

## بهینه‌سازی توپولوژی سازه‌های پیوسته براساس قابلیت اطمینان با استفاده از الگوریتم ازدحام ذرات

حامد محمدزاده<sup>۱</sup>، محمدحسین ابوالبشری<sup>۲\*</sup>

- ۱- دانشجوی کارشناسی ارشد، مهندسی مکانیک، دانشگاه فردوسی مشهد، مشهد  
 ۲- استاد گروه مهندسی مکانیک، دانشگاه فردوسی مشهد، مشهد  
 \*مشهد، صندوق پستی ۹۱۷۷۵-۱۱۱۱  
 abolbash@um.ac.ir

### چکیده

بهینه‌سازی و قابلیت اطمینان دو کلید اساسی در طراحی سازه‌ای است. بهینه‌سازی توپولوژی براساس قابلیت اطمینان روشی قوی و امیدبخش برای پیدا کردن توپولوژی بهینه با در نظر گرفتن عدم قطعیت است. در این مقاله به جای تقریب تابع حالت حدی و سپس استفاده از الگوریتم‌های جستجوی محمل ترین نقطه شکست که به طور معمول در بهینه‌سازی توپولوژی براساس قابلیت اطمینان مورد استفاده قرار می‌گیرد، از الگوریتم ازدحام ذرات با بهره‌گیری از روش اندازه‌گیری عملکرد پیشنهاد می‌شود. در الگوریتم پیشنهادی نیاز به استفاده از ضرب جرمیه با وجود اهمیت بسیار انتخاب مناسب آن در همگرایی فرایند جستجو نیست. علاوه‌بر آن نیاز به تقریب تابع حالت حدی، محاسبه مشتقات تابع حالت حدی نسبت به متغیرهای تصادفی و همچنین مشکل همگرایی روش‌های جستجوی محتمل ترین نقطه شکست برای توابع حالت حدی پیچیده را ندارد. در این مقاله بهینه‌سازی توپولوژی براساس قابلیت اطمینان با استفاده از بهینه‌سازی دو جهتی تکاملی سازه‌ها با طرح فیلتر بهمود یافته ارائه می‌شود. توپولوژی به دست آمده با بهینه‌سازی توپولوژی براساس قابلیت اطمینان با توپولوژی حاصل شده از بهینه‌سازی توپولوژی قطعی مقایسه می‌شود. نتایج نشان می‌دهد الگوریتم ازدحام ذرات می‌تواند به طور مؤثری در بهینه‌سازی توپولوژی براساس قابلیت اطمینان به کار گرفته شود و استفاده از آن نیز ساده و آسان است.

### اطلاعات مقاله

مقاله پژوهشی کامل
دریافت: ۲۵ اردیبهشت ۱۳۹۶
پذیرش: ۰۳ تیر ۱۳۹۶
ارائه در سایت: ۲۹ تیر ۱۳۹۶
کلید واژگان:
قابلیت اطمینان
الگوریتم ازدحام ذرات
بهینه‌سازی دو جهتی تکاملی سازه‌ها

## Reliability-based topology optimization of continuous structure using particle swarm algorithm

Hamed Mohammadzadeh<sup>1</sup>, Mohammad Hossein Abolbashari<sup>1\*</sup>

۱- Department of Mechanical Engineering, Ferdowsi University of Mashhad, Mashhad, Iran.  
 \* P.O. Box 91775-1111 Mashhad, Iran, abolbash@um.ac.ir

### ARTICLE INFORMATION

Original Research Paper  
 Received 15 May 2017  
 Accepted 24 June 2017  
 Available Online 20 July 2017

**Keywords:**  
 Reliability  
 particle swarm algorithm  
 Bidirectional evolutionary structural optimization

### ABSTRACT

Reliability and optimization are two key elements for structural design. The reliability-based topology optimization (RBTO) is a powerful and promising methodology for finding the optimum topologies with the uncertainties. In this paper, the particle swarm algorithm (PSO) using performance measure approach (PMA) is proposed in the RBTO procedure. Conventionally, the approximate limit state function along with the most probable point (MPP) search algorithms is used for calculating the reliability index. On the other hand, the choice of penalty function for having a convergent search plays a critical role. In addition, it is not necessary to use approximate limit state function and calculate the derivatives of limit state function with respect to random variables. Furthermore, the convergence problem of the MPP search algorithms for complicated limit state functions does not exist. This paper presents RBTO using bi-directional evolutionary structural optimization (BESO) with an improved filter scheme. The topologies obtained by RBTO are compared with that obtained by deterministic topology optimization (DTO). Results of the RBTO using PSO show that PSO can be effectively applied to RBTO and its use is quite simple.

براساس قابلیت اطمینان استفاده می‌شود تا در توپولوژی بهینه اثرات عدم

قطعیت در نظر گرفته شود.

به طور معمول در بهینه‌سازی توپولوژی براساس قابلیت اطمینان سنتی از روش قابلیت اطمینان مرتبه اول روش معیار اطمینان و اندازه‌گیری عملکرد است [۱]. الگوریتم‌های سنتی مورد استفاده در این روش‌ها ممکن است در مسائل غیرخطی با توابع عملکرد پیچیده برای یک سازه موجب نایابی حل به

۱- مقدمه به طور سنتی فرایند بهینه‌سازی به شیوه قطعی انجام می‌شود به گونه‌ای که عموماً حل بهینه در حدود مزدهای قیود قرار می‌گیرد. با این حال در طراحی مهندسی عملی با تغییرات در خواص هندسی، مواد و بارگذاری مواجه هستیم، زیرا در ذات طبیعت عدم قطعیت وجود دارد؛ بنابراین بهینه‌سازی توپولوژی قطعی بدون در نظر گرفتن عدم قطعیت ورودی به طور منطقی سطح قابلیت اطمینان مورد نظر را ندارد. به همین دلیل بهینه‌سازی توپولوژی

Please cite this article using:

H. Mohammadzadeh, M. H. Abolbashari, Reliability-based topology optimization of continuous structure using particle swarm algorithm, *Modares Mechanical Engineering*, Vol. 17, No. 7, pp. 265-272, 2017 (in Persian)

برای ارجاع به این مقاله از عبارت ذیل استفاده نمایید:

$$\alpha_i^e = \frac{1}{2} u_i^T K_i u_i \quad (6)$$

رابطه (6) نشان می‌دهد که افزایش نرمی میانگین و در نتیجه حذف المان با انرژی کرنشی خود المان مساوی است. مؤثرترین راه برای به کمینه رساندن نرمی میانگین (معادل بیشینه رساندن سفتی) از طریق حذف المان از بین بردن المان دارای پایین‌ترین ارزش‌های  $\alpha$  است، به طوری که افزایش در  $C$  به کمینه بررسد.

**2-2- پدیده شطرنجی و وابستگی به مش [6]**  
در واقع اصطلاح وابستگی به مش به مشکل به دست آمدن توبولوژی‌های مختلف با استفاده از مش‌های متفاوت اشاره دارد. روش‌های مختلفی برای غلبه بر مشکل وابستگی به مش مانند طرح فیلتر حساسیت و کنترل محیطی ارائه شده است، اما در روش کنترل محیطی انتخاب مقداری مناسب برای طول محیطی دشوار است؛ بنابراین طرح فیلتر در مدل BESO جدید معرفی می‌شود.

پیش از اعمال طرح فیلتر ضرایب حساسیت گرهی به وسیله میانگین ضرایب حساسیت المانی به صورت رابطه (7) تعریف می‌شوند.

$$\alpha_j^n = \sum_{i=1}^M \omega_i \alpha_i^e \quad (7)$$

که  $M$  تعداد کل المان‌های متصل به گره  $z$ -ام را نشان می‌دهد.  $\omega$  ضریب وزنی المان  $i$ -ام و به صورت رابطه (8) تعریف می‌شود.

$$\omega_i = \frac{1}{M-1} \left( 1 - \frac{r_{ij}}{\sum_{i=1}^M r_{ij}} \right) \quad (8)$$

$r_{ij}$  فاصله بین مرکز المان  $i$ -ام و گره  $z$ -ام است.

ضرایب حساسیت گرهی به ضرایب حساسیت المانی هموار شده تبدیل خواهد شد. برای انجام این فرآیند طرح فیلتر استفاده می‌شود. طرح فیلتر مقیاسی با طول  $r_{\min}$  دارد که با تغییر مش تغییر نمی‌کند. ضریب حساسیت بهبود یافته به صورت رابطه (9) تعریف می‌شود.

$$\alpha_i = \frac{\sum_{j=1}^k \omega(r_{ij}) \alpha_j^n}{\sum_{j=1}^k \omega(r_{ij})} \quad (9)$$

که  $k$  تعداد کل نودها در دایره تولید شده توسط  $r_{\min}$  است.  $\omega(r_{ij})$  ضریب وزنی خطی است که به صورت رابطه (10) تعریف می‌شود.

$$\omega(r_{ij}) = r_{\min} - r_{ij} \quad (j = 1, 2, \dots, k) \quad (10)$$

### 2-3- پایدارسازی در روند تکاملی

طرح فیلتر می‌تواند به طور قابل توجهی مشکل وابستگی به مش را حل کند. با این وجود ممکن است تابع هدف و توبولوژی مربوطه همگرا نشود. برای بهبود همگرایی الگوریتم ضریب حساسیت به دست آمده از رابطه (9) با ضریب به دست آمده از تکرار پیشین به صورت رابطه (11) میانگین گرفته می‌شود [6].

$$\alpha_i = \frac{\alpha_i^k + \alpha_i^{k-1}}{2} \quad (11)$$

بهینه‌سازی توبولوژی به وسیله حذف و اضافه المان‌ها انجام می‌شوند تا معیار همگرایی برآورده شود. در این مطالعه از معیار همگرایی رابطه (12) استفاده می‌شود.  $C$  تابع هدف،  $\tau$  خطای همگرایی مجاز و  $N$  عددی صحیح است که معمولاً 5 انتخاب می‌شود [6].

$$error = \frac{\sum_{i=1}^N C_{k-i+1} - \sum_{i=1}^N C_{k-N-i+1}}{\sum_{i=1}^N C_{k-i+1}} \leq \tau \quad (12)$$

صورت نوسانی شود [2].

کاربرد روش‌های مبتنی بر قابلیت اطمینان مرتبه اول فقط زمانی ممکن است که تابع حالت حدی مشخص باشد. از آن جا که در بیشتر موارد رابطه‌ای صریح برای تابع حالت حدی موجود نیست برای غلبه بر این مشکل از روش‌های طراحی آزمایش‌ها<sup>1</sup> استفاده می‌شود. کیم و همکاران [1] استفاده از روش پاسخ سطح را برای تقریب تابع حالت حدی استفاده کردند. یو و همکاران [3] روش پاسخ سطح استاندارد را برای این منظور پیشنهاد کردند. در این مقاله استفاده از الگوریتم ازدحام ذرات<sup>2</sup> با استفاده از روش اندازه‌گیری عملکرد پیشنهاد می‌شود. در الگوریتم پیشنهادی نیاز به استفاده از ضریب جریمه با وجود اهمیت بسیار انتخاب مناسب آن در همگرایی فرایند جستجو نیست. علاوه بر آن نیاز به تقریب تابع حالت حدی و محاسبه مشتقات تابع حالت حدی نسبت به متغیرهای تصادفی را ندارد.

بهینه‌سازی تکاملی سازه‌ها (ESO) یکی از روش‌های معمول مورد استفاده برای بهینه‌سازی توبولوژی است. این روش نخستین بار در اوایل دهه 1990 توسط شی و استیون [4] ارائه شد. روش یادشده الگوریتم ساده حذف مواد ناکارآمد را دنبال می‌کند. با این حال بازیابی موادی که در ESO زودتر از موعد مقرر حذف شدند مجاز نیست. در اواخر دهه 1990 بهینه‌سازی دو جهتی تکاملی سازه‌ها به عنوان ESO توسعه یافته ارائه شد [5]. در این نسخه مواد به طور همزمان می‌توانند حذف و یا اضافه شوند. یکی از معایب این روش‌ها راه حل وابسته به مش آن بود، که این مسئله با راه حل‌های مستقل از مش پیشنهادشده توسط هانگ و شی [6] حل شد. در این مقاله از روش بهینه‌سازی دو جهتی تکاملی سازه‌ها همراه با راه حل مستقل از مش پیشنهاد شده توسط هانگ و شی استفاده می‌شود.

## 2- روش بهینه‌سازی دو جهتی تکاملی سازه‌ها

### 2-1- ضریب حساسیت برای سفتی [4]

در روش اجزا محدود رفتار استاتیکی سازه با رابطه (1) بیان می‌شود.

$$Ku = f \quad (1)$$

که  $K$  ماتریس سختی سازه،  $u$  بردار تغییر مکان و  $f$  بردار نیرو است. انرژی کرنشی به صورت رابطه (2) تعریف می‌شود.

$$C = \frac{1}{2} f^T u \quad (2)$$

زمانی که المان  $i$ -ام از ساختار حذف می‌شود، ماتریس سختی به صورت رابطه (3) تغییر خواهد کرد.

$$\Delta K = K^* - K = -K_i \quad (3)$$

که  $K^*$  ماتریس سختی سازه پس از حذف المان  $i$  و  $K_i$  ماتریس سختی المان  $i$ -ام است. فرض می‌شود حذف المان هیچ تأثیری بر بار اعمالی  $f$  ندارد. با نادیده گرفتن جمله‌های مرتبه بالاتر تغییر بردار تغییر مکان به صورت رابطه (4) به دست می‌آید.

$$\Delta u = -K^{-1} \Delta K u \quad (4)$$

از روابط (4,2) می‌توان به رابطه (5) دست یافت.

$$\Delta C = \frac{1}{2} f^T \Delta u = -\frac{1}{2} f^T K^{-1} \Delta K u = \frac{1}{2} u^T K_i u_i \quad (5)$$

که  $u_i$  بردار تغییر مکان المان  $i$ -ام است.

ضریب حساسیت برای نرمی میانگین می‌تواند به صورت رابطه (6) تعریف شود.

<sup>1</sup> Design of experiment (DOE)

<sup>2</sup> Particle swarm optimization

مطلوب است. ایده این روش انتقال انتگرال از فضای تصادفی اصلی به فضای نرمال با معیار اطمینان قابل اندازه‌گیری که به عنوان کمینه فاصله مرکز از تابع حالت حدی در فضای نرمال تعریف می‌شود و در شکل 1 نشان داده شده است.

با استفاده از تقریب FORM احتمال شکست و احتمال شکست مجاز از رابطه (19) به دست می‌آید [7].

$$P_{f_i} \approx \Phi(-\beta_i^T) \quad (19)$$

تابع توزیع تجمعی استاندارد،  $\beta_i^T$  معیار اطمینان هدف برای قید  $i$ -ام و  $\mu_x$  معیار اطمینان محاسبه شده از مرکز تا محتمل‌ترین نقطه شکست در فضای نرمال است. به وسیله انتقال رزبلات، بردار متغیرهای تصادفی  $X$  به بردار نرمال  $U$  (میانگین صفر و انحراف معیار واحد) منتقل می‌شود و  $U = T(X)$  یا  $T(X) = T^{-1}(U)$  بیان می‌شود. برای توزیع نرمال بردار نرمال  $U$  با رابطه

$$(20) \text{ به دست می‌آید.}$$

$$U = \frac{X - \mu_x}{\sigma_x} \quad (20)$$

$\mu_x$  و  $\sigma_x$  به ترتیب میانگین و انحراف استاندارد مربوط به متغیر  $X$  است.

$$\text{براساس انتقال بالا تابع قید به صورت رابطه (21) بیان می‌شود [7].} \\ G_i(\rho, X) = g_i(\rho, T^{-1}(U)) = g_i(\rho, U) \quad (21)$$

که  $g_i$  قید  $i$ -ام در فضای نرمال است.

### 1-2-3- روش معیار اطمینان<sup>2</sup> (RIA)

هنگامی که قیود قابلیت اطمینان در ترم‌هایی از معیار اطمینان برآورد می‌شوند، در RBTO رابطه (18) می‌تواند به شکل رابطه (22) بیان شود [1].

$$C(\rho) \text{ کمینه‌سازی} \quad (22)$$

$$\beta_i \geq \beta_i^T \quad (i = 1, \dots, m)$$

جهت ارزیابی قیود احتمالاتی برای روش RIA حلقه تو در تو بهینه‌سازی ضروری است. با توجه به آن که تعریف معیار قابلیت اطمینان، کمترین فاصله مبدأ از تابع حالت حدی تقریب زده می‌شود، شاخص قابلیت اطمینان به عنوان مسئله بهینه‌سازی با یک قید تساوی در فضای  $U$  به صورت رابطه (23)

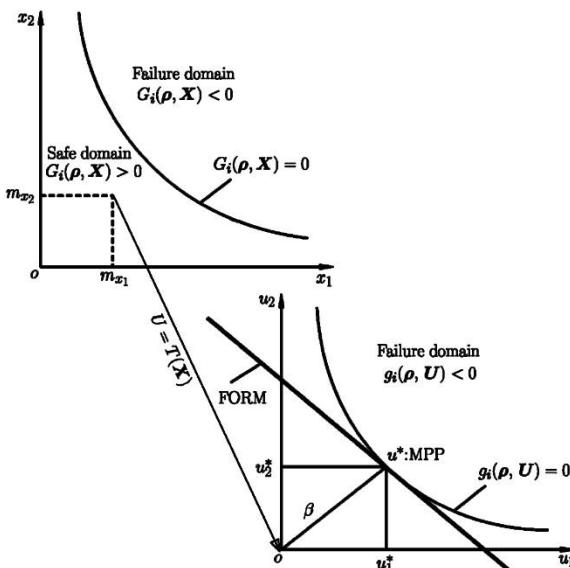


Fig. 1 The first order reliability method (FORM) [7]

شکل 1 قابلیت اطمینان مرتبه اول [7]

### 2-4- حذف و اضافه المان‌ها

پس از محاسبه حساسیت المان‌ها در رابطه (12) حجم برای تکرارهای بعدی با رابطه (13) تعیین می‌شود [5].

$$V_{k+1} = V_k(1 \pm ER) \quad (k = 1, 2, 3, \dots) \quad (13)$$

$ER$  ضریب تکاملی است که در تکرارهای پیاپی از آن استفاده می‌شود. برای تعیین حجم تکرار بعدی،  $ER$  از حجم تکرار پیشین کم یا اضافه می‌شود تا به حجم نهایی برسد. پس از این حجم ثابت نگاه داشته می‌شود تا نرمی میانگین به همگرایی برسد. در هر تکرار حساسیت تمام المان‌ها شامل توبیر و حفره محاسبه می‌شود، سپس حساسیت بهبود یافته المان‌ها به صورت نزولی مرتب و عناصری که دارای مقدار حساسیت کمتر از مقدار آستانه ( $\alpha_{\text{del}}^{\text{th}}$ ) هستند، از دامنه طراحی حذف و به المان‌های حفره طبق رابطه (14) اضافه می‌شوند [5].

$$\alpha_i < \alpha_{\text{del}}^{\text{th}} \quad (14)$$

به طور مشابه المان‌هایی که رابطه (15) را برآورده می‌سازند به گروه المان‌های توبیر اضافه می‌شوند [5].

$$\alpha_i > \alpha_{\text{add}}^{\text{th}} \quad (15)$$

$\alpha_{\text{del}}^{\text{th}}$  و  $\alpha_{\text{add}}^{\text{th}}$  با استفاده از حجم  $V_{k+1}$  تعیین می‌شوند.

### 3- فرمول‌بندی بهینه‌سازی توبولوژی

#### 3-1- بهینه‌سازی توبولوژی قطعی (DTO)

رابطه‌سازی معمولی DTO می‌تواند به شکل رابطه (17) بیان شود [7].

$$C(\rho) \text{ کمینه‌سازی} \quad (16)$$

که  $\rho$  بردار متغیرهای طراحی،  $C$  تابع هدف،  $G_i$  تابع قید  $i$ -ام و  $m$  تعداد قیدهایست.

#### 3-2- بهینه‌سازی توبولوژی براساس قابلیت اطمینان (RBTO)

در RBTO اثرات عدم اطمینان می‌تواند به طور صریح در قید قابلیت اطمینان مشخص شود. در اینجا دو نوع متغیر وجود دارد.  $\rho$  متغیرهای طراحی و  $\mathbf{x}$  دیگری متغیرهای تصادفی است. رابطه‌سازی معمولی RBTO به شکل رابطه (17) می‌تواند بیان شود [7].

$$C(\rho) \text{ کمینه‌سازی} \quad (17)$$

$\mathbf{x}$  متغیر تصادفی است و با توزیع احتمالاتی مشخص می‌شود.  $G_i$  به عنوان تابع حالت حدی یا تابع عملکرد شناخته می‌شود.  $\text{pr}[G_i(\rho, \mathbf{x}) \leq 0] \leq P_{f_i}^T(i = 1, \dots, m)$  با قیود  $P_{f_i}^T$  احتمال شکست مجاز می‌شود. برای ارزیابی احتمال شکست  $G(\rho, \mathbf{x}) = 0$  تابع  $G(\rho, \mathbf{x}) < 0$  دامنه شکست و  $G(\rho, \mathbf{x}) = 0$  تابع حالت حدی مجاز تعريف می‌شود. احتمال شکست هر قید  $P_{f_i}$  از رابطه (18) به دست می‌آید [7].

$$P_{f_i} = \text{pr}[G_i(\rho, \mathbf{x}) \leq 0] = \int \dots \int_{G_i(\rho, \mathbf{x}) \leq 0} f_{\mathbf{x}}(\mathbf{x}) d\mathbf{x} \quad (18)$$

$f_{\mathbf{x}}(\mathbf{x})$  تابع چگال احتمال مشترک متغیرهای تصادفی است. در عمل به دلیل نبود اطلاعات کافی در مورد تابع چگالی احتمال مشترک و همچنین فرم غیرخطی تابع حالت حدی محاسبه انتگرال چندگانه رابطه (19) سخت و حتی غیرممکن است؛ بنابراین از روش‌های تقریبی استفاده می‌شود. در میان این روش‌ها تقریب مرتبه اول<sup>1</sup> (FORM) به علت سادگی و کارایی

<sup>1</sup> First order reliability method

پیشتر گفته شده نیازمند تقریب تابع حالت حدی نیست.

اگر در فرایند بهینه‌سازی توپولوژی از روش RIA برای ارزیابی قابلیت اطمینان استفاده شود باید از روش جرمیه خارجی استفاده کرد. براساس روش جرمیه حل رابطه (24) معادل با حل رابطه (28) است [9].

$$\sum_{i=1}^n u_i^2 + \lambda \xi(G(T^{-1}(u)) \quad (28)$$

در آن  $\lambda$  و  $\xi$  به ترتیب ضریب جرمیه و تابع جرمیه است. انتخاب تابع و ضریب جرمیه در رابطه (28) در همگرایی فرایند جستجو بسیار مهم است. در این مقاله استفاده از روش PMA برای غلبه بر این ضعف پیشنهاد می‌شود به‌گونه‌ای که ذرات در الگوریتم PSO را در مختصاتی به فاصله  $\beta_i^T$  در فضای نرمال پخش و محدود به حرکت در این مختصات می‌شود. برای نمونه دو متغیر تصادفی بر محیط دایره‌ای به شاعر  $\beta_i^T$  و برای سه متغیر تصادفی بر محیط کره‌ای به شاعر  $\beta_i^T$  تشکیل، سپس کمینه تابع عملکرد محاسبه می‌شود. در صورت مثبت بودن آن فرایند حذف و اضافه انجام می‌گیرد.

#### ۵- گام‌های حل مسئله به روش الگوریتم ازدحام ذرات

گام‌های حل مسئله را می‌توان به شکل زیر در نظر گرفت.

گام نخست: مدل‌سازی اجزای محدود و حل اجزای محدود

گام دوم: محاسبه ضریب حساسیت

گام سوم: پخش تصادفی ذرات در مختصاتی به فاصله  $\beta_i^T$  و حرکت بر این مختصات و یافتن مقدار کمینه تابع عملکرد

گام چهارم: حذف و اضافه امان‌ها

گام پنجم: تکرار گام‌های اول تا چهارم تا زمانی که مقدار تابع عملکرد در محتمل‌ترین نقطه<sup>۲</sup> (MPP) مقدار مثبت داشته باشد.

#### ۶- مثال‌ها

##### ۶-۱- مثال اول

تیر یکسر گیردار نشان داده شده در شکل‌های 2 به طول (L) ۸۰mm، ارتفاع (H) ۵۰mm و ضخامت (T) 1mm است. دامنه طراحی به ۸۰:۵۰ المان تنش صفحه‌ای تقسیم می‌شود. مدول یانگ 100GPa و بار 100N به انتهای آزاد تیر وارد می‌شود. ER = 5% و AR = 5%. به انتهای آزاد تیر وارد می‌شود. برای هر متغیر تصادفی توزیع نرمال با واریانس 10% مقدار میانگین و معیار اطمینان هدف برابر 3 در نظر گرفته می‌شود. DTO به صورت رابطه (29) بیان می‌شود.

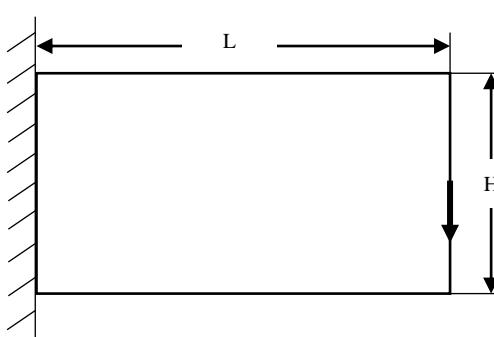


Fig. 2 Design domain of example 1

شکل 2 دامنه طراحی مثال اول

<sup>2</sup> Most probable point

فرمول‌بندی می‌شود [1].

$$\beta_i = \|u\| = \sqrt{u^T u} \quad (23)$$

با قیود  $g_i(\rho, U) = 0$

نقشه بهینه در سطح شکست محتمل‌ترین نقطه شکست (MPP) نامیده می‌شود.

#### ۳-۲-۲- روش اندازه‌گیری عملکرد<sup>۱</sup> (PMA)

با استفاده از فرمول‌بندی PMA در RBTO در رابطه (18) به شکل رابطه (24) بیان می‌شود [7].

$$C(\rho) : \text{کمینه‌سازی} \quad (24)$$

$G_i^P(\rho, X) \geq 0 \quad (i = 1, \dots, m)$  با قیود

$G_i^P$  مقدار تابع عملکرد در نقطه MPP است که از رابطه (25) محاسبه می‌شود [7].

$$g_i(\rho, U) : \text{کمینه‌سازی} \quad (25)$$

$\|u\| = \sqrt{u^T u} = \beta_i^T$  با قیود

#### ۴- الگوریتم ازدحام ذرات (PSO)

الگوریتم PSO فضای یک تابع هدف را با تنظیم مسیرهایی از عوامل فردی به نام ذرات جستجو می‌کند که این مسیرهای قطعه به قطعه از بردارهای موضوعی به شیوه‌ای شبه تصادفی تشکیل شده است. حرکت هر ذره شامل دو مؤلفه اصلی که یک قسمت تصادفی و یک قسمت قطعی است. هر ذره به سمت بهترین موقعیت کلی  $g^*$  و بهترین مکان خود  $x^*$  حرکت می‌کند. حالی که در همان زمان تمايل به حرکت تصادفی دارد، هدف پیدا کردن بهترین مکان کلی در میان همه بهترین راه حل کوئنی است تا زمانی که هدف دیگر بهبود زیادی نیاید و یا تعداد تکرار معینی ادامه می‌یابد [8].

$x_i$  و  $v_i$  به ترتیب بردار مکان و بردار سرعت جزء هستند و بردار سرعت

جدید از رابطه (26) به دست می‌آیند [8].

$$v_i^{t+1} = \theta v_i^t + \alpha \epsilon_1 (x_i^{*(t)} - x_i^t) + \beta \epsilon_2 (x_i^{*(t)} - x_i^t) \quad (26)$$

$\epsilon_1$  و  $\epsilon_2$  دو بردار تصادفی بین صفر و یک است. پارامترهای ثابت  $\alpha$  و  $\beta$  پارامترهای یادگیری و  $\theta$  پارامتر وزن اینترسی که در این مقاله به ترتیب 0.3 و 0.5 و 0.2 اختیار شده است.

مکان اولیه همه ذرات باید توزیع به نسبت یکنواختی داشته باشد به طوری که بتوانند بسیاری از مناطق را پوشش دهند. این امر به ویژه برای مسائل چند حالت مهم است. سرعت اولیه می‌تواند صفر در نظر گرفته شود.  
 $v_i^{t=0} = 0$

موقعیت جدید به وسیله رابطه (27) به روز رسانی می‌شود [8].

$$x_i^{t+1} = x_i^t + v_i^{t+1} \quad (27)$$

#### ۵- بهینه‌سازی توپولوژی براساس قابلیت اطمینان با استفاده از الگوریتم ازدحام ذرات

برای حل روابط (25,23) از الگوریتم‌های مختلف استفاده شده است، ولی دو نقطه ضعف این الگوریتم‌ها این است که آن‌ها نیازمند محاسبه مشتقهای توابع حالت حدی نسبت به متغیرهای تصادفی هستند، همچنین این روش‌ها ممکن است در مسائل غیرخطی با توابع عملکرد پیچیده برای یک سازه موجب ناپایداری حل به صورت نوسانی و حل مغلوش شود. در نتیجه استفاده از الگوریتم PSO در این مقاله پیشنهاد می‌شود که علاوه‌بر نداشتن مشکلات

<sup>1</sup> Performance Measure Approach

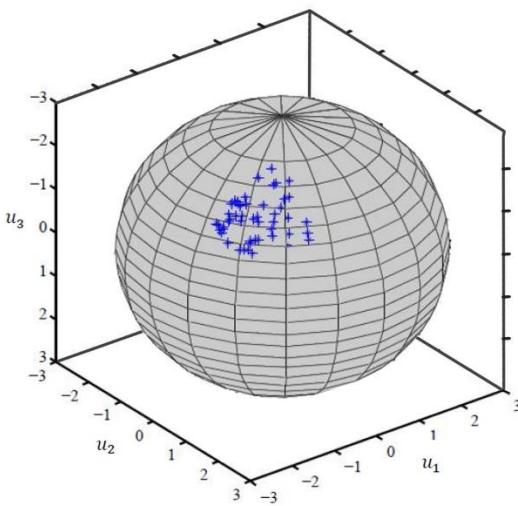


Fig. 5 Particles position in third iteration for final volume RBTO

$$V: \text{کمینه‌سازی} \quad (29)$$

$$G = \delta_{\text{all}} - \delta \geq 0 \quad \text{با قید}$$

$V$  حجم،  $\delta$  تغییر مکان واقعی و  $\delta_{\text{all}}$  تغییر مکان مجاز و برابر با  $0.0587\text{mm}$  فرض می‌شود.

RBTO به صورت رابطه (30) بیان می‌شود.

$$V: \text{کمینه‌سازی} \quad (30)$$

$$G^P(\rho, X) \geq 0 \quad \text{با قید}$$

در هر گام ابتدا متغیرهای تصادفی پس از هر بار محاسبه ضرایب حساسیت بر محیط کره‌ای به شاعر  $\beta_i^T$  پخش می‌شوند.  $u_1$  و  $u_2$  به ترتیب مقدار مدول یانگ، بار و ضخامت در فضای نرم‌مال است. از آن جا که مشخص است مقدار کمینه تابع عملکرد در  $u_1$  و  $u_3$  منفی و  $u_2$  مثبت است برای همگرایی سریع‌تر PSO ذرات در یک هشتمنج محیط کره‌ای به شاعر 3 پخش می‌شوند. با الگوریتم PSO کمترین مقدار تابع عملکرد محاسبه می‌شود، در صورتی که تابع عملکرد در نقطه MPP بزرگ‌تر از صفر باشد حذف و اضافه المان‌ها انجام می‌گیرد. در شکل‌های 7-3 چگونگی روند رسیدن به نقطه MPP مشاهده می‌شود. همان‌طور که دیده می‌شود با پیشرفت الگوریتم تمام ذرات به سمت نقطه MPP حرکت می‌کنند و پس از

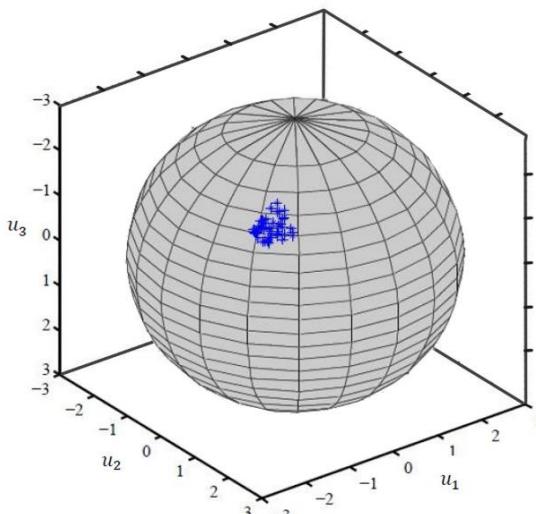


Fig. 6 Particles position in fourth iteration for final volume RBTO

$$\text{شکل 6 موقعیت ذرات در تکرار چهارم برای حجم نهایی RBTO}$$

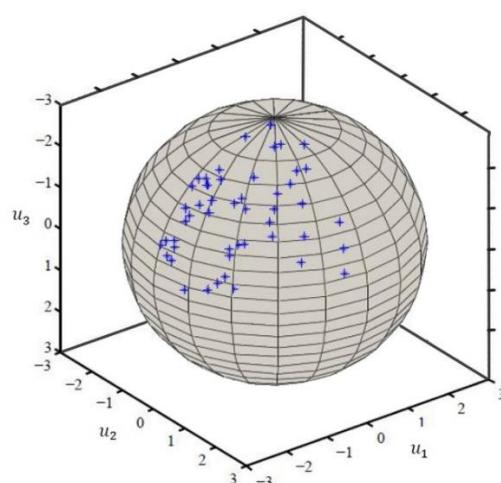


Fig. 3 Particles position in first iteration for final volume RBTO

$$\text{شکل 3 موقعیت ذرات در تکرار اول برای حجم نهایی RBTO}$$

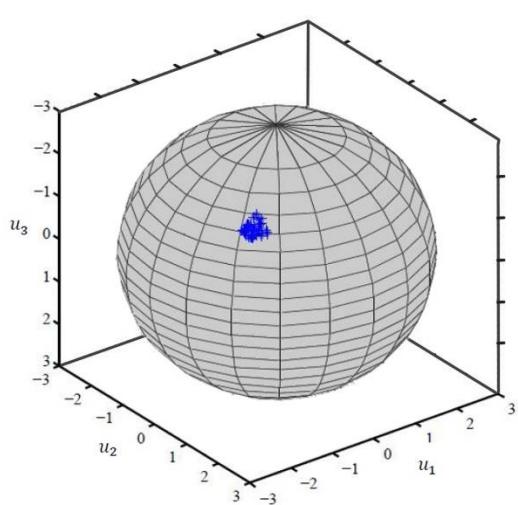


Fig. 7 Particles position in fifth iteration for final volume RBTO

$$\text{شکل 7 موقعیت ذرات در تکرار پنجم برای حجم نهایی RBTO}$$

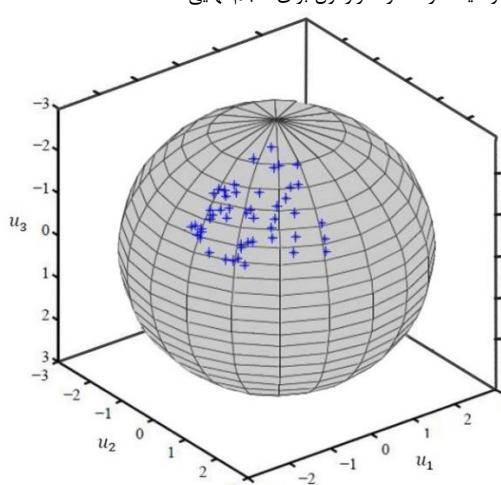


Fig. 4 Particles position in second iteration for final volume RBTO

$$\text{شکل 4 موقعیت ذرات در تکرار دوم برای حجم نهایی RBTO}$$

جدول 1 نتایج طراحی مثال اول

Table 1 Results of the example 1

نقطه طراحی	ضخامت (mm)	بار (N)	مدول یانگ (GPa)	معیار اطمینان	حجم (%)	نوع تحلیل
1	100	100	—	31.2	DTO[3]	
1	100	100	—	31.2	DTO	
NA	NA	NA	3.08	37.1	RBTO[3]	
0.94	105	94.33	3	36.9	RBTO	

و  $AR = 5\%$  استفاده می‌شود. مدول یانگ و مقدار بار به عنوان متغیرهای تصادفی با انحراف استاندارد 10% مقدار میانگین و معیار اطمینان هدف برابر 3 فرض می‌شود.

DTO به صورت رابطه (31) بیان می‌شود.

$$V: \text{کمینه‌سازی} \quad (31)$$

$$G = \delta_{\text{all}} - \delta \geq 0 \quad \text{با قید}$$

حجم،  $\delta$  تغییر مکان واقعی و  $\delta_{\text{all}}$  تغییر مکان مجاز و برابر با 0.04mm فرض می‌شود.

RBTO به صورت رابطه (32) بیان می‌شود.

$$V: \text{سازی کمینه} \quad (32)$$

$$G^P(\rho, X) \geq 0 \quad \text{با قید}$$

$u_1$  و  $u_2$  به ترتیب مقدار مدول یانگ و بار در فضای نرم‌المل است. مقدار کمینه تابع عملکرد در  $u_1$  منفی و در  $u_2$  مثبت است. برای همگرایی سریع تر PSO ذرات در یک چهارم محیط دایره‌ای به شعاع 3 پخش می‌شوند. در شکل‌های 14-11 چگونگی روند رسیدن به نقطه MPP مشاهده می‌شود. همان‌طور که دیده می‌شود مانند مثال اول با پیشرفت الگوریتم تمام ذرات به سمت نقطه MPP حرکت می‌کنند و پس از حدود 5 تکرار به این نقطه همگرا می‌شوند. بیشینه جابه‌جایی در نقطه MPP برابر با 0.04mm و در نقطه میانگین برابر 0.0257mm است.

شکل 15 توبولوژی حاصل از DTO و شکل 16 توبولوژی حاصل از RBTO را نشان می‌دهد. در جدول 2 خلاصه‌ای از نتایج شکل‌های 16, 15, 14 آمده، مانند مثال قبل حجم RBTO بزرگ‌تر DTO است.

## 7- نتیجه‌گیری

در این مقاله RBTO و DTO براساس BESO انجام و استفاده از الگوریتم ازدحام ذرات برای ارزیابی قابلیت اطمینان سازه پیشنهاد شد. از مزیت‌های الگوریتم پیشنهادی عدم نیاز به تقریب تابع حالت حدی و نداشتن مشکل همگرایی روش‌های جستجوی محتمل‌ترین نقطه شکست که در مسائلی با

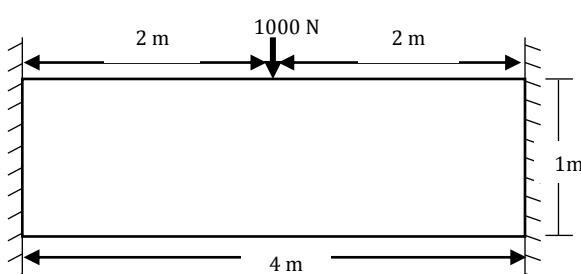


Fig. 10 Design domain of example 2

شکل 10 دامنه طراحی مثال دوم

حدود 5 تکرار به یک نقطه همگرا می‌شوند. بیشینه تغییر مکان در نقطه MPP برابر با 0.0587mm و در نقطه میانگین برابر 0.0496mm است.

شکل 8 توبولوژی حاصل از DTO و شکل 9 توبولوژی حاصل از RBTO را نشان می‌دهد. حجم نهایی و توبولوژی بسیار نزدیک به حل انجام شده توسط یو [3] است.

در جدول 1 مقایسه‌ای از نتایج به دست آمده با استفاده از الگوریتم PSO و روش پاسخ سطح استاندارد [3] آورده شده است. حجم نهایی و RBTO معیار اطمینان الگوریتم پیشنهادی بسیار نزدیک به نتایج یو [3] است. استفاده از الگوریتم PSO به دلیل نیاز بیشتر به حل اجزا محدود زمان حل پیشتری دارد، که این نقطه ضعف تا حدودی با نحوه پخش ذرات و الگوریتم پیشنهادی پوشش داده شده است. مشکل همگرایی روش جستجوی محتمل‌ترین نقطه شکست را ندارد، زیرا تنها به مقدار تابع حالت حدی نیاز دارد و به دلیل عدم نیاز به تقریب تابع حالت حدی در مسائل با تابع عملکرد پیچیده دقت بیشتری دارد و در عین حال استفاده از آن ساده است. همان‌طور که انتظار می‌رود حجم نهایی توبولوژی بدست آمده از RBTO برای برقراری قابلیت اطمینان به دلیل کاهش فضای قابل پذیرش ناشی از توزیع متغیرهای عدم قطعیت کمی بیش از DTO است.

## 6- مثال دوم

تیری به ابعاد 4m×1m و ضخامت 0.01m که در طول دو لبه کوتاه‌ترش دارد تکیه‌گاه گیردار در نظر گرفته می‌شود. نیروی 1000N به مرکز لبه بالایی وارد می‌شود دامنه طراحی نشان داده شده در شکل 10 به 240-60 المان تش صفحه‌ای تقسیم شده و خواص مواد  $E=100\text{GPa}$  و  $\nu=0.3$  است.

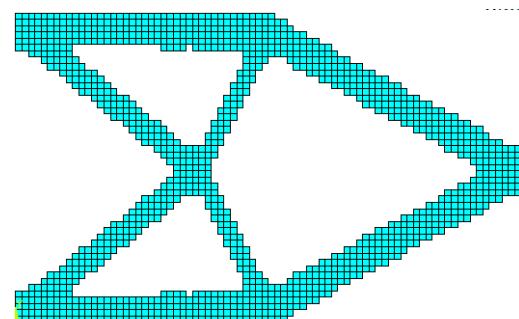


Fig. 8 The final topology of deterministic topology optimization of example 1

شکل 8 توبولوژی نهایی برای بهینه‌سازی توبولوژی قطعی مثال اول

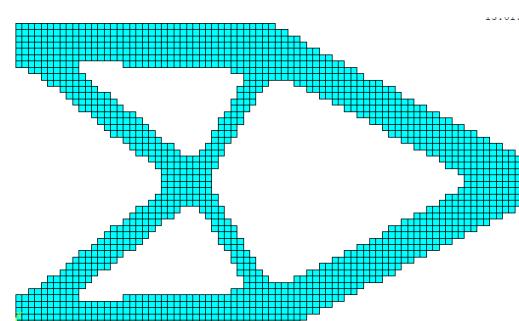
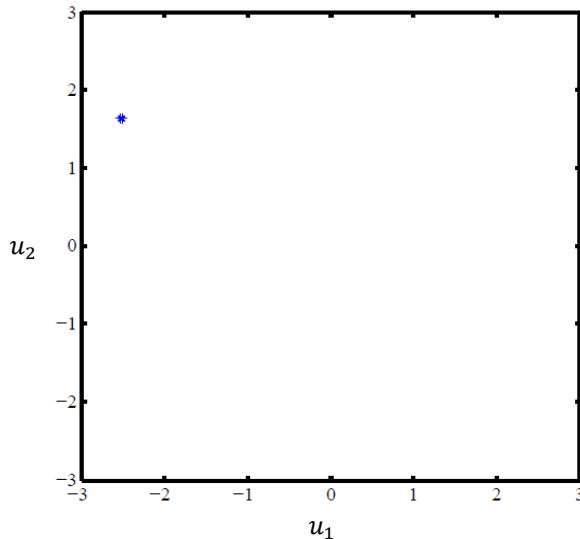
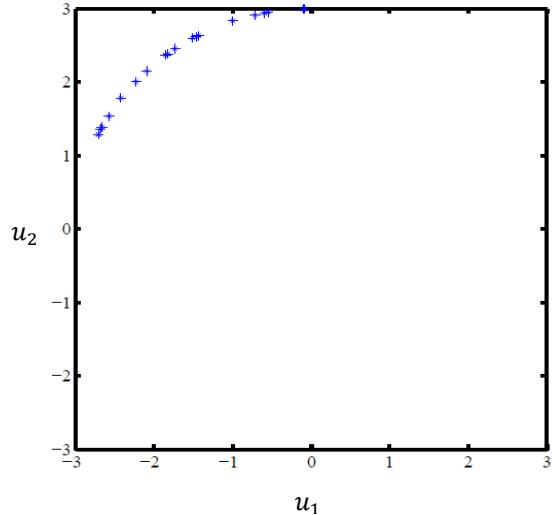


Fig. 9 The final topology of reliability based topology optimization of example 1

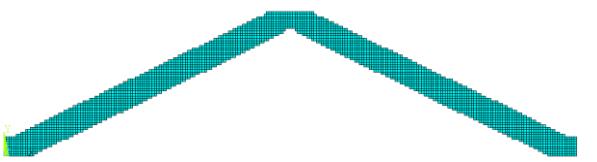
شکل 9 توبولوژی نهایی برای بهینه‌سازی توبولوژی براساس قابلیت اطمینان مثال اول



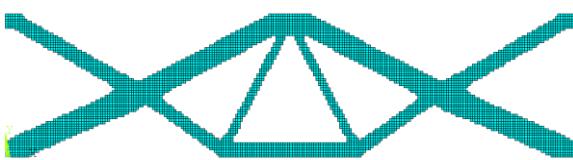
**Fig. 14** Particles position in fifth iteration for final volume RBTO  
**شکل 14** موقعیت ذرات در تکرار پنجم برای حجم نهایی RBTO



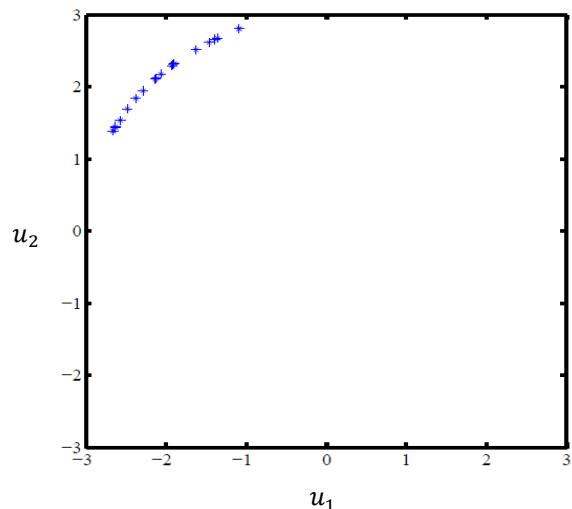
**Fig. 11** موقعیت ذرات در تکرار اول برای حجم نهایی RBTO  
**شکل 11** موقعیت ذرات در تکرار اول برای حجم نهایی RBTO



**Fig. 15** The final topology of DTO of example 2  
**شکل 15** توبولوژی نهایی برای بهینه‌سازی توبولوژی قطعی مثال دوم



**Fig. 16** The final topology of RBTO of example 2  
**شکل 16** توبولوژی نهایی برای بهینه‌سازی توبولوژی براساس قابلیت اطمینان مثال دوم



**Fig. 12** موقعیت ذرات در تکرار دوم برای حجم نهایی RBTO  
**شکل 12** موقعیت ذرات در تکرار دوم برای حجم نهایی RBTO

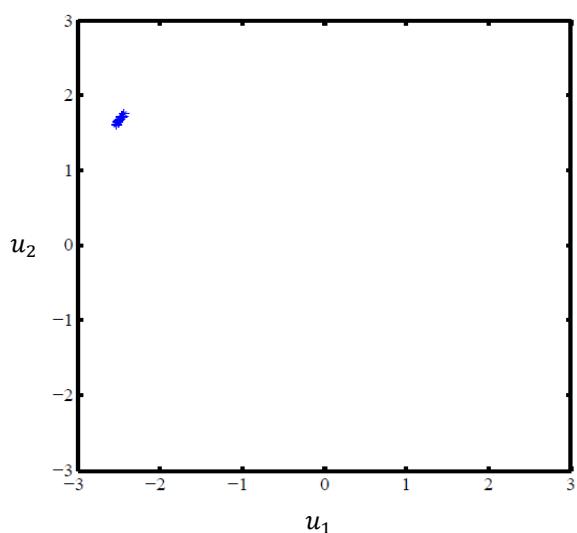
جدول 2 نتایج طراحی مثال دوم

Table 2 Results of the example 2			
نقطه طراحی	حجم (%)	نوع تحلیل	
بار (N)	مدول یانگ (GPa)		
1000	100	18.56	DTO
1162	74.8	29.33	RBTO

تابع عملکرد پیچیده امکان دارد پیش آید، است. نتایج نشان می‌دهد الگوریتم ازدحام ذرات می‌تواند به طور مؤثر در بهینه‌سازی توبولوژی براساس قابلیت اطمینان اعمال شود و همچنین استفاده از آن ساده و آسان است.

#### 8- مراجع

- [1] S. R. Kim, W. G. Lee, J. Y. Park, J. S. Yu, S. Y. Han, Reliability-based topology optimization using reliability index approach, *Proceeding of SPIE, The International Society for Optical Engineering*, Vol. 7375, paper. 73752W, pp.1-6, 2009.
- [2] B. Keshtegar, Step size effect on convergence of the first order reliability method of structures *Civil and Environmental Engineering*, Vol. 45, No. 3, pp. 111-120, 2015. (in persian فارسی)
- [3] K. S. Yoo, Y. S. Eom, J. Y. Park, M. G. Im, S. Y. Han, Reliability-



**Fig. 13** موقعیت ذرات در تکرار چهارم برای حجم نهایی RBTO  
**شکل 13** موقعیت ذرات در تکرار چهارم برای حجم نهایی RBTO

- Finite Element in Analysis and Design*, Vol. 43, No. 14, pp. 1039-1049, 2007.
- [7] Q. Zhao, X. Chen, Z. Ma, Y. Lin, A comparison of deterministic, reliability-based topology optimization under uncertainties, *Acta Mechanica Solida Sinica*, Vol. 29, No. 1, pp. 31-45, 2016.
  - [8] X. S. Yang, *Chapter 7-Particle Swarm Optimization*, in: *Nature-Inspired Optimization Algorithms*, pp. 99-110, Oxford: Elsevier, 2014.
  - [9] C. Elegbede, Structural reliability assessment based on particles swarm optimization, *Structural Safety*, Vol. 27, No. 2, pp. 171-186, 2005.
  - based topology optimization using successive standard response surface method, *Finite Element in Analysis and Design*, Vol. 47, No. 7, pp. 843-849, 2011.
  - [4] Y. M. Xie, G. P. Steven, A simple evolutionary procedure for structural optimization, *Computers & Structures*, Vol. 49, No. 5, pp. 885-896, 1993.
  - [5] X. Y. Yang, Y. M. Xei, G. P. Steven, O. M. Querin, Bidirectional evolutionary method for stiffness optimization, *AIAA Journal*, Vol. 37, No. 11, pp. 1483-1488, 1999.
  - [6] X. Huang, Y. M. Xie, Convergent and mesh-independent solutions for the bi-directional evolutionary structural optimization method,