



# طراحی سه بعدی مسیر بهینه پروازی مقید برای یک ربات پرنده چهارپره شش درجه آزادی جهت کاربردهای ترافیک شهری

ابوالفضل لواهی یانسی<sup>1</sup>، محمدعلی امیری آتشگاه<sup>2\*</sup>

1- کارشناس ارشد، مهندسی هوافضا، دانشگاه تهران، تهران

2- استادیار، مهندسی هوافضا، دانشگاه تهران، تهران

\* تهران، صندوق پستی 14395-1561، atashgah@ut.ac.ir

## اطلاعات مقاله

مقاله پژوهشی کامل

دریافت: 17 آبان 1393

پذیرش: 26 بهمن 1393

ارائه در سایت: 15 فروردین 1394

کلید واژگان:

ربات پرنده چهارپره

مسیر سه بعدی بهینه مقید

رویکرد ترتیب مستقیم

ترافیک شهری

## چکیده

ترافیک، یک واژه شناخته شده بین المللی است که یکی از مهمترین عوامل ایجاد آن در کشورهای توسعه یافته افزایش جمعیت می باشد. بررسی ها نشان می دهد که بهترین راه کنترل ترافیک و به مفهوم دیگر به حداقل رساندن ضرر و زیان ناشی از آن، استفاده از عواملی است که گزارشات ترافیک را در بهینه ترین زمان ممکن انجام دهد. لذا در این پژوهش به منظور کنترل ترافیک، پس از مدل سازی ربات پرنده چهارپره توسط رابطه نیوتن - اویلر، یک مسیر سه بعدی بهینه مقید با استفاده از تکنیک ترتیب مستقیم طراحی شده است. به عبارت دیگر، ابتدا مسئله مطرح شده در این پژوهش به عنوان یک مسئله کنترل بهینه فرموله شده است و سپس مسئله کنترل بهینه با استفاده از رویکرد ترتیب مستقیم که یکی از روش های حل عددی مسائل کنترل بهینه است، کاملاً گسسته شده و به یک مسئله برنامه ریزی غیرخطی<sup>1</sup> تبدیل گردیده است. در نهایت حل مسئله برنامه ریزی غیرخطی فوق الذکر از طریق حل کننده<sup>2</sup> SNOPT صورت گرفته است که برای حل از روش های گرادیانی نظیر SQP بهره می گیرد. لازم به ذکر است از آنجایی که هدف غایی طراحی مسیر در این پژوهش، کنترل ترافیک شهری می باشد، لذا قیدهای در حین مسیر تعریف شده در حل این مسئله از نوع قیدهای شهری هستند بدین صورت که هر ساختمان در مسیر پروازی با یک استوانه مدل شده است. نتایج حاصل از شبیه سازی نشان می دهند که روش فوق الذکر، یک روش کارآمد و موثر در طراحی سه بعدی مسیر بهینه پروازی می باشد.

## Three-Dimensional Constrained Optimal Motion Planning for a Six-Degree-of-Freedom Quadrotor Helicopter for Urban Traffic Purposes

Abolfazl Lavaei Yanesi, Mohammadali Amiri Atashgah\*

Department of New Sciences and Technologies, University Of Tehran, Tehran, Iran

\* P.O.B. 14395-1561 Tehran, Iran, atashgah@ut.ac.ir

## ARTICLE INFORMATION

Original Research Paper

Received 08 November 2014

Accepted 15 February 2015

Available Online 04 April 2015

Keywords:

Quadrotor Helicopter

Three Dimensional Motion Planning

Direct Collocation Approach

Urban Traffic

## ABSTRACT

The issue of traffic is an international challenge in the sophisticated countries in which over population is considered an important factor in creating this problem. Studies show that accident reports during the minimum time are the best way to control the traffic. For this purpose, this paper has been done in such a way that after modeling the flying robot using Newton-Euler equations, a three-dimensional constrained optimal trajectory has been generated through Direct Collocation Approach. In other words, the proposed problem in this paper is first formulated as an optimal control problem. Afterwards, the optimal control problem is discretized through Direct Collocation Technique, which is one of the numerical solving methods of the optimal control problems, and it is transformed into a Nonlinear Programming Problem (NLP). Eventually, the aforementioned nonlinear programming problem is solved via SNOPT which works based on the gradient algorithm like SQP. It should be noted that since the main objective of motion planning in this paper is controlling the urban traffic, the urban constrains are utilized during the trajectory optimization. In other words, all of the high-rise buildings located during the course are modeled by the various cylinders. The efficacy of the aforementioned method is demonstrated by extensive simulations, and in particular it is confirmed that this method is capable of producing a suitable solution for three-dimensional constrained optimal motion planning for a six-degree-of-freedom quadrotor helicopter for urban traffic purposes.

1- Nonlinear Programming

2- Solver

Please cite this article using:

A. Lavaei Yanesi, M. Amiri Atashgah, Three-Dimensional Constrained Optimal Motion Planning for a Six-Degree-of-Freedom Quadrotor Helicopter for Urban Traffic Purposes, Modares Mechanical Engineering, Vol. 15, No. 5, pp. 13-24, 2015 (In Persian)

برای ارجاع به این مقاله از عبارت ذیل استفاده نمایید:

A. Lavaei Yanesi, M. Amiri Atashgah, Three-Dimensional Constrained Optimal Motion Planning for a Six-Degree-of-Freedom Quadrotor Helicopter for Urban Traffic Purposes, Modares Mechanical Engineering, Vol. 15, No. 5, pp. 13-24, 2015 (In Persian)

## 1- مقدمه

در حال حاضر یکی از بزرگترین مشکلات زندگی در شهرهای بزرگ، افزایش روزافزون ترافیک در خیابان‌ها و بزرگراه‌هاست. ترافیک، سالانه صدها ساعت از وقت رانندگان را تلف می‌کند و به همین دلیل استفاده از فناوری و تجهیزات الکترونیکی برای کنترل و روان کردن ترافیک بسیار حائز اهمیت است. همیشه زمانی که صحبت از ترافیک و حمل و نقل شهری به میان می‌آید، تصویر نمایشگرهای چراغ‌های راهنمایی و رانندگی و افسران ایستاده در تقاطع‌ها در ذهن مخاطبان نقش می‌بندد، اما این درحالی است که این روزها کنترل حمل و نقل در سطح کلان شهرها و به صورت کلی کنترل ترافیک، ابزارها و معانی دیگری پیدا کرده‌اند. استفاده از فناوری اطلاعات و ارتباطات این روزها نقش بسزایی در کنترل ترافیک شهری دارد. نصب حسگر در خیابان‌ها و بزرگراه‌ها، نصب دوربین‌های ویدئویی و استخدام و به کارگیری افراد برای کنترل صفحه نمایش‌های مرکز کنترل ترافیک، هزینه بسیار زیادی دارد و بنابراین نمی‌توان از این امکانات به مقدار زیاد و در حد رفع نیاز برای کلان‌شهرها استفاده کرد. به همین دلیل باید به فکر جایگزین کردن سیستم‌های جدیدی از قبیل استفاده از ربات‌های پرنده برای استفاده در شهرهای بزرگ بود.

وسایل هوایی را می‌توان در حالت کلی به دو نوع وسایل سرنشین دار و بدون سرنشین تقسیم نمود که هرکدام از آن‌ها با توجه به قابلیت‌های پروازی مخصوص به خودشان در کاربردهای متفاوتی مورد استفاده قرار می‌گیرند [1]. وسایل پرنده‌ی بدون سرنشین معمولاً در کاربردهایی که وسایل با سرنشین قادر به انجام آن‌ها نیستند و یا انجام آن‌ها توسط وسایل با سرنشین از لحاظ اقتصادی مقرون به صرفه نبوده و یا خطرات زیادی دارد، مورد استفاده قرار می‌گیرند. وسایل هوایی بدون سرنشین بر اساس نوع بال خود به سه دسته اصلی بالزن، بالگرد و بال ثابت تقسیم می‌شوند [1]. مکانیزم پروازی وسایل بالزن شبیه پرنده‌گان بوده و استفاده از آن‌ها نسبت به دو دسته دیگر محدودتر است. از وسایل هوایی بال ثابت بیشتر برای پرواز مستقیم رو به جلو با سرعت بالا استفاده می‌شود. وسایل هوایی بالگرد دارای قابلیت‌هایی می‌باشند که وسایل بال ثابت از آن‌ها برخوردار نیستند. از جمله این قابلیت‌ها می‌توان به فرود و صعود عمودی، ثابت ماندن در مکانی خاص از فضا، پرواز در فاصله بسیار نزدیک اشیا و موانع، امکان پرواز در محیط‌های بسته و همچنین مانورپذیری بالای آن‌ها اشاره کرد. بنابراین مجموع این قابلیت‌ها باعث شده است که در مواردی از ترکیب این دو نوع وسیله در ساخت وسایل هوایی استفاده شود. به عبارت دیگر وسایلی ساخته شده است که در ساختار آن‌ها هم از بال ثابت و هم از روتورگردان استفاده شده است که به عنوان نمونه می‌توان به هواپیماهایی که زاویه روتورهای آن‌ها نسبت به بدنه اصلی تغییر می‌کند، اشاره کرد.

در بحث تولید مسیر، تاکنون پژوهش‌های متعددی صورت گرفته است که در آن‌ها استراتژی‌های متفاوتی برای ارائه‌ی یک روش حل کاربردی کامل برای حل مسئله ارائه شده است. یکی از این استراتژی‌ها استفاده از روش الگوریتم ژنتیک می‌باشد. روش طراحی مسیر بهینه پروازی با استفاده از الگوریتم ژنتیک اولین بار در سال 1997 توسط لی و وی در دانشگاه نانجینگ چین مطرح شد [2]. اساس این روش مبتنی بر استفاده از سری‌های فوریه به منظور مدل‌سازی مسیر پرواز می‌باشد. از آن‌جا که می‌توان هر تابع ریاضی را با استفاده از ترکیب سری‌های سینوسی با دامنه‌ها و فرکانس‌های مختلف ایجاد کرد، لذا در روش اخیر به منظور ساده کردن حجم محاسبات فرض بر ثابت بودن فرکانس موج‌های سینوسی می‌باشد. در این راستا این فرکانس‌ها را

به صورت ضرایب زوج فرکانس اولیه در نظر می‌گیرند. مزیت این کار علاوه بر سادگی در امر محاسبات، تضمین کننده‌ی عبور مسیر از نقطه پایانی تعریف شده در ماموریت نیز خواهد بود.

رویکرد دیگر در بحث تولید مسیر، استفاده از الگوریتم‌های گرادیانی می‌باشد. تاکنون الگوریتم‌های متنوعی در زمینه طراحی مسیر با استفاده از روش‌های گرادیانی ارائه شده است. یکی از الگوریتم‌های گرادیانی که مبتنی بر روش نزول سریع است توسط آسو در گروه هواپیمایی شرکت نورث روپ ارائه شده است [3]. مزیت عمده این روش نسبت به الگوریتم‌های سه بعدی دیگر مجزا کردن فرآیند حل سه بعدی به حل در دو صفحه عمود و افق می‌باشد. این امر به ساده سازی فرآیند حل کمک زیادی می‌کند، به طوریکه از الگوریتم برای مقاصد آنلاین نیز بتوان بهره گرفت. عمده مزیت این روش نسبت به الگوریتم‌های بر مبنای برنامه ریزی پویا، حجم محاسباتی کمتر و سهل الوصول بودن جوابها است. از طرف دیگر از جمله نکات ضعف الگوریتم‌های گرادیانی توقف پروسه یافتن جواب در نقاط اکستریم محلی در کنار همگرایی ضعیف به جواب می‌باشد.

از رویکردهای دیگر انجام شده می‌توان به تکنیک ارتفاع پایین پیشرفته<sup>1</sup> اشاره کرد. این روش توسط برادینیک ارائه شد [4] و شامل طراحی مسیر بهینه پروازی در صفحه افق است. در این روش در هنگام مواجهه با موانع موجود در صفحه قائم نظیر کوه‌ها، از ترکیب توابع سهموی استفاده می‌شود که با توجه به توانایی‌های وسیله پرنده و الزامات ماموریت تعریف شده، ایجاد شده‌اند. این توابع دارای نقطه اشتراک بوده و دارای یک ارتفاع مینیمم از سطح زمین نیز می‌باشد. از دیگر خصوصیات این مسیرها شیب صفر آن‌ها بر فراز بلندترین نقطه ارتفاعات زمین در محدوده مشخص شده است.

از دیگر پژوهش‌های انجام شده برای تولید مسیرهای بهینه می‌توان به پژوهش‌های صورت گرفته با استفاده از روش دینامیک معکوس توسط پینگ لو و همکارش اشاره کرد [5]. ایشان برای تولید مسیرهای بهینه با هدف تعقیب عوارض زمین برای یک وسیله‌ی پرنده از روش‌های دینامیک معکوس و همچنین مدل کنترل پیش بین<sup>2</sup> بهره جسته است که در این دو پژوهش برای شبیه سازی از مدل دینامیکی جرم نقطه‌ای<sup>3</sup> جهت طراحی در حالت دوبعدی در صفحه‌ی قائم با هدف کمینه‌سازی زمان پرواز برای یافتن یک مسیر هموار استفاده شده است. از مزیت‌های این روش می‌توان به اعمال قیدهای دینامیکی به مسئله بدون تبدیل به قیدهای هندسی اشاره نمود. البته یک مشکل نیز در این روش وجود دارد زیرا در بعضی اوقات در پروسه حل برای یافتن جواب، ناپایداری‌های عددی عجیب و غریبی یافت می‌شود بطوریکه هیچ حلی مناسبی برای آن وجود ندارد. باید خاطر نشان کرد که از روش دینامیک معکوس برای تولید مسیر بهینه برای مقاصد آفلاین استفاده می‌شود درحالی‌که روش مدل کنترل پیش‌بین غالباً برای مقاصد آنلاین پیشنهاد می‌گردد.

یکی از رویکردهایی که در بحث تولید مسیر بهینه در دو دهه‌ی اخیر مورد توجه قرار گرفته است، استفاده از رویکرد ترتیب شبه طیفی مستقیم<sup>4</sup> است [6]. در این روش از چندجمله‌ای‌های چپیشف<sup>5</sup> استفاده می‌شود که برای پیاده‌سازی جهت مسائل خطی مناسب است ولی برای حل مسائل غیرخطی به پیچیدگی‌های زیادی منجر می‌شود، لذا یکی از ایرادات این روش

1- Advanced Low Altitude Technique (ADLAT)

2- Predictive Control

3- Point Mass Dynamics

4- Direct Pseudo-Spectral Collocation Method

5- Chebyshev Orthogonal Polynomials

همین موضوع فوق‌الذکر است.

از کارهای انجام شده در زمینه تولید مسیر برای ربات‌های پرنده می‌توان به کار گیگر و همکارانش هورن و اسکیمیت با استفاده از روش شبکه عصبی اشاره نمود [7]. در این پژوهش ابتدا با استفاده از حل عددی روش شبه طیفی، مسئله طراحی مسیر حل می‌شود به طوری که دینامیک سیستم، تابع هزینه و فرایندهای مشتق‌گیری توسط شبکه عصبی مورد آموزش قرار گرفته و بجای انجام پروسه‌ی زمان‌بر حل معادلات، از شبکه‌ی عصبی استفاده شده است. در نهایت مقایسه‌ای بین نتایج حاصل از حل عددی و شبکه عصبی انجام شده است که مقایسه نتایج نشان می‌دهد اگرچه دو روش به کار برده شده دارای دقت نسبتاً مشابه‌ای می‌باشند ولی جواب حاصل از حل عددی دارای قابلیت اطمینان بیشتری است. از طرفی باید در نظر داشت که میزان زمان محاسبات مورد نیاز برای تولید مسیر توسط شبکه عصبی به میزان چشم‌گیری کاهش یافته است ولی طراحی و آموزش شبکه‌های عصبی به منظور جایگزینی معادلات فضای حالت کاری بسیار دشوار است.

تاکنون به روش‌های متعددی در زمینه طراحی مسیر اشاره شد. یکی از روش‌های دیگر در این زمینه روش ترتیب مستقیم می‌باشد. ایده‌ی استفاده از این روش اولین بار در [8] مطرح شد که در آن با استفاده از گسسته سازی مرتبه‌ی سوم و برنامه ریزی غیرخطی به حل یک مسئله‌ی مینیمم زمان دو سر ثابت پرداخته شده است. ایده‌ی مطرح شده در آن زمان به اندازه‌ی روش‌هایی که امروزه مورد استفاده قرار می‌گیرند کامل نبوده و نیازمند بهبود مقیاس‌های متغیرها، انتخاب گره‌ها، محاسبه مشتقات جزئی و یکنواخت‌سازی داده برای بدست آوردن نتایج دقیق‌تر می‌باشد. هرچند در آن زمان این روش به اندازه‌ی امروز کامل نبود ولی بازهم به‌طور موفقیت‌آمیزی گسترش یافت به طوری که توانایی حل محدوده‌ی وسیعی از مسائل را در آن زمان داشت. لازم به ذکر است بیشتر پژوهش‌های صورت گرفته توسط این روش تاکنون در زمینه طراحی مسیر برای موضوعات فضایی بوده است ولی در این پژوهش از روش ترتیب مستقیم در بحث تولید مسیر برای ربات‌های پرنده استفاده شده است.

فانک [9] مسئله تولید مسیرهای بهینه را در حالتی که ارتفاع پروازی توسط اسپیلاین‌های درجه سوم گسسته شده مدل‌سازی شده، مطرح کرده است. در این راهکار اسپیلاین‌های درجه سوم با حل یک مسئله برنامه‌ریزی غیرخطی که انحراف از عوارض زمینی را در گره‌های شامل تعدادی محدودیت موثر کمینه می‌کند، مشخص می‌شوند.

بتس و هافمن در مرجع [10] یک الگوریتم برنامه ریزی غیرخطی به همراه جزئیات شامل استراتژی الگوریتم، تعریف پارامترها، یافتن یک نقطه قابل قبول و پروسه مینیمم سازی را ارائه کرده‌اند. آن‌ها همچنین به مقایسه ویژگی‌های متفاوت روش‌های رونویسی<sup>1</sup>، ذورنقه‌ای، هرمیت و رانگ-کوتا در قالب هزینه محاسبات، خطا و غیره پرداختند. در این مرجع، آن‌ها مسئله طراحی مسیر مینیمم زمان دو سر ثابت و حداکثر محدوده قابل قبول را با روش‌های متفاوت رونویسی، شبیه سازی کردند.

نورسل در مرجع [11] یک مسیر بهینه چندفازی (چند مرحله‌ای) با مسافت طولانی و با قید پوشش راداری را برای یک هواپیما بدست آورده است. در مسئله ایشان، مدل سه بعدی هواپیما تحت شرط‌های مختلف اضافه شده نظیر ارتفاع ثابت و یک سری شرط‌های دیگر ساده‌سازی شده است. تابع

هزینه‌ای موردنظر در این مرجع، کمترین قابلیت شناسایی توسط ایستگاه راداری می‌باشد.

هرمن و اسپنسر در مرجع [12] از روش ترتیب مستقیم برای حل مسائل انتقال مداری (که شامل انتقال از مدار پایینی زمین به مدارهای ژئو سنکرون زمین، مدار میانه زمین و مدار بالایی زمین می‌بود) با هدف کمترین سوخت مصرفی استفاده نمودند. در این مرجع نتایج حاصل از روش عددی مربوط به طراحی مسیر بهینه را با نتایج بدست آمده از حل روش تحلیلی مقایسه شده است. مقایسه‌ها نشان دهنده این است که جواب‌های بدست آمده توسط روش عددی بسیار نزدیک به روش تحلیلی می‌باشد.

هوری و کان وی در مرجع [13] در بحث انتقال مداری یک وسیله فضایی با هدف کمینه سازی زمان و سوخت، از روش ترتیب مستقیم استفاده نمودند. شیپی در مرجع [14] به حل عددی مسائل کنترل بهینه پرداخته است. در این مرجع از روش ترتیب مستقیم و برنامه ریزی غیرخطی برای حل مسائل کنترل بهینه استفاده شده است. در ضمن ایشان از ترکیب الگوریتم ژنتیک و روش پرتاب استفاده کرده‌اند تا حل بدست آمده یک حل بهینه یا نزدیک به بهینه باشد. در این مرجع به حل چند مسئله کنترل بهینه از قبیل طراحی مسیر برای دو ربات با هدف اجتناب از برخورد با موانع، انجام مانور چرخش برای یک هواپیما در کمترین زمان و مسئله انتقال مداری با تراست کم پرداخته شده است.

یودان و مون [15] روش طراحی مسیر سه بعدی را برای تولید یک مسیر پروازی از طریق عبور از یکسری نقاط راه متوالی پیشنهاد دادند. زمان عبور از این نقاط راه در مدل مسیر آن‌ها نامشخص است در نتیجه آن‌ها یک متغیر کمکی برای زمان‌های ورود نامشخص در نقاط راه معرفی کردند.

در مرجع [16] به بهینه سازی مسیر ورود به اتمسفر مریخ با استفاده از حساسیت کنترل بهینه، ترتیب مستقیم و برنامه‌ریزی غیرخطی پرداخته شده است. در ابتدا حساسیت کنترل بهینه با توجه به مجهولات و اختلالات در طول مسیر و همچنین بهینه سازی شاخص عملکرد اصلی با هدف کاهش حساسیت متغیرهای حالت ورودی تعیین شده است. سپس با بهره‌گیری از روش ترتیب مستقیم مسئله کنترل بهینه را به یک مسئله برنامه‌ریزی غیرخطی تبدیل نموده و در پایان به حل مسئله پرداخته است که در پایان تجزیه و تحلیل خطا نشان می‌دهد که حساسیت متغیرهای حالت ورودی با توجه به مجهولات و اختلالات به میزان قابل ملاحظه‌ای کاهش یافته است.

در این پژوهش ابتدا مسئله مطرح شده به عنوان یک مسئله کنترل بهینه فرموله شده است. سپس مسئله‌ی کنترل بهینه با استفاده از رویکرد ترتیب مستقیم که یکی از روشهای حل عددی مسائل کنترل بهینه است، کاملاً گسسته شده و به یک مسئله برنامه ریزی غیرخطی تبدیل گردیده است. در نهایت حل مسئله‌ی برنامه ریزی غیرخطی فوق‌الذکر نیز در این پژوهش از طریق حل کننده‌ی SNOPT صورت گرفته است که یک حل کننده‌ی قوی بوده و برای حل از روش‌های گرادیانی نظیر SQP بهره می‌گیرد. این نرم افزار با زبان برنامه نویسی فرتن 77 نوشته شده است بطوری که مشتقات جزئی مرتبه اول تابع  $F(x)$  را به عنوان ورودی دریافت می‌کند و برای محاسبه مشتقاتی که در دسترس نیستند از روش تفاضل محدود استفاده می‌کند. رئیس کلی مقاله‌ی فوق‌الذکر به شرح ذیل می‌باشد: ابتدا در بخش 2 دینامیک ربات پرنده‌ی چهارپره تشریح می‌شود. بخش 3 به تفصیل زوایای اولیه اختصاص دارد. مدل سازی ربات پرنده‌ی چهارپره در بخش 4 به طور مفصل مورد بحث و بررسی قرار می‌گیرد. طراحی مسیر پروازی برای ربات پرنده و

متماثل می‌شود و سبب می‌شود تا نیروی تراست مولفه‌ای در آن جهت پیدا کند و کوادروتور حرکت انتقالی نیز داشته باشد. پس همانند یک هلیکوپتر، ساختار کوادروتور نیز دارای کوپلینگ بین متغیرهاست بدین مفهوم که کوادروتور نمی‌تواند بدون داشتن حرکت رول یا پیچ، حرکت انتقالی داشته باشد. به عبارت دیگر، وجود کوپلینگ بین متغیرهاست که باعث می‌شود بتوانیم با چهار ورودی کنترلی، شش درجه‌ی آزادی را کنترل نماییم [17]. همانطور که قبلاً ذکر شد، در این ساختار با چرخش دو روتور در خلاف جهت دو روتور دیگر، نیاز به ملخ دم از بین می‌رود و این امر باعث می‌شود تا نسبت به هلیکوپترهای معمولی، اثر ژایروسکوپی بسیار کمتر باشد.

### 3- زوایای اولیه

به دوران بدنه کوادروتور حول محور  $x$  رول گویند. این گردش در اثر تغییر سرعت روتورهای 1 و 3 و ثابت نگه داشتن تراست روتورهای 2 و 4 انجام می‌شود. اگر گردش مثبت مدنظر باشد، باید سرعت روتور 3 را افزایش و سرعت روتور 1 را کاهش داد [17].

به دوران بدنه کوادروتور حول محور  $y$  پیچ گویند. این عمل در اثر تغییر سرعت روتورهای 2 و 4 و ثابت نگه داشتن تراست روتورهای 1 و 3 انجام می‌شود. اگر گردش پیچ در جهت مثبت مدنظر باشد، باید سرعت روتور 2 را افزایش و سرعت روتور 4 را کاهش داده و سرعت روتورهای 1 و 3 را برابر و ثابت نگه داشت [17].

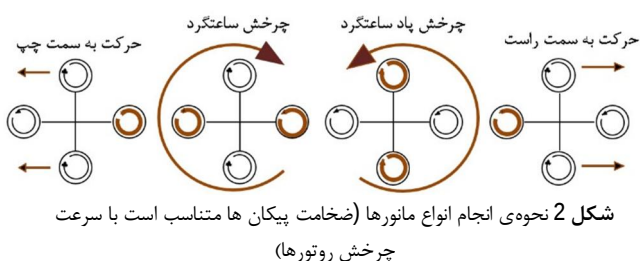
به دوران بدنه کوادروتور حول محور  $z$  یاءو گویند. برای یک دوران یاءو در جهت مثبت، باید سرعت روتورهای 1 و 3 را کاهش داد بطوری‌که سرعتشان برابر باشد و سرعت روتورهای 2 و 4 را افزایش داد بطوری‌که در اینجا نیز سرعتشان برابر باشد [17].

تغییر در زاویه پیچ منجر به جابجایی کوادروتور به سمت جلو یا عقب در راستای محور  $x$  می‌شود. با تغییر زاویه‌ی رول، جابجایی عرضی در راستای محور  $y$  انجام خواهد شد. زاویه‌ی یاءو نیز با تغییر گشتاورهای آیرودینامیکی یعنی تغییر تراست هماهنگ بین جفت ملخ‌هایی که در جهت مخالف هم می‌چرخند، بوجود می‌آید. با تغییر دادن این سه زاویه، کوادروتور می‌تواند در جهت دلخواه حرکت کرده و مانور دهد. شکل 2 نمایی از نحوه‌ی چرخش روتورها و انجام مانور به سمت چپ و راست را نشان می‌دهد.

### 4- مدل‌سازی ربات پرنده‌ی چهارپره

برای مدل‌سازی ربات پرنده‌ی چهارپره، فرض‌های زیر در نظر گرفته شده است [18]:

- ساختار، به صورت صلب و متقارن در نظر گرفته شده است.
- مبدا دستگاه مختصات بدنی منطبق بر مرکز جرم بدنه فرض شده است.
- پره‌ها به صورت صلب در نظر گرفته شده‌اند.

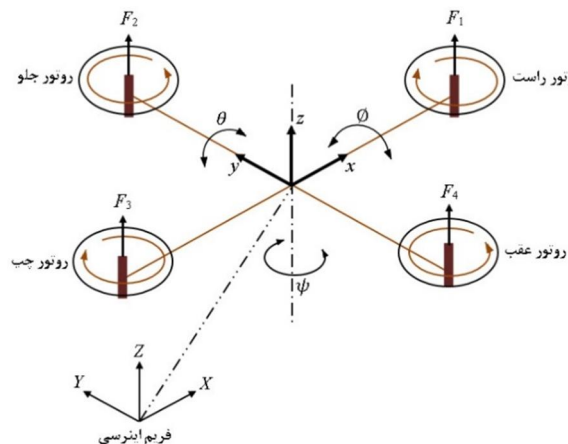


همچنین رویکرد ترتیب مستقیم به ترتیب در بخش‌های 5 و 6 مورد بحث قرار می‌گیرند. بخش‌های 7 و 8 به ترتیب به فرمولاسیون مسئله‌ی کنترل بهینه و مدل‌کردن موانع در طول مسیر اختصاص دارند. در نهایت در بخش‌های 9 و 10 نتایج حاصل از شبیه‌سازی و بحث و نتیجه‌گیری کلی پژوهش مطرح می‌شود.

## 2- دینامیک ربات پرنده‌ی چهارپره

این وسیله همانند هر جسم صلب نامقید دیگری، دارای شش درجه‌ی آزادی در فضا بوده که سه درجه‌ی آن مربوط به زوایا و موقعیت چرخشی سیستم و سه درجه دیگر آن مربوط به موقعیت مکانی مرکز جرم آن می‌باشد. جهت تعیین وضعیت چرخشی این وسیله، دو دستگاه مختصات در نظر گرفته می‌شود. دستگاه اول دستگاه اینرسی می‌باشد که بر روی زمین ثابت شده است. در دستگاه اینرسی، صفحه  $XY$  در راستای افق بوده و محور  $Z$  آن در راستای عمود بر صفحه‌ی  $XY$  و در جهت خلاف جاذبه‌ی زمین است. در این دستگاه محورهای به گونه‌ای قرار می‌گیرند که قانون دست راست در مورد آن‌ها صادق باشد. دستگاه دوم دستگاه بدنی است که مرکز آن منطبق بر مرکز جرم وسیله‌ی پرنده می‌باشد. در این دستگاه محور  $x$  در راستای محور اتصال موتورهای راست و چپ و به سمت موتور راست و محور  $y$  در راستای محور اتصال موتورهای جلو و عقب و به سمت موتور جلو می‌باشد. محور  $z$  نیز در راستای عمود بر دو محور  $x$  و  $y$  بوده و جهت آن به کمک قانون دست راست تعیین می‌گردد. به عبارت دیگر، محورهای دستگاه بدنی به محورهای بدنه‌ی اصلی وسیله‌ی پرنده متصل بوده و همراه با این وسیله حرکت می‌کند. شکل 1 نمایی از یک ربات پرنده‌ی چهارپره را در دو دستگاه بدنی و اینرسی نشان می‌دهد.

هر روتور در کوادروتور، تراست و گشتاور معینی حول مرکز دوران روتور ایجاد می‌کند. در این وسایل پرنده‌ی بدون سرنشین، ملخ‌های بکار گرفته شده یکسان نبوده و به دو دسته با تیغه‌های راستگرد و چپگرد تقسیم بندی می‌شوند که خلاف جهت یکدیگر می‌چرخند. با بکارگیری ملخ‌های راستگرد و چپگرد می‌توان گشتاورهای ایجاد شده در چهار روتور هر کوادروتور را خنثی نمود. در نتیجه اگر ملخ‌ها با سرعت یکسان دوران داشته باشند، گشتاور ایجاد شده توسط جفت ملخ راستگرد، گشتاور حاصل از دوران جفت ملخ چپ گرد را خنثی نموده و در این حالت کوادروتور حول مرکز گرانش خود ثابت خواهد ماند [17].



شکل 1 نمایی از دو دستگاه بدنی و اینرسی برای ربات پرنده‌ی چهارپره

در حین انجام مانور، کوادروتور به سمت روتور با سرعت چرخش کمتر

ثابت بدنی در نظر گرفته شود، رابطه‌ی (1) به شکل رابطه (6) تغییر خواهد کرد:

$$\frac{dL}{dt} = \left( \frac{dL}{dt} \right)_R + \omega \times L = I_{CM} \frac{d\omega}{dt} + \omega \times I_{CM} \omega \quad (6)$$

رابطه‌ی فوق بیان‌گر ممان‌ها بر روی بدنه‌ی صلب کوادروتور حتی شامل محافظ موتورها می‌باشد. برای اینکه اثرات موتورهای چرخان نیز در مدل-سازی صورت گرفته لحاظ شود، یک راه ساده این است که جسم را همانند یک جسم دیسک مانند در نظر بگیریم [19]. با این فرض، می‌توان از پروسه-ای مشابهی آنچه تاکنون گفته شد، استفاده کرد. لذا اگر بدنه با سرعت زاویه-ای  $\Omega$  و دستگاه با سرعت زاویه‌ای  $\omega$  بچرخد، مطابق (7) خواهیم داشت:

$$\frac{dL}{dt} = \left( \frac{dL}{dt} \right)_R + \omega \times L = I_{CM} \frac{d\Omega}{dt} + \omega \times I_{CM} \Omega \quad (7)$$

دقت شود دلیل استفاده از این تکنیک این است که شکل فرض شده دارای تقارن محوری است. در نتیجه دستگاه بدنی همواره با محور اصلی همراستا خواهد شد به شرطی که جهت  $\Omega$  موازی با محور  $z$  دستگاه چرخان باشد. با دانستن روابط (8):

$$\Omega_x = \omega_x \quad (8 \text{ الف})$$

$$\Omega_y = \omega_y \quad (8 \text{ ب})$$

$$\Omega_z \neq \omega_z \quad (8 \text{ پ})$$

رابطه‌ی (7) می‌تواند به صورت رابطه (9) بازنویسی شود:

$$\begin{aligned} \frac{dL}{dt} &= \begin{bmatrix} I_{xx}\dot{\Omega}_x + (\omega_y I_{zz}\Omega_z - \omega_z I_{yy}\Omega_y) \\ I_{yy}\dot{\Omega}_y + (\omega_z I_{xx}\Omega_x - \omega_x I_{zz}\Omega_z) \\ I_{zz}\dot{\Omega}_z + (\omega_x I_{yy}\Omega_y - \omega_y I_{xx}\Omega_x) \end{bmatrix} \\ &= \begin{bmatrix} I_{xx}\dot{\Omega}_x + \omega_y(I_{zz}\Omega_z - I_{yy}\Omega_z) \\ I_{yy}\dot{\Omega}_y + \omega_x(I_{xx}\Omega_z - I_{zz}\Omega_z) \\ I_{zz}\dot{\Omega}_z \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (9)$$

اگر فرض شود که ترم دوم رابطه‌ی فوق به علت این که روتورها همواره با سرعت زیادی می‌چرخند، ترم غالب بوده و شتاب روتورها قابل چشم‌پوشی باشند، در این صورت ترم اول می‌تواند حذف شود. همچنین چون جسم به شکل یک دیسک در نظر گرفته شده است، براساس روابط (10) خواهیم داشت:

$$I_{zz} > I_{yy} \quad (10 \text{ الف})$$

$$I_{zz} > I_{xx} \quad (10 \text{ ب})$$

از طرفی با توجه به این که روتورها خیلی سریعتر از بدنه دوران می‌کنند، مطابق (11) خواهیم داشت [19]:

$$\Omega_{zz} \gg \omega_z \quad (11)$$

صورت (12) بازنویسی می‌شود:

مدل‌سازی دینامیکی شامل یافتن نگاشتی مناسب بین نیروهای خارجی وارد شده، موقعیت، سرعت و شتاب است. غالباً دو روش برای مدل‌سازی دینامیکی مورد استفاده قرار می‌گیرد که شامل روش لاگرانژ و روش نیوتن - اوایلر است [19]. در این پژوهش برای مدل‌سازی دینامیکی کوادروتور از روش نیوتن - اوایلر استفاده شده است. با استفاده از رویکرد نیوتن - اوایلر، سه معادله‌ی حرکت زاویه‌ای شامل رول، پیچ و یاو و سه معادله‌ی حرکت کارترینی بدست می‌آیند. برای این منظور، در وهله‌ی اول یک جسم صلب با فریم مرجع ثابت در مرکز جرمش را در نظر بگیرید. با استفاده از قانون دوم نیوتن مطابق رابطه (1) خواهیم داشت [19]:

$$\tau = \frac{dL}{dt} = \frac{\partial I_{CM}}{\partial t} \omega + I_{CM} \frac{d\omega}{dt} \quad (1)$$

که در آن  $L$ ،  $\omega$  و  $I_{CM}$  به ترتیب گشتاور، اندازه حرکت زاویه‌ای، سرعت زاویه‌ای و تانسور اینرسی هستند که تانسور اینرسی به صورت قطری می‌باشد زیرا فریم کوادروتور در مرکز جرمش در نظر گرفته شده است [19]. همان-طور که از معادله‌ی (1) مشخص است، با بکارگیری یک فریم ثابت، با یک تانسور اینرسی متغیر با زمان روبرو می‌شویم. این موضوع می‌تواند دشواری-هایی را ایجاد نماید حتی اگر بدنه جسم مورد نظر دارای شکل ساده‌ای باشد [19]. برای رفع این مشکل، دو فریم متفاوت با یک مرکز را در نظر می‌گیریم بطوری که یکی از فریم‌ها قادر به چرخیدن بوده و فریم دیگر همانند قبل یک فریم اینرسی ثابت فرض می‌شود. حال بردار  $V$  زیر را در نظر بگیرید که در فریم چرخان مطابق (2) تجزیه شده است:

$$V = V_x \hat{x} + V_y \hat{y} + V_z \hat{z} \quad (2)$$

که در آن  $\hat{x}$ ،  $\hat{y}$  و  $\hat{z}$  بردارهای واحد استاندارد برای یک دستگاه مختصات راستگرد می‌باشند. مشتق زمانی رابطه‌ی فوق در دستگاه اینرسی مطابق رابطه (3) به شرح ذیل است:

$$\begin{aligned} \frac{dV}{dt} &= \left( \frac{dV_x}{dt} \hat{x} + \frac{dV_y}{dt} \hat{y} + \frac{dV_z}{dt} \hat{z} \right) \\ &\quad + \left( V_x \frac{d\hat{x}}{dt} + V_y \frac{d\hat{y}}{dt} + V_z \frac{d\hat{z}}{dt} \right) \end{aligned} \quad (3)$$

که در آن ترم اول بیانگر حرکت  $V$  بوده و ترم دوم یک فاکتور تصحیح است که بیانگر حرکت دستگاه چرخان می‌باشد [19]. اگر دستگاه چرخان دارای یک سرعت زاویه‌ای  $\omega$  باشد، براساس روابط (4) خواهیم داشت:

$$\frac{d\hat{x}}{dt} = \omega \times \hat{x} \quad (4 \text{ الف})$$

$$\frac{d\hat{y}}{dt} = \omega \times \hat{y} \quad (4 \text{ ب})$$

$$\frac{d\hat{z}}{dt} = \omega \times \hat{z} \quad (4 \text{ پ})$$

با جای گذاری روابط (4) در رابطه‌ی (3)، به رابطه (5) خواهیم رسید:

$$\begin{aligned} \frac{dV}{dt} &= \left( \frac{dV}{dt} \right)_R + V_x(\omega \times \hat{x}) + V_y(\omega \times \hat{y}) + V_z(\omega \times \hat{z}) \\ &= \left( \frac{dV}{dt} \right)_R + \omega \times V \end{aligned} \quad (5)$$

که اندیس  $R$  بیانگر مشتق نسبت به دستگاه چرخان است. دقت شود که رابطه‌ی (5) برای هر برداری معتبر بوده و پایه و اساس معادلات اوایلر برای حرکت یک جسم صلب می‌باشد [19]. حال اگر بردار  $V$  را توسط بردار اندازه حرکت زاویه‌ای  $L$  جایگزین کرده و دستگاه چرخان به عنوان یک دستگاه

دومین دوران دوران دستگاه  $x_1y_1z_1$  به اندازه‌ی زاویه‌ی  $\theta$  حول محور  $y_1$  است که محورهای بدست آمده از این دوران را با  $x_2y_2z_2$  نمایش می‌دهیم. ماتریس دروان از دستگاه  $x_1y_1z_1$  به دستگاه  $x_2y_2z_2$  را با  $R_Y(\theta)$  نشان داده و به شرح (18) نمایش می‌دهیم:

$$R_Y(\theta) = \begin{bmatrix} \cos(\theta) & 0 & \sin(\theta) \\ 0 & 1 & 0 \\ -\sin(\theta) & 0 & \cos(\theta) \end{bmatrix} \quad (18)$$

در نهایت با دوران دستگاه  $x_2y_2z_2$  به اندازه‌ی زاویه‌ی  $\phi$  حول محور  $x_2$ ، محورهای این دستگاه بر محورهای دستگاه بدنی  $xyz$  منطبق می‌شوند که ماتریس دروان از دستگاه  $x_2y_2z_2$  به دستگاه بدنی  $xyz$  را با  $R_X(\phi)$  مطابق (18) نشان می‌دهیم:

$$R_X(\phi) = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos(\phi) & -\sin(\phi) \\ 0 & \sin(\phi) & \cos(\phi) \end{bmatrix} \quad (18)$$

ماتریس دوران کلی از دستگاه اینرسی به دستگاه بدنی از ضرب سه ماتریس فوق به صورت (19) بدست می‌آید:

$$R_{ZXY} = R_Z(\psi)R_Y(\theta)R_X(\phi) \quad (19)$$

$$= \begin{bmatrix} C_\theta C_\psi & -C_\theta S_\psi + S_\theta S_\phi C_\psi & S_\theta S_\psi + C_\theta S_\phi C_\psi \\ C_\theta S_\psi & C_\theta C_\psi + S_\theta S_\phi S_\psi & -S_\theta S_\psi + C_\theta S_\phi S_\psi \\ -S_\theta & S_\theta C_\phi & C_\theta C_\phi \end{bmatrix}$$

که در آن C نماد  $\cos$  و S نماد  $\sin$  است.

حال به بررسی سیگنال‌های کنترل می‌پردازیم. با استفاده از ممّان‌های ارائه شده در رابطه‌ی (15) و نیروهای ارائه شده در رابطه‌ی (16)، یک مجموعه‌ای از سیگنال‌های کنترل می‌توانند به صورت (20) بیان شوند [19]:

$$u = \begin{bmatrix} u_1 \\ u_2 \\ u_3 \\ u_4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 1 \\ -1 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & -1 & 1 & -1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Omega_1^2 \\ \Omega_2^2 \\ \Omega_3^2 \\ \Omega_4^2 \end{bmatrix} \quad (20)$$

با معکوس کردن ماتریس ضرایب در رابطه‌ی بالا، سرعت هر یک از روتورها برحسب سیگنال‌های کنترل به شرح (21) بدست می‌آیند:

$$\begin{bmatrix} \Omega_1^2 \\ \Omega_2^2 \\ \Omega_3^2 \\ \Omega_4^2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 1 \\ -1 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & -1 & 1 & -1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} u_1 \\ u_2 \\ u_3 \\ u_4 \end{bmatrix} \quad (21)$$

به بیان دیگر، مطابق رابطه (22) خواهیم داشت:

$$\Omega = \tau(u) = \begin{bmatrix} (\max(\Omega_1^2, 0))^{1/2} \\ (\max(\Omega_2^2, 0))^{1/2} \\ (\max(\Omega_3^2, 0))^{1/2} \\ (\max(\Omega_4^2, 0))^{1/2} \end{bmatrix} \quad (22)$$

لازم به ذکر است در رابطه‌ی فوق استفاده از ترم  $\max()$  ضروری است زیرا در برخی از شرایط نادر ممکن است  $\Omega_i^2 < 0$  شود و لذا در چنین

$$\frac{dL}{dt} = \begin{bmatrix} \omega_y I_{zz} \Omega_z \\ -\omega_x I_{zz} \Omega_z \\ 0 \end{bmatrix} = \omega \times (I_{zz} \Omega_z \hat{z}) \quad (12)$$

رابطه‌ی فوق بیانگر ممّان‌هایی است که بر روی یک موتور اعمال می‌شوند. با ادغام تمامی ممّان‌ها یعنی ممّان‌های رابطه (6) برای بدنه و ممّان‌های رابطه (12) برای هریک از چهار روتور، به رابطه (13) خواهیم رسید:

$$\tau = I_{CM} \dot{\omega} + \omega \times (I_{CM} \omega + I_R \Omega_R \hat{z}) \quad (13)$$

که در آن  $\tau$  گشتاور اعمال شده به بدنه و  $I_R$  ممّان اینرسی هر روتور حول محور  $z$  آن می‌باشد که همان  $I_{zz}$  در رابطه‌ی (12) است. همچنین  $I_{CM}$ ،  $\omega$  و  $\Omega_R$  به ترتیب بیانگر تنسور اینرسی بدنه (به غیر از روتورها)، سرعت زاویه‌ای بدنه و جمع سرعت‌های زاویه‌ای روتورها می‌باشند که به شرح روابط (14) نمایش داده می‌شوند [19]:

$$I_{CM} = \text{diag}(I_X, I_Y, I_Z) \quad (14 \text{ الف})$$

$$\omega = [\dot{\phi} \quad \dot{\theta} \quad \dot{\psi}] \quad (14 \text{ ب})$$

$$\Omega_R = (-\Omega_1 + \Omega_2 - \Omega_3 + \Omega_4) \quad (14 \text{ پ})$$

در نهایت گشتاور کلی بدنه به صورت (15) محاسبه می‌شود [19]:

$$\tau = \begin{bmatrix} lb(\Omega_2^2 - \Omega_4^2) \\ lb(\Omega_3^2 - \Omega_1^2) \\ d(\Omega_1^2 - \Omega_2^2 + \Omega_3^2 - \Omega_4^2) \end{bmatrix} \quad (15)$$

حال به بررسی معادلات حرکت کارتزینی می‌پردازیم. در دستگاه بدنی، نیروی بوجود آمده توسط چهار ملخ به شرح رابطه (16) محاسبه می‌شود [19]:

$$F_B = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ b(\Omega_1^2 + \Omega_2^2 + \Omega_3^2 + \Omega_4^2) \end{bmatrix} \quad (16)$$

در نتیجه معادلات حرکت کارتزینی در یک دستگاه اینرسی می‌تواند به صورت (17) بیان شوند:

$$F_I = RF_B - mg\hat{z} \quad (17)$$

که در آن  $R$ ،  $F_I$  و  $m$  و  $g$  به ترتیب بیانگر نیروی اعمال شده در دستگاه اینرسی، ماتریس دوران، جرم کوادروتور و شتاب گرانش می‌باشند. باید توجه داشت راستای محورهای دو دستگاه اینرسی و بدنی را می‌توان حداکثر با سه دوران متوالی بر یکدیگر منطبق کرد. برای بدست آوردن ماتریس دوران از دستگاه اینرسی به دستگاه بدنی دوران‌های زیر را به ترتیب انجام می‌دهیم:

دوران اول حول محور  $Z$  دستگاه اینرسی و به اندازه‌ی زاویه‌ی  $\psi$  است که محورهای بدست آمده از دوران را با  $x_1y_1z_1$  نمایش می‌دهیم. ماتریس دروان از دستگاه اینرسی به دستگاه  $x_1y_1z_1$  را با  $R_Z(\psi)$  نشان داده و به شرح (18) الف) می‌باشد:

$$R_Z(\psi) = \begin{bmatrix} \cos(\psi) & -\sin(\psi) & 0 \\ \sin(\psi) & \cos(\psi) & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (18 \text{ الف})$$

$$\begin{aligned} x_1 = \emptyset, x_2 = \dot{\emptyset}, x_3 = \theta, x_4 = \dot{\theta}, x_5 = \psi, x_6 = \dot{\psi}, \\ x_7 = x, x_8 = \dot{x}, x_9 = y, x_{10} = \dot{y}, x_{11} = z, x_{12} = \dot{z} \end{aligned} \quad (27)$$

### 5- طراحی مسیر بهینه برای ربات پرنده

در فرآیند طراحی مسیر که قبل از پرواز صورت می گیرد، عموماً از راهکارهای ریاضیاتی مبتنی بر روش‌های بهینه‌یابی استفاده می شود که این روش‌ها غالباً دارای طبیعتی وابسته و حساس به شرایط مرزی مسئله هستند. همواره طراحی مسیر در دوبخش صورت می گیرد که بخش اول آن به صورت آفلاین و بخش دیگر به صورت آنلاین می باشد. به عبارت دیگر هدف اصلی در بخش اول، طراحی مسیر و در بخش دوم، کنترل مسیر است. مسئله‌ی طراحی مسیر به پروسه‌ی ایجاد یک مسیر مطلوب با هدف انجام مأموریت مشخص به صورت مینیمم زمان، مینیمم مصرف سوخت و ... و با در نظر گرفتن دینامیک وسیله اطلاق می گردد. از طرف دیگر مسئله‌ی کنترل مسیر به فرایند حفظ موقعیت و جهت‌گیری ربات و سرعت آن در یک مقدار مشخص گفته می شود. علاوه بر طراحی مسیر، بهینه سازی مسیر نیز موضوعی است که در آن راه-های دستیابی به فرایندهای دینامیکی بهینه ارائه می گردد. برای بهینه نمودن یک فرآیند دینامیکی در یک بازه زمانی مشخص، باید نحوه تغییرات متغیرهای حالت و پارامترهای کنترلی در طول زمان انجام فرایند، به گونه‌ای بدست آید که یک اتفاق بهینه مطلوب رخ دهد. در این پژوهش که هدف آن طراحی مسیر بهینه پروازی برای یک ربات پرنده چهارپره جهت کاربردهای کنترل ترافیک می باشد، مسیر بهینه توسط روش ترتیب مستقیم<sup>1</sup> ایجاد می شود.

در حل مسائل کنترل بهینه، دو روش کلی (الف) برنامه ریزی دینامیکی و (ب) اصل مینیمم سازی پونتریاگین مطرح هستند [21,20]. در روش مبتنی بر اصل مینیمم سازی پونتریاگین، مسئله کنترل بهینه به یک مسئله مقدار مرزی دو نقطه ای<sup>2</sup> تبدیل می شود که در این راستا شاخه ای از علم ریاضیات به نام حساب تغییرات<sup>3</sup> نقش اساسی را ایفا می کند. در راستای حل مسائل مقدار مرزی دو نقطه ای دو روش کلی موجود می باشد که تحت عنوان روش‌های مستقیم و غیرمستقیم مشهورند. در روش‌های حل مستقیم، مسئله کنترل بهینه با استفاده از روش‌هایی نظیر رویکرد ترتیب مستقیم، تبدیل به یک مسئله گسسته ریاضیاتی می شود و با استفاده از ضرایب لاگرانژ قیود موجود در مسئله، تعدادی معادلات غیرخطی بدست می آید که از روش‌هایی نظیر روش نیوتن تعمیم یافته قابل حل هستند [20].

در روش‌های غیرمستقیم، معادلات بدست آمده از روش حساب تغییرات که مشهور به مسئله مقدار مرزی هامیلتونی<sup>4</sup> هستند، توسط روش‌های نظیر نزول سریع<sup>5</sup>، خطی سازی ناقص<sup>6</sup>، تصویر گردایان<sup>7</sup>، تغییر اکستریمال‌ها<sup>8</sup>، صعود سریع<sup>9</sup> و برخی دیگر از روش‌ها حل می شوند [21]. مشکل اصلی در این روش‌ها، حساسیت به حدس اولیه مجهولات است که می تواند به ناپایداری حل منجر شود. هرچه مرتبه مسئله مقدار مرزی هامیلتونی و یا مرتبه سیستم هامیلتونی (متشکل از معادلات دیفرانسیل معادله هامیلتونین) بیشتر باشد، درجه حساسیت ناپایداری حل عددی در رسیدن به جواب بهینه

شرایطی عبارت  $\max()$  تضمین می کند که همواره در زیر رادیکال با فرجه‌ی زوج، عبارت نامنفی ظاهر شود [19]. به عبارت دیگر، با استفاده از این تکنیک، در رابطه‌ی (22) همواره پاسخ حقیقی بدست می آید و در نتیجه سرعت بدست آمده می تواند به راحتی به هریک از روتورها اعمال شود. با استفاده از سیگنال‌های کنترلی بیان شده در رابطه‌ی (20) و معادلات ارائه شده در (13) و (15)، معادلات حرکت زاویه‌ای مطابق روابط (23) حاصل می شوند [19]:

$$\ddot{\emptyset} = \dot{\emptyset} \psi \frac{I_Y - I_Z}{I_X} - \frac{I_R}{I_X} \dot{\emptyset} \Omega_R + \frac{lb}{I_X} u_1 \quad (23 \text{ الف})$$

$$\ddot{\theta} = \dot{\theta} \psi \frac{I_Z - I_X}{I_Y} + \frac{I_R}{I_Y} \dot{\theta} \Omega_R + \frac{lb}{I_Y} u_2 \quad (23 \text{ ب})$$

$$\ddot{\psi} = \dot{\psi} \dot{\emptyset} \frac{I_X - I_Y}{I_Z} + \frac{d}{I_Z} u_3 \quad (23 \text{ پ})$$

بطور مشابه، بعد از وارد کردن ماتریس دوران رابطه‌ی (19) در رابطه‌ی (17)، معادلات حرکت کارتزینی مطابق (24) بدست می آیند [16]:

$$\ddot{x} = \sin(\theta) \cos(\emptyset) \frac{b}{m} u_4 \quad (24 \text{ الف})$$

$$\ddot{y} = -\sin(\emptyset) \frac{b}{m} u_4 \quad (24 \text{ ب})$$

$$\ddot{z} = -g + \cos(\theta) \cos(\emptyset) \frac{b}{m} u_4 \quad (24 \text{ پ})$$

برای بیان ساده تر معادلات فوق، ضرایب مورد استفاده در این معادلات به صورت روابط (25) در نظر گرفته می شوند:

$$a_1 = \frac{I_Y - I_Z}{I_X}, \quad a_2 = \frac{I_R}{I_X}, \quad b_1 = \frac{lb}{I_X} \quad (25 \text{ الف})$$

$$a_3 = \frac{I_Z - I_X}{I_Y}, \quad a_4 = \frac{I_R}{I_Y}, \quad b_2 = \frac{lb}{I_Y} \quad (25 \text{ ب})$$

$$a_5 = \frac{I_X - I_Y}{I_Z}, \quad b_3 = \frac{d}{I_Z}, \quad b_4 = \frac{b}{m} \quad (25 \text{ پ})$$

لذا در نهایت مجموعه معادلات بیان شده در روابط (23) و (24) به فرم روابط (26) تبدیل می شوند:

$$\ddot{\emptyset} = a_1 \dot{\emptyset} \psi - a_2 \dot{\emptyset} \Omega_R + b_1 u_1 \quad (26 \text{ الف})$$

$$\ddot{\theta} = a_3 \dot{\theta} \psi + a_4 \dot{\theta} \Omega_R + b_2 u_2 \quad (26 \text{ ب})$$

$$\ddot{\psi} = a_5 \dot{\psi} \dot{\emptyset} + b_3 u_3 \quad (26 \text{ پ})$$

$$\ddot{x} = \sin(\theta) \cos(\emptyset) b_4 u_4 \quad (26 \text{ ت})$$

$$\ddot{y} = -\sin(\emptyset) b_4 u_4 \quad (26 \text{ ث})$$

$$\ddot{z} = -g + \cos(\theta) \cos(\emptyset) b_4 u_4 \quad (26 \text{ ج})$$

همچنین برای ساده سازی مدل کوادروتور ارائه شده، مجموعه معادلات ارائه شده در (26) می توانند با تغییر متغیرهای (27) به فرم فضای حالت مرتبه‌ی یک تبدیل شوند [19]:

1- Direct Collocation  
2- Two point boundary value problem  
3- Calculus of Variation  
4- Hamiltonian Boundary Value Problem (HBVP)  
5- Steepest Descent  
6- Quasi Linearization  
7- Gradient Projection  
8- Variation of Extremals  
9- Steepest Ascent

نیز بیشتر خواهد بود و علت آن نیز ناپایداری سیستم هامیلتونی است.

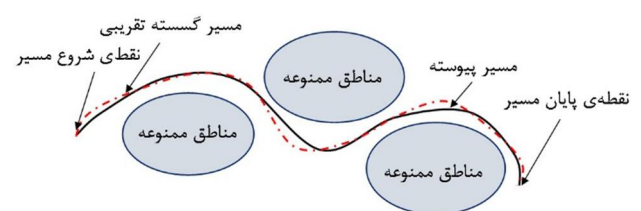
## 6- رویکرد ترتیب مستقیم

ایده‌ی اصلی این روش گسسته‌سازی متغیرهای حالت و کنترل با استفاده از یک درون‌یابی خطی یا مرتبه‌های بالاتر نظیر روش اویلر<sup>1</sup>، دوزنقه‌ای<sup>2</sup>، هرمیت -سیمپسون<sup>3</sup>، رانگ کوتا<sup>4</sup> و ... می‌باشد. لذا در این روش یک مسئله‌ی کنترل بهینه‌ی پیوسته با زمان گسسته می‌شود بطوریکه معادلات دیفرانسیلی و انتگرالی موجود در تابع هزینه و قیود آن به معادلات جبری و گسسته تبدیل می‌شوند [22]. به عبارت دیگر، با بکارگیری این روش، یک مسئله‌ی کنترل بهینه به صورت یک مسئله‌ی بهینه‌سازی جبری و استاندارد در فرم برنامه‌ریزی غیرخطی تبدیل می‌گردد لذا می‌توان آن‌ها را در فرم جدید به صورت ساده‌تری حل نمود. مسیر حرکت یک ربات پرنده ترکیبی از یک سری نقاط گسسته<sup>5</sup> است که در یک دستگاه مختصات پیوسته از زمان ابتدایی تا انتهای بیان می‌شود. عموماً اگر تعداد نقاط تعیین شده بر روی مسیر به اندازه‌ی مطلوب در نظر گرفته شود، در آن صورت می‌توان یک مسیر تقریبی را تولید کرد که به خوبی بتواند مسیر پیوسته اصلی را به صورت هموار تقریب بزند. در شکل 3، مسیر گسسته‌ی تقریبی و مسیر پیوسته نشان داده شده است.

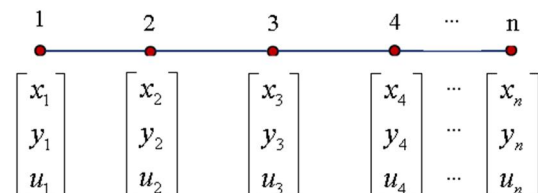
در این روش بازه‌ی زمانی  $[t_f, t_f]$  به چندین بازه‌ی کوچکتر تقسیم می‌شود. همان‌طور که در شکل 7 مشاهده می‌شود، هر بازه‌ی زمانی بین دو گره<sup>6</sup> قرار دارد که این فواصل می‌توانند مساوی یا متفاوت در نظر گرفته شوند. لازم به ذکر است برای سادگی کار معمولاً این بازه‌ها به صورت مساوی انتخاب می‌شوند. اگر تعداد گره‌ها  $n$  و فاصله‌ی زمانی  $h_i$  در نظر گرفته شود، مطابق (28) خواهیم داشت [21]:

$$h_i = \frac{t_f - t_i}{n - 1} \quad (28)$$

شکل 4 یک مسئله‌ی کنترل بهینه با دو متغیر حالت  $x, y$  و یک متغیر کنترل  $u$  را نشان می‌دهد.



شکل 3 مسیر حاصل از ترکیب نقاط گسسته و ایجاد مسیر پروازی پیوسته



شکل 4 شماتیک کلی یک مسیر گسسته شده به همراه متغیرهای حالت و کنترل

در حل مسائل کنترل بهینه به روش ترتیب مستقیم کفایت تا مقادیر حالت و کنترل در هر گره مشخص گردد. برای این منظور هر کدام از مقادیر حالت و کنترل در هر گره به صورت یک متغیر در نظر گرفته می‌شوند. بر این اساس، مطابق (29) می‌توان همه‌ی متغیرهای حالت و کنترل را در یک ماتریس واحد جای داد و همه متغیرها را با یک متغیر یکسان نظیر  $a$  در نظر گرفت [21].

$$\begin{bmatrix} x_1 & x_2 & \dots & x_n \\ y_1 & y_2 & \dots & y_n \\ u_1 & u_2 & \dots & u_n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a_1 & a_2 & \dots & a_n \\ a_{n+1} & a_{n+2} & \dots & a_{2n} \\ a_{2n+1} & a_{2n+2} & \dots & a_{3n} \end{bmatrix} \quad (29)$$

بنابراین برای حل مسئله‌ی کنترل بهینه باید مقادیر  $a_i$ ها بدست آید. اکنون لازم است تا معادلات حالت نیز برحسب متغیرهای  $a_i$  بیان گردند. لازم به ذکر است که دلیل استفاده از نودهای گسسته، حذف معادلات دیفرانسیل سیستم می‌باشد به‌طوری‌که مسئله به یک مسئله‌ی جبری برنامه‌ریزی غیرخطی تبدیل شود. در مراجع مختلف روش‌های متعددی برای گسسته سازی ارائه شده است که برخی از آن‌ها شامل روش اویلر، دوزنقه‌ای، هرمیت سیمپسون، رانگ کوتای کلاسیک و ... می‌باشند [21]. در این پژوهش برای گسسته‌سازی متغیرهای حالت و کنترل از روش اویلر استفاده شده است. روش اویلر یک روش صریح از مرتبه اول است. فرض می‌کنیم معادلات حالت به فرم کلی رابطه (30) بیان شوند:

$$\dot{x} = f(x, y, u) \quad (30)$$

با استفاده از روش گسسته‌سازی اویلر، می‌توان معادله‌ی دیفرانسیل سیستم را به صورت (31) گسسته نمود [20]:

$$\dot{x}_i \approx \frac{x_{i+1} - x_i}{h_i} = \frac{f(x_i, y_i, u_i) + f(x_{i+1}, y_{i+1}, u_{i+1})}{2} \quad (31)$$

که در آن  $h_i$  فاصله‌ی زمانی بین  $x_i$  و  $x_{i+1}$  است و در این پژوهش با یکدیگر برابر می‌باشند. برای برقراری معادلات حاکم، لازم است تا تخمین معادله فوق بین هر دو گره ارضا شود، بنابراین معادله‌ی فوق را می‌توان به صورت یک قید مساوی مابین دو گره در نظر گرفت به نحوی که بردار خطا بین دو گره صفر گردد. به عبارت دیگر مطابق (32) داریم:

$$\xi = x_{i+1} - x_i - \frac{h_i}{2} [f(x_i, y_i, u_i) + f(x_{i+1}, y_{i+1}, u_{i+1})] = 0 \quad (32)$$

این روش یکی از صریح‌ترین روش‌ها برای حل عددی معادلات دیفرانسیل معمولی است. همچنین انتگرال موجود در تابع هزینه در روش اویلر به صورت (33) تقریب زده می‌شود [20]:

$$\int_a^b f(x) dx \approx (b - a) \frac{f(a) + f(b)}{2} \quad (33)$$

پس از گسسته‌سازی مسئله‌ی کنترل بهینه با استفاده از رویکرد ترتیب مستقیم که در بالا تشریح شد، مسئله‌ی فوق به یک مسئله‌ی برنامه‌ریزی غیرخطی تبدیل می‌شود. در نهایت حل مسئله‌ی برنامه‌ریزی غیرخطی فوق-الذکر در این پژوهش از طریق حل‌کننده‌ی SNOPT صورت گرفته است که یک حل‌کننده‌ی قوی به صورت منبع آزاد<sup>7</sup> می‌باشد و برای حل از روش‌های گرادیانی نظیر SQP بهره می‌گیرد. این حل‌کننده با زبان برنامه‌نویسی

1- Euler Method  
2- Trapezoidal Method  
3- Hermite-Simpson Method  
4- Runge-Kutta (RK)  
5- Discrete Points  
6- Node

7- Open Source

فرترن 77 نوشته شده است به طوری که مشتقات جزئی مرتبه اول تابع  $F(x)$  را به عنوان ورودی دریافت می‌کند و برای محاسبه مشتقاتی که در دسترس نیستند، از روش تفاضل محدود استفاده می‌کند.

## 7- فرمولاسیون مسئله کنترل بهینه

همان‌طور که قبلاً اشاره شد، هدف این پژوهش به دست آوردن مسیر بهینه‌ی مقید پروازی در حالت سه بعدی می‌باشد به نحوی که یک سری قیدهای دینامیکی غیرخطی و غیردینامیکی خطی و غیرخطی را ارضاء و یک تابع هزینه را بهینه نماید. از آنجایی که هدف هر مسئله کنترل بهینه، یافتن تاریخچه متغیرهای کنترلی<sup>1</sup> است، لذا باید کنترلرهایی یافت شود که تمامی محدودیت‌های مسئله را ارضاء کرده و تابع هزینه را نیز بهینه نماید. در این پژوهش فرض بر این است که قیدهای سیستم شامل قیدهای مسیر، شرایط مرزی ابتدایی و انتهایی و سایر قیدهای مرتبط با متغیرهای حالت و کنترلرها است که در ادامه محدودیت‌های فوق ارائه گردیده و نحوه‌ی فرمولاسیون هر یک از آن‌ها در این پژوهش بیان می‌شود. معادلات دیفرانسیل در حالت کلی به صورت رابطه (34) است [21]:

$$\dot{\bar{x}} = f(\bar{x}, \bar{u}, t) \quad (34)$$

که در آن  $\bar{x}$  یک بردار  $n \times 1$  از متغیرهای حالت،  $\bar{u}$  یک بردار  $m \times 1$  از متغیرهای کنترلی،  $t$  زمان و  $f$  یک بردار  $n \times 1$  از توابع وابسته به  $\bar{x}$ ،  $\bar{u}$  و  $t$  می‌باشد. متغیرهای حالت و کنترل تعریف شده در این مسئله از نوع محدود شده می‌باشند یعنی در محدوده‌ای که از قبل به عنوان دامنه‌ی تغییرات برای این متغیرها تعریف شده اند، قابل تغییر و تنظیم هستند. این محدوده متناسب با دینامیک ربات پرنده و ماموریت تعریف شده برای آن می‌باشد. تابع هزینه نیز در حالت کلی مطابق (35) بیان می‌شود:

$$J = \Phi(\bar{x}_f, t_f) + \int_{t_0}^{t_f} L(\bar{x}, \bar{u}, t) dt \quad (35)$$

که در آن  $\Phi$ ،  $L$  اسکالر می‌باشند. معمولاً انتخاب تابع هزینه در یک مسئله کنترل بهینه در راستای کمترین زمان ممکن، کوتاه‌ترین مسیر مطلوب، تعقیب عوارض زمین، کمترین سوخت مصرفی و کمترین تلاش کنترلی می‌باشد. همان‌طور که قبلاً ذکر شد، تابع هزینه در این پژوهش کوتاه‌ترین زمان پرواز در نظر گرفته شده است که به صورت (36) می‌باشد:

$$J = \int_{t_0}^{t_f} dt \quad (36)$$

از آنجایی که زمان ابتدایی در این مسئله مشخص بوده ولی زمان انتهایی نامشخص است و از آنجایی که مکان ابتدایی و انتهایی برای ربات پرنده‌ی مذکور مشخص در نظر گرفته شده است، لذا برای این‌که بتوانیم پروسه‌ی انتگرال‌گیری را در تابع هزینه‌ی موردنظر انجام دهیم، نیاز است متغیر مستقل مسئله را از زمان به یک متغیر دیگر مانند مکان در راستای  $x$  یا  $y$  یا  $z$  تغییر دهیم. البته لازم به ذکر است شرط استفاده از این تغییر متغیر این است که نرخ تغییرات متغیر جدید در طی زمان تغییر علامت ندهد. در این پژوهش با در نظر گرفتن فرض بیان شده، متغیر مستقل مسئله از زمان به مکان در راستای  $x$  تغییر داده شده است. لذا فرم جدید معادلات دینامیکی ربات پرنده‌ی چهارپره موردنظر مطابق روابط (37) می‌باشد:

$$\frac{dx_1}{dx_7} = \frac{x_2}{x_8} \quad (37 \text{ الف})$$

$$\frac{dx_2}{dx_7} = \frac{a_1 x_4 x_6 - a_2 x_4 \Omega_R + b_1 u_1}{x_8} \quad (37 \text{ ب})$$

$$\frac{dx_3}{dx_7} = \frac{x_4}{x_8} \quad (37 \text{ پ})$$

$$\frac{dx_4}{dx_7} = \frac{a_3 x_2 x_6 + a_4 x_2 \Omega_R + b_2 u_2}{x_8} \quad (37 \text{ ت})$$

$$\frac{dx_5}{dx_7} = \frac{x_6}{x_8} \ddot{y} = -\sin(\emptyset) b_4 u_4 \quad (37 \text{ ث})$$

$$\frac{dx_6}{dx_7} = \frac{a_5 x_2 x_4 + b_3 u_3}{x_8} \quad (37 \text{ ج})$$

$$\frac{dx_8}{dx_7} = \frac{b_4 u_4 \sin(x_3) \cos(x_1)}{x_8} \quad (37 \text{ چ})$$

$$\frac{dx_9}{dx_7} = \frac{x_{10}}{x_8} \quad (37 \text{ ح})$$

$$\frac{dx_{10}}{dx_7} = \frac{-b_4 u_4 \sin(x_1)}{x_8} \quad (37 \text{ خ})$$

$$\frac{dx_{11}}{dx_7} = \frac{x_{12}}{x_8} \quad (37 \text{ د})$$

$$\frac{dx_{12}}{dx_7} = \frac{-g + b_4 u_4 \cos(x_3) \cos(x_1)}{x_8} \quad (37 \text{ ذ})$$

همچنین تابع هزینه موردنظر در این پژوهش به فرم رابطه (38) بازنویسی می‌شود:

$$\int_{t_0}^{t_f} dt = \int_{x_0}^{x_f} \frac{1}{x_8} dx_7 \quad (38)$$

در مسائل طراحی مسیر عموماً یک سری قیدهای محیطی نظیر قید عدم برخورد با موانع، قید محدودیت روی متغیرهای حالت، کنترل و غیره وجود دارند که این قیود نیز به دو دسته‌ی کلی قیود مساوی و قیود نامساوی تقسیم می‌شوند. فرم کلی این قیود به صورت روابط (39) می‌باشد:

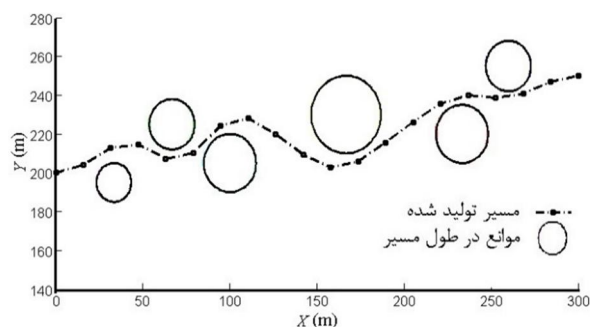
$$\bar{C}_{eq}(\bar{x}, \bar{u}, t) = 0 \quad (39 \text{ الف})$$

$$\bar{C}_{ineq}(\bar{x}, \bar{u}, t) \leq 0 \quad (39 \text{ ب})$$

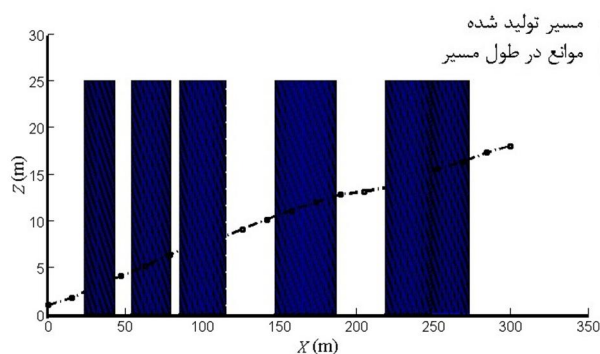
از آنجایی که هدف اصلی تولید مسیر در این پژوهش، کنترل ترافیک شهری برای ربات پرنده‌ی چهارپره می‌باشد، لذا قیدهای در حین مسیر در این مسئله قیدهایی از نوع ساختمان‌های موجود در داخل شهر هستند. در قسمت بعدی نحوه‌ی مدل‌سازی این ساختمان‌ها و اعمال آن به عنوان قیود نامساوی به مسئله‌ی کنترل بهینه شرح داده شده است.

## 8- مدل کردن موانع در طول مسیر

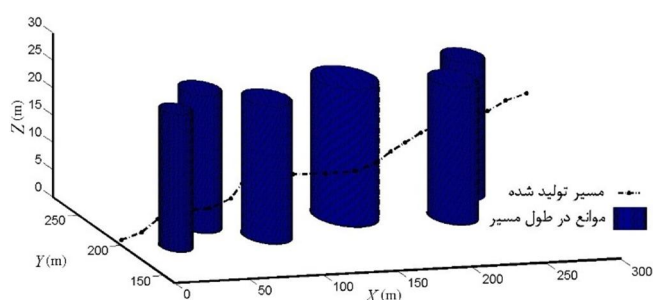
در این پژوهش، برای مدل کردن هر یک از ساختمان‌های در طول مسیر، از یک استوانه با شعاع و موقعیت مرکز مشخص استفاده شده است به طوری که مسیر تولید شده از داخل هیچ یک از استوانه‌ها عبور نکند. بدین منظور فاصله‌ی هر گره از مسیر تا مرکز هر استوانه محاسبه شده و این فاصله به صورت یک قید نامساوی طوری به مسئله اعمال شده است تا از شعاع استانه بزرگتر باشد. لازم به ذکر است در قیدهای نامساوی اعمال شده در مسئله، یک تلورانس به اندازه‌ی 10 درصد شعاع موانع در نظر گرفته شده است. دلایل بکارگیری این تلورانس به شرح ذیل می‌باشد:



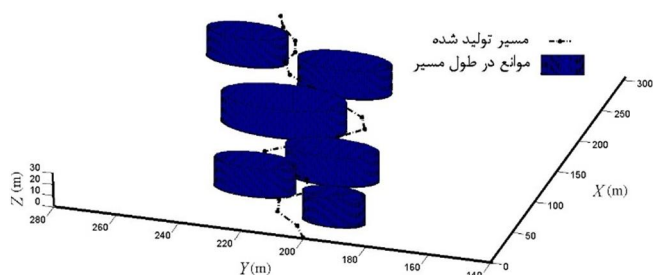
شکل 5 مسیر تولید شده توسط روش ترتیب مستقیم از نمای X-Y



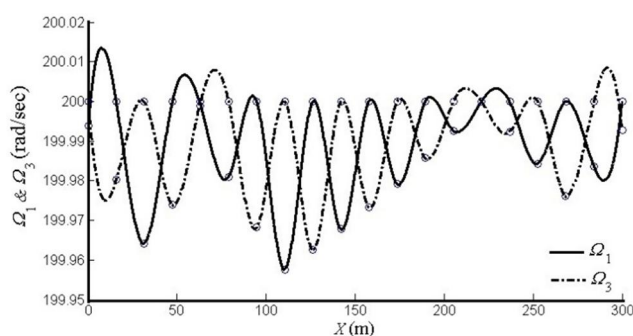
شکل 6 مسیر تولید شده توسط روش ترتیب مستقیم از نمای X-Z



شکل 7 مسیر سه بعدی تولید شده توسط روش ترتیب مستقیم از نمای X-Y-Z



شکل 8 مسیر سه بعدی تولید شده توسط روش ترتیب مستقیم از نمای X-Y-Z



شکل 9 سرعت زاویه‌ای روتورهای شماره 1 و 3

- ربات پرنده بکار گرفته شده در این پژوهش دارای ابعادی به اندازه‌ی حدود یک متر می‌باشد. لذا ناگزیریم فاصله‌ی هر گره تا مرکز موانع را کمی بیشتر از شعاع موانع در نظر بگیریم تا ربات پرنده به موانع برخورد نکند.
- اگر ربات پرنده هنگام مانور دادن دچار نقص فنی شود، بتواند بدون اصابت با موانع به مسیر خود ادامه دهد.

لازم به ذکر است تعداد موانع مورد استفاده در این پژوهش 6 استوانه با شعاع‌های 10، 13، 15 و 20 متر می‌باشد که همگی دارای ارتفاع 25 متر هستند. همچنین ارتفاع نهایی مسیر در نظر گرفته شده برای ربات پرنده به صورت یک قید مساوی 18 متری به مسئله اعمال شده است که دلایل این موضوع به شرح ذیل می‌باشد:

- از آن جایی که ماموریت تعریف شده برای ربات پرنده، فیلم‌برداری به منظور کنترل ترافیک شهری است، لذا مطلوب این پژوهش این است که ربات فوق‌الذکر حتی‌المقدور در ارتفاع پایین پرواز نماید.
- با توجه به این که ماموریت تعریف شده برای ربات پرنده فوق‌الذکر، در داخل شهر می‌باشد، لذا به منظور حفظ حریم شخصی ساختمان‌های موجود در طول مسیر پرواز، مطلوب پژوهش این است که ربات پرنده حتی‌المقدور از بالای این ساختمان‌ها عبور نکند.

## 9- نتایج حاصل از شبیه سازی

مشخصات فیزیکی ربات پرنده‌ی به کار گرفته شده در این پژوهش در جدول 1 ارائه شده است.

در این پژوهش به منظور گسسته‌سازی مسیر، از 20 گره استفاده شده است. همان‌طور که انتظار می‌رفت، رویکرد ترتیب مستقیم توانسته است ممکن و با رعایت قیدهای نامساوی مسیر و قیدهای مساوی شرایط ابتدایی و مسیر موردنظر در این پژوهش را با در نظر گرفتن تابع هزینه‌ی کمترین زمان انتهایی به صورت مطلوب تولید نماید. لازم به ذکر است زمان بدست آمده پس از حل مسئله با استفاده از رویکرد ترتیب مستقیم 134 ثانیه می‌باشد. به عبارت دیگر کمترین زمان موردنیاز برای پرواز ربات پرنده‌ی چهارپره در مسیر تولید شده، 134 ثانیه می‌باشد. شکل‌های 5 تا 8، مسیر تولید شده توسط رویکرد فوق‌الذکر را به صورت دوبعدی و سه بعدی و از نماهای مختلف نمایش می‌دهد.

سرعت‌های زاویه‌ای روتورهای ربات پرنده به عنوان سیگنال‌های کنترلی در شکل‌های 9 و 10 ارائه شده است.

جدول 1 مشخصات فیزیکی کوادروتور به کار گرفته شده در این پژوهش [19]

| مقادیر                           | مشخصات فیزیکی                   |
|----------------------------------|---------------------------------|
| 0/52 (kg)                        | جرم ربات پرنده                  |
| 0/232 (m)                        | طول هر بازوی ممان               |
| 0/0000313 (N.s <sup>2</sup> )    | ضریب تراست ثابت                 |
| 0/00000075 (N.m.s <sup>2</sup> ) | ضریب درگ ثابت                   |
| 0/006228 (kg.m <sup>2</sup> )    | ممان اینرسی بدنه حول محور x     |
| 0/006225 (kg.m <sup>2</sup> )    | ممان اینرسی بدنه حول محور y     |
| 0/01121 (kg.m <sup>2</sup> )     | ممان اینرسی بدنه حول محور z     |
| 0/00006 (kg.m <sup>2</sup> )     | ممان اینرسی هر موتور حول محور z |

پرنده‌ی چهارپره به صورت دسته جمعی و آرایش یافته اختصاص داده شود و بحث شود که در صورت تمایل به پروازهای دسته جمعی، چه چالش‌هایی ممکن است ایجاد شود.

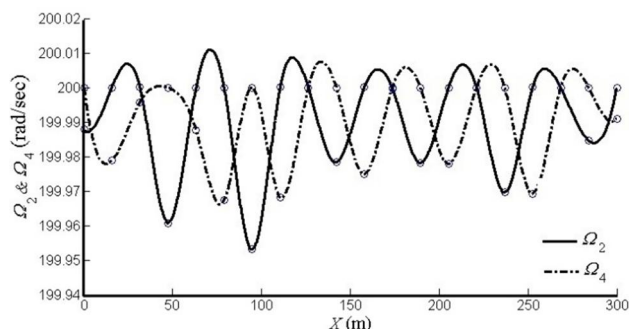
- شایسته است در کارهای آیندگان به این موضوع پرداخته شود که در صورت وجود موانع متحرک، راهکارهای پیشنهادی برای طراحی و ردیابی مسیر چه خواهد بود.

#### 11- فهرست علائم

|            |                                                       |
|------------|-------------------------------------------------------|
| $b$        | ضریب تراست ثابت ( $\text{N.s}^2$ )                    |
| $d$        | ضریب درگ ثابت ( $\text{N.m.s}^2$ )                    |
| $F_i$      | نیروی اعمال شده در دستگاه اینرسی                      |
| $I_{CM}$   | تنسور اینرسی بدنه به غیر از روتورها                   |
| $I_R$      | ممان اینرسی هر روتور حول محور $Z$ ( $\text{kg.m}^2$ ) |
| $l$        | طول هر بازوی ممان ( $\text{m}$ )                      |
| $L$        | اندازه حرکت زاویه‌ای                                  |
| $m$        | جرم ربات پرنده چهارپره ( $\text{kg}$ )                |
| $R$        | ماتریس دوران                                          |
| $\tau$     | گشتاور اعمال شده به بدنه                              |
| $\omega$   | سرعت زاویه‌ای بدنه                                    |
| $\Omega_R$ | جمع سرعت‌های زاویه‌ای روتورها                         |

#### 12- مراجع

- [1] M. Mirzaei, M. Alishahi, Performance investigation of control and guidance system for a spinning flight vehicle with dithering canard, *Modares Mechanical Engineering*, Vol. 14, No. 7, pp. 169-175, 2014. (In Persian)
- [2] Q. Li, G. Wei, L. Yuping, and S. Chunlin, "Aircraft route optimization using genetic algorithms," pp. 394-397, 1997.
- [3] J. Asseo "Terrain following/terrain avoidance path optimization using the method of steepest descent," *In Aerospace and Electronics Conference*, pp. 1128-1136, IEEE, 1988.
- [4] P. Brodnicki, "Advanced terrain following/terrain avoidance (TF/TA) techniques," AFAL-TR-77-224, *Calspan Report*, Nov. 1977.
- [5] L. Ping, and L. Pierson, "Optimal aircraft terrain-following analysis and trajectory generation," *Journal of guidance, Control, and Dynamics* 18, no. 3, pp. 555-560, 1995.
- [6] E. Gamal, and A. Kazemi, "Pseudospectral Chebyshev optimal control of constrained nonlinear dynamical systems," *Computational Optimization and Applications* 11, no. 2, pp. 195-217, 1998.
- [7] J. Horn, M. Schmidt, R. Geiger, and P. DeAngelo, "Neural network-based trajectory optimization for unmanned aerial vehicles," *Journal of Guidance, Control, and Dynamics* 35, no. 2, pp. 548-562, 2012.
- [8] R. Charles, and W. Paris, "Direct trajectory optimization using nonlinear programming and collocation," *Journal of Guidance, Control, and Dynamics* 10, no. 4, pp. 338-342, 1987.
- [9] E. Funk, "Optimal-path precision terrain-following system," *Journal of Aircraft* 14, no. 2, pp. 128-134, 1977.
- [10] T. Betts, and P. Huffman, "Path-constrained trajectory optimization using sparse sequential quadratic programming," *Journal of Guidance, Control, and Dynamics* 16, no. 1, pp. 59-68, 1993.
- [11] M. Norsell, "Multistage trajectory optimization with radar range constraints," *Journal of aircraft* 42, no. 4, pp. 849-857, 2005.
- [12] L. Herman, and B. Spencer, "Optimal, low-thrust earth-orbit transfers using higher-order collocation methods," *Journal of Guidance, Control, and Dynamics* 25, no. 1, pp. 40-47, 2002.
- [13] K. Horie, and A. Conway, "Optimal aeroassisted orbital interception," *Journal of guidance, control, and dynamics* 22, no. 5, pp. 625-631, 1999.
- [14] B. Shippey, "Trajectory optimization using collocation and evolutionary programming for constrained nonlinear dynamical systems," *ProQuest*, 2008.
- [15] G. Moon, and K. Youdan, "Flight path optimization passing through waypoints for autonomous flight control systems," *Engineering Optimization* 37, no. 7, pp. 755-774, 2005.
- [16] S. Li, and P. Yuming, "Mars entry trajectory optimization using DOC and



شکل 10 سرعت زاویه‌ای روتورهای شماره 2 و 4

#### 10- بحث و نتیجه گیری نهایی

همان‌طور که قبلاً بیان شد، هدف اصلی این پژوهش طراحی و تعقیب مسیر سه بعدی بهینه‌ی مقید برای یک ربات پرنده‌ی چهارپره شش درجه آزادی جهت کاربردهای کنترل ترافیک شهری می‌باشد. برای این منظور در ابتدا دینامیک ربات پرنده‌ی چهارپره مورد بحث و بررسی قرار گرفت. سپس جهت مدل‌سازی ربات فوق، ابتدا زوایای اولیه معرفی شدند و سپس معادلات حرکت زاویه‌ای و کارترینی به طور جداگانه مورد بررسی قرار گرفتند. در ادامه، سیگنال‌های کنترل ربات پرنده بدست آمد و معادلات نهایی سیستم معرفی شدند. همچنین به منظور ساده‌سازی مدل بدست آمده از ربات پرنده‌ی چهارپره، فرم فضای حالت معادلات سیستم نیز بیان شدند.

در ادامه در مورد طراحی مسیر برای ربات‌های پرنده و همچنین روش‌های حل مسائل کنترل بهینه بحث و بررسی صورت گرفت. سپس رویکرد ترتیب مستقیم جهت استفاده در این پژوهش به طور مفصل تشریح شد. در ادامه به بحث فرمولاسیون مسئله‌ی کنترل بهینه متناسب با این پژوهش پرداخته شد که در آن نحوه‌ی مدل کردن ساختمان‌های در طول مسیر به عنوان قیود نامساوی شرح داده شد. نتایج حاصل از شبیه‌سازی برای طراحی مسیر سه بعدی بهینه‌ی مقید، در این پژوهش در بخش نتایج حاصل از شبیه‌سازی ارائه شد و نشان داده شد که رویکرد پیشنهادی توانسته است نیازمندی‌های این پژوهش را به طور کامل برآورده نماید. به عبارت دیگر، در این پژوهش متناسب با دینامیک بدست آمده و همچنین ماموریت تعریف شده برای ربات پرنده‌ی چهارپره، یک مسیر پروازی به گونه‌ای طراحی شد که قیده‌ای در حین مسیر که از نوع قیده‌های شهری یعنی ساختمان‌های غول‌پیکر می‌باشند، ارضا شوند. همچنین تابع هزینه‌ی به‌کار برده شده در این پژوهش کمترین زمان ممکن برای پرواز در نظر گرفته شد.

مطابق با آنچه گفته شد، هدف اصلی این پژوهش طراحی مسیر سه بعدی بهینه برای کاربردهای کنترل ترافیک شهری می‌باشد. لذا پس از شبیه‌سازی‌های صورت گرفته مشاهده شد که این پژوهش توانسته است با استفاده از رویکرد ترتیب مستقیم، یک مسیر بهینه با تابع هدف مینیم زمان پرواز را در حضور قیده‌های شهری تولید نماید. در صورت تمایل جهت ادامه دادن این پژوهش، موارد زیر برای کارهای آیندگان پیشنهاد می‌گردد:

- با توجه به این که مسیر بهینه‌ی پروازی در این پژوهش طراحی شده است، پژوهش‌های آتی می‌تواند به بحث‌های کنترل ترافیک شهری پرداخته و نحوه‌ی فیلم‌برداری و ارسال اطلاعات به ایستگاه کنترل زمینی را مورد ارزیابی قرار دهد.
- از آنجایی که کنترل ترافیک شهری یک امر گروهی می‌باشد، لذا کارهای آتی می‌تواند به بحث طراحی مسیر برای ربات‌های

- [20] W. Grimm, and P. Hiltmann, "Direct and indirect approach for real-time optimization of flight paths," *In Optimal control*, pp. 190-206. Springer Berlin Heidelberg, 1987.
- [21] V. Stryk, and R. Bulirsch, "Direct and indirect methods for trajectory optimization," *Annals of operations research* 37, no. 1, pp. 357-373, 1992.
- [22] J. Betts, "Practical methods for optimal control and estimation using nonlinear programming," Vol. 19. *Siam*, 2010.
- DCNLP," *Advances in Space Research* 47, no. 3, pp. 440-452, 2011.
- [17] R. Namiranian, *Simulation and control of a flying quadrotor robot*, Master Thesis, Department of Mechanical Engineering, University of Sistan and Baluchestan, Sistan and Baluchestan, 2012. (In Persian)
- [18] K. Ghasemi, *Nonlinear control design for a quadrotor helicopter*, Master Thesis, Department of Electrical and Computer Engineering, University of Tabriz, Tabriz, 2011. (In Persian)
- [19] C. Nicol, "A Robust Adaptive Neural Network Control for a Quadrotor Helicopter," *Ph.D. dissertation*, Calgary University, Alberta, January 2010.