



ارائه روشی جدید در کاهش تنش‌های پسماند مکرومکانیک در کامپوزیت‌های لایه‌ای پلیمری با اضافه کردن نانوالیاف کربنی

محمود مهرداد شکریه^{۱*}، احد دانشور^۲

۱- استاد مهندسی مکانیک، دانشگاه علم و صنعت ایران، تهران

۲- کارشناس ارشد مهندسی مکانیک، دانشگاه علم و صنعت ایران

* تهران، صندوق پستی ۱۳۱۱۴-۱۶۸۴۶، Shokrieh@iust.ac.ir

چکیده- در این تحقیق، روش جدیدی برای کاهش تنش‌های پسماند مکرومکانیک در کامپوزیت‌های پلیمری لایه‌ای با استفاده از نانوالیاف کربنی ارائه شده است. برای این منظور، نخست، با استفاده از روابط مایکرومکانیک کلاسیک و مایکرومکانیک بهبودیافته، ضریب انبساط حرارتی و مدول الاستیسیته زمینه پلیمری پر شده توسط نانوالیاف کربنی با درصد‌های مختلف وزنی تعیین می‌شود. سپس، با استفاده از زمینه بهبودیافته توسط نانوالیاف کربنی و روابط اختلاط در کامپوزیت‌ها، ضریب انبساط حرارتی و مدول الاستیسیته طولی و عرضی در یک تک‌لایه کامپوزیتی تعیین می‌شود. در نهایت، با استفاده از تئوری کلاسیک لایه‌ای در کامپوزیت‌ها، تنش‌های پسماند مکرومکانیک برای نانوکامپوزیت نانوالیاف/شیشه/اپوکسی با درصد‌های مختلف وزنی محاسبه و نتایج مقایسه می‌شود. نتایج تنش‌های پسماند مکرومکانیک برای کامپوزیت‌های متقارن و نامتقارن نشان می‌دهد اضافه کردن نانوالیاف کربنی در زمینه کامپوزیت پلیمری، به دلیل کاهش چشمگیر در ضریب انبساط حرارتی عرضی یک تک‌لایه، سبب کاهش تنش‌های مکرومکانیک در لایه‌ها تا میزان ۳۰ درصد می‌شود.

کلیدواژگان: کامپوزیت پلیمری، نانوالیاف کربنی، تنش پسماند مکرومکانیک، ضریب انبساط حرارتی، مدول الاستیسیته

A novel method to decrease macro-residual stresses of laminated composites by adding carbon nano-fibers

M. Mehrdad Shokrieh^{1*}, A. Daneshvar²

1- Prof., Mech. Eng., Iran University of Science and Technology, Tehran, Iran

2- MSc., Mech. Eng., Iran University of Science and Technology, Tehran, Iran

* P. O. B. 16846-13114 Tehran, shokrieh@iust.ac.ir

Abstract- In this research, a novel method to decrease macro-residual stresses of laminated composites by adding carbon nano-fiber (CNF) is proposed. To this end, using micromechanical and modified micromechanical approaches, coefficient of thermal expansion (CTE) and Young's modulus of carbon nano-fiber reinforced polymer are calculated. Then using this enhanced matrix, longitudinal and transverse of thermal expansion and Young's modulus of a CNF/glass/epoxy unidirectional lamina in presence of CNF are obtained. Finally, using the classical lamination theory (CLT), macro-residual stresses for CNF/glass/epoxy laminated composites are obtained. The results explain how CNF can result in reducing macro-residual stresses in nano particle filled laminated composites. The results for both cross ply and angle ply glass/epoxy laminated composites are presented and show that adding CNF through the matrix can decrease macro-residual stresses in each plies up to about 30%. The main reason for the decrease in residual stresses are due to the sever decrease of coefficient of thermal expansion of the unidirectional ply.

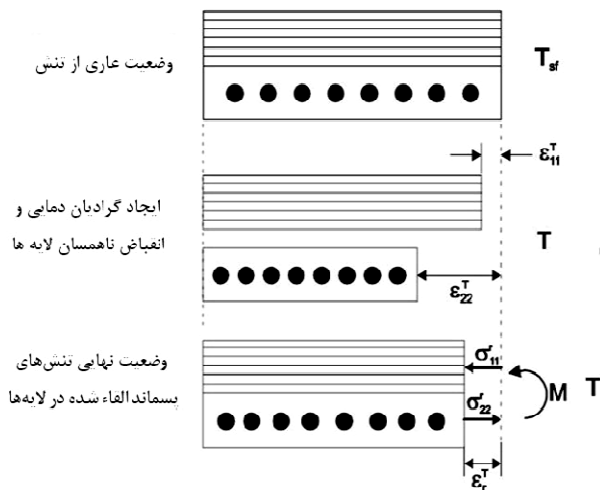
Keywords: Polymeric Composites, Carbon Nano-Fiber, Macro-Residual Stress, Coefficient of Thermal Expansion, Young's Modulus

۱- مقدمه

تنش‌های پسماند حرارتی در کامپوزیت‌های پلیمری، بعد از مرحله پخت و پس از آن سردکردن از دمای بالای پخت تا دمای اتاق، در اثر انقباض بالای زمینه در مقایسه با الیاف به وجود می‌آیند [۱]. این نوع از تنش پسماند در تمامی پلیمرهای تقویت‌شده با الیاف به علت غیرهمگنی ذاتی این دو جزء اصلی وجود دارد و در دو سطح میکرومکانیک^۱ و مکرومکانیک^۲ مطالعه می‌شود. در سطح میکرومکانیک یا سطح لایه‌ای، انقباض ناهمسان لایه‌ها با زوایای مختلف سبب القاء تنش پسماند می‌شود (شکل ۱) [۲]. با فرض وجود پیوند بین الیاف و ماتریس در طی سردکردن، تنش پسماند فشاری در الیاف و تنش پسماند کششی در زمینه القاء می‌شود. این تنش‌ها اغلب در طراحی و مدل‌های تحلیلی نادیده گرفته و یا ناچیز شمرده می‌شوند که این امر ممکن است سبب تفسیر نادرست خصوصیات مواد و رفتار مکانیکی کامپوزیت‌ها شود [۳]. افزایش اهمیت مواد کامپوزیتی در سال‌های اخیر سبب تمایلات زیاد در جهت انجام پژوهش‌هایی به منظور پیش‌بینی، تعیین و اندازه‌گیری و کاهش تنش‌های پسماند در کامپوزیت‌های لایه‌ای شده است. در بسیاری از موارد، تنش‌های پسماند نقش عمده‌ای را در شکست سازه ایفا می‌کنند، به‌ویژه زمانی که قطعه تحت بارهای خستگی و یا محیط خورنده قرار گیرد [۴]. همچنین، به طور قابل ملاحظه‌ای بازده و کارایی کامپوزیت‌ها را تحت تاثیر قرار می‌دهند. ترک‌های عرضی، کاهش استحکام، شکست پیش از موعد، تورق و انبساط‌های ناهمسان بخشی از پی‌آمدهای تنش پسماند در کامپوزیت‌های لایه‌ای به‌شمار می‌رود [۵]. با این حال این تنش‌ها همواره مخرب نیستند و در موارد نادری بسته به نوع کاربرد قطعات می‌توانند مفید باشند.

تاکنون روش جامعی برای کاهش تنش‌های پسماند در کامپوزیت‌ها ارائه نشده است. اکثر روش‌های مطالعه‌شده پیرامون طراحی لایه‌چینی مناسب، تغییراتی در سیکل‌های پخت و قالب‌گیری مناسب (با پیش‌بینی میزان انحنای در اثر تنش پسماند) بوده است [۶، ۷]. با ظهور نانوکامپوزیت‌ها در دهه‌های اخیر، مطالعات بی‌شماری پیرامون روش‌های به‌کارگیری نانوذرات و خواص نانوکامپوزیت‌ها انجام شده است.

یکی از زمینه‌های ناشناخته در نانوکامپوزیت‌ها استفاده از نانوذرات در کاهش تنش پسماند است. این نظریه هنوز به طور تحلیلی و تجربی به صورت یک روش جهت کاهش تنش پسماند مطالعه نشده است. در پژوهش حاضر، این روش به صورت تئوری مطالعه و به صورت روشی جدید ارائه شده است.



شکل ۱ ایجاد تنش‌های پسماند در یک کامپوزیت [۹۰/۰] نامتقارن [۹، ۸].

نانوالیاف کربنی، به دلیل خواص منحصر به فرد مانند مدول الاستیسیته بالا (حدود ۲۴۰ گگاپاسکال) و ضریب انبساط حرارتی منفی (در حدود -1×10^{-6} بر درجه سانتی‌گراد)، یکی از نانوذرات متداول در تقویت کامپوزیت‌های لایه‌ای به‌شمار می‌رود. در مطالعات متعددی به صورت تجربی افزایش در مدول الاستیسیته و کاهش در ضریب انبساط حرارتی پلیمرهای تقویت‌شده با نانوالیاف کربنی گزارش شده است [۱۰-۱۳].

در مقاله حاضر، با استفاده روابط میکرومکانیک کلاسیک و میکرومکانیک بهبودیافته، نشان داده می‌شود چگونه نانوالیاف کربنی سبب کاهش ضریب انبساط حرارتی و افزایش مدول الاستیسیته پلیمر (با درصد‌های مختلف وزنی از نانوالیاف کربنی) می‌شود. در ادامه نشان داده می‌شود استفاده از این پلیمر تقویت‌شده در کامپوزیت لایه‌ای تک‌جهته شیشه/اپوکسی سبب کاهش ضریب انبساط حرارتی و افزایش مدول الاستیسیته عرضی یک تک‌لایه کامپوزیتی می‌شود. در نهایت، با استفاده از تئوری کلاسیک لایه‌ای در کامپوزیت‌ها، تنش‌های پسماند میکرومکانیک در نانوکامپوزیت لایه‌ای نانوالیاف

1. Micromechanics
2. Macromechanics

در معادله هالپین تسای، اگر طول الیاف بزرگ‌تر از ضخامت نمونه باشد، فرض می‌شود که الیاف به صورت دوبعدی و تصادفی در زمینه توزیع شده‌اند و برای تخمین مدول الاستیسته کامپوزیت مقدار $\alpha = \frac{1}{3}$ در نظر گرفته می‌شود. اما اگر الیاف دارای طولی بسیار کمتر از ضخامت نمونه باشند، فرض می‌شود که الیاف در زمینه به صورت دوبعدی توزیع شده و بنابراین پارامتر $\alpha = \frac{1}{6}$ در نظر گرفته می‌شود. در مورد نانوپرکننده‌های الیافی که طول الیاف در مقایسه با ضخامت ناچیز و توزیع آن‌ها درون زمینه به صورت سه‌بعدی است مقدار $\alpha = \frac{1}{6}$ در نظر گرفته شده و معادله هالپین تسای بهبودیافته به صورت زیر نوشته خواهد شد:

$$E_c = \frac{1 + (2L/d)\eta V_f}{1 - V_f} E_m \quad (1)$$

$$\eta = \frac{\alpha(E_f/E_m) - 1}{\alpha(E_f/E_m) + 2L/d} \quad (2)$$

که در آن E_c مدول الاستیسته کامپوزیت نانوالیاف/اپوکسی، L و d معرف طول و قطر تقویت‌کننده، زیرنویس‌های m و f به ترتیب بیانگر زمینه و تقویت‌کننده و همین‌طور V و E به ترتیب کسر حجمی تقویت‌کننده و مدول الاستیسته هستند. زمینه‌های پلیمری در کامپوزیت‌ها عموماً ضریب انبساط حرارتی بالایی دارند. ضریب انبساط حرارتی بالا سبب ناپایداری حرارتی در کامپوزیت‌ها شده و به دلیل پی‌آمدهای مخرب پارامتری نامطلوب است. با افزودن تقویت‌کننده به زمینه، علاوه بر افزایش مدول الاستیسته و استحکام، انبساط حرارتی کامپوزیت نیز کاهش می‌یابد. مطابق با مدول الاستیسته بسیار بالای نانوالیاف کربنی، انتظار می‌رود فاز زمینه حتی با مقادیر بسیار کم کسر حجمی نانوالیاف کربنی ضریب انبساط حرارتی پایینی داشته باشد؛ البته به شرطی که پخش نانوالیاف و فصل مشترک آن با پلیمر خوب باشد. برای کامپوزیت‌های پلیمری تقویت‌شده با نانوالیاف کربنی، به طور مشخص انتظار می‌رود که ضریب انبساط حرارتی پایین‌تر از رزین خالص باشد. این نتایج در مشاهدات تجربی نیز دیده شده است [۱۳].

تاکنون برای مدلسازی ضریب انبساط حرارتی رزین‌های اپوکسی پر شده با نانوالیاف کربنی در محیط نانو، رابطه‌ای ارائه نشده است. به همین منظور، برای تخمین ضریب انبساط حرارتی اپوکسی تقویت‌شده با نانوپرکننده‌های الیافی شکل،

کربنی/شیشه/اپوکسی با درصدهای مختلف وزنی از نانوالیاف ارائه می‌شود. نتایج نشان می‌دهد نانوالیاف کربنی، با کاهش ضریب انبساط حرارتی عرضی یک تک‌لایه و به تبع آن نزدیک کردن ضریب انبساط حرارتی طولی و عرضی یک تک‌لایه، به میزان زیادی تنش‌های پسماند میکرومکانیک را در هر لایه کاهش می‌دهد. هرچند افزایش مدول الاستیسته عرضی تک‌لایه با افزودن نانوالیاف کربنی سبب افزایش اندکی در تنش پسماند میکرومکانیک می‌شود، اما کاهش در ضریب انبساط حرارتی پارامتری حاکم است. نتایج تحقیق حاضر برای کامپوزیت‌های لایه‌ای شیشه/اپوکسی با چیدمان متقارن $[0_4/90_4]_s$ و نامتقارن $[+45_4/-45_4]$ نشان می‌دهد که افزودن ۱ درصد وزنی نانوالیاف کربنی به زمینه سبب ۳۰ درصد کاهش در تنش پسماند محوری و برشی در هر لایه می‌شود.

۲- اثر نانوالیاف کربنی روی ضریب انبساط حرارتی و مدول الاستیسته فاز زمینه

روابط تئوری و نیمه‌تجربی مایکرومکانیک متعددی برای تخمین مدول الاستیسته پلیمرهای تقویت‌شده با نانوپرکننده‌ها به‌ویژه نانولوله کربنی ارائه شده است. روش‌هایی که عموماً در این مورد استفاده می‌شود روش‌هایی مبتنی بر قانون اختلاط، معادلات هالپین تسای [۱۴] و مدل موری-تاناکا [۱۵] هستند. ساده‌ترین راه برای مدلسازی خصوصیات موثر دو فاز ماده شامل تقویت‌کننده و زمینه قانون اختلاط است. اما این مدل تنها جهت‌گیری‌های هم‌جهت و پیوسته فاز تقویت‌کننده را در کامپوزیت در نظر می‌گیرد. در تئوری کامپوزیت‌های تقویت‌شده با الیاف کوتاه، قانون اختلاط توسط کوکس و کرنچل [۱۶] بهبود داده شده است. این مدل، مدول الاستیسته کامپوزیت را با در نظر گرفتن اثرات طول الیاف و جهت‌گیری آن تخمین زده است. معادله هالپین تسای نیز، مدلی نیمه‌تجربی بر اساس داده‌ها و هندسه ارائه می‌کند. این مدل که تنها برای جهت‌گیری موازی الیاف در زمینه ارائه شد بعدها توسط تعریف پارامتر α ، که ضریب جهت‌گیری تقویت‌کننده نامیده می‌شود، برای در نظر گرفتن توزیع تصادفی تقویت‌کننده‌ها در فاز زمینه بهبود یافت.

1. Halpin-Tsai equations
2. Mori-Tanaka model
3. Cox and Krenchel

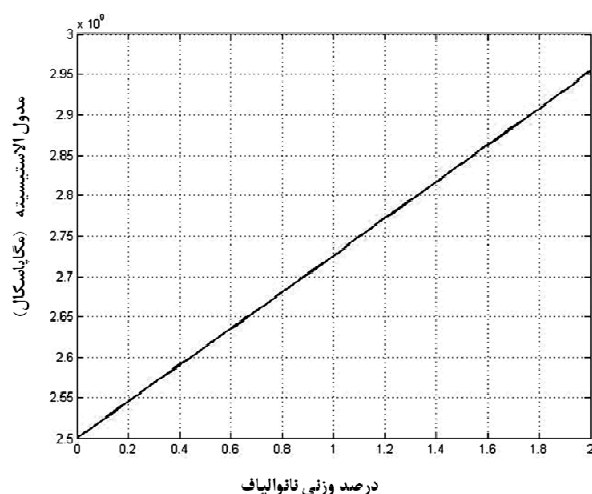
جدول ۱ مدول الاستیسیته و ضریب انبساط حرارتی اجزای کامپوزیت [۱۸]

جزء کامپوزیت	مدول الاستیسیته (گیگاپاسکال)	ضریب انبساط حرارتی ($1/^\circ\text{C}$)
زمینه (LY556)	۲/۵	7.0×10^{-6}
الیاف شیشه	۷۴	28×10^{-6} عرضی، 5×10^{-6} طولی
نانوالیاف کربنی	۲۴۰	15×10^{-6} عرضی، 1×10^{-6} طولی

جدول ۲ مشخصات هندسی نانوالیاف کربنی [۱۸]

طول (میکرومتر)	شعاع (نانومتر)	چگالی (g/cm^3)	ضریب منظری
۱۰۰	۵۰	۲	۱۰۰۰

نتایج مربوط به مدول الاستیسیته نانوکامپوزیت نانوالیاف/اپوکسی با درصدهای وزنی مختلف نانوالیاف کربنی در شکل ۲ ارائه شده است.



شکل ۲ مدول الاستیسیته برای نانوکامپوزیت نانوالیاف/اپوکسی

مطابق با شکل ۲، در کسر حجمی ۰ درصد از نانوپرکننده، مدول الاستیسیته کامپوزیت برابر با مدول الاستیسیته رزین خالص (معادل ۲/۵ گیگاپاسکال) است. با افزودن نانوالیاف در زمینه پلیمری، مدول الاستیسیته کامپوزیت افزایش می‌یابد. همان‌طور که در شکل ۲ نشان داده شده است، در ۱ درصد وزنی نانوالیاف، به صورت تئوری مدول الاستیسیته پلیمر ۸ درصد افزایش می‌یابد.

مانند نانوالیاف کربنی و نانولوله کربنی، در مقالات از معادله مربوط به ضریب انبساط حرارتی در محیط مایکرو استفاده شده است [۱۷، ۷]. نتایج آن‌ها با مدل‌سازی‌های المان محدود و نتایج تجربی هم‌خوانی مناسبی داشته است. این رابطه ساده به صورت زیر نوشته می‌شود:

$$\alpha_c = \frac{\alpha_{nf} V_{nf} E_{nf} + \alpha_m (1 - V_{nf}) E_m}{V_{nf} E_{nf} + (1 - V_{nf}) E_m} \quad (3)$$

که در آن α_c ضریب انبساط حرارتی فاز زمینه حاوی نانوالیاف، α_{nf} ضریب انبساط حرارتی نانوالیاف کربنی، α_m ضریب انبساط حرارتی زمینه و V_{nf} کسر حجمی نانوالیاف کربنی و E_{nf} و E_m به ترتیب مدول الاستیسیته نانوالیاف کربنی و زمینه است. معادله (۳) همچنین فرض یک تقویت کامل زمینه با هم‌راستایی کامل نانوپرکننده و پیوند میان فازی کامل میان نانوالیاف و زمینه را در نظر می‌گیرد.

۲-۱- نتایج مدول الاستیسیته و ضریب انبساط حرارتی

برای زمینه پلیمری تقویت‌شده با نانوالیاف کربنی

از نظر تئوری، مدول الاستیسیته نانوالیاف کربنی به بیش از ۲۴۰ مگاپاسکال (در حدود الیاف پیوسته کربنی) می‌رسد. برای رسیدن به تفسیری درست از ویژگی‌های ممتاز نانوکامپوزیت‌های تقویت‌شده با نانوپرکننده‌ها باید دو موضوع کلیدی مورد بررسی قرار گیرد؛ نخست توزیع نانوپرکننده در زمینه پلیمری و دیگری فعل و انفعالات میان نانوپرکننده و پلیمر. در مقالات گوناگون، افزایش در مدول الاستیسیته و استحکام رزین‌های پلیمری، پس از توزیع مناسب نانوالیاف کربنی در آن، گزارش شده است. مخصوصاً، به دلیل ضریب منظری بالا و نیز خصوصیات مکانیکی منحصر به فرد نانوالیاف، این مواد پس از نانولوله‌های کربنی به عنوان کاندیدای اصلی در تقویت زمینه‌های پلیمری و تولید نانوکامپوزیت‌ها به‌شمار می‌روند.

زمینه کامپوزیت مورد مطالعه در این بخش نانوکامپوزیت-های تک‌جهته نانوالیاف/اپوکسی است. خواص مربوط به زمینه و تقویت‌کننده‌ها در جدول ۱ ارائه شده است.

برای تعیین مدول الاستیسیته زمینه پلیمری تقویت‌شده با نانوالیاف کربنی، از روابط هالپین-تسای اصلاح‌شده (معادلات (۱) و (۲)) استفاده شده است. مشخصات هندسی نانوالیاف کربنی در جدول ۲ ارائه شده است.

عرضی متفاوت است. در راستای الیاف، به دلیل خواص طولی بالای الیاف، خواص کامپوزیت نیز بالاتر خواهد بود، اما در راستای عرضی، به دلیل خواص عرضی پایین‌تر الیاف، خواص کامپوزیت نیز پایین‌تر است. بنابراین کامپوزیت‌های تک‌لایه در راستای عرضی مدول الاستیسیته بسیار پایین‌تر و ضریب انبساط حرارتی بسیار بالاتر نسبت به راستای طولی دارند. از طرفی انتظار می‌رود نانوالیاف کربنی با اثری که روی خواص زمینه پلیمری می‌گذارد (مطابق آنچه در بخش‌های قبلی ارائه شد) بتواند خواص کامپوزیت‌های تک‌جهته به‌خصوص در راستای عرضی را بهبود بخشد. مدول الاستیسیته و ضریب انبساط حرارتی طولی و عرضی در یک کامپوزیت تک‌لایه با استفاده از قانون اختلاط به صورت زیر تعیین می‌شود:

$$\alpha_L = \frac{1}{E} (\alpha_f E_f V_f + \alpha_m E_m V_m) \quad (4)$$

$$\alpha_T = (1 + \nu_f) \alpha_f V_f + (1 + \nu_m) \alpha_m V_m - \alpha_{LT} \quad (5)$$

$$E_L = E_f V_f + E_m V_m \quad (6)$$

$$E_T = \frac{E_f E_m}{E_f V_f + E_m V_m} \quad (7)$$

که در آن زیرنویس L و T به‌ترتیب بیانگر خواص در راستای طولی و عرضی هستند.

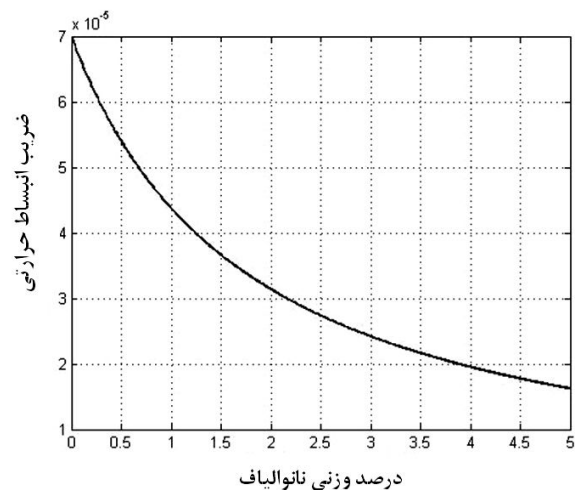
در این بخش، از الیاف پیوسته شیشه با خواص ارائه‌شده در جدول ۱ برای کامپوزیت‌های تک‌لایه استفاده شده است. با استفاده از معادلات (۴) تا (۷) و نیز خواص زمینه تقویت‌شده با نانوالیاف کربنی با درصد‌های وزنی مختلف، خواص مکانیکی و حرارتی طولی و عرضی در یک تک‌لایه کامپوزیتی با الیاف پیوسته شیشه در جدول ۳ ارائه شده است.

جدول ۳ خواص مکانیکی و حرارتی نانوکامپوزیت تک‌جهته

درصد وزنی نانوالیاف	۰	۰/۱	۰/۵	۱
مدول الاستیسیته طولی (گیگاپاسکال)	۳۸/۲۵	۳۸/۳	۳۸/۳۶	۳۸/۶۲
مدول الاستیسیته عرضی (گیگاپاسکال)	۴/۸۴	۴/۸۸	۵/۰۵	۵/۲۵
ضریب انبساط حرارتی طولی ($10^{-6} / ^\circ\text{C}$)	۷/۱۲۴	۷/۰۱۴	۶/۶	۶/۳۸
ضریب انبساط حرارتی عرضی ($10^{-6} / ^\circ\text{C}$)	۵۷/۵۱	۵۵/۰۴	۴۷/۳۶	۴۰/۸۸

با توجه به خواص ارائه‌شده در جدول‌های ۱ و ۲ و معادله (۳)، نتایج مربوط به ضریب انبساط حرارتی نانوکامپوزیت نانوالیاف/اپوکسی در شکل ۳ ارائه شده است.

همان‌طور که در شکل ۳ نشان داده شده است، افزودن نانوالیاف کربنی به زمینه پلیمری، به میزان زیادی سبب کاهش در ضریب انبساط حرارتی پلیمر شده است. ضریب انبساط حرارتی پایین در کامپوزیت‌ها سبب پایداری حرارتی بهتر و کنترل ابعادی مناسب‌تر خواهد بود و نیز سبب کاهش در تنش‌های پسماند در نانوکامپوزیت‌های لایه‌ای خواهد شد. همان‌طور که در شکل ۳ نشان داده شده است، افزودن ۱ درصد وزنی نانوالیاف کربنی به زمینه اپوکسی سبب ۳۷ درصد کاهش در ضریب انبساط حرارتی زمینه خواهد شد.



شکل ۳ ضریب انبساط حرارتی برای نانوکامپوزیت نانوالیاف/اپوکسی

۳- اثر نانوالیاف کربنی روی خواص مکانیکی و حرارتی یک کامپوزیت تک‌لایه

خواص مکانیکی و حرارتی در کامپوزیت‌های تقویت‌شده با الیاف پیوسته دارای اهمیت فراوانی است. در تحلیل کامپوزیت‌های لایه‌ای که عموماً توسط تئوری کلاسیک لایه‌ای (CLT)^۱ انجام می‌گیرد، از خواص یک تک‌لایه تک‌جهته (UD)^۲ برای تحلیل یک کامپوزیت با چیدمان‌های مختلف استفاده می‌شود. در یک تک‌لایه کامپوزیتی، برخلاف آنچه در بالا (فاز زمینه تقویت‌شده با نانوالیاف کربنی) ارائه شد، خواص در دو راستای طولی و

1. Classical Lamination Theory
2. Uni-directional

و α_j ، ماتریس سفتی مربوط به هر یک از لایه‌ها و بردار ضریب انبساط حرارتی در مختصات غیراصلی، h ضخامت کل چندلایه، ΔT تغییر دما حین سردشدن از دمای پخت تا دمای محیط و N تعداد لایه‌ها، t_k ضخامت هر لایه و z_k فاصله هر لایه تا تار خنثی است.

با تعیین بارهای حرارتی، ماتریس کرنش و انحنای لایه میانی به صورت زیر نوشته می‌شود:

$$\begin{Bmatrix} \dot{\epsilon} \\ \dot{\kappa} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} A & B \\ B & D \end{bmatrix}^{-1} \begin{Bmatrix} N \\ M \end{Bmatrix} \quad (9)$$

که در آن ماتریس‌های A ، B و D ماتریس‌های سفتی چندلایه بوده و به صورت زیر تعریف می‌شوند:

$$A = \int_{-h/2}^{h/2} Q_{ij} dz, \quad B = \int_{-h/2}^{h/2} Q_{ij} z dz, \quad D = \int_{-h/2}^{h/2} Q_{ij} z^2 dz \quad (10)$$

بنابراین کرنش و انحنای لایه میانی در معادله (۹) به صورت زیر نوشته خواهد شد:

$$\dot{\epsilon} = \alpha \cdot N + \beta \cdot M \quad (11)$$

$$\dot{\kappa} = \beta \cdot N + \delta \cdot M \quad (12)$$

که در آن ماتریس‌های α ، β و δ به صورت زیر تعریف می‌شوند:

$$\begin{aligned} \alpha &= A^{-1} + A^{-1} B D^{*-1} B A^{-1} = A^{-1} B D^{*-1} D B \\ \beta &= -A^{-1} B D^{*-1} \\ \delta &= D^{*-1} \\ D^* &= D - B A^{-1} B \end{aligned} \quad (13)$$

در نتیجه کرنش‌ها و تنش‌های پسماند در هر یک از لایه‌ها به صورت زیر تعیین می‌شوند:

$$\epsilon_r^k = \dot{\epsilon} + z^k \dot{\kappa} - \alpha^k \Delta T \quad (14)$$

$$\sigma_r^k = Q^k \epsilon_r^k \quad (15)$$

۴-۲- نتایج تنش پسماند نانوکامپوزیت نانوالیاف کربنی/شیشه/اپوکسی

برای محاسبه تنش‌های پسماند در نانوکامپوزیت نانوالیاف کربنی/شیشه/اپوکسی، از تئوری کلاسیک لایه‌ای (CLT) استفاده شده است. برای این منظور، برنامه رایانه‌ای با استفاده از نرم‌افزار متلب^۱ نوشته شده است. ورودی‌های این برنامه

همان‌طور که در جدول ۳ ارائه شده است، اضافه‌کردن نانوالیاف کربنی در زمینه کامپوزیت تک‌لایه شیشه/اپوکسی سبب افزایش در مدول الاستیسیته و کاهش در ضریب انبساط حرارتی در راستاهای طولی و عرضی (به‌ویژه عرضی) می‌شود. همان‌طور که جزئیات جدول ۳ نشان می‌دهد، اضافه‌کردن ۱ درصد وزنی نانوالیاف کربنی در زمینه، به‌ترتیب سبب ۷ درصد و ۲۸ درصد افزایش در مدول الاستیسیته و کاهش در ضریب انبساط حرارتی عرضی در یک تک‌لایه کامپوزیتی می‌شود. با نزدیک‌شدن خواص عرضی کامپوزیت تک‌لایه به خواص طولی، انتظار می‌رود که تنش‌های پسماند (که در اثر اختلاف خواص در راستاهای مختلف لایه‌ها در لایه چینی کامپوزیت‌های لایه‌ای به‌وجود می‌آیند) کاهش یابد. در ادامه نشان داده می‌شود که تئوری کلاسیک لایه‌ای به روشنی کاهش تنش‌های پسماند در اثر افزودن نانوالیاف را نشان می‌دهد.

۴- محاسبه تنش‌های پسماند مکرومکانیک

۴-۱- تئوری کلاسیک لایه‌ای

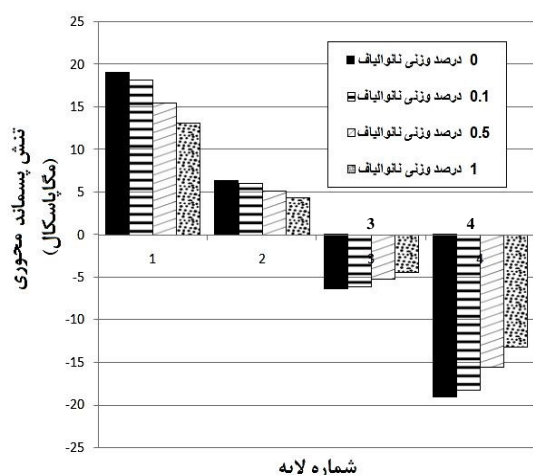
اندازه‌گیری تنش‌های پسماند مکرومکانیک در چندلایه‌های کامپوزیتی به روش‌های گوناگون انجام می‌گیرد. در میان این روش‌ها، تئوری کلاسیک لایه‌ای ساده‌ترین و متداول‌ترین روش به‌شمار می‌رود. در این روش، از خواص مکانیکی و حرارتی یک تک‌لایه کامپوزیتی در راستاهای طولی و عرضی برای تحلیل یک چندلایه کامپوزیتی با چیدمان مختلف، که تحت بارهای مکانیکی و یا حرارتی قرار دارند، استفاده می‌شود.

برای تعیین تنش‌های پسماند حرارتی در یک چندلایه کامپوزیتی به روش CLT، بارهای حرارتی در راستاهای غیراصلی به فرم انتگرالی زیر نوشته می‌شوند [۲]:

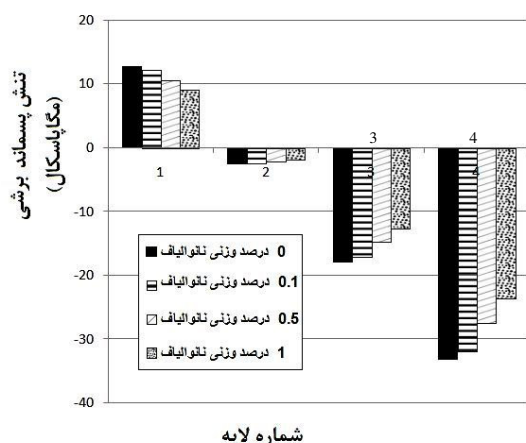
$$\begin{aligned} (N_1^T, M_1^T) &= \sum_{k=1}^N (Q_{11}^k \cdot \alpha_1^k + Q_{12}^k \cdot \alpha_2^k + Q_{16}^k \cdot \alpha_6^k) \Delta T \cdot (t_k, t_k z_k) \\ (N_2^T, M_2^T) &= \sum_{k=1}^N (Q_{21}^k \cdot \alpha_1^k + Q_{22}^k \cdot \alpha_2^k + Q_{26}^k \cdot \alpha_6^k) \Delta T \cdot (t_k, t_k z_k) \\ (N_6^T, M_6^T) &= \sum_{k=1}^N (Q_{61}^k \cdot \alpha_1^k + Q_{62}^k \cdot \alpha_2^k + Q_{66}^k \cdot \alpha_6^k) \Delta T \cdot (t_k, t_k z_k) \end{aligned} \quad (8)$$

که در آن N_i^T و M_i^T به‌ترتیب بردارهای نیرو و ممان حرارتی بدون بعد شده در عرض و در مختصات غیراصلی، همچنین Q_{ij}

همان‌طور که در شکل ۴ نشان داده شده است، افزودن نانوالیاف کربنی به زمینه تنش‌های پسماند میکرومکانیک محوری را در هر لایه کاهش می‌دهد. مقدار این کاهش تنش پسماند در هر لایه، در ۱ درصد وزنی نانوالیاف کربنی، ۲۶ درصد است.



شکل ۵ تنش پسماند محوری برای نانوکامپوزیت نامتقارن $[+45_4/-45_4]$ با درصدهای مختلف وزنی نانوالیاف کربنی



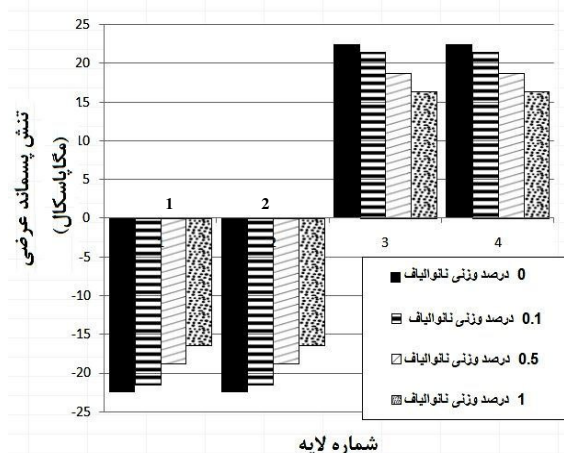
شکل ۶ تنش پسماند برشی برای نانوکامپوزیت نامتقارن $[+45_4/-45_4]$ با درصدهای مختلف وزنی نانوالیاف کربنی

در شکل ۵ و ۶ نیز نتایج تنش پسماند برای کامپوزیت نامتقارن $[+45_4/-45_4]$ ارائه شده است. به دلیل اینکه در کامپوزیت‌های لایه‌ای $[0/90]$ تنش‌های برشی صفر هستند، از چیدمان $[45/-45]$ برای بررسی اثر نانوالیاف روی تنش‌های برشی استفاده شده است. به دلیل زاویه‌دار بودن الیاف در این

خواص مکانیکی و حرارتی یک تک‌لایه کامپوزیتی (مدول الاستیسیته، ضریب انبساط حرارتی و ضریب پواسون)، نحوه چیدمان لایه‌ها و همین‌طور میزان کاهش دما از دمای پخت تا دمای اتاق است و این برنامه قادر است، با استفاده از خواص یک تک‌لایه، تنش پسماند را در یک کامپوزیت لایه‌ای با چیدمان مختلف تعیین کند.

خواص مربوط به الیاف و زمینه و نانوالیاف کربنی در جدول ۱ و خواص مربوط به یک تک‌لایه در جدول ۳ ارائه شده است. همین‌طور دمای پخت و دمای اتاق به ترتیب ۱۲۰ و ۲۰ درجه سانتی‌گراد تعیین شده است. ضخامت هر لایه نیز ۰/۱۵ میلی‌متر و ضریب پواسون ۰/۲۸ در نظر گرفته شده است. با استفاده از این برنامه رایانه‌ای و خواص تک‌لایه ذکرشده، تنش‌های پسماند حرارتی برای نانوکامپوزیت‌های با چیدمان متقارن $[0_2/90_2]_s$ و نامتقارن $[+45_4/-45_4]$ برای درصدهای مختلف وزنی از نانوالیاف کربنی در زمینه محاسبه و نتایج مقایسه شده است. مقادیر تنش‌های پسماند به صورت مقایسه‌ای در شکل‌های ۴ تا ۶ ارائه شده است.

شکل ۴ تنش پسماند محوری (σ_x) را برای نانوکامپوزیت لایه‌ای $[0_2/90_2]_s$ نشان می‌دهد. به دلیل چیدمان این کامپوزیت، تنش‌های پسماند محوری و عمودی برابر و نسبت به ضخامت میانی چندلایه متقارن خواهند بود. بنابراین در اینجا تنها تنش محوری برای چهار لایه اول ارائه شده است. همین‌طور برای چنین چیدمان لایه‌ای تنش برشی نیز در تمامی لایه‌ها صفر خواهد بود.



شکل ۴ تنش پسماند محوری برای نانوکامپوزیت متقارن $[0_2/90_2]_s$ با درصدهای مختلف وزنی نانوالیاف کربنی

چیدمان لایه‌ای، علاوه بر تنش‌های محوری و عمودی، تنش برشی نیز ایجاد می‌شود. در اینجا نیز مقادیر تنش محوری و عمودی برای کامپوزیت یکسان بوده و بنابراین تنها مقادیر مربوط به تنش محوری ارائه شده است. شکل ۵ تنش پسماند محوری در این کامپوزیت را با درصدهای مختلف وزنی نانوالیاف کربنی نشان می‌دهد. همان‌گونه که مشخص است، افزودن نانوالیاف کربنی به زمینه سبب کاهش در تنش پسماند هر لایه می‌شود. مقدار این کاهش برای ۱ درصد وزنی نانوالیاف کربنی به میزان ۲۹ درصد رسیده است.

شکل ۶ نیز تنش پسماند برشی القاء شده در کامپوزیت نامتقارن $[+45_4/-45_4]$ را نشان می‌دهد. برای بررسی اثر نانوالیاف کربنی روی تنش برشی لایه‌ها این چیدمان انتخاب شده است. همان‌طور که نشان داده شده است، افزودن نانوالیاف کربنی به زمینه تنش برشی هر لایه را نیز به میزان قابل ملاحظه‌ای کاهش می‌دهد. در ۱ درصد وزنی نانوالیاف کربنی، میزان کاهش تنش پسماند برشی هر لایه ۳۰ درصد است.

نتایج نشان می‌دهد که عامل اصلی ایجاد تنش‌های پسماند حرارتی در کامپوزیت‌های لایه‌ای اختلاف در ضرایب انبساط حرارتی الیاف و زمینه است. بنابراین، با افزودن نانوالیاف کربنی به زمینه، ضریب انبساط حرارتی زمینه (مطابق شکل ۳) به میزان زیادی کاهش می‌یابد و سبب کاهش در تنش پسماند حرارتی میکرومکانیک می‌شود. مطالعات موردی نشان می‌دهد که افزودن نانوالیاف کربنی سبب افزایش مدول الاستیسیته زمینه شده و مطابق تئوری کلاسیک لایه‌ای این افزایش در مدول الاستیسیته زمینه سبب اندکی افزایش در تنش پسماند خواهد شد (که این اثر در نتایج ارائه شده لحاظ شده است)، اما کاهش ضریب انبساط حرارتی، پارامتری حاکم بوده و در نهایت نتایج نشان می‌دهد که حتی، با در نظر گرفتن اثر مدول الاستیسیته، در ۱ درصد وزنی نانوالیاف کربنی، تنش پسماند میکرومکانیک به میزان قابل ملاحظه‌ای در هر لایه کاهش می‌یابد.

حرارتی زمینه خواهد شد. در ادامه از این زمینه تقویت‌شده با نانوالیاف کربنی در کامپوزیت تک‌لایه (ساخته‌شده با الیاف تک‌جهته شیشه) استفاده شد و اثر نانوالیاف روی خواص مکانیکی و حرارتی یک تک‌لایه بررسی شد. نتایج مربوط به یک تک‌لایه نشان می‌دهد استفاده از زمینه پر شده با نانوالیاف کربنی در کامپوزیت خواص یک تک‌لایه را به‌ویژه در راستای عرضی بهبود می‌بخشد. در انتها، با استفاده از تئوری کلاسیک لایه‌ای، تنش‌های پسماند میکرومکانیک برای نانوکامپوزیت‌های لایه‌ای نانوالیاف/شیشه/اپوکسی با درصدهای مختلف وزنی محاسبه شد و نشان داده شد افزودن نانوالیاف کربنی تنش‌های پسماند میکرومکانیک هر لایه را تا ۳۰ درصد کاهش می‌دهد. هرچند افزایش مدول الاستیسیته زمینه در حضور نانوالیاف کربنی سبب افزایش اندکی در تنش پسماند می‌شود، نشان داده شد که این امر در مقایسه با کاهش ضریب انبساط حرارتی کم‌اهمیت است و در نهایت تنش پسماند به میزان قابل ملاحظه‌ای کاهش می‌یابد. البته کاهش تنش پسماند در نانوکامپوزیت‌ها به میزان زیادی به توزیع مناسب نانوالیاف کربنی در زمینه و فصل مشترک آن‌ها بستگی دارد. با درصدهای وزنی بالا (نزدیک ۱ درصد وزنی و بالاتر)، به دلیل مشکلات توزیع نانوالیاف کربنی در زمینه و ایجاد توده‌های بهم چسبیده^۱ و فصل مشترک نامناسب، نتایج تجربی از نتایج تئوری فاصله خواهد گرفت.

تاکنون اثر نانوالیاف کربنی روی توزیع تنش‌های پسماند در ضخامت کامپوزیت‌های لایه‌ای به صورت تئوری و تجربی مطالعه نشده است؛ بنابراین امکان مقایسه نتایج تئوری فوق با نتایج سایر محققان فراهم نیست. لذا، بررسی تئوری اثر نانوپرکننده‌ها از جمله نانوالیاف کربنی روی تنش‌های پسماند میکرومکانیک به عنوان اولین گام در این زمینه پراهمیت است. بی‌تردید گام بعدی در این حوزه تایید نتایج تئوری با استفاده از اندازه‌گیری تنش‌های پسماند میکرومکانیک در نانوکامپوزیت‌هاست.

۶- مراجع

- [1] Hahn H. T., "Residual Stresses in Polymer Matrix Composite Laminates", *Journal of Composite Materials*, Vol.10, 1976, pp. 266-278.
- [2] Shokrieh M. M., Kamali M., "Determination of Residual Stress in Polymer Based Composites

1. Agglomerate

۵- نتیجه‌گیری

در این تحقیق، ابتدا اثر نانوالیاف کربنی بر روی خواص مکانیکی و حرارتی زمینه پلیمری مطالعه شد. نتایج نشان می‌دهد افزودن نانوالیاف کربنی حتی با درصدهای وزنی بسیار کم سبب افزایش در مدول الاستیسیته و کاهش در ضریب انبساط

- [11] Al-Saleh M. H., Sundararaj M., "A Review of Vapor Grown Carbon Nanofiber/Polymer Conductive Composites", *Carbon*, Vol. 47, Issue 1, 2009, pp. 2-22.
- [12] Tibbetts G. G., Lake M. L., Strong K. L., "A Review of the Fabrication and Properties of Vapor-Grown Carbon Nanofiber/Polymer Composites", *Composites Science and Technology*, Vol. 67, Issues 7-8, 2007, pp. 1709-1718.
- [13] Prolongo S. G., Campo M., Gude M. R., "Thermo-Physical Characterization of Epoxy Resin Reinforced by Amino-Functionalized Carbon Nanofibers", *Composites Science and Technology*, Vol. 69, Issues 3-4, 2009, pp. 349-357.
- [14] Halpin J. C., Kardos J. L., "The Halpin-Tsai Equation: a Review", *Polym Eng Sci*, Vol. 16, 1976, pp. 344-352.
- [15] Mori T., Tanaka K., "Average Stress in Matrix and Average Elastic Energy of Materials with Misfitting Inclusions", *Acta Metall*, Vol. 21, 1973, pp. 571-574.
- [16] Cox H. L., "The Elasticity and Strength of Paper and Other Fibrous Materials", *Br J Appl Phys*, Vol. 3, 1952, pp. 72-79.
- [17] Gonnet P., *Thermal Conductivity and Coefficients of Thermal Expansion of SWNTS/Epoxy Nanocomposites*, Degree of Master of Science Thesis, Florida State University, 2004.
- [18] Mohammed H., Sundararaj U., "Review of the Mechanical Properties of Carbon Nanofiber/Polymer Composites", *Composites: Part A*, Vol. 42, 2011, pp. 2126-2142.
- using Hole Drilling Method", *Journal of Composite Materials*, Vol. 39, No. 24, 2005, pp. 2293-2311.
- [3] Nishino N., Kotera M., Sugiura Y., "Residual Stress of Particulate Polymer Composites with Reduced Thermal Expansion", *Journal of Physics*, Vol. 148, 2008, pp. 657-8501.
- [4] Tsai S. W., *Composites Design*, 4th Edition, Think Composites, Dayton, USA., 1988
- [5] Gascoigne Harold E., "Residual Surface Stresses in laminated Cross-Ply Fiber-Epoxy Composite Materials", *International Congress on Experimental Mechanics*, 7th, Vol. 2 (A94-12901 02-39), Las Vegas, 1992, pp. 1077-1084.
- [6] Turan K. h., Onur M., "Investigation of Residual Stresses on Transversally Loaded Thermoplastic Composite Plates", *Turkish Journal of Science & Technology*, 2009, Vol. 4, No 1, pp. 31- 44.
- [7] Hsiao K. T., "Investigation on the Spring-in Phenomenon of Carbon Nanofiber-Glass Fiber/Polyester Composites Manufactured with Vacuum Assisted Resin Transfer Molding", *Composites: Part A* Vol. 39, 2008, pp. 834-842.
- [8] Harris B. *Residual Strains*, Engineering Composite Materials, London, IOM Communications, 1999, pp. 79-83.
- [9] Nairn J. A., Zoller P., *The Development of Residual Thermal Stresses in Amorphous and Semicrystalline Thermoplastic Matrix Composites*, Toughened Composites, Houston, USA, 1985, pp. 328-341.
- [10] Jang J. S., Varischetti J., Lee G. W., "Experimental and Analytical Investigation of Mechanical Damping and CTE of Both SiO₂ Particle and Carbon Nanofiber Reinforced Hybrid Epoxy Composites", *Composites Part A: Applied Science and Manufacturing*, Vol. 42, Issue 1, 2011, pp. 98-103.