



ترکیب روش سیال روح- شبکه بولتزمن با روش شارژ مجدد برای شبیه‌سازی مرزهای منحنی متحرک با انتقال حرارت

محسن مظفری شمسی^۱, محمد سفید^{۲*}, غلامرضا ایمانی^۳

۱- دانشجوی دکتری، مهندسی مکانیک، دانشگاه یزد، یزد

۲- دانشیار، مهندسی مکانیک، دانشگاه یزد، یزد

۳- استادیار، مهندسی مکانیک، دانشگاه خلیج فارس، بوشهر

* یزد، صندوق پستی ۸۹۱۹۵-۷۴۱ mhsefid@yazd.ac.ir

چکیده

در این مقاله، برای اعمال مرزهای منحنی حرارتی متحرک، برای اولین بار روش سیال روح- شبکه بولتزمن برای شبیه‌سازی مرزهای منحنی، با یک روش شارژ مجدد بر مبنای برونویلی، تلقیق شده است. در مرزهای متحرک در هر نکرار تعدادی از گره‌های دامنه جامد به دامنه سیال گام می‌گذارند که برای تخمین توابع توزیع مجهول انرژی و چگالی در چنین گره‌هایی از روش شارژ مجدد استفاده می‌شود. برای بررسی صحت روش ارائه شده، چندین مسأله شبیه‌سازی شده است. از جمله این مسأله‌ها، مسأله جابجایی طبیعی بین دو سیلندر هم‌مرکز و غیرهم‌مرکز و همچنین انتقال حرارت از سیلندر درون جریان آزاد است که جهت اعتبار سنجی روش سیال روح- شبکه بولتزمن با زمان آسودگی چند گانه در شبیه‌سازی مرزهای منحنی هیدرودینامیکی و حرارتی استفاده شده است. همچنین برای بررسی صحت روش شارژ مجدد به کار گرفته شده در این مقاله، مسأله ته نشینی یک ذره سرد هم‌دمای در یک کانال عمودی شده است. نتایج نشان دهنده توانایی روش سیال روح همراه با روش شارژ مجدد در روش شبکه بولتزمن برای شبیه‌سازی مرزهای متحرک حرارتی با دقت بالا است.

اطلاعات مقاله

مقاله پژوهشی کامل

دریافت: ۳۰ آبان ۱۳۹۵

پذیرش: ۲۶ دی ۱۳۹۵

ارائه در سایت: ۲۵ بهمن ۱۳۹۵

کلید واژگان:

شبکه بولتزمن حرارتی

سیال روح

شرایط مرزی حرارتی دریچلت و نیومن

میانیابی دو خطی

Combination of ghost fluid-lattice Boltzmann and refilling methods for simulation of the moving curved boundaries with heat transfer

Mohsen Mozafari-Shamsi¹, Mohammad Sefid^{1*}, Gholamreza Imani²

1- Department of Mechanical Engineering, Yazd University, Yazd, Iran

2- Department of Mechanical Engineering, Persian Gulf University, Bushehr, Iran

* P.O.B. 89195-741 Yazd, Iran, mhsefid@yazd.ac.ir

ARTICLE INFORMATION

Original Research Paper

Received 20 December 2016

Accepted 15 January 2017

Available Online 13 February 2017

Keywords:

Thermal lattice Boltzmann method

Ghost fluid

Dirichlet and Neumann boundary conditions

Bilinear interpolation

ABSTRACT

In this article, the ghost fluid-lattice Boltzmann method, used to simulate the curved boundaries is combined with an extrapolation based refilling method to cope with the moving curved boundaries, where in each iteration some of the solid nodes step into the fluid domain. The refilling method is used to approximate the unknown density and internal energy distribution functions of such solid nodes. To examine the accuracy of the presented method, several case studies are considered. From those case studies, natural convection problem between two concentric and eccentric cylinders as well as heat transfer from a cylinder in a cross flow are considered to validate the ghost-fluid lattice Boltzmann method used to simulate the hydrodynamic and thermal conditions at the curved boundaries. To test the accuracy of the employed refilling method, sedimentation of a single isothermal cold particle in a vertical channel is investigated. The results show that the presented ghost fluid-lattice Boltzmann method with refilling is capable of simulating the moving thermal curved boundaries with excellent accuracy.

عبور مرز از نقاط شبکه، با مشکلاتی همراه است. این مشکلات نه تنها در روش‌های سنتی که بر پایه گستته‌سازی معادلات ناویراستوکس^۲ مانند المان محدود و تفاضل محدود هستند، بلکه در روش شبکه بولتزمن که بر پایه حل معادلات بولتزمن و تئوری جنبشی^۳ بنا شده است نیز وجود دارد [۱]. چرا که بر اساس همین ماهیت جنبشی، روش شبکه بولتزمن استاندارد معادلات بولتزمن را در شبکه دکارتی یکنواخت حل می‌کند.

² Navier-Stokes equations

³ Kinetic theory

شبیه‌سازی جریان هیدرودینامیکی و حرارتی سیال بر روی سطوح منحنی متحرک در بسیاری از کاربردهای صنعتی به عنوان مثال یک توب فلزی داغ که برای خنک کاری در یک سیال سرد فرو می‌رود، سیلندرهای خشک کن در صنایع شیمیایی، کاغذ و نساجی، همچنین خنک کاری پرهای تورین و لوازم الکترونیکی اهمیت زیادی دارد. اعمال شرایط مرزی هیدرودینامیکی و حرارتی در چنین مرزهای پیچیده‌ای، در شبکه‌های دکارتی^۱، به علت عدم

¹ Cartesian grid

برای ارجاع به این مقاله از عبارت ذیل استفاده نمایید:

M. Mozafari-Shamsi, M. Sefid, Gh. Imani, Combination of ghost fluid-lattice Boltzmann and refilling methods for simulation of the moving curved boundaries with heat transfer, *Modares Mechanical Engineering*, Vol. 17, No. 2, pp. 263-274, 2017 (in Persian)

این روش باعث بی ثباتی عددی و همچنین ایجاد موج‌های فشار ناخواسته در شبیه‌سازی جریان‌های تراکم ناپذیر با اعداد رینولز بالا و یا جریان‌های تراکم ناپذیر عبوری از موانع می‌شود. برای رفع این مشکلات روش شبکه بولتزمون با زمان آرامش چندگانه^۵ (MRT) برای اولین بار توسط هوبر^۶ [15] ارایه شد و سپس توسط لامنده و لو [1] مورد بررسی قرار گرفت. بعد از آن MRT به عنوان روشی مناسب برای غلبه بر مشکلات SRT شناخته شد و مورد استفاده قرار گرفت. در این مطالعه از مدل MRT برای توابع توزیع چگالی و از مدل SRT برای توابع توزیع انرژی استفاده شده است.

بررسی مرزهای منحنی متوجه در شبکه‌های دکارتی، پیچیده تر از حالتی است که مرز ساکن است، چرا که در هر تکرار تعدادی از گره‌های درون دامنه جامد به دامنه سیال گام می‌گذارند. روش‌های عددی متعددی برای اعمال مرزهای منحنی متوجه وجود دارند که بر اساس شبکه بندی منطبق بر بدن هستند. این روش‌ها برای شبیه‌سازی مرزهای منحنی متوجه عموماً نیاز به شبکه بندی مجدد دارند و به همین دلیل هزینه محاسباتی بالایی دارند. از جمله این روش‌ها می‌توان به روش‌های اویلر-لاگرانژ دلخواه^۷ (ALE) و المان محدود و حجم محدود اشاره کرد [17,16]. هر چند در سال‌های اخیر روش‌هایی برای رفع نیاز به شبکه بندی مجدد در این روش‌ها ابداع شده است [17]، استفاده از روش شبکه بولتزمون که اساساً از شبکه کارتزین استفاده می‌کند و دارای الگوریتم ساده‌ای است، می‌تواند برای شبیه‌سازی مرزهای پیچیده متوجه بسیار مفید باشد. بدین منظور، برای اولین بار از روش شارژ مجدد^۸ در شبکه بولتزمون شبیه‌سازی کردند. بعد از آن روش‌های دیگری برای شارژ مجدد گره‌های جدید برای شبیه‌سازی مرزهای متوجه هیدرودینامیکی ارایه شد [18].

طبق بررسی‌های انجام شده، مطالعه حاضر اولین تلاش برای شبیه‌سازی حرارتی مرزهای متوجه پیچیده با در نظر گرفتن روش شارژ مجدد و همچنین استفاده از روش کارآمد سیال روح-شبکه بولتزمون (GF-LBM) در مرز متحرک حرارتی است. این در حالی است که در مطالعات پیشین، روش‌های مختلفی برای شبیه‌سازی شرایط مرزی حرارتی دریچلت و نیومن در مرزهای منحنی غیر متوجه ارایه شده است [21,20,8].

هاشمی و همکاران [22] نشست یک ذره را با مرز حرارتی دما ثابت شبیه‌سازی کردند. این نویسنده‌گان فرض کردند که همواره مرز منحنی حرارتی دقیقاً در وسط گره‌های شبکه قرار می‌گیرد. قابل ذکر است که فرض مذکور با توجه به سرعت غیر یکنواخت ذره و یکنواخت بودن شبکه منطقی نیست. همچنین آن‌ها هیچ اشاره‌ای به روش استفاده شده جهت شارژ مجدد گره‌هایی از جامد که به دلیل متحرک بودن مرز در هر گام زمانی به دامنه سیال گام می‌گذارند، نکرdenد. ضمناً آن‌ها از روش تبادل مومنتم ساده^۹ برای محاسبه نیرو استفاده کردند که نتایج درستی بدست نمی‌دهد [23].

با توجه به مطالعه ارایه شده، در این تحقیق برای اولین بار مرزهای منحنی متوجه با شرایط مرزی حرارتی دما ثابت و شارژ مجدد و همکاران [14] شبیه‌سازی شده است. در روش ارایه شده، مشابه با روشی که توسط لامنده و همکاران [6] برای شبیه‌سازی هیدرودینامیکی جریان روی مرز پیچیده متوجه شده است، علاوه بر توابع توزیع چگالی، توابع توزیع

در دهه اخیر، محققان تلاش‌های بسیاری در جهت بهبود توانایی روش شبکه بولتزمون در شبیه‌سازی مرزهای منحنی انجام داده‌اند. فلیپو و هائل [2] اولین محققانی هستند که توانستند با کمک روش پرس رو به عقب و ایده برونویابی توابع توزیع، مرزهای منحنی را در شبکه دکارتی مدل‌سازی کنند. این مدل مشکل ناپایداری داشت که بعد از آن مدل سازی کنند. این مدل حد زیادی برطرف شد. در تحقیقی دیگر، یک روش ساده و دقیق با تلفیق روش انعکاس رو به عقب و میانیابی توسط بوزیدی و همکاران [5] ارایه شد که تنها محدود به مرزهای ثابت بود. لامنده و همکاران [6] شرط مرزی بوزیدی را جهت اعمال مرزهای متوجه گسترش دادند و سپس گو و همکاران [7] توابع توزیع مجھول را به دو بخش تعادلی و غیر تعادلی تقسیم کردند و ایده برونویابی تابع توزیع غیر تعادلی را برای اعمال شرط عدم لغزش در مرزهای منحنی ارایه کردند.

علاوه بر مرزهای هیدرودینامیکی، بسیاری از محققان، روش‌هایی را برای اعمال شرایط مرزی منحنی حرارتی در روش شبکه بولتزمون پیشنهاد و بررسی کردند. به عنوان اولین مطالعه در این زمینه هوانگ و همکاران [8] روش گو و همکاران [7] را برای اعمال شرط مرزی حرارتی روی مرزهای منحنی توسعه دادند. در مطالعه‌ای دیگر ژانگ و همکاران [9] برای شبیه‌سازی شرط مرزی منحنی، یک روش با دقت مرتبه اول با استفاده از روش تفاضل محدود ارایه دادند. هیچکدام از این مطالعه‌ها، مثالی برای استفاده از روش خود جهت اعمال مرزهای منحنی با شرط حرارتی نیومن ارائه نداده‌اند.

رویکرد دیگری که در برخورد با مرزهای منحنی بسیار کارآمد است، روش سیال روح^{۱۰} است که برای اولین بار توسط تیواری و ونکا [10] به شبکه بولتزمون وارد شد و سپس محققان توانایی‌های این روش برای شبیه‌سازی جریان‌هایی با مرزهای متوجه بروزی کرده و برتری‌های این روش را نسبت به دیگر روش‌های موجود را به اثبات رساندند [11,12]. خزانی و همکاران [13] نیز برای اولین بار از روش سیال روح برای شبیه‌سازی شرایط مرز منحنی حرارتی استفاده کردند. آن‌ها از روش معکوس وزنی فاصله^{۱۱} برای میانیابی مقادیر در نقاط تصویر استفاده کردند. در روش آن‌ها، بعضی از موقعیت‌ها-مانند هنگامی که فاصله نقطه تصویر و یکی از گره‌های سیال کم باشد و یا موقعیت‌هایی که یکی از گره‌های همسایه تصویر درون دامنه جامد قرار داشته باشد- وجود دارد که نیاز به ملاحظات خاصی دارند. آنها روش‌هایی برای برخورد با این موقعیت‌های خاص پیشنهاد کردند که به بته پایداری و دقت شبیه‌سازی‌ها را کاهش می‌داد.

مظفری و همکاران [14] در مطالعه‌ای ضمن نقد روش خزانی و همکاران [13]، روش سیال روح را جهت اعمال شرایط مرزی دریچلت و نیومن در شبکه بولتزمون با رویکردی جدید توسعه دادند. با توجه به آخرین اطلاعات نویسنده، روش سیال روح-شبکه بولتزمون^{۱۲} (GF-LBM) ارایه شده توسط مظفری و همکاران [14]، تنها روشی است که به آسانی هر دو شرایط مرزی نیومن و دریچلت را روی مرزهای منحنی اعمال می‌کند. این روش از یک میانیابی دو خطی استفاده می‌کند که به خوبی موقعیت‌های خاص پیش آمده هنگام میانیابی مقادیر ماکروسکوپی در نقاط تصویر را پوشش می‌دهد.^{۱۳} مظفری و همکاران [14] در روش خود از مدل زمان آسودگی یکنواخت^{۱۴} برای توابع توزیع چگالی و انرژی استفاده کردند. هرچند مدل زمان آسودگی یکنواخت ساده ترین روشی است که اپراتور برخورد را شبیه‌سازی می‌کند، اما

⁵ Multi Relaxation Time (MRT)

⁶ Arbitrary Lagrangian Eulerian (ALE)

⁷ Refilling method

⁸ simple momentum exchange method

$$f_i^{eq} = \rho w_i \left[1 + \frac{3}{c^2} \vec{e}_i \cdot \vec{u} + \frac{9}{2c^4} (\vec{e}_i \cdot \vec{u})^2 - \frac{3}{2c^2} \vec{u} \cdot \vec{u} \right] \quad (4\text{-الف})$$

$$g_i^{eq} = T w_i \left[1 + \frac{3}{c^2} \vec{e}_i \cdot \vec{u} + \frac{9}{2c^4} (\vec{e}_i \cdot \vec{u})^2 - \frac{3}{2c^2} \vec{u} \cdot \vec{u} \right] \quad (4\text{-ب})$$

که w_i ضرایب وزنی و \vec{e}_i توزیع سرعت گستته است که به ترتیب با استفاده از معادلات (5) و (6) محاسبه می‌شوند [25].

$$w_i = \begin{cases} 4/9 & i = 0 \\ 1/9 & i = 1, 2, 3, 4 \\ 1/36 & i = 5, 6, 7, 8 \end{cases} \quad (5)$$

$$\vec{e}_i = \begin{cases} (0, 0) & i = 0 \\ \cos\left[\left(i-1\right)\frac{\pi}{2}\right], \sin\left[\left(i-1\right)\frac{\pi}{2}\right]c & i = 1, 2, 3, 4 \\ \cos\left[\left(i-5\right)\frac{\pi}{2}\right], \sin\left[\left(i-5\right)\frac{\pi}{2}\right]\sqrt{2}c & i = 5, 6, 7, 8 \end{cases} \quad (6)$$

در این معادلات $c = \delta x / \delta t$ سرعت میکروسکوپیک ذرات و $c_s = c / \sqrt{3}$ سرعت صوت در شبکه بولتمن است. همچنین δx فاصله شبکه و δt زمانی است که برای سهولت در این مقاله این دو مقدار برابر یک در نظر گرفته شده است. همچنین در این مقاله برای تخمین نیروی‌های شناوری در مسائل با جابجایی طبیعی، از تقریب بوزسکیو استفاده شده و از اثرات تشعشع صرف‌نظر شده است. در این گونه از مسایل سرعت مشخصه جریان برابر $U = \sqrt{\beta g_s \Delta TH}$ در نظر گرفته می‌شود که برای اطمینان از شبیه‌سازی در محدوده تراکم ناپذیری، این مقدار باید کوچکتر از 0.1 در نظر گرفته شود. برای اعمال نیروی‌های شناوری در مدل شبکه بولتمن با زمان آسودگی چند گانه (MRT)، مطابق با معادله (7) یک ترم به معادله برخورد در فضای مومنتم (سمت راست معادله 1-الف) اضافه می‌شود [25].

$$|\Psi\rangle = -M^{-1}S[|m(\vec{x}, t)\rangle - |m^{eq}(\vec{x}, t)\rangle] + \delta t M^{-1}|\hat{F}\rangle \quad (7)$$

که در معادله فوق \hat{F} ترم نیروی معادله مومنتم در فضای مومنتم است که برای مدل D2Q9 صورت معادله (8) بدست می‌آید [25].

$$\begin{aligned} \hat{F}_0 &= 0 & \hat{F}_2 &= 6 \left(1 - \frac{s_e}{2} \right) \vec{v} \cdot \vec{F} \\ \hat{F}_3 &= F_x & \hat{F}_4 &= - \left(1 - \frac{s_q}{2} \right) F_x \\ \hat{F}_5 &= F_y & \hat{F}_6 &= - \left(1 - \frac{s_q}{2} \right) F_y \\ \hat{F}_7 &= 2 \left(1 - \frac{s_v}{2} \right) (\bar{v}_x F_x - \bar{v}_y F_y) \\ \hat{F}_8 &= 2 \left(1 - \frac{s_v}{2} \right) (\bar{v}_x F_x + \bar{v}_y F_y) \end{aligned} \quad (8)$$

در معادله (8) بردار \vec{v} مطابق رابطه (9) با نیروی حجمی (\vec{F}) رابطه دارد [25].

$$\vec{v} = \sum c_i f_i + \frac{\vec{F} \delta t}{2} \quad (9)$$

سپس کمیت‌های ماکروسکوپی هیدرودینامیکی و حرارتی به ترتیب به کمک معادلات (10) و (11) محاسبه می‌شوند [25].

$$\rho = \sum_{i=0}^8 f_i, \quad \rho \vec{u} = \sum_{i=0}^8 \vec{e}_i f_i, \quad p = \rho c_s^2 \quad (10)$$

$$T = \sum_{i=0}^8 g_i, \quad \vec{q} = (\rho C_p) \left(\sum_{i=0}^8 \vec{e}_i g_i \right) \frac{\tau_g - 0.5}{\tau_g} \quad (11)$$

3- روش سیال روح برای اعمال شرایط مرزی دریچلت و نیومن در شبکه بولتمن

در این بخش روش سیال روحی که مظفری و همکاران [14] برای مرزهای منحنی حرارتی دریچلت و نیومن توسعه دادند، توضیح داده می‌شود. این روش، شرایط مرزی دریچلت و نیومن را با دقت مرتبه دو شبیه‌سازی می‌کند. در این روش از یک میانیابی دو خطی استفاده می‌شود و شار عمود بر سطح

انرژی نیز برای گره‌های جامدی که در هر تکرار به درون دامنه سیال گام می‌گذارند، مجدد شارژ می‌شوند. همچنین در این مقاله برخلاف مقاله قبلی نویسنده‌گان [14] از تقریب برخورد MRT برای توابع توزیع چگالی استفاده شده است که پایداری بیشتری نسبت به روش SRT دارد.

در این مقاله برای بررسی توانایی روش GF-LBM، ضمن ارایه این روش و همچنین روش شارژ مجدد، جریان جابجایی طبیعی و اجرایی حول چند هندسه شبیه‌سازی شده و علاوه بر مقادیر متوسط، مقادیر موضعی دما و ناسلت روی مرز، با نتایج حاصل از دیگر مطالعات مقایسه شده است. همچنین جهت بررسی صحت روش شارژ مجدد ارائه شده، ته نشینی یک ذره سرد هم‌دما درون یک کاتال عمودی برای رژیمهای مختلفی که به ازای اعداد گرافش مختلف به وجود می‌آیند، شبیه‌سازی شده است و با مقایسه نتایج حاصل با نتایج دیگر مطالعات، توانایی روش سیال روح همراه با روش شارژ مجدد در روش شبکه بولتمن نشان داده شده است.

2- روش شبکه بولتمن

در این مقاله از یک مدل شبکه بولتمن دو بعدی که دارای نه سرعت گستته است (D2Q9) و همچنین مدل دو توزیعی که از دو مجموعه تابع توزیع، یک تابع توزیع برای میدان سرعت (f_i) و یک تابع توزیع برای میدان دما (g_i)، بهره می‌برد، استفاده شده است. همچنین در این مقاله مطابق با معادله (1) از روش MRT برای اپراتور برخورد توابع توزیع چگالی و از روش SRT برای اپراتور برخورد توابع توزیع انرژی استفاده شده است [24].

$$|f_i(\vec{x} + \vec{e}_i \delta_t, t + \delta_t)\rangle - |f_i(\vec{x}, t)\rangle = -M^{-1}S[|m(\vec{x}, t)\rangle - |m^{eq}(\vec{x}, t)\rangle] \quad (1\text{-الف})$$

$$|g_i(\vec{x} + \vec{e}_i \delta_t, t + \delta_t)\rangle - |g_i(\vec{x}, t)\rangle = \frac{1}{\tau_g} [|g(\vec{x}, t)\rangle - |g^{eq}(\vec{x}, t)\rangle] \quad (1\text{-ب})$$

که در این معادلات $|f_i(\vec{x}, t)\rangle$ و $|g_i(\vec{x}, t)\rangle$ به ترتیب بردار تابع توزیع چگالی و انرژی است. M نیز ماتریس انتقال است که بردار تابع توزیع انرژی را به فضای مومنتم منتقل می‌کند و از معادله (2) محاسبه می‌شود [25].

$$M = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ -4 & -1 & -1 & -1 & -1 & 2 & 2 & 2 & 2 \\ 4 & -2 & -2 & -2 & -2 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & -1 & 0 & 1 & -1 & -1 & 1 \\ 0 & -2 & 0 & 2 & 0 & 1 & -1 & -1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & -1 & 1 & 1 & -1 & -1 \\ 0 & 0 & -2 & 0 & 2 & 1 & 1 & -1 & -1 \\ 0 & 1 & -1 & 1 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & -1 & 1 & -1 \end{bmatrix} \quad (2)$$

همچنین $\langle m(\vec{x}, t)\rangle$ بردار مومنتم و $|m^{eq}(\vec{x}, t)\rangle$ بردار مومنتم تعادلی است

که با معادله (3) برابر است [25].

$$|m^{eq}(\vec{x}, t)\rangle = (\rho, e^{(eq)}, \varepsilon^{(eq)}, j_x^{(eq)}, j_y^{(eq)}, q_x^{(eq)}, q_y^{(eq)}, p_{xx}^{(eq)}, p_{xy}^{(eq)})^T \quad (3)$$

در این معادله $q_x^{(eq)} = -j_x$ ، $\varepsilon^{(eq)} = \rho - 3(j_x^2 + j_y^2)$ ، $j_y = v$ ، $j_x = u$ ، $p_{xx}^{(eq)} = j_x^2 - j_y^2$ ، $p_{xy}^{(eq)} = -j_y$ است. همچنین $\vec{u} = ui + vj$ است. بردار سرعت ماکروسکوپی در میدان دو بعدی و ماتریس آرامش $S = \text{diag}(0, -s_2, -s_3, 0, -s_5, 0, -s_7, -s_8, -s_9)$ است که در آن $s_9 = 1/\tau_f = s_8$. در این فرمولاسیون زمان آرامش بدون بعد چگالی و انرژی به ترتیب برابر $v = c_s^2 \Delta t + 0.5$ و $\tau_f = u/c_s^2 \Delta t + 0.5$ است. همچنین α ویسکوگزیته سینماتیک و α ضریب پخش گرمای است. توابع توزیع تعادلی چگالی (f_i^{eq}) و انرژی (g_i^{eq}) که در معادلات 1-الف و 1-ب آمده است به کمک معادلات (4) محاسبه می‌شوند [25].

در این روش، حالت‌های خاصی وجود دارند که نقطه تصویر کمتر از چهار گره همسایه در دامنه سیال دارد (حالت‌های (ب) و (ج) شکل ۱). در این حالت‌ها یک گره همسایه درون دامنه جامد قرار گرفته است که مقدار متغیر در این گره مجهول است. تیواری و ونکا [۱۰] روش برخورد با این حالت‌ها را تنها برای شرط مرزی دریچلت ارائه کردند. در این مقاله روش برخورد با این حالت‌های خاص برای شرایط مرزی نیومن نیز ارایه شده است. برای تخمین سرعت و یا دما در نقطه تصویر (IP) در شرایط مرزی سرعت و یا دما ثابت (دربیچلت)، در حالت‌هایی که یکی از نقاط همسایه درون دامنه سیال قرار نگرفته‌اند، این نقاط با نقاط برخورد خط عمود بر مرز عبوری از نقطه تصویر (نقطه تقاطع مرز) جایگزین می‌شوند (که در شکل ۱ با نقطه C' برای حالت (ب) و نقاط C' و D' برای حالت (ج) مشخص شده‌اند). سپس چهار معادله برای بدست آوردن ضرایب نوشته می‌شوند که می‌توان آنها را به شکل عمومی معادله (۱۳) نوشت.

$$\begin{aligned} a(\alpha_i x_i + (1 - \alpha_i) \dot{x}_i) + b(\alpha_i y_i + (1 - \alpha_i) \dot{y}_i) \\ + c(\alpha_i x_i y_i + (1 - \alpha_i) \dot{x}_i \dot{y}_i) + d = \\ \alpha_i \phi_i + (1 - \alpha_i) \dot{\phi}_i \quad i = 1, 2, 3, 4 \quad \phi = u, v, T \end{aligned} \quad (13)$$

در معادله فوق علامت پرایم (‘) مربوط به نقاط تقاطع است و α_i از طریق معادله (۱۴) محاسبه می‌شود.

$$a_i = \begin{cases} 1 & NP_i \in \Omega_{\text{fluid}} \\ 0 & NP_i \in \Omega_{\text{solid}} \end{cases} \quad (14)$$

برای میانیابی مقادیر چگالی و همچنین دما برای شرط مرزی شار ثابت در نقاط تصویر، در حالت‌هایی که یکی از نقاط تصویر درون دامنه سیال قرار نمی‌گیرند (حالت‌های (ب) و (ج) شکل ۱)، از آنجایی که دما و چگالی روی مرز مانند شرط مرزی دریچلت مشخص نیست، معادله (۱۲) با معادله گرادیان عمود بر مرز (معادله (۱۵)) که با استفاده از مشتق جهتی ϕ در راستای بردار عمود بر مرز در نقطه تقاطع مربوط بدست می‌آید، جایگزین می‌شود.

$$\frac{\partial \phi}{\partial \vec{n}} = an_x + bn_y + c(xn_y + yn_x) \quad (15)$$

که در این معادله $\vec{n}/\partial\phi$ گرادیان متغیر اصلی در نقطه تقاطع در جهت عمود بر مرز است و \vec{n} بردار عمود بر سطح به سمت دامنه سیال است.

همچنین این معادلات را می‌توان به شکل عمومی معادله (۱۶) نوشت:

$$\begin{aligned} a(\alpha_i x_i + (1 - \alpha_i) n_{xi}) + b(\alpha_i y_i + (1 - \alpha_i) n_{yi}) \\ + c(\alpha_i x_i y_i + (1 - \alpha_i) n_{xi} n_{yi}) + d = \alpha_i \phi_i + (1 - \alpha_i) \left(\frac{\partial \phi}{\partial \vec{n}} \right)_{\text{BI}} \end{aligned} \quad i = 1, 2, 3, 4, \quad \phi = \rho, T \quad (16)$$

که در این معادله α_i از طریق معادله (۱۴) جایگذاری می‌شود. برای درک بهتر طریقه استفاده از این معادلات در پیوست توضیح داده شده است.

-۴ در این مرحله مقادیر متغیرهای اصلی که در نقطه تصویر (IP) میانیابی شده‌اند، به نقاط روح (GP) برونویابی می‌شوند. برای این منظور، یک برونویابی خطی برای شرایط مرزی دریچلت و یک تقریب تفاضل مرکزی برای شرایط مرزی نیومن مطابق با فرمول (۱۷) استفاده شده است.

$$\text{Dirichlet} \quad \phi_{\text{GP}} = 2\phi_{\text{BI}} - \phi_{\text{IP}} \quad (17-\text{الف})$$

$$\text{Neumann} \quad \left(\frac{\partial \phi}{\partial \vec{n}} \right)_{\text{BI}} = \frac{\phi_{\text{IP}} - \phi_{\text{GP}}}{\Delta l} \quad (17-\text{ب})$$

که در این معادله Δl طول خط بین GP و IP است.

-۵ در این مرحله می‌توان با جایگذاری مقادیر تخمین زده شده متغیرهای اصلی در GP در فرمول‌های (۴-الف) و (۴-ب)، مقادیر توابع توزیع تعادلی (f_i^{eq} و f_i^{neq}) را در نقاط روح محاسبه کرد. مقادیر توابع توزیع غیر تعادلی (f_i^{neq} و f_i^{eq}) نیز همانند روش تخمین چگالی، محاسبه می‌شوند. تیواری و ونکا [۱۰] اشاره کردند که برونویابی توابع توزیع غیر تعادلی از این طریق

جهت شبیه‌سازی مرزهای نیومن به طور مستقیم بدست می‌آید که از مزایای روش سیال روح است. در روش ارائه شده مشکلات روش‌های قبل، در برخورد با حالت‌های خاص پیش آمده در میانیابی‌ها، برطرف شده است. الگوریتم این روش برای به وسیله هفت گام زیر بیان می‌شود.

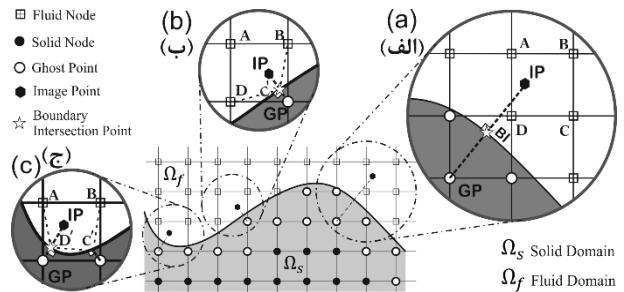
-۱ اولین قدم در این روش شناسایی گره‌های روح (GP) است. گره‌های روح گره‌هایی هستند که اولاً خارج از دامنه سیال و در درون دامنه جامد قرار دارند و ثانیاً یکی از چهار گره همسایه آن گره درون دامنه سیال قرار دارد (شکل ۱). به بیان دیگر گره‌های روح (GP) گره‌هایی از دامنه جامد هستند که دارای حداقل یک لینک مشترک با دامنه سیال باشند. بنابراین در مرحله جاری شدن، این گره‌ها حداقل دارای یک تابع توزیع مجهول هستند که باید به درون دامنه سیال جاری شوند و برای کامل شدن مرحله جاری شدن این مقادیر مجهول باید تخمین زده شوند.

-۲ گام دوم پیدا کردن نقاط تصویر (IP) مربوط به هر کدام از گره‌های روح (GP) است. یک نقطه تصویر (IP)، نقطه‌ای بر روی خط عمود بر مرز از گره روح مربوطه است به نحوی که نقطه برخورد خط عمود با مرز دقیقاً در بین نقطه تصویر (IP) و نقطه روح (GP) قرار می‌گیرد (شکل ۱). به بیان دیگر نقطه روح به نحوی انتخاب می‌شود که مرز عمود منصف خط واصل بین نقطه روح و تصویر باشد.

-۳ در گام سوم، مقادیر متغیرهای اصلی جریان (مانند چگالی، سرعت و دما) در نقاط تصویر (IP) با کمک مقادیر این متغیرها در گره‌های همسایه میانیابی می‌شوند (حالت الف در شکل ۱)، برای این منظور، از روش میانیابی دوخطی استفاده شده است که به صورت معادله (۱۲) بیان می‌شود.

$$\phi = ax + by + cxy + d \quad (12)$$

که در معادله (۱۲)، ϕ بیانگر متغیرهای اصلی جریان (T_{GP} و ρ_{GP} , v_{GP} , a_{GP}) است. در روش میانیابی دوخطی چهار ضریب a , b , c و d مجهول هستند و بنابراین به چهار معادله برای بدست آوردن این ضرایب (NP) بیان می‌شود. منظور، مقادیر x , y و ϕ مربوط به هر یک از چهار گره همسایه (NP) نقطه تصویر (IP) مورد نظر، در معادله (۱۲) جایگذاری می‌شوند و سپس ضرایب مجهول محاسبه می‌شوند. بعد از محاسبه ضرایب مجهول، مقادیر x و y نقطه تصویر درون معادله (۱۲) جایگذاری می‌شود تا مقدار متغیر اصلی محاسبه (ϕ) شود.



شکل ۱ دیاگرام شماتیک نشان دهنده گره تصویر (IP)، نقطه روح (GP) و نقطه تقاطع با مرز (BI) برای حالت‌های مختلف میانیابی مقادیر متغیرهای عمومی در IP. (الف) چهار گره همسایه در دامنه سیال قرار دارند. (ب) یکی از گره‌های همسایه درون دامنه جامد قرار دارد. (ج) دو عدد از گره‌های همسایه درون دامنه جامد قرار دارند.

اعداد رایلی $10^4 \times 5$ و 5700 و $Ra = 1000$ با نتایج مرجع [30] مقایسه شده است. در این هندسه شعاع‌های دو استوانه مطابق با مرجع [30] برابر $r_i = 0.5r_o = L$ در نظر گرفته شده است. در شکل 4 توزیع دما روی استوانه داخلی برای اعداد رایلی $10^4 \times 5$ و 5700 حاصل از روش حاضر با نتایج مراجع [31,30] مقایسه شده است. این مقایسه‌ها دقت روش حاضر را برای شرایط مرزی منحنی نیومن نشان می‌دهد.

4-3-3- جابجایی طبیعی بین دو استوانه افقی غیر هم مرکز
در این بخش روش توسعه یافته GF-LBM، یکبار دیگر برای مسئله حرارت جابجایی آزاد روی مرز منحنی شبیه‌سازی شده است. هندسه مسئله مورد نظر شبیه مسئله بخش قبلی است به جز آنکه در این مسئله دو سیلندر افقی

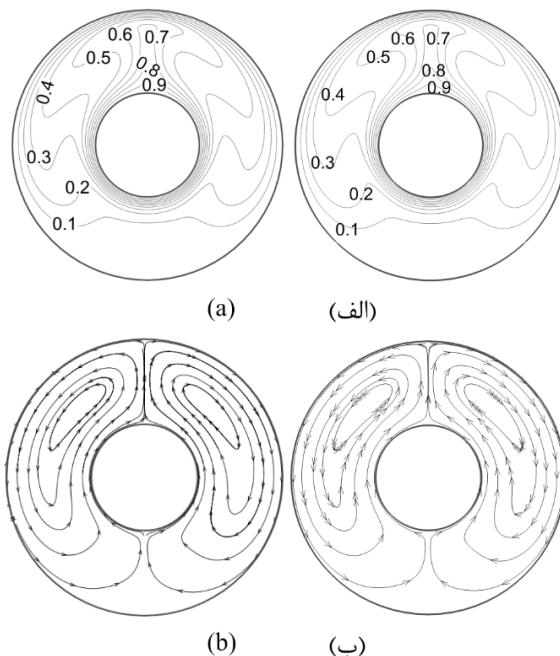


Fig. 2 Comparison of (a) isotherms and (b) streamlines of natural convection in a stationary and concentric horizontal cylindrical annulus, right: present study and left: Ref. [26]

شکل 2 مقایسه (الف) خطوط همدما و (ب) خطوط جریان برای جریان جابجایی طبیعی درون دو سیلندر هم مرکز با شرایط مرزی حرارتی دما ثابت روی هر دو سیلندر. شکل‌های سمت راست: روش حاضر و شکل‌های سمت چپ: مرجع [26]

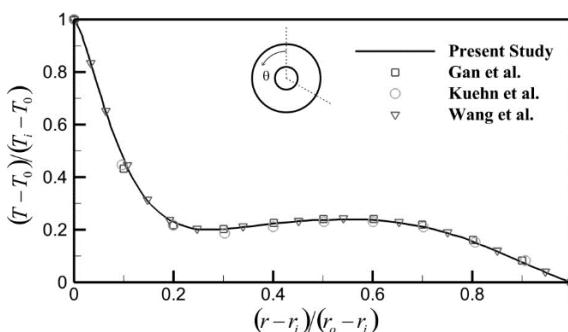


Fig. 3 Temperature distribution between the two concentric cylinders with isothermal boundary conditions at $\theta=240^\circ$ and the comparison with the results from references [27-29]

شکل 3 توزیع دما بین دو سیلندر استوانه ای هم مرکز با شرایط مرزی حرارتی دما ثابت روی هر دو سیلندر در زاویه $\theta=240^\circ$ و مقایسه با نتایج ونگ و همکاران [27]، کوئن و همکاران [28] و گن و همکاران [29]

دارای دقت مرتبه اول است، ولی از آنجایی که $(\delta f_i)^{neq} = o(\delta g_i)^5$ دقت کلی روش از مرتبه دوم خواهد بود.

6- سپس طبق معادله (18)، قسمت‌های تعادلی و غیرتعادلی توابع توزیع مججهول با یکدیگر جمع می‌شوند تا مقادیر این توابع در نقاط روح بدست آید.

$$\begin{cases} f_i|_{GP} = f_i^{eq}|_{GP} + f_i^{neq}|_{GP} \\ g_i|_{GP} = g_i^{eq}|_{GP} + g_i^{neq}|_{GP} \end{cases} \quad (18)$$

7- در آخر، شرط مرزی، با جاری شدن مقادیر توابع توزیع نقاط روح به درون دامنه سیال، ارضاء می‌شود.

4- اعتبار سنجی

در این بخش صحت روش سیال روح با شبیه‌سازی چند مورد از مسائل دارای حل تحلیلی یا عددی، بررسی شده است. در تمامی مسائل ذکر شده در این بخش، مدل شرط مرزی به صورت الگوریتم هفت مرحله ای ذکر شده در بخش قبل، روی گره‌های مرز اعمال شده است. همچنین از مدل MRT برای اپراتور برخورده در روش شبکه بولتمن استفاده شده است.

4-1- جابجایی طبیعی بین دو استوانه افقی

4-1-1- بیان مسئله

جابجایی طبیعی بین دو حلقه استوانه ای یک مسئله کلاسیک است. در این مسئله که معادلات انرژی و مومنت به شدت به یکدیگر وابسته هستند، فضای بین دو سیلندر به شعاع‌های r_i و r_o با سیال نیوتونی پر شده است. شرایط مرزی حرارتی دما ثابت (حالت 1) و شارث ثابت (حالت 2) روی مرز استوانه داخلی و دمای ثابت T_c روی مرز استوانه بیرونی اعمال شده است. تمامی شرایط مرزی توسط روش GF-LBM اعمال شده است. گروههای بدون بعد کلیدی در این هندسه نیز به صورت معادله (19) تعریف می‌شوند.

$$\begin{cases} Ra = \frac{\rho^2 C_p \beta g L^3 (T_h - T_c)}{k \mu} & \text{حالات 1} \\ Ra = \frac{\rho^2 C_p g \beta L^4 q''}{k^2 \mu} & \text{حالات 2} \\ pr = \frac{v}{\alpha} \end{cases} \quad (19)$$

در این معادلات $r_i - r_o = L$ طول مشخصه است. همچنین در شبیه‌سازی‌ها $Pr = 0.7$ و سرعت شبکه برابر 0.057 در نظر گرفته شده است. برای بررسی بهتر، این مسئله با دو هندسه شبیه‌سازی شده است. در هندسه اول، هر دو استوانه هم مرکز هستند، اما در هندسه دوم استوانه‌ها هم مرکز نبوده و مرکز استوانه داخلی، خارج از مرکز دایره بیرونی قرار گرفته است.

4-2- جابجایی طبیعی بین دو استوانه افقی هم مرکز

در این هندسه، ابتدا حالت شرط مرزی دما ثابت روی استوانه داخلی بررسی شده است. دو سیلندر در مرکز دامنه مربعی به ابعاد $4L \times 4L \times 4L$ قرار گرفته‌اند. شعاع‌های استوانه داخلی و بیرونی به ترتیب برابر $r_o = 1.625L$ و $r_i = 0.625L$ مطابق با مرجع [26] در نظر گرفته شده است. شکل 2 خطوط جریان و هم‌دمای منتج از روش حاضر برای حالت دمای ثابت روی استوانه داخلی را در $Ra = 5 \times 10^5$ به صورت کیفی با نتایج مرجع [26] مقایسه می‌کند. برای بررسی کمی در شکل 3 پروفیل دمایی در زاویه $\theta = 240^\circ$ با نتایج مراجع [29-27] مقایسه شده است. این مقایسه‌ها دقت روش حاضر را برای شرایط مرزی منحنی دریچلت نشان می‌دهند.

جهت بررسی صحت روش برای شرایط مرزی نیومن، در حالت دوم شرط مرزی شارث ثابت بر روی استوانه داخلی اعمال شده و نتایج شبیه‌سازی برای

روش‌های عددی دیگر در مطالعات پیشین بررسی شده است [33-35]. در این مسئله انتقال حرارت تأثیری بر جریان سیال ندارد ولی از آن تأثیر می‌پذیرد؛ بنابراین در این مسئله جابجایی اجباری وجود دارد. دو گروه بدون بعد که در این مسئله نقش دارند اعداد رینولدز و پرانتل هستند که به ترتیب به صورت $D = UD/v$ و $Pr = v/\alpha$ و $Re = UD/v$ تعریف می‌شوند. در این فرمول‌ها v سرعت سیلندر، U لزجت سینماتیک و D سرعت جریان آزاد است. در این مسئله که دو شرط مرزی دما ثابت (حالت 1) و شارث ثابت (حالت 2) روی سطح سیلندر اعمال شده است، دمایا به صورت معادله (20) بدون بعد می‌شوند.

$$\begin{cases} \text{حالت 1: } T^* = \frac{T - T_i}{T_c - T_i} \\ \text{حالت 2: } T^* = \frac{T - T_i}{q''D/k} \end{cases} \quad (20)$$

در این معادله T_i و T_c به ترتیب دمای سیال ورودی و دمای سطح سیلندر است. عدد بدون بعد ناسلت ($Nu = hD/k$) با توجه به نحوه بدون بعد سازی دما برای هر کدام از حالت‌ها، از معادله (21) محاسبه می‌شود.

$$\begin{cases} \text{حالت 1: } Nu(r_o, \theta) = -\frac{\partial T^*}{\partial \hat{n}} \\ \text{حالت 2: } Nu(r_c, \theta) = -\frac{1}{T^*_c} \end{cases} \quad (21)$$

در معادله فوق T^* دمای سطح و n بردار بدون بعد عمومی و به سمت خارج سطح سیلندر است. همچنین ناسلت متوسط بر روی سطح از طریق معادله (22) قابل محاسبه است.

$$Nu_{ave} = \frac{1}{2\pi} \int Nu(r_c, \theta) d\theta \quad (22)$$

در شکل 6، هندسه مسئله همراه با شرایط مرزی نشان داده شده است. در مرز سمت چپ جریان با یک سرعت یکنواخت U و دمای T_i وارد دامنه حل می‌شود. شرایط مرزی لغزشی آزاد و شارث حرارتی صفر به کمک روش اورازیو و همکاران [36] روی مرز بالایی و پایینی اعمال شده، در حالی که برای مرز خروجی، شرط مرزی گرادیان صفر در جهت محور x برای سرعت و دما اعمال شده است. همچنین روی استوانه شرط مرزی هیدرودینامیکی عدم لغزش و دو شرط مرزی حرارتی شارث ثابت و دما ثابت در نظر گرفته شده است. مرکز مختصات بر روی مرکز سیلندر در نظر گرفته شده است و برای حذف اثر دیواره‌ها، هر چهار مرز دامنه به اندازه کافی دور از سیلندر در نظر گرفته شده‌اند، بدین ترتیب که مرز ورودی در $-6D = x = -6D$ و مرز خروجی در $x = 30D$ و دیواره‌های بالایی و پایینی در $y = \mp 10D$ قرار گرفته‌اند.

4-2-2- نتایج شبیه‌سازی

جریان سیال و انتقال حرارت در این هندسه برای اعداد رینولدز 10، 20 و 40، عدد پرانتل 0.7 و برای چند سایز شبکه مختلف شبیه‌سازی شده است. در این مسئله، سرعت سیال ورودی برابر $0.1/\sqrt{3}$ در نظر گرفته شده است. جدول 1

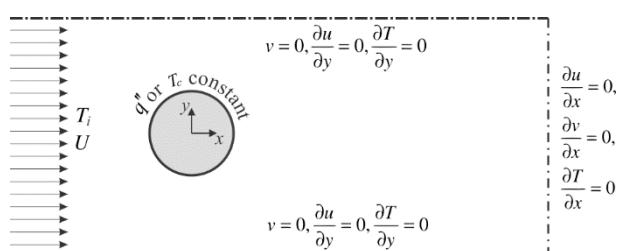


Fig. 6 A schematic view of flow over cylinder

شکل 6 نمایی از هندسه مسئله جریان آزاد روی استوانه

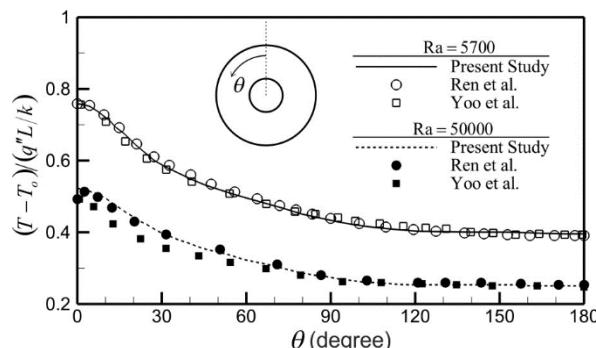


Fig. 4 Comparison of the temperature distribution on the inner cylinder surface with constant heat flux at $Ra = 5700$ and $Ra = 50000$
شکل 4 مقایسه توزیع دما روی سطح استوانه داخلی با شرط مرزی شارث ثابت در اعداد رایلی 5×10^3 و 5.7×10^4

با طول بی نهایت به صورت غیر هم مرکز در راستای عمودی قرار گرفته‌اند. فاصله خارج از مرکزیت سیلندر داخلی با δ نمایش داده می‌شود.

گروه‌های بدون بعد کلیدی در این مسئله عبارتند از اعداد رایلی (Ra) و پرانتل (Pr)، نسبت شعاع‌ها (r_o/r_i)، نسبت خروج از مرکز (L/L) و اعداد رایلی، پرانتل. طول مشخصه (L) نیز همانند بخش قبل تعریف می‌شود. در این مسئله مرز سیلندر بیرونی دارای شرایط مرزی دما ثابت و سیلندر درونی دارای شرایط مرزی شارث ثابت است. در این شبیه‌سازی‌ها برای اعداد رایلی 10^4 ، 10^5 و 10^6 انجام شده است در حالی که بقیه پارامترها ثابت هستند $Ra = 2.6$ ، $r_o/r_i = 2.6$ ، $Pr = 0.7$ ، $\epsilon = -0.625$ و $\delta = 2.6$.

شکل 5 توزیع دما روی سیلندر داخلی را برای رایلی‌های مختلف نشان می‌دهد. در این شکل برای مقایسه بهتر، نتایج حاصل از کار رن و همکاران [30] و همچنین هو و همکاران [32] نیز اضافه شده است. همانطور که از این شکل مشخص است، نتایج حاصل از شبیه‌سازی‌ها از نظر کیفی و کمی، به خوبی با نتایج ارایه شده توسط رن و همکاران مطابقت دارد.

4-2- جریان آزاد روی استوانه

4-2-1- بیان مسئله

در این بخش جریان حرارتی و هیدرودینامیکی روی یک سیلندر دایره‌ای شبیه‌سازی شده است. این مسئله یک مسئله کلاسیک است که بارها توسط

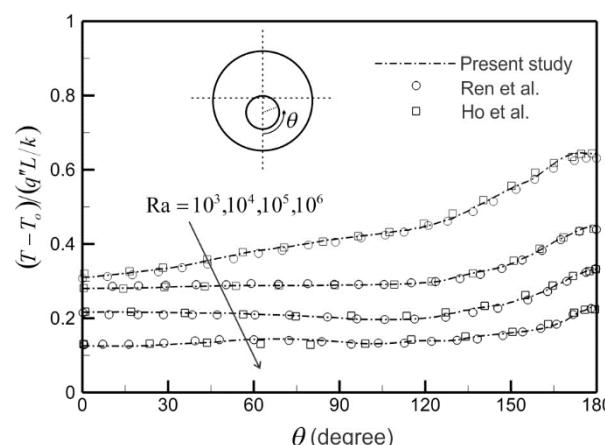


Fig. 5 Comparison of the temperature distribution on the inner cylinder surface with constant heat flux for $Ra = 10^3, 10^4, 10^5, 10^6$
شکل 5 مقایسه دما روی سطح استوانه داخلی با شرط مرزی شارث ثابت در اعداد رایلی

$Ra = 10^3, 10^4, 10^5, 10^6$

جدول 2 مقایسه ناسلت متوسط برای جریان بر روی سیلندر با شرط مرزی دما ثابت
Table 2 Comparison of average Nusselt number for flow around a cylinder with isotherm boundary conditions

Re	D	منبع	
30	20	10	D
3.1609	2.4266	1.8902	20
3.2510	2.4776	1.9055	30
3.2617	2.4808	1.9120	40
3.2825	2.4653	1.8623	[43]
3.3519	2.5238	1.9150	[40]
3.3220	2.5014	1.8736	[26]
3.4317	2.5216	1.8673	[38]

جدول 3 مقایسه ناسلت متوسط روی سیلندر با شرط مرزی شار ثابت
Table 3 Comparison of average Nusselt number for flow around a cylinder with isoflux boundary conditions

Re	D	منبع	
30	20	10	D
3.8474	2.8786	2.1100	20
3.7354	2.7954	2.0564	30
3.7095	2.7612	2.0389	40
3.7755	2.7788	2.0400	[43]
3.4720	2.6620	2.0410	[35]
3.7407	2.7413	2.0265	[40]
3.6469	2.7318	2.0269	[26]

همچنین برای مطالعه استقلال حل از شبکه و پیدا کردن ابعاد شبکه مطلوب، در جداول های 1 تا 3، نتایج برای تعداد متغیر گره در قطر سیلندر ارائه شده است. مشخص است با افزایش تعداد گره در قطر سیلندر از 30 به 40 نتایج اختلاف کمی با یکدیگر نشان می دهند و بنابراین برای شبیه‌سازی‌ها، 30 گره در عرض سیلندر در نظر گرفته شده است. سه جدول 1 تا 3 مطابقت خوب روش حاضر را با مطالعات قبلی نشان می دهند.

شکل 8 نیز خطوط هم دمای حاصل از روش حاضر را با نتایج مرجع [26] در $Re=40$ و $Pr=0.7$ با دو شرط مرزی دما و شار ثابت مقایسه می کند. همچنین برای بررسی دقیقتر در شکل 9 ناسلت موضعی روی سطح سیلندر در رینولدز 20 و نتایج [26] و [44] آورده شده است. همان‌طور که در این شکل نیز مشاهده می شود، نتایج مطابقت خوبی با نتایج مطالعات قبلی دارد.

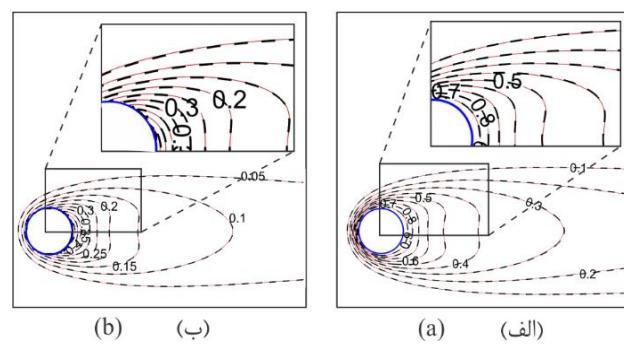


Fig. 8 Comparison of streamlines for flow around stationary cylinder at $Re = 40$ and $Pr = 0.7$. (a) constant temperature and (b) constant heat flux boundary condition on the cylinder surface. Dashed line: present study, Solid line: Ref. [26]

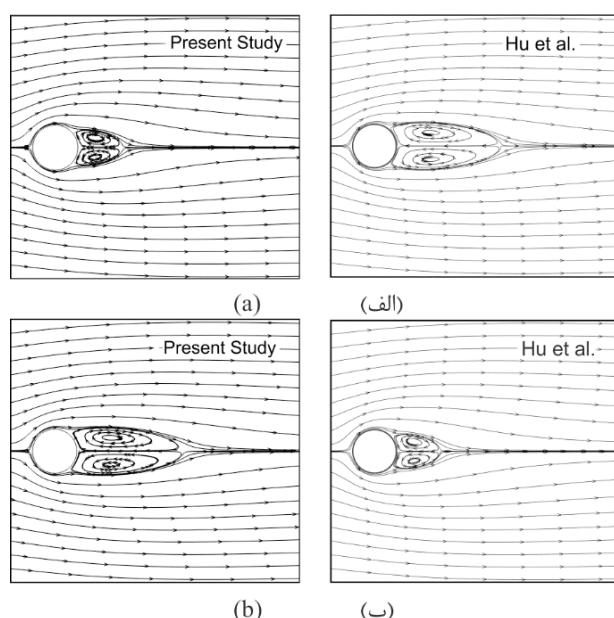
شکل 8 مقایسه خطوط همدمای برای $Re = 40$ و $Pr = 0.7$ (الف) شرط مرزی دما ثابت روی سطح سیلندر (دیچلت) و (ب) شرط مرزی شار ثابت روی سیلندر (نیومن). خطوط منقطع: روش حاضر، خطوط متمتد: مرجع [26]

ضریب درگ (C_d) و طول ناحیه برگشتی (L) حاصل از شبیه‌سازی‌های هیدرودینامیکی را با نتایج دیگر مطالعات مقایسه می کند. در این جدول ضریب پسا به صورت $C_d = 2 f_x / (\rho U^2 D)$ و طول بدون بعد ناحیه جدایش به صورت $2L/D$ تعریف می شود که از انتهاهی تین قسمت سیلندر اندازه گیری شده است. نیروی پسا نیز (f_x) با استفاده از روش تبادل مومنتوم محاسبه می شود [37]. شکل 7 خطوط جریان را با نتایج شبیه‌سازی‌های مرجع [26] به صورت کیفی مقایسه می کند. در جداول 2 و 3 مقادیر ناسلت متوسط بدست آمده برای شرایط مرزی دما ثابت و شار ثابت برای رینولدزهای 10 تا 40 و همچنین سایزهای مختلف شبکه آورده شده است.

جدول 1 مقایسه ضریب پسا و طول گردابه برای جریان روی استوانه

Table 1 Comparison of drag coefficient and recirculation region for flow around a cylinder

2L/D*	C_d	D	مرجع	رینولدز
1.847	2.176	20		
1.855	2.188	30	مطالعه حاضر	
1.861	2.193	40		
1.88	2.050		[38]	20
1.89	2.144		[39]	
1.84	2.072		[33]	
1.82	2.120		[40]	
1.834	2.097		[41]	
4.580	1.459	20		
4.589	1.573	30	مطالعه حاضر	
4.598	1.582	40		
4.7	1.520		[38]	40
4.52	1.589		[39]	
4.6	1.554		[33]	
4.66	1.585		[40]	
4.454	1.617		[41]	
-	1.551		[42]	



شکل 7 مقایسه خطوط جریان برای رینولدز 20 و 40 برای $Re = 20$ (الف) و $Re = 40$ (ب) مرجع [26]

چپ: مطالعه حاضر، راست: هو و همکاران [26]

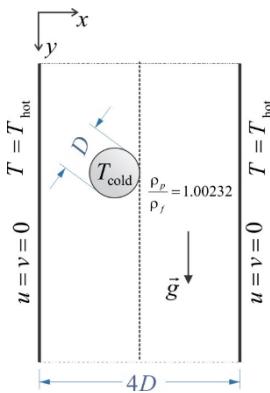


Fig. 10 A schematic of cold particle suspension

شکل 10 نمایی از مسئله سقوط ذره سرد درون سیال گرم

سیال ورودی از مرز فوقانی برابر صفر و شرط مرزی عمودی صفر برای سرعت در خروجی کانال در نظر گرفته شده است. دمای تمامی دیوارهای کانال برابر صفر و در طول شبیه‌سازی هایث است. نسبت چگالی ذره جامد به سیال در این مسئله برابر ۱.۰۰۲۳۲ است. دمای ذره سبب به محیط اطراف سرد و ثابت نگه داشته می‌شود و دیوارهای گرم هستند. سیال نیز در ابتدا ساکن و در دمایی برابر با دمای دیوارهایها قرار دارد. سرعت مشخصه سیال مطابق با مرجع [45] به کمک معادله (25) محاسبه می‌شود.

$$U = \sqrt{\frac{D_p}{2} \left(\frac{\rho_p}{\rho_f} - 1 \right)} \quad (25)$$

مقدار سرعت مشخصه در تمامی شبیه‌سازی‌ها، $0.1/\sqrt{3}$ در نظر گرفته شده است. در این مسئله اثر شناوری و تغییر حجم درون ذره جامد در نظر گرفته نمی‌شود ($\beta_p = 0$). اعداد بدون بعد حاکم در این مسئله عبارتند از عدد رینولدز (Re)، عدد گرافش (Gr) و عدد پرانتل (Pr). عدد رینولدز بر اساس قطر سیلندر D و سرعت مشخصه تعريف می‌شود. عدد گرافش نیز به صورت $Gr = g\beta_p(T_p - T_\infty)D_p^3 \rho_f^2 / \mu_f^2$ تعريف می‌شود که در آن دمای T_∞ دمای دیوارهای کانال است. همچنین در این مسئله عدد رینولدز که به صورت $Re = \rho_f U D_p / \mu_f$ می‌شود، مطابق با مرجع [45] برابر 40.5 است. در برخی از مطالعات پیشین عدد رینولدز نهایی به صورت $Re_T = pr = v/\alpha$ در نظر گرفته شده است. عدد پرانتل نیز به صورت $pr = U_T/U_c$ تعريف شده است. عدد پرانتل نیز به صورت $pr = 0.7$ در برآیند نیروی شناوری و نیروی وزن نیز با استفاده از معادله (26) بدست می‌آید:

$$\vec{F}_B = m_p \left(\rho_f / \rho_p - 1 \right) \quad (26)$$

و با فرض ثابت بودن شتاب از هر تکرار تا تکرار بعدی، معادلات حرکت به صورت معادلات (27) نوشته می‌شوند:

$$m_p \frac{d\vec{U}_i^p}{dt} = \vec{F} + \vec{F}_B \quad (27\text{-الف})$$

$$I_p \frac{d\omega}{dt} = Torque \quad (27\text{-ب})$$

$$\vec{x}_p^{\text{new}} = \frac{1}{2} \frac{d\vec{U}_p}{dt} (\delta t)^2 + \vec{U}_p \delta t + \vec{x}_p \quad (27\text{-ج})$$

$$\vec{u} = \vec{U}_p + \omega \times (\vec{x} - \vec{x}_p^{\text{new}}) \quad (27\text{-د})$$

که در معادلات فوق m_p جرم ذره، I_p ممان اینرسی ذره، ω سرعت زاویه ای

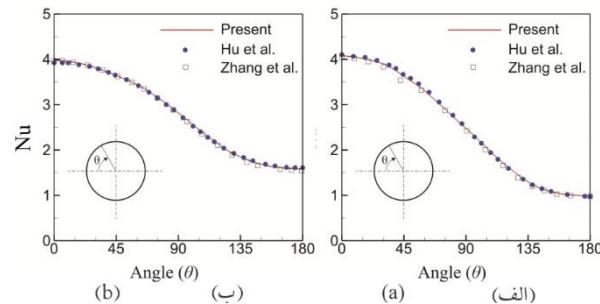


Fig. 9 Comparision of local Nusselt number on the cylinder surface at $Re = 40$ and $Pr = 0.7$. (a) constant temperature and (b) constant heat flux boundary condition

شکل 9 مقایسه ناسلت موضعی روی سیلندر برای $Re = 20$ و $Pr = 0.7$. (الف) شرایط مرزی دما ثابت و (ب) شرایط مرزی شار ثابت

5- شبیه‌سازی مرزهای متجرک حرارتی در شبکه بولتزمن

در مرزهای متجرک پیچیده به علت حرکت مرز، تعدادی از گرههای جامد در تکرار درون دامین سیال گام می‌گذارند که به آنها اصطلاحاً گرههای سیال جدید گفته می‌شود. بنابراین توابع توزیع چگالی و همچنین انرژی در این گرههای برای استفاده در تکرار بعدی مجھول خواهد بود. لامند و همکاران [6] برای اولین بار روشی را براساس برونویابی مقادیر توابع توزیع در گرههای سیال جدید برای شبیه‌سازی مرزهای متجرک هیدرودینامیکی پیشنهاد دادند که آنرا اصطلاحاً روش شارژ مجدد نامیدند. بعد از آن روش‌های دیگر برای شارژ مجدد گرههای جدید برای شبیه‌سازی مرزهای متجرک هیدرودینامیکی ارایه شد [19,18]. در این رساله از طرح شارژ مجدد لامند و همکاران [6] استفاده شده است. آنها این روش را تهبا برای بررسی مرزهای هیدرودینامیک ارائه و بررسی کردند. این در حالی است که در مقاله حاضر، این روش برای مرزهای حرارتی توسعه داده شده است. در این روش در هر گره سیال جدید، از یک روش برونویابی درجه دو مشابه مطابق معادلات (23) و (24) برای محاسبه توابع توزیع مجھول استفاده می‌شود:

$$f_i(\vec{x}_{FN}, t + \delta t) = 3f_i(\vec{x}_{FN} + \vec{e}_i \delta t, t + \delta t) - 3f_i(\vec{x}_{FN} + 2\vec{e}_i \delta t, t + \delta t) + f_i(\vec{x}_{FN} + 3\vec{e}_i \delta t, t + \delta t) \quad (23)$$

$$g_i(\vec{x}_{FN}, t + \delta t) = 3g_i(\vec{x}_{FN} + \vec{e}_i \delta t, t + \delta t) - 3g_i(\vec{x}_{FN} + 2\vec{e}_i \delta t, t + \delta t) + g_i(\vec{x}_{FN} + 3\vec{e}_i \delta t, t + \delta t) \quad (24)$$

5- شبیه‌سازی نشست ذره سرد درون سیال گرم

در این بخش، برای اثبات صحت روش GF-LBM توسعه یافته برای مرزهای حرارتی متجرک، یک ذره سرد که در حال سقوط در یک سیال گرم است شبیه‌سازی شده و نتایج با دیگر مطالعات مقایسه شده است. یو و همکاران [45] این مسئله را با استفاده از روش دامنه فرضی، شبیه‌سازی کردند. آنها موقعیت اولیه ذره را به اندازه شعاع آن در خارج از خط مرکزی کاتال در نظر گرفتند تا اینکه حرکت افقی و همچنین درون ذره را مورد بررسی قرار دهند. سپس مطالعات زیادی روی این هندسه انجام شد. برخی از این مطالعات عبارتند از: فنگ و همکاران [46] (روش شبیه‌سازی عددی مستقیم DNS)، حائزی و همکاران [47] (روش صریح دامنه فرضی، 2013) و هو و همکاران [26] (روش مرز شناور، 2016). در این مقاله تمامی شرایط مرزی مطابق با مطالعه یو و همکاران [45] در نظر گرفته شده است تا امکان مقایسه نتایج وجود داشته باشد. یک ذره دایره ای سرد با قطر D با فاصله $D/2$ از مرکز کاتال (مطابق با شکل 10) فرض می‌شود. این ذره درون کاتالی از سیال رها می‌شود و تحت نیروهای وزن و شناوری به پایین حرکت می‌کند. سرعت

جابجایی طبیعی و اجرایی در چند هندسه شبیه‌سازی شده و نتایج با نتایج دیگر مطالعات مقایسه شد. همچنین برای بررسی روش شارژ مجدد ته نشینی یک ذره سرد درون کanal عمودی شبیه‌سازی شده و نتایج به ازای اعداد گراش مختلف با نتایج دیگر مطالعات مقایسه شده است. نتایج مؤید دقت استفاده از روش سیال روح همراه با روش شارژ مجدد و مدل زمان آرامش چند گانه روش شبکه بولتزمن در شبیه‌سازی مرزهای منحنی متحرک منحنی دریچلت و نیومن است.

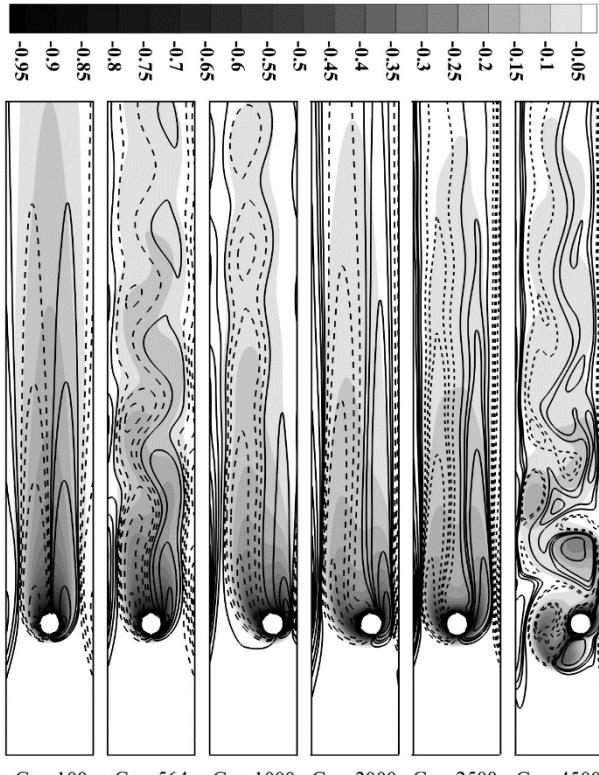


Fig. 11 Isotherm (non-dimensional) and vorticity contours for different flow regimes

شکل 11 کانتورهای دمای بدون بعد و ورتیسیتی برای رژیم‌های مختلف جریان

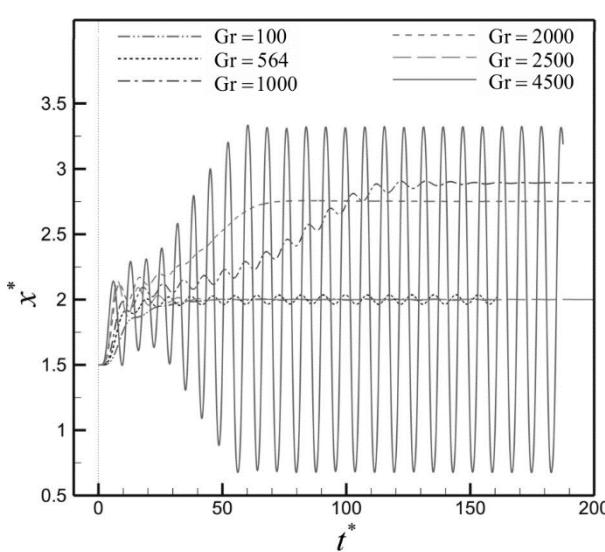


Fig. 12 Time evolution of the particle horizontal positions at different Grashof numbers

شکل 12 تغییرات موقعیت بدون بعد ذره نسبت به زمان برای اعداد گراش مختلف

حول مرکز ثقل، U_p بردار سرعت مرکز ثقل، \tilde{x}_p^{new} موقعیت مرکز ثقل ذره در تکرار بعد، \tilde{x} بردار مکان یک نقطه دلخواه از دامنه جامد است. در این معادلات جرم و ممان اینرسی به ترتیب به صورت $m_p \ddot{x} + \rho_s \pi D_p^2 / 4$ و $m_p = m_p D_p^2 / 8$ محاسبه می‌شوند. همچنین \vec{F} بردار برآیند نیروهای برآ و پسی وارد بر سیلندر است که با استفاده از روش تبادل مونتم اصلاح شده ون و همکاران [23] محاسبه شده است.

تمامی شبیه‌سازی‌های این هندسه، در یک کanal مستطیلی با ابعاد $4D \times 132D$ و با در نظر گرفتن 52 گره روی قطر سیلندر انجام شده است. طول کanal به اندازه کافی بزرگ انتخاب شده است تا در هنگام نشست ذره اثر ورودی و خروجی به حداقل برسد. همچنین شرط مرزی سرعت صفر و دمای ثابت روی دیواره پایینی و شرط مرزی گرادیان صفر روی دیواره بالایی در راستای عمودی برای سرعت و دما اعمال شده است. بر اساس تحقیقات قبلی [45,29] برای این هندسه شش رژیم جریان بر اساس اعداد گراش مختلف

تعریف می‌شود:

- رژیم α ($Gr < 500$): ذره در راستای خط مرکزی نشست می‌کند در حالی که دو گردابه متقاضن و دائم در پشت ذره وجود دارد.
- رژیم β ($500 < Gr < 810$): ریزش گردابه متناوب در پشت ذره وجود دارد در حالیکه ذره حول خط مرکزی نوسان می‌کند.
- رژیم γ ($810 < Gr < 2150$): ذره به صورت دائم در نزدیکی یکی از دیواره‌ها بدون ریزش گردابه در پشت آن نشست می‌کند.
- رژیم δ ($2150 < Gr < 3500$): ذره روی خط مرکزی با وجود دو گردابه دائم و متقاضن نشست می‌کند.
- رژیم ε ($Gr < 4300 < 3500$): ذره با دامنه کم حول خط مرکزی نوسان می‌کند و در پشت آن ریزش گردابه متناوب وجود دارد.
- رژیم ζ ($4300 < Gr$): ذره حول خط مرکزی نوسان می‌کند در حالیکه در پشت آن گردابه‌های بزرگی به صورت متناوب نشست می‌کند.

شکل 11 کانتورهای هم‌دما را همراه با کانتورهای ورتیسیتی برای رژیم‌های مختلف بدست آمده به کمک روش ارایه شده نشان می‌دهد. قابل ذکر است که اعداد گراش 3500 و 4300 در این تقسیم بندی عده‌های دقیقی نیستند و تبدیل از یک رژیم به رژیم دیگر در حوالی این اعداد گراش صورت می‌پذیرد [48]. شکل 12 تغییرات موقعیت افقی بدون بعد ذره را با زمان نشان می‌دهد، در حالیکه شکل 13 وابستگی سرعت نهایی را در قالب رینولدز نهایی Re_T به عدد گراش Gr با نتایج دیگر مطالعات مقایسه می‌کند. در جدول 4 برای بررسی کمی نتایج، موقعیت افقی ذره نسبت به دیواره سمت چپ کanal برای اعداد گراش 1000 و 2000 و همچنین دامنه نوسان ذره برای عدد گراش 4500 با نتایج دیگر مراجع مقایسه شده است. تمامی نتایج نشان دهنده صحت و دقت روش حاضر در شبیه‌سازی مرزهای منحنی متحرک حرارتی است.

6- نتیجه‌گیری

در مقاله حاضر از روش سیال روح و مدل زمان آرامش چندگانه برای شبیه‌سازی جریان جابجایی طبیعی و اجرایی حول مرزهای منحنی دریچلت و نیومن استفاده شده است. همچنین روش شارژ مجدد برای مرزهای حرارتی متحرک توسعه داده شده است. مدل شرط مرزی سیال روح مبتنی بر برون‌بابی خواص ماکروسکوپیک به کمک روش دو خطی است که از تغییرات شدید توابع توزیع که ناشی از تعدد معادلات برون‌بابی است اجتناب می‌کند. با تلفیق این روش و مدل آرامش چند گانه در روش شبکه بولتزمن، جریان

	غير تعادلی	neq	زیرنویس‌ها
نقطه تقاطع با مرز	BI		
نقطه روح	GP		
نقطه تصویر	IP		
گره سیال جدید	FN		

8- پیوست

در شکل 1 حالت (الف)، برای میانیابی یک متغیر مشخص مثل دما (یا هر متغیر دیگری) در نقطه تصویر از روش میانیابی دو خطی (معادله (12)) استفاده شده است. در این روش با کمک دما و مختصات چهار گره همسایه می‌توان دستگاه معادلاتی مطابق با معادله (28) را تشکیل داد.

$$\begin{cases} T_A = ax_A + by_A + cx_Ay_A + d \\ T_B = ax_B + by_B + cx_By_B + d \\ T_C = ax_C + by_C + cx_Cy_C + d \\ T_D = ax_D + by_D + cx_Dy_D + d \end{cases} \quad (28)$$

در دستگاه فوق تنها ضرایب معادله دو خطی a, b, c, d مجھول هستند و با حل این دستگاه چهار معادله و چهار مجھول، مقادیر این ضرایب بدست می‌آیند. پس از مشخص شدن ضرایب، می‌توان با وارد کردن مختصات نقطه تصویر (T_{IP}, y_{IP}) در معادله میانیابی دو خطی، دما در نقطه تصویر بدست خواهد آمد:

$$T_{IP} = ax_{IP} + by_{IP} + cx_{IP}y_{IP} + d \quad (29)$$

حال اگر با توجه به شکل 1 یکی از حالات (ب) و (ج) برای نقطه تصویر وجود داشته باشد، در دستگاه معادلات رابطه (28)، مقادیر گره همسایه ای که درون مرز جامد قرار گرفته است، با مقادیر نقطه تقاطع با مرز جایگزین می‌شود. به طور مثال برای حالت (ب) در حالت شرط مرزی دما ثابت، دستگاهی مطابق با معادله (30) برای بدست آوردن ضرایب معادله دو خطی تشکیل داده می‌شود.

$$\begin{cases} T_A = ax_A + by_A + cx_Ay_A + d \\ T_B = ax_B + by_B + cx_By_B + d \\ T_C = ax_C + by_C + cx_Cy_C + d \\ T_D = ax_D + by_D + cx_Dy_D + d \end{cases} \quad (30)$$

و در حالت شرط مرزی شار ثابت دستگاهی مطابق با معادله (31) تشکیل داده می‌شود.

$$\begin{cases} T_A = ax_A + by_A + cx_Ay_A + d \\ T_B = ax_B + by_B + cx_By_B + d \\ \frac{\partial T}{\partial n} \Big|_C = an_x + bn_y + c(x'_C n_y + y'_C n_x) \\ T_D = ax_D + by_D + cx_Dy_D + d \end{cases} \quad (31)$$

که بردار \vec{n} از طریق معادله (32) قابل محاسبه است.

$$\vec{n} = n_x \hat{i} + n_y \hat{j} = \frac{(x_{IP} - x_{GP})\hat{i} + (y_{IP} - y_{GP})\hat{j}}{\sqrt{(x_{IP} - x_{GP})^2 + (y_{IP} - y_{GP})^2}} \quad (32)$$

برای حالت (ج) نیز طبق روش بالا عمل کرده و بعد از محاسبه ضرایب معادله دو خطی، با استفاده از معادله (29) دما در نقطه تصویر بدست خواهد آمد.

9- مراجع

- [1] P. Lallemand, L.-S. Luo, Theory of the lattice Boltzmann method: Dispersion, dissipation, isotropy, Galilean invariance, and stability, *Physical Review E*, Vol. 61, No. 6, pp. 6546, 2000.
- [2] O. Filippova, D. H  nel, Grid refinement for lattice-BGK models, *Journal of Computational Physics*, Vol. 147, No. 1, pp. 219-228, 1998.

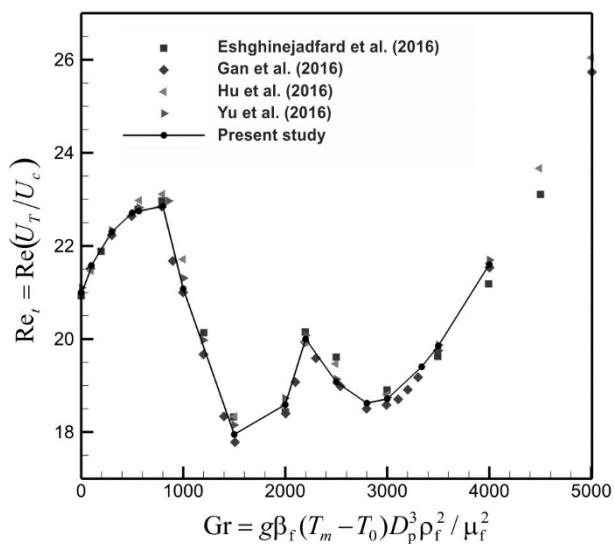


Fig. 13 Comparison of the Re_T with previous studies for different values of Gr

شکل 13 مقایسه Re_T با دیگر مطالعات در Gr های مختلف

جدول 4 موقعیت تعادل ذره در $Gr=1000$ و $Gr=2000$ و همچنین دامنه نوسان در $Gr=4500$

Table 4. Equilibrium positions at $Gr=1000$ and 2000 and amplitudes at $Gr=4500$

Gr	Present Study	[45]	[46]	[49]
1000	2.894	2.89	2.90	2.91
2000	2.743	2.74	2.73	2.74
4500	1.32	1.32	1.35	1.32

7- فهرست علایم

ضریب پسا	C_d
سرعت صوت در شبکه	c_s
قطر سیلندر (m)	D
ضریب هدایتی سیال (W/(mK))	k
طول مشخصه (m)	L
بردار نرمال مرز	\vec{n}
ناسلت موضعی	Nu
ناسلت متوسط	Nu_{ave}
شار حرارتی (W/m ²)	\vec{q}''
دمای دیواره سرد (K)	T_c
دمای دیواره گرم (K)	T_h
علایم یونانی	
ضریب پخش گرما (m ² /s)	α
فاصله بین نقطه روح و نقطه تصویر (m)	Δl
گام زمانی (s)	δt
گام مکانی (m)	δx
ویسکوزیته سینماتیک (m ² /s)	v
چگالی (kg/m ³)	ρ
متغیر ماکروسکوپیک عمومی	φ
ضرایب وزنی	ω_i
بالانویس‌ها	
تعادلی	eq

- [24] P. Lallemand, L.-S. Luo, Theory of the lattice Boltzmann method: Acoustic and thermal properties in two and three dimensions, *Physical Review E*, Vol. 68, No. 3, pp. 036706, 2003.
- [25] Z. Guo, C. Shu, *Lattice Boltzmann method and its applications in engineering*, pp.19-27,77,174-178, London, World Scientific, 2013.
- [26] Y. Hu, D. Li, S. Shu, X. Niu, An Efficient Immersed Boundary-Lattice Boltzmann Method for the Simulation of Thermal Flow Problems, *Communications in Computational Physics*, Vol. 20, No. 5, pp. 1210-1257, 2016.
- [27] Z. Wang, J. Fan, K. Luo, K. Cen, Immersed boundary method for the simulation of flows with heat transfer, *International Journal of Heat and Mass Transfer*, Vol. 52, No. 19, pp. 4510-4518, 2009.
- [28] T. Kuehn, R. Goldstein, An experimental and theoretical study of natural convection in the annulus between horizontal concentric cylinders, *Journal of Fluid Mechanics*, Vol. 74, No. 04, pp. 695-719, 1976.
- [29] H. Gan, J. Chang, J. J. Feng, H. H. Hu, Direct numerical simulation of the sedimentation of solid particles with thermal convection, *Journal of Fluid Mechanics*, Vol. 481, pp. 385-411, 2003.
- [30] W. Ren, C. Shu, W. Yang, An efficient immersed boundary method for thermal flow problems with heat flux boundary conditions, *International Journal of Heat and Mass Transfer*, Vol. 64, pp. 694-705, 2013.
- [31] J.-S. Yoo, Dual free-convective flows in a horizontal annulus with a constant heat flux wall, *International Journal of Heat and Mass Transfer*, Vol. 46, No. 13, pp. 2499-2503, 2003.
- [32] C. Ho, Y. Lin, T. Chen, A numerical study of natural convection in concentric and eccentric horizontal cylindrical annuli with mixed boundary conditions, *International Journal of Heat And Fluid Flow*, Vol. 10, No. 1, pp. 40-47, 1989.
- [33] J. Wu, C. Shu, Implicit velocity correction-based immersed boundary-lattice Boltzmann method and its applications, *Journal of Computational Physics*, Vol. 228, No. 6, pp. 1963-1979, 2009.
- [34] S.-y. Tuann, M. D. Olson, Numerical studies of the flow around a circular cylinder by a finite element method, *Computers & Fluids*, Vol. 6, No. 4, pp. 219-240, 1978.
- [35] R. Ahmad, Z. Qureshi, Laminar mixed convection from a uniform heat flux horizontal cylinder in a crossflow, *Journal of Thermophysics and Heat Transfer*, Vol. 6, No. 2, pp. 277-287, 1992.
- [36] A. D'Orazio, S. Succi, *Boundary conditions for thermal lattice Boltzmann simulations*, *Computational Science—ICCS 2003*, pp. 977-986: Berlin, Springer, 2003.
- [37] D. ghostYu, R. Mei, L.-S. Luo, W. Shyy, Viscous flow computations with the method of lattice Boltzmann equation, *Progress in Aerospace Sciences*, Vol. 39, No. 5, pp. 329-367, 2003.
- [38] S. Dennis, G.-Z. Chang, Numerical solutions for steady flow past a circular cylinder at Reynolds numbers up to 100, *Journal of Fluid Mechanics*, Vol. 42, No. 03, pp. 471-489, 1970.
- [39] X. Niu, C. Shu, Y. Chew, Y. Peng, A momentum exchange-based immersed boundary-lattice Boltzmann method for simulating incompressible viscous flows, *Physics Letters A*, Vol. 354, No. 3, pp. 173-182, 2006.
- [40] W. Ren, C. Shu, J. Wu, W. Yang, Boundary condition-enforced immersed boundary method for thermal flow problems with Dirichlet temperature condition and its applications, *Computers & Fluids*, Vol. 57, pp. 40-51, 2012.
- [41] O. Mohammadi-poor, H. Niazimand, S. Mirbozorgi, A new curved boundary treatment for the lattice Boltzmann method, *Modares Mechanical Engineering*, Vol. 13, No. 8, pp. 28-41, 2013.
- [42] K. Fallah, M. Khayat, M. H. Borghei, A. Ghaderi, E. Fattahi, Multiple-relaxation-time lattice Boltzmann simulation of non-Newtonian flows past a rotating circular cylinder, *Journal of Non-Newtonian Fluid Mechanics*, Vol. 177, pp. 1-14, 2012.
- [43] R. P. Bharti, R. Chhabra, V. Eswaran, A numerical study of the steady forced convection heat transfer from an unconfined circular cylinder, *Heat and Mass Transfer*, Vol. 43, No. 7, pp. 639-648, 2007.
- [44] N. Zhang, Z. C. Zheng, S. Eckels, Study of heat-transfer on the surface of a circular cylinder in flow using an immersed-boundary method, *International Journal of Heat and Fluid Flow*, Vol. 29, No. 6, pp. 1558-1566, 2008.
- [3] R. Mei, L.-S. Luo, W. Shyy, An accurate curved boundary treatment in the lattice Boltzmann method, *Journal of Computational Physics*, Vol. 155, No. 2, pp. 307-330, 1999.
- [4] R. Mei, W. Shyy, D. Yu, L.-S. Luo, Lattice Boltzmann method for 3-D flows with curved boundary, *Journal of Computational Physics*, Vol. 161, No. 2, pp. 680-699, 2000.
- [5] M. h. Bouzidi, M. Firdauss, P. Lallemand, Momentum transfer of a Boltzmann-lattice fluid with boundaries, *Physics of Fluids*, Vol. 13, No. 11, pp. 3452, 2001.
- [6] P. Lallemand, L.-S. Luo, Lattice Boltzmann method for moving boundaries, *Journal of Computational Physics*, Vol. 184, No. 2, pp. 406-421, 2003.
- [7] Z. Guo, C. Zheng, B. Shi, An extrapolation method for boundary conditions in lattice Boltzmann method, *Physics of Fluids*, Vol. 14, No. 6, pp. 2007, 2002.
- [8] H. Huang, T. Lee, C. Shu, Thermal curved boundary treatment for the thermal lattice Boltzmann equation, *International Journal of Modern Physics C*, Vol. 17, No. 05, pp. 631-643, 2006.
- [9] T. Zhang, B. Shi, Z. Guo, Z. Chai, J. Lu, General bounce-back scheme for concentration boundary condition in the lattice-Boltzmann method, *Physical Review E*, Vol. 85, No. 1, pp. 016701, 2012.
- [10] A. Tiwari, S. P. Vanka, A ghost fluid Lattice Boltzmann method for complex geometries, *International Journal for Numerical Methods in Fluids*, Vol. 69, No. 2, pp. 481-498, 2012.
- [11] L. Chen, Y. Yu, J. Lu, G. Hou, A comparative study of lattice Boltzmann methods using bounce-back schemes and immersed boundary ones for flow acoustic problems, *International Journal for Numerical Methods in Fluids*, Vol. 74, No. 6, pp. 439-467, 2014.
- [12] M. Kaneda, T. Haruna, K. Suga, Ghost-fluid-based boundary treatment in lattice Boltzmann method and its extension to advancing boundary, *Applied Thermal Engineering*, Vol. 72, No. 1, pp. 126-134, 2014.
- [13] R. Khazaeli, S. Mortazavi, M. Ashrafizadeh, Application of a ghost fluid approach for a thermal lattice Boltzmann method, *Journal of Computational Physics*, Vol. 250, pp. 126-140, 2013.
- [14] M. Mozafari-Shamsi, M. Sefid, G. Imani, Developing a ghost fluid lattice Boltzmann method for simulation of thermal Dirichlet and Neumann conditions at curved boundaries, *Numerical Heat Transfer, Part B: Fundamentals*, Vol. 70, No. 3, pp. 251-266, 2016.
- [15] D. d'Humieres, Generalized lattice-Boltzmann equations, *Rarefied gas dynamics- Theory and simulations*, Vol. 159, pp. 450-458, 1992.
- [16] K.-J. Paik, P. M. Carrica, Fluid-structure interaction for an elastic structure interacting with free surface in a rolling tank, *Ocean Engineering*, Vol. 84, pp. 201-212, 2014.
- [17] H. Yong, C. Zhai, S. Jiang, P. Song, Z. Dai, J. Gu, Numerical simulations of instabilities in the implosion process of inertial confined fusion in 2D cylindrical coordinates, *Science China Physics, Mechanics & Astronomy*, Vol. 59, No. 1, pp. 1-11, 2016.
- [18] P. H. Kao, R. J. Yang, An investigation into curved and moving boundary treatments in the lattice Boltzmann method, *Journal of Computational Physics*, Vol. 227, No. 11, pp. 5671-5690, 2008.
- [19] A. Caiazzo, Analysis of lattice Boltzmann nodes initialisation in moving boundary problems, *Progress in Computational Fluid Dynamics, an International Journal*, Vol. 8, No. 1-4, pp. 3-10, 2008.
- [20] Y. Wang, C. Shu, C. J. Teo, Thermal lattice Boltzmann flux solver and its application for simulation of incompressible thermal flows, *Computers & Fluids*, Vol. 94, pp. 98-111, 2014.
- [21] Q. Chen, X. B. Zhang, J. F. Zhang, Numerical simulation of Neumann boundary condition in the thermal lattice Boltzmann model, *International Journal of Modern Physics C*, Vol. 25, No. 08, pp. 1450027, 2014.
- [22] Z. Hashemi, O. Abouali, R. Kamali, Thermal three-dimensional Lattice Boltzmann simulations of suspended solid particles in microchannels, *International Journal of Heat and Mass Transfer*, Vol. 65, pp. 235-243, 2013.
- [23] B. Wen, C. Zhang, Y. Tu, C. Wang, H. Fang, Galilean invariant fluid-solid interfacial dynamics in lattice Boltzmann simulations, *Journal of Computational Physics*, Vol. 266, pp. 161-170, 2014.

2013.

- [48] A. Wachs, Rising of 3D catalyst particles in a natural convection dominated flow by a parallel DNS method, *Computers & Chemical Engineering*, Vol. 35, No. 11, pp. 2169-2185, 2011.
- [49] S. K. Kang, Y. A. Hassan, A comparative study of direct-forcing immersed boundary-lattice Boltzmann methods for stationary complex boundaries, *International Journal for Numerical Methods in Fluids*, Vol. 66, No. 9, pp. 1132-1158, 2011.
- [45] Z. Yu, X. Shao, A. Wachs, A fictitious domain method for particulate flows with heat transfer, *Journal of Computational Physics*, Vol. 217, No. 2, pp. 424-452, 2006.
- [46] Z.-G. Feng, E. E. Michaelides, Heat transfer in particulate flows with direct numerical simulation (DNS), *International Journal of Heat and Mass Transfer*, Vol. 52, No. 3, pp. 777-786, 2009.
- [47] S. Haeri, J. S. Shrimpton, A new implicit fictitious domain method for the simulation of flow in complex geometries with heat transfer, *Journal of Computational Physics*, Vol. 237, pp. 21-45,