



## طراحی کنترل کننده پسگام مدلغزشی مرتبه کسری تطبیقی برای سیستم شناور مغناطیسی

هادی دلواری<sup>1\*</sup>، حمید حیدری نژاد<sup>2</sup>

1- استادیار، مهندسی برق- کنترل، دانشگاه صنعتی همدان، همدان

2- دانشجوی کارشناسی ارشد، مهندسی برق- کنترل، دانشگاه صنعتی همدان، همدان

\* همدان، صندوق پستی 65155 delavari@hut.ac.ir

### چکیده

تکنولوژی شناور مغناطیسی برایه مدل دینامیکی ماگلو به طور گسترده در صنایع مختلف مورد استفاده قرار می‌گیرد. این مدل به شدت غیرخطی و ناپایدار است و با وجود اغتشاش و نویز اندازه‌گیری کنترل سیستم شناور مغناطیسی بسیار مشکل می‌شود. در این مقاله کنترل کننده پسگام مدلغزشی مرتبه کسری تطبیقی به منظور پایدارسازی، ردیابی مناسب و مقایسه با اغتشاش و نویز اندازه‌گیری برای سیستم شناور مغناطیسی پیشنهاد می‌شود. الگوریتم پسگام که یک روش مبتنی بر تئوری پایداری لیاپانوف است با تئوری کنترل مدغزشی برای ایجاد عملکرد مقاوم ترکیب می‌گردد و از حسابان مرتبه کسری در جهت افزایش درجه ازایدی و همچنین مقاومت بیشتر کنترل کننده استفاده می‌شود. پایداری کنترل کننده پیشنهادی با استفاده از تئوری پایداری لیاپانوف و تئوری درک بهتر عملکرد سیستم شناور مغناطیسی تحت کنترل کننده پیشنهادی انجام می‌شود. تحلیل قرار می‌گیرد. شبیه‌سازی‌های عددی برای درک بهتر عملکرد سیستم شناور مغناطیسی تحت کنترل کننده پیشنهادی انجام می‌شود و عملکرد کنترل کننده پیشنهادی با کنترل کننده مدلغزشی ترمیمال سریع تطبیقی مقایسه می‌گردد. نتایج شبیه‌سازی بیانگر موفقیت کنترل کننده پیشنهادی در ایجاد ردیابی مناسب و مقاومت بالا در مقابل اغتشاش و نویز می‌باشد.

### اطلاعات مقاله

مقاله پژوهشی کامل

دریافت: 03 بهمن 1395

پذیرش: 28 بهمن 1395

راهنمایی: 14 اسفند 1395

کلید واژگان:

سیستم شناور مغناطیسی (ماگلو)

تئوری کنترل مدلغزشی

الگوریتم پسگام

کنترل مرتبه کسری

## Adaptive fractional order Backstepping sliding mode controller design for a magnetic levitation system

Hadi Delavari<sup>\*</sup>, Hamid Heydarinejad

Department of Electrical Engineering, Hamedan University of Technology, Hamedan, Iran  
\* P.O.B. 65155, Hamedan, Iran, delavari@hut.ac.ir

### ARTICLE INFORMATION

Original Research Paper  
Received 22 January 2017  
Accepted 16 February 2017  
Available Online 04 March 2017

**Keywords:**  
Magnetic levitation system (maglev)  
Sliding mode control theorem  
Backstepping algorithm  
Fractional order control

### ABSTRACT

Magnetic levitation systems are widely used in various industries. These kinds of systems are usually open-loop unstable and are described by highly nonlinear differential equations which present additional difficulties in controlling these systems in the presence of disturbance and sensor noise. We consider the stabilization and the tracking problems of a magnetic levitation system. In this paper an adaptive fractional order Backstepping sliding mode control schemes is proposed. Backstepping algorithm is based on the Lyapunov theory. The proposed controller in this paper is designed by a combination of a Backstepping algorithm, sliding mode control and fractional calculus to make more degree of freedom and robustness. The stability of the closed loop system is investigated by using the Lyapunov stability theorem and the new extension of Lyapunov stability theorem for fractional order systems. Simulations are performed to confirm the theoretical results of the proposed controller for the magnetic levitation system. The proposed controller is able to reject the sensor noise and disturbance with a chattering free control law. Finally, the simulation results of the proposed controller are compared with the adaptive fast terminal sliding mode control.

### 1- مقدمه

مغناطیسی ماگلو راهگشای بسیاری از مشکلات بشر در حوزه های مختلف می‌باشد. تکنولوژی شناور مغناطیسی ماگلو در واقع یک تکنولوژی بدون اتصال است که به دلیل عدم وجود اصطکاک و افزایش بازدهی سیستم و کاهش نویز، هزینه های نگه داری کمتری خواهد داشت. این تکنولوژی یک تکنولوژی فوق العاده کارآمد با کاربردهای بسیار گسترده در حوزه های مختلف از قبیل حمل و نقل سریع، مهندسی پزشکی، انرژی های تجدید پذیر، هوا و فضای تجهیزات نظامی، فرآیند بررسی مدل های آیرودینامیک هوایی، مهندسی برق و ساخت سیستم های اندازه گیری نانو مقیاس می باشد [1].

سیستم های شناور مغناطیسی پیشینه ای در حدود صد سال دارند، زمانی که دانشمندان ایده اولیه قطار مغناطیسی معلق را براساس مدل ماگلو<sup>1</sup> را به نمودند، همه توجهات بر روی قطارهای مغناطیسی متوجه شد و ساخت قطارهای مغناطیسی سریع السیر سبب شکوفایی این تکنولوژی شد. از آن پس همگان مزایای بسیار آن را درک کرده و دیگر می دانستند که چگونه این تکنولوژی را در مسائل مختلف مختص به کار گیرند. امروزه تکنولوژی شناور

<sup>1</sup> Maglev

برای ارجاع به این مقاله از عبارت ذیل استفاده نمایید:

H. Delavari\*, H. Heydarinejad, Adaptive fractional order Backstepping sliding mode controller design for a magnetic levitation system, *Modares Mechanical Engineering*, Vol. 17, No. 3, pp. 187-195, 2017 (in Persian)

کنترل کننده طراحی شده را در برابر اغتشاش‌ها مختلف افزایش خواهد که این کار در [13] ارائه شده است. در [14] کنترل کننده مدلغزشی ترمینال سریع تطبیقی برای پایدارسازی و ایجاد ردیابی سریع در سیستم شناور مغناطیسی ارائه شده و برای مقابله با اغتشاش با دامنه نامحدود از کنترل تطبیقی استفاده گردیده است و پایداری این روش با تئوری لیپانوف بررسی شده است.

تئوری کنترل مدلغزشی یک روش قدرتمند و مقاوم در کنترل سیستم‌های غیرخطی می‌باشد. کنترل مدلغزشی به دلیل توانایی بالا در دفع اغتشاش‌ها و مقابله با نامعینی‌های پارامتری به شدت مورد توجه قرار گرفته است. طراحی کنترل مدلغزشی از دو بخش، طراحی قانون کنترل معادل<sup>۱</sup> بیوسته و طراحی قانون کنترل سوئیچینگ ناپیوسته تشکیل شده است. برای این که شرایط رسیدن به سطح لغزش و باقی ماندن بر روی آن در سیستم صدق کند می‌بایست بهره قانون کنترل سوئیچینگ بزرگتر از حد بالای نامعینی‌ها و اغتشاش‌های سیستم باشد.

الگوریتم پسگام، یک روش طراحی سیستماتیک کنترل کننده برای سیستم‌های غیرخطی است که بر پایه تئوری پایداری لیپانوف ابداع شده است [15]. ایده این روش گسترش تابع لیپانوف از یک سیستم ساده به سیستم‌های شامل متغیرهای حالت اضافه و به طور همزمان طراحی کنترل پسخورد برای تضمین پایداری است. روش پسگام یک الگوریتم پله‌ای را دنبال می‌کند. یکی از مهمترین مزایای روش پسگام جلوگیری از حذف المان‌های غیرخطی کاربردی می‌باشد [16].

حسابان مرتبه کسری موضوعی با قدمت بیش از سه قرن است اما در سال‌های اخیر جایگاه ویژه‌ای در علوم مهندسی و بهخصوص در حوزه مدل‌سازی و کنترل سیستم‌ها پیدا کرده است. اضافه شدن حسابان مرتبه کسری به کنترل کننده سبب افزایش مقاومت و افزایش درجه آزادی کنترل کننده خواهد شد.

در این مقاله در بررسی سیستم شناور مغناطیسی از مدل دینامیکی ماگلو استفاده شده است. در مدل ماگلو معادلات دینامیکی یک توب فرو مغناطیسی که توسط یک میدان الکترومغناطیسی در هوا معلق نگه داشته شده بیان شده است. در مقاله حاضر یک کنترل کننده پسگام مدلغزشی مرتبه کسری تطبیقی<sup>۲</sup> برای سیستم شناور مغناطیسی با مدل دینامیکی ماگلو طراحی خواهد شد و با استفاده از تئوری پایداری لیپانوف، پایداری مدل دینامیکی ماگلو تحت کنترل کننده پیشنهادی بررسی خواهد شد. برخی از نوآوری‌های این مقاله به شرح زیر است:

- ارائه یک سطح لغزش مرتبه کسری مناسب براساس کنترل پسگام مدلغزشی مرتبه کسری
- طراحی قوانین تطبیق برای کنترل کننده پسگام مدلغزشی مرتبه کسری
- عدم محدودیت در دانستن کران بالای اغتشاش‌ها در کنترل کننده پسگام مدلغزشی مرتبه کسری تطبیقی
- بهره‌گیری از روشی نوین در بررسی پایداری سطح لغزش مرتبه کسری

## 2- حسابان مرتبه کسری

محاسبات مرتبه کسری نقش بسیار مهمی در زمینه‌های گوناگون علمی دارد

<sup>6</sup> Equivalent control law

<sup>7</sup> Adaptive fractional order Backstepping sliding mode control (AFOBSC)

برای بررسی و بهبود عملکرد شناور مغناطیسی ماگلو اغلب از مدل دینامیکی توب معلمک که به مدل ماگلو مشهور است استفاده می‌شود. مدل دینامیکی ماگلو به صورت حلقه باز ناپایدار بوده و دارای سیستمی فوق العاده سریع و بشدت غیرخطی می‌باشد، از این و استراتژی‌های مدل‌سازی و کنترل شناورهای مغناطیسی در سراسر جهان بسیار مورد توجه قرار گرفته است [2]. در سال‌های اخیر کنترل کننده‌های زیادی برای بهبود عملکرد سیستم شناور مغناطیسی طراحی و اجرا شده‌اند که در ادامه پیشینه روش‌های کنترلی طراحی شده برای مدل ماگلو بررسی می‌گردد.

کنترل کننده‌های تناسبی- مشتقی- انتگرال<sup>۳</sup> به دلیل ساختار ساده و سادگی عملکرد آن‌ها، بسیار مورد توجه تکنسین‌ها قرار گرفته‌اند اما تنظیم سنتی پارامترهای این کنترل کننده‌ها از نقاط ضعف آن‌ها می‌باشد، از این رو در [3] کنترل کننده تناسبی- انتگرال- مشتقی برای کنترل ارتفاع در سیستم ماگلو طراحی شده و برای حل مشکل تنظیم پارامترهای کنترل کننده از روش‌های فاری استفاده شده است [4]. کنترل کننده تناسبی- انتگرال- مشتقی به همراه مشاهده‌گر حالت برای سیستم ماگلو در [5] طراحی و ارائه شده است و با استفاده از تکنیک پیشرو<sup>۴</sup> پارامترهای کنترل کننده تنظیم شده و محدوده عملکرد پایدار سیستم توسعه داده شده است. کنترل کننده تناسبی- انتگرال- مشتقی با دو درجه آزادی برای سیستم شناور مغناطیسی در [6] طراحی شده است که ابتدا مدل دینامیکی خطی‌سازی شده و سپس کنترل کننده به آن اعمال شده است. علت استفاده از کنترل کننده تناسبی- انتگرال- مشتقی با دو درجه آزادی، کاهش بالازدگی در پاسخ گذاری سیستم عنوان شده است. کنترل کننده تناسبی- انتگرال- مشتقی مرتبه کسری برای پایداری سازی سیستم شناور مغناطیسی در [7] ارائه شده است، که مقاومت مناسب این روش در مقابل اغتشاش‌ها از مزایای این روش می‌باشد. برای کنترل مدل غیرخطی سیستم ماگلو، روش‌های خطی‌سازی مدل، خطی‌سازی فیدبک [8] و خطی‌سازی کنترل پیشرو<sup>۵</sup> [9] ارائه شده است، خطی‌سازی سیستم‌های غیرخطی حول نقطه کار سبب ایجاد مشکلاتی از جمله حذف برخی از دینامیک‌ها در مدل خطی شده و ایجاد عدم قطعیت خواهد شد. در صورتی که سیستم چندین نقطه کار داشته باشد از روش تکیک خطی‌سازی تکه‌ای<sup>۶</sup> [10] استفاده می‌شود. در [2] با استفاده از ترکیب خودکاهنده‌های واپسی به حالت با متغیر برون زا<sup>۷</sup> و شبکه عصبی بازگشتی سیستم غیرخطی ماگلو شناسایی شده و سپس با استفاده از کنترل کننده مدل پیش‌بین، ارتفاع توب معلمک کنترل گردیده است. از مزیت این روش در شناسایی پارامترهای سیستم، ایجاد ردیابی مناسب و مقابله با تاخیرهای به وجود آمده در سیستم می‌باشد. در [11] کنترل کننده مدل پیش‌بین غیرخطی برای سیستم شناور مغناطیسی به منظور ردیابی سریع ارتفاع مطلوب و پایدارسازی سیستم طراحی شده است که با استفاده از الگوریتم گرادیان نزولی تابع هزینه تعیین شده را حداقل می‌نماید که این روش از مقاومت خوبی برخوردار است.

در [12] کنترل کننده مدلغزشی زنجیره‌ای بر پایه ردیابی مقاوم برای سیستم شناور مغناطیسی طراحی شده است که در ابتدا سیستم خطی‌سازی شده و سپس قواعد کنترل مدلغزشی به سیستم اعمال گردیده است. از مزیت این روش می‌توان به مقاومت روش و بررسی دقیق پایداری سیستم اشاره نمود. ترکیب مشاهده‌گر اغتشاش با کنترل کننده‌های مدلغزشی، مقاومت

<sup>1</sup> Proportional–Integral–Derivative (PID)

<sup>2</sup> feed forward technique

<sup>3</sup> Feed forward linearization control

<sup>4</sup> piecewise linearization technique

<sup>5</sup> state-dependent autoregressive with eXogenous variable

که  $p$  موقعیت توب،  $v$  سرعت توب،  $\dot{x}_1$  جریان سیم پیچ الکترومغناطیسی، ولتاژ اعمالی به سیم پیچ،  $R$  مقاومت معادل سیم پیچ،  $L$  اندوکتانس معادل سیم پیچ،  $g_c$  ثابت گرانشی،  $C$  ثابت نیروی مغناطیسی و  $m$  جرم توب معلق را نشان می‌دهد. اندوکتانس  $L$  تابعی غیر خطی از موقعیت  $P$  می‌باشد و به طور تقریبی به صورت زیر است [21,14,2] :

$$L(p) = L_1 + \frac{2C}{p} \quad (9)$$

با استفاده از تغییر متغیر  $u = e, x_1 = p, x_2 = v, x_3 = i$  می‌توان معادلات فضای حالت سیستم شناور مغناطیسی را به صورت زیر بازنویسی نمود:

$$\begin{aligned} \dot{x}_1 &= x_2 \\ \dot{x}_2 &= g_c - \frac{C}{m} \left( \frac{x_3}{x_1} \right)^2 \\ \dot{x}_3 &= -\frac{R}{L} x_3 + \frac{2C}{L} \left( \frac{x_2 x_3}{x_1^2} \right) + \frac{1}{L} \end{aligned} \quad (10)$$

با استفاده از تغییر متغیرهای مناسب به صورت (11) می‌توان معادلات فوق را به فرم همراه<sup>۱</sup> غیرخطی و برحسب بردار حالت  $Z$  بازنویسی نمود [21,14]

$$\begin{aligned} z_1 &= x_1 - x_{1d} \\ z_2 &= x_2 - x_{2d} \\ z_3 &= g_c - \frac{C}{m} \left( \frac{x_3}{x_1} \right)^2 \end{aligned} \quad (11)$$

$$\begin{aligned} \dot{z}_1 &= z_2 \\ \dot{z}_2 &= z_3 \\ \dot{z}_3 &= 2(g_c - z_3) \left[ \left( 1 - \frac{2}{L(z_1 + x_{1d})} \right) \frac{z_2}{z_1 + x_{1d}} + \frac{R}{L} \right] + d \\ &\quad - \frac{2}{L(z_1 + x_{1d})} \sqrt{\frac{C}{m}} (g_c - z_3) u \\ &= f(z) + g(z)u + d \end{aligned} \quad (12)$$

که  $x_1, x_2, x_3$  مقادیر مطلوب موقعیت و سرعت توب معلق و  $x_{1d}, x_{2d}$  جریان مطلوب سیم پیچ می‌باشد. فرض می‌شود که  $x_{2d} = 0$  و  $x_{3d} = (\sqrt{g_c m / C}) x_{1d}$  و اغتشاش وارد بر سیستم می‌باشد [21].

#### 4- طراحی کنترل کننده پسگام مدلغزشی مرتبه کسری تطبیقی

##### 4-1- کنترل کننده پسگام مدلغزشی مرتبه کسری

کنترل کننده مدلغزشی یک روش مناسب برای پایداری سازی و ایجاد ردیابی مناسب در سیستم‌های غیرخطی می‌باشد که بهدلیل مقاومت در مقابل اغتشاش و نامعینی پارامتری به طور گسترده مورد استفاده قرار گرفته است. الگوریتم پسگام به طور ذاتی توانایی مقابله با اغتشاش ناسازگار<sup>۲</sup> را داشته و ترکیب آن با کنترل کننده مدلغزشی سبب افزایش عملکرد مقاوم کنترل کننده خواهد شد. اخیراً مطالعات زیادی پیرامون کنترل کننده‌های مرتبه کسری انجام گرفته است. از مزیت‌های کنترل کننده‌های مرتبه کسری، افزایش تعداد پارامترهای کنترل کننده و ایجاد آزادی عمل در تنظیم پارامترهای کنترل کننده می‌باشد. براساس تئوری الگوریتم پسگام [22,16] خطای ردیابی در هریک از حالت‌های سیستم تعریف خواهد شد که هریک از حالت‌های سیستم دارای یک قانون شبه کنترل می‌باشد که پایداری هریک از حالت‌های سیستم با قانون شبه کنترل تعیین شده بررسی خواهد شد. خطای دینامیکی موقعیت را به صورت (13) تعریف کرده و سپس الگوریتم پسگام به صورت زیر به مدل مالگلو اعمال خواهد شد:

<sup>4</sup> Canonical form  
<sup>5</sup> Mismatched disturbance

و به خصوص در دهه اخیر کاربرد کنترل مرتبه کسری در مهندسی کنترل به عنوان یک موضوع مهم در عرصه تحقیقات بین‌المللی مطرح شده است [17]. اخیراً دانشمندان نشان داده اند که معادلات مرتبه کسری قادرند پدیده‌های گوناگون را مناسب‌تر از مرتبه صحیح آن مدل کنند و کنترل کننده‌های مرتبه کسری یک ابزار قدرتمند جهت کنترل سیستم‌های با دینامیک پیچیده می‌باشد [18]. مشتق و انتگرال مرتبه کسری دارای تعاریف مختلفی است که پرکاربردترین و مهمترین آن‌ها تعاریف گرانوالد- لتنیکوف<sup>۳</sup>، ریمان- لیویول<sup>۴</sup> و کاپوتو<sup>۵</sup> می‌باشد [19]. در این مقاله برای طراحی کنترل کننده مدلغزشی مرتبه کسری از مشتق و انتگرال مرتبه کسری با تعریف کاپوتو استفاده خواهد شد. در این بخش تعاریف و خواص حسابان مرتبه کسری کاپوتو ارائه می‌شود [19].

**تعریف 1.** مشتق مرتبه کسری کاپوتو به صورت (1) ارائه شده است که در آن  $m$  عددی مثبت است [19]

$${}^c D_t^\alpha x(t) = \frac{1}{\Gamma(m-\alpha)} \int_0^t (t-\tau)^{m-\alpha-1} x^{(m)}(\tau) d\tau \quad (1)$$

که  ${}^c D_t^\alpha x(t)$  مشتق مرتبه  $\alpha$  تابع  $x(t)$  با تعریف کاپوتو در بازه زمانی  $0 \leq t \leq T$  را نشان می‌دهد [19]

**تعریف 2.** تابع گاما به صورت (2) تعریف می‌شود:

$$\Gamma(z) = \int_0^\infty e^{-t} t^{z-1} dt \quad (2)$$

**تعریف 3.** انتگرال مرتبه کسری به صورت (3) بیان می‌گردد:

$$D_{0,t}^{-\alpha} x(t) = \frac{1}{\Gamma(\alpha)} \int_0^t (t-\tau)^{\alpha-1} x(\tau) d\tau \quad (3)$$

**تعریف 4.** برخی از خواص مهم تعریف کاپوتو که در ادامه از آن استفاده خواهد شد عبارتند از [20]:

$${}^c D_t^\alpha D_{0,t}^{-\alpha} x(t) = x(t) \quad m = 1 \quad (4)$$

$$D_{0,t}^{-\alpha} {}^c D_t^\alpha x(t) = x(t) - \sum_{k=0}^{m-1} \frac{t^k}{k!} x^{(k)}(0) \quad (5)$$

$${}^c D_t^\alpha {}^c D_t^n x(t) = {}^c D_t^{\alpha+n} x(t) \quad n \in N \quad (6)$$

$$L\{{}^c D_t^\alpha x(t)\} = s^\alpha X(s) - \sum_{k=0}^{m-1} s^{\alpha-k-1} x^{(k)}(0) \quad (7)$$

#### 3- مدل دینامیکی شناور مغناطیسی

سیستم شناور مغناطیسی مالگلو که در این مقاله برای طراحی کنترل کننده پیشنهادی در نظر گرفته شده است، یک توب فرومغناطیسی معلق در هوا است که بهوسیله ولتاژ سیم پیچ مغناطیسی کننده می‌توان شدت میدان مغناطیسی و در نتیجه ارتفاع توب را تغییر داد. در این مدل تنها حرکت عمودی در نظر گرفته شده است. مدل دینامیکی سیستم به صورت (8) می‌باشد [2]:

$$\begin{aligned} \frac{dp}{dt} &= v \\ \frac{d(L(p)i)}{dt} &= -Ri + e \\ m \frac{dv}{dt} &= mg_c - C \left( \frac{i}{p} \right)^2 \end{aligned} \quad (8)$$

<sup>1</sup> Grunwald-Letnikov

<sup>2</sup> Riemann-Liouville

<sup>3</sup> Caputo

شده، به این ترتیب می‌توان ورودی سیستم  $u$  را در (25) ظاهر نمود. در تئوری کنترل مدلغزشی هدف، رساندن حالت‌های سیستم شناور مغناطیسی به سطح لغزش تعیین شده و باقی ماندن حالت‌های سیستم بر روی این سطح می‌باشد، بدین منظور می‌بایست عبارات  $\dot{\sigma} = 0$  شود با اعمال این شرایط به (26) قانون کنترل معادل به صورت زیر از آن استخراج خواهد شد:

$$\dot{\sigma} = k_1 \delta D_t^{1-\alpha} \xi_3 + f(z) + g(z)u - \dot{\phi}_2 = 0 \quad (27)$$

$$u_{eq} = -(g(z))^{-1} [k_1 \delta D_t^{1-\alpha} \xi_3 + f(z) - \dot{\phi}_2] \quad (28)$$

با اعمال معادله (28) به سیستم شناور مغناطیسی حالت‌های سیستم به سطح لغزش مرتبه کسری تعیین شده (24) همگرا شده و بر روی این سطح لغزش باقی خواهد ماند، اما در صورتی که اغتشاشی وارد سیستم شود و یا نامعینی پارامتری در سیستم به وجود آید نمی‌توان تضمین نمود که پس این شرایط (اعمال اغتشاش و نامعینی پارامتری) حالت‌های سیستم شناور مغناطیسی باز هم بر روی سطح لغزش تعیین شده همگرا شوند. برای حل این مشکل قانون کنترل سوئیچینگ به صورت (29) تعریف می‌شود:

$$u_{sw} = -(g(z))^{-1} [K_1 \sigma + K_2 \text{sign}(\sigma)] \quad (29)$$

در نتیجه برای پایدارسازی و ایجاد ردیابی مناسب و عملکرد مقاوم در سیستم شناور مغناطیسی قانون کنترلی که حاصل جمع روابط (28) و (29) است به سیستم شناور مغناطیسی اعمال خواهد شد:

$$u = -(g(z))^{-1} [k_1 \delta D_t^{1-\alpha} \xi_3 + f(z) - \dot{\phi}_2 + K_1 \sigma + K_2 \text{sign}(\sigma)] \quad (30)$$

تئوری کنترل مدلغزشی دارای پدیده نامطلوبی در قانون کنترل به نام لرزش سیگنال کنترل<sup>1</sup> است که این پدیده سبب ناپیوستگی در قانون کنترل خواهد شد. لرزش سیگنال کنترل به دلیل استفاده ازتابع ناپیوسته  $\text{sign}$  در قانون کنترل سوئیچنگ به وجود می‌آید [23]، برای رفع این مشکل می‌توان در قانون کنترل (30) به جای تابع  $\text{sign}$  از تابعی پیوسته و هموار مانند تابع اشباع<sup>2</sup> ( $\text{sat}(\sigma/\epsilon)$ ) استفاده نمود که سبب رفع مشکل لرزش سیگنال کنترل خواهد شد. از دیگر روش‌های رفع مشکل لرزش سیگنال کنترل می‌توان به کنترل کننده مدلغزشی فازی اشاره کرد که در [24] به طور کامل تشریح شده است.

**تئوری 1.** سیستم شناور مغناطیسی با رابطه (12) با اعمال کنترل

کننده پسگام مدلغزشی مرتبه کسری با قانون کنترل (30)

پایدار است و حالت‌های سیستم شناور مغناطیسی به سطح

لغزش مرتبه کسری (24) همگرا خواهد شد.

اثبات: براساس تئوری کنترل مدلغزشی، اثبات پایداری کنترل کننده

پیشنهادی با استفاده از تئوری پایداری لیپاونوف انجام خواهد شد،

لذا تابع معین مثبت (31) را در نظر بگیرید:

$$V_3 = V_2 + \frac{1}{2} \sigma^2 \quad (31)$$

مشتق (31) به صورت (32) محاسبه می‌شود:

$$\dot{V}_3 = \dot{V}_2 + \sigma \dot{\sigma} \quad (32)$$

جایگذاری روابط (26) و (23) در (32) در نتیجه خواهد داد:

$$\dot{V}_3 = +\xi_2 \xi_3 - \lambda_1 \xi_1^2 - \lambda_2 \xi_2^2 + \sigma (k_1 \delta D_t^{1-\alpha} \xi_3 + f(z) + g(z)u - \dot{\phi}_2) \quad (33)$$

سپس قانون کنترل محاسبه شده (30) در (33) جایگذاری می‌شود:

$$\dot{V}_3 = +\xi_2 \xi_3 - \lambda_1 \xi_1^2 - \lambda_2 \xi_2^2 + \sigma (k_1 \delta D_t^{1-\alpha} \xi_3 + f(z)) \quad (34)$$

$$\xi_1 = z_1 = x_1 - x_{1d} \quad (13)$$

از (13) مشتق گرفته و با استفاده از معادلات دینامیک مدل به صورت

(14) بازنویسی خواهد شد:

$$\dot{\xi}_1 = \dot{z}_1 = z_2 \quad (14)$$

قانون شبه کنترلی  $\phi$  برای حالت  $z_1$  از مدل دینامیکی شناور مغناطیسی

به صورت (15) تعیین می‌گردد:

$$\phi_1 = -\lambda_1 \xi_1 \quad (15)$$

که  $\lambda_1$  یک ضریب ثابت و مثبت می‌باشد، معادله دینامیکی خطای سرعت توب معلق به صورت (16) تعیین شده اند:

$$\dot{\xi}_2 = z_2 - \phi_1 \quad (16)$$

تابع معین مثبت (17) برای بررسی پایداری حالت  $z_1$  تحت قانون شبه

کنترلی  $\phi_1$  به صورت زیر تعیین می‌شود:

$$V_1 = \frac{1}{2} \xi_1^2 \quad (17)$$

مشتق گیری از (17) و جایگذاری (14) در آن به صورت زیر خواهد شد:

$$\dot{V}_1 = \xi_1 \dot{\xi}_1 = \xi_1 z_2 \quad (18)$$

جایگذاری روابط (15) و (16) در (18) نتیجه می‌دهد:

$$\dot{V}_1 = \xi_1 (\xi_2 + \phi_1) = \xi_1 \xi_2 - \lambda_1 \xi_1^2 \quad (19)$$

مشتق تابع معین مثبت ( $\dot{V}_1$ )، نیمه معین منفی بوده و در نتیجه حالت  $z_2$  تحت قانون شبه کنترل (15) پایدار است. فرآیند فوق بر حالت‌های  $z_2$  و  $z_3$  نیز اعمال خواهد شد. قانون شبه کنترلی برای حالت  $z_2$  به صورت (20) تعیین می‌شود:

$$\phi_2 = \phi_1 - \lambda_2 \xi_2 - \xi_1 \quad (20)$$

براساس الگوریتم پسگام خطای دینامیکی  $\xi_3$  به صورت (21) تعریف می‌شود:

$$\dot{\xi}_3 = z_3 - \phi_2 \quad (21)$$

با تعیین تابع معین مثبت  $V_2$ ، پایداری حالت  $z_2$  از معادله دینامیکی سیستم شناور مغناطیسی (12) و با توجه به قانون شبه کنترلی (20)، به صورت زیر بررسی خواهد شد:

$$V_2 = V_1 + \frac{1}{2} \xi_2^2 \quad (22)$$

با مشتق گیری از رابطه (22) و سپس جایگذاری روابط (19)، (20) و (21) در آن نتیجه می‌دهد:

$$\begin{aligned} \dot{V}_2 &= \dot{V}_1 + \xi_2 \dot{\xi}_2 = (\xi_1 \xi_2 - \lambda_1 \xi_1^2) + \xi_2 (\dot{\xi}_2 - \phi_1) \\ &= (\xi_1 \xi_2 - \lambda_1 \xi_1^2) + \xi_2 (\xi_3 + \phi_2 - \phi_1) \\ &= (\xi_1 \xi_2 - \lambda_1 \xi_1^2) + \xi_2 (\xi_3 - \lambda_2 \xi_2 - \xi_1) \\ &= +\xi_2 \xi_3 - \lambda_1 \xi_1^2 - \lambda_2 \xi_2^2 \end{aligned} \quad (23)$$

مشتق تابع معین مثبت ( $\dot{V}_2$ )، نیمه معین منفی بوده و در نتیجه حالت  $z_2$  تحت قانون شبه کنترل (20) پایدار است. براساس تئوری کنترل مدلغزشی برای محاسبه قانون کنترل معادل می‌بایست سطح لغزشی مناسب انتخاب شود، در این راستا برای محاسبه قانون کنترل معادل مناسب، که سبب پایداری سیستم شناور مغناطیسی شود، یک سطح لغزش مرتبه کسری به صورت (24) پیشنهاد می‌شود:

$$\sigma = k_1 \delta D_t^{-\alpha} \xi_3 + \xi_3 \quad (24)$$

برای محاسبه قانون کنترل معادل، از (24) مشتق گرفته، سپس مشتق

(21) در (24) جایگذاری خواهد شد:

$$\dot{\sigma} = k_1 \delta D_t^{1-\alpha} \xi_3 + \dot{\xi}_3 \quad (25)$$

$$\dot{\sigma} = k_1 \delta D_t^{1-\alpha} \xi_3 + \dot{z}_3 - \dot{\phi}_2 \quad (26)$$

معادله دینامیکی سیستم شناور مغناطیسی (12) در (25) جایگذاری

<sup>1</sup> Chattering

<sup>2</sup> Saturation function

با استفاده از تئوری لیاپانوف تعمیم یافته جدید برای سیستم‌های مرتبه کسری اثبات خواهد شد که سطح لغزش مرتبه کسری (39) به صفر همگرا می‌شود، به صورت زیر:

$$k_1 \xi D_t^\alpha \xi D_t^{-\alpha} \xi_3 + {}_0^c D_t^\alpha \xi_3 = 0, \quad {}_0^c D_t^\alpha \xi_3 = -k_1 \xi_3 \quad (40)$$

تابع معین مثبت (41) برای اثبات پایداری معادله دینامیکی مرتبه کسری خطای  $\xi_3$  در (40) به صورت (40) تعیین شده است:

$$V = \frac{1}{2} \xi_3^2 \quad (41)$$

از رابطه (41) مشتق مرتبه کسری  ${}_0^c D_t^\alpha$  گرفته و به صورت زیر (40) در آن جایگذاری خواهد شد:

$${}_0^c D_t^\alpha V = \frac{1}{2} {}_0^c D_t^\alpha \xi_3^2 \leq \xi_3 {}_0^c D_t^\alpha \xi_3 = -k_1 \xi_3^2 \quad (42)$$

براساس مسائل مطرح شده در پایداری لیاپانوف تعمیم یافته جدید، مشتق مرتبه کسری تابع کاندید لیاپانوف  $V$  از یک عبارت منفی  $(-k_1 \xi_3^2)$  کوچکتر است، در نتیجه سطح لغزش مرتبه کسری (24) دامنه محدود داشته و در نهایت به طور مجانبی به صفر همگرا خواهد شد.

#### 4- قوانین کنترل تطبیقی

کنترل کننده مدلغزشی با مشخص بودن حد بالای اغتشاش‌های خارجی در مقابل آن‌ها عملکرد مناسبی خواهد داشت و این در حالی است که اگر اطلاعات دقیقی از حد بالای اغتشاش‌های خارجی وجود نداشته باشد نمی‌توان انتظار عملکرد صحیحی از کنترل مدلغزشی داشت [27][22]. از این رو با استفاده از قواعد کنترل تطبیقی می‌توان مشکل فوق را بر طرف نمود. بر این اساس ضرایب قانون کنترل سوئیچینگ (29) با استفاده از قوانین تطبیق مناسب به صورت تطبیقی در طول عملکرد سیستم شناور مغناطیسی محاسبه خواهد شد. قانون کنترل تطبیقی را به صورت زیر در نظر بگیرید:

$$u = -(g(z))^{-1} [k_1 \xi D_t^{1-\alpha} \xi_3 + f(z) - \phi_2 + \hat{K}_1 \sigma + \hat{K}_2 \text{sign}(\sigma)] \quad (43)$$

**تئوری 3.** قانون کنترل (43) و قوانین تطبیق (44) و (45) را در نظر

بگیرید، سیستم شناور مغناطیسی با سطح لغزش (24) و قوانین تطبیق مطرح شده و قانون کنترل طراحی شده با استفاده از روش کنترل پسگام مدلغزشی مرتبه کسری تطبیقی پایدار بوده و تمامی حالت‌های کنترل کننده به سطح لغزش تعیین شده همگرا خواهد شد.

$$\hat{K}_1 = \gamma_1 \sigma^2 \quad (44)$$

$$\hat{K}_2 = \gamma_2 |\sigma| \quad (45)$$

**اثبات:** تابع معین مثبت (46) براساس تئوری کنترل پسگام مدلغزشی

برای اثبات پایداری سیستم با قانون کنترل (43) را در نظر بگیرید:

$$V_3 = V_2 + \frac{1}{2} \sigma^2 + \frac{1}{2\gamma_1} \tilde{K}_1^2 + \frac{1}{2\gamma_2} \tilde{K}_2^2 \quad (46)$$

که  $\tilde{K}_1 = \hat{K}_1 - K_1$  و  $\tilde{K}_2 = \hat{K}_2 - K_2$  خطای تخمین ضرایب قانون

کنترل می‌باشد. مشتق تابع معین مثبت (46) به صورت زیر می‌باشد:

$$\dot{V}_3 = \dot{V}_2 + \sigma \dot{\sigma} + \frac{1}{\gamma_1} \tilde{K}_1 \dot{\tilde{K}}_1 + \frac{1}{\gamma_2} \tilde{K}_2 \dot{\tilde{K}}_2 \quad (47)$$

روابط (23) و (27) در (47) جایگذاری خواهد شد:

$$\dot{V}_3 = +\sigma (k_1 {}_0^c D_t^{1-\alpha} \xi_3 + f(z) + g(z)u - \phi_2) - \lambda_1 \xi_1^2 - \lambda_2 \xi_2^2 + \frac{1}{\gamma_1} (\hat{K}_1 - K_1) \dot{\tilde{K}}_1 + \frac{1}{\gamma_2} (\hat{K}_2 - K_2) \dot{\tilde{K}}_2 + \xi_2 \xi_3 \quad (48)$$

جایگذاری قانون کنترل (43) و قوانین تطبیق (44) و (45) در (48)

نتیجه می‌دهد:

$$-\dot{\phi}_2 + g(z) \left[ -(g(z))^{-1} (k_1 {}_0^c D_t^{1-\alpha} \xi_3 + f(z) - \phi_2) + K_1 \sigma + K_2 \text{sign}(\sigma) \right] \quad (34)$$

رابطه (34) ساده‌سازی شده و به صورت (35) بازنویسی می‌شود:

$$\dot{V}_3 = +\xi_2 \xi_3 - \lambda_1 \xi_1^2 - \lambda_2 \xi_2^2 - K_1 \sigma^2 - K_2 |\sigma| \quad (35)$$

براساس تئوری پایداری لیاپانوف برای اثبات پایداری یک سیستم می‌باشد مشتق تابع معین مثبت تعیین شده، معین منفی باشد، تمامی عبارات موجود در (35) دارای علامت قطعی هستند و تنها عبارت  $\xi_2 \xi_3$  علامت دقیق و مشخصی ندارد، در ادامه با استفاده از قواعد ماتریس‌های معین مثبت نشان داده خواهد شد که (35) همواره معین منفی بوده و سیستم پایدار مجانبی است، با جایگذاری سطح لغزش پیشنهادی (24) در (35) معادله فوق را می‌توان به صورت (36) بازنویسی نمود:

$$\begin{aligned} \dot{V}_3 &= +\xi_2 \xi_3 - \lambda_1 \xi_1^2 - \lambda_2 \xi_2^2 - K_1 (k_1 {}_0^c D_t^{1-\alpha} \xi_3 + \xi_3)^2 \\ &\quad - K_2 |\sigma| = +\xi_2 \xi_3 - \lambda_1 \xi_1^2 - \lambda_2 \xi_2^2 - K_1 \xi_3^2 \\ &\quad - K_1 (k_1 {}_0^c D_t^{1-\alpha} \xi_3)^2 - 2K_1 k_1 \xi_3 {}_0^c D_t^{1-\alpha} \xi_3 - K_2 |\sigma| \\ &= -E^T QE - K_1 (k_3 {}_0^c D_t^{1-\alpha} \xi_3)^2 - 2K_1 k_1 \xi_3 {}_0^c D_t^{1-\alpha} \xi_3 \\ &\quad - K_2 |\sigma| \end{aligned} \quad (36)$$

که  $E = [\xi_1 \quad \xi_2 \quad \xi_3]$  و برای این‌که مشتق تابع کاندید لیاپانوف (36) معین منفی باشد می‌باشد ماتریس  $Q$  معین مثبت باشد. در ادامه نشان داده می‌شود که ماتریس  $Q$  تحت شرایطی معین مثبت است. ماتریس  $Q$  به صورت (37) تعیین شده است:

$$Q = \begin{bmatrix} \lambda_1 & 0 & 0 \\ 0 & \lambda_2 & -0.5 \\ 0 & -0.5 & K_1 \end{bmatrix} \quad (37)$$

برای آن‌که ماتریس  $Q$  معین مثبت باشد می‌باشد تمامی کهادهای اصلی مقدم<sup>1</sup> ماتریس  $Q$  مثبت باشند، تمامی کهادهای اصلی مقدم ماتریس  $Q$  به صورت زیر می‌باشند:

$$\begin{aligned} \lambda_1 > 0, \quad & \begin{vmatrix} \lambda_1 & 0 \\ 0 & \lambda_2 \end{vmatrix} = \lambda_1 \lambda_2 > 0, \\ |Q| = \lambda_1 \begin{vmatrix} \lambda_2 & -0.5 \\ -0.5 & K_1 \end{vmatrix} &= \lambda_1 \left( \lambda_2 K_1 - \frac{1}{4} \right) > 0 \end{aligned} \quad (38)$$

سرانجام در صورتی که ضریب  $\lambda_1$ ،  $\lambda_2$  و  $K_1$  در شرایط (38) صدق کند ماتریس  $Q$  معین منفی خواهد شد. براساس لم موجود در [25]، عبارت  $K_1 \omega k_1 < 0$  در (36) معین منفی بوده و ضرایب  $\lambda_1$  و  $\lambda_2$  بزرگتر از صفر تعیین شده است. با توجه به تئوری پایداری لیاپانوف، سیستم شناور مغناطیسی با کنترل کننده پیشنهادی پایدار خواهد بود. تئوری 1 نشان داد که حالت‌های سیستم شناور مغناطیسی به سطح لغزش مرتبه کسری (24) همگرا خواهد شد و این در حالی است که همگرایی سطح لغزش مرتبه کسری (24) به صفر بررسی نشده است. در تئوری 2 همگرایی سطح لغزش مرتبه کسری به صفر بررسی خواهد شد. در بررسی پایداری سطح لغزش پیشنهادی (24) از تئوری پایداری لیاپانوف تعمیم یافته جدید و لم‌های ارائه شده در [26] استفاده خواهد شد.

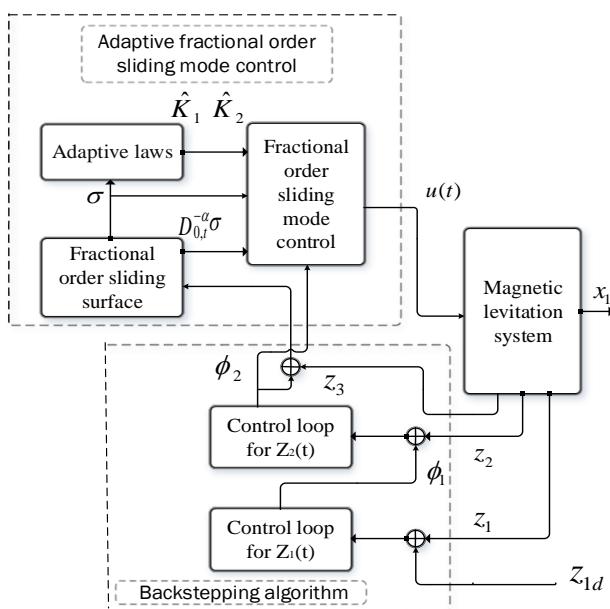
**تئوری 2.** سطح لغزش مرتبه کسری (24) تعیین شده در طراحی کنترل کننده پسگام مدلغزشی مرتبه کسری برای پایدارسازی سیستم شناور مغناطیسی پایدار بوده و به  $\sigma = 0$  همگرا خواهد شد.

اثبات: سطح لغزش مرتبه کسری را به صورت زیر در نظر بگیرید:

$$\sigma(t) = k_1 {}_0^c D_t^{1-\alpha} \xi_3 + \xi_3 = 0 \quad (39)$$

براساس خاصیت (4) در تعریف 4، از (39) مشتق مرتبه کسری گرفته و

<sup>1</sup> Leading principal minors



**Fig. 1** Block diagram of proposed adaptive fractional order Backstepping sliding mode control

شکل ۱ بلوک دیاگرام رویکرد کنترل کننده پسگام مدلغزشی مرتبه کسری تطبیقی

جدول ۱ پارامترهای مدل دینامیکی شناور مغناطیسی [14]

**Table 1** Magnetic levitation system parameters in simulation [14]

واحد	مقدار	پارامتر
ms <sup>-2</sup>	9.81	$g_c$
$\Omega$	28.7	$R$
F	$1.41 \times 10^{-4}$	$C$
H	0.65	$L$
g	12	$m$
m	0.033	$x_1(0)$
m/s	0	$x_2(0)$
A	0.6818	$x_3(0)$

جدول ۲ پارامترهای کنترل کننده پیشنهادی

**Table 2** Proposed controller parameters

مقدار	پارامتر
23	$\lambda_1$
20	$\lambda_2$
53	$\gamma_1$
80	$\gamma_2$
0	$\hat{K}_1(0)$
0	$\hat{K}_2(0)$
0.1	$k_1$
0.6	$\alpha$

مقایسه خواهد شد.

در بخش دوم عملکرد مقاوم کنترل کننده پیشنهادی در مقابل نویز اندازه گیری و اغتشاش خارجی اعمال شده به سیستم ارزیابی خواهد گردید. "شکل 2" نشان دهنده تغییرات ارتفاع توب شناور مغناطیسی است که به منظور بررسی دقیق نحوه همگرایی ارتفاع توب معلق به ارتفاع مطلوب، ارتفاع مطلوب توب معلق به صورت متغیر با زمان در نظر گرفته شده است به نحوی که در زمان‌های 15، 25 و 35 (ثانیه) تغییراتی در ارتفاع مطلوب توب معلق ایجاد شده است نحوه تغییرات (افزایش و کاهش) ارتفاع مطلوب به گونه‌ای است که می‌تواند معیار مناسبی برای سنجش عملکرد ریدیابی کنترل کننده باشد که همان‌طور که مشهود است کنترل کننده‌های AFTSMC و AFOBSMC

$$\dot{V}_3 = \sigma(k_1 \hat{\sigma} D_t^{1-\alpha} \xi_3 + f(z) - \phi_2 + g(z)(-(g(z))^{-1} \times [k_1 \hat{\sigma} D_t^{1-\alpha} \xi_3 + f(z) - \phi_2 + \hat{K}_1 \sigma + \hat{K}_2 \text{sign}(\sigma)])) + \frac{1}{\gamma_1} (\hat{K}_1 - K_1) \gamma_1 \sigma^2 + \frac{1}{\gamma_2} (\hat{K}_2 - K_2) \gamma_2 |\sigma| + \xi_2 \xi_3 - \lambda_1 \xi_1^2 - \lambda_2 \xi_2^2 \quad (49)$$

ساده‌سازی و حذف عبارت مشابه در (49) به (50) منتج خواهد شد:

$$\dot{V}_3 = -\hat{K}_1 \sigma^2 - \hat{K}_2 |\sigma| + (\hat{K}_1 - K_1) \sigma^2 + (\hat{K}_2 - K_2) |\sigma| \quad (50)$$

$$\dot{V}_3 = -E^T Q E - K_2 |\sigma| \leq 0 \quad (51)$$

با توجه به مطالب مطرح شده پیرامون علامت رابطه (36)، مشتق تابع کاندید لیپانوف (51) تحت شرایط (38) معین منفی است و در نتیجه سیستم شناور مغناطیسی پایدار بوده و حالت‌های آن با اعمال کنترل کننده پسگام مدلغزشی مرتبه کسری تطبیقی به سطح لغزش (24) همگرا می‌شود. "شکل 1" بلوک دیاگرام کلی کنترل کننده پسگام مدلغزشی مرتبه کسری تطبیقی را نشان می‌دهد، که  $Z_{1d}$  معرف ارتفاع مطلوب توب شناور مغناطیسی می‌باشد و در واقع ورودی سیستم شناور مغناطیسی می‌باشد، براساس روند طراحی انجام شده در بخش 4 در ابتدا الگوریتم پسگام به سیستم شناور مغناطیسی اعمال شده است و در ادامه از خطای دینامیکی  $\xi_3$  که توسط الگوریتم پسگام به دست آمده است سطح لغزش مرتبه کسری طراحی می‌شود. در طراحی کنترل کننده مدلغزشی مرتبه کسری تطبیقی از قانون شبکه کنترلی  $\phi_2$  استفاده شده و در نهایت با استفاده از قوانین کنترل مدلغزشی مرتبه کسری سیگنال کنترل  $u(t)$  محاسبه گردیده است.

## 5- نتایج و شبیه‌سازی

در این بخش کنترل کننده پسگام مدلغزشی مرتبه کسری تطبیقی طراحی شده برای سیستم شناور مغناطیسی با مدل مأکلو در نرم‌افزار متلب<sup>1</sup> شبیه‌سازی شده است. نتایج به دست آمده در شبیه‌سازی بیانگر عملکرد مطلوب کنترل کننده پیشنهادی در این مقاله می‌باشد. نتایج کنترل کننده پیشنهادی با کنترل کننده مدلغزشی ترمینال سریع تطبیقی<sup>2</sup> [14] مقایسه خواهد شد. روابط سطح لغزش و قانون کنترل، کنترل کننده مدلغزشی ترمینال سریع تطبیقی در (52)، (53) و (54) براساس مقاله [14] ارائه شده است، جزئیات روند طراحی کنترل کننده مدلغزشی ترمینال سریع تطبیقی را می‌توان در [14] مشاهده نمود. سطح لغزش کنترل کننده مدلغزشی ترمینال سریع تطبیقی براساس [14] به صورت زیر در نظر گرفته شده است:

$$\sigma = \dot{S} + k_1 S^{\frac{a}{b}} + k_2 S \quad (52)$$

که متغیر  $S$  به صورت زیر تعیین شده است:

$$S = z_2 + \lambda_1 z_1 + \lambda_2 \int z_1 dt \quad (53)$$

$$u = -\frac{1}{g(z)} (f(z) + \lambda_1 z_3 + \lambda_2 z_2 + k_1 \frac{a}{b} S^{\frac{a}{b}-1} \dot{S} + k_2 \dot{S} + \hat{\mu} \sigma + \hat{\lambda} \text{sign}(\sigma)) \quad (54)$$

که در آن  $\lambda_1$ ،  $\lambda_2$  و  $k_1$  ثابت‌های مثبت می‌باشد،  $a$  و  $b$  اعدادی مثبت و فرد می‌باشند. پارامترهای مدل دینامیکی شناور مغناطیسی که در شبیه‌سازی‌ها مورد استفاده قرار گرفته، در جدول 1 ارائه گردیده و پارامترهای کنترل کننده پیشنهادی نیز در جدول 2 ارائه شده است. پارامترهای کنترل کننده مدلغزشی ترمینال سریع تطبیقی در جدول 3 ارائه شده است. فرآیند شبیه‌سازی در دو بخش صورت گرفته است که در بخش اول پایدارسازی و ریدیابی کنترل کننده پیشنهادی بررسی شده و با کنترل کننده AFTSMC

<sup>1</sup> Matlab software

<sup>2</sup> Adaptive fast terminal sliding mode control (AFTSMC)

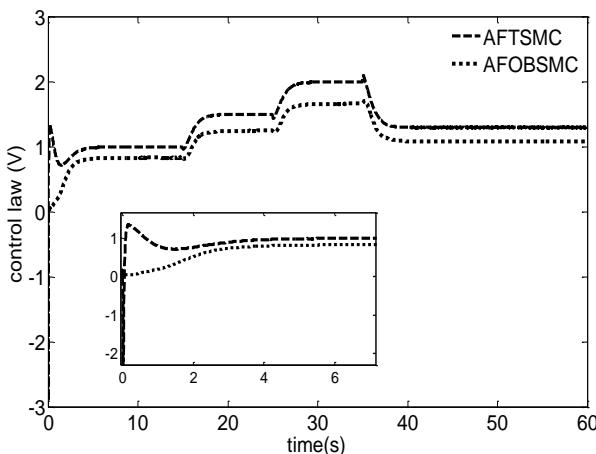
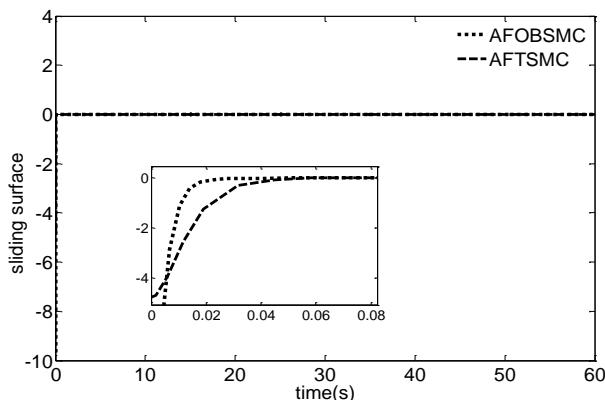


Fig. 3 Control law (coil voltage) in the magnetic levitation system with AFOBSMC and AFTSMC controllers

شکل 3 قانون کنترل (ولتاژ اعمال شده به سیم پیچ) در کنترل کننده AFOBSMC و AFTSMC

Fig. 4 Sliding surface ( $\sigma$ ) for AFOBSMC and ATFSMC controllers

همگرا خواهد شد. "شکل 5" نمودار قوانین تطبیق تعیین شده در (44) و (45) را تبیین می‌نماید. با توجه به این شکل، قوانین تطبیق در همگرای سریع خروجی سیستم تاثیر بسزایی داشته و در ریاضی آن نیز اثربار است به نحوی که در زمان تغییر ارتفاع مطلوب توب شناور مغناطیسی، قوانین کنترل واکنش مناسبی را نشان داده و سبب همگرای سریع تر خروجی سیستم شده اند.

##### 5- ارزیابی عملکرد مقاوم در مقابل نویز و اختشاش

کنترل کننده مدلغزشی به طور ذاتی در مقابل اختشاش خارجی عملکرد مقاوم مناسبی را دارد که با ترکیب آن با الگوریتم پسگام و حسابان مرتبه کسری این ویژگی افزایش می‌یابد، که در ادامه نتایج شبیه سازی‌ها به وضوح این موضوع را نشان می‌دهد. برای ارزیابی عملکرد مقاوم کنترل کننده پیشنهادی، در ابتدا یک نویز اندازه‌گیری با میانگین صفر و واریانس ۱ به سیستم اعمال شده است که نتایج نشان می‌دهد کنترل کننده پیشنهادی به خوبی توانسته در حضور نویز عملکرد مناسب سیستم را حفظ کند. با توجه به رابطه (12) یک اختشاش  $d$  به مدت سه ثانیه و در ثانیه‌ی 45 به سیستم اعمال می‌شود که کنترل کننده پیشنهادی به خوبی آن را دفع می‌نماید. "شکل 6 (a) و (b)" نمودار تغییرات ارتفاع توب شناور مغناطیسی با کنترل کننده‌های

ردیابی ارتفاع مطلوب توب به خوبی انجام شده است. کنترل کننده پیشنهادی سریعتر از کنترل کننده AFTSMC AFOBSMC توب معلق را به ارتفاع مطلوب رسانده است.

"شکل 3" قانون کنترل طراحی شده با استفاده از کنترل کننده پسگام مدلغزشی مرتبه کسری تطبیقی را نشان می‌دهد که با استفاده از رابطه (43) ایجاد شده است، قانون کنترل در سیستم شناور مغناطیسی در واقع ولتاژ اعمال شده به سیم پیچ ایجاد کننده‌های AFTSMC و AFOBSMC دارای در شکل مشخص است کنترل کننده‌های AFTSMC و AFOBSMC در قانون کنترل هموار<sup>۱</sup> هستند و اثری از پدیده لرزش سیگنال کنترل در قانون کنترل مشاهده نمی‌شود در "شکل 3" قانون کنترل ایجاد شده توسط کنترل AFTSMC کننده AFOBSMC دامنه کمتری نسبت به کنترل کننده AFOBSMC داشته و به گونه‌ای با دامنه کمتری از ولتاژ اعمال شده به سیم پیچ (انرژی مصرفی کمتر) توانسته ردیابی سریعتری را ایجاد کند، در بخش بزرگ‌نمایی شده مشخص است که کنترل کننده AFTSMC یک جهش ناگهانی داشته و این در حالی است که کنترل کننده AFOBSMC بدون جهت در لحظات اولیه سیستم شناور مغناطیسی را کنترل می‌نماید.

"شکل 4" نمودار تغییرات سطح لغزش مرتبه کسری تعیین شده (24) را نشان می‌دهد و همان‌طور که در تئوری ۲ پایداری سطح لغزش مرتبه کسری به صورت تحلیلی بررسی شد در شبیه‌سازی‌ها نیز مشاهده می‌شود که سطح لغزش مرتبه کسری تعیین شده در زمان بسیار کوتاهی به صفر همگرا می‌شود در نتیجه تضمین می‌کند که خطای دینامیکی ۳٪ نیز به صفر

جدول 3 پارامترهای کنترل کننده مدلغزشی ترمینال سریع تطبیقی  
Table 3 AFTSMC controller parameters

پارامتر	مقدار
$\lambda_1$	32
$\lambda_2$	21
$k_1$	15
$k_2$	12
$\mu(0)$	0
$\hat{\lambda}(0)$	0
$a$	5
$b$	7

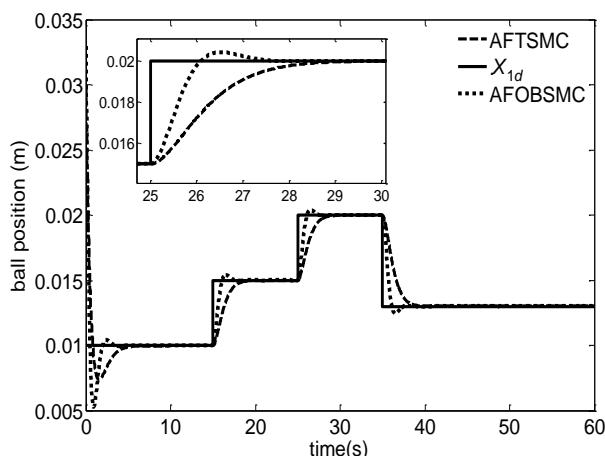
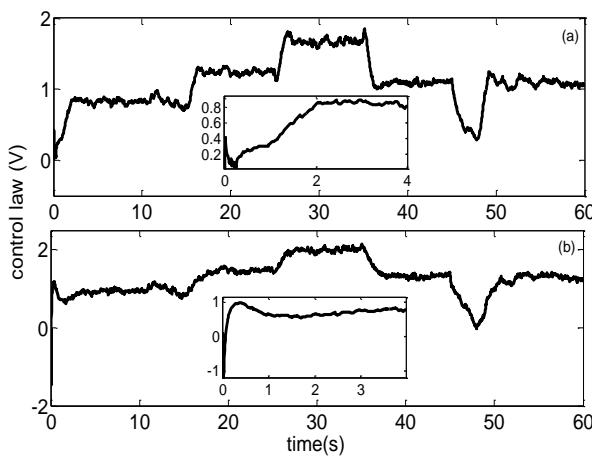


Fig. 2 ارتفاع توب شناور مغناطیسی با اعمال کنترل کننده‌های AFOBSMC و AFTSMC

شکل 2 ارتفاع توب شناور مغناطیسی با اعمال کنترل کننده‌های AFOBSMC و AFTSMC

<sup>۱</sup> Smooth control law



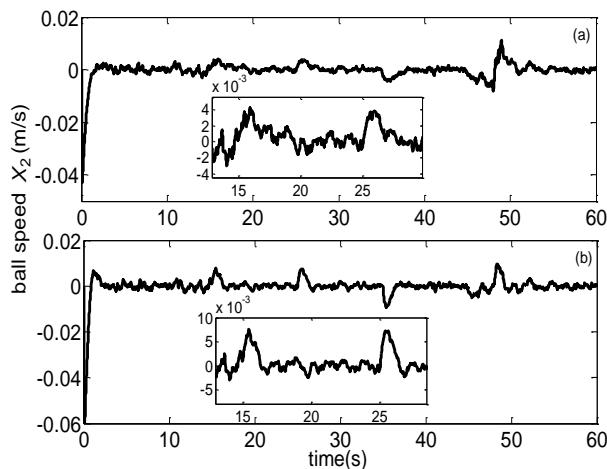
شکل 7 قانون کنترل (ولتاژ اعمال شده به سیم پیچ) در کنترل کننده تحت نویز و اغتشاش خارجی (a) و AFOBSMC (b)

علق در حضور نویز و اغتشاش انجام داده است. برای مقایسه عملکرد مقاوم کنترل کننده پیشنهادی با کنترل کننده AFTSMC از معیار انتگرال قدرمطلق خطأ<sup>۱</sup> استفاده شده است که در آن  $x_{1d}$  ارتفاع مطلوب توب شناور مغناطیسی می‌باشد. معیار مذکور برای هردو کنترل کننده در جدول ۴ محاسبه شده است، با توجه به نتایج ارائه شده در جدول ۴ کنترل کننده مدلگذشی تطبیقی با ترکیب الگوریتم پسگام و حسابان مرتبه کسری توانسته عملکرد مقاومتی در ریاضی ارتفاع مطلوب توب شناور مغناطیسی، دفع اغتشاش و دفع نویز ارائه دهد.

$$\text{IAE} = \int_0^T |x_1 - x_{1d}| dt \quad (55)$$

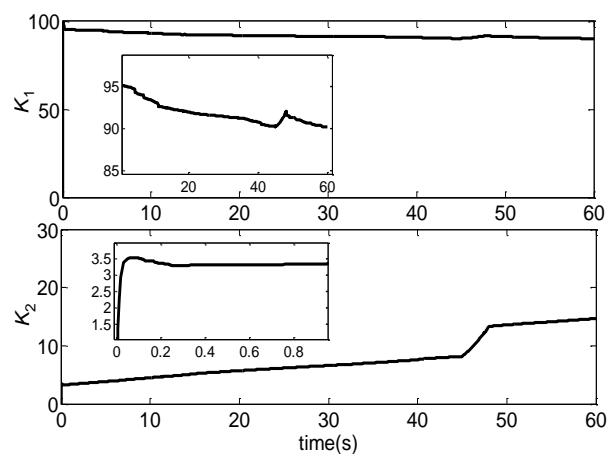
#### ۶- جمع بندی و نتیجه گیری

تکنولوژی شناورهای مغناطیسی ماگلو، یک تکنولوژی پرکاربرد و تاثیر گذار در صنایع مختلف می‌باشد که در آینده کاربردهای آن بسیار گستردگی تر



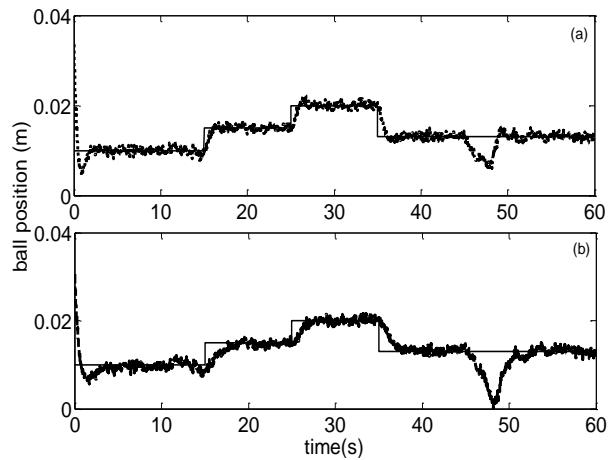
شکل 8 سرعت توب شناور مغناطیسی (متغیر حالت  $x_2$ ) با کنترل کننده های AFOBSMC (a) و AFTSMC (b) تحت اغتشاش خارجی و نویز

<sup>۱</sup> Integral absolute error



شکل 5 قوانین تطبیق در کنترل کننده AFOBSMC

هر دو کنترل کننده توانسته‌اند به خوبی سیستم را در حضور نویز و اغتشاش پایدار نگهداشته و رדיابی مناسبی را ایجاد کنند. همان‌طور که مشهود است در ثانیه ۴۵ که یک اغتشاش به سیستم وارد می‌شود، کنترل کننده AFOBSMC توانسته با سرعت بیشتری آن اغتشاش را دفع نماید و عملکرد مقاوم‌تری را نشان می‌دهد. "شکل 7 (a) و (b)" به ترتیب قانون کنترل اعمال AFOBSMC و AFTSMC را نشان می‌دهد. کنترل کننده‌های AFOBSMC و شده به سیستم شناور مغناطیسی با کنترل کننده‌های AFTSMC با دامنه ولتاژ اعمال شده به سیم‌پیچ بهینه‌تر سیستم شناور مغناطیسی را پایدار کرده (در بخش بزرگنمایی شده بهوضوح این موضوع مشخص است) و عملکرد مقاوم مناسب تری را ارائه داده است، با اعمال اغتشاش  $d$  به سیستم شناور مغناطیسی قانون کنترل با عملکرد مناسب و به موقع آن را دفع می‌نماید. "شکل 8 (a) و (b)" تغییرات متغیر حالت  $x_2$  از مدل دینامیک شناور مغناطیسی تحت کنترل کننده AFOBSMC و AFTSMC را در حضور نویز و اغتشاش نشان می‌دهد، سرعت توب معلق با ثابت شدن میزان جایه‌جایی (موقعیت) توب به صفر همگرا می‌شود و در زمانی که تغییراتی در ارتفاع مطلوب توب ایجاد می‌شود باعث تغییر در سرعت توب می‌گردد. کنترل کننده پیشنهادی عملکرد مناسبی در تثیت سرعت توب



شکل 6 ارتفاع توب شناور مغناطیسی با کنترل کننده (a) و AFOBSMC (b) در حضور نویز و اغتشاش

- [9] R. Morales, H. Sira-Ramirez, Trajectory tracking for the magnetic ball levitation system via exact feedforward linearisation and GPI control, *International Journal of Control*, Vol. 3, No. 6, pp. 1155-1166, 2010.
- [10] Ulbig, S. Olaru, D. Dumur, P. Boucher, Explicit nonlinear predictive control for a magnetic levitation system, *Asian Journal of Control*, Vol. 2, No. 3, pp. 434-442, 2010.
- [11] T. Bächle, S. Hentzelt, K. Graichen, Nonlinear model predictive control of a magnetic levitation system, *Control Engineering Practice*, Vol. 21, No. 9, pp. 1250-1258, 2013.
- [12] Y. Eroglu, Gunyaz Ablay, Cascade sliding mode-based robust tracking control of a magnetic levitation system, *Journal of Systems and Control Engineering*, Vol. 230, No. 8, pp. 1-10, 2016.
- [13] D. Ginoya, C. M. Gutte, P. Shendge, S. Phadke, State-and-disturbance-observer-based sliding mode control of magnetic levitation systems, *Transactions of the Institute of Measurement and Control*, Vol. 38, No. 6, pp. 1-13, 2016.
- [14] N. Boonsatit, C. Pukdeboon, Adaptive Fast Terminal Sliding Mode Control of Magnetic Levitation System, *Journal of Control, Automation and Electrical Systems*, Vol. 27, No. 4, pp. 359-367, 2016.
- [15] Parsa, A. Kalhor, M. A. Amiri Atashgah, Backstepping control performance enhancement using close loop identification for quadrotor trajectory tracking, *Modares Mechanical Engineering*, Vol. 16, No. 11, pp. 224-234, 2016. (in persian). [فارسی]
- [16] M. Navabi, S. Soleymanpour, Standard and Robust Backstepping Control of a Spacecraft with Inertial Uncertainty (revision), *Modares Mechanical Engineering*, Vol. 14, No. 16, pp. 112-124, 2015. (in persian). [فارسی]
- [17] Payazi, H. Ahmadi Noubari, H. Fatehi Marj, Synchronization of Chaotic Fractional-Order Genesio -Coullet Systems via Fractional-Order Adaptive Controller, *Journal of control*, Vol. 5, No. 4, pp.1-11, 2012. (in persian). [فارسی]
- [18] M. P. Aghababa, Synchronization and stabilization of fractional second-order nonlinear complex systems, *Nonlinear Dynamics*, Vol. 80, No. 4, pp. 1731-1744, 2015.
- [19] Podlubny, *Fractional differential equations*, pp 78-82, California: Academic Press, 1999.
- [20] C. Li, W. Deng, Remarks on fractional derivatives, *Applied Mathematics and Computation*, Vol. 187, No. 2, pp. 777-784, 2007.
- [21] M. Afiasghary, M. Teshnehab, A. Jalilvand, M. Aliyari Shoorehdeli, M.A. Nekoui, Hybrid Control of Magnetic Levitation System Based-on New Intelligent Sliding Mode Control, *Journal of Applied Sciences*, Vol. 8, No. 14, pp. 2561-2568, 2008.
- [22] F. Yousefi, Kh. Alipour, B. Tarvirdizadeh, A. Hadi, Control of knee rehabilitation robot based on combination of backstepping and admittance algorithms, *Modares Mechanical Engineering*, Vol. 16, No. 12, pp. 135-143, 2016. (in persian). [فارسی]
- [23] S. Mobayen, An adaptive chattering-free PID sliding mode control based on dynamic sliding manifolds for a class of uncertain nonlinear systems, *Nonlinear Dynamics*, Vol. 82, No. 1, pp. 53-60, 2015.
- [24] S. Shakki, M. R. Zakerzadeh, Modeling and control of a shape memory alloy actuator using fuzzy sliding mode controller, *Modares Mechanical Engineering*, Vol. 16, No. 7, pp. 353-360, 2016. (in persian). [فارسی]
- [25] M. Mohadeszadeh, H. Delavari, Synchronization of uncertain fractional-order hyper-chaotic systems via a novel adaptive interval type-2 fuzzy active sliding mode controller, *International Journal of Dynamics and Control*, Vol. 3, pp. 1-10, 2015.
- [26] N. Aguila-Camacho, M. A. Duarte-Mermoud, J. A. Gallegos, Lyapunov functions for fractional order systems, *Commun Nonlinear Sci Numer Simulat*, Vol. 19, No. 6, pp. 2951-2957, 2014.
- [27] Mottahedi, A. Akbarzadeh Kalat, Adaptive robust sliding mode control of quadrotor in the presence of wind/disturbance, *Modares Mechanical Engineering*, Vol. 16, No. 12, pp. 95-102, 2016. (in persian). [فارسی]

جدول 4 مقایسه معیار عملکرد کنترل کننده AFOBSMC و AFTSMC

Table 4 Comparison between AFOBSMC and AFTSMC controllers		
AFTSMC	AFOBSMC	کنترل کننده
$3.391 \times 10^{-2}$	$1.993 \times 10^{-2}$	IAE بدون اعمال اغتشاش و نویز
$9.981 \times 10^{-2}$	$3.164 \times 10^{-2}$	IAE در حضور اغتشاش و نویز

خواهد شد. مدل دینامیکی مائل یک مدل غیرخطی و ناپایدار است و در مقاله حاضر با بهره‌گیری از تئوری کنترل مدلغزشی، الگوریتم پسگام و حسابان مرتبه کسری یک روش مقاوم برای پایدارسازی سیستم شناور مغناطیسی ارائه شد و برای مقابله با اغتشاش‌ها با حد بالای نامشخص از کنترل تطبیقی استفاده گردید. نتایج شبیه‌سازی کنترل کننده پیشنهادی با کنترل کننده مدلغزشی ترمینال سریع تطبیقی مقایسه شد. هم در مباحث تئوری و هم در شبیه‌سازی‌ها نیز بهوضوح نشان داده شد که ترکیب الگوریتم پسگام و تئوری کنترل مدلغزشی تطبیقی با حسابان مرتبه کسری سبب افزایش عملکرد مقاوم کنترل کننده خواهد شد. بدليل استفاده از الگوریتم پسگام و توابع هموار در قانون کنترل، در نتایج شبیه‌سازی اثری از پدیده لرزش سیگنال کنترل دیده نمی‌شود. برای بررسی عملکرد مقاوم کنترل کننده پیشنهادی اغتشاش و نویز به سیستم شناور مغناطیسی اضافه شد، که با توجه به نتایج شبیه‌سازی کنترل کننده پیشنهادی عملکرد مناسبی در مقابله با نویز و اغتشاش ارائه داد.

## 7- مراجع

- [1] H. Yaghoubi, The most important maglev applications, *Journal of Engineering*, Vol. 2013, pp. 1-19, 2013.
- [2] Y. Qin, H. Peng, W. Ruan, J. Wu, J. Gao, A modeling and control approach to magnetic levitation system based on state-dependent ARX model, *Journal of Process Control*, Vol. 24, No. 1, pp. 93-112, 2014.
- [3] C. M. Lin, M. H. Lin, C. W. Chen, SoPC-based adaptive PID control system design for magnetic levitation system, *IEEE Systems Journal*, Vol. 5, No. 2, pp. 278-287, 2011.
- [4] F. Abdel-Hady, S. Abuelenin, Design and simulation of a fuzzy-supervised PID controller for a magnetic levitation system, *Studies in Informatics and Control*, Vol. 17, No. 3, pp. 315-328, 2008.
- [5] J. Baranowski, P. Piatek, Observer-based feedback for the magnetic levitation system, *Transactions of the Institute of Measurement and Control*, Vol. 4, No. 4, pp. 422-435, 2012.
- [6] Ghosh, T. Rakesh Krishnan, P. Tejaswy, A. Mandal, J. K. Pradhan, S. Ranasingh, Design and implementation of a 2-DOF PID compensation for magnetic levitation systems, *ISA Transactions*, Vol. 53, No. 4, pp. 1216-1222, 2014.
- [7] I. Muresan, C. Ionescu, S. Folea, R. De Keyser, Fractional order control of unstable processes: the magnetic levitation study case, *Nonlinear Dynamics*, Vol. 80, No. 4, pp. 1761-1772, 2015.
- [8] L.H.S. Torres, L. Schnitman, C.A.V.V. Junior, J.A.M. Felippe de Souza, Feedback linearization and model reference adaptive control of a magnetic levitation system, *Studies in Informatics and Control*, Vol. 21, No. 1, pp. 67-74, 2012.