

http://mme.modares.ac.ir

se sulo

مقاله پژوهشی کامل تاریخ دریافت ۹۱/۹/۱۹ تاریخ پذیرش ۹۱/۱۱/۱۱ اراثه در سایت ۹۲/۲//۳۰

تحلیل میکرومکانیکی خرابی ماده مرکب زمینه تیتانیومی با الیاف کوتاه تحت اثر بارگذاری محوری مرکب

تیر ۱۳۹۲، دوره ۱۳ شماره ٤ صص ۸۶–۹۷

محمدکاظم حسنزاده اقدم'، محمدجواد محمودی^{**}

۱- دانشآموخته کارشناسی ارشد مهندسی مکانیک، دانشگاه صنعت آب و برق (شهید عباسپور)، تهران ۲- استادیار مهندسی مکانیک، دانشگاه صنعت آب و برق (شهید عباسپور)، تهران * تهران، صندوق پستی ۱۶۷۶۶۵۱۷۱۹، mjmahmoodi@pwut.ac.ir،

مجله علمى پژوهشر

چکیده- در این مقاله، یک مدل میکرومکانیکی بر مبنای سلول واحد برای پیشبینی پاسخ الاستیک-ویسکوپلاستیک ماده مرکب الیاف کوتاه همراستای زمینه تیتانیوم، تحت اثر بارگذاری محوری مرکب با وجود خرابی لایه میانی الیاف/زمینه ارائه میشود. همچنین اثرات تنش پسماند حرارتی ناشی از فرایند ساخت ماده مرکب الیاف کوتاه در این تحلیل در نظر گرفته میشود. المان حجمی نماینده ماده مرکب الیاف کوتاه شامل ×x×/ سلول در ۳ بعد است که در آن یک چهارم الیاف توسط سلولهای زمینه احاطه میشوند. برای بدست آوردن منحنی تنش-کرنش الاستیک-ویسکوپلاستیک رفتار الیاف و زمینه به ترتیب الاستیک و الاستیک-ویسکوپلاستیک فرض میشوند. برای تحلیل خرابی لایه میانی، مدل جدایی لایه میانی با نرمی گشایشی استفاده میشود. این مدل اجازه پیشرفت جدایی به واسطه رهایش تنشهای لایه میانی را حین ادامه بارگذاری کلی بر ماده مرکب، میدهد. نتایج بارگذاری تک محوری و دو محوری مشخص کرده است که برای حصول پیشبینیهای دقیق تر، در مقایسه با نتایج تجربی و مدلهای دیگر در دسترس، باید هر دو عامل خرابی لایه میانی و اثر تنش پسماند حرارتی در مدل اعمال شود. کلیدواژگان: میکرومکانیک، ماده مرکب الیاف کوتاه، الاستیک-ویسکوپلاستیک، نش ستان حمول پیشبینیهای دقیق تر، در مقایسه با

Micromechanical damage analysis of short fiber titanium matrix composites under combined axial loading

M.K. Hassanzadeh Aghdam¹, M.J. Mahmmodi^{2*}

1- MSc. Graduated, Mech. Eng., Power and Water Univ. of Tech., Tehran, Iran 2- Assis. Prof., Mech. Eng., Power and Water Univ. of Tech., Tehran, Iran * P. O. B. 16765-1719 Tehran, Iran. mjmahmoodi@pwut.ac.ir

Abstract- In this paper, a unit cell based micromechanical model is presented to predict the elastic-viscoplastic response of aligned short fiber titanium matrix composites subjected to combined axial loading in the presence of fiber/matrix interfacial damage. The effects of manufacturing process thermal Residual Stress (RS) are also included in the analysis. The representative volume element (RVE) of the short fiber composites consists of $c \times r \times h$ cells in three dimensions in which a quarter of the short fiber is surrounded by matrix sub-cells. In order to obtain elastic-viscoplastic curves, the fiber is assumed to be linear elastic, while the matrix exhibits elastic-viscoplastic behavior. The Evolving Compliance Interface (ECI) model is employed to analysis interface damage. This model allows debonding to progress via unloading of interfacial stresses even as global loading of the composite continues. Results revealed that for more realistic predictions, in comparison with available experimental and the other models results, both interfacial damage and thermal residual stress effects should be considered in the analysis.

Keywords: Micromechanics, Short Fiber Composites, Elastic-Viscoplastic Behavior, Interface Damage, Thermal Residual Stress.

۱– مقدمه

از جمله مزایای استفاده از مواد مرکب زمینه فلزی، به ویژه مواد مرکب پایه تیتانیومی، قابلیت کارکرد مناسب آنها در دمای بالا است [۱]. اثرات تنش پسماند^۱ و خرابی لایه میانی^۲ نقش بسیار مهمی را در پاسخ غیرالاستیک (پاسخ کششی و خزشی) مواد مرکب زمینه تیتانیومی ایفا میکنند. این تنشهای پسماند طی فرایند سرد شدن از دمای ساخت ماده مرکب تا دمای اتاق، به دلیل اختلاف ضریب انبساطی حرارتی اجزای سازنده تولید میشوند. عامل دیگر، در مورد لایه میانی ضعیف بین زمینه و الیاف است.

رفتار کلی مواد مرکب تقویت شده با الیاف زمانی که الیاف پیوسته و بلند هستند، به خوبی قابل پیش بینی است. تحقیقات بسیاری که شامل مدلهای میکرومکانیکی تحلیلی و المان محدود می باشد، برای پیش بینی رفتار مواد مرکب الیاف بلند انجام گرفته است [۲–۹].

اما در مواد مرکب الیاف کوتاه مسأله محاسبه رفتار کلی ماده مركب به دليل اثرات متعدد محدوديت الياف، از جمله نسبت منظر میشود. ارسنالت و تایا [۱۰] مدلی را براساس تئوري اشلبي-مورى-تاناكا براي محاسبه تنش يسماند حرارتی در مواد مرکب الیاف کوتاه همراستا با زمینه فلزی پیشنهاد کردند. در این مدل رفتار زمینه ترمو-الاستیک-پلاستیک در نظر گرفته شد. مدل سلول استوآنهای بر اساس تئورى پيوستگى براى پيشبينى رفتار الاستيك-پلاستيك ماده مركب تقويت شده با الياف كوتاه و ذره با زمينه فلزى توسط جی و وانگ [۱۱] پیشنهاد شد. منحنی تنش-کرنش ماده مركب الياف كوتاه زمينه فلزى با استفاده از روش المان محدود کوپل شده با قانون ترکیب اصلاح شده در [۱۲] آمده است. اثرات تنش پسماند حرارتی در این تحلیل در نظر گرفته شد. در این تحلیل المان محدود رفتار الیاف و زمینه بهترتیب الاستیک خطی و ترمو-الاستیک-پلاستیک فرض شدند. همچنین الیاف و زمینه به صورت کاملاً متصل⁶ به هم در نظر گرفته شدند. خواص موثر الاستیک-پلاستیک ماده مرکب زمينه فلزى (برن/آلومينيوم) كه با الياف كوتاه همراستا، تقويت

از جمله عوامل مهم در پیشبینی رفتار مواد، انتخاب مدل مناسب بریا شبیهسازی پاسخ مواد است. بسیاری از سازهها اغلب در معرض بارگذاری مکانیکی و در دماهای بالا برای مدت طولانی قرار دارند. تحت چنین بارگذاری و شرایط محیطی، مواد تغییر شکلهای وابسته به زمان و غیرالاستیک را تجربه میکنند. از مدل ویسکوپلاستیک پرزینا [۱۴] برای پیشبینی پاسخ فلزات در محدوده گستردهای از تغییرات نرخ کرنش و دما استفاده می شود. همچنین نشان داده شده است که این مدل برای شبیهسازی پاسخ غیرالاستیک و وابسته به زمان مواد پلیمری کاربردی باشد. یک مدل ساختاری ویسکوپلاستیک براساس تابع تنش اضافی متوسط زینکوویچ و کورما در [۱۵] ارائه شده است. مدل ویسکوپلاستیک بادنر- پارتم زمانی که تغییر شکل غیرالاستیک عمده (بویژه هنگامی که اثرات جدایی لایه میانی^۷ در مواد مرکب در نظر گرفته شود) در ماده رخ می-دهد پیشبینی نزدیکتری به دادههای تجربی انجام میدهد [۷]. ویژگی منحصر به فرد این مدل فقدان معیار تسلیم است که شرایط ویژه بارگذاری یا باربرداری را حذف میکند، در نتیجه میتواند برای همه مراحل بارگذاری یا باربرداری بطور مستقيم استفاده شود. طبق اين مدل تغيير شكل پلاستيک همیشه وجود دارد، اما هنگامی که ماده رفتار الاستیک دارد این مقدار بسیار ناچیز است.

در مواد مرکب، انتقال بار بین الیاف و زمینه به لایههای میانی بستگی دارد، از این رو شاید بتوان گفت که مهمترین جزء در یک ماده مرکب لایههای میانی باشند که با اندازه سطح تماس و نیروهای چسبندگی در لایه میانی کنترل میشوند. مدلهای مختلفی جهت تحلیل خرابی لایه میانی مواد مرکب ارائه شده است. ابودی مدل لایه میانی انعطاف پذیر^۸ جونز و وایتر را در روش سلولی به کار گرفت [۳]. مدل لایه میانی با نرمی ثابت^۹ توسط آرنولد و ویلت در معادلات نرخی روش سلولی بکار گرفته شد [۷]. معادلهای ساختاری جهت تحلیل رفتار ماده مرکب زمانی که خرابی در لایه میانی رخ میدهد

^{1.} Residual Stress

^{2.} Interface Damage

^{3.} Short Fiber Composites

Aspect Ratio
 Bonded

^{6.} Overstress

^{7.} Interfacial Debonding

^{8.} Flexible Interface Model

^{9.} Constant Compliance Interface

سلولی برای ماده مرکب الیاف بلند بکار بردند [۴]. مدل جدایی لایه میانی با نرمی گشایشی^۱ نیز توسط آرنولد در [۷] ارایه شده است. مدل لایه میانی با نرمی گشایشی بهترین رفتار لایه میانی را در بین مدلهای موجود نشان میدهد، چون در این مدل هم استحکام اتصال محدود در لایه میانی در نظر گرفته میشود و هم با رهایش تنش در لایه میانی جدایی تا زمانی که مرگذاری ادامه مییابد، افزایش پیدا میکند. با توجه به مرور تحقیقات پیشین، استخراج رفتار ویسکوپلاستیک مواد مرکب الیاف کوتاه با در نظر گرفتن خرابی لایه میانی تاکنون مدل نشده است.

در این مقاله، پاسخ الاستیک-ویسکوپلاستیک ماده مرکب الیاف کوتاه سیلیکون کارباید/تیتانیوم تحت بارگذاری تک محوری و دو محوری با استفاده از بسط مدل سلول واحد ساده شده⁷ پیشبینی میشود. رفتار غیرخطی ماده به دلیل تغییر شکل پلاستیک و وابسته به زمان زمینه و خرابی در لایه میانی میباشد که در مدل در نظر گرفته میشوند. همچنین اثرات تنش پسماند حرارتی ناشی از فرایند ساخت ماده مرکب الیاف کوتاه در این تحلیل منظور میشود. المان حجمی نماینده ماده مرکب الیاف کوتاه به $h \times r \times n$ سلول در سه بعد گسترش میابد. همچنین مدل جدایی لایه میانی با نرمی گشایشی برای در نظر گرفتن جدایی لایه میانی به کار برده میشود.

۲- تحليل

۲-۱- هندسه المان حجمي نماينده

بیشتر مدلهای تحلیلی و المان محدود آرایش الیاف را منظم فرض می کنند. در مدلهای تحلیلی مانند روشی سلولی و روش سلول واحد ساده شده الیاف را چهار گوش در نظر می گیرند. به منظور در نظر گرفتن هندسه واقعی تر مدلهای تحلیلی، المان حجمی نماینده به $h \times r \times r$ سلول مستطیلی در سه بعد تقسیم میشود که سلولهای الیاف توسط زمینه احاطه می شوند. المان می شود که سلولهای الیاف توسط زمینه احاطه می شوند. المان می خرمی نماینده ماده مرکب الیاف کوتاه انتخاب شده در شکل ۱ حجمی نماینده ماده مرکب الیاف کوتاه انتخاب شده در شکل ۱ در جهت محور x، طولِ ضلع L_r در جهت محور x و طولِ ضلع xدر جهت محور x می اشد. اگر i متغیر شمارنده در جهت xt در جهت y در جهت y المان با نام ijk شناخته f

می شود و طول هر یک از سلول ها در جهت x با a_i، در جهت y با b_j و در جهت z با d_k مشخص می شود.

مدل ارائه شده در این تحقیق برای مدلسازی حالت دایرهای الیاف، مدل سلول واحد ساده شده گسترش یافته^۳ (ESUC) نام گذاری می شود، که در شکل ۲ نشان داده شده است.

مطابق شکل ۳ سلولی از المان حجمی نماینده ماده مرکب شامل الیاف در نظر گرفته می شود. این سلول دارای ابعاد a_i و b_j و d_k در سه بعد با سطح مقطع مربعی ($a_i=b_j$) می باشد. فرض می شود $s=d_k/a_i$ نسبت منظر را مشخص کند [۱۶]. برای مواد مرکب الیاف بلند، ذره ای و الیاف کوتاه نسبت منظر به ترتیب s=1، $s \rightarrow \infty$ یا $\infty \rightarrow \infty$ در نظر گرفته می شود.



شکل ۱ المان حجمی نماینده ماده مرکب الیاف کوتاه در مدل سلول واحد ساده شده



شکل ۲ مقطع المان حجمی نماینده ماده مرکب الیاف کوتاه در مدل سلول واحد ساده شده گسترش یافته در صفحه *x-y*

^{1.} Evolving Compliance Interface Model

^{2.} Simplified Unit Cell Model

^{3.} Extended Simplified Unit Cell



در این رابطه $\Sigma^{ijk}_{lphaeta}$ تنش انحرافی میباشد. تابع جریان بصورت زیر تعریف میشود: $(\Lambda^{\it ijk})$

$$\Lambda^{ijk} = \frac{D_0^{ijk}}{\sqrt{J_2^{ijk}}} \exp\left[-\frac{n^{ijk}+1}{2n^{ijk}} \left[\frac{Z^{ijk\,2}}{3J_2^{ijk}}\right]^{n\,ijk}\right] \tag{A}$$

که $J_2^{ijk} = \Sigma^{ijk}_{lphaeta} \Sigma^{ijk}_{lphaeta} / 2$ نامتغیر دوم تنش انحرافی می باشد. در رابطه (۸) Z^{ijk} متغیر حالت بوده که می تواند بعنوان پارامتر وابسته. به تاریخچه بارگذاری در نظر گرفته شود که حالت سخت شدهٔ ماده را نسبت به جریان پلاستیک نشان میدهد. در مورد سخت-شوندگی ایزوتروپیک Z^{yk} به صورت زیر بیان میشود:

$$Z^{ijk} = Z_1^{ijk} + \left(Z_0^{ijk} - Z_1^{ijk}\right) \exp\left(-\frac{m^{ijk}W_p^{ijk}}{Z_0^{ijk}}\right)$$
(9)

کار پلاستیک میباشد ($W_P^{ijk} = 2 \Lambda^{ijk} \, {
m J}_2^{ijk}$). در معادلات W_P^{ijk} و (۹) و (۹)، N_{1} Z_{1} Z_{0} (۹) و (۸) و (۸) و (۹) و (۸) رفتار ماده را در محدوده غیرالاستیک مشخص میکنند. بنابراین معادلات الاستیک-ویسکوپلاستیک سه بعدی برای سلول ijk را می توان به صورت رابطه (۱۰) نوشت.

$$\dot{\varepsilon}_{x}^{ijk} = \frac{1}{E^{ijk}} \dot{\sigma}_{x}^{ijk} - \frac{\nu^{ijk}}{E^{ijk}} \left(\dot{\sigma}_{y}^{ijk} + \dot{\sigma}_{z}^{ijk} \right) + \Lambda^{ijk} \Sigma_{x}^{ijk} + \alpha^{ijk} \dot{T}$$

$$\dot{\varepsilon}_{y}^{ijk} = -\frac{\nu^{ijk}}{E^{ijk}} \dot{\sigma}_{x}^{ijk} + \frac{1}{E^{ijk}} \dot{\sigma}_{y}^{ijk} - \frac{\nu^{ijk}}{E^{ijk}} \dot{\sigma}_{z}^{ijk} + \Lambda^{ijk} \Sigma_{y}^{ijk} + \alpha^{ijk} \dot{T}$$

$$\dot{\varepsilon}_{z}^{ijk} = -\frac{\nu^{ijk}}{E^{ijk}} \left(\dot{\sigma}_{x}^{ijk} + \dot{\sigma}_{y}^{ijk} \right) + \frac{1}{E^{ijk}} \dot{\sigma}_{z}^{ijk} + \Lambda^{ijk} \Sigma_{z}^{ijk} + \alpha^{ijk} \dot{T}$$
(1.)



شکل ۳ سلول ijk شامل الیاف

۲-۲- معادلات حاکم

برای استخراج معادلات حاکم، مشابه دیگر مدلهای سلول واحد [۲-۷]، همه مؤلفههای جابجایی در داخل سلولهای المان نماينده به صورت خطى تغيير كرده، بنابراين مقادير تنش و کرنش هر سلول ثابت فرض می شود. همچنین تنشهای نرمال بر المان نماينده هيچگونه تنش برشي داخل سلولها ایجاد نمی کنند و به عکس. در این تحقیق معادلات حاکم برای بارگذاری عمودی مورد مطالعه قرار می گیرد و به صورت نرخی نوشته می شوند.

با فرض σ^{ijk} به عنوان مؤلفههای تنش میکرو در سلول ijk و به عنوان تنش ماکرو اعمالی در جهت l، که l میتواند y و S_l z باشد، معادلات تعادل برابر خواهند بود با:

$$\sum_{k=1}^{n} \sum_{j=1}^{r} d_{k} b_{j} \dot{\sigma}_{x}^{1jk} = \dot{S}_{x} L_{r} L_{h}$$

$$\sum_{k=1}^{h} \sum_{i=1}^{c} d_{k} a_{i} \dot{\sigma}_{y}^{i1k} = \dot{S}_{y} L_{c} L_{h}$$

$$\sum_{j=1}^{r} \sum_{i=1}^{c} b_{j} a_{i} \dot{\sigma}_{z}^{ij1} = \dot{S}_{z} L_{r} L_{c} \qquad (1)$$

$$j = 1 \text{ the second of } L_{r} = 0$$

$$j = 1 \text{ the second of } L_{r} = 0$$

$$\dot{\sigma}_{x}^{i\,jk} = \dot{\sigma}_{x}^{ijk} \quad (i > 1)$$

$$\dot{\sigma}_{y}^{i1k} = \dot{\sigma}_{y}^{ijk} \quad (j > 1)$$

$$\dot{\sigma}_{z}^{ij1} = \dot{\sigma}_{z}^{ijk} \quad (k > 1)$$

$$(Y)$$

$$\sum_{i=1}^{c} a_i \dot{\varepsilon}_x^{i11} = \sum_{i=1}^{c} a_i \dot{\varepsilon}_x^{ijk} = L_c \dot{\overline{\varepsilon}}_x \qquad j \times k \neq 1$$

$$\sum_{j=1}^{r} b_j \dot{\varepsilon}_y^{1j1} = \sum_{j=1}^{r} b_j \dot{\varepsilon}_y^{ijk} = L_r \dot{\overline{\varepsilon}}_y \qquad i \times k \neq 1$$

$$\sum_{k=1}^{h} d_k \dot{\varepsilon}_z^{11k} = \sum_{k=1}^{h} d_k \dot{\varepsilon}_z^{ijk} = L_h \dot{\overline{\varepsilon}}_z \qquad i \times j \neq 1$$
(7)

مهندسی مکانیک مدرس تیر ۱۳۹۲، دورهٔ ۱۳ شمارهٔ ٤



شکل ۴ مقایسه رفتار ساختاری لایه میانی با مدلهای لایه میانی انعطاف پذیر، نرمی ثابت، نیدلمن و نرمی گشایشی [۲]

بنابراین به منظور در نظر گرفتن خرابی لایه میانی، جدایی لایه میانی با مدل نرمی گشایشی پیش بینی می شود. این مدل اجازه یک گسستگی در مؤلفه های جابجایی مماسی و عمودی لایه میانی I را می دهد که متناسب با مؤلفه تنش در همان لایه میانی می باشد. به علاوه، این مدل اجازه رشد جدایی را با تخلیه تنش های لایه میانی می دهد. مدل لایه میانی با نرمی تخلیه تنش های لایه میانی می دهد. مدل لایه میانی با نرمی گشایشی در معادلات نرخی مدل سلول واحد ساده شده گسترش یافته بکار گرفته می شود. بنابراین، فرم نرخی معادلات گسستگی جابجایی لایه میانی استفاده می شود. همچنین این مدل یک استحکام اتصال محدود (σ_{DB}) را در لایه میانی طبق رابطه (۳)، در نظر می گیرد.

 $\begin{bmatrix} \dot{u}_n \end{bmatrix}^I = R_n(t)\dot{\sigma}_n \Big|^I + \dot{R}_n(t)\sigma_n \Big|^I , \sigma_n \Big|^I \ge \sigma_{DB} \quad (17)$ $\sum_{k=1}^{n} \sigma_k = \sigma_{DB}$ $\sum_{k=1}^{n} \sigma_k =$

برای خطی سازی با استفاده از روش تفاضل محدود پیش رو
نرخ کرنش، تنش و دما مطابق روابط (۱۱) نوشته می شوند:
$$\dot{\varepsilon} = \frac{\Delta \varepsilon}{\Delta t} = \frac{\varepsilon^{t+\Delta t} - \varepsilon^{t}}{\Delta t}$$

 $\dot{\sigma} = \frac{\Delta \sigma}{\Delta t} = \frac{\sigma^{t+\Delta t} - \sigma^{t}}{\Delta t}$
 $\dot{T} = \frac{\Delta T}{\Delta t} = \frac{T^{t+\Delta t} - T^{t}}{\Delta t}$ (۱۱)

با جایگذاری معادله (۱۰) در معادله (۳) و با استفاده از معادلات (۱) و (۲) و (۱۱) دستگاه زیر با تعداد cr+ch+rh معادله خطی با همین تعداد مجهول بدست میآید.

در شکل ۴ رفتار لایه میانی برای مدلهای لایه میانی انعطاف پذیر (FI)، نرمی ثابت (CCI)، نیدلمن (NI) و نرمی گشایشی (ECI) نشان داده شده است. در این شکل تنش لایه میانی بر حسب جابجایی لایه میانی برای مدلهای خرابی فوق رسم شده است. رفتار لایه میانی با مدل لایه میانی انعطافپذیر با شروع بارگذاری به صورت کاملاً انعطاف پذیر است. نقص آشکار این مدل فقدان یک استحکام اتصال محدود در لایه میانی و عدم تغییر نرمی مؤثر لایه میانی است. گنجاندن یک استحكام محدود در لايه مياني مهمترين مزيت مدل لايه مياني با نرمی ثابت میباشد، اما مانند مدل لایه میانی انعطافپذیر مقدار نرمی مؤثر لایه میانی ثابت است. رفتار ساختاری مدل لایه میانی نیدلمن با دو مدل قبل کاملاً متفاوت است. برخلاف دو مدل قبلی مدل نیدلمن اجازه میدهد که جدایش در لایه میانی با رهایش تنش لایه میانی رشد کند. یعنی همچنان که بارگذاری ادامه می یابد، تنش در لایه میانی ابتدا افزایش و سپس کاهش یافته اما جابجایی لایه میانی همواره افزایش مي يابد و اين امر مهم ترين مزيت اين مدل است. فقدان استحكام اتصال محدود در لايه مياني نقص آشكار مدل نيدلمن است. مدل لایه میانی با نرمی گشایشی بهترین رفتار لایه میانی را در بین مدل های موجود نشان میدهد، چون در این مدل هم استحکام اتصال محدود در لایه میانی در نظر گرفته می شود و هم با رهایش تنش در لایه میانی جدایی تا زمانی که بارگذاری ادامه می یابد، افزایش پیدا می کند.

شود، صفر است (اتصال کامل). در این زمان پارامتر جدایی به صورت نمایی تا یک مقدار بزرگی (جدایی کامل) با زمان رشد می کند. به منظور در نظر گرفتن اثرات جدایی لایه میانی *I*، تحت بارهای نرمال، معادله (۳) به صورت رابطه (۱۵) باید برای مدل جدایی لایه میانی با نرمی گشایشی اصلاح شود:

- $\sum_{i=1}^{I} a_{i} \dot{\varepsilon}_{x}^{i11} + R_{n} \dot{\sigma}_{x}^{I11} + \dot{R}_{n} \sigma_{x}^{I11} + \sum_{i=I+1}^{c} a_{i} \dot{\varepsilon}_{x}^{i11} = \sum_{i=1}^{I} a_{i} \dot{\varepsilon}_{x}^{ijk}$ $+ \dot{R}_{n} \dot{\sigma}_{x}^{Ijk} + \dot{R}_{n} \sigma_{x}^{Ijk} + \sum_{i=I+1}^{c} a_{i} \dot{\varepsilon}_{x}^{ijk} = {}_{c} \dot{\overline{\varepsilon}}_{x} \qquad j \times k \neq 1$ $\sum_{j=1}^{I} b_{j} \dot{\varepsilon}_{y}^{1j1} + R_{n} \dot{\sigma}_{y}^{1l1} + \dot{R}_{n} \sigma_{y}^{1l1} + \sum_{j=I+1}^{r} b_{j} \dot{\varepsilon}_{y}^{1j1} = \sum_{j=1}^{I} b_{j} \dot{\varepsilon}_{y}^{ijk}$ $+ \dot{R}_{n} \dot{\sigma}_{y}^{ilk} + \dot{R}_{n} \sigma_{y}^{ilk} + \sum_{j=I+1}^{r} b_{j} \dot{\varepsilon}_{y}^{ijk} = L_{r} \dot{\overline{\varepsilon}}_{y} \qquad i \times k \neq 1$ $\sum_{i=1}^{h} d_{k} \dot{\varepsilon}_{z}^{11k} = \sum_{i=1}^{h} d_{k} \dot{\varepsilon}_{z}^{ijk} = L_{h} \dot{\overline{\varepsilon}}_{z} \qquad i \times j \neq 1 \qquad (1\Delta)$
 - ۴- نوع ماده مرکب

ماده مرکب در نظر گرفته شده در این تحقیق سیلیکون کارباید/تیتانیوم (SiC/Ti) -که شامل زمینه تیتانیوم (Iimetal کارباید/تیتانیوم (SiC/Ti) -که شامل زمینه تیتانیوم (21S (21S) تقویت شده با الیاف سیلیکون کارباید است، میباشد. فاز الیاف و زمینه به ترتیب به عنوان یک ماده الاستیک خطی و الاستیک-ویسکوپلاستیک ایزوتروپیک در نظر گرفته میشوند. الاستیک-ویسکوپلاستیک ایزوتروپیک در جدول ۱ [۱۸، ۱۹] خواص ترموالاستیک اجزای ماده مرکب در جدول ۱ [۱۹، ۱۹] و خواص ویسکوپلاستیک زمینه در جدول ۲ آمده است [۱۹]. این خواص در دمای ۲۳ درجه سانتی گراد که دمای کارکرد ماده مرکب است، آورده شدهاند.

جدول ۱ خواص ترموالاستیک اجزای ماده مرکب سیلیکون کارباید/تیتانیوم در دمای ۲۳ درجه سانتی گراد [۱۹،۱۸]

	-		-
$\alpha(10^{-6/\circ}K)$	v	E (GPa)	مادہ
۶/۳۱	۰/۳۴	١١٢	تيتانيوم
37/254	٠/٢۵	۳۹۳	سيليكون كاربايد

جدول ۲ خواص ویسکوپلاستیک تیتانیوم در دمای ۲۳ درجه سانتی گراد [۱۹]

$D_0 \left(\mathrm{S}^{-1} \right)$	Z_0 (MPa)	Z_l (MPa)	т	п
1.4	100.	18	۰/۳۵	۴/۸

این نوع ماده مرکب در دمای حدود ۶۵۰ درجه سانتی گراد ساخته میشود [۲]. فرض میشود که الیاف و زمینه در این دما فاقد کرنش باشند و تا دمای محیط (۲۳ درجه سانتی گراد) سرد شده که تنش پسماند حرارتی ایجاد میشود. در این مطالعه خواص اجزای سازنده مستقل از دما در نظر گرفته میشود که تأثیر چندانی بر رفتار ماده مرکب ندارد [۲۰]. در واقع مفهوم تنش پسماند، اختلاف دمای ساخت تا دمای استفاده از ماده مرکب میباشد و چون دمای مورد استفاده در این تحقیق از ماده مرکب میباشد و چون دمای مورد استفاده در این تحقیق سیلیکون کارباید/تیتانیوم عبارتند از: (m·MPa⁻¹ (s⁻¹) سیلیکون کارباید/تیتانیوم عبارتند از: (m·MPa⁻¹) سیلیکون کارباید/تیتانیوم عبارتند از: (s⁻¹) ماده مرکب میباشد [۶]. برای این ماده مرکب تنش

۵- روش تحقیق

با استفاده از مدل سلول واحد ساده شده گسترش یافته، رفتار تنش-كرنش الاستيك-ويسكوپلاستيك ماده مركب الياف كوتاه سیلیکون کارباید/تیتانیوم تحت بارگذاری تک محوری و دو محوری پیش بینی می شود. المان حجمی نماینده به ۲×۳۰×۳۰ سلول در سه بعد تقسیم می شود، r=۰ r=۰ و r=۰، که برای تامین نتایج مناسب کافی است. در همه نتایج درصد حجمي الياف ٣٣٪ بوده و نسبت منظر براي الياف كوتاه ٢٠ میباشد. نرخ کرنش برای کشش طولی ($(s^{-1})^{-1} + 1 \cdot (s^{-1})$ و برای کشش عرضی و بارگذاری دو محوری (\bar{s}^{-1}) کشش عرضی و ا می باشد [۶]. تمامی نمودارهای بدست آمده در این تحقیق تنش مکانیکی بر حسب کرنش مکانیکی را نشان میدهند و تا هنگامی که بار مکانیکی بر ماده مرکب وارد نشده است کرنش نیز برابر صفر در نظر گرفته می شود. بنابراین در زمان صفر که تنش خارجی بر المان نماینده ماده مرکب وارد نمی شود کرنش متناظر نیز صفر است. نرخ کرنش حرارتی نیز با توجه به اختلاف دما ۶۲۷- درجه سانتی گراد، تعداد مراحل حل (۱۰۶ مرتبه) و بازه زمانی در نظر گرفته شده (صفر تا ۱۰ ثانیه) و همچنین مقدار Δt (Δt ثانیه) در کد تعیین می شود این مقدار یک کران بالا را برای ($\dot{T} = - \frac{9}{10^{-7}} \circ C/s$). این مقدار یک کران بالا (اثرات تنش یسماند حرارتی در نظر می گیرد.

۶– نتایج و بحث

۶-۱- بارگذاری تک محوری

برای اعتبارسنجی مدل سلول واحد ساده شده گسترش یافته، در پیشبینی پاسخ تنش-کرنش ماده مرکب سیلیکون کارباید/تیتانیوم، پاسخ کشش طولی ماده مرکب الیاف بلند (۱<<٤) سیلیکون کارباید/تیتانیوم که دادههای تجربی برای آن موجود است، بدست آورده میشود. پاسخ تنش-کرنش کشش طولی شبیهسازی شده با مدل حاضر و دادههای تجربی موجود برای ماده مرکب الیاف بلند (۱<<٤) در شکل ۵ نشان داده شده است. شکل ۵ شامل منحنی تنش-کرنش کشش طولی ماده مرکب الیاف کوتاه (۲۰=٤) نیز میباشد.

تطابق بسیار خوبی بین نتایج پیش بینی شده با مدل ارائه شده زمانی که تنش پسماند حرارتی در نظر گرفته می شود و داده های تجربی برای ماده مرکب الیاف بلند وجود دارد. همچنین شکل ۵ شامل نتایج بدون در نظر گرفتن تنش پسماند برای مواد مرکب الیاف بلند و کوتاه می باشد. حذف تنش پسماند در بارگذاری کششی موجب یک افزایش بر آورد برای رفتار استحکامی ماده الیاف بلند می شود. به طور یکه بدون برای رفتار استحکامی ماده الیاف بلند می شود. به طور یکه بدون ماده مرکب الیاف بلند به ترتیب حدود ۲۱۰۰ و ۱۵۰۰ مگاپاسکال می باشد.



سیلیکون کارباید/تیتانیوم در بارگذاری طولی

رفتار ماده مركب الياف كوتاه شبيه رفتار ماده مركب الياف بلند می باشد. تنش پسماند اثر زیادی بر تنش تسلیم یا شروع رفتار غیرخطی پاسخ تنش-کرنش طولی پیشبینی شده ماده مرکب الیاف کوتاه دارد. در نظر گرفتن تنش پسماند در شبيهسازى كشش طولى ماده مركب الياف كوتاه، تنش تسليم را کاهش میدهد. به طوری بدون در نظر گرفتن تنش پسماند و با اعمال آن تنش تسليم براى ماده مركب الياف كوتاه به ترتیب حدود ۸۱۰ و ۵۱۰ مگاپاسکال میباشد. این نتایج نشان میدهد که تنشهای پسماند حرارتی بسیار مؤثر بوده و برای پیشبینیهای دقیق باید در شبیهسازی در نظر گرفته شوند. از مفاهيم بنيادى تعريف المان حجمى نماينده مىتوان فرض تکرار شوندگی را در راستای طولی برای المان نماینده ماده مرکب الیاف کوتاه در نظر گرفت. این امر سبب می شود که مسأله ۳ بعدی مورد نظر، به یک مسأله کرنش صفحهای تعمیمیافته در صفحه x-y تبدیل شود. از این موضوع در مقالات متعددی بهره گرفته شده است [۱۶،۸،۳]. این موضوع، به همراه این فرض که تنشهای نرمال بر المان نماینده هیچگونه تنش برشی داخل سلولها ایجاد نمیکنند، موجب شدهاند که جدایی (مماسی) لایه میانی ماده مرکب الیاف کوتاه تحت اثر بارگذاری طولی در مدل، دیده نشود. واضح است که در نسبت منظر الیاف پایین از جمله مواد مرکب ذرهای (s=1) به دلیل در نظر نگرفتن جدایی تقویت/زمینه، مدل حاضر نتایج غیرواقعی در برخواهد داشت.

اعتبارسنجی دیگر برای بررسی درستی مدل سلول واحد ارائه شده، پیشبینی پاسخ کشش عرضی ماده مرکب الیاف بلند سیلیکون کارباید/تیتانیوم میباشد. شکل ۶ رفتار الاستیک-ویسکوپلاستیک ماده مرکب الیاف بلند را تحت بارگذاری عرضی با وجود تنش پسماند حرارتی و خرابی در لایه میانی و بدون آنها، نشان میدهد. همچنین این نمودار شامل دادههای تجربی میباشد.

برخلاف بارگذاری طولی، رفتار ماده مرکب الیاف بلند در بارگذاری عرضی به شدت تحت تأثیر دو عامل تنش پسماند حرارتی و لایه میانی ضعیف است (شکل ۶). مقایسه با دادههای تجربی نشان میدهد که به منظور حصول نتایج درست برای ماده مرکب الیاف بلند باید هر دو عامل در نظر گرفته شوند.

¹ Generalized plane strain



شکل ۶ منحنی تنش-کرنش ماده مرکب الیاف بلند سیلیکون کارباید/تیتانیوم تحت بارگذاری عرضی

همچنین شکل ۶ نشان میدهد که با فرض اتصال کامل لایه میانی، با وجود تنش پسماند تنش تسلیم حدود ۱۲۰۰ مگاپاسکال و بدون آن حدود ۱۴۰۰ مگاپاسکال میباشد، که در هر دو مورد موجب یک افزایش پیشبینی برای استحکام ماده مرکب الیاف بلند میشود.

شکل ۷ رفتار الاستیک-ویسکوپلاستیک ماده مرکب الیاف کوتاه را تحت بارگذاری عرضی با وجود تنش پسماند و خرابی در لایه میانی و بدون آنها را نشان میدهد. همان گونه که در شکل ۷ نشان داده شده، رفتار ماده مرکب الیاف کوتاه در بارگذاری عرضی به شدت تحت تأثیر دو عامل تنش پسماند حرارتی و لایه میانی ضعیف است. هنگامی که تنش پسماند در نظر گرفته نمی شود، مقدار تنش که در آن جدایی رخ میدهد بسیار پایین تر نسبت به زمانی است که تنش پسماند در نظر گرفته می شود. به طوری که تنش جدایی بدون در نظر گرفتن تنش پسماند و با اعمال آن به ترتیب حدود ۸۳ و ۲۲۰ مگاپاسکال می باشد. بنابراین اعمال تنش پسماند، به دلیل اختلاف ضریب انبساط حرارتی اجزای سازنده که توسط آن لایه میانی فشرده می شود، جدایی در لایه میانی را به تأخیر میاندازد.

یک تحلیل حساسیت به تعداد مش مدل با توجه به شکل ۸ انجام شده است.



کارباید/تیتانیوم تحت بارگذاری عرضی

در شکل ۸ تأثیر تعداد سلولهای المان حجمی نماینده ماده مرکب بر پاسخ تنش-کرنش طولی و عرضی ماده مرکب الياف كوتاه نشان داده شده است. همان طور كه مشاهده می شود، نتایج برای بارگذاری طولی و عرضی با مدل سلول واحد ساده شده گسترش یافته ۲×۳۰×۳۰ و ۲×۵۰×۵۰ بسیار به هم نزدیک میباشد. از طرف دیگر زمان لازم جهت استخراج پاسخ تنش-کرنش با آرایش ۲×۵۰×۵۰، با مشخصات پردازش CPU=۲/۶۶(GHz) و A۶۴۰۰۰ ،RAM=۳(GB) و مدل ۲×۳۰×۳۰، ۱۷۲۸۰۰ ثانیه می باشد. منحنی تنش کرنش الاستیک-ویسکوپلاستیک ماده مرکب الیاف کوتاه با مدل سلول واحد گسترش یافته ۲×۱۰×۱۰ در بارگذاری طولی تفاوت چندانی با دو مدل قبل ندارد. اما پاسخ تنش-کرنش عرضی كاملاً متفاوت با دو مدل قبل مىباشد. با توجه به نمودار فوق، پاسخ تنش-كرنش عرضى الاستيك-ويسكوپلاستيك ماده مركب الياف كوتاه با مدل سلول واحد گسترش يافته ۲×١٠×٠٠ رفتار خزشی لایه میانی را به خوبی نشان نمیدهد. زمان لازم برای حصول منحنیهای تنش-کرنش با مدل ۲×۱۰×۱۰ حدود ۲۳۰۰۰ ثانیه می باشد. با توجه به هزینه محاسباتی مورد بحث قبل آرایش ۲×۳۰×۳۰ برای استخراج نتایج مناسب است.

در شکل ۹ اثر نرخ دما بر منحنی تنش-کرنش الاستیک-ویسکوپلاستیک ماده مرکب مورد نظر، تحت بارگذاری عرضی با در نظر گرفتن جدایی لایه میانی نشان داده شده است. در

این شکل نتایج برای سه نرخ تغییرات دماهای ۲۰۰٬۰۰۵ این شکل نتایج برای سه نرخ تغییرات دماهای ۲۰۰٬۰۰۵ م ۳/۰۰۵۵ ۳/۵۰ همانطور که در شکل ۹ مشاهده می شود افزایش نرخ تغییر دما موجب تاخیر جدایی در لایه میانی می شود. برای نرخ دماهای ۲۰۰٬۰۰۵ جدایی در لایه میانی به ترتیب ۱۸۵۵٬۰۰۰ و ۲۵۰٬۰۰۵ و ۲۰۰ مگاپاسکال اتفاق می افتد.



شکل ۸ تأثیر تعداد سلولهای المان حجمی بر پاسخ تنش-کرنش طولی و عرضی ماده مرکب الیاف کوتاه



شکل ۹ اثر نرخ دما بر منحنی تنش-کرنش در بارگذاری عرضی

با توجه به امکانات محاسباتی در دسترس مقدار نرخ تغییرات دما ۰/۰۰۶۲۷ و ۲۸ کران بالا را برای اثرات تنش پسماند حرارتی در نظر می گیرد.

۶–۲– بارگذاری دومحوری

در ادامه، رفتار ماده مرکب الیاف کوتاه تحت بارگذاری دو محورى با استفاده از مدل ميكرومكانيكي سلول واحد ساده شده گسترش یافته ارائه می شود. شکل ۱۰ رفتار الاستیک-ويسكوپلاستيك ماده مركب الياف كوتاه پيش بينى شده توسط مدل سلول واحد گسترش یافته برای بارگذاری عرضی/عرضی که در آن $S_{x} = S_{y}$ به طور همزمان بر المان حجمی نماینده وارد می شود، را نشان می دهد. اثرات تنش پسماند حرارتی و خرابی لایه میانی در این تحلیل در نظر گرفته شدهاند. با در نظر گرفتن تنش پسماند، مقایسهای بین بارگذاری تک محوری عرضی و دو محوری عرضی/عرضی نشان میدهد که جدایی در لایه میانی در بارگذاری تک محوری در ۲۲۰ مگاپاسکال شروع می شود، در حالی که برای بارگذاری دو محوری جدایی در ۲۳۵ مگاپاسکال رخ میدهد. در اینجا حالتهای مختلف زوال در بارگذاری عرضی/عرضی ماده مرکب الیاف کوتاه زمینه فلزی بررسی میشود. مطالعهای برای بررسی اثرات اتصال لایه میانی و تنشهای پسماند حرارتی بر شروع زوال و رفتار غیرخطی در فضای تنش عرضی اعرضی انجام گرفته است.



کارباید/تیتانیوم در بارگذاری دومحوری کششی عرضی/عرضی

شروع زوال که سبب رفتار غیرخطی ماده مرکب می شود، با جدایی در لایه میانی یا تسلیم زمینه تعریف می شود. شروع تسلیم در جایی اتفاق می افتد که بارگذاری بر ماده مرکب تا آنجا افزايش يابد كه تنش معادل فن-مايزز وارده درون اولين سلول زمینه به استحکام تسلیم برسد. نتایج در شکل ۱۱ نشان داده شدهاند. همان گونه که شکل ۱۱ نشان میدهد، اندازه سطح خرابی بسیار متأثر از دو عامل جدایی لایه میانی و تنش پسماند میباشد. به علاوه، وجود تنش پسماند حرارتی منحنی شروع خرابی را در صفحه عرضی به سمت تنشهای مثبت حرکت میدهد. با توجه به کمتر بودن ضریب انبساط حرارتی الياف (سيليكون كاربايد) نسبت به ضريب انبساط حرارتي زمینه (تیتانیم)، تنش یسماند حرارتی در فاز الیاف و زمینه به ترتیب فشاری و کششی میباشد. همچنین، رفتار کششی ماده مركب الياف كوتاه با لايه مياني جدا شده بسيار ضعيفتر و نرم-تر از لایه میانی متصل برای کشش دو محوری میباشد. به طوری که با وجود تنش پسماند حرارتی، تنش تسلیم با در نظر گرفتن خرابی لایه میانی ۴۱۵ مگاپاسکال و بدون خرابی در لایه میانی ۹۹۵ مگاپاسکال میباشد. نتایج نشان میدهد که در بارگذاری فشاری دو محوری، رفتار ماده با لایه میانی جدا شده و جدا نشده یکی بوده و فقط تنش پسماند حرارتی بر ماده مركب مؤثر مىباشد.



شکل ۱۱ شروع خرابی در ماده مرکب الیاف کوتاه سیلیکون کارباید/تیتانیوم در بارگذاری عرضی/عرضی

به طوری که با وجود تنش پسماند حرارتی و بدون آن تنش شروع رفتار غیرخطی به ترتیب ۷۱۵ و ۹۵۷ مگاپاسکال میباشد.

پاسخ الاستیک- ویسکوپلاستیک ماده مرکب الیاف کوتاه سیلیکون کارباید/تیتانیوم تحت بارگذاری دو محوری طولی/عرضی $S_x = S_x$ با استفاده از مدل سلول واحد ارائه شده، با وجود تنش پسماند حرارتی و جدایی در لایه میانی استخراج شده است. شکلهای ۱۲ و ۱۳ منحنی تنش کلی^۱ -کرنش ماده مرکب الیاف کوتاه را به ترتیب در جهات عرضی و طولی نشان میدهند. در این نمودارها تنش پسماند و لایه میانی ضعیف در نظر گرفته شده است.

در بارگذاری طولی/عرضی شکل ۱۲، با وجود تنش پسماند مشخص شده که شروع خرابی در تنشی بیشتر از ۲۵۰ مگاپاسکال اتفاق میافتد. با توجه به منحنی تنش-کرنش عرضی در بارگذاری طولی/عرضی (شکل ۱۲) بدون در نظر گرفتن خرابی لایه میانی، اعمال تنش پسماند حرارتی موجب افزایش حدود ۹ درصدی تنش تسلیم میشود. همان طور که شکل ۱۳ منحنی تنش-کرنش طولی ماده مرکب الیاف کوتاه را در بارگذاری طولی/عرضی نشان میدهد، خرابی در لایه میانی تأثیر چندانی بر رفتار این ماده ندارد و تنها اعمال تنش پسماند حرارتی موجب کاهش تنش تسلیم میشود.



^{1.} Overall Stress



شکل ۱۴ شروع خرابی در ماده مرکب الیاف کوتاه سیلیکون کارباید/تیتانیوم در بارگذاری طولی/عرضی

مقدار بهینه تعداد سلولهای المان حجمی نماینده ماده مرکب الیاف کوتاه با توجه به هزینههای محاسباتی استخراج شد. شروع و گسترش زوال ناشی از جدایی در لایه میانی و پلاستیک شدن زمینه با توجه به شرایط بارگذاری گزارش شدند. اثرات شروع خرابی لایه میانی و تسلیم زمینه در حالت تنش دو محوری عرضی/عرضی و طولی/عرضی نیز متفاوت شدند. تنشی که در آن جدایی در لایه میانی رخ میدهد، در بارگذاری عرضی تک محوره کمترین مقدار را به خود اختصاص میدهد. در بارگذاری کششی و فشاری مود غالب خرابی به ترتیب مربوط به جدایی در لایه میانی و تسلیم زمینه میباشد.

۸- مراجع

- Clyne T.W., Withers P.J., An Introduction to Metal Matrix Composites, University Press, Cambridge, 1993, pp. 416-427.
- [2] Aboudi J., "A Continuum Theory for Fiber-Reinforced Elastic-viscoplastic Composites", *International Journal of engineering Science*, Vol. 20, 1982, pp. 605-621.
- [3] Aboudi J., "Micromechanical Analysis of Composites by the Method of Cell", *Journal of Applied Mechanics*, Vol. 42, 1989, pp. 193-221.
- [4] Aboudi J., Herakovich, C.T., "An Interfacial Damage Model for Titanium Matrix Composites", *Damage and Interfacial Debonding in composites*, 1996, pp. 149-165.



شکل ۱۳ منحنی تنش-کرنش طولی ماده مرکب الیاف کوتاه سیلیکون کارباید/تیتانیوم در بارگذاری کششی طولی/عرضی

شکل ۱۴ شروع رفتار غیرخطی ماده مرکب الیاف کوتاه سیلیکون کارباید/تیتانیوم را تحت بارگذاری دومحوری طولی/عرضی با در نظر گرفتن تنش پسماند حرارتی و خرابی در لایه میانی نشان میدهد. همانگونه که مشاهده میشود، با وجود تنش پسماند حرارتی، شروع خرابی به سمت تنشهای طولی منفی حرکت میکند. هنگامی که ماده مرکب تحت طولی منفی حرکت میکند. هنگامی که ماده مرکب تحت بارگذاری کششی عرضی قرار داده میشود، جدایی لایه میانی مود غالب خرابی ماده مرکب میباشد. تحت بارگذاری فشاری عرضی رفتار ماده مرکب با لایه میانی کاملاً متصل و جداشده یکی است.

۷- نتیجهگیری

برای مطالعه اثرات خرابی لایه میانی بر پاسخ الاستیک ویسکوپلاستیک ماده مرکب الیاف کوتاه سیلیکون کارباید/تیتانیوم تحت بارگذاری تک محوری و دو محوری، یک مدل میکرومکانیکی تحلیلی سهبعدی ارائه شد. تنش پسماند حرارتی ناشی از فرایند ساخت ماده مرکب الیاف کوتاه در بارگذاری بارگذاری طولی موجب کاهش تنش تسلیم و در بارگذاری عرضی با وجود خرابی در لایه میانی موجب تاخیر جدایی در لایه میانی شد.

محمدكاظم حسنزاده اقدم و همكار

تحلیل میکرومکانیکی خرابی ماده مرکب زمینه تیتانیومی با . . .

- [13] Yang Sh., Qin H., "Fiber Interactions and Effective Elasto-plastic Properties of Short-fiber Composites", Composite structures, Vol. 54, 2001, pp. 523-528.
- [14] Kim J.S., Muliana A.H., "A combined Viscoelastic-Viscoplastic Behavior of Particle Reinforced Composites", International Journal of Solids and Structures, Vol. 47, 2010, pp. 580-594.
- [15] Zienkiewicz, Cormeau, 0.C., LC.. "Viscoplasticity-plasticity and creep in elastic solids: a unified numerical solution approach", International Journal of Numerical Methods in Engineering, Vol. 8, 1974, pp.821-845.
- [16] Aboudi J., "The Effective Moduli of Short-fiber Composites", International Journal of Solids and Structures, Vol. 19, 1983, pp. 693-707.
- [17] Bodner S.R., Partom Y., "Constitutive Equations Elastic-Viscoplastic Strain Hardening for Materials", Journal of Applied Mechanics, Vol. 42, 1975, pp. 385-389.
- [18] Kroupa J.L., "The Nonisothermal Viscoplastic Behavior of a Titanium-matrix Composite", Composites Engineering, Vol. 4, 1994, pp. 965-977.
- [19] Kroupa J.L., "Implementation of a Nonisothermal Unified Inelastic-Strain Theory Into ADINA6.0 for a Titanium Alloy-User Guide", Wright Laboratory Report WL-TR-93-4005. University of Dayton, Dayton, Ohio, 1993.
- [20] Mahmoodi M.J., Aghdam M.M., Shakeri M., "The of Interfacial Debonding on the Effects Elastoplastic Response of Unidirectional Silicon Carbide-Titanium Composites", Part C: Journal of Mechanical Engineering Science, Vol. 223, 2010, pp. 259-269.

- [5] Lissenden C.J., Arnold S.M., Iver S.K., "Flow/damage Surfaces for Fiber-Reinforced Metals Having Different Periodic Microstructures", International Journal of Plasticity, Vol. 16, 2000, pp. 1049-1074.
- [6] Goldberg R.K., Arnold S.M., "A Study of Influencing Factors on the Tensile Response of a Titanium Matrix Composite with Weak Interfacial Bonding", NASA/TM-2000-209798.
- [7] Bednarcyk B.A., Arnold S.M., "Transverse Tensile and Creep Modeling of Continuously Reinforced Titanium Composites with Local Debonding", International Journal of Solids and Structures, Vol. 39, 2002, pp. 1987–2017.
- [8] Aghdam M.M., Smith D.J., Pavier M.J., "Finite Element Micromechanical Modelling of Yield and Collapse Behaviour of Metal Matrix Composites", Journal of the Mechanics and Physics of Solids, Vol. 48, 2000, pp. 499-528.
- [9] Mahmoodi M.J., Aghdam M.M., "Damage Analysis of Fiber Reinforced Ti-alloy Subjected to Multi-Axial Loading-A Micromechanical Approach", Materials Science and Engineering A, Vol. 528, 2011, pp. 7983-7990.
- [10] Arsenault R.J., Taya M., "Thermal Residual Stress in Metal Matrix Composite", Acta Metallurgica, Vol. 35, 1987, pp. 651–659.
- [11] Ji B., Wang T., "Plastic Constitutive Behavior of Short-fiber/particle Reinforced Composites", International Journal of Plasticity, Vol. 19, 2003, pp. 565-581.
- [12] Ding X.D., Jiang Z.H., Lian J.S., Sun J., "Dependence of Initial Stress-strain Behavior on Matrix Plastic Inhomogeneity in Short Fiber-Reinforced Metal Matrix Composite", Materials Science and Engineering, Vol. 369, 2004, pp. 93-100.