ماهنامه علمى يژوهشى



mme.modares.ac.ir



# تحلیل کمانش خطی و غیرخطی پوستههای بیضی گون دورانیِ همگن تحت فشار هیدرواستاتیک خارجی: مطالعه پارامتری عددی

فيروز احمدى<sup>1</sup>، عليرضا نداف اسكوئى<sup>2\*</sup>، حامد حقيرى<sup>3</sup>

1- کارشناسی ارشد، مهندسی مکانیک، دانشگاه جامع امام حسین (ع)، تهران

2- دانشیار، گروه مهندسی مکانیک، دانشگاه جامع امام حسین (ع)، تهران

3-کارشناسی ارشد، مهندسی مکانیک، دانشگاه یزد، یزد

\* تهران، صندوق پستى anadaf@ihu.ac.ir ،16535-187

اطلاعات مقاله	چکیدہ
مقاله پژوهشی کامل دریافت: 14 شهریور 1395 پذیرش: 16 آبان 1395 ارائه در سایت: 28 آذر 1395	پوستههای جدار نازکِ حاصل از دوران، بویژه پوستههای دو انحنایی در شاخههای مختلف مهندسی همواره مورد توجه پژوهشگران بوده است. در این تحقیق، تحلیل کمانش خطی و غیرخطی (با در نظرگرفتن هندسه غیرخطی) پیرامون دو نوع هندسه مختلف از پوستههای دورانی بیضیگون معروف به اُبلیت و پرولیت، تحت فشار هیدرواستاتیک خارجی ارائه شده است. پوستهها از ماده همگن فولادی ایجاد شده است. از آباکوس،
<i>کلید واژگان:</i> کمانش پوسته ابلیت پوسته پرولیت اجزای محدود نقص	نرمافزار شناخته شده اجزای محدود، برای اجرای شبیهسازی مسئله استفاده میشود. تحلیل چندین پارامتر مهم و موثر بر ظرفیت بار کمانشِ بیضی گونهای دوران یافته همچون، نسبت قطر بزرگ به قطر کوچک، میزان درصد پارامتر غیرخطی و اندازه ضخامت پوسته به صورت مفصل مورد بررسی قرار داده میشود. نتایج بدست آمده در قالب جداول و نمودارها گویای این مطلب است که تأثیر ابعاد هندسی بیضی گون، مقدار درصد پارامتر غیرخطی بهعنوان نقص اولیه و تغییر ضخامت میتواند بهشدت در ظرفیت بار کمانش مؤثر واقع شود. همچنین، در نهایت، مشاهده میشود که اثر کاهش ظرفیت بار کمانش در پوسته بیضی گون اُبلیت در مقایسه با انواع دیگر پوستهها قابل توجه است. برای اطمینان از صحت نتایچ، مقایسهای بین نتایچ تحلیلی و شبیهسازی اجزای محدود صورت گرفت که تطابق خوبی بین آنها مشاهده میشود.

# Analysis of Linear and Non-linear Buckling of Homogenous Revolved Ellipsoidal Shells under External Hydrostatic Pressure: A Parametric Numerical study

### Firooz Ahmadi<sup>1</sup>, Alireza Naddaf Oskouei<sup>1\*</sup>, Hamed Haghiri<sup>2</sup>

1- Department of Mechanical Engineering, Imam Hussein University, Tehran, Iran

2- Department of Mechanical Engineering, University of Yazd, Yazd, Iran

\* P.O.B. 16535-187, Tehran, Iran, anadaf@ihu.ac.ir

ARTICLE INFORMATION Original Research Paper Received 04 September 2016 ABSTRACT

Original Research Paper Received 04 September 2016 Accepted 06 November 2016 Available Online 18 December 2016

Keywords: Buckling Oblate shell Prolate shell Imperfection Finite element Thin revolved shells, in particular doubly-curved shells, are of interest in many engineering applications. In this research, linear and nonlinear buckling analyses (with consideration of geometrical non-linearity) are performed on two different types of elliptical shells known as Oblate and Prolate which are under external hydrostatic pressure. These shells are made of homogeneous steel. ABAQUS (a well-known finite element software) is used for performing the simulations. Several important parameters affecting the buckling behaviour of these revolved elliptical shells are investigated in detail. These include the ratio between minor and major radii, the percentage of nonlinear buckling value and the shell thickness magnitude on buckling load capacity. The results show the significant effect of shell geometrical dimensions, the magnitude of nonlinear buckling value as an initial imperfection and the shell thickness variations on the buckling load capacity. Finally, it is also observed that the Oblate shell results in a remarkable reduction in the load capacity compared to the other shell type used in this study. To verify the validity of the results, a comparison is made between the present FEM results and the available theoretical studies and good agreement is obtained.

1- مقدمه

هنگامی که تحت فشار هیدرواستاتیک قرار می گیرند، لازم و ضروری است. [1]. طراحی این نوع سازههای جدارنازک در برابر پدیده کمانش و حساسیت به نواقص هندسی همواره برای محققین همراه با چالش بوده است. بهعنوان مثال برای پوسته کروی، نتایج نظری کاهش ظرفیت بار کمانش را نزدیک به

پوستههای جدارنازک بخش مهمی از تجهیزات کاربردی در صنایع مختلف از قبیل صنایع شیمیایی، صنایع نفت و گاز و صنایع دریایی است. یکی از نمونههای پرکاربرد این موضوع زیردریاییها و مخازن زیر آبی است. به منظور ارزیابی صحیح از توانایی این نوع سازهها، پیشبینی مقاومت به کمانش آنها

Please cite this article using:

برای ارجاع به این مقاله از عبارت ذیل استفاده نمایید:

F. Ahmadi, A. Naddaf Oskouei, H. Haghiri, Analysis of Linear and Non-linear Buckling of Homogenous Revolved Ellipsoidal Shells under External Hydrostatic Pressure: A Parametric Numerical study, *Modares Mechanical Engineering*, Vol. 16, No. 12, pp. 384-394, 2016 (in Persian)

20 درصد از پوسته بدون نقص<sup>1</sup> ذکر میکنند [2]. برای رهایی از مسئله حساسیت به نقص در پوسته کرویِ کامل، پوسته کروی کشیده شده<sup>2</sup>، بسط دادن کره در امتداد یک محور، مطرح میشود [3]. بهدلیل تغییر قطر پوسته های دورانیِ بیضیگون در امتداد تارخنثای سطح مقطع، تحلیل پایداری این پوستهها پیچیدهتر است. از اینرو، در ارتباط با پدیده کمانشِ این نوع پوسته ها حلهای تئوری کمتری در دسترس است.

اولین مطالعه تئوری در خصوص بررسی پوستههای غیردایروی توسط مارگوئره [4] انجام شد. کِمپنِر و چِن [5] رفتار کمانشی و پیش کمانشی پوستههای استوانهای بیضویِ تحت بار فشاری را مورد تحقیق و بررسی قرار دادند. نتایج بدست آمده نشان میدهد که مقاطع بیضوی با مقادیر بالای نسبت *a/b* ( *a* قطر بزرگ و *d* قطر کوچک بیضی است) حساسیت کمتری به عیوب دارند. کمانش خطی پوسته بیضیگونِ دوکوار تحت فشار هیدرواستاتیک به کمک روش ریلی-ریتز با هدف تاثیر نسبت قطر بزرگ به کوچک بهعنوان اولین تحقیق برای پیش بینی بار کمانش و تعداد امواج پیرامونی توسط های مِن و هالی [1] انجام شد. این نتایج با نتایج آزمایشگاهی برای بعضی از نسبتهای قطر بزرگ به کوچک تطابق خوبی داشته است.

دانیلسون [6] رفتار کمانش و پسکمانش اولیه پوسته دوران یافتهی بیضی گون کشیده تحت فشار خارجی را با استفاده از تئوری خطی غشایی بررسی کرد. او تاثیر ابعاد پوسته را مورد مطالعه پارامتری قرار داد. با این تحلیل، رفتار ابتدایی پساکمانش و حساسیت به نقص پوسته بررسی شد. تحلیل تنش، کمانش و ارتعاشات پوسته دورانی به صورت خطی و غیرخطی تحت بار متقارن و نامتقارن به کمک روشهای انتگرال گیری کامپیوتری و تفاضل محدود توسط اندرسون و همکارانش [7] بررسی شد. هدف آنها توسعه نرمافزاری برای تحلیل مکانیکی این نمونه پوسته بوده است. مطالعه تئوری پوستههای دوران یافته کروی تحت فشار خارجی با استفاده از اصل حداقل انرژی پتانسیل، به صورت غیرخطی با شرایط مرزی انتهایی متفاوت جهت تعیین فشار بحرانی توسط اودین [8] ارائه شد. پدرسِن و جانسِن رفتار كمانشى پوسته كروى ناقص را تحت شرايط متفاوت بارگذارى بررسى كردند. آنها تحلیل دو شاخگی و رفتار پساکمانش ابتدایی با حساسیت به انحراف بالا را برای پوستههای کروی بزرگ با ضخامت متغیر ارائه دادند. هدف، ارائه طراحی بهینه از پوستههای کروی جدار نازک بود [2]. تحلیل نظری و آزمایشگاهی کمانش پلاستیک ِ گنبد نیم بیضیگون پهن شده در قطبین تحت فشار هیدرواستاتیکی با رویکردی کاربردی در مهندسی دریا توسط راس و همکارانش [9] ارائه شد. حل غیرخطی در تحلیل نظری به کمک روش اجزای محدود انجام شد. آنها هر دو غیرخطی هندسی و مادی را در تحلیل در نظر گرفتند. نتایج نظری برای چند مورد از گنبدها با نتایج آزمایشگاهی تطابق خوبی داشته است. البته، در بعضی موارد بهدلیل در نظر گرفتن کمانش متقارن محوری، درصدی خطا با نتایج آزمایشگاهی وجود داشته است.

اسمیت و بِلاشوت [10] تحلیل عددی اجزای محدود و آزمایشگاهی از کلاهکهای بیضی گون دوکوار تحت فشار خارجی، برای چندین هندسه با ضخامت و شرایط مرزی مختلف ارائه دادند. وای. ما و همکاران [3] از روش اجزای محدود برای بررسی پارامتری کمانش خطی حالتهای مختلف معادله بیضی گونِ تحت فشار خارجی یکنواخت استفاده کردند. آنها پوسته ضخیم و نازک بیضی گون را با هدف تعیین جداول مختلف از فشار بحرانی مورد مطالعه قرار دادند. همچنین آنها نشان دادند، تأثیر تغییر شکل برشی در پوستههای

دوران یافته جدار ضخیم با اهمیت است. به علاوه نتایج نشان داده است که ظرفیت بار کمانش برای پوستههایی که به هندسه کروی نزدیک هستند بالاترین مقدار و در پوستههای مکعبی شکل بار بحرانی کمانش شدیداً افت داشته است. آنها ظرفیت بالای بار کمانش در پوستههای کروی و بیضی گون را بهدلیل مقاومت پوسته تحت فشار خارجی و اعمال غشای خالص توجیه کردند و در پوستههای مکعبی بهدلیل سطوح پیرامونی مسطح و ایجاد خمش، عاملی مؤثر بر کاهش ظرفیت بار کمانش دانستند.

پرابو و همکاران [11] اثر سه الگوی مختلف غیرخطی هندسی، بهعنوان نقص و انحراف در استوانهای جدارنازک تحت فشار هیدرواستاتیک را با استفاده از کد تجاری انسیس بر مقدار بار بحرانی کمانش تحلیل و تعیین کردند؛ و این نتیجه حاصل شد که با افزایش دامنه انحراف یا نقص، فشار کمانش کاهش می ابد. تحلیل تنش و کمانش نوعِ غیرمعمول از پوسته دوران یافته تحت فشار یکنواخت خارجی توسط جیسون و مگانوکی [12] مورد مطالعه قرار گرفت. آنها آنالیز پیش از کمانش را به صورت تحلیلی انجام و سپس به کمک نرم افزار اجزای محدود انسیس کمانش و پس کمانش را بررسی کردند.

قابل ذکر است، مقاومت کمانشی سازهها به چندین پارامتر مهم مانند تکیهگاهها، ماده خطی، کامپوزیت یا ماده با رفتار غیرخطی، بارهای حرارتی، نقص و انحراف در سازه کاملاً وابسته هستند و در افزایش و یا کاهش ظرفیت بار کمانش میتوانند مؤثر واقع شوند. بهدلیل پیچیدگی و سختی ریاضی در ارائه حلهای نظری در تحلیل مسائل کمانش پیرامون پوستههای دوران یافته بیضی گون تحقیقات بسیار کمی صورت گرفته است. از طرفی، بهدلیل کاربردپذیر بودن این سازهها در صنایع مختلف دریایی و فراساحلی فقدان تحلیل جامع پیرامون این موضوع بهشدت احساس میشود.

با پیشرفت تکنیکهای موثر اجزای محدود تحلیل این نوع مسائل ممکن و انعطاف پذیر شده است. از این رو، در تحقیق حاضر تحلیل کمانش خطی و غيرخطى پوسته بيضي گون دوران يافته همگن تحت فشار خارجي يكنواخت هیدرواستاتیک به کمک نرم افزار المان محدود آباکوس به صورت پارامتری انجام میشود. شرایط مرزی از نوع دوردست و ثابت میباشد. به منظور بررسی استقلال نتایج از شبکهبندی سازه و همچنین صحتسنجی شبیهسازی، مقایسهای با روابط تحلیلی موجود انجام می شود. مشاهدات نشان میدهد که نتایج عددی حاضر به خوبی با نتایج تحلیلی هم پوشانی داشته است. هـدف از این پژوهش، تحلیل پارامتری عددی از تأثیرات نسبت قطر بزرگ به قطر کوچک، درصد پارامتر غیرخطی بهعنوان نقص اولیه و تغییر ضخامت بر فشار بحرانی کمانش برای دو نوع بیضی گون اُبلیت و پرولیت است. با وجود آنکه مجموعه تحقيقات پرشماري بر روى تحليل كمانش پوسته هايي با مقاطع غیردایروی با مدل سازیهای مختلف آزمایشگاهی، عددی و محاسباتی صورت پذیرفته است اما به جرأت میتوان گفت پیرامون این نوع هندسه با در نظر گرفتن چندین پارامتر اساسی اثر گذار به منظور بررسی ظرفیت بار كمانش، خود تحقيقي تازه است. اين دست آورد مي تواند با كمترين هزينه و دقتی قابل قبول، اطلاعات سودمندی را در اختیار محققین و مهندسان قرار دهد.

### 2- بیضی گون دوران یافته

بیضی گون ها سطوحی از نوع مرتبه دو هستند. معادله عمومی مرتبه دوم در مختصات کارتزین x ،y ،x برای بیضی دوارن یافته، آنچه هدف این مطالعه

385

<sup>&</sup>lt;sup>1</sup> Imperfection <sup>2</sup> Products Ellipsoidal Sh

<sup>&</sup>lt;sup>2</sup> Prolate Ellipsoidal Shell

<sup>&</sup>lt;sup>3</sup> Oblate Ellipsoidal Shell



شكل 1 ابعاد هندسي بيضي دوران يافته

Fig. 1 Geometrical dimensions of Ellipsoid of revolution.



Fig. 2 Ellipsoids of revolution: (a) the oblate ellipsoid of revolution, (b) the sphere, (c) the prolate ellipsoid of revolution [16] شكل 2 بيضى گون دوران يافته: (a) بيضى دوران يافته پهن شده در قطبين، (b) كره و (c) بيضى دوران يافته كشيده [16]

که S ماتریس سختی تنش است و جانشین ماتریس جرمی M در رابطه (6) می شود. این ماتریس برای سازهها از حالت و توزیع تنش استخراج و بدست میآید و ارتباط بین تغییرمکانهای درون صفحه و تغییرمکانهای عرضی را برقرار میکند. به علاوه، برای پوستههای جدارنازک که سفتی خمشی آنها در مقایسه با سفتی طولی آنها کمتر است نیز در نظر گرفته میشود.

ذکر این نکته ضروری است که برای بدست آوردن فرمولاسیونهای بار كمانش در روابط (3) و (4)، سازه عارى از هرگونه نقص، انحراف اوليه و رفتار غیرخطی ماده در نظر گرفته شده است. لذا هنگامی که ظرفیت بار کمانش با این فرضیات محاسبه می شود؛ نتایج، جواب هایی بزرگتر از دادههای بار کمانش به روش غیرخطی را پیشبینی میکنند. به این دلیل، روش مقادیر ویژه محافظه کارانه تر از روش آنالیز غیرخطی است. از این رو، برای سازههای حساس و واقعی، تکیه و اعتماد به خروجیهای حاصل از تحلیل خطی پیشنهاد نمی شود. "شکل 3" به طور شماتیک بار بحرانی کمانش را نشان میدهد؛ که به روش غیرخطی و مقادیر ویژه بدست آورده شده است.



Fig. 3 Buckling Load-Displacement diagram: linear and nonlinear ways[17] شکل 3 منحنی بار کمانش: به روش غیرخطی و مقادیر ویژه [17]

است، با چرخش معادله بیضی به صورت معادله (1) حول محور z با توجه به "شكل 1" منجر به سطحى به صورت رابطه (2) مى شود.

$$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$$
 (1)

$$\frac{x^2 + y^2}{a^2} + \frac{z^2}{b^2} = 1$$
 (2)

که در این روابط 2a و 2b اقطار بیضی دوارنیافته هستند. بر این اساس، اگر a <b>a؛ طبق "شکل a-2" یک بیضی پهن شده در قطبین (ابلیت)، اگر b=a؛ طبق"شکل b > a" یک کرہ و اگر b > a باشد طبق "شکل c-"بیضی کشیدہ (پرولیت) ایجاد می شود. کاربردهای گسترده بیضی گون ها در مراجع [13,10] آورده شده است.

یکی از پدیدههای بسیار مهم در آسیب و فروپاشی پوستههای بیضوی، كمانش آن هاست. مرجع [6] با استفاده از تئوري خطى غشايي رابطه تحليلي برای بار بحرانی کمانش پوسته اُبلیت را به صورت رابطه (3) پیشنهاد داده

$$p_{\rm cr} = \frac{2Eh^2b^2}{\sqrt{[3(1-v^2)]}a^4}$$
(3)

که در این رابطه E مدول یانگ، h ضخامت یوسته و v ضریب یواسون هستند. همچنین تُوستیک [14] رابطه بار بحرانی کمانش حاصل از تحلیل خطی به کمک تئوری غشایی پوستهها را برای بیضی گون پرولیت تحت فشار خارجی به صورت رابطه (4) ارائه داده است. **67**12

$$p_{cr} = \frac{2E\hbar^{2}}{a^{2}\sqrt{3(1-v^{2})(2\delta^{2}-1)}} (1+(\frac{\hbar}{a})^{1/2} \times \frac{(\delta^{2}-1)(\delta^{2}-1)^{1/2}}{\sqrt[4]{3(1-v^{2})(2\delta^{2}-1)}} + O(h_{*}))$$
(4)

که در این رابطه a و b اقطار بیضی دوارن یافته،  $\delta = b/a > 1$  جملات مرتبه bبالا و n تعداد موجهای ناشی از کمانش در جهت پیرامونی است که از رابطه (5) محاسبه می شود.

$$n = \frac{\sqrt[4]{(2\delta^2 - 1)}}{\delta} (\frac{a}{h})^{1/2}$$
(5)

### 3- مدل سازی کمانش پوسته بیضی گون در آباکوس

اساس روش شبیهسازی کامپیوتری که در تحلیل مهندسی استفاده میشود؛ استفاده از تکنیک عددی روش اجزای محدود است. یکی از نرمافزارهای مهندسی مکانیک که بهطور گسترده برای این چنین تحلیلهایی استفاده می شود، آباکوس است. در آباکوس تحلیل کمانش به دو صورت حل خطی (یا مقدار ویژه) و حل غیرخطی تقسیم می شود. این دو روش عمدتاً جوابهای متفاوتی برای یک سازه ارائه میدهند. در روش مقادیر ویژه، اساس کار بر آنالیز الاستیک سازهها است که در مراجع اجزای محدود به تئوری دوشاخگی معروف است. در تحلیل به روش مقادیر ویژه رابطهای به صورت رابطه (6) تعريف مى شود [15]:

$$\lambda [[\varphi_i] = \lambda [M] [\varphi_i]$$

که K ماتریس سختی سازه، M ماتریس جرمی سازه،  $arphi_i$  بردار ویژه i ام و Kمقدار ویژه i ام هستند.  $\lambda$ در مسائل کمانش رابطه (6) به رابطه (7) تغییر میکند. (7)

$$\{[K] + \lambda_i [S]\} \{\varphi_i\} = \mathbf{0}$$

Downloaded from mme.modares.ac.ir on 2024-05-05

(6)

بهعلت اهميت اختلاف بين ظرفيت باركمانش حاصل از حل تئورى و آزمایشگاهی (واقعیت) این امر ضروری است تا ظرفیت بار کمانش با در نظر گرفتن نقص اولیه در سازه محاسبه شود. از اینجهت برای تحلیل غیرخطی و تعیین مقدار بار کمانش، آباکوس از الگوریتم استاتیک ریکس که براساس روش عددی نیوتن -رافسون برای مسائل استاتیکی عددی ناپایدار نوشته شده است استفاده می کند. پایداری حل بالا در حل مسائل پساکمانش از ویژگیهای آن بهشمار میآید. بدین صورت، با نوشتن کد دستوری "نقص" و اعمال نقص اولیه برحسب درصدی از ضخامت سازه به مقادیر جابجایی حاصل از تحلیل کمانش خطی، اثر غیرخطی هندسی به سازه وارد می شود. با پیروی از پیشنهاد کُتیر چون سازه در کمترین بار بحرانی تسلیم میشود، مودهای ابتدایی کمانش خطی به صورت نقص در تحلیل غیرخطی هندسی اعمال مى شوند [18]. بر اين اساس، خروجى بار بحراني مود اول كمانش خطى بهعنوان بارگذاری اعمالی جدید در تحلیل غیرخطی اعمال میشود. در این فرآیند خروجیهایی همچون جابجاییها، تنشها و از همه مهمتر نمودار LPF<sup>2</sup> نسبت ظرفیت بار به بار اعمالی- که ظرفیت بار کمانشی سازه را مشخص می سازد - بدست می آید.

به منظور مدلسازی سازههای مورد تحلیل که از دو نوع پوسته بیضی گون پهن شده در قطبین (آبلیت) و کشیده شده (پرولیت ) هستند، "شکل 1"، به صورت پارامتری در نرمافزار معرفی میشوند. مقدار a و d که هرکدام با توجه به موقعیت گردش محور دوران، قطر بزرگ و کوچک بیضی گون دورانی می باشند از 1.5 تا 3 با بازه 0.5 متغیر هستند. ماده مورد استفاده جهت تحلیل همگنِ پوسته های بیضی گون از نوع فولاد 37-51 با مشخصات مکانیکی، مدول الاستیسیته GPa 10 و ضریب پواسون 3.0 در نظر گرفته شده است. در این مطالعه که هدف تحلیل کمانش پوسته های بیضی گون همگن و همسانگرد تحت فشار هیدرواستاتیک خارجی است؛ استفاده از المان های پوسته ای مناسب می باشد.

برای این منظور، دو نوع المان S4R/S4R5 و S4R/S4R5 در شبیهسازی اجزای محدود این گونه مسائل در آباکوس شهرت دارد و مورد استفاده است. تفاوت دو مدل S4R و S4R در نوع درجه بندی المانها است. در تحلیل حاضر، با توجه به هندسه و اینکه اختلاف بین نتایج حاصل از المان خطی، S4R5، و غیرخطی، S4R5، نسبت به هزینه زمانی ناچیز است از المان خطی استفاده میشود. میتوان گفت، گام مهم در مدل سازی سازهها در نرمافزارهای اجزای محدود تولید شبکه صحیح و دقیق از مدل است. با ترکیب ابزارهای موجود در ماژول شبکه آباکوس میتوان شبکهای منظم و دقیق برای پوستههای مورد بررسی ایجاد کرد. از اینرو، برای رسیدن به منظم ترین نوع شبکه به کمک دستور جزءبندی<sup>3</sup> و استفاده از نوع شبکه منظم ساختار یافته<sup>4</sup> و جاروب<sup>5</sup> ساختار یک دست و منظمی از المانهای مربعی ایجاد گردیده است. "شکل 4" شبکهبندی مدل را نشان می دهد.

شرایط مرزی اصلی پوسته بیضی گون به دلیل نوع کاربرد آن، شرایط مرزی جابجایی دوردست<sup>6</sup> است. بنابراین، از ماژول برهم کنش<sup>7</sup> و از قید کوپلینگ<sup>8</sup> با معرفی نقطه مرجع و انتخاب یکی از قطبین بیضی گون، قید

مهندسی مکانیک مدرس، اسفند 1395، دورہ 16، شمارہ 12

- Structured
- <sup>5</sup> Sweep
  <sup>6</sup> Remote displacement condition
- <sup>7</sup> Interaction
- <sup>8</sup> Coupling



دوردست با محدود کردن کامل جابجایی و دوران معرفی میشود (شکل 5). لازم به ذکر است، قید دوردست توانایی اعمال هر دو قید جابجایی و دوران در موقعیت دلخواه از فضا را فراهم می کند. در تحلیل محاسباتی کمانش، سازه تحت بار دلخواه (معمولاً بار واحد) بار گذاری میشود، سپس تحلیل استاتیکی پیرامون آن صورت می گیرد. در گام اول از تحلیل کمانش، معمولاً با اعمال بار واحد به سازه و حل رابطه (7) از طریق محاسبه مقادیر و بردارهای ویژه بار بحرانی کمانش استخراج میشود. اندازه بار اعمالی سازه، از حاصل ضرب کوچکترین مقدار ویژه بدست میآید که از حل مقادیر ویژه بدست میآید. به همین دلیل در تحلیل مسائل کمانش عموماً کوچکترین مقدار ویژه سازه با نام ضریب بار بحرانی نیز معرفی میشود.

### 4- صحت سنجی

در ادامه برای صحتسنجی و دریافت نتایج معتبر از تحلیل پوسته بیضی گون، مدلسازی پوسته کروی بهدلیل دردسترس بودن نتایج تحلیلی و هندسه متعارفتر به منظور تعیین استقلال جواب از شبکهبندی در نظر گرفته شده است. برای مقایسه نتایج مودهای کمانش حاصل از حل اجزای محدود و تحلیلی از رابطه ارائه شده توسط هیمَن و هیلی [1] استفاده میشود.

$$p_{\rm cr} = \frac{2E (h/a)^2}{[3(1-v^2)]^{1/2}}$$
(7)

جنس پوسته کروی از فولاد St-37 با قطر m=e و m=0.00 متر متغیر است. همانطور که شده است و دامنه ابعاد شبکه از 0.008 تا 0.01 متر متغیر است. همانطور که از جدول 1 می توان مشاهده کرد، با افزایش تعداد شبکهها اختلاف بین نتایج قبل و بعد کم و کمتر می شود. بدین معنی که از ابعاد 0.04 تا 0.01 متر با کاهش ابعاد مش اختلاف بین نتایج حاصل از حل اجزای محدود به صورت آرام می باشد و از همگرایی خوبی برخوردار است. همچنین پیداست برای اندازه شبکه 100 متر متایج باندازه شبکه 2000 متر ماندازه شبکه 2000 متر اندازه شبکه 2000 متر افزایش داشته است.

Fig. 5 External hydrostatic pressure and remote displacement condition on Oblate ellipsoidal

**شکل 5** بارگذاری خارجی یکنواخت و شـرط مـرزی کـاملاً مقیـد دوردسـت بـر روی یوسته اُبلیت



Static Riks

<sup>&</sup>lt;sup>2</sup> Load proportionality factor <sup>3</sup> Partition

"شکل 6" تغییرات بار بحرانی کمانش در مود اول را نسبت به ابعاد شبکه نشان میدهد، که نمایش بخش میلهای نشان دهنده اختلاف حل تحلیلی با حل اجزای محدود است. ازاینرو، با مقایسه با حل تحلیلی موجود واضح است بیشترین خطا بین حل تحلیلی و اجزای محدود در دو بازه ابعاد شبکهی بیشتر از 0.03 متر و کمتر از 0.03 متر دیده می شود. بنابراین، بهترین محدوده انتخابی می تواند در بازه 0.03 تا 0.02 متر قرار داشته باشد.

# 5- نتايج و بحث

## 1-5- كمانش خطى

با مطمئن شدن از صحت روند مدلسازی، اکنون تحلیل پارامتری کمانش خطی و غیرخطی برای دو نوع متفاوت از پوستههای دوران یافته، بیضی گون پهن شده در قطبین و بیضی گون کشیده، بهتر تیب با هدف تحلیل و بررسی ظرفیت بار کمانشی دنبال می شود. لازم بذکر است، ابعاد شبکه استفاده شده در تحلیل بیضی گون با توجه به نتایج استقلال از شبکه، 0.02 متر در نظر گرفته شده است. فرض می شود پوسته تحت فشار یکنواخت واحد قرار گرفته باشد. در این صورت، در گام اول خروجی هایی از مقادیر ویژه کمانش یا به عبارتی ظرفیت تحمل بار کمانش سازه استخراج می شود. بدین طریق، جدول 2 تغییرات مقادیر ویژه مود اول کمانش را نشان می دهد.

بهدلیل اهمیت مود اول نسبت به دیگر مودها و استفاده از خروجی مود اول برای تحلیل کمانش غیرخطی، تنها این مود بررسی میشود. در تحلیل کمانش پوستهها مرسوم است که این روند دنبال شود و درصورتی که تحلیل

جدول 1 همگرایی نتایج اجزای محدود با تغییرات ابعاد شبکه برای پوسته کروی با ضخامت 0.003 متر

Table 1	Convergence	of FEM	results	with	changing	mesh	size	for
spheroid s	shell. with $h=3$	mm						

%خطا			1.1	اندازه
حل تحليلي	%تغييرات	مود دوم (-0)	مود اول (٦-)	شبكه
[1]= 2.2878e6		(Pa)	(Pa)	(m)
0.86		2.30948e6	2.30758e6	0.08
0.45	0.41	2.29910e6	2.29806e6	0.05
0.21	0.24	2.29353e6	2.29263e6	0.04
0.07	0.14	2.29001e6	2.28947e6	0.03
0.08	0.16	2.28604e6	2.28587e6	0.02
0.19	0.10	2.28365e6	2.28355e6	0.015
0.22	0.03	2.28294e6	2.28284e6	0.010



Fig. 6 The percentage of variations mesh dependency between critical buckling mode I and mesh sizes for spheroid shell with h=3mm شكل 6 درصد تغييرات وابستگی شبكه بين بار بحرانی كمانشِ مود اول و ابعاد شبكه برای پوسته كروی با ضخامت 3mm

سازه اعتماد لازم را بدست آورد، بدیهی است که در دیگر مودها هم صادق است. از جدول 2 مشاهده میشود که با افزایش نسبت d/b یا به عبارتی نسبت قطر بزرگ به کوچک مقدار ظرفیت بار کمانش کاهش می ابد. از طرفی با مقایسه ی حل تحلیلی موجود در مرجع [6] تطابق خوبی با حداکثر خطای کمتر از 5 درصد مشاهده میشود. به علاوه نتایج حاصل از تحلیل پوسته بیضی گون پرولیت در جدول 3 نشان می دهد که افزایش قطر بزرگ به قطر کوچک (5.1<b/a) می تواند در کاهش ظرفیت بار کمانش موثر باشد. همچنین قابل ذکر است، نتایج تحلیلی موجود در مرجع [13] به خوبی با نتایج حاصل از حل المان محدود خطی مطابقت دارد. به علاوه با مقایسه ظرفیت بار کمانش دو پوسته از "شکل 7" می توان گفت، ظرفیت بار کمانشی پوسته پرولیت نسبت به أبلیت بیشتر و نرخ تغییرات آن با در نظر گفتن ابعاد هندسی مختلف (3 -5.1) به صورت نرمتر کاهش یافته است.

همانطور که در بخش 3 گفته شد، مقدار بار بحرانی کمانش که از حل خطی بدست میآید از مقدار واقعی و عملی آن بیشتر است. از اینرو، ضروریست تا تاثیر عوامل غیرخطی همچون عامل غیرخطی هندسی را در مسئله بهحساب آورد.

**جدول 2** مقایسه نتایج حل اجزای محدود بار بحرانی کمانش خطی با حل تحلیلی برای بیضیگون اُبلیت در مود اول با ضخامت 0.003 متر

**Table 2** The results compared with FEM and analytical solution forOblate ellipsoidal shell with h=3mm

ايج	مقایسه نت		بيضي گون اُبليت	
%خطا	$p_{\rm cr}^{\rm FEM}/p_{\rm cr}^{\rm Ext}$	نتايج تحليلي (Pa)	مقادیر ویژہ بحرانی (Pa)	<i>a/b&gt;</i> 1
4.2	1.04	4.52e5	4.71e5	1.5
4.9	1.05	1.43e5	1.50e5	2
4.2	1.04	5.87e4	6.12e4	2.5
4.5	1.03	2.83e4	2.91e4	3

**جدول** 3 مقایسه نتایج حل اجزای محدود بار بحرانی کمانش خطی با حل تحلیلی

براى بيضى گون پروليت در مود اول با ضخامت 0.003 متر **Table 3** The results compared with FEM and analytical solution for Prolate ellipsoidal shell with h=3mm

مقايسه نتايج		بيضى گون اُبليت			
%خطا	$p_{ m cr}^{ m FEM}/p_{ m cr}^{ m Ext}$	نتایج تحلیلی (Pa)	مقادیر ویژہ بحرانی (Pa)	<i>b/a</i> >1	
0.015	0.099	6.82e5	6.81e5	1.5	
0.028	0.098	3.50e5	3.49e5	2	
0.00	1.00	2.18e5	2.18e5	2.5	
0.00	1.00	1.50e5	1.50e5	3	



Fig. 7 Effectiveness of geometrical variations for Oblate and Prolate ellipsoids on critical buckling mode

شکل 7 تاثیر تغییرات ابعاد هندسی دو پوسته بیضی گون اُبلیت و پرولیت بر ظرفیت بار کمانش

DOR: 20.1001.1.10275940.1395.16.12.12.7

### 5-2- كمانش غيرخطي

با توجه به حساسیت بالای پوستهها به نقص، مقدار نقص به صورت درصدی از ضخامت پوسته در نظر گرفته می شود. ابتدا برای هر دو نوع پوسته بيضي گون اُبليت و پروليت مقدار نقص اوليه 10 درصد ضخامت به همه نسبتهای ابعاد هندسی اعمال میشود. در نهایت خروجیهای مورد نظر استخراج می گردد. همچنین به منظور درک بهتر از اثر نقص اولیه، مقادیر 5، 20، 50 و 70 درصد ضخامت بهعنوان نقص به مود بحرانی کمانش در هر دو نوع پوسته بیضی گون با نسبتهای a/b=2 و b/a=2 اعمال میشود.

لازم بذكراست این مقادیر در محدوده مجاز آییننامه یوروكد جهت تعیین ظرفیت بار کمانشی با وجود نقص اولیه در سازه [19] هستند. بنابراین، با اعمال مود اول كمانش از تحليل خطى، مقادير مشخص شده در جداول 2 و 3، به پوستهها میتوان خروجیهای حد نهایی ٌو بار کمانشی را از نمودار LPF، نسبت ظرفیت بار کمانش به بار اعمال شده، در جداول 4 و 5 مشاهده کرد. LPF نتایج تناسب بین بار اعمالی است که در واقع ضریبی از بار اعمالی و جابجایی را نشان میدهد. از آنجایی که هر دو بارگذاری و جابجایی نامعلوم یا به نوعی کمیتی هستند، طول قوس<sup>3</sup>، طول مسیر تعادل استاتیکی در فضای بار-جابجایی نامیده میشود که برای سنجش فرآیند حل استفاده می گردد. این روش حل، اجازه مدلسازی هر دو سازه پایدار و ناپایدار را مىدهد. براى اطلاعات بيشتر راجع به روش بهبود يافته ريكس<sup>4</sup> كه آباكوس از الگوريتم طول قوس برای حل مسائل غيرخطی استفاده می کند، مطالعه مرجع [20] مفيد است. اين پارامتر، LPF، نسبت به تعيين ظرفيت تحملي سازه استفاده می شود. اگر این مقدار بزرگتر از "1" باشد، صرفا این مفهوم را بیان میکند که بارگذاری اعمال شده به مدل از حد تحمل سازه کمتر است، ازاین و مقدار بار گذاری باید بیشتر از بار قبلی اعمال شود. جدول 4 نتایج حل غیرخطی را برای پوسته ابلیت نشان میدهد. همانطور که از مقادیر LPF مشخص است، سازه دچار کمانش شده است و مقدار ظرفیت بار کمانش نزدیک به 40 درصد از ظرفیت بار کمانش حل تحلیلی افت داشته است که این خود اهمیت وجود نقصهای هندسی و یا هرگونه عامل غیرخطی را در تحلیل مسائل كمانش روشن ميسازد. در ضمن، "شكل 8" ميزان ظرفيت بار (حد تحمل) و سپس ناحیه فروپاشی سازه را نشان میدهد. بهعنوان مثال، برای نسبت a/b=1.5 مقدار LPF به صورت خطی تا حد نهایی تحمل سازه پیش رفته و به نقطه دوشاخگی میرسد که از آن به بعد رفتار سازه به صورت غیرخطی است و دیگر سازه قابلیت تحمل بار کمانشی را نداشته و دچار فروپاشی می شود. همانطور که از "شکل 8" و جدول 4 کاملاً مشخص است، بسته به نوع ابعاد هندسی سازه ظرفیت کمانشی آن افت میکند. لازم به ذکر است مقدار حد نهایی کمانش و حد تسلیم سازه دو بحث جدا هستند، یعنی كمانش معمولاً قبل از حد تسليم سازه رخ مىدهد. بدين منظور، اين امكان وجود دارد که سازه دچار کمانش شده باشد ولی شکست و تخریب رخ ندهد. از طرفى با مشاهده نتايج مربوط به پوسته بيضى گون پروليت در جدول 5 و "شكل 9" مىتوان نتيجه گرفت كه تاثير نقص اوليەى 10 درصد بر كاهش ظرفیت بار کمانش در مقایسه با نتایج پوسته اُبلیت تا حدودی کمتر بوده است. بنابراین، پوسته پرولیت میتواند در برابر این نقص ظرفیت تحمل کمانشی بالاتری نشان دهد. همچنین از جدول 5 مشاهده می شود که با افزایش نسبت ابعاد هندسی b/a ظرفیت بار کمانش نسبت به یوسته اُبلیت

مهندسی مکانیک مدرس، اسفند 1395، دورہ 16، شمارہ 12

روند افزایشی داشته است.

جدول 4 نتايج حل غيرخطي پوسته اُبليت با نقص اوليه 10% ضخامت پوسته

Table 41	Noninnear results for Obla	ate shell with 10% III	iperfection
	قص 10% ضخامت	نا ن	بيضى گون أبليت
%خطا	ظرفيت كمانش (Pa)	حد نهایی(LPF <b>)</b>	<i>a/b</i> >1
39.1	2.750e5	0.6090	1.5
41.5	8.37Ee4	0.5851	2
41.5	3.43Ee4	0.5848	2.5
42.0	1.65Ee4	0.5813	3



Fig. 8 Non-dimensional buckling load-displacement (LPF) curve for Oblate ellipsoidal shell with 10% imperfection

شکل 8 نمودار بیبعد بار کمانش-جابجایی (LPF) برای پوسته بیضی گون اُبلیت با نقص اوليه 10%

جدول 5 نتايج حل غيرخطى پوسته پروليت با نقص اوليه 10% ضخامت پوسته Table 5 Nonlinear results for Prolate shell with 10% imperfection

	نقص 10% ضخامت		بيضى گون پروليت
%خطا	ظرفيت كمانش (Pa)	حد نهایی(LPF <b>)</b>	b/a>1
21.00	5.39e5	0.7912	1.5
13.70	3.02e5	0.8655	2
10.53	1.95e5	0.8947	2.5
8.90	1.37e5	0.9110	3



Fig. 9 Non-dimensional buckling load-displacement (LPF) curve for Prolate ellipsoidal shell with 10% imperfection

شکل 9 نمودار بیبعد بار کمانش-جابجایی (LPF) برای پوسته بیضی گون پرولیت با نقص اوليه 10%

DOR: 20.1001.1.10275940.1395.16.12.12.7

Eurocde <sup>2</sup> limited Load

Arc-length <sup>4</sup> Modified Riks method

بدین معنی که حد نهایی کمانش نسبت به پوسته أبلیت بیشتر شده است و با افزایش نسبت هندسی این مقدار به عدد یک نزدیک میشود. به علاوه از "شکل 9" واضح است که شیب نمودار LPF تا رسیدن به حد نهایی کمانش و نقطه دوشاخگی کمتر از پوسته أبلیت است. بهعنوان مثال، این مقدار برای نسبت 1.5=*b/a* به سرعت به سمت ناحیه فروپاشی میل کرده درصورتی که این رفتار برای دیگر ابعاد هندسی با افزایش تدریجی این نسبت ملایم تر است. قابل ذکر است تنشهای غشایی حداکثر در پوستههای دوران یافته بسته به نوع محور دوران که تشکیل دهنده پوسته بیضی گون کشیده و پهن شده در قطبین هستند در زاویه 90 درجه نسبت به آن اتفاق میافتد. مودهای کمانش، تنشهای اصلی و فونمیسز که حاصل از حل خطی و غیرخطی "شکلهای 10 و 11" نشان داده شده است.



Fig. 10 Buckling modes, von-mises and maximum principle stresses and displacement for Oblate ellipsoidal shell with *a/b*=2 and *h*= 3mm **شكل 10** مودهاى كمانشى، تنشهاى فونميسز و حداكثر تنشاصلى و جابجايى براى پوسته بيضى گون أبليت با نسبت 2-*b a/b* و ضخامت 3 ميليمتر



Fig. 11 Buckling modes, von-mises and maximum principle stresses and displacement for Prolate ellipsoidal shell with b/a=2 and h=3 mm شكل 11 مودهاى كمانشى، تنشهاى فونميسز و حداكثر تنشاصلى و جابجايى براى پوسته بيضى گون پروليت با نسبت b/a=2 و ضخامت 3 ميليمتر

لازم به ذکر است که مودهای کمانشی برای پوسته بیضی گون پرولیت همگی تغییر شکل یکسانی دارند و تفاوت مشهود آنها در تشکیل تعداد موجهای کمانشی است. با مشاهده "شکل 12" پیداست که تعداد موجهای تشکیل شده با افزایش نسبت 1<b/a> کاهش یافته است درصورتی که بار کمانش بتدریج کاسته شده است اما بر طبق نتایج جدول 3، افرایش این نسبت رفتار آرامتری از موجهای کمانش نسبت به مقادیر کوچکتر b/a به همراه داشته است.

تا کنون با در نظر گرفتن نقص اولیه 10% ضخامت پوستهها، حل غیرخطی کمانش برای نسبتهای مختلف ابعاد هندسی انجام شد. در ادامه برای در ک عمیقتر از مفهوم نقص هندسی در سازهها و اثر آن بر روی ظرفیت بار کمانش، نقص به صورت درصدهای مختلفی از ضخامت برای هر دو پوسته أبیلت و پرولیت و تنها برای نسبتهای ابعادی 2=*a/b* و 2=*a/b* ارائه میشود. قابل ذکر است در استاندارد مدل سازی کمانش بر اساس نقص اولیه، نقص اولیه کمتر از 10% لحاظ میشود. اما در اینجا، برای شناخت از افزایش درصد نقص هندسی بر ظرفیت بار کمانش، خصوصا برای پوستههای بیضی گونِ مورد مطالعه در این تحقیق، بررسی آن امری ضروری است. نتایج حل غیرخطی از أبلیت در جدول 6 نشان داده شده است. واضح است که مقدار خطای بوجود آمده از حل خطی اجزای محدود و تحلیلی برای مقدار 5% نقص، 20% است و با افزایش نقص اولیه به مقادیر 20 تا 70 درصد ضخامت پوسته، به بیش از 50 تا 70 درصد افزایش می یابد.

به علاوه با افزایش مقدار نقص از 5% تا 70% ظرفیت بار کمانش از 0 تا 58 درصد افت می کند. همچنین برای پوسته بیضی گون پرولیت از جدول 7 مقدار خطای بدست آمده از حل غیرخطی برای مقادیر مشخص نقص اولیه براساس نتایج موجود در جدول 3، از 7.82 تا 53.4 درصد اختلاف مشاهده می شود که این به خوبی محافظه کار بودن نتایج حل خطی را بیان می کند. از طرفی، نتایج جدول 7 نشان می دهد که افزایش نقص ابتدایی از 5% به 20% و نهایتاً 70% ضخامت، ظرفیت بار کمانش پوسته بیضی گون پرولیت را به ترتیب از 20 ما 50% ضخامت، ظرفیت بار کمانش پوسته بیضی گون پرولیت را به ترتیب از 20 مندسه سازه می تواند در افت ظرفیت بار کمانش قابل ملاحظه باشد. همچنین با مقایسه نتایج استخراج شده برای دو نوع پوسته بیضی گون با نسبتهای ابعادی ذکر شده در "شکل 13" مشاهده می شود که اثر نقص



Fig. 12 Number of circumferential waves for Prolate ellipsoidal shell شکل 12 تعداد موجهای پیرامونی کمانش مود اول برای پوسته بیضی گون پرولیت



Fig. 14 Showing the effects of imperfection on buckling load capacity in load-displacement (LPF) curve for both Oblate ellipsoidal shell (LPF) (LPF) د منفل 14 نمایش تاثیر نقص اولیه بر ظرفیت بار کمانش در نمودار بار -جابجایی





Fig 15 Showing the effects of imperfection on buckling load capacity in load-displacement (LPF) curve for both Prolate ellipsoidal shell (LPF) (LPF) دسكل 15 نمايش تاثير نقص اوليه بر ظرفيت بار كمانش در نمودار بار-جابجايی(LPF) برای پوسته بيضیگون پروليت

نوع نسبت ابعادی هندسی مختلف با ضخامت 6 میلیمتر بررسی می شود. با فرض در نظر گرفتن پوستههای بیضی گون اُبلیت با نسبت ابعادی a/b=1.5 و و يروليت با نسبت b/a=1.5 و b/a=1.5 و a/b=3واحد با ویژگی مکانیکی فولاد St-37، حل کمانش با ضخامت جدید دنبال می شود. جداول 8 تا 11 خروجی هایی از حل اجزای محدود و تحلیلی و همچنین حل غیرخطی را برای چند مورد از نقص اولیه در قالب ظرفیت بار کمانشی، خطای حاصل از حل غیرخطی و تحلیلی و همچنین میزان اثر نقص بر افت بار کمانش نشان میدهد. با مشاهده این نتایج مشهود است که ابتدا افزایش ضخامت به دو برابر مقدار پیشین می تواند باعث افزایش بار کمانش شود. از سوی دیگر افزایش حد نهایی کمانش (نقطه دوشاخگی) را تا حدودی در مقایسه با مقدار نقص اولیه مشابه (10%) با ضخامت 3 میلیمتر دریی داشته است. به علاوه، افرایش بعد هندسی می تواند در کاهش افت بار کمانش موثر باشد. برای مثال، با افرایش نسبت a/b=1.5 به دو برابر برای پوسته اُبلیت، کاهش 2% افت بار کمانش آشکار است. ذکر این نکته ضروری است که افزایش ضخامت، اثر ممان خمشی را نسبت به اثر غشایی افزایش میدهد که در این شرایط وجود نقص هندسی در سازه خود میتواند دلیلی موثر بر

ابعاد *a/b=2 و ض*خامت 3mm

**Table 6** The results of nonlinear buckling analysis with various initial imperfection for Oblate ellipsoidal shell; a/b=2, h=3mm

**جدول 6** نتایج حل غیرخطی کمانش با نقص اولیه مختلف برای پوسته اُبیلت با نسبت

ظرفيت بار	خطا و کاهش	3 میلیمتر	ایی کمانش-ضخامت	حد نهایی کمانش-ضخ		
%کاهش	11 . 0/	ظرفيت كمانش		% نقص در		
ظرفيت	0/حطا	(Pa)	حد نهایی(LPF)	ضخامت		
0	30.3	99628.1	0.6967	5		
35	54.9	64550.2	0.4514	20		
58	70.8	41784.6	0.2922	50		
58	70.9	41670.2	0.2914	70		

**جدول** 7 نتایج حل غیرخطی کمانش با نقص اولیه مختلف برای پوسته پرولیت با نسبت ابعاد b/a=2 و ضخامت 3mm

**Table 7** The results of nonlinear buckling analysis with various initial imperfection for Prolate ellipsoidal shell; b/a=2, h=3mm

ظرفيت بار	خطا و کاهش	3 میلیمتر	ایی کمانش-ضخامت	حد نه
%کاهش	ıt •0/	ظرفيت كمانش		% نقص در
ظرفيت	0/حطا	<b>(</b> Pa <b>)</b>	حد نهایی(LPF)	ضخامت
0	7.82	3.23e5	0.9218	5
20	26.3	2.58e5	0.7372	20
39	43.7	1.97e5	0.5630	50
50	53.4	1.63e5	0.4659	70



Fig. 13 The effects of imperfection (Imp) on buckling load capacity for both Oblate and Prolate ellipsoidal shells

شکل 13 تاثیر نقص اولیه بر بار کمانش برای دو پوسته بیضی گون اُبلیت و پرولیت

هندسی برای پوسته اُبلیت بهطور قابل توجهی باعث کاهش ظرفیت بار کمانش شده است.

از اینرو، اثر نقص هندسی در پوسته اُبلیت پراهمیت است. از سوی دیگر با مشاهده "شکل 13"، روند کاهشی ظرفیت بار کمانش برای پوسته پرولیت نسبت به پوسته اُبلیت سیر نزولی تری دارد. به علاوه، از نمودارهای بار-جابجایی در "شکلهای 14 و 15" برای دو نوع پوسته بیضی گون اُبلیت و پرولیت میتوان به خوبی اثر تغییرات نقص اولیه بر حد نهایی کمانش و حرکت سازه به سمت ناحیه فروپاشی را مشاهده نمود. همانطور که مشخص است با افزایش مقادیر نقص اولیه، اثر آن بر کاهش ظرفیت بار کمانش خصوصاً برای پوسته اُبلیت نمایان میشود.

بهعنوان آخرین تحلیل پیرامون پوستههای بیضی گون همگن، تاثیر ضخامت بر ظرفیت بار کمانش برای هر دو پوسته در نظر گرفته شده است که نتایج آن میتواند مقایسه پارامتری مفیدی از تاثیر ضخامت بر بار کمانش را نشان دهد. بنابراین برای دو پوسته بیضی گون أبلیت و پرولیت از هر کدام دو

#### تحليل كمانش خطى و غيرخطى پوستههاى بيضىگون دورانى همگن تحت فشار هيدرواستاتيک خارجى: مطالعه پارامترى عددى

Table o The results o	n nnear & nonnn	ear buckning analysis with v	anous mitiai miperie	ction for Oblate emps	$dual shell, u/D_{-}$	1.3, n-011111
لاكاهش ظرفيت	%خطا	ظرفیت کمانش (Pa)	حد نهایی(LPF)	% نقص در ضخامت	a/b=1.5	أبليت: (h=0.006(m)
0	19.3	1.46e6	0.8089	2	حل تحلیلی (Pa)	حل اجزای محدود: مقادیر ویژه مود اول(Pa)
14	31.0	1.25e6	0.6889	5	1.81e6	1.9e6
26	40.0	1.086e6	0.6000	10		

جدول 9 نتایج حل خطی و غیرخطی کمانش با مقادیر مختلف نقص اولیه برای پوسته اُبلیت با نسبت 3=d/b و ضخامت 6mm

<b>Table 9</b> The results of linear & nonlinear buckling analysis with various initial imperfection for Oblate ellipsoidal shell; <i>a/b</i> =3, <i>h</i> =6mm							
%کاهش ظرفیت	%خطا	ظرفيت كمانش (Pa)	حد نهایی(LPF <b>)</b>	% نقص در ضخامت	<i>a/b</i> =3, <i>h</i>	أبليت:(m)=0.006	
0	18.74	91823.8	0.8126	2	حل تحلیلی (Pa)	حل اجزای محدود: مقادیر ویژه مود اول(Pa)	
11	27.96	81405.2	0.7204	5	1.13e5	1.2e5	
24	37.92	70150.4	0.6208	10			

جدول 10 نتايج حل خطى و غيرخطى كمانش با مقادير مختلف نقص اوليه براى پوسته پروليت با نسبت b/a=1.5 و ضخامت 6mm

<b>Table 10</b> The results of linear & nonlinear buckling analysis with various initial imperfection for Prolate ellipsoidal shell; <i>b/a</i> =1.5, <i>h</i> =6mm							
%کاهش ظرفیت	%خطا	ظرفیت کمانش (Pa)	حد نهایی(LPF <b>)</b>	% نقص در ضخامت	پروليت :(b/a=1.5, h=0.006(m		
0	8.3	2.54e6	0.9177	2	حل تحلیلی (Pa)	حل اجزای محدود: مقادیر ویژه مود اول(Pa)	
10	17.7	2.28e6	0.8219	5	2.77e6	2.76e6	
16	23.10	2.13e6	0.7698	10			

**جدول 11** نتایج حل خطی و غیرخطی کمانش با مقادیر مختلف نقص اولیه برای پوسته پرولیت با نسبت 3=b/a و ضخامت 6mm

Table 11	The results of linear	& nonlinear	buckling ana	lysis with	various initial im	perfection for Prolate elli	psoidal shell; $b/a=3$ , $h=6$ mm

%كاهش ظرفيت	%خطا	ظرفيت كمانش (Pa)	حد نهایی(LPF <b>)</b>	% نقص در ضخامت	پرولیت :(b/a=3, h=0.006(m)	
0	2.96	6.10e5	0.9710	2	حل تحلیلی (Pa)	حل اجزای محدود: مقادیر ویژه مود اول(Pa)
3	5.51	5.94e5	0.9445	5	6.2861e5	6.2742e5
6	9.01	5.72e5	0.9093	10		

کاهش حد نهایی کمانش شده باشد. این برهان را پوسته بیضیگون پرولیت ثابت میکند؛ چراکه برای نقص هندسی 10% در مقایسه با نمونه مشابه با ضخامت 3 میلیمتر از جدول 5، کاهش حد نهایی کمانش با اختلاف جزیی مشاهده میشود. اما از طرفی، درصد افت بار کمانشی در مقایسه با پوسته أبلیت کمتر است. بنابراین، بحث و بررسی بر روی کاهش و یا افزایش بار کمانش در پوستههای نازک میتواند برحسب هندسه سازه مورد نظر به پارامترهای متعددی وابسته باشد و نتایج گوناگونی استخراج گردد. همچنین با مشاهده "شکلهای 16 تا 19" میتوان رفتار بار -جابجایی را از نمودارهای LPF دنبال نمود.

از "نمودارهای 18 و 19" پیداست که تغییرات خطی و غیرخطی (پیش از دوشاخگی و پس از آن) مقدار حد نهایی و ناحیه فروپاشی، برای پوسته بیضیگون پرولیت آرامتر و از شیب کاهش کمتری در مقایسه با پوسته آبلیت،"نمودارهای 16 و 17"، برخوردار است.

به منظور مقایسه دقیقتر تغییرات بارکمانش بین دو پوسته بیضی گون با ضخامت 6 میلیمتر، "شکل 20" به خوبی این افت و خیزها را نشان می دهد. همانطور که مشاهده می شود بیشترین ظرفیت بار کمانش برای پوسته های بیضی گون أبلیت و پرولیت به نسبت ابعاد هندسی 5.5=*h*/م. 5. ا کمترین آن به نسبت 3.*b*/*a*=3 می رسد. از این بین بیشترین مقدار ظرفیت بارکمانش متعلق به پوسته پرولیت با نسبت 5.1=*b*/*a*است. همچنین

واضح است که کاهش ظرفیت بار کمانش با افزایش درصد مقدار نقص برای نسبتهای بالای هندسی، (a وb)، در مقایسه با نسبتهای کوچکتر روند کاهشی کمتری را شامل میشود و به اصطلاح شیب کاهش ملایمتری دارد.



Fig. 16 Non-dimensional buckling load-displacement (LPF) curve with three kind of percentage initial imperfection for Oblate ellipsoidal shell with a/b=1.5 and 6mm thickness

شکل 16 نمودار بی بعد بار کمانش-جابجایی (LPF) با سه درصد مختلف از نقص اولیه برای پوسته بیضی گون پرولیت با نسبت a/bent و ضخامت 6mm



Fig. 17 Non-dimensional buckling load-displacement (LPF) curve with three kind of percentage initial imperfection for Oblate ellipsoidal shell with a/b=3 and 6mm thickness

شکل 17 نمودار بیبعد بار کمانش-جابجایی (LPF) با سه درصد مختلف از نقص اولیه برای پوسته بیضیگون پرولیت با نسبت a/b=1.5 و ضخامت 6mm



Fig. 18 Non-dimensional buckling load-displacement (LPF) curve with three kind of percentage initial imperfection for Prolate ellipsoidal shell with b/a=1.5 and 6mm thickness

**شکل 18** نمودار بیبعد بار کمانش -جابجایی (LPF) با سه درصد مختلف از نقص اولیه برای پوسته بیضی گون اُبلیت با نسبت 1.5–*b/*2 و ضخامت 6mm



Fig. 19 Non-dimensional buckling load-displacement (LPF) curve with three kind of percentage initial imprefection for Oblate ellipsoidal shell with b/a=3 and 6mm thickness

**شکل 19** نمودار بیبعد بار کمانش-جابجایی (LPF) با سه درصد مختلف از نقص اولیه برای پوسته بیضیگون پرولیت با نسبت *b/a*=1.5 و ضخامت 6mm



Fig. 20 Variations of buckling load capacity for a range of initial imperfection (Imp) for both Oblate and Prolate shells with *h*= 6mm شكل 20 تغییرات ظرفیت بار كمانش نسبت به نمونه های مختلف از نقص اولیه برای دو پوسته بیضی گون أبلیت و پرولیت با ضخامت 6mm

### 6- نتیجه گیری

در این تحقیق، مدلسازی و شبیهسازی مسئله کمانش خطی و غیرخطی برای دو نوع پوسته بیضی گون دوران یافتهی کشیده شده و پهن شده در قطبین (ابلیت و پرولیت)، با استفاده از برنامه کاربردی اجزای محدود آباکوس تحليل و بررسى شد. در ابتدا بهدليل خاص بودن نوع پوستهها و مطالعات اندک پیرامون این موضوع، بررسی دقیق بین نتایج حل خطی از شبیهسازی آباکوس و حل تحلیلی موجود به منظور اطمینان از صحت و دقت نتایج انجام شد و با مقایسه با نتایج در دسترس تطابق خوبی مشاهده گردید. سپس برای تحقیق بر ظرفیت بار کمانش با در نظر گرفتن پارامترهای اساسی همچون ابعاد هندسی سازه، نقص اولیه و ضخامت، تاثیر هر کدام به صورت مفصل بیان شد. برآیند حاصل از حل مسائل پوستههای بیضی گون دوران یافته مورد مطالعه در این تحقیق نشان میدهد که ظرفیت بار کمانش با افزایش نسبت قطر بزرگ به قطر کوچک بیضی مولد به صورت چشمگیری کاهش مییابد. به علاوه، با انجام حل غیرخطی، تاثیر افزایش درصد نقص اولیه در ضخامت پوسته بهشدت باعث کاهش ظرفیت بار کمانشی میشود. از سوی دیگر، پوستهی بیضی گون پرولیت به دلیل مقدار توانایی بالا در تحمل بار کمانش مناسبتر از نوع أبلیت شناخته شد. این گفته را میتوان متذکر شد که افزایش ضخامت می تواند اثر دخالت ممان خمشی را قابل ملاحظه نماید و در این صورت است که افزایش نسبت ابعاد هندسی به این عامل کاهش ظرفیت بار کمک میکند. به هرحال، نتایج حاصل از حل کمانش خطی و غیرخطی برای پوسته بیضیگون همگن نشان میدهد که تغییرات هندسی قطر بزرگ به قطر کوچک و به نسبت، افزایش و کاهش ضخامت بهترتیب موثرترین پارامترها در کاهش و یا افزایش بار کمانشی هستند. همچنین واضح است هر چقدر سازه به حالت ایدهآل نزدیک باشد و تا حد امکان از عوامل بوجود آورنده غیرخطی پرهیز شود ظرفیت بار کمانش افت نخواهد کرد. در نهایت، می توان پوسته پرولیت را با در نظر گرفتن دیگر پارامترهای اثر گذار بهعنوان یوسته هایی با ظرفیت تحملی بار کمانشی بیشتر پیشنهاد کرد.

#### 7-مراجع

 J. Healey, B. Hyman, Buckling of prolate spheroidal shells under hydrostatic pressure, *AIAA Journal*, Vol. 5, No. 8, pp. 1469-1477, 1967.

393

- [11] B. Prabu, R. Srinivasan, K. Naarayen, Finite element analysis of buckling of thin cylindrical shell subjected to uniform external pressure, *Journal of Solid Mechanics*, Vol. 1, No. 2, pp. 148-158, 2009.
- [12] P. Jasion, K. Magnucki, Elastic buckling of clothoidal-spherical shells under external pressure-theoretical study, *Thin-Walled Structures*, Vol. 86, No. 1, pp. 18-23, 2015.
- [13] S. Krivoshapko, Research on general and axisymmetric ellipsoidal shells used as domes, pressure vessels, and tanks, *Applied Mechanics Reviews*, Vol. 60, No. 6, pp. 336-355, 2007.
- [14] P. E. Tovstik, *Stability of Thin Shells: Asymptotic Methods*, pp. 320, Moscow: Nauka, 1995. (in Russian)
- [15] D. Bushnell, Computerized buckling analysis of shells, pp. 17-29, Netherlands: Kluwer Academic Publishers, 1985.
- [16] S. N. Krivoshapko, V. N. Ivanov, Surfaces of Revolution, in: Encyclopedia of Analytical Surfaces, First Edittion., pp. 99-158, Cham: Springer International Publishing, 2015.
- [17] E. M. Sosa, Computational buckling analysis of cylindrical thinwalled aboveground tanks, Ph.D. Dissertation Thesis, University of Puerto Rico, Puerto Rico 2005.
- [18] C. Bisagni, Numerical analysis and experimental correlation of composite shell buckling and post-buckling, *Composites Part B: Engineering*, Vol. 31, No. 8, pp. 655-667, 2000.
- [19] A. Standard, 650, Welded steel tanks for oil storage, American Petroleum Institute, Washington, DC, 2001.
- [20] ABAQUS/CAE User's Guide (Version 6.14), Accessed on 18 April 2014; http://abaqus.software.polimi.it/v6.14/books/usi/default.htm

- [2] P. T. Pedersen, J. J. Jensen, Buckling behaviour of imperfect spherical shells subjected to different load conditions, *Thin-Walled Structures*, Vol. 23, No. 1, pp. 41-55, 1995.
- [3] Y. Ma, C. Wang, K. Ang, Y. Xiang, Buckling of super ellipsoidal shells under uniform pressure, *The IES Journal Part A: Civil & Structural Engineering*, Vol. 1, No. 3, pp. 218-225, 2008.
- [4] K. Marguerre, Stability of the cylindrical shell of variable curvature, National Advisory Committee of Aeronautics (NACA) Technical Memorandum 1302, Washington, 1951.
- [5] J. Kempner, Y.-N. Chen, Buckling and postbuckling of an axially compressed oval cylindrical shell, PIBAL report no. 917, DTIC Document, Polytechnic Institute of Brooklyn, Brooklyn, 1966.
- [6] D. A. Danielson, Buckling and initial postbuckling behavior of spheroidal shells under pressure, *AIAA Journal*, Vol. 7, No. 5, pp. 936-944, 1969.
- [7] M. Anderson, R. E. Fulton, W. L. Heard, J. E. Walz, Stress, buckling, and vibration analysis of shells of revolution, *Computers & Structures*, Vol. 1, No. 1, pp. 157-192, 1971.
- [8] M. W. Uddin, Buckling of general spherical shells under external pressure, *International Journal of Mechanical Sciences*, Vol. 29, No. 7, pp. 469-481, 1987.
- [9] C. Ross, P. Youster, R. Sadler, The buckling of plastic oblate hemiellipsoidal dome shells under external hydrostatic pressure, *Ocean Engineering*, Vol. 28, No. 7, pp. 789-803, 2001.
- [10] P. Smith, J. Błachut, Buckling of externally pressurized prolate ellipsoidal domes, *Journal of Pressure Vessel Technology*, Vol. 130, No. 1, pp. 011210, 2008.