مجله مهندسی مکانیک مدرس، تیر 1396، دوره 17، شماره 4، ص‌ص 237-246

ماهنامه علمی پژوهشی

مهندسی مکانیک مدرس

mme.modares.ac.ir

مدل‌سازی دینامیکی و تحلیل آزمایشگاهی اتلاف توان در یک سیستم دوار با عیوب ناهمراستایی زاویه‌ای و نابالانسی

سعید ابراهیمی[1*]، محمدهادی قدسی[2]، منصور رفیعیان[3]

1,3- دانشیار، مهندسی مکانیک، دانشگاه یزد، یزد

2- کارشناسی ارشد، مهندسی مکانیک، دانشگاه یزد، یزد

* یزد، صندوق پستی 89195-741، ebrahimi@yazd.ac.ir

اطلاعات مقاله

مقاله پژوهشی کامل

دریافت: 19 آبان 1395

پذیرش: 26 اسفند 1395

ارائه در سایت: 03 اردیبهشت 1396

کلید واژگان:

توان اتلافی

نابالانسی

ناهمراستایی زاویه‌ای

نیروهای تکیه‌گاهی

چکیده

مسأله اتلاف انرژی در ماشین آلات دوار به دلیل وجود عیوب ناهمراستایی و نابالانسی یکی از مهمترین مسایل در صنایع مرتبط به شمار می‌رود. لذا در این پژوهش، ابتدا با مدل‌سازی قسمت‌های مختلف یک سیستم دوار دیسک-محور- کوپلینگ با کوپلینگ انعطاف‌پذیر با استفاده از روشی نوین مبتنی بر دینامیک محاسباتی، میزان اتلاف توان در صورت وجود هر دو عیب ناهمراستایی زاویه‌ای و نابالانسی تعیین می‌گردد. برای این منظور، از المان‌های فنر-میراکننده خطی و پیچشی برای مدل‌سازی کوپلینگ انعطاف‌پذیر استفاده می‌شود. پس از معرفی سیستم مورد نظر، ابتدا معادلات قیود سینماتیکی نوشته می‌شوند و سپس فرم کلی معادلات حرکت بر اساس روش اویلر-لاگرانژ بدست می‌آیند. در ادامه، به تفصیل مراحل استخراج نیروهای تعمیم یافته بیان می‌شود. پس از استخراج روابط حاکم بر مسأله و حل عددی آن‌ها با استفاده از روش رانگ‌کوتای مرتبه پنج، توان اتلافی سیستم معیوب محاسبه می‌گردد. همچنین، تأثیر افزایش نابالانسی و ناهمراستایی زاویه‌ای بر جابجایی مرکز دیسک و نیروهای وارد بر تکیه‌گاه مورد بررسی قرار می‌گیرد. در بخش بعدی این پژوهش، جهت صحت‌سنجی نتایج تئوری با انجام مجموعه‌ای از آزمایش‌های عملی بر روی سیستم شبیه‌ساز عیوب و محاسبه توان مصرفی دستگاه، میزان توان اتلافی به صورت تجربی محاسبه می‌شود. برای این منظور، از تحلیل‌گر توان دیجیتال که بر سر راه دستگاه قرار می‌گیرد، استفاده می‌شود. بر اساس نتایج حاصل از این پژوهش، ارتباط افزایش توان اتلافی در اثر افزایش پارامترهایی نظیر سرعت، ناهمراستایی زاویه‌ای و نابالانسی به وضوح مشاهده می‌شود.

Dynamic Modeling and Experimental Evaluation of the Power Loss of a Rotating System with the Angular Misalignment and Unbalancing Faults

Saeed Ebrahimi*, Mohammad Hadi Ghodsi, Mansour Rafeeyan

Department of Mechanical Engineering, Yazd University, Yazd, Iran

*P.O.B. 89195-741, Yazd, Iran, ebrahimi@yazd.ac.ir

ARTICLE INFORMATION

Original Research Paper

Received 09 November 2016

Accepted 16 March 2017

Available Online 23 April 2017

Keywords:

Power loss

Unbalance mass

Angular misalignment

Bearing forces

ABSTRACT

The problem of power loss in rotating machinery subjected to the angular misalignment and unbalancing faults are of great importance in relevant industries. Therefore, in this study, evaluation of the power loss and bearing forces of a typical coupling-disk-shaft system with angular misalignment and unbalancing faults is conducted using a novel approach based on the multibody dynamics. In this concern, the flexible coupling is modeled by linear and torsional spring-damper elements. After introducing the model, the kinematic constraints as well as the general form of Euler-Lagrange equations of motion are expressed. Then, the generalized forces are derived in detail. The equations of motion are then solved numerically by the 5th order Runge-Kutta method to evaluate the system power loss. In addition, the effect of angular misalignment and unbalancing faults on the disk displacements as well as the bearing forces are discussed. In the next part of this study, the theoretical results of the power loss are verified experimentally on a faulty simulator system. For measuring the power consumption, a digital power analyzer is used. The results of this research clearly highlight how the power loss is affected by increasing the amount of the system rotational velocity, the angle of misalignment, and the unbalance mass.

1- مقدمه

ماشین‌آلات دوار از جمله پرکاربردترین تجهیزات در صنعت هستند. نصب نامناسب قطعات این دستگاه‌ها و یا وجود عیب‌های ناهمراستایی و نابالانسی، منجر به اتلاف انرژی و کاهش طول عمر در آنها می‌شود. با توجه به نقش بسیار مهم انرژی در دنیای کنونی، بررسی علل و میزان اتلاف انرژی در اثر وجود عیوب مختلف در این وسایل می‌تواند از ارزش بالایی برخوردار باشد. تاکنون تحقیقات بسیاری در زمینه شناسایی عیوب موجود در تجهیزات دوار و مدلسازی قسمت‌های مختلف سیستم صورت گرفته است. با توجه به

برای ارجاع به این مقاله از عبارت ذیل استفاده نمایید:

Please cite this article using:

S. Ebrahimi, M. H. Ghodsi, M. Rafeeyan, Dynamic Modeling and Experimental Evaluation of the Power Loss of a Rotating System with the Angular Misalignment and Unbalancing Faults, *Modares Mechanical Engineering*, Vol. 17, No. 4, pp. 237-246, 2017 (in Persian)

[Downloaded from mme.modares.ac.ir on 2024-04-19]

[DOR: 20.1001.1.10275940.1396.17.4.10.6]

گستردگی این تحقیقات، پیشینه مختصری از برخی مدلسازی‌های انجام شده در این زمینه بیان می‌گردد.

گیبونز [1] در سال 1976 یک عبارت تحلیلی از نیروها و گشتاورها در دو سر انتهایی چرخ‌دنده و کوپلینگ انعطاف‌پذیر به عنوان تابعی از ناهمراستایی موازی و زاویه‌ای، شرایط بارگذاری دنده چرخ‌دنده‌ها و میزان فنریت تماسی کوپلینگ ارائه نموده است. ژو و مارانگونی [2] با استفاده از روش تجزیه اجزای مودی به مدل‌سازی سیستم مکانیکی شامل موتور، کوپلینگ انعطاف‌پذیر و شافت با عیوب ناهمراستایی و نابالانسی پرداخته‌اند. آن‌ها در این مدل‌سازی، کوپلینگ انعطاف‌پذیر را به وسیله‌ی اتصال اونیورسال مدل‌سازی کرده‌اند. همچنین، نیروها و گشتاورهای ناشی از ناهمراستایی و نابالانسی را استخراج و سپس معادلات و پاسخ نیرویی سیستم را با روش تجزیه اجزای مودی بدست آورده و با نوشتن برنامه‌ی کامپیوتری اقدام به حل عددی معادلات کرده‌اند. سپس، برای مقایسه داده‌ها از روش اجزاء محدود به بررسی سیستم پرداخته‌اند. آن‌ها به این نتیجه رسیدند که این روش برای حل معادلات حرکت سیستم غیرهمگن وابسته به سرعت مناسب است. در مطالعه صورت گرفته در [3] اثرات ناهمراستایی دو شفت در محل کوپلینگ بر روی ارتعاشات سیستم دوار با استفاده از روش مدلسازی اجزاء محدود تحلیل شده است. بر اساس نتایج حاصل، تأثیر محل قرارگیری کوپلینگ بر ارتعاشات خمشی به وضوح مشاهده شد. لی و همکارش [4] با در نظر گرفتن نیروهای عکس‌العمل یاتاقان‌ها و کوپلینگ انعطاف‌پذیر، به عنوان تاثیر ناهمراستایی، به مدل‌سازی سیستم روتور ناهمراستا پرداخته‌اند. آن‌ها در مدل خود با روش اجزاء محدود به بررسی ناهمراستایی موازی، زاویه‌ای و ترکیبی پرداخته‌اند و همچنین نیروهای محوری را هم در نظرگرفته‌اند. در ادامه برای مقایسه داده‌های عددی، یک مدل آزمایشگاهی را هم معرفی و نتایج آن را ارائه کرده‌اند. آن‌ها در مقاله خود به بررسی تاثیر ناهمراستایی‌ها بر روی اوربیتال‌های چرخش شافت و فرکانس‌های طبیعی پرداخته‌اند. الحسین و ردموند [5] مدل دینامیکی یک سیستم دارای عیب ناهمراستایی موازی را به فرم بدون بعد، بدست آورده‌اند. سیستم مورد بررسی آن‌ها دارای کوپلینگ صلب می‌باشد. برای حل عددی معادلات بدست آمده، از روش عددی نیوتن-رافسون استفاده کرده‌اند. هیلی و همکاران [6] با مدلسازی عیب ناهمراستایی موازی با یک مفصل کشویی و عیب ناهمراستایی زاویه‌ای با مفصل لولایی، به بررسی تئوری ناهمراستایی موازی و زاویه‌ای پرداخته‌اند. برای این منظور، با نوشتن انرژی‌های جنبشی و پتانسیل و انرژی‌های اتلافی در سیستم و اعمال معادله لاگرانژ، معادلات سیستم را استخراج کرده و سپس با استفاده از روش نیومارک[1] اقدام به حل معادلات کرده‌اند. لیز [7] با استفاده از یک مدل کاملاً خطی، معادلات سیستم یک ماشین با عیب ناهمراستایی کوپلینگ را استخراج کرد. او در این تحقیق کوپلینگ صلب را به صورت پین در نظر گرفت و با به کارگیری روابط خطی شده‌ی انرژی‌های جنبشی و پتانسیل و اعمال اصل لاگرانژ، معادلات خطی شده‌ی حرکت سیستم را بدست آورد. در ادامه، پاسخ را برای چند حالت ساده با روش‌های تحلیلی و عددی بدست آورد. هاری‌هاران و سرینی‌واسان [8] در سال 2009 با روش آزمایشگاهی و مدل‌سازی نرم‌افزاری، به بررسی سیستم روتور-کوپلینگی پرداخته‌اند که دارای عیب ناهمراستایی موازی بوده است. تسی و هوانگ [9] با استفاده از روش ماتریس انتقال[2] معادلات حاکم بر سیستمی شامل شافت دوار، دیسک نابالانس، یاتاقان‌های لغزشی و کوپلینگ انعطاف‌پذیر با عیب ناهمراستایی موازی را بدست آورده‌اند. در این روش ابتدا معادلات حاکم بر هر جزء استخراج و سپس به کمک روابط سینماتیک ارائه‌شده در مقاله، ماتریس انتقال هر جزء محاسبه شده است. جالان و مُهانتی [10] در سال 2009 با معرفی روشی تحت عنوان روش تولید باقی‌مانده[3] به شناسایی عیوب ناهمراستایی و نابالانسی پرداختند. برای این منظور، از طریق آزمایش مقادیر برخی پارامترهای اندازه‌گیری شده سیستم سالم و معیوب را بدست آورده و سپس از یکدیگر کم کردند. سپس با استفاده از معادلات حاکم بر سیستم، جابجایی‌های سیستم در حالت سالم را تعیین کرده و از مقادیر آزمایشگاهی اندازه‌گیری شده در حالت معیوب کم کردند. در نهایت با استفاده از نتایج حاصل، نیروهای معادل و نیروهای مدل معیوب محاسبه شده و به شناسایی عیوب پرداخته شد. پَتِل و دارپ [11] با تلفیق روش المان محدود و اندازه‌گیری آزمایشگاهی، اقدام به بررسی پاسخ ارتعاشی روتورهای ناهمراستا کرده‌اند. وان و همکاران [12] با درنظر گرفتن یک سیستم دوار با چند دیسک وکوپلینگ انعطاف‌پذیر ناهمراستا، به مطالعه تئوری و تجربی پاسخ دینامیکی ناشی از اثرات ناهمراستایی پرداختند.

علی رغم گستردگی تحقیقات در زمینه مدلسازی عیوب ناهمراستایی زاویه‌ای و نابالانسی در سیستم‌های دوار، درباره بررسی اتلاف انرژی در این تجهیزات تحقیقات زیادی به چشم نمی‌خورد. از مهمترین تحقیقات انجام شده در زمینه بررسی اتلاف انرژی می‌توان به کار انجام شده توسط گابرسون و کاپیلینو [13-15] اشاره کرد. با انجام مجموعه‌ای از آزمایشات بر روی سیستم‌های دوار، درصد اتلاف انرژی در اثر عیوب ناهمراستایی و نابالانسی را جداگانه و به صورت تجربی تخمین زدند. آنها مشاهد کردند که ناهمراستایی تأثیر بیشتری نسبت به نابالانسی در درصد اتلاف انرژی سیستم‌های دوار دارد. در تحقیقی دیگر [16]، مطالعه تئوری و تجربی اتلاف انرژی ناشی از اثرات ناهمراستایی صورت گرفته است. برای این منظور، با استفاده از روش آماری پاسخ سطح، به تحلیل نتایج پرداخته شد. در نهایت به صورت کیفی نتیجه شد که با همراستاسازی محورها می‌توان تا حد زیادی از اتلاف انرژی جلوگیری کرد. در تحقیق انجام شده توسط خدایی و همکاران [18,17]، آنها ابتدا با استفاده از روش لاگرانژ، معادلات سیستمی با عیب ناهمراستایی موازی را استخراج کرده و سپس به تعیین پاسخ سیستم به صورت عددی پرداختند. در ادامه، میزان اتلاف انرژی سیستم را با در نظر گرفتن مجموع انرژی‌های جنبشی و پتانسیل در دو حالت بدون عیب و معیوب به ازاء مقادیر مختلف سرعت، ناهمراستایی و نابالانسی بدست آوردند. نتایج حاصل از تحقیق آنها نشان داد که میزان اتلاف انرژی تابعی از میزان ناهمراستایی، نابالانسی و سرعت سیستم است. همچنین با استفاده از نتایج حاصل، یک روش عملیاتی جهت تشخیص به هنگام نابالانسی و ناهمراستایی ارائه کردند. به این ترتیب که اگر در یک سیستم میزان افزایش انرژی نسبت به حالت سالم دستگاه در دورهای بالای 2000 دور بر دقیقه چشمگیر باشد، عیب ایجاد شده به احتمال زیاد نابالانسی است و اگر میزان افزایش انرژی نسبت به حالت سالم در دور پایین زیاد باشد، احتمال عیب ناهمراستایی موازی بیشتر از نابالانسی است. بررسی این افزایش انرژی با استفاده از یک دستگاه واتمتر ساده منجر به شناسایی عیوب می‌شود. در آخرین تحقیق انجام شده در این زمینه در سال 2016، اتلاف انرژی یک سیستم دوار با عیب نابالانسی به صورت تجربی مورد بررسی قرار گرفته است [19]. با در نظر گرفتن مقادیر مختلف نابالانسی، نسبت مقدار اتلاف انرژی به مقدار نابالانسی به صورت

[1] Newmark method
[2] Transfer matrix method (TMM)
[3] Residual generation technique

[Downloaded from mme.modares.ac.ir on 2024-04-19]
[DOR: 20.1001.1.10275940.1396.17.4.10.6]

تجربی تعیین شد. در تحقیق [19] صرفاً نتایج تجربی اتلاف توان ناشی از عیب نابالانسی ذکر شده است و هیچگونه مدلسازی دینامیکی سیستم دوار با کوپلینگ انعطاف‌پذیر و عیوب همزمان نابالانسی و ناهمراستایی را شامل نمی‌شود.

اکنون در این تحقیق سعی بر آن است تا ابتدا با مدلسازی قسمت‌های مختلف یک سیستم دوار با کوپلینگ انعطاف‌پذیر با استفاده از روشی نوین مبتنی بر دینامیک محاسباتی، میزان اتلاف انرژی در صورت وجود هر دو عیب ناهمراستایی زاویه‌ای و نابالانسی تعیین گردد. علاوه بر آن، تأثیر نابالانسی و ناهمراستایی زاویه‌ای بر جابجایی مرکز دیسک محور متحرک و نیز نیروهای وارد بر تکیه‌گاه‌ها به طور دقیق بررسی می‌شود. در ادامه جهت صحت سنجی نتایج تئوری، با انجام مجموعه‌ای از آزمایش‌های عملی، موارد فوق به صورت تجربی نیز بررسی می‌شوند.

2- معرفی و مدل‌سازی سیستم موتور-محور-دیسک

سیستم مورد بررسی، شامل دو بخش متحرک و محرک است ("شکل 1"). بخش متحرک شامل یک محور، یک دیسک، کوپلینگ و یاتاقان‌ها است. کوپلینگ به صورت فنر و میراکننده خطی به منظور لحاظ کردن تأثیر نیروهای ناشی از ناهمراستایی و فنر و میراکننده پیچشی برای انتقال گشتاور از بخش محرک به بخش متحرک مدل شده است. محور محرک شامل یک موتور است که بر روی دو پایه‌ی فلزی قرار گرفته و به وسیله این دو پایه امکان ایجاد ناهمراستایی بین آن و محور متحرک وجود دارد. محور متحرک بر روی دو تکیه‌گاه لغزشی قرار گرفته است. برای هر یک از محورها چهار درجه آزادی در نظر گرفته شده است که این درجات شامل سه حرکت انتقالی در جهات x، y و z و یک حرکت دورانی حول محور z است (تکیه‌گاه‌ها مانع از دوران سیستم حول محورهای x و y می‌شوند). بنابراین، در مجموع این سیستم هشت درجه آزادی دارد. با توجه به این نکته که محور محرک این سیستم با سرعت ثابت دوران می‌کند، یکی از درجات آزادی از پیش تعیین شده است. مختصه‌های تعمیم یافته مربوط به این سیستم را می‌توان به صورت رابطه (1) درنظر گرفت:

$$q = (x_1, y_1, z_1, \theta_1, x_2, y_2, z_2, \theta_2)^{\mathrm{T}} \quad (1)$$

در این رابطه x_1، y_1 و z_1 مختصات مرکز جرم بخش متحرک و x_2، y_2 و z_2 مختصات مرکز جرم بخش محرک هستند. θ_1 و θ_2 به ترتیب زاویه‌های دوران حول محورهای z_1 و z_2 هستند. مجموع جرم دیسک و محور متحرک، m_1 در نظر گرفته می‌شود. برای موتور محرک نیز به صورت مشابه این جرم مساوی m_2 خواهد بود. ممان‌های اینرسی قطبی قسمت‌های متحرک و محرک به ترتیب برابر J_1 و J_2 است. میزان ناهمراستایی زاویه‌ای محور بخش متحرک و بخش محرک در کوپلینگ به اندازه‌ی زاویه α در صفحه xz می‌باشد.

2-1- فرم کلی معادلات حرکت

معادلات حرکت سیستم موتور-محور-دیسک بر اساس روش لاگرانژی افزوده به فرم ماتریسی استخراج می‌شوند. در این روش، ضرایب لاگرانژ برای تعریف نیروهای قیدی تعمیم‌یافته و به دست آوردن یک رابطه افزایشی که در آن ماتریس ضرایب متقارن باشد، استفاده می‌شود.

در مکانیک لاگرانژی، از ابتدا نیازی به جدا کردن مفاصل و توجه به نیروهای قیدی واقعی نیست. در عوض، معادلات حرکت با استفاده از سیستم مونتاژ شده و شرایط اتصال (معادلات قید) استخراج می‌شوند. برای استفاده از

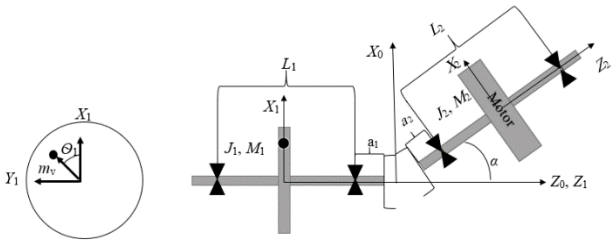

Fig. 1 Geometrical model of the angular misalignment and unbalancing faults (top view)

شکل 1 مدل هندسی ناهمراستایی زاویه‌ای و نابالانسی

این روش، ابتدا بردار معادلات قید حاکم بر سیستم نوشته می‌شود. با توجه به اینکه برای مدل‌سازی این سیستم تنها یک قید، آن هم قید محرک سرعت ثابت برای بخش محرک سیستم در نظر گرفته شده است، معادله قید به صورت رابطه (2) نوشته می‌شود:

$$C(q,t) = \theta_2 - \theta_{20} - \dot{\theta}_2 t = 0 \quad (2)$$

پس از آن، ماتریس ژاکوبین قیود که ستون‌های آن متناظر با بردار مختصه‌های سیستم هستند، نوشته می‌شود. با دو مرتبه مشتق‌گیری از توابع قید نسبت به زمان، رابطه (3) حاصل می‌گردد [20]:

$$C_q \ddot{q} = Q_d \quad (3)$$

که C_q ماتریس ژاکوبین قیود است و Q_d از رابطه (4) به دست می‌آید:

$$Q_d = -(C_q \dot{q})_q \dot{q} - 2C_{qt}\dot{q} - C_{tt} \quad (4)$$

حرکت جسم صلب i در سیستم چندجسمی بر حسب مختصات کارتزین مطلق توسط رابطه (5) بیان می‌شود:

$$M_i \ddot{q}_i = Q_{ei} + Q_{ci} + Q_{vi} \quad (5)$$

که در آن M_i، ماتریس جرم، $\ddot{q}_i$ بردار شتاب، Q_{ei} بردار نیروهای خارجی تعمیم‌یافته، Q_{ci} بردار نیروهای قیدی تعمیم‌یافته و Q_{vi} بردار نیروهای گریز از مرکز جسم صلب i می‌باشند. از طرفی اگر یک سیستم شامل n_b جسم متصل به هم باشد، یک معادله ماتریسی را می‌توان برای کل سیستم استخراج کرد که به صورت رابطه (6) نوشته می‌شود:

$$M\ddot{q} = Q_e + Q_c + Q_v \quad (6)$$

بردار نیروهای قیدی تعمیم‌یافته سیستم Q_c را می‌توان بر حسب ماتریس ژاکوبین قیود سیستم و بردار ضرایب لاگرانژ به صورت رابطه (7) نوشت:

$$Q_c = -C_q^{\mathrm{T}} \lambda \quad (7)$$

که λ بردار n_c بعدی ضرایب لاگرانژ است و n_c تعداد معادلات قید است. با جایگذاری رابطه (7) در (6) رابطه (8) به دست می‌آید:

$$M\ddot{q} + C_q^{\mathrm{T}} \lambda = Q_e + Q_v \quad (8)$$

با ترکیب روابط (8) و (3)، فرم کلی معادله اویلر- لاگرانژ افزوده به صورت رابطه (9) نوشته می‌شود:

$$\begin{bmatrix} M & C_q^{\mathrm{T}} \\ C_q & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \ddot{q} \\ \lambda \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Q_e + Q_v \\ Q_d \end{bmatrix} \quad (9)$$

با حل این سیستم معادلات، شتاب‌ها و مجموعه ضرایب لاگرانژ به دست می‌آیند که برای تعریف نیروهای قیدی به کار می‌روند. در قسمت‌های بعد، نیروهای تعمیم یافته در سیستم معادلات استخراج می‌شوند.

2-2- نیروهای گریز از مرکز ناشی از نابالانسی

در این قسمت، تأثیر نابالانسی موجود در دیسک به عنوان نیروی گریز از مرکز بر روی محور متحرک درنظر گرفته می‌شود. بنابراین، ابتدا محل جرم

[Downloaded from mme.modares.ac.ir on 2024-04-19]
[DOR: 20.1001.1.10275940.1396.17.4.10.6]

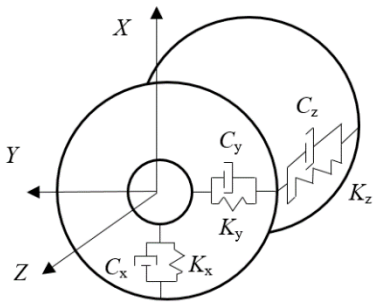

Fig. 2 Schematic diagram of the moving axis bearings

شکل 2 شماتیک تکیه‌گاه‌های محور متحرک

روابط (20) و (21) بدست می‌آید:

$$N_{1x} = k_{1x}x_1 + C_{1x}\dot{x}_1 \quad (20)$$

$$N_{1y} = k_{1y}y_1 + C_{1y}\dot{y}_1 + \frac{m_1 g}{2} \quad (21)$$

به همین ترتیب می‌توان نیروهای N_{2x} و N_{2y} را نیز بدست آورد. برآیند حاصل از نیروهای N_{1x} و N_{1y} و همچنین، برآیند حاصل از نیروهای N_{2x} و N_{2y} از رابطه (22) بدست می‌آید:

$$N_i = \sqrt{N_{ix}^2 + N_{iy}^2} \qquad i = 1,2 \quad (22)$$

با توجه به آن چه گفته شد، نیروی اصطکاک بین حلقه داخلی و غلتک‌ها، در تکیه‌گاه‌های شماره 1 و 2 رابطه (23) بدست می‌آید که در آن μ_k ضریب اصطکاک بین حلقه داخلی و غلتک‌ها است:

$$F_{ki} = \mu_{kN_i} \qquad i = 1,2 \quad (23)$$

در نهایت گشتاور حاصل از نیروی اصطکاک بین حلقه داخلی و غلتک‌ها که به صورت مقاوم در برابر حرکت محور متحرک عمل می‌کند، از رابطه (24) بدست می‌آید:

$$M_k = r(F_{k1} + F_{k2}) \quad (24)$$

که در آن r شعاع محور متحرک است.

بنابراین، بردار نیروی تعمیم یافته متناظر با نیروهای تکیه‌گاهی محورهای متحر ک (محور شماره 1) و محرک (محور شماره 2) به ترتیب به صورت زیر نوشته می‌شود:

$$(Q_e)_{b1} = [F_{1x} + F_{2x} \quad F_{1y} + F_{2y} \quad F_{1z} + F_{2z} \quad M_k]^{\mathrm{T}} \quad (25)$$

$$(Q_e)_{b2} = [F_{3x} + F_{4x} \quad F_{3y} + F_{4y} \quad F_{3z} + F_{4z} \quad 0]^{\mathrm{T}} \quad (26)$$

2-4- نیروهای تعمیم‌یافته ناشی از کوپلینگ

- اثر فنر و میراکننده پیچشی

با توجه به "شکل 3" کوپلینگ با فنرها و میراکننده‌های خطی و پیچشی مدل می‌شود. با توجه به اینکه مختصه‌های دورانی بخش‌های متحرک و محرک در دو راستای متفاوت عمل می‌کنند، ابتدا مختصه دورانی بخش متحرک به دو مؤلفه، یکی هم‌راستا با مختصه دورانی بخش محرک و دیگری عمود بر آن تصویر می‌گردد. با استفاده از اصل کار مجازی، نیروهای تعمیم‌یافته متناظر با مختصه‌های دورانی بخش‌های متحرک و محرک استخراج می‌شوند. در صورتی که ضریب سفتی فنر k_r و ضریب میرایی آن C_r درنظر گرفته شود، ممان حاصل از فنر و میراکننده پیچشی که به محور 1 وارد می‌گردد، به صورت رابطه (27) بیان می‌گردد:

$$Q_{\theta 1} = k_r \cos(\alpha)(\theta_s - \theta_0) + C_r \cos(\alpha)\dot{\theta}_s \quad (27)$$

که در آن، θ_0 زاویه اولیه قبل از دوران است که صفر در نظر گرفته می‌شود. θ_s دوران نسبی نیمه‌های کوپلینگ را بیان می‌کند و به صورت رابطه (28) تعیین می‌گردد:

نابالانسی به صورت رابطه (10) مشخص می‌شود:

$$\bar{u}_m = (r_m \cos\theta_m, r_m \sin\theta_m, 0)^{\mathrm{T}} \quad (10)$$

که r_m شعاعی از دیسک است که در آن جرم نابالانس وجود دارد. بردار نیروهای اینرسی گریز از مرکز که به محور متحرک وارد می‌شوند، از رابطه (11) تعیین می‌گردد:

$$Q_{v1} = \begin{bmatrix}(Q_v)_R \\ (Q_v)_\theta\end{bmatrix} = (\dot{\theta}_1)^2 A_1 \begin{bmatrix}\int_{v1} \rho_{mr}\bar{u}_1 dV_1 \\ 0\end{bmatrix} = m_r r_m (\dot{\theta}_1)^2 \begin{bmatrix}\cos(\theta_1+\theta_m) \\ \sin(\theta_1+\theta_m) \\ 0 \\ 0\end{bmatrix} \quad (11)$$

در این رابطه ρ_{mr} چگالی جرم نابالانس، m_r جرم نابالانس، و θ_1 و θ_m به ترتیب زاویه محور محرک و زاویه اولیه جرم نابالانس نسبت به محور X_1 دستگاه مختصات شماره 1 واقع در مرکز جرم بخش متحرک است. همچنین A_1 ماتریس دوران این دستگاه مختصات نسبت به دستگاه مختصات اینرسی است که مطابق با "شکل 1" در وسط دو نیمه کوپلینگ قرار دارد. بنابراین A_1 به صورت رابطه (12) تعریف می‌گردد:

$$A_1 = \begin{bmatrix}\cos\theta_1 & -\sin\theta_1 & 0 \\ \sin\theta_1 & \cos\theta_1 & 0 \\ 0 & 0 & 1\end{bmatrix} \quad (12)$$

با توجه به اینکه بر روی محور محرک جرم نابالانسی وجود ندارد، بردار نیروی گریز از مرکز تعمیم یافته آن مطابق با رابطه (13) صفر است:

$$Q_{v2} = [0 \quad 0 \quad 0 \quad 0]^{\mathrm{T}} \quad (13)$$

2-3- نیروهای تکیه‌گاه‌ها

مطابق با "شکل 2" تکیه‌گاه‌ها به صورت فنر و میراکننده در جهت‌های x، y و z مدل شده‌اند. بنابراین، نیروی اعمال شده توسط این فنرها و میراکننده‌ها محاسبه می‌شوند و به عنوان نیروهای اعمال شده در سیستم در نظر گرفته می‌شوند. برای نام‌گذاری این نیروها بدین صورت عمل می‌شود که به عنوان مثال F_{1x}، F_{2x}، F_{3x} و F_{4x} به ترتیب مربوط به نیروهای اعمال شده در جهت x دستگاه مختصات ثابت از طرف تکیه‌گاه‌های اول و دوم بر روی محور بخش متحرک و تکیه‌گاه‌های سوم و چهارم بر روی محور بخش محرک هستند. بنابراین، می‌توان نیروهای ذکر شده را در جهت‌های x، y و z به ازای $i = 1,2$ به صورت روابط (14) تا (16) و به ازای $j = 3,4$ به صورت روابط (17) تا (19) نوشت:

$$F_{ix} = k_{ix}x_1 + C_{ix}\dot{x}_1 \quad (14)$$

$$F_{iy} = k_{iy}y_1 + C_{iy}\dot{y}_1 \quad (15)$$

$$F_{iz} = k_{iz}z_1 + C_{iz}\dot{z}_1 \quad (16)$$

$$F_{jx} = k_{jx}(x_2\cos\alpha - z_2\sin\alpha)\cos\alpha + C_{jx}(\dot{x}_2\cos\alpha - \dot{z}_2\sin\alpha)\cos\alpha + k_{jz}(x_2\sin\alpha - z_2\cos\alpha)\sin\alpha + C_{jz}(\dot{x}_2\sin\alpha - \dot{z}_2\cos\alpha)\sin\alpha \quad (17)$$

$$F_{jy} = k_{jy}y_2 + C_{jy}\dot{y}_2 \quad (18)$$

$$F_{jz} = -k_{jx}(x_2\cos\alpha - z_2\sin\alpha)\sin\alpha - C_{jx}(\dot{x}_2\cos\alpha - \dot{z}_2\sin\alpha)\sin\alpha - k_{jz}(x_2\sin\alpha - z_2\cos\alpha)\cos\alpha - C_{jz}(\dot{x}_2\sin\alpha - \dot{z}_2\cos\alpha)\cos\alpha \quad (19)$$

با توجه به این که تکیه‌گاه‌ها ایده‌آل فرض نشده‌اند و لغزشی بین حلقه داخلی آن‌ها و محور وجود ندارد، نیروی اصطکاکی بین حلقه داخلی و غلتک‌ها (قطعات استوانه‌ای شکل داخل تکیه‌گاه) در نظر گرفته می‌شود. مقدار ضریب اصطکاک بین قطعات ذکر شده با توجه به مرجع [21]، 0.0015 در نظر گرفته می‌شود. نیروهای عمود وارد بر سطح تکیه‌گاه‌ها حاصل از برآیند این نیروها در دو راستای x و y است ("شکل 2")، که از

[Downloaded from mme.modares.ac.ir on 2024-04-19]

[DOR: 20.1001.1.10275940.1396.17.4.10.6]

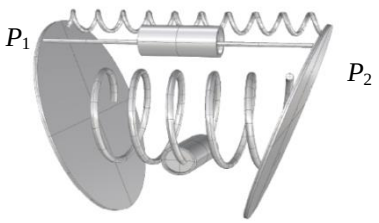

Fig. 3 Coupling modeling by linear and torsional spring-damper elements

شکل 3 مدل‌سازی کوپلینگ با فنرها و میراکننده‌های خطی و پیچشی

$$\theta_s=\theta_2-\theta_1\cos(\alpha) \quad (28)$$

ممان حاصل از این فنر و میراکننده پیچشی که به محور 2 وارد می‌گردد نیز از رابطه (29) به دست می‌آید:

$$Q_{\theta 2}=-k_r(\theta_s-\theta_0)-C_r\dot{\theta}_s \quad (29)$$

با جایگذاری رابطه (20) در رابطه‌های (27) و (29) نیروهای تعمیم‌یافته به دست می‌آیند:

$$Q_{\theta 1}=\big(k_r\cos(\alpha)\,(\theta_2-\theta_1\cos(\alpha)-\theta_0)+C_r\cos(\alpha)\,(\dot{\theta}_2-\dot{\theta}_1\cos(\alpha))\big) \quad (30)$$

$$Q_{\theta 2}=-\big(k_r(\theta_2-\theta_1\cos(\alpha)-\theta_0)+C_r(\dot{\theta}_2-\dot{\theta}_1\cos(\alpha))\big) \quad (31)$$

همچنین باید توجه داشت که به علت ناهمراستا بودن دو محور، ممان حاصل از فنر و میراکننده پیچشی وارد بر محور متحرک، مؤلفه دیگری نیز در راستای محور X_1 دارد که باعث اعمال نیرو به تکیه‌گاه‌های شماره 1 و 2 خواهد شد. با استفاده از رابطه (27)، ممان حاصل از فنر و میراکننده پیچشی وارد بر محور متحرک به صورت رابطه (32) بدست می‌آید:

$$Q_{x1}=k_r\sin(\alpha)\,(\theta_s-\theta_0)+C_r\sin(\alpha)\,\dot{\theta}_s \quad (32)$$

- اثر فنر و میراکننده خطی

ابتدا فرم کلی ماتریس دوران بر حسب زوایای اویلر به صورت رابطه (33) نوشته می‌شود [20]:

$$A=\begin{bmatrix}A_{11}&A_{12}&A_{13}\\A_{21}&A_{22}&A_{23}\\A_{31}&A_{32}&A_{33}\end{bmatrix}$$

$$\begin{aligned}
A_{11}&=\cos\psi_i\cos\varphi_i-\cos\beta_i\sin\varphi_i\sin\psi_i\\
A_{21}&=\cos\psi_i\sin\varphi_i+\cos\beta_i\cos\varphi_i\sin\psi_i\\
A_{31}&=\sin\beta_i\sin\psi_i\\
A_{12}&=-\sin\psi_i\cos\varphi_i-\cos\beta_i\sin\varphi_i\cos\psi_i\\
A_{22}&=-\sin\psi_i\sin\varphi_i+\cos\beta_i\cos\varphi_i\cos\psi_i\\
A_{32}&=\sin\beta_i\cos\psi_i\\
A_{13}&=\sin\beta_i\sin\varphi_i\\
A_{23}&=-\sin\beta_i\cos\varphi_i\\
A_{33}&=\cos\beta_i
\end{aligned} \quad (33)$$

در این رابطه φ_i ، β_i و ψ_i بر اساس ترتیب دوران zxz در نظر گرفته می‌شود. با مقایسه این ماتریس با ماتریس دوران رابطه (12) مقادیر زیر حاصل می‌شود:

$$\beta_1=0 \quad (34)$$
$$\psi_1=0 \quad (35)$$
$$\varphi_1=\theta_1 \quad (36)$$

در این صورت می‌توان بردار زوایای اویلر را برای دستگاه 1 به صورت رابطه (37) نوشت:

$$\upsilon_1=[\varphi_1,\beta_1,\psi_1]^{\mathrm{T}}=[\theta_1,0,0]^{\mathrm{T}} \quad (37)$$

همچنین بر اساس ماتریس دوران رابطه (33) برای دستگاه 2 (دستگاه سمت راست در "شکل 1")، می‌توان نوشت:

$$\beta_2=\alpha \quad (38)$$
$$\psi_2=\tan^{-1}(-\cot\theta_2)=\theta_2+\frac{\pi}{2} \quad (39)$$
$$\varphi_2=\frac{\pi}{2} \quad (40)$$

در این صورت می‌توان بردار زوایای اویلر را برای دستگاه 2 به صورت رابطه (41) نوشت:

$$\upsilon_2=[\varphi_2,\beta_2,\psi_2]^T=[\frac{\pi}{2},\alpha,\theta_2+\frac{\pi}{2}]^T \quad (41)$$

اکنون با توجه به "شکل 4" می‌توان بردار موقعیت مطلق نقطه p_i را بدست آورد:

$$u_{pi}=A_i\bar{u}_{pi}\qquad i=1,2 \quad (42)$$

که در آن $\bar{u}_{pi}$ بردار موقعیت محلی نقطه p_i است. این نقطه قبلاً در "شکل 3" تعریف شده است. با در نظر گرفتن پارامترهای k و C برای سختی و میرایی المان فنر و میراکننده خطی، مقدار نیروی این المان از رابطه (43) تعیین می‌شود

$$f_s=k(l-l_0)+C\dot{l} \quad (43)$$

در این رابطه، l_0 و l به ترتیب، فاصله‌های آزاد و لحظه‌ای بین نقاط p_1 و p_2 هستند. نیروهای تعمیم‌یافته حاصل از فنر و میراکننده خطی از روابط (44) تا (47) بدست می‌آیند [20]:

$$Q_{R1}=-f_s\hat{I} \quad (44)$$
$$Q_{\theta 1}=f_sG_1^{\mathrm{T}}\tilde{u}_{p1}^{\mathrm{T}}\hat{I} \quad (45)$$
$$Q_{R2}=f_s\hat{I} \quad (46)$$
$$Q_{\theta 2}=-f_sG_2^{\mathrm{T}}\tilde{u}_{p2}^{\mathrm{T}}\hat{I} \quad (47)$$

که در آن ماتریس‌های G_1 و G_2 که به ترتیب به عنوان ماتریس‌های تبدیل بین بردار مشتق زمانی زوایای اویلر ($\dot{\upsilon}_1$ و $\dot{\upsilon}_2$) و بردار سرعت‌های دورانی محورهای متحرک و محرک تعریف می‌شوند، به صورت روابط (48) و (49) بیان می‌شوند:

$$G_1=\begin{bmatrix}0&\cos\varphi_i&\sin\theta_i\sin\varphi_i\\0&\sin\varphi_i&-\sin\theta_i\cos\varphi_i\\1&0&\cos\theta_i\end{bmatrix} \quad (48)$$

$$G_2=\begin{bmatrix}0&\cos\varphi_j&\sin\theta_j\sin\varphi_j\\0&\sin\varphi_j&-\sin\theta_j\cos\varphi_j\\1&0&\cos\theta_j\end{bmatrix} \quad (49)$$

همچنین، $\tilde{u}_{pi}$ ($i=1,2$) ماتریس پادمتقارن متناظر با بردار u_{pi} است و بردار یکه $\hat{I}$ معرف راستای اعمال نیروی تعمیم‌یافته حاصل از فنر و میراکننده خطی در جهت نقطه p_2 به سمت نقطه p_1 می‌باشد. اکنون می‌توان بردار نیروهای تعمیم یافته ناشی از کوپلینگ اعمال شده به محورهای متحرک و محرک را به ترتیب به صورت روابط (50) و (51) بیان کرد:

$$(Q_e)_{c1}=[Q_{x1}+Q_{R1}(1)\quad Q_{R1}(2)\quad Q_{R1}(3)\quad Q_{\theta 1}]^{\mathrm{T}} \quad (50)$$
$$(Q_e)_{c2}=[Q_{R2}(1)\quad Q_{R2}(2)\quad Q_{R2}(3)\quad Q_{\theta 2}]^{\mathrm{T}} \quad (51)$$

در نهایت می‌توان بردار کلی نیروهای تعمیم‌یافته اعمال شده به محورهای متحرک و محرک ($i=1,2$) را با جمع مؤلفه‌های متناظر بدست آمده از قسمت‌های قبل به صورت رابطه (52) نوشت:

$$Q_{ei}=(Q_e)_{bi}+(Q_e)_{ci} \quad (52)$$

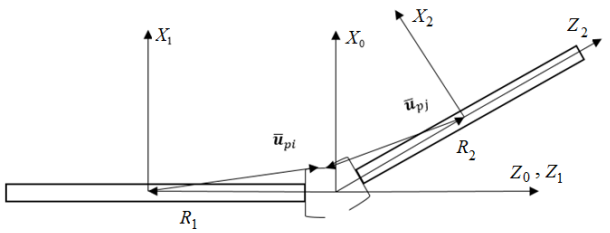

Fig. 4 Local position vectors of p_i and p_j (top view)

شکل 4 بردارهای موقعیت محلی نقاط p_i و p_j

[Downloaded from mme.modares.ac.ir on 2024-04-19]
[DOR: 20.1001.1.10275940.1396.17.4.10.6]

2-5- معادلات دینامیکی حرکت

رابطه (9) فرم کلی معادلات حرکت را بیان می‌کند. اکنون می‌توان اجزاء این معادله را به صورت زیر نوشت. ابتدا ماتریس جرم سیستم به صورت رابطه (53) نوشته می‌شود:

$$M = \mathrm{Diag}(m_1, m_1, m_1, J_1, m_2, m_2, m_2, J_2) \quad (53)$$

ماتریس ژاکوبین با توجه به اینکه یک قید سرعت ثابت (رابطه (2)) و هشت مختصه تعمیم‌یافته (رابطه (1)) وجود دارد را می‌توان بدست آورد:

$$C_q = [0\ 0\ 0\ 0\ 0\ 0\ 0\ 1] \quad (54)$$

بردار Q_d که از مشتق دوم قیود سینماتیکی حاصل می‌شود تنها شامل یک مؤلفه صفر می‌باشد.

بردار نیروهای گریز از مرکز Q_v متناظر با محورهای متحرک و محرک را می‌توان به ترتیب از روابط (11) و (13) جایگذاری کرد.

$$Q_v = m_r r_m (\dot{\theta}_1)^2 \left[\cos(\theta_1 + \theta_m) \quad \sin(\theta_1 + \theta_m)\ 0\ 0\ 0\ 0\ 0\ 0\right]^{\mathrm{T}} \quad (55)$$

در انتها، بردار نیروهای تعمیم‌یافته اعمال شده با توجه به رابطه (52) به صورت زیر بیان می‌شود:

$$Q_e = \left[(Q_e)_{b1} + (Q_e)_{c1} \quad (Q_e)_{b2} + (Q_e)_{c2}\right]^{\mathrm{T}} \quad (56)$$

با جایگذاری روابط (53) تا (56) در رابطه کلی (9)، معادلات دینامیکی حرکت سیستم به صورت ماتریسی بدست می‌آید.

3- نتایج مدل‌سازی دینامیکی اتلاف توان

خصوصیات مدل استفاده شده در مدل‌سازی دینامیکی این سیستم با توجه به مقادیر دستگاه آزمایش (بخش 4) در جدول‌های 1 و 2 آورده شده است. با توجه به اینکه تحقیق ارائه شده در این مقاله در ادامه تحقیق انجام شده توسط محققان مرجع [17] است، از مقادیر گزارش شده آن مرجع استفاده شده است. با تطبیق پاسخ دینامیکی مدل تئوری ارائه شده در این مقاله با نتایج تجربی صحت مقادیر سختی و میرایی تکیه‌گاه‌های مورد استفاده تا حد قابل قبولی بررسی می‌شود. در این قسمت با استفاده از حاصل‌ضرب گشتاور موتور و سرعت زاویه‌ای، توان مصرفی موتور را در دو حالت سالم و معیوب بدست آورده و از تفاضل آن‌ها اتلاف توان محاسبه می‌گردد. در این روش، محاسبه توان تلف شده موتور با استفاده از حاصل‌ضرب گشتاور و سرعت زاویه‌ای محور متحرک است. دلیل استفاده از این روش، در نظر گرفتن قید سرعت ثابت برای موتور است. این قید باعث اضافه شدن یک رابطه به روابط حاکم بر حرکت سیستم می‌شود و بنابراین ماتریس ضرایب در رابطه (9) 9×9 می‌شود. پارامتر در بردار مجهولات در این رابطه، نشانگر گشتاور متناظر با قید سرعت ثابت (رابطه (2)) است که در معادلات دینامیکی ظاهر شده و باعث ثابت ماندن سرعت محور متحرک می‌شود. اگر هیچ عیبی در سیستم نباشد، پس از آن که سیستم به شرایط پایدار خود رسید، مقدار این گشتاور صفر می‌شود. اما اگر در سیستم عیبی وجود داشته باشد، مقدار این گشتاور غیر صفر و به صورت نوسانی می‌شود.

جدول 1 پارامترهای کوپلینگ [17]

Table 1 Coupling parameter [17]

پارامتر	مقدار
شعاع کوپلینگ $r_c(\mathrm{m})$	0.025
ضریب سفتی خطی کوپلینگ $k(\frac{\mathrm{N}}{\mathrm{m}})$	10^5
ضریب میرایی خطی کوپلینگ $C(\frac{\mathrm{Ns}}{\mathrm{m}})$	20
ضریب سفتی پیچشی کوپلینگ $k_r(\frac{\mathrm{N}}{\mathrm{m}})$	1.939×10^5
ضریب میرایی پیچشی کوپلینگ $C_r(\frac{\mathrm{Ns}}{\mathrm{m}})$	97

جدول 2 پارامترهای محورهای محرک و متحرک

Table 2 Parameters of the driving and driven shafts

پارامتر	محور متحرک	محور محرک
طول محور $L(\mathrm{m})$	0.2	0.09
شعاع محور $r(\mathrm{m})$	0.01	0.01
شعاع جرم نابالانس $r_m(\mathrm{m})$	0.09	NA
فاصله تکیه‌گاه تا نیمه کوپلینگ $a(\mathrm{m})$	0.135	0.09
جرم $m(\mathrm{kg})$	2.2	6.5
ممان اینرسی $J(\mathrm{kgm}^2)$	0.0151	0.00036
میرایی تکیه‌گاه $C(\frac{\mathrm{Ns}}{\mathrm{m}})$	75	75
ضریب سختی تکیه‌گاه $k(\frac{\mathrm{N}}{\mathrm{m}})$	4.5×10^6	4.5×10^6
موقعیت زاویه‌ای اولیه مرکز جرم θ_{0i}	0	0

روابط حاکم بر این سیستم با روش رانگ-کوتای مرتبه 5 در بازه زمانی 0 تا 10 ثانیه حل می‌شوند. با حل روابط حاکم بر سیستم و محاسبه توان اتلافی از روش حاصل‌ضرب گشتاور در سرعت زاویه‌ای، توان اتلافی مطابق با"شکل " بدست می‌آید. با توجه به نمودارهای این شکل مشخص است که به طور کلی با افزایش سرعت زاویه‌ای در یک نابالانسی معین، توان تلف شده سیستم رو به افزایش است. البته در این روند افزایشی، بعضی از قسمت‌های نمودار با پرش‌هایی همراه است. اتلاف توان در سرعت‌های دورانی 800 و 1200 دور بر دقیقه دارای ماکزیمم است که می‌تواند به دلیل نزدیک شدن به فرکانس‌های طبیعی اول و دوم باشد.

3-1- تأثیر نابالانسی بر پاسخ سیستم

اگر سیستم معرفی شده در سرعت زاویه‌ای 1000 دور بر دقیقه بدون عیب ناهمراستایی و با نابالانسی متغیر در نظر گرفته شود، نمودارهای جابجایی در جهت‌های X_0، Y_0 و Z_0 برای مرکز جرم دیسک 1 در این چهار حالت به صورت "شکل‌های 6 تا 8" بدست می‌آید. برای بهتر مشخص شدن فرکانس و دامنه نوسانات، نمودارها فقط در بازه زمانی 5 تا 5.25 ثانیه رسم شده‌اند. همان طور که از این شکل‌ها مشخص است، با افزایش جرم نابالانس کننده، جابجایی مرکز دیسک متحرک در جهت‌های X_0، Y_0 و Z_0 به صورت مستقیم افزایش می‌یابد. به عنوان مثال اگر نابالانسی دو برابر شود، جابجایی مرکز دیسک در راستای X_0 حدود دو برابر می‌شود و با سه برابر شدن نابالانسی، دامنه این جابجایی به حدود سه برابر می‌رسد. بنابراین، نابالانسی تأثیر مستقیمی بر جابجایی مرکز دیسک متحرک دارد.

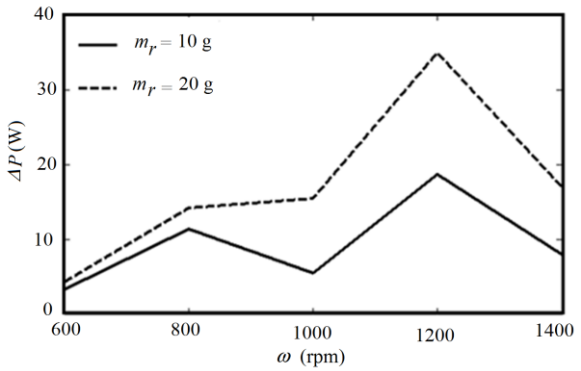

Fig. 5 Power loss due to the variations of unbalance mass and angular velocity with no angular misalignment

شکل 5 تغییرات توان اتلافی به ازای تغییر در نابالانسی و تغییر در سرعت زاویه‌ای در حالت بدون ناهمراستایی زاویه‌ای

[Downloaded from mme.modares.ac.ir on 2024-04-19]

[DOR: 20.1001.1.10275940.1396.17.4.10.6]

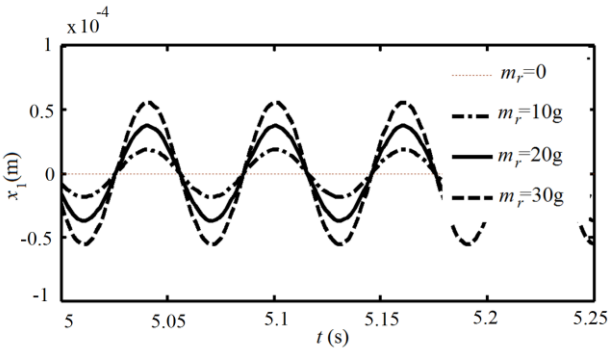

Fig. 6 Displacement of the driven disk in X_0 direction due to the variation of unbalance mass

شکل 6 جابجایی مرکز دیسک متحرک در راستای X_0 در اثر تغییر در مقدار جرم نابالانس کننده

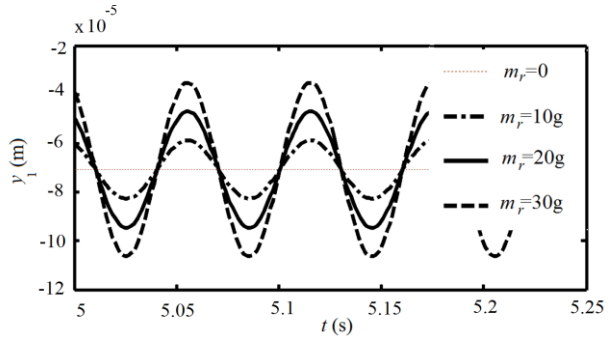

Fig. 7 Displacement of the driven disk in Y_0 direction due to the variation of unbalance mass

شکل 7 جابجایی مرکز دیسک متحرک در راستای Y_0 در اثر تغییر در مقدار جرم نابالانس کننده

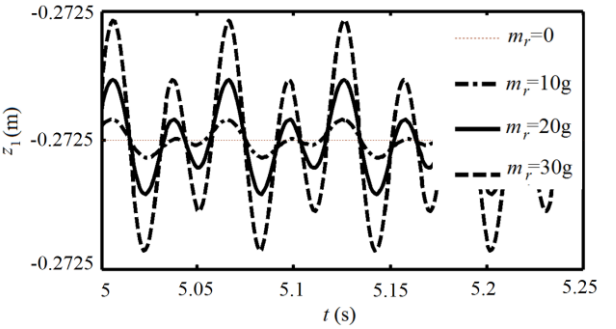

Fig. 8 Displacement of the driven disk in Z_0 direction due to the variation of unbalance mass

شکل 8 جابجایی مرکز دیسک متحرک در راستای Z_0 در اثر تغییر در مقدار جرم نابالانس کننده

علی رغم اینکه در "شکل‌های 6 تا 8" اثر نابالانسی ناچیز است، کاملاً مشخص است که با افزایش جرم نابالانس کننده، جابجایی مرکز دیسک متحرک به صورت خطی افزایش می‌یابد. علی رغم بدیهی بودن این نتیجه به دلیل تأثیر جرم نابالانسی به صورت نیروی گریز از مرکز، این مورد خود می‌تواند دلیلی بر صحت مدلسازی انجام شده تلقی گردد. قابل توجه است که مقادیر جرم نابالانسی با توجه به مقادیر نابالانسی ناخواسته یک سیستم واقعی انتخاب شده‌اند تا تصویر دقیق‌تری از میزان جابجایی مرکز دیسک متحرک را نشان دهند. همچنین اشاره به این نکته لازم بنظر می‌رسد که بدیهی بودن این نتایج، بیشتر به صورت کیفی قابل پیش بینی می‌باشد، اما بررسی کمّی آنها مستلزم تحلیل دقیق است.

3-2- تأثیر ناهمراستایی بر پاسخ سیستم

در این سیستم، اگر سرعت زاویه‌ای 1000 دور بر دقیقه و سیستم بدون نابالانسی درنظر گرفته شود و ناهمراستایی زاویه‌ای در آن تغییر کند، نمودارهای جابجایی در جهت‌های X_0، Y_0 و Z_0 برای مرکز جرم دیسک 1 در این چهار حالت به صورت "شکل‌های 9 تا 11" بدست می‌آید. با توجه به این شکل‌ها می‌توان دریافت که با افزایش زاویه ناهمراستایی، جابجایی مرکز دیسک متحرک در همه جهت‌ها به صورت غیرخطی افزایش می‌یابد. همچنین با توجه به این شکل‌ها، اگر زاویه ناهمراستایی دو برابر شود، جابه‌جایی مرکز دیسک در راستای X_0 حدود چهار برابر می‌شود و با سه برابر شدن زاویه ناهمراستایی، دامنه این جابجایی به حدود 10 برابر می‌رسد. اگر زاویه ناهمراستایی دو برابر شود، جابجایی مرکز دیسک در راستای Y_0 حدود دو برابر می‌شود و با سه برابر شدن زاویه ناهمراستایی، این جابجایی به حدود 3.5 برابر می‌رسد. بنابراین، مشاهده می‌شود که رابطه جابجایی دیسک و مقدار ناهمراستایی غیرخطی می‌باشد. دلیل این امر را می‌توان با توجه به این نکته که در تمام روابط زاویه ناهمراستایی به صورت توابع هارمونیک ظاهر می‌شود توجیه کرد. با توجه به اینکه به طور معمول در سیستم‌های دوار صنعتی با ناهمراستایی‌های کوچک ناخواسته مواجه هستیم، انتخاب مقادیر کوچک زوایای ناهمراستایی قابل توجیه است.

3-3- نیروهای وارد بر تکیه‌گاه‌ها

دو دسته نیرو در ماشین‌های دوار وجود دارد. یک دسته از نیروها در قطعات

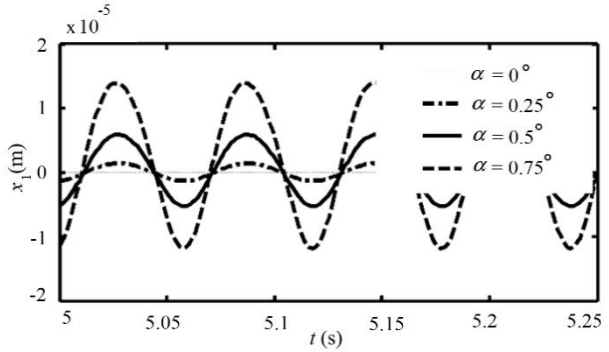

Fig. 9 Displacement of the driven disk in X_0direction due to the variation of angular misalignment

شکل 9 جابجایی مرکز دیسک متحرک در راستای X_0 در اثر تغییر در زاویه ناهمراستایی

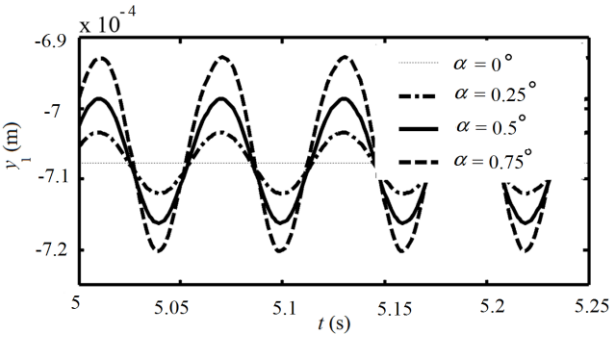

Fig. 10 Displacement of the driven disk in Y_0 direction due to the variation of angular misalignment

شکل 10 جابجایی مرکز دیسک متحرک در راستای Y_0 در اثر تغییر در زاویه ناهمراستایی

[Downloaded from mme.modares.ac.ir on 2024-04-19]

[DOR: 20.1001.1.10275940.1396.17.4.10.6]

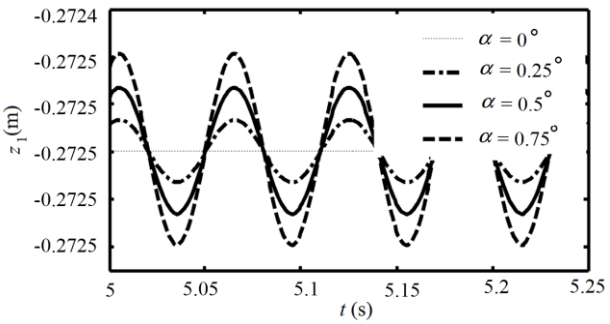

Fig. 11 Displacement of the driven disk in Z_0 direction due to the variation of angular misalignment

شکل 11 جابجایی مرکز دیسک متحرک در راستای Z_0 در اثر تغییر در زاویه ناهمراستایی

دوار هستند که به واسطه حرکت ایجاد می‌شوند. این نیروها شامل نیروهای گریز از مرکز، اثرات تغییر شکل انحرافی به خاطر تغییر دما و ناهمراستایی هستند و نسبت به یک دستگاه مرجع دوّار، معمولاً دامنه ثابتی دارند [22].

دسته دوم نیروهایی هستند که در قطعات غیر دوار به وجود می‌آیند و به خاطر حرکت تولید می‌شوند. این دو دسته از نیروها در تکیه‌گاه‌ها با هم ترکیب می‌شوند. با استفاده از رابطه (45) می‌توان مقادیر حاصل از تغییر در نابالانسی را برای سرعت دورانی‌های متفاوت و در حالتی که سیستم بدون عیب ناهمراستایی است بدست آورد. با توجه به "شکل 12" مشاهده می‌شود که با افزایش نابالانسی، نیروی وارد بر تکیه‌گاه محور متحرک بطور خطی افزایش می‌یابد. دلیل این امر تأثیر جرم نابالانسی به صورت نیروی گریز از مرکز است. این نتیجه دلیلی بر صحت مدلسازی می‌تواند باشد. از رابطه (17) مشخص است که تغییر جرم نابالانس کننده، به صورت مستقیم بر نیروی گریز از مرکز اثر می‌گذارد. همچنین می‌توان مقادیر نیروی وارد بر تکیه‌گاه‌ها را در اثر تغییر در ناهمراستایی برای سرعت‌های دورانی متفاوت و در حالتی که سیستم بدون عیب نابالانسی است، محاسبه کرد ("شکل 13"). با توجه به "شکل 13" می‌توان دریافت که با افزایش مقدار ناهمراستایی زاویه‌ای، دامنه نیروی وارد بر تکیه‌گاه نیز به صورت غیرخطی افزایش می‌یابد. به عنوان مثال با دو برابر کردن مقدار زاویه ناهمراستایی، نیروی وارد بر تکیه‌گاه دو برابر نمی‌شود. نکته دیگری که باید به آن اشاره کرد، ثابت ماندن دوره تناوب به علت ثابت ماندن سرعت زاویه‌ای موتور است.

4- تحلیل آزمایشگاهی اتلاف توان

4-1- معرفی دستگاه شبیه‌ساز عیوب

دستگاه شبیه‌ساز عیوب شامل یک پایه نگهدارنده، یک بخش محرک و یک بخش متحرک است ("شکل 14"). پایه نگهدارنده، صفحه‌ای مستطیل شکل از جنس فولاد به ابعاد $20\times200\times700$ میلی‌متر و وزن 20 کیلوگرم است که بخش‌های محرک و متحرک روی آن قرار گرفته‌اند. جرم کل دستگاه در حدود 50 کیلوگرم است. به کمک مکانیزمی که در زیر موتور (بخش محرک) تعبیه شده، می‌توان هر دو نوع ناهمراستایی موازی و زاویه‌ای را در دو حالت خالص و ترکیبی ایجاد کرد. لازم به ذکر است که مکانیزم زیر موتور برای ایجاد ناهمراستایی موازی خالص حداکثر 10 میلی‌متر و ناهمراستایی زاویه‌ای خالص حداکثر 4.5 درجه طراحی شده‌اند ولی به دلیل محدودیت‌هایی چون خرابی سریع کوپلینگ، موتور و یاتاقان‌های غلتشی حداکثر میزان مجاز برای ایجاد ناهمراستایی موازی خالص 1.5 میلی‌متر و ناهمراستایی زاویه‌ای خالص 1 درجه است [17]. بخش متحرک شامل سه

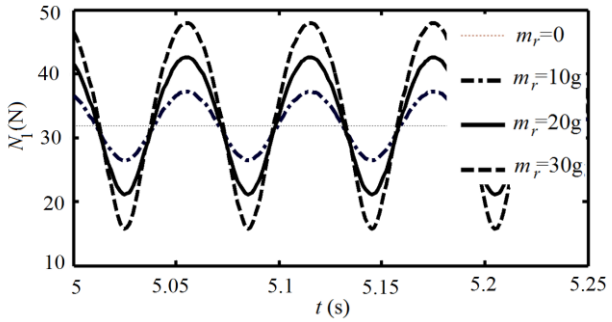

Fig. 12 The effect of unbalance mass on the applied force of bearing 1 of the driven axis

شکل 12 تأثیر تغییر جرم نابالانس کننده بر نیروی وارد به تکیه‌گاه شماره 1 محور متحرک

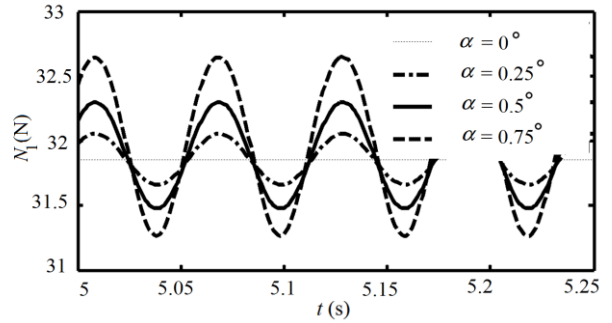

Fig. 13 The effect of angular misalignment on the applied force of bearing 1 of the driven axis

شکل 13 تأثیر تغییر زاویه ناهمراستایی بر نیروی وارد به تکیه‌گاه شماره 1 محور متحرک

قسمت دیسک و محور، کوپلینگ و تکیه‌گاه‌هاست. محور به کار رفته در این دستگاه از جنس فولاد SPK است (نوعی فولاد ابزار سرد کار که در استاندارد DIN با کد 1.2080 مشخص شده است). طول کل محور 480 میلی‌متر و طول بین دو یاتاقان 208 میلی‌متر در نظر گرفته شده است. همچنین قطر محور 20 میلی‌متر است. این قطر با دقت 1 میکرون با روش سنگ زنی محوری به دست آمده است. دیسک مورد استفاده به عنوان جرم متحرک، دارای شعاع 100 میلی‌متر ضخامت 15 میلی‌متر است. این دیسک در دو شعاع (60 و 90 میلی‌متری از مرکز دیسک) دارای 36 سوراخ است که فاصله‌ی محیطی آن‌ها از هم 10 درجه است (جمعاً 64 سوراخ).

همچنین فاصله‌ی یک سوراخ از ردیف 60 میلی‌متری با سوراخی از ردیف 90 میلی‌متری، 5 درجه است. به این ترتیب می‌توان با فواصل 5 درجه‌ای در دو شعاع 60 و 90 میلی‌متر در دیسک، نابالانسی جرمی ایجاد

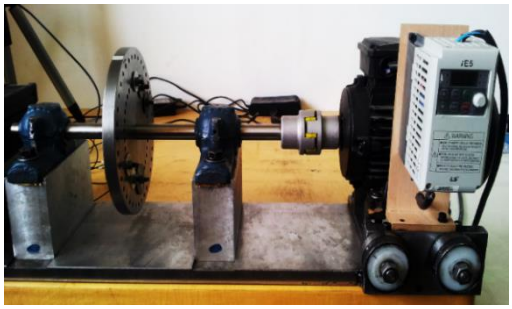

Fig. 14 Failure simulation system

شکل 14 دستگاه شبیه‌ساز عیوب

[Downloaded from mme.modares.ac.ir on 2024-04-19]

[DOR: 20.1001.1.10275940.1396.17.4.10.6]

کرد. دیسک و محور ابتدا با جازدن فشاری به یکدیگر متصل و برای اطمینان از عدم لغزش دیسک بر روی محور، سه عدد پیچ مغزی، به فاصله‌ی 120 درجه از یکدیگر، این دو را به یکدیگر صلب کرده‌اند. کوپلینگ انعطاف‌پذیر به کار رفته در دستگاه شبیه‌ساز، از نوع Jaw کوپلینگ است. کوپلینگ دستگاه شامل دو نیمه‌ی آلومینیومی و یک ماده انعطاف‌پذیر از جنس الاستومتر است ("شکل 15"). این کوپلینگ با کمک دو پیچ مغزی به محورها متصل شده است. یاتاقان‌های غلتشی به کار رفته در دستگاه از نوع 22205 شرکت اف-ای-جی هستند.

بخش محرک شامل الکتروموتور و تغییر دهنده فرکانس است. الکتروموتور استفاده شده در دستگاه، از نوع AM 717 AA شرکت لافرت است. این موتور سه فاز 5.8 کیلوگرمی دارای توان 0.5 اسب‌بخار است. همچنین حداکثر سرعت این موتور دوقطبی، 2820 دور بر دقیقه است. ممان اینرسی و جرم روتور این الکتروموتور به ترتیب 32×10^{-5} کیلوگرم متر مربع و 1.167 کیلوگرم است. برای انجام آزمایش‌ها در سرعت‌های مختلف، نیاز به یک تغییر دهنده‌ی سرعت است. بنابراین از یک تغییر دهنده فرکانس (اینورتور) 0.5 اسب‌بخار و 3000 دور بر دقیقه‌ی مدل IA5 شرکت ال-اس کره جنوبی، استفاده شده است. این اینورتور با استفاده از تغییر فرکانس برق ورودی، تغییر دور در موتور ایجاد می‌کند. باید توجه داشت که در اثر عیوب ایجاد شده در سیستم، سرعت دورانی تغییر خواهد کرد. برای تنظیم دقیق سرعت دورانی از یک تاکومترکه متعلق به دستگاه ثبت و تحلیل ارتعاشات از نوع 3560-B-020 شرکت بی-کی است، استفاده گردید.

برای اندازه‌گیری توان مصرفی موتور در اثر عیوب، لازم است از یک تحلیل‌گر توان استفاده گردد. این تحلیل‌گر توان از نوع DW-6090A شرکت لوترن است. با استفاده از آن می‌توان مقادیری مانند اختلاف پتانسیل، جریان عبوری، ضریب توان و توان مصرفی دستگاه را در هر لحظه مشاهده کرد. همچنین همراه این دستگاه، نرم‌افزاری ارائه شده است که می‌توان از آن برای ثبت داده‌های اندازه‌گیری شده بر روی رایانه استفاده کرد.

4-2- نتایج تجربی اتلاف توان

به منظور تبیین تأثیر عیوب نابالانسی و ناهمراستایی بر تغییرات اتلاف توان، مقدار اتلاف توان در سرعت‌های دورانی مختلف محور ورودی به‌صورت تجربی اندازه‌گیری شده است. نتایج حاصل در "شکل 16" برای مقادیر مختلف جرم نابالانس کننده در حالت بدون عیب ناهمراستایی و در "شکل 17" برای مقادیر مختلف ناهمراستایی در حالت بدون عیب نابالانسی نشان داده شده است.

با توجه به نتایج هر دو شکل، به وضوح مشاهده می‌شود که مقدار اتلاف توان برای هر دو عیب نابالانسی و ناهمراستایی با افزایش سرعت دورانی، افزایش قابل ملاحظه‌ای پیدا می‌کند. به طور خاص در سرعت‌های دورانی بالاتر از 1000 rpm، به ازای افزایش مقادیر جرم نابالانس کننده و همچنین

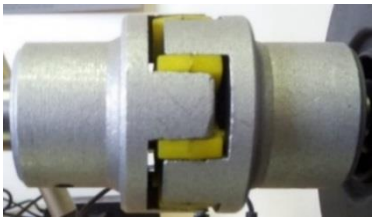

Fig. 15 The coupling which is used in the system

شکل 15 کوپلینگ به کار رفته در دستگاه [17]

مقادیر زاویه ناهمراستایی، افزایش اتلاف توان بیشتری مشاهده می‌شود. این نتایج تا حد زیادی مؤید نتایج تئوری حاصل از مدلسازی سیستم که در بخش‌های قبل بدست آمدند، می‌باشد.

در "شکل 18" مقدار اتلاف توان بر اساس روش‌های تئوری و تجربی با عیب نابالانسی نشان داده شده است. با مقایسه بین دو نمونه انتخابی مربوط به جرم نابالانس کننده 10 گرمی مشاهده می‌شود که از نظر رفتاری مدل تجربی با مدل تئوری همخوانی دارد. اما به دلیل عواملی مانند اتلاف انرژی داخل موتور، انرژی تلف شده به صورت گرما و نداشتن مقادیر دقیق پارامترهایی مانند سفتی تکیه‌گاه‌ها و کوپلینگ‌ها، اختلاف‌هایی در نمودار مشاهده می‌شود. از دیگر عوامل این اختلاف می‌توان به روش مدلسازی کوپلینگ انعطاف‌پذیر با استفاده از المان‌های فنر-میرا کننده خطی و پیچشی اشاره کرد. نکته قابل توجه در "شکل 18 " این است که در مقایسه با "شکل 5"، مقادیر اتلاف توان فقط تا سرعت دورانی 1000 دور بر دقیقه نمایش داده شده است. اتلاف توان در سرعت‌های دورانی 800 و 1200 دور بر دقیقه دارای ماکزیمم است که به دلیل نزدیک شدن به فرکانس‌های طبیعی اول و دوم باشد. این مورد به صورت خاص با ایجاد لرزش‌هایی که در سیستم دوار در این سرعت‌ها به وجود می‌آید قابل تشخیص می‌باشد.

با در نظر گرفتن اینکه در حالت تجربی، ناهمراستایی ذاتی در سیستم وجود دارد به نظر می‌رسد که نتایج"شکل 18" باید برعکس باشد. اما نکته قابل توجه در نتایج حاصل از مدلسازی تئوری این است که با تغییر مقادیر پارامترهای سختی و میرایی کوپلینگ انعطاف‌پذیر می‌توان به همان نتایج تحلیل تجربی دست یافت. به عبارت دیگر، می‌توان با مبنا قرار دادن نتایج

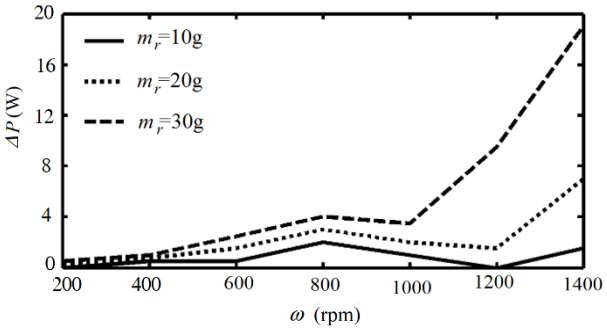

Fig. 16 The experimental results of power loss for various angular velocities and unbalance masses without misalignment

شکل 16 تغییرات اتلاف توان تجربی بر حسب سرعت دورانی برای مقادیر مختلف جرم نابالانس کننده در حالت بدون عیب ناهمراستایی

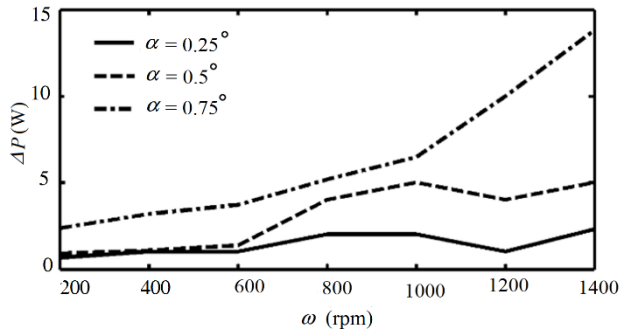

Fig. 17 The experimental results of power loss for various angular velocities and misalignment angles without unbalance mass

شکل 17 تغییرات اتلاف توان تجربی بر حسب سرعت دورانی برای مقادیر مختلف ناهمراستایی در حالت بدون عیب نابالانسی

[Downloaded from mme.modares.ac.ir on 2024-04-19]

[DOR: 20.1001.1.10275940.1396.17.4.10.6]

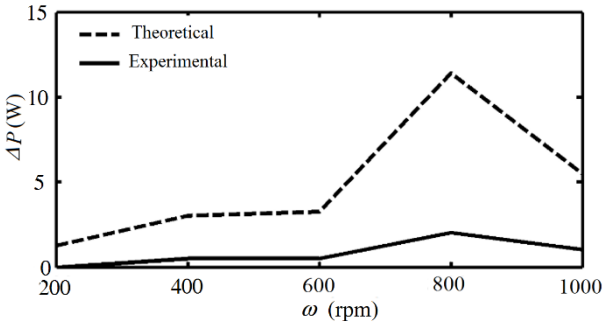

Fig. 18 The comparison between theoretical and experimental results for unbalance mass of 10 g and without misalignment

شکل 18 مقایسه بین مدل‌سازی تجربی و تئوری برای جرم نابالانس کننده 10 گرم، در حالت بدون عیب ناهمراستایی

حاصل از تحلیل تجربی و استفاده از معادلات حاکم بر مدل تئوری، اقدام به شناسایی دقیق پارامترهای مجهول کوپلینگ انعطاف‌پذیر کرد.

5- نتیجه‌گیری

در این پژوهش، ابتدا با مدل‌سازی قسمت‌های مختلف یک سیستم دوار دیسک-محور-کوپلینگ با کوپلینگ انعطاف‌پذیر با استفاده از روشی نوین مبتنی بر دینامیک محاسباتی، میزان اتلاف توان در صورت وجود هر دو عیب ناهمراستایی زاویه‌ای و نابالانسی تعیین گردید. برای این منظور، از المان‌های فنر-میراکننده خطی و پیچشی برای مدل‌سازی کوپلینگ انعطاف‌پذیر استفاده شد.

با توجه به نتایج تئوری حاصل از مدل‌سازی سیستم، مشاهده شد که با افزایش سرعت زاویه‌ای، به طور کلی توان اتلافی سیستم افزایش می‌یابد. پس از آن، به بررسی دامنه جابجایی مرکز محور متحرک در اثر تغییر در نابالانسی و ناهمراستایی زاویه‌ای پرداخته شد. همچنین مشاهده شد که با افزایش جرم نابالانس کننده، جابجایی مرکز دیسک متحرک در تمام جهت‌ها به صورت خطی افزایش می‌یابد. در ادامه، نیروهای وارد بر تکیه‌گاه‌های محور متحرک در اثر تغییرات مقادیر نابالانسی و زاویه ناهمراستایی مورد بررسی قرار گرفتند. مشاهده شد که با افزایش نابالانسی، نیروی وارد بر تکیه‌گاه محور متحرک بطور خطی افزایش می‌یابد، در حالیکه با افزایش مقدار ناهمراستایی زاویه‌ای، دامنه این نیرو به صورت غیرخطی افزایش می‌یابد.

در پایان به بررسی تجربی توان اتلافی یک سیستم شبیه‌ساز عیوب پرداخته شد که نمودار توان اتلافی حاصل از این آزمایش‌ها، از نظر رفتار مؤید نمودارهای حاصل از مدل‌سازی تئوری بود. به طور خاص در سرعت‌های دورانی بالاتر از 1000rpm، به ازای افزایش مقادیر جرم نابالانس کننده و همچنین مقادیر زاویه ناهمراستایی، افزایش اتلاف توان بیشتری مشاهده شد.

6- مراجع

[1] C. B. Gibbons, Coupling misalignment forces, *Proceedings of the 5th Turbomachinery Symposium, Turbomachinery Laboratory*, Texas A&M University, College Station, October, pp. 12-14, 1976.

[2] M. Xu, R. Marangoni, Vibration analysis of a motor-flexible coupling-rotor system subject to misalignment and unbalance, part I: theoretical model and analysis, *Journal of Sound and Vibration*, Vol. 176, No. 5, pp. 663-679, 1994.

[3] A.S. Sekhar, B. S. Prabhu, Effects of coupling misalignment on vibrations of rotating machinery, *Journal of Sound and Vibration*, Vol. 185, No. 4, pp. 655-671, 1995.

[4] Y. S. Lee, C. W. Lee, Modeling and vibration analysis of misaligned rotor-ball bearing systems, *Journal of Sound and Vibration*, Vol. 224, No. 1, pp. 17-32, 1999.

[5] K. Al-Hussain, I. Redmond, Dynamic response of two rotors connected by rigid mechanical coupling with parallel misalignment, *Journal of Sound and Vibration*, Vol. 249, No. 3, pp. 483-498, 2002.

[6] M. A. Hili, T. Fakhfakh, L. Hammami, M. Haddar, Shaft misalignment effect on bearings dynamical behavior, *The International Journal of Advanced Manufacturing Technology*, Vol. 26, No. 5, pp. 615-622, 2005.

[7] A. Lees, Misalignment in rigidly coupled rotors, *Journal of Sound and Vibration*, Vol. 305, No. 1-2, pp. 261-271, 2007.

[8] V. Hariharan, P. Srinivasan, Vibration analysis of misaligned shaft-ball bearing system, *Indian Journal of Science and Technology*, Vol. 2, No. 9, pp. 45-50, 2009.

[9] C. Y. Tsai, S. C. Huang, Transfer matrix for rotor coupler with parallel misalignment, *Journal of Mechanical Science and Technology*, Vol. 23, No. 5, pp. 1383-1395, 2009.

[10] A. K. Jalan, A. Mohanty, Model based fault diagnosis of a rotor–bearing system for misalignment and unbalance under steady-state condition, *Journal of Sound and Vibration*, Vol. 327, No. 3-5, pp. 604-622, 2009.

[11] T. H. Patel, A. K. Darpe, Vibration response of misaligned rotors, *Journal of Sound and Vibration*, Vol. 325, No. 3, pp. 609-628, 2009.

[12] Z. Wan, J. P. Jing, G. Meng, Y. Yang, H. Y. Bai, Theoretical and experimental study on the dynamic response of multi-disk rotor system with flexible coupling misalignment, *Journal of Mechanical Engineering Science*, Vol. 226, No. 12, pp. 2874-2886, 2012.

[13] H. A. Gaberson, Rotating machinery energy loss due to misalignment, *Proceedings of the 31st Intersociety Energy Conversion Engineering Conference*, Washington, USA, 11-16 Aug, pp. 1809-1812, 1996.

[14] H. A. Gaberson, R. Cappillino, Rotating Machinery Energy Loss Due to Shaft Misalignment, *Proceedings of the Society for Machinery Failure Preventive Technology*, Virginia Beach, VA, pp. 519-530, March 30 -April 2, 1998.

[15] H. A. Gaberson, R. Cappillino, Energy losses caused by machinery misalignment and unbalance, *Proceedings of the 17th International Modal Analysis Conference*, Kissimmee, Florida, USA, pp. 1322-1327, 1999.

[16] E. Estupinan, D. Espinoza, A. Fuentes, Energy losses caused by misalignment in rotating machinery: a theoretical, experimental and industrial approach, *International Journal of Comadem*, Vol. 11, No. 2, pp. 12-18, 2008.

[17] M. Fallah Tafti, M. E. Khodaei, M. Nouri Khajavi, G. Payganeh, M. Rafeeyan, Detection of the unbalance and misalignment faults in a typical coupling-disk-shaft set, *Proceedings of the 2nd International Conference on Acoustics and Vibration*, ISAV2012, Tehran, pp. 1-8, 2012. (in Persian فارسی)

[18] M. E. Khodaei, M. Rafeeyan, S. Ebrahimi, energy loss calculation due to misalignment and unbalance in coupling-disk system, *Modares Mechanical Engineering*, Vol. 12, No. 3, pp. 156-162, 2012. (in Persian فارسی)

[19] M. A. Bulsara, A.D. Hingu, P.S. Vaghasiya, Energy loss due to unbalance in rotor–shaft system, *Journal of Engineering, Design and Technology*, Vol. 14, No. 2, pp. 277 – 285, 2016.

[20] A. A. Shabana, *Computational Dynamics*, Third Edition, pp. 274-279, New York: John Wiley & Sons, 2010.

[21] NTN. Corporation, *Ball and Rolling Bearings Handbook*, Cat. No. 2200/E, pp. A-78, 2009.

[22] V. Wowk, *Machinery Vibration: Balancing*, *Special Reprint Edition*, Chapter 3, pp. 21-34, New York: McGraw-Hill, 1998.

[Downloaded from mme.modares.ac.ir on 2024-04-19]

[DOR: 20.1001.1.10275940.1396.17.4.10.6]