‌بندی تغییر ورودی‌ها برای اهداف کنترلی

Table 3 Priority of inputs change for control purpose			
هدف کنترلی	فرکانس $f$	دامنه نوسان $\alpha_A$	زاویه انحراف $\alpha_0$
کنترل موقعیت	-	-	✓
کنترل سرعت	✓	-	-
کنترل راندمان هیدرودینامیکی	-	✓	-

### 5- شبیه‌سازی

صحت عملکرد کنترل کننده‌ی موقعیت، با شبیه‌سازی سیستم با مشخصات جدول 2 در نرم‌افزار متلب نشان داده می‌شود. در شکل 9 دیاگرام جعبه‌ای سیستم کنترلی و نحوه‌ی ارتباط اجزای آن نشان داده شده است.

خطای زاویه یعنی  $\theta$  که با استفاده از پسخورد موقعیت ربات و موقعیت نقطه‌ی هدف، از رابطه‌ی (16) حاصل می‌شود به عنوان ورودی به کنترل کننده‌ی موقعیت خوانده می‌شود و کنترل کننده زاویه‌ی انحراف دم  $\alpha_0$  را برای حرکت به سمت نقطه‌ی هدف تنظیم می‌نماید.

برای نشان دادن برتری کنترل کننده‌ی موقعیت پیشنهادی در این پژوهش نتایج شبیه‌سازی‌های این کنترل کننده با یک کنترل کننده‌ی موقعیت طراحی شده به روش مد لغزش (ارائه شده در پیوست) و کنترل کننده‌ی پسگام مرجع [26] در شکل 10 تا شکل 15 مقایسه شده است. در این شبیه‌سازی‌ها مقادیر فرکانس و دامنه‌ی نوسان دم به ترتیب برابر 1Hz و  $20^\circ$  در نظر گرفته شده است. در شکل 10 حرکت صفحه‌ای ربات برای رسیدن به نقطه‌ی هدف، یعنی مبدا مختصات، در سه شبیه‌سازی مختلف نشان شده است. ملاحظه می‌شود که با استفاده از کنترل طراحی شده براساس روش پیشنهادی این پژوهش و کنترل کننده‌ی پس‌گام، ربات بدون پیچیدن مسیری طولانی موفق شده خود را به نقطه‌ی هدف برساند در حالی که کنترل کننده‌ی مد لغزشی برای رسیدن به نقطه‌ی هدف ربات را در مسیری با شعاع انحنای بزرگ هدایت می‌کند.

خطای فاصله و زاویه برای سه کنترل کننده در شکل 11 و شکل 12 برحسب زمان رسم شده‌اند. مشاهده می‌گردد که کنترل طراحی شده در این پژوهش توانسته، سریع‌تر از دو کنترل کننده‌ی دیگر، ربات را در 100.28s به سوی نقطه‌ی هدف هدایت نماید در حالی که این کار برای کنترلر مد لغزشی و پس‌گام به ترتیب 211.49s و 231.63s زمان می‌برد. علت این امر نوسانات شدید زاویه انحراف دم ربات (تلاش کنترلی) دو کنترلر پسگام و مد لغزشی است. با دقت در شکل 13 و شکل 14 ملاحظه می‌گردد تلاش کنترلی کنترلر پس‌گام همواره در حالت اشباع بوده و تلاش کنترلی کنترلر مد لغزشی نیز به شدت بین دو مقدار مثبت و منفی بزرگ نوسان می‌کند که این امر نامطلوب عملکرد ربات را تحت تاثیر قرار می‌دهد. در مقابل

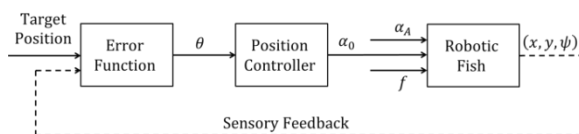


Fig. 9 Control system block diagram

شکل 9 دیاگرام جعبه‌ای سیستم کنترلی

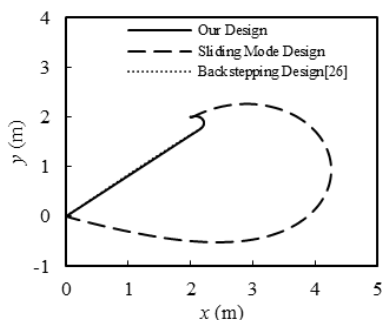


Fig. 10 Robot's motion in XY plane

شکل 10 حرکت ربات در صفحه‌ی XY

به همین ترتیب برای حالت  $\theta < 0$  مشتق تابع لیاپانوف به صورت رابطه‌ی (24) درمی‌آید و با توجه به شرط منفی بودن خطای زاویه، مشتق تابع لیاپانوف به ازای مقادیر مثبت درون پراتنز منفی می‌گردد. با مثبت قرار دادن عبارت درون پراتنز رابطه‌ی (24)، محدوده‌ی خطای زاویه که در آن مشتق تابع لیاپانوف منفی می‌گردد به صورت رابطه‌ی (25) حاصل می‌گردد.

$$\dot{V}_\theta = \theta(\sigma + \gamma\sqrt{k}\sqrt{-\theta}) \quad (24)$$

$$\theta < -\frac{\sigma^2}{k\gamma^2} \quad (25)$$

به این ترتیب با معرفی  $\theta_0 = \frac{\sigma^2}{k\gamma^2}$  و استفاده از دو شرط استخراج شده در روابط (23) و (25) مشتق تابع لیاپانوف زاویه در محدوده‌ی  $|\theta| > \theta_0$  منفی می‌گردد. منفی شدن مشتق تابع لیاپانوف در این محدوده به معنای آن است که خطای زاویه در حالت  $|\theta| > \theta_0$  مرتباً کاهش می‌یابد و مقدار آن در یک همسایگی صفر با شعاع  $\theta_0$  محدود می‌شود.

پارامترهای طراحی کنترلی کننده  $k$  و  $R_0$  هستند که اولی بیانگر سرعت کاهش خطای زاویه (قرار گرفتن سر ربات به سمت نقطه‌ی هدف) و دومی بیانگر حداقل فاصله‌ی لازم تا نقطه‌ی هدف برای قرارگیری سر ربات در جهت هدف است. مقدار  $\gamma$  تابعی از پارامترهای سیستم، فرکانس و دامنه‌ی نوسان است و کم‌ترین مقدار آن به ازای مقادیر جدول 2 و فرکانس و دامنه‌ی حداقل رخ خواهد داد. با توجه به شبیه‌سازی‌های انجام شده در بخش 2 که طیف مجاز ورودی‌های ربات را پوشش داده است، سرعت ربات به ازای هیچ یک از مقادیر مجاز ورودی  $0.14\text{m/s}$  تجاوز نمی‌کند به این ترتیب با انتخاب  $R_0 = 1\text{m}$  و  $k = 1.5$  مقدار  $\theta_0 = 10^\circ$  حاصل می‌شود. برای اثبات بخش دوم استراتژی کنترلی، یعنی صفر شدن خود به خودی خطای فاصله در شرایط  $|\theta| < \theta_0$  تابع لیاپانوف فاصله به صورت رابطه‌ی (26) تعریف شده و مشتق زمانی آن به صورت رابطه‌ی (27) نوشته می‌شود.

$$\dot{V}_r = \frac{1}{2}r^2 \quad (26)$$

$$\dot{V}_\theta = r(-u \cos \theta + v \sin \theta) \quad (27)$$

با توجه به محدود شدن خطای زاویه به صورت  $|\theta| < 10^\circ$  مقدار سینوس در محدوده‌ی  $|\sin \theta| < 0.17$  و کسینوس در محدوده‌ی  $\cos \theta > 0.98$  قرار می‌گیرد. با استفاده از یکی از نتایج شبیه‌سازی‌های بخش 2 یعنی  $v \gg u$  و ضرب سینوس و کسینوس خطای زاویه در طرف راست و چپ آن، می‌توان منفی بودن عبارت درون پراتنز رابطه‌ی (27) را به صورت نشان داده شده در (28) نتیجه گرفت.

$$u \cos \theta > v \sin \theta \Rightarrow -u \cos \theta + v \sin \theta < 0 \quad (28)$$

با توجه به این‌که فاصله  $r$  همواره مثبت و عبارت درون پراتنز رابطه‌ی (27) همواره منفی است، می‌توان منفی بودن مشتق تابع لیاپانوف فاصله را تضمین نمود. مثبت بودن تابع لیاپانوف فاصله و منفی بودن مشتق آن با شرط  $|\theta| < 10^\circ$  موجب می‌شود که خطای فاصله دائماً کاهش یافته و به سمت صفر نماید.

$$\left. \begin{aligned} -u \cos \theta + v \sin \theta < 0 \\ r > 0 \end{aligned} \right\} \Rightarrow \dot{V}_r < 0 \quad (29)$$

به این ترتیب در صورتی که با استفاده از کنترلر زاویه، خطای زاویه به یک همسایگی  $10^\circ$  درجه‌ای صفر برسد و در آن محدوده بماند خطای فاصله به سمت صفر میل خواهد نمود. به عبارت دیگر برای رسیدن ربات به نقطه مورد نظر کافی است که بتوان خطای زاویه را به یک همسایگی محدود صفر رساند و در آن محدوده نگه داشت.

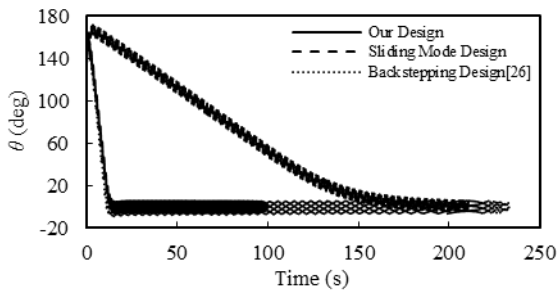


Fig. 12 Angle error versus time

شکل 12 خطای زاویه برحسب زمان

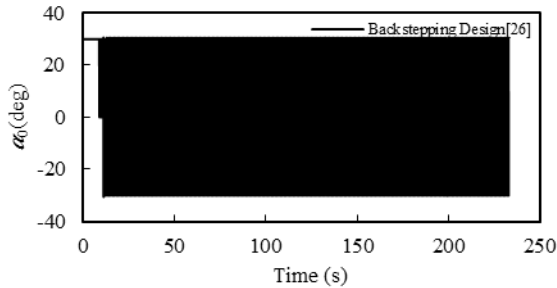


Fig. 13 Backstepping control effort (Bias angle) vs. time (ind=17.31)

شکل 13 تلاش کنترلی کنترلر پسگام (زاویه انحراف) برحسب زمان (ind=17.31)

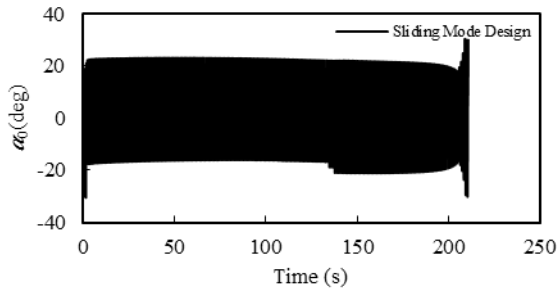


Fig. 14 Sliding mode control effort (Bias angle) versus time (ind=12)

شکل 14 تلاش کنترلی کنترلر مد لغزشی (زاویه انحراف) برحسب زمان (ind=12)

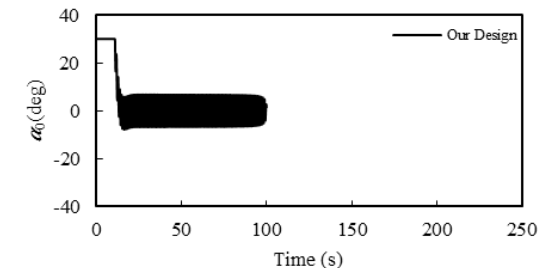


Fig. 15 Our design control effort (Bias angle) versus time (ind=7.33)

شکل 15 تلاش کنترلی این پژوهش (زاویه انحراف) برحسب زمان (ind=7.33)

روش نقطه به نقطه است. برای این منظور، مسیر موردنظر به صورت رشته‌ای با ترتیب از نقاط هدف شکسته می‌شود و به روز نمودن نقطه‌ی هدف پس از رسیدن ربات به همسایگی نقطه‌ی هدف قبلی موجب می‌شود که ربات مسیر مورد نظر را طی نماید. بدیهی است هر چه فاصله نقاط هدف کم‌تر باشد مسیر پیموده شده توسط ربات دارای شکستگی‌ها و ناهمواری‌های کم‌تری خواهد بود اما با توجه به محدودی‌های اثبات کنترل  $R_0 > 1$  موقعیت امکان کاهش فاصله‌ی نقاط هدف به کمتر از 1m وجود ندارد. به همین دلیل مسیر طی شده توسط ربات با مسیر مطلوب مقداری تفاوت خواهد داشت.

کنترل‌کننده‌ی پیشنهادی این پژوهش به‌رغم سادگی ظاهری بسیار بهتر عمل نموده و تلاش کنترلی آن که در شکل 15 نشان داده شده، ابتدا در حالت حداکثر قرار می‌گیرد، سپس به نزدیکی صفر رسیده و در محدوده‌ای کمتر از  $10^\circ$  به نرمی نوسان می‌کند. همچنین با شبیه‌سازی کنترل‌کننده‌ی این پژوهش در فرکانس‌های 2Hz و 3Hz زمان رسیدن به ترتیب برابر 50.14s و 33.43s خواهد شد که موید نقش فرکانس در سرعت خطی ربات است. جهت مقایسه‌ی کمی تلاش کنترلی کنترل‌کننده‌ها نیز، از انتگرال قدر مطلق تلاش کنترلی یعنی  $ind = \frac{1}{T} \int_0^T |\alpha_0| dt$  به‌عنوان معیار مقایسه استفاده شده و مقادیر عددی آن برای کنترل‌کننده‌ی طراحی شده در این پژوهش، کنترل‌کننده‌ی مد لغزشی و پس‌گام به ترتیب برابر 7.33 و 12 و 17.31 است.

از دیگر مزیت‌های کنترل‌کننده‌ی طراحی شده در این پژوهش می‌توان به بی‌نیازی آن به پس‌خورد سرعت اشاره نمود. کنترل‌کننده‌های پس‌گام و مد لغزشی با وجود عملکرد ضعیف‌تر نسبت به کنترل‌طراحی شده در این پژوهش، نیازمند در دست داشتن هر 6 متغیر حالت سیستم (موقعیت‌ها و سرعت‌ها) هستند. با توجه به دشواری دریافت پس‌خورد سرعت لازم است مقادیر سرعت‌ها توسط مشاهده‌گر غیرخطی تخمین زده شود که طراحی مشاهده‌گر نیز، برای سیستم غیرخطی و پیچیده‌ی مورد بررسی در این طرح با دشواری‌های فراوانی همراه است. با این وجود کنترل موقعیت پیشنهادی قادر است تنها با استفاده از 3 پس‌خورد موقعیت سیستم (شامل موقعیت‌های مکانی و زاویه‌ای ربات) با کیفیتی بسیار بهتر نسبت به دو کنترل‌کننده‌ی دیگر، موقعیت ربات را برای حرکت به سمت نقطه‌ی هدف کنترل نماید.

سه معیار در نظر گرفته شده برای مقایسه‌ی نتایج یعنی، متغیرهای حالت لازم برای کنترل، زمان رسیدن و شاخص تلاش کنترلی ind در جدول 4 گزارش شده‌اند. با دقت در اطلاعات ارائه شده در این جدول کنترلر طراحی شده در این پژوهش ساختار ساده‌تری داشته و تنها با نیمی از متغیرهای حالت، سیستم را کنترل می‌کند. زمان رسیدن به هدف در این طرح به شکل قابل توجهی بهبود یافته و این کار با صرف تلاش کنترلی کمتر، که در حدود 42% تلاش کنترلی کنترل‌کننده‌ی مرجع است، محقق گشته است.

هدف اصلی از طراحی کنترل موقعیت نه رسیدن به یک نقطه‌ی هدف و توقف در آن، بلکه پیمودن پی‌درپی اهداف پشت سر هم و تولید مسیر به

جدول 4 مقایسه‌ی نتایج پژوهش حاضر و کارهای مشابه

روش	روش	روش	موارد مقایسه‌ای
مد لغزشی	پس‌گام[26]	این پژوهش	
$x, y, \psi, u, v, \omega$	$x, y, \psi, u, v, \omega$	$x, y, \psi$	متغیرهای حالت لازم برای کنترل
211.49(s)	231.63(s)	100.28(s)	زمان رسیدن
12	17.31	7.33	تلاش کنترلی $(ind = \frac{1}{T} \int_0^T  \alpha_0  dt)$

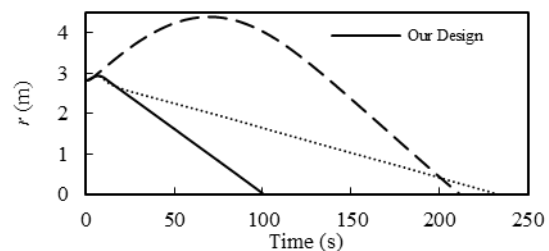


Fig. 11 Distance error versus time

شکل 11 خطای فاصله برحسب زمان



تقریباً مستقیم یا با شعاع انحنای بسیار بزرگ، راندمان به ازای دامنه‌ی نوسان حداقل بیشینه می‌گردد و برای زاویه انحراف‌های بیش‌تر از  $8^\circ$  که به مانورهای با شعاع انحنای کوچک‌تر می‌انجامد بیشینه‌ی راندمان در دامنه‌ی حداکثر اتفاق می‌افتد. با استفاده از این نتیجه به نظر می‌رسد که حالت بهینه‌ی راندمان هیدرودینامیکی زمانی رخ دهد که ربات مسیرهای مستقیم را با دامنه‌ی حداقل و مسیرهای منحنی را با دامنه‌ی حداکثر ببیماید. اما در این بخش نشان داده می‌شود که اتخاذ چنین راهبردی تاثیر چندانی بر راندمان هیدرودینامیکی کل مسیر ایجاد نخواهد گذاشت و طراحی کنترلر دامنه با هدف بهبود راندمان هیدرودینامیکی کاری بی‌حاصل است.

برای این منظور مسیر متشکل از خطوط راست و کمان‌های نیم دایره و ربع دایره‌ی نشان داده شده در "شکل 19 سه بار تولید می‌گردد که تنها تفاوت این سه شبیه‌سازی مربوط به دامنه‌ی نوسان دم است. دامنه‌ی نوسان دم در حالت اول برابر مقدار حداقل آن یعنی  $15^\circ$  و در حالت دوم برابر مقدار حداکثر آن یعنی  $30^\circ$  در نظر گرفته شده است. در حالت سوم نیز ربات مسیرهای دایره‌ای را با دامنه‌ی  $30^\circ$  و مسیرهای مستقیم را با دامنه‌ی  $15^\circ$  می‌پیماید

مقدار متوسط راندمان هیدرودینامیکی ربات برای سه شبیه‌سازی انجام شده در جدول 5 ارائه شده است. با توجه به نتایج حاصل شده، راندمان هیدرودینامیکی در حالت دامنه‌ی کمینه تنها 1% با حالت دامنه‌ی متغیر تفاوت دارد. بنابراین چنان‌که انتظار می‌رفت طراحی کنترلی که دامنه‌ی نوسان دم را در هر فرکانس و زاویه‌ی انحراف با در نظر داشتن راندمان بیشینه تنظیم نماید مفید نخواهد بود. با کمی دقت در استراتژی تولید مسیر می‌توان علت این امر را به راحتی توضیح داد. از آنجایی که نقاط هدف تعریف شده برای یک مسیر معقول و کاربردی به ترتیب و پشت سر هم به‌روز می‌شوند ربات به ندرت مجبور به انجام مانورهای با شعاع انحنای کوچک می‌شود و فاصله‌ی بین نقاط هدف اغلب مانند یک خط مستقیم پیموده می‌شود. این حقیقت با بررسی نمودارهای زاویه‌ی انحراف برحسب زمان که در "شکل 20 و "شکل 21 و "شکل 22 رسم شده‌اند نیز به راحتی قابل توضیح است. چنان‌که در این نمودارها ملاحظه می‌شود زاویه انحراف دم در قسمت قابل توجهی از زمان حرکت ربات در محدوده‌ی کمتر از  $8^\circ$  قرار دارد و دامنه‌ی نوسان مناسب برای بهینه نمودن راندمان هیدرودینامیکی در این زوایای انحراف دامنه‌ی حداقل است. به این ترتیب می‌توان ادعا نمود که راندمان هیدرودینامیکی حین پیمودن مسیر برای ربات دو لینکی با دامنه نوسان حداقل به قدر کافی به مقدار بهینه‌ی آن نزدیک است و بسیار منطقی‌تر خواهد بود اگر از طراحی یک کنترلر مجزا برای دامنه‌ی نوسان دم با دیدگاه بهبود راندمان هیدرودینامیکی صرف‌نظر شود و ربات کل مسیر را با دامنه‌ی حداقل ببیماید و مفهوم بهینه‌سازی به جای این که در مورد

نمودارهای "شکل 16 تا "شکل 18 نتایج شبیه‌سازی سیستم را به همراه کنترل کننده‌ی موقعیت نشان می‌دهند. هدف از این شبیه‌سازی نشان دادن توانایی کنترل کننده برای تولید مسیر است. برای این منظور یک مسیر سینوسی شکل به روش نقطه به نقطه تولید می‌گردد. فرکانس و دامنه‌ی نوسان دم در کل مسیر به ترتیب برابر مقادیر ثابت 2Hz و  $30^\circ$  در نظر گرفته شده‌اند. منحنی‌های مسیر حرکت ربات، مسیر مورد نظر و نقاط هدف که در "شکل 16 نمایش داده شده‌اند، نشان می‌دهند که ربات موفق شده مسیر مورد نظر را به خوبی طی نماید. خطای فاصله و زاویه در "شکل 17 نشان داده شده‌اند. هر پرش در نمودار خطای فاصله به معنای به‌روز شدن نقطه‌ی هدف جدید است که با رسیدن ربات به فاصله‌ی 3cm از نقطه‌ی هدف اتفاق می‌افتد. پس از به‌روز شدن نقطه‌ی هدف خطای زاویه کاهش یافته و در بازه‌ی  $|\theta| < 10^\circ$  محدود می‌ماند که این امر موجب میل نمودن خطای فاصله به سمت صفر می‌شود. تلاش کنترلی یا همان زاویه‌ی انحراف دم نیز در "شکل 18 نشان داده شده است.

با استفاده از نتایج ارائه شده در "شکل 7 و جدول 3 مشخص شد که دامنه‌ی نوسان و زاویه‌ی انحراف دم ورودی‌های موثر بر راندمان هیدرودینامیکی هستند و در زاویه انحراف‌های کم‌تر از  $8^\circ$  یعنی مسیرهای

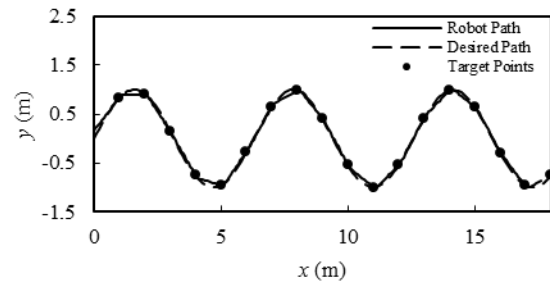


Fig. 16 Sinusoidal motion of robot in XY plane

شکل 16 حرکت سینوسی ربات در صفحه‌ی XY

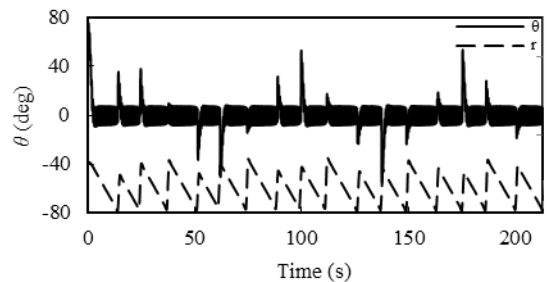


Fig. 17 Angle error and distance error versus time

شکل 17 خطای زاویه و خطای فاصله بر حسب زمان

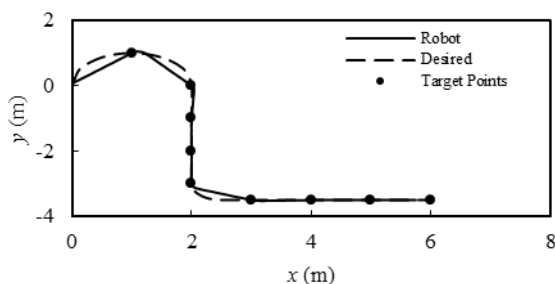


Fig. 19 Robot motion in XY plane

شکل 19 حرکت ربات در صفحه‌ی XY

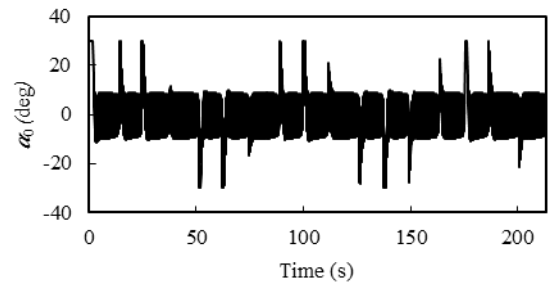


Fig. 18 Control effort (Bias angle) versus time

شکل 18 تلاش کنترلی (زاویه‌ی انحراف) برحسب زمان

بر شعاع انحنای دور زدن ربات، که به نوعی دربردارنده مفهوم کنترل موقعیت است، معرفی گردید. ارزیابی‌های انجام شده همچنین نشان داد که فرکانس دم زدن تأثیری بر راندمان هیدرودینامیکی ربات ماهی دو لینکی ندارد و در زوایای انحراف کمتر از  $8^\circ$  حداقل دامنه‌ی دم زدن، و در زوایای انحراف بیشتر از  $8^\circ$  حداکثر دامنه‌ی دم زدن موجب بیشینه شدن راندمان هیدرودینامیکی ربات ماهی دو لینکی می‌شود. درنهایت نتایج این بررسی‌های نظام‌مند در قالب یک جدول اولویت‌بندی برای انتخاب پارامتر کنترلی مناسب مبتنی بر هدف طراحی جمع‌بندی گردید که نشان می‌دهد برای طراحی کنترل‌های سرعت، موقعیت و راندمان باید به ترتیب فرکانس دم زدن، زاویه‌ی انحراف دم و دامنه‌ی نوسان دم به عنوان پارامتر کنترلی انتخاب گردد.

در ادامه یک کنترل کننده‌ی موقعیت برای تولید مسیر به روش نقطه به نقطه طراحی گردید. استراتژی کنترل موقعیت در این پژوهش، برخلاف موارد پیشین، به جای تلاش برای صفر نمودن همزمان خطاهای زاویه و فاصله، مبتنی بر محدود نگاه داشتن خطای زاویه در محدوده‌ی کمتر از  $10^\circ$  درجه اتخاذ گشت و نشان داده شد که محدود کردن خطای زاویه در این بازه موجب صفر شدن خودبه‌خودی خطای فاصله می‌شود. مزایای کنترل پیشنهادی در این پژوهش نسبت به کنترل‌های مشابه مد لغزشی و پسگام با انجام شبیه‌سازی‌های مقایسه‌ای نشان داده شد. از برتری‌های این کنترل کننده می‌توان به بی‌نیازی آن از متغیرهای حالت سرعت اشاره نمود که دشواری‌های دریافت پس‌خورده سرعت یا طراحی مشاهده‌گر سرعت برای سیستم غیرخطی مورد بررسی را منتفی می‌نماید. ساختار ساده‌تر، عملکرد بهتر ربات ماهی و صرف تلاش کنترلی کمتر در مقایسه با موارد مشابه، از دیگر مزیت‌های قابل ذکر کنترل موقعیت پیشنهادی در این پژوهش است.

درنهایت با استفاده از تحلیل ارائه شده در مورد تأثیرگذاری دامنه و زاویه‌ی انحراف بر راندمان هیدرودینامیکی، نشان داده شد که پیمودن مسیر با حداقل دامنه‌ی دم زدن، راندمان هیدرودینامیکی ربات ماهی دو لینکی را در طول مسیر به قدر کافی به مقدار بهینه‌ی آن نزدیک می‌نماید. این ادعا که صحت آن با انجام شبیه‌سازی نیز نشان داده شد، به عنوان یک نتیجه‌ی مهم گزارش می‌گردد زیرا می‌تواند پایه‌ای برای تحقیقات بعدی جهت پیگیری مفهوم بهینه‌سازی در زمینه‌ی کوتاه‌ترین مسیر یا کمترین زمان باشد.

7- فهرست علائم

$C_D$	ضریب پسا
$C_L$	ضریب برآ
$d$	ارتفاع دم
$f$	فرکانس نوسان دم
$F$	نیرو
$J_b$	ممان اینرسی بدن
$K_D$	ضریب ممان پسا
$l$	طول دم
$m$	جرم مجازی
$m_b$	جرم بدن
$M$	گشتاور
$r$	خطای فاصله
$s$	سطح لغزش
$S$	سطح معیار بدن
$u$	سرعت رو به جلو

جدول 5 راندمان هیدرودینامیکی در سه حالت مختلف برای دامنه

Table 5 Hydrodynamic efficiency for three different amplitudes

مورد	دامنه نوسان	متوسط راندمان هیدرودینامیکی
1	$15^\circ$	47.73%
2	$30^\circ$	42.25%
3	متغیر	48.71%

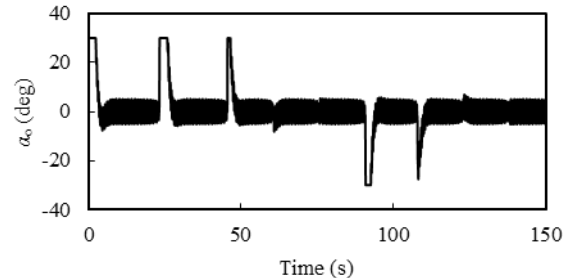


Fig. 20 Control effort (Bias angle) versus time for  $\alpha_A = 15^\circ$

شکل 20 تلاش کنترلی (زاویه انحراف) برحسب زمان برای دامنه‌ی  $15^\circ$

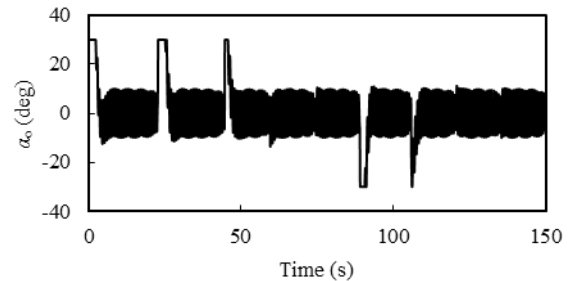


Fig. 21 Control effort (Bias angle) versus time for  $\alpha_A = 30^\circ$

شکل 21 تلاش کنترلی (زاویه انحراف) برحسب زمان برای دامنه‌ی  $30^\circ$

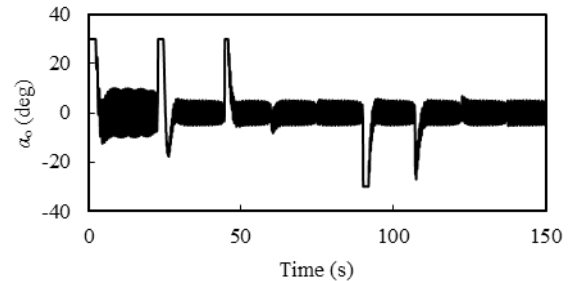


Fig. 22 Control effort (Bias angle) versus time for variable amplitude

شکل 22 تلاش کنترلی (زاویه انحراف) برحسب زمان برای دامنه‌ی متغیر

راندمان به کار رود، در قالب تولید کوتاه‌ترین مسیر یا کمترین زمان رسیدن به هدف به کار گرفته شود.

6- نتیجه‌گیری

در این پژوهش با شبیه‌سازی‌های متعدد معادلات دینامیکی ربات ماهی دو لینکی مبتنی بر نظریه‌ی هیدرودینامیکی لایت‌هیل، رفتار ربات و نحوه‌ی تأثیرگذاری ورودی‌های سیستم بر مشخصه‌های عملکردی ربات مورد ارزیابی قرار گرفت. فرکانس و دامنه‌ی نوسان دم به‌عنوان دو پارامتر مؤثر بر سرعت رو به جلوی ربات شناسایی شد و مشخص گشت که زاویه‌ی انحراف دم تأثیری بر سرعت رو به جلوی ربات ندارد. با مقایسه‌ی مولفه‌های سرعت رو به جلو و سرعت عرضی، ناچیز بودن سهم مولفه‌ی سرعت عرضی از سرعت خطی ربات آشکار گشت و نشان داده شد که می‌توان از مولفه‌ی سرعت عرضی در برابر سرعت رو به جلو صرف‌نظر نمود. زاویه‌ی انحراف دم به‌عنوان تنها ورودی مؤثر

بر روی سطح لغزش  $s = 0$  رابطه‌ی خطای زاویه و سرعت زاویه‌ای به صورت  $\omega = -k_s \theta$  درمی‌آید و دینامیک خطای زاویه به صورت رابطه‌ی (35) بازنویسی می‌شود.

$$\dot{\theta} = \frac{u \sin \theta + v \cos \theta}{r} - k_s \theta \quad (35)$$

با تعریف تابع لیپانوف به صورت  $V_1 = \frac{1}{2} \theta^2$  و مشتق‌گیری زمانی از آن، مشتق تابع لیپانوف به صورت رابطه‌ی (36) درمی‌آید.

$$\begin{aligned} \dot{V}_1 &= \theta \left( \frac{u \sin \theta + v \cos \theta}{r} - k_s \theta \right) \\ &\leq -k_s \theta^2 + \frac{[\sqrt{u^2 + v^2}]_{\max}}{R_0} \end{aligned} \quad (36)$$

با توجه به رابطه‌ی (36) مشتق تابع لیپانوف به ازای  $|\theta| > \theta_0$  منفی است و مقدار  $\theta_0$  با استفاده از رابطه‌ی (37) محاسبه می‌شود

$$\theta_0 = \frac{[\sqrt{u^2 + v^2}]_{\max} / R_0}{k_s} \quad (37)$$

برای حالت خارج از سطح لغزش  $s \neq 0$  تابع لیپانوف جدید به صورت  $V_2 = \frac{1}{2} s^2$  تعریف و مشتق زمانی آن به صورت رابطه‌ی (38) نوشته می‌شود.

$$\dot{V}_2 = s \dot{s} = s(k_s \dot{\theta} + \dot{\omega}) \quad (38)$$

با جانشین نمودن دینامیک خطای زاویه و مقدار میانگین‌گیری شده‌ی سرعت زاویه‌ای از روابط (16) و (30-ج) مشتق تابع لیپانوف جدید به صورت رابطه‌ی (39) بازنویسی می‌شود.

$$\begin{aligned} \dot{V}_2 &= s \dot{s} = s \left[ k_s \left( \frac{u}{r} \sin \theta + \frac{v}{r} \cos \theta + \omega \right) \right. \\ &\quad \left. - \frac{K_D}{J_b} \omega^2 \text{sign}(\omega) - \frac{mcl^2}{4J_b} k_m \xi \right] \end{aligned} \quad (39)$$

برای منفی شدن تابع لیپانوف لازم است  $k_m \xi$  در رابطه‌ی (39) که دربردارنده‌ی ورودی‌های کنترلی ربات ماهی است، به صورت رابطه‌ی (40) تعریف شود که در آن  $\beta_0 > 0$  مقداری مثبت است. در این رابطه  $\xi = \omega_\alpha^2 \alpha_A^2 \alpha_0$  و  $k_m$  از رابطه‌ی (32) به دست می‌آید.

$$\begin{aligned} k_m \xi &= \frac{4J_b}{mcl^2} \left[ k_s \left( \frac{u}{r} \sin \theta + \frac{v}{r} \cos \theta + \omega \right) \right. \\ &\quad \left. - \frac{K_D}{J_b} \omega^2 \text{sign}(\omega) + \beta_0 \text{sat}(s) \right] \end{aligned} \quad (40)$$

به این ترتیب منفی شدن مشتق تابع لیپانوف جدید به صورت رابطه‌ی (41) تضمین می‌شود. تابع  $\text{sat}(s)$  در رابطه‌ی (41) به ازای  $\mu > 0$  به صورت رابطه‌ی (42) تعریف می‌شود.

$$\dot{V}_2 = s \dot{s} = -\beta_0 s \text{sat}(s) \quad (41)$$

$$\text{sat}(s) = \begin{cases} 1 & s \geq \mu \\ s & |s| < \mu \\ -1 & s \leq -\mu \end{cases} \quad (42)$$

منفی شدن تابع لیپانوف جدید به این معنی است که قانون کنترلی رابطه‌ی (40) سیستم را به روی سطح لغزش می‌راند و با توجه به تابع لیپانوف اولیه قرارگیری سیستم بر روی سطح لغزش موجب می‌شود که خطای زاویه در بازه‌ی  $|\theta| < \theta_0$  محدود بماند. با استفاده از تحلیل ارائه شده در بخش 4 که از تکرار آن خودداری می‌شود می‌توان نشان داد، در صورتی که پارامتر کنترلی  $k_s$  به گونه‌ای انتخاب شود که مقدار  $\theta_0$  از رابطه‌ی (37) برابر 10 درجه باشد، خطای فاصله خود به خود به صفر میل خواهد نمود.

## 9- مراجع

- [1] C. M. Watts, *A comparison study of biologically inspired propulsion systems for an autonomous underwater vehicle*, PhD Thesis, University of Glasgow, Glasgow, 2009.

$v$  سرعت عرضی

$w$  سرعت عمودی

## علائم یونانی

$\alpha$  زاویه دم نسبت به بدنه

$\alpha_0$  زاویه انحراف دم

$\alpha_A$  دامنه نوسان دم

$\eta$  راندمان هیدرودینامیکی

$\theta$  خطای زاویه

$\rho$  چگالی آب

$\omega$  سرعت زاویه‌ای ربات

$\omega_\alpha$  فرکانس (زاویه‌ای) نوسان دم

## 8- پیوست

### 1-8- میانگین‌گیری و نقاط تعادلی سیستم

مرجع [26] با میانگین‌گیری از معادلات دینامیکی (8) و حذف دینامیک سریع سیستم، فرم ساده‌تری از معادلات را به صورت روابط (30) ارائه نمود که برای طراحی سیستم کنترلی مناسب‌تر می‌باشند.

$$\begin{aligned} \dot{u} &= \bar{v} \bar{\omega} - \frac{1}{2m_b} \rho S C_D \bar{u} \sqrt{\bar{u}^2 + \bar{v}^2} \\ &\quad + \frac{1}{2m_b} \rho S C_L \bar{v} \sqrt{\bar{u}^2 + \bar{v}^2} \tan^{-1} \left( \frac{\bar{v}}{\bar{u}} \right) - \frac{ml^2}{4m_b} k_f \eta \end{aligned} \quad (30-الف)$$

$$\begin{aligned} \dot{v} &= -\bar{u} \bar{\omega} - \frac{1}{2m_b} \rho S C_D \bar{v} \sqrt{\bar{u}^2 + \bar{v}^2} \\ &\quad - \frac{1}{2m_b} \rho S C_L \bar{u} \sqrt{\bar{u}^2 + \bar{v}^2} \tan^{-1} \left( \frac{\bar{v}}{\bar{u}} \right) + \frac{ml^2}{4m_b} k_f \xi \end{aligned} \quad (30-ب)$$

$$\dot{\bar{\omega}} = -\frac{K_D}{J_b} \bar{\omega}^2 \text{sign}(\bar{\omega}) - \frac{mcl^2}{4J_b} k_m \xi \quad (30-ج)$$

در روابط (30) ورودی‌های مجازی جدید  $\left(1 - \frac{\alpha_0^2}{2} - \frac{\alpha_A^2}{8}\right)$  و  $\xi = \omega_\alpha^2 \alpha_A^2 \alpha_0$  بوده و ضرایب  $k_f$  و  $k_m$  از (31) و (32) به دست می‌آیند.

$$k_f = 0.918 \quad (31)$$

$$k_m = -0.0116 \alpha_0 + 0.411 \quad (32)$$

نقاط تعادل سیستم با استفاده از روابط (30) به صورت (33) خواهد بود.

$$\hat{u} = \sqrt{\frac{ml^2 k_f \omega_\alpha^2 \alpha_A^2 \left(1 - \frac{\alpha_0^2}{2} - \frac{\alpha_A^2}{8}\right)}{2\rho S C_D}} \quad (33-الف)$$

$$\begin{aligned} \hat{v} &= \frac{2m_b \text{sign}(\alpha_0) \sqrt{\frac{mcl^2 k_f \omega_\alpha^2 \alpha_A^2 \alpha_0 \text{sign}(\alpha_0)}{4K_D}}}{\rho S (C_D + C_L)} + \\ &\quad \frac{1}{2\rho S (C_D + C_L)} \sqrt{\frac{2ml^2 k_f \rho S C_D \omega_\alpha^2 \alpha_A^2 \alpha_0^2}{\left(1 - \frac{\alpha_0^2}{2} - \frac{\alpha_A^2}{8}\right)}} \end{aligned} \quad (33-ب)$$

$$\hat{\bar{\omega}} = -\text{sign}(\alpha_0) \sqrt{\frac{mcl^2 k_m \omega_\alpha^2 \alpha_A^2 \alpha_0 \text{sign}(\alpha_0)}{4K_D}} \quad (33-ج)$$

### 2-8- طراحی کنترل کننده‌ی مد لغزش

سطح لغزش  $s$  به گونه‌ای تعریف می‌شود که خطای زاویه یعنی  $\theta$  و سرعت زاویه‌ای ربات یعنی  $\omega$  به سمت صفر میل کند. معادله‌ی سطح لغزش در رابطه‌ی (34) ارائه شده که در آن  $k_s > 0$  است.

$$s = k_s (\theta - 0) + (\omega - 0) \quad (34)$$

- and its control algorithm, *IEEE Transactions on Systems, Man, and Cybernetics, Part B (Cybernetics)*, Vol. 34, No. 4, pp. 1798-1810, 2004.
- [17] J. Yu, L. Wang, Parameter optimization of simplified propulsive model for biomimetic robot fish, *Proceeding of the International Conference on Robotics and Automation*, Barcelona, pp. 3306-3311, 2005.
- [18] D. Barrett, M. Grosenbaugh, M. Triantafyllou, The optimal control of a flexible hull robotic undersea vehicle propelled by an oscillating foil, *Proceedings of the 1996 Symposium on Autonomous Underwater Vehicle Technology*, Monterey, pp. 1-9, 1996.
- [19] J. Liu, I. Dukes, R. Knight, H. Hu, Development of fish-like swimming behaviours for an autonomous robotic fish, *Proceedings of the Control*, Bath, Vol. 4, pp. 49, 2004.
- [20] A. Westphal, N. Rulkov, J. Ayers, D. Brady, M. Hunt, Controlling a lamprey-based robot with an electronic nervous system, *Smart Structures and Systems*, Vol. 8, No. 1, pp. 39-52, 2011.
- [21] N. Kato, Control performance in the horizontal plane of a fish robot with mechanical pectoral fins, *IEEE Journal of Oceanic Engineering*, Vol. 25, No. 1, pp. 121-129, 2000.
- [22] D.-b. Zhang, D.-w. Hu, L.-c. Shen, H.-b. Xie, A bionic neural network for fish-robot locomotion, *Journal of Bionic Engineering*, Vol. 3, No. 4, pp. 187-194, 2006.
- [23] A. R. Chowdhury, S. Panda, Finding answers to biological control methods using modulated patterns: An application to bio-inspired robotic fish, in *Proceeding of the International Conference on Robotics and Automation*, Seattle, pp. 3146-3153, 2015.
- [24] A. Selk Ghafari, K. Daryani Tabrizi, S. Hosseini, A. Meghdari, Design and fabrication of a robotic fish with flexible tail and the control of its movement using Fuzzy Logic Controller, *Modares Mechanical Engineering*, Vol. 16, No. 9, pp. 339-346, 2016. (in Persian فارسی)
- [25] J. Wang, X. Tan, Averaging Tail-Actuated Robotic Fish Dynamics Through Force and Moment Scaling, *IEEE Transactions on Robotics*, Vol. 31, No. 4, pp. 906-917, 2015.
- [26] S. Chen, J. Wang, X. Tan, Target-tracking control design for a robotic fish with caudal fin, *Proceeding of the Control Conference (CCC)*, Xi'an, pp. 844-849, 2013.
- [27] T. I. Fossen, *Guidance and control of ocean vehicles*, pp. 167-170, Chichester: John Wiley & Sons Inc, 1994.
- [28] M. Lighthill, Large-amplitude elongated-body theory of fish locomotion, *Proceedings of the Royal Society of London B: Biological Sciences*, Vol. 179, No. 1055, pp. 125-138, 1971.
- [29] C. Hong, C.-a. ZHU, X.-z. YIN, X.-z. XING, G. CHENG, Hydrodynamic analysis and simulation of a swimming bionic robot tuna, *Journal of Hydrodynamics, Ser. B*, Vol. 19, No. 4, pp. 412-420, 2007.
- [2] R. Mittal, Computational modeling in biohydrodynamics: Trends, challenges, and recent advances, *IEEE Journal of Oceanic Engineering*, Vol. 29, No. 3, pp. 595-604, 2004.
- [3] M. S. Triantafyllou, A. H. Techet, F. S. Hover, Review of experimental work in biomimetic foils, *IEEE Journal of Oceanic Engineering*, Vol. 29, No. 3, pp. 585-594, 2004.
- [4] J. M. Anderson, N. K. Chhabra, Maneuvering and stability performance of a robotic tuna, *Integrative and Comparative Biology*, Vol. 42, No. 1, pp. 118-126, 2002.
- [5] X. Niu, J. Xu, Q. Ren, Q. Wang, Locomotion generation and motion library design for an anguilliform robotic fish, *Journal of Bionic Engineering*, Vol. 10, No. 3, pp. 251-264, 2013.
- [6] R. Blake, L. Chatters, P. Domenici, Turning radius of yellowfin tuna (*Thunnus albacares*) in unsteady swimming manoeuvres, *Journal of Fish Biology*, Vol. 46, No. 3, pp. 536-538, 1995.
- [7] K. A. Morgansen, B. I. Triplett, D. J. Klein, Geometric methods for modeling and control of free-swimming fin-actuated underwater vehicles, *Robotics, IEEE Transactions on Robotics*, Vol. 23, No. 6, pp. 1184-1199, 2007.
- [8] J. Liu, H. Hu, Building a 3D simulator for autonomous navigation of robotic fishes, *Proceeding of the Intelligent Robots and Systems, Sendai*, pp. 613-618, 2004.
- [9] R. Mason, J. Burdick, *Construction and Modelling of a Carangiform Robotic Fish, Experimental Robotics VI*, pp. 235-242, London: Springer, 2000.
- [10] K. A. Morgansen, V. Duidam, R. J. Mason, J. W. Burdick, R. M. Murray, Nonlinear control methods for planar carangiform robot fish locomotion, *Proceeding of the Robotics and Automation*, Seoul, pp. 427-434, 2001.
- [11] L. Wen, T. Wang, G. Wu, J. Liang, C. Wang, Novel method for the modeling and control investigation of efficient swimming for robotic fish, *IEEE Transactions on Industrial Electronics*, Vol. 59, No. 8, pp. 3176-3188, 2012.
- [12] J. Wang, F. Alequin-Ramos, X. Tan, Dynamic modeling of robotic fish and its experimental validation, *Proceeding of the International Conference on Intelligent Robots and Systems*, San Francisco, pp. 588-594, 2011.
- [13] J. Wang, X. Tan, A dynamic model for tail-actuated robotic fish with drag coefficient adaptation, *Mechatronics*, Vol. 23, No. 6, pp. 659-668, 2013.
- [14] A. R. Chowdhury, S. K. Panda, Brain-map based carangiform swimming behaviour modeling and control in a robotic fish underwater vehicle, *International Journal of Advanced Robotic Systems*, Vol. 12, No. 52, pp. 331-344, 2015.
- [15] J. Liu, H. Hu, Mimicry of sharp turning behaviours in a robotic fish, *Proceeding of the International Conference on Robotics and Automation*, Barcelona, pp. 3318-3323, 2005.
- [16] J. Yu, M. Tan, S. Wang, E. Chen, Development of a biomimetic robotic fish