



مدل سازی عددی جریان اسلاگ به همراه حباب های نفوذ کرده به داخل بدنه اسلاگ در کانال افقی

مصطفی زین العابدینی¹، محمدرضا انصاری^{2*}

1- دانشجوی دکتری، مهندسی مکانیک، دانشگاه تربیت مدرس، تهران

2- دانشیار، مهندسی مکانیک، دانشگاه تربیت مدرس، تهران

* تهران، صندوق پستی 14115-143، mra_1330@modares.ac.ir

اطلاعات مقاله

مقاله پژوهشی کامل

دریافت: 11 دی 1395

پذیرش: 11 خرداد 1395

ارائه در سایت: 27 فروردین 1396

کلید واژگان:

اسلاگ

نفوذ

حباب

مدل ترکیبی

شبیه سازی

چکیده

یکی از پدیده های مهم و پیچیده در تحلیل رژیم جریان اسلاگ، مکش حباب های ریز به داخل بدنه اسلاگ در هنگام وقوع آن است. در این مقاله روشی برای مدل سازی اسلاگ با در نظر گرفتن پدیده مکش هوا به داخل بدنه مایع اسلاگ ارائه شد. در این روش رفتار اسلاگ، به همراه کسر حجمی حباب های نفوذ کرده و تأثیر آن ها بر مشخصات اسلاگ بررسی شد تا روابط دقیق تری برای تخمین پارامترهای این رژیم جریان به دست آید. این روش از ترکیب مدل جریان دو سیالی، روش حجم سیال و مدل بالانس جمعیتی دسته حباب های با قطر یکسان، به وجود آمده است. در این راستا براساس شباهت جریان اسلاگ با پرش هیدرولیکی، مدلی برای تخمین ترم نفوذ ذرات حباب، مکانیزم و مقدار آن در نظر گرفته شد و به کمک برنامه ای جداگانه وارد معادلات مورد نظر در نرم افزار فلوئنت گردید. در انتها نتایج حاصل از حل عددی جریان اسلاگ به همراه مدل مربوطه با نتایج تجربی استخراجی از سایر مقالات مقایسه گردید. این نتایج شامل پروفیل جریان اسلاگ، حباب های نفوذ کرده، سرعت بدنه اسلاگ مایع در زمان وقوع جریان اسلاگ، تعداد حباب های نفوذ کرده با ابعاد مختلف، قطر متوسط حباب های نفوذ کرده و ... است.

Numerical modeling of air bubbles entrainment in liquid slug body at Horizontal duct

Mostafa Zeynalabedini, Mohammad Reza Ansari*

Department of Mechanical Engineering, Tarbiat Modares University., Tehran, Iran

*P.O.B. 14115-143, Tehran, mra_1330@modares.ac.ir

ARTICLE INFORMATION

Original Research Paper
Received 17 January 2016
Accepted 09 June 2016
Available Online 16 April 2017

Keywords:

Slug
Entrainment
Bubble
Coupled model
Simulation

ABSTRACT

Analysis of air bubbles entrainment in liquid slug body is one of the most important and complicated phenomena during slug flow regime. In the present attempt, a method is proposed for slug modeling to consider the air bubble entrainment into slug liquid body. The effect of consequences and their impact on slug behaviour to predict more accurate correlations for slug parameters is estimated and calculated. A two-fluid single pressure model is considered that is combined with population balance model for equal bubble diameter series and is solved using volume of fluid. In this regard, based on slug and hydraulic jump similarity, a correlation for air bubble entrainment rate and its mechanism is selected. This correlation is developed in the form of a user defined function code and is coupled with other models in FLUENT solver to calculate slug flow. Finally, the result of this numerical modeling is validated with the result of other numerical and experimental results in the related literature. The result is consist with the slug flow profile, entrained air bubble profile and their diameter distribution, slug mixture velocity, etc.

1-مقدمه

باعث ایجاد یک گردابه در ورودی اسلاگ می گردد. به این ناحیه، ناحیه اختلاطی یا هوازایی می گویند. با پیشرفت اسلاگ، ذرات حباب نفوذ کرده از قسمت پیشانی اسلاگ در طول اسلاگ جاری می شوند و در انتها از قسمت دم اسلاگ خارج می شوند [1]. در "شکل 1" شماتیکی از مناطق مختلف یک اسلاگ و نحوه و مکان نفوذ و خروج حباب ها به داخل آن نشان داده شده است.

در شکل فوق q_{Ge} نفوذ یا مکش¹ حباب به داخل اسلاگ در اثر ایجاد یک

وقتی دو جریان با فازهای مایع و گاز در کنار یکدیگر درون کانال در حال حرکت هستند، سطح مشترک بین آن ها می تواند الگوهای مختلفی تشکیل دهد، که پیچیده ترین این الگوها، جریان اسلاگ است. از بین نواحی مختلف جریان اسلاگ، مشخصات هیدرودینامیکی ناحیه پیشانی یا اختلاطی از همه پیچیده تر است. در ناحیه اختلاطی، پیشانی اسلاگ با سرعت بالا به فیلم مایع با سرعت پایین حمله ور شده و با شتاب دادن به آن و مخلوط کردن آن به همراه اندکی حباب از فاز گاز، آن را با خود همراه می کند. این فرآیند

¹ Entrainment

Please cite this article using:

M. Zeynalabedini, M. R. Ansari, Numerical modeling of air bubbles entrainment in liquid slug body at Horizontal duct, Modares Mechanical Engineering, Vol. 17, No. 4, pp. 177-187, 2017 (in Persian)

برای ارجاع به این مقاله از عبارت ذیل استفاده نمایید:

وجود دارد [4].

آندروسی و همکارانش کسر حجمی در مقاطع عرضی جریان اسلاگ، اندازه ذرات حباب داخل اسلاگ، میزان هوازایی در داخل فیلم زیر جریان اسلاگ، طول و فرکانس اسلاگ و همچنین طول ناحیه اختلاطی در جلوی اسلاگ را به کمک روش های آزمایشگاهی و به کارگیری پروب های اپتیکال و مقاومتی به صورت موضعی و سطح مقطعی به دست آوردند. آن ها در نهایت براساس نتایج آزمایشگاهی خود و تحلیل استاتیکی اسلاگ، یک مدل سینماتیکی یک بعدی متوسط گیری شده برای اسلاگ ارائه نمودند [5].

چنسن با انجام آزمایش های متعدد نشان داد که فرآیند نفوذ حباب های هوا به داخل بدنه اسلاگ در اثر تخریب انتهای حباب کشیده تیلور و تبدیل آن به بسته های کوچک گاز (حباب ها) اتفاق می افتد که در داخل سیال پشت سر خود به دام می افتند. این پدیده در اثر وجود ساختارهای اغتشاشی قوی، مانند حرکت گردابه های پایدار در ورودی سیال مایع به بدنه اسلاگ است [6]. کک و بهنیا ترم افت فشار در اسلاگ افقی را به چند قسمت تقسیم کردند و به صورت سینماتیکی و تک بعدی مدل سازی نمودند. آن ها در مدل خود تأثیر حباب های نفوذ کرده را نیز مدل کردند. آن ها بیان کردند که حباب های گاز مانند ذرات کروی صلب رفتار کرده و باعث افزایش ویسکوزیته مخلوط می شوند. این تأثیر با اصلاح ویسکوزیته در معادلات اعمال شده و ضرایب اصطکاک دیواره ها را تغییر می دهد [7].

بارنیا و همکارانش به اندازه گیری سه بعدی کسر حجمی درون اسلاگ در شبیه های مختلف به کمک روش حس گر سیم شبکه ای¹ پرداختند [8]. نایدال و آندروسی هوازایی اسلاگ را به صورت تجربی در لوله افقی بررسی کردند. آن ها دریافتند که مکش حباب به داخل اسلاگ تنها در صورتی که سرعت نسبی بین پیشانی اسلاگ و فیلم مایع از یک مقدار معینی بیشتر شود اتفاق می افتد. نتایج این دو محقق با دقت قابل قبولی با نتایج آزمایشگاهی همخوانی داشت. آن ها دریافتند که میزان مکش حباب تابعی از ارتفاع فیلم مایع پیش روی اسلاگ، سرعت نسبی بین فیلم مایع و پیشانی اسلاگ، هندسه لوله، مشخصات فیزیکی فازها و فشار لوله است. آن ها نسبت دبی گاز به دبی مایع ورودی به پیشانی اسلاگ را به صورت تابعی از عدد فرود ارائه نمودند [9].

بونیزی و عیسی برای حل عددی اسلاگ افقی یک مدل دوسیالی یک بعدی دینامیکی برای شروع و توسعه اسلاگ با در نظر گرفتن نفوذ ذرات حباب، توزیع همگن و سرعت ثابت حباب ها، بدون لحاظ نمودن نیروی بویانسی و اغتشاشی ارائه کردند. آن ها به کمک معادلات دوسیالی برای فاز هوا و فاز مخلوط آب و حباب های نفوذ کرده به داخل اسلاگ در کنار یک معادله پیوستگی برای ذرات حباب، مدل خود را ارائه نمودند. آن ها از ترم تبدیل جرم برای بیان میزان نفوذ ذرات حباب در معادلات استفاده کردند [10].

موراگو و همکارانش به حل عددی جریان اطراف شناور سطحی پرداختند. آن ها از مدل بالانس جمعیتی حباب ها برای محاسبه کسر حجمی فاز گاز و روش سطح معیار² برای تعیین سطح مشترک در کنار مدل دوسیالی استفاده کردند. در این بررسی از هر دو معادله پیوستگی و مومنتم بالانس جمعیتی حباب ها استفاده شد و تمام اندرکنش های دو فاز با یکدیگر به صورت دوراها (یعنی تأثیر فاز آب بر روی حباب ها و برعکس) لحاظ شد. اما از ترم انعقاد حباب ها در تغییر چگالی جمعیت حباب ها، تنش برشی حباب ها

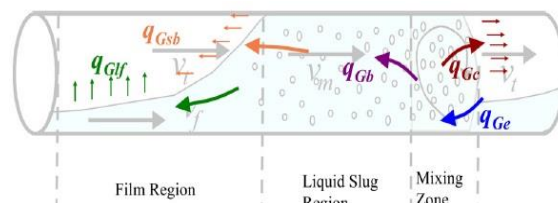


Fig. 1 Schematic of entrainment and bubble path through an aerated slug [1]

شکل 1 شماتیک یک واحد اسلاگ با مشخص کردن نحوه نفوذ، حرکت و خروج هوا در داخل اسلاگ [1]

جت در پیشانی اسلاگ است. q_{Ge} حباب هایی هستند که در همان پیشانی اسلاگ از اسلاگ جدا شده و به حباب تیلور پیش روی اسلاگ می پیوندند. اختلاف دو مقدار قبل برابر q_{Gb} است که بیانگر میزان حباب هایی است که از پیشانی اسلاگ عبور کرده و در طول آن منتشر می شوند. در انتهای اسلاگ q_{Glb} دبی حباب های عبوری از دم اسلاگ و q_{Glf} دبی حباب های عبوری از فیلم مایع پشت سر اسلاگ است.

میزان نفوذ ذرات حباب در اسلاگ به عوامل مختلفی از جمله مشخصات سیال ها، مشخصات هندسی کانال و سرعت هر یک از فازها بستگی دارد. وجود ذرات حباب در داخل اسلاگ، باعث افزایش نرخ خوردگی نسبت به جریان های حلقوی و موجی، افت فشار بیشتر دو سر اسلاگ، تغییر ضریب اصطکاک دیواره و کاهش سرعت اسلاگ می شود. پدیده مکش می تواند باعث شکستن یک اسلاگ بزرگ و تبدیل آن به تعداد زیادی اسلاگ کوچک تر شود.

پدیده نفوذ حباب های کوچک سیال گازی به داخل سیال مایع، باعث می گردد که اسلاگ ظاهری کف آلود داشته باشد. این پدیده در "شکل 2" نشان داده شده است.

پدیده مکش حباب به داخل اسلاگ تأثیر زیادی بر رفتار اسلاگ دارد، اما فیزیک آن بسیار پیچیده بوده و تاکنون هیچ مدل عددی کاملی بر روی اسلاگ افقی با در نظر گرفتن این پدیده ارائه نشده است.

گریگوری و همکارانش به صورت تجربی بر روی اسلاگ درون کانال افقی با دو قطر متفاوت کار کردند. آن ها با اندازه گیری کسر حجمی درون اسلاگ و برازش منحنی به داده های تجربی، رابطه ای برای متوسط کسر حجمی درون اسلاگ برحسب سرعت مخلوط اسلاگ به دست آوردند [3].

آندروسی و بندیکسون با اندازه گیری تجربی کسر حجمی درون اسلاگ در شرایط مختلف (شیب، قطر کانال و مشخصات فیزیکی دو فاز) و ارائه یک رابطه جبری برای متوسط کسر حجمی درون اسلاگ براساس تحلیل سینماتیکی یک بعدی نتیجه گرفتند، که یک مقدار سرعت بحرانی وجود دارد، که در کمتر از آن هیچ حبابی به داخل اسلاگ نفوذ نمی کند و این مقدار وابسته به قطر کانال است. آن ها در تحلیل خود فرض کردند که بین میزان نفوذ حباب های ریز از جلوی اسلاگ و نرخ خروج آن از انتهای اسلاگ تعادل

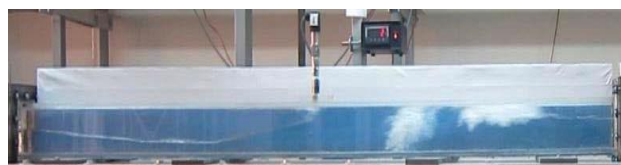


Fig. 2 Aerated slug flow in a duct [2]

شکل 2 نمایی از یک اسلاگ و پدیده نفوذ ذرات حباب به داخل آن [2]

¹ Wire mesh sensor

² Level-Set

در اثر ویسکوزیته و کشش سطحی صرف نظر شد [11].

ما و همکارانش از همان مدل موراگو و همکارانش برای حل عددی جریان اطراف شناور سطحی و جت نفوذی استفاده کردند. البته آن ها اندرکنش های دوفازی را به صورت یک راهه (فقط تأثیر فاز آب بر روی حباب-ها) لحاظ کردند [12].

اسکارتلین و همکارانش به بررسی تجربی و تحلیلی اسلاگ و پرش هیدرولیکی پرداختند و براساس تحلیل استاتیکی اغتشاشات درون این جریان ها، یک رابطه جبری صریح برای تخمین نرخ نفوذ ذرات حباب به داخل پرش هیدرولیکی و اسلاگ افقی درون کانال ارائه کردند [13].

مین و همکارانش [14] از همان مدل موراگو و همکارانش [11] برای حل عددی جریان اسلاگ افقی استفاده کردند. اما ترم های نفوذ ذرات حباب را به گونه ای دیگر مدل سازی کردند.

انصاری و همکارانش جریان اسلاگ درون یک کانال افقی با سطح مقطع مستطیلی را با استفاده از روش حجم سیال به همراه مدل اغتشاشی انتقال تنش برشی کی-امگا به صورت سه بعدی در نرم افزار اپن فوم¹ شبیه سازی کردند. نتایج کار آن ها با نتایج آزمایشگاهی تطابق داشت و طول اسلاگ را به درستی تخمین می زد، اما در محاسبه مکان اسلاگ 22% خطا داشت [15].

ادیبی و انصاری به مطالعه تجربی جریان اسلاگ درون کانالی به ابعاد $5 \times 10 \times 3600 \text{ cm}$ پرداختند. در کار آن ها سرعت های ظاهری فاز آب 0.5 m/s ، سرعت ظاهری فاز هوا 6 m/s و کسر حجمی هر دو فاز در ورودی 0.5 بود. در آزمایش آن ها جریان اسلاگ در فاصله 2 m از ورودی کانال و در زمان 0.4 s تا 1 s (فاصله زمانی بین تشکیل دو اسلاگ متوالی) اتفاق افتاد [2].

در مقاله حاضر سعی شده است، تا به کمک روشی جدید، که از ترکیب مدل دو فازی-دو سیالی، مدل حجم سیال² و مدل بالانس جمعیتی³ به وجود آمده است، توزیع و میزان حباب های نفوذ کرده به داخل بدنه مایع اسلاگ و همچنین اثر آن بر رفتار اسلاگ افقی درون کانال مدل سازی شود. در این روش، کسر حجمی حباب های گاز نفوذ کرده به داخل بدنه مایع اسلاگ، براساس برآیند حل تعدادی دسته معادله پیوستگی برای حباب های با قطر یکسان به دست می آید. بعلاوه، برای نمایش سطح مشترک دو فاز، در قسمت هایی که مقیاس طولی سطح مشترک بزرگ تر از اندازه شبکه است، مانند چهارچوب اسلاگ (پیشانی و دم اسلاگ)، از مدل حجم سیال استفاده شده است تا سطح مشترک اسلاگ به خوبی بازسازی شود. اما در مواضعی که اندازه مقیاس طولی سطح مشترک کوچک تر از اندازه شبکه است، مانند سطح مشترک حباب های ریز درون ناحیه اختلاطی، هیچ سطح مشترکی محاسبه نشده و اثر حباب ها توسط مدل دو سیالی در حل جریان اسلاگ لحاظ می گردد. بدین ترتیب چهارچوب اسلاگ توسط مدل حجم سیال و بدنه اسلاگ مایع به همراه ذرات حباب نفوذ کرده (با ابعاد کوچک تر از ابعاد شبکه) به داخل آن توسط مدل دوسیالی مدل می شود. نحوه تأثیر نفوذ این حباب ها به داخل اسلاگ از طریق ترم های انتقال مومنت، انتقال جرم، ترم های نفوذ ذرات حباب، شکست و انعقاد حباب ها در معادلات لحاظ می شود.

به عنوان مثالی از کاربرد صنعتی این تحقیق و همچنین پیشنهادی برای ادامه راه، می توان به نمونه ذیل اشاره کرد:

نفوذ ذرات حباب به داخل بدنه اسلاگ مایع در شرایط کاری مختلف جریان، امری اجتناب ناپذیر است. نفوذ این ذرات از پیشانی اسلاگ اتفاق می-

افتد و در آن ناحیه مقدار حداکثری دارد. تشکیل و اضمحلال حباب خود باعث انتشار امواج صوتی می شود. با تحلیل جریان در این ناحیه، میزان حباب های تشکیل شده، ابعاد آن ها و فرکانس امواج تولیدی می توان ایجاد ناحیه اختلاطی و به تبع آن وقوع اسلاگ را براساس همین امواج صوتی و به کمک یک دستگاه اندازه گیری امواج صوتی در لوله های انتقال نفت و گاز که از جنس فلزی بوده و داخل آن ها قابل رویت نیست تشخیص داد و با تغییر شرایط کاری از وقوع آن جلوگیری نمود.

مدل سازی این مسئله به همراه تمامی مدل های ذکر شده در نرم افزار فلوئنت⁴ به صورت دوبعدی انجام می گیرد. در انتها نتایج مربوط به نفوذ حباب ها به درون اسلاگ با نتایج عددی و آزمایشگاهی استخراجی از سایر مقالات مقایسه می شود.

2- مشخصات هندسی و عددی مسئله

2-1- مشخصات هندسی و فیزیکی

• ابعاد کانال دوبعدی: $4000 \text{ mm} \times 100 \text{ mm}$

• ابعاد صفحه جداکننده فازها در ورودی: مستطیلی به طول 50 cm و ضخامت 2 mm

این صفحه برای تعیین کسر حجمی ورودی هر یک از دو فاز در ورود به کانال و جداسازی آن ها تعبیه شده است. با این کار هر یک از دو فاز قبل از برخورد با یکدیگر یک جریان یکنواخت تشکیل می دهند.

• جنس سیال فازها: آب و هوا (در دو حالت با سطح مشترک بزرگ و کوچک)

در محدوده دما و فشار کاری اسلاگ، فرض بر این است که سیال آب تراکم ناپذیر بوده و لزجت آن نیز ثابت است. در مورد سیال هوا نیز اگر از آن به عنوان فاز با مقیاس طولی سطح مشترک بزرگ استفاده شود، تراکم ناپذیر و اگر از آن به عنوان فاز حباب یا همان مقیاس طولی سطح مشترک کوچک استفاده شود، تراکم پذیر در نظر گرفته می شود و از قانون گاز کامل تبعیت می کند. البته در هر دو حالت لزجت مولکولی هوا نیز ثابت فرض می گردد.

با توجه به سرعت های هر دو فاز که کمتر از 30 m/s است، جریان هر دو فاز مایع و گاز غیرقابل تراکم در نظر گرفته می شوند.

• کسر حجمی هر یک از دو فاز در ورودی 0.5 است. هوا از نیمه بالایی کانال و آب از نیمه پایینی کانال وارد می شود.

• سرعت ظاهری آب و هوا به ترتیب 0.5 m/s و 6.5 m/s می باشد.

• با توجه به سرعت هر یک از دو فاز و مشخصات هندسی کانال موردنظر، عدد رینولدز هر یک از دو فاز به صورت زیر محاسبه می شود:

$$Re_{\text{water}} = \frac{\rho u D_h}{\mu} = \frac{998.2 \times 1 \times 0.1}{0.001003} = 99521.436 \quad (1)$$

$$Re_{\text{air}} = \frac{\rho u D_h}{\mu} = \frac{1.225 \times 13 \times 0.1}{0.000017894} = 88996.312 \quad (2)$$

در روابط فوق D_h قطر هیدرولیکی کانال می باشد، که در حالت دوبعدی دو برابر عرض کانال است.

• شدت اغتشاشات در ورودی با توجه به عدد رینولدز و به کمک رابطه (3) محاسبه می شود [16]:

$$I = 0.16 Re^{-\frac{1}{8}} \quad (3)$$

¹ OpenFoam

² Volume of Fluid

³ Population balance equations

⁴ FLUENT

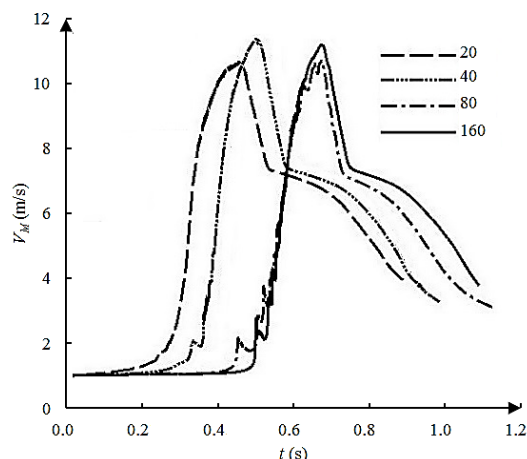


Fig. 4 Slug mixture velocity comparison at different mesh with 20, 40, 80 and 100 cells in channel height direction

شکل 4 مقایسه سرعت مخلوط اسلاگ در شبکه هایی با تعداد 20، 40، 80 و 100 سلول در راستای ارتفاع کانال

می باشد. در "شکل 4" سرعت مخلوط اسلاگ در هر 4 شبکه با یکدیگر مقایسه شده است. همان طور که مشاهده می شود، شبکه ای که تعداد تقسیمات آن در راستای ارتفاع 80 و ارتفاع سلول های آن 1.25mm است نتایج مستقلی ارائه می کند.

در مرحله بعد استقلال حل نسبت به تعداد سلول ها در راستای طول کانال بررسی گردید. در این رابطه 4 شبکه محاسباتی به نحوی ساخته شد که در همه این شبکه ها ارتفاع سلول ها مقدار ثابت 1.25mm (80 سلول در راستای ارتفاع کانال) و طول سلول ها در راستای طول کانال به ترتیب 10، 20، 5 و 2.5mm (تعداد تقسیمات در راستای طول کانال به ترتیب 800، 400، 200 و 1600 می باشد) باشد. در "شکل 5" سرعت مخلوط اسلاگ در هر 4 شبکه با یکدیگر مقایسه شده است. نتایج این بررسی نیز نشان می دهد، که شبکه ای با سلول های به طول 5mm نتایج مستقلی ارائه می کند.

بنابراین شبکه ای که در آن فاصله طولی سلول ها 5mm و فاصله عرضی آن ها از یکدیگر 1.25mm است حلی مستقل از شبکه را ایجاد خواهد کرد. نتایج به دست آمده برای ابعاد شبکه مناسب، جهت استخراج نتایج حل جریان اسلاگ به صورت مستقل از شبکه، با ابعاد به دست آمده در کار انصاری و همکارانش [15] نیز تطابق دارد.

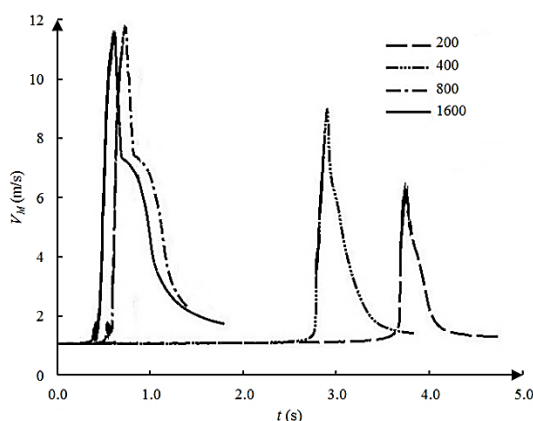


Fig. 5 Slug mixture velocity comparison at different mesh with 200, 400, 800 and 1600 cells in channel length direction

شکل 5 مقایسه سرعت مخلوط اسلاگ در شبکه هایی با تعداد 200، 400، 800 و 1600 سلول در راستای طول کانال

2-2- شرایط مرزی

- در ورودی میدان حل از شرط مرزی سرعت ثابت برای هر دو فاز استفاده می شود.
- از شرط مرزی فشار ثابت، در مرز خروجی انتهایی استفاده می شود.
- شرط اعمال شده بر روی دیواره ها شرط عدم لغزش می باشد. لذا در همه مدل های اغتشاشی از توابع دیواره (تابع دیواره استاندارد) برای حل جریان در نواحی نزدیک دیواره استفاده می شود. البته در صورت استفاده از توابع دیواره، باید دقت شود که انتخاب شبکه به گونه ای باشد، که هیچ سلول محاسباتی در ناحیه زیرلایه لزج قرار نگیرد.
- در "شکل 3" شماتیکی از هندسه مسئله مورد نظر و شرایط مرزی مختلف بر روی آن نشان داده شده است.

2-3- مشخصات حلگر

- الگوریتم مورد استفاده برای حل معادلات گسسته شده پیوستگی جرم و مومنت: فاز کوپل سیمپل¹
- مدل دوفازی مورد استفاده: ترکیب سه مدل اولری (دو فازی-دو سیالی تک فشاره)، حجم سیال و بالانس جمعیتی
- روش گسسته سازی زمانی: ضمنی درجه دو²
- گسسته سازی و نحوه ارتباط معادله مومنت و فشار: استگرد³
- فواصل زمانی: به صورت متغیر (تطبیق پذیر⁴) به نحوی که فواصل زمانی بین مقادیر 10^{-7} تا 10^{-3} متغیر است.
- روش گسسته سازی مومنت: درجه دو پیش رو⁵
- روش گسسته سازی کسر حجمی: بازسازی هندسی⁶
- مدت زمان حل مسئله برای 2s با پردازش موازی یک رایانه 8 هسته ای به سرعت 3GHz، 10 روز می باشد.

2-4- تعیین ابعاد شبکه محاسباتی

در ابتدا استقلال حل از شبکه محاسباتی مورد ارزیابی قرار می گیرد. استخراج حل مستقل از شبکه در پدیده اسلاگ فرآیند بسیار دشواری است. لذا استقلال حل از شبکه در هر دو جهت مختصاتی به صورت جداگانه بررسی می شود. برای تعیین استقلال حل از شبکه نسبت به تعداد سلول های در راستای ارتفاع کانال 4 شبکه محاسباتی به نحوی ساخته شد، که تعداد تقسیمات آن ها در راستای طول 4 متری کانال 800 و تعداد تقسیمات آن ها در راستای ارتفاع 10 سانتی متری کانال به ترتیب 20، 40، 80 و 160 باشد. بنابراین طول همه سلول ها در همه شبکه ها در راستای طول کانال 5mm و ارتفاع سلول ها در شبکه های مختلف به ترتیب 5، 2.5، 1.25 و 0.625mm

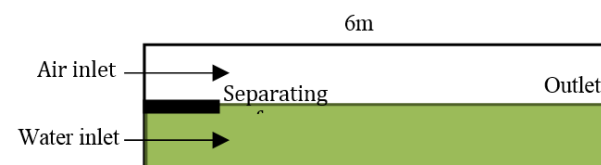


Fig. 3 Channel schematic for slug modeling

شکل 3 شماتیک کانال مورد نظر برای تولید جریان اسلاگ

¹ Phase Coupled Semi Implicit Method for Pressure Linked Equations

² Second Order Implicit

³ Pressure Staggered Option

⁴ Adaptive

⁵ Second order upwind

⁶ GeoConstruct

3- معادلات جریان

3-1- معادلات مدل ترکیبی

معادلات دوسیالی براساس روش‌های متوسط‌گیری مکانی به‌دست آمده‌اند. بنابراین برای حل جریان‌های دوفازی که مقیاس طولی سطح مشترک آن‌ها از ابعاد شبکه بزرگ‌تر است؛ مانند اسلاگ، دقت بالایی ندارند. اما برای جریان‌های مخلوطی؛ مانند جریان حبابی، که مقیاس طولی سطح مشترک آن‌ها (یا به عبارتی ابعاد حباب در آن جریان) کوچک‌تر از ابعاد شبکه است، دقت قابل‌قبولی از خود ارائه می‌کنند. حسن این روش‌ها در لحاظ نمودن تمام نیروهای اندرکنش بین فازی است. زیرا در این روش، برای هر فاز دو معادله پیوستگی جرم و مومنتم به صورت مجزا حل می‌شود. اما از طرفی اصلی‌ترین دلیل کاهش دقت این مدل‌ها لزوم استفاده از روابط تجربی برای تخمین ترم‌های انتقال مومنتم در معادلات مومنتم می‌باشد. در این روش هیچ فرآیندی برای تعیین دقیق موقعیت سطح مشترک درون سلول انجام نمی‌شود و سطح مشترک براساس کسر حجمی هر یک از فازهای درون سلول به‌صورت رنگی (به صورت پخشی) نشان داده می‌شود. لذا موقعیت و نحوه حرکت سطح مشترک و همچنین شار جرمی عبوری هر فاز از عرض سطح مشترک در این روش به‌درستی محاسبه نمی‌شود [17].

از طرفی مدل حجم سیال برای جریان‌هایی با مقیاس طولی سطح مشترک بزرگ‌تر از ابعاد شبکه، دقت بسیار بالایی از خود نشان می‌دهد. اما در جریان‌هایی که مقیاس طولی سطح مشترک آن‌ها کوچک‌تر از ابعاد شبکه است، این روش دچار خطای زیادی می‌شود. در این روش هر دو فاز به صورت مخلوط در نظر گرفته می‌شوند و از معادلات ناویر-استوکس برای حل این جریان مخلوطی استفاده می‌شود. اما برای مشخص نمودن سطح مشترک از یک معادله اضافی که همان معادله انتشار کسر حجمی است، به همراه الگوریتم‌های پیچیده هندسی برای تولید سطح مشترک تیز¹ درون هر سلول استفاده می‌شود [17].

به‌عبارت دیگر، روش دوسیالی در محاسبه دقیق‌تر جریان دوفازی به همراه تمام نیروهای بین فازی ارجحیت داشته و روش حجم سیال که در حقیقت روشی برای بازسازی سطح مشترک درون سلول است، در تعیین دقیق موقعیت و نحوه حرکت سطح مشترک برتری دارد [17].

اگر از ترکیب دو مدل دوسیالی و حجم سیال برای مدل‌سازی جریان استفاده شود، می‌توان جریان‌هایی که شامل هر دو مقیاس سطح مشترک هستند (مانند اسلاگ) را به راحتی تحلیل نمود. به نحوی که در موضعی که مقیاس طولی سطح مشترک از ابعاد شبکه بزرگ‌تر است، مانند چهارچوب اسلاگ (پیشانی و دم اسلاگ)، روش حجم سیال فعال شده و سطح مشترک به خوبی بازسازی می‌شود. اما در موضعی که مقیاس طولی سطح مشترک کوچک‌تر از ابعاد شبکه است، مدل دوسیالی فعال شده و بدون لحاظ نمودن سطح مشترک تنها تأثیر فاز پراکنده در فاز پیوسته لحاظ می‌گردد. بدین ترتیب چهارچوب اسلاگ توسط مدل حجم سیال و بدنه اسلاگ مایع به همراه ذرات حباب نفوذ کرده (با ابعاد کوچک‌تر از ابعاد شبکه) به داخل آن توسط مدل دوسیالی مدل می‌شود.

معیار تغییر وضعیت بین این دو مدل محاسبه کسر حجمی فاز ثانویه در یک بلوک 3×3 (9 سلول) می‌باشد. بدین ترتیب که اگر میزان کسر حجمی فاز ثانویه در این بلوک کمتر از 0.25 بود سطح مشترک در سلول مرکزی این بلوک به عنوان سطح مشترک کوچک مقیاس و اگر این مقدار بزرگ‌تر از 0.25

بود سطح مشترک در سلول مرکزی به عنوان سطح مشترک بزرگ‌مقیاس در نظر گرفته می‌شود [18].

از طرفی جهت مدل‌سازی حباب‌های نفوذ کرده به داخل اسلاگ که به صورت ذرات ریز و با مقیاس طولی کوچک سطح مشترک هستند یک فاز جدید در کنار دو فاز قبلی تعریف شده و به روش دوسیالی حل می‌شود. برای افزایش دقت مدل دوسیالی جهت مدل کردن جریان حبابی درون بدنه اسلاگ مایع، به جای نوشتن تنها یک دسته معادله برای حباب‌های نفوذ کرده، از معادلات بالانس جمعیتی برای دسته حباب‌های نفوذ کرده استفاده می‌شود. بدین ترتیب که حباب‌های نفوذ کرده براساس قطرشان به چند دسته تقسیم می‌شوند و برای هر دسته حباب یک معادله پیوستگی جداگانه نوشته و حل می‌شود. سپس کسر حجمی کلی درون اسلاگ مایع و قطر میانگین حباب‌ها بر اساس برآیند چگالی تعداد این دسته حباب‌ها و متناسب با قطرشان محاسبه می‌شود. ارتباط بین معادلات بالانس جمعیتی و سایر معادلات از طریق ترم‌های تبادل مومنتم در معادلات مومنتم، ترم نفوذ در معادلات پیوستگی، کسر حجمی فاز حباب‌ها و ترم‌های شکست و انعقاد آن‌ها در معادلات پیوستگی جرم برقرار می‌شود. مزیت این روش محاسبه نیروهای تبادل مومنتم بر اساس قطر دسته حباب‌ها می‌باشد و بنابراین دقت بالاتری دارد (تخمین این ترم‌ها مهم‌ترین عامل کاهش دقت مدل دوسیالی است). به‌علاوه می‌توان فرآیندهای انعقاد و شکست حباب‌ها را نیز در این روش لحاظ نمود.

لازم به ذکر است، در موضعی که ذرات ریز حباب با ابعاد کوچک‌تر از ابعاد شبکه وجود دارند، هیچ فرآیندی برای تعیین سطح مشترک حباب‌های نفوذ کرده انجام نمی‌شود و تنها اثر این حباب‌ها در معادلات وارد می‌شود. از روش حجم سیال تنها برای بازسازی سطح مشترک کلی اسلاگ که مقیاس طولی آن از ابعاد شبکه بزرگ‌تر است استفاده می‌شود. وجود حباب‌ها در داخل اسلاگ توسط ترم کسر حجمی درون هر سلول لحاظ می‌گردد و نیازی به مشخص کردن سطح مشترک آن نیست. بدین ترتیب نیازی به داشتن شبکه‌ای با ابعاد بسیار ریز نیست.

در تحقیق حاضر جهت افزایش دقت محاسبات و بهبود تحلیل رفتار فیزیکی پدیده، از سه فاز مختلف استفاده شده است. فاز اول فاز پیوسته یا همان فاز مایع α_1 ، فاز دوم فاز مقیاس طولی بزرگ سطح مشترک یا LSI^2 ، α_2 و فاز سوم فاز مقیاس طولی کوچک سطح مشترک یا SSI^3 ، α_3 می‌باشد. معادلات این مدل ترکیبی به صورت زیر می‌باشد:

3-1-1- معادلات روش حجم سیال

معادله پیوستگی جرم [19]:

$$\frac{\partial \rho_m}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho_m V_m) = 0 \quad (4)$$

معادله پیوستگی مومنتم:

$$\frac{\partial (\rho_m V_m)}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho_m V_m V_m) = -\nabla P_m + \nabla \cdot \tau_m + \rho_m g \quad (5)$$

معادلات انتشار کسر حجمی:

$$\frac{\partial \alpha_1}{\partial t} + V_m \cdot (\nabla \alpha_1) = 0 \quad (6)$$

$$\frac{\partial \alpha_2}{\partial t} + V_m \cdot (\nabla \alpha_2) = -\frac{\dot{m}_{entrainment_{2 \rightarrow 3}}}{V_{cell} \cdot \rho_2} \quad (7)$$

² Large-Scale interface

³ Small-Scale interface

¹ Sharp interface

$$Re_p = \frac{|u_f - u_p| d_p}{\nu_p} \quad (18)$$

در رابطه بالا زیر نویس i مربوط به فاز پراکنده و زیر نویس j مربوط به فاز پیوسته، τ_i زمان آرامش ذره A_{iac} و A_{iac} ترم تمرکز مساحت سطح مشترک^۴ می باشد. ترم A_{iac} در حقیقت نسبت مساحت بین دو فاز به حجم واحد مخلوط دو فاز، یا همان مقیاس طولی سطح مشترک می باشد. این ترم پارامتر مهمی برای محاسبه میزان انتقال جرم، مومنتم و انرژی در عرض سطح مشترک است. در این مسئله برای اعمال اثر فاز پراکنده (که همان ذرات حباب نفوذ کرده به داخل اسلاگ هستند) در تعیین مقیاس طولی سطح مشترک از روش بالانس جمعیتی حباب ها استفاده می شود و در آن مقیاس طولی سطح مشترک براساس قطر متوسط به دست می آید. بدین ترتیب می توان ترم A_{iac} را به صورت زیر محاسبه نمود:

$$A_{iac} = \frac{\pi d_i^2}{6} = \frac{6}{d_i} \quad (19)$$

جهت ایجاد اطمینان از صفر شدن ترم A_{iac} وقتی که کسر حجمی فاز پراکنده به سمت 1 می رود، رابطه بالا به صورت زیر اصلاح می گردد:

$$A_{iac} = \frac{6\alpha_i(1-\alpha_i)}{d_i} \quad (20)$$

3-1-3- معادلات بالانس جمعیتی فاز پراکنده^۵ یا همان هوا

معادله پیوستگی جرم دسته حباب ها [19]:

$$\frac{\partial}{\partial t} [n(V, t)] + \nabla \cdot [n(V, t)V_3] = \frac{\varepsilon_g}{n(V=0, t)} + B - D \quad (21)$$

در رابطه (21) ترم $n(V, t)$ دانسیته تعداد حباب ها، V حجم متوسط دسته گروه حباب ها، ε_g ترم چشمه یا همان نفوذ حباب ها به داخل بدنه اسلاگ مایع، B و D به ترتیب نرخ تولد و مرگ یک حباب جدید با قطر مشخص، براساس انعقاد حباب های کوچک تر و یا شکست حباب های بزرگ تر می باشند. نحوه مدل سازی ترم های B و D در روابط (22) و (23) آورده شده است:

$$B = \frac{1}{2} \int_0^V \underbrace{\frac{a(V - \hat{V}, \hat{V})}{\text{bubble aggregation kernel function}}}_{B_{agg} = \text{Brith rate do to aggregation}} n \left(\underbrace{\frac{\hat{V}}{\text{daughter bubble volume}} - \frac{\hat{V}}{\text{mother bubble volume}}, t \right) n(\hat{V}, t) d\hat{V} + \int_V \underbrace{\frac{g(\hat{V})}{\text{assume } \sim 2 \text{ bubble breakup frequency}}}_{\beta(V|\hat{V})} \underbrace{\frac{\beta(V|\hat{V})}{\text{size distribution of daughter bubbles formed from breakup}}}_{n(\hat{V}, t)} d\hat{V} \quad (22)$$

$$D = \underbrace{\int_0^\infty a(V, \hat{V}) n(V, t) n(\hat{V}, t) d\hat{V}}_{D_{agg} = \text{Death rate do to aggregation}} + \underbrace{\int_0^\infty \frac{g(V)}{g(V)} n(V, t) dV}_{D_{br} = \text{Death rate do to breakup}} \quad (23)$$

در روابط فوق $\beta(V|\hat{V})$ تابع توزیع ابعاد حباب های تشکیل شده از شکست حباب های کوچک تر (توزیع اندازه حباب های تولیدی)، V حجم حباب تولیدی حاصل از انعقاد یا شکست حباب های دیگر، $\hat{V}$ حجم حباب اولیه (مادر) قبل از شکست یا انعقاد، $a(V - \hat{V}, \hat{V})$ تابع هسته مرکزی انعقاد حباب ها، $g(V)$

ترم $\dot{m}_{\text{entrainment}_{2 \rightarrow 3}}$ میزان نفوذ ذرات حباب به درون بدنه اسلاگ مایع (kg/m³.s) می باشد. از این معادلات در روش حجم سیال به همراه روش های هندسی بازسازی سطح مشترک^۱ برای تخمین سطح مشترک استفاده می شود. در این مدل خواص فیزیکی به صورت ترکیبی خطی از خواص فیزیکی هر دو فاز متناسب با کسر تهی آن ها در هر سلول محاسبه می شود. خواص فیزیکی ترکیبی از روابط (8) و (9) محاسبه می شوند:

$$\rho_m = \alpha_1 \rho_1 + \alpha_2 \rho_2 + \alpha_3 \rho_3 \quad (8)$$

$$\mu_m^{\text{eff}} = \alpha_1 \mu_1^{\text{eff}} + \alpha_2 \mu_2^{\text{eff}} + \alpha_3 \mu_3^{\text{eff}} \quad (9)$$

در روابط (4) الی (7) زیر نویس m نشان دهنده مخلوط هر دو فاز می باشد. کسر تهی فاز سوم نیز از رابطه (10) محاسبه می شود.

$$\alpha_3 = 1 - (\alpha_1 + \alpha_2) \quad (10)$$

2-1-3- معادلات مدل دوفازی-دوسیالی تک فشاره

معادلات پیوستگی جرم [19]:

$$\frac{\partial(\alpha_1 \rho_1)}{\partial t} + \nabla \cdot (\alpha_1 \rho_1 V_1) = 0 \quad (11)$$

$$\frac{\partial(\alpha_2 \rho_2)}{\partial t} + \nabla \cdot (\alpha_2 \rho_2 V_2) = - \frac{\dot{m}_{\text{entrainment}_{2 \rightarrow 3}}}{V_{\text{cell}}} \quad (12)$$

$$\frac{\partial(\alpha_3 \rho_3)}{\partial t} + \nabla \cdot (\alpha_3 \rho_3 V_3) = \frac{\dot{m}_{\text{entrainment}_{2 \rightarrow 3}}}{V_{\text{cell}}} \quad (13)$$

معادله پیوستگی مومنتم:

$$\frac{\partial(\alpha_i \rho_i V_i)}{\partial t} + \nabla \cdot (\alpha_i \rho_i V_i V_i) = -\alpha_i \nabla P + \nabla \cdot (\alpha_i \tau_i) + \alpha_i \rho_i \cdot g + F_{\text{lift}, i} + F_{\text{wl}, i} + F_{\text{vm}, i} + F_{\text{td}, i} + \sum_{j=1}^3 (R_{ij} + \dot{m}_{ij} V_{ij} - \dot{m}_{ji} V_{ji}) \quad (14)$$

در رابطه (14) زیر نویس i و j نشان دهنده هر یک از فازها می باشد و از 1 تا 3 تغییر می کنند. به علاوه $F_{\text{lift}, i}$ نیروی بالابر، $F_{\text{wl}, i}$ نیروی روان کاری دیواره، $F_{\text{vm}, i}$ نیروی ناشی از جرم مجازی، $F_{\text{td}, i}$ نیروی پراکندگی اغتشاشات و u_{ij} سرعت سطح مشترک می باشد. اگر از فاز i به فاز j انتقال جرم وجود داشته باشد ($\dot{m}_{ij} > 0$) و در صورتی که از فاز j به فاز i انتقال جرم وجود داشته باشد ($\dot{m}_{ij} < 0$)، $u_{ij} = u_j$ می باشد. به همین ترتیب اگر $\dot{m}_{ji} > 0$ و $u_{ji} = u_j$ و اگر $\dot{m}_{ji} < 0$ و $u_{ji} = u_i$ می باشد. برای بسته شدن معادلات تنها باید ترم R_{ij} که بیانگر نیروی اندرکنش بین فازی است، مدل سازی شود. این نیرو که در اثر نیروهایی مثل اصطکاک، فشار، چسبندگی و سایر اندر کنش های بین فازی ایجاد و به صورت قرینه $R_{ij} = -R_{ji}$ در معادلات دو فاز وارد می گردد، به صورت زیر مدل می شود:

$$\sum_{j=1}^3 R_{ij} = \sum_{j=1}^3 K_{ij} (V_i - V_j) \quad (15)$$

در رابطه بالا K_{ij} ضریب تبادل مومنتم بین فازی می باشد^۲. نیروهای اندرکنش بین فازی تنها بین فاز مایع و گاز (یعنی بین فاز 1 با فازهای 2 و 3) ایجاد می شود. ضریب اندرکنش بین فازی برای جریان سیال-سیال K_{ij} به صورت زیر محاسبه می شود:

$$K_{ij} = \frac{\rho_i f}{6\tau_i} d_i A_{iac} \quad (16)$$

$$\tau_i = \frac{\rho_i d_i^2}{18\mu_j} (1 + 0.15 Re_p^{0.687})^{-1} \quad (17)$$

³ Particle relaxation time

⁴ Interfacial area concentration

⁵ Dispersed

¹ GeoConstruction

² لازم به ذکر است که اغتشاشات تنها از طریق ترم $F_{\text{td}, i}$ محاسبه شده و در ترم K_{ij} سهمی ندارند.

$$\frac{\partial}{\partial t} [n(V_0, t)] + \nabla \cdot [n(V_0, t)V_3] = \frac{\varepsilon_g}{n(V=0, t)} + B_{br} - D_{agg}$$

$$\frac{\partial}{\partial t} [n(V_1, t)] + \nabla \cdot [n(V_1, t)V_3] = B - D$$

$$\frac{\partial}{\partial t} [n(V_2, t)] + \nabla \cdot [n(V_2, t)V_3] = B - D$$

$$\frac{\partial}{\partial t} [n(V_3, t)] + \nabla \cdot [n(V_3, t)V_3] = B_{agg} - D_{br} \quad (27)$$

براساس نتایج آزمایش نایدال و آندروسی [20]، پدیده مکش حباب به داخل اسلاگ تنها در صورتی که سرعت نسبی بین پیشانی اسلاگ و فیلم مایع، از یک مقدار معینی بیشتر شود صورت می‌گیرد. این مقدار حداقلی به‌صورت زیر ارائه می‌گردد:

$$V(x_s) \cdot \frac{\text{interface normal vector}}{\hat{n}} \approx V_{\text{front}} - V_{\text{film}} > \approx 0.22 \frac{\text{m}}{\text{s}} \quad (28)$$

در رابطه (28) سرعت فاز مایع در پیشانی اسلاگ و حداقل سرعت لازم برای شروع پدیده نفوذ ذرات حباب به درون اسلاگ می‌باشد. بنابراین علاوه بر شرایط مذکور، تنها در صورت احراز شرط فوق، ترم تبدیل جرم در معادلات مربوطه لحاظ می‌گردد. جهت بررسی شرط فوق، باید سرعت حرکت سطح مشترک محاسبه شود. این کار با استفاده از بردار نرمال سطح مشترک انجام می‌شود. بردار $\hat{n}$ همان بردار یک‌عمود بر سطح مشترک است. بردار نرمال سطح مشترک را می‌توان با گرفتن گرادیان کسر حجمی هر یک از فازها به دست آورد [19].

$$n = \nabla \alpha_q \rightarrow \hat{n} = \frac{n}{|n|} \quad (29)$$

بنابراین سرعت سطح مشترک به صورت زیر محاسبه می‌شود:

$$V_{\text{interface}} = u_i \cdot \hat{n} \quad (30)$$

جهت مدلسازی ترم $\dot{m}_{\text{entrainment}_{2 \rightarrow 3}}$ براساس نتایج کار ما و همکارانش از رابطه زیر که برای تخمین میزان نفوذ حباب در جریان اطراف شناور سطحی و جت نفوذی ارائه شده است استفاده می‌شود [12]:

$$\dot{m}_{\text{entrainment}_{2 \rightarrow 3}} = \frac{C_{\text{ent}}}{\phi_{\text{ent}} g V_0} k(x) \frac{\partial u_n}{\partial n}(x) \quad (31)$$

در رابطه بالا x موقعیت سطح مشترک، k انرژی جنبشی اغتشاشی موضعی حاصل از حل معادلات اغتشاشی جریان، V_0 حجم کوچک‌ترین دسته حباب که نفوذ در آن ابعاد اتفاق می‌افتد و C_{ent} ضریب ثابت در مدلسازی است. ترم Φ_{ent} ضخامت سطح مشترک می‌باشد و با توجه به این‌که تمام پدیده نفوذ در این لایه اتفاق می‌افتد، به‌طور معمول برابر ابعاد 2-5 سلول در نظر گرفته می‌شود. ترم $\frac{\partial u_n}{\partial n}$ گرادیان سرعت عمود بر سطح مشترک نسبت به راستای عمود بر سطح مشترک است. جهت محاسبه این ترم براساس اطلاعات موجود مسئله، یعنی مختصات اولیه و سرعت‌های فاز مایع نسبت به این مختصات، می‌توان از روابط مربوط به دوران دستگاه مختصات که در رابطه (32) آورده شده است استفاده نمود تا سرعت سطح مشترک نسبت به دستگاه مختصات موجود بر روی سطح مشترک به دست آید.

$$\frac{\partial u_i}{\partial x_j} = \frac{\partial x_l}{\partial x_j} \frac{1}{\partial x_l} (Q_{ik} u_k) = Q_{ik} Q_{jl} \frac{\partial u_k}{\partial x_l} \quad (32)$$

بنابراین برای محاسبه ترم $\frac{\partial u_n}{\partial n}$ می‌توان از رابطه زیر استفاده نمود:

$$\frac{\partial u_n}{\partial n} = Q_{nk} Q_{nk} \frac{\partial u_k}{\partial x_k} = Q_{nk}^2 \frac{\partial u_k}{\partial x_k}$$

$$= [\hat{n} \cdot \hat{n}] \left[\frac{\partial u_1}{\partial x_1} + \frac{\partial u_2}{\partial x_2} + \frac{\partial u_3}{\partial x_3} \right] \quad (33)$$

فرکانس شکست حباب‌ها و z تعداد حباب‌های حاصل از شکست می‌باشند. رابطه (21) برای هر تعداد دسته حباب که در نظر گرفته شود، نوشته و حل می‌شود. البته لازم به ذکر است که نفوذ (یا همان مکش) ذرات حباب به داخل آب تنها در مورد کوچک‌ترین ابعاد حباب‌ها اتفاق می‌افتد و ترم نفوذ تنها در معادله پیوستگی جرم مربوط به کوچک‌ترین دسته حباب‌ها وارد می‌شود. زیرا در هنگام نفوذ ذرات حباب به داخل مایع هرچه ابعاد این ذرات کوچک‌تر باشد مقاومت موجود بر سر راه نفوذ کمتر خواهد بود.

بنابراین به جای رابطه (13) رابطه (21) به تعداد دسته حباب‌های انتخابی حل خواهد شد و کسر حجمی فاز سوم نیز از برآیند این معادلات به صورت رابطه (24) به‌دست خواهد آمد.

$$\alpha_3 = \frac{\sum_{j=1}^3 n(V_j, t) \cdot V_j}{V_{\text{cell}}} \quad (24)$$

بدین ترتیب قطر متوسط حباب‌های ریز برای ایجاد ارتباط بین معادلات بالانس جمعیتی و معادلات دوسیالی از طریق تخمین ترم‌های اندرکنش بین فاز با فاز سوم و ترم تبادل مومنتم، به صورت رابطه (25) براساس قطر متوسط ساتر¹ محاسبه می‌شود.

$$d_s = \frac{\sum n(V_j, t) \cdot V_j}{\sum n(V_j, t) \cdot A_j} \quad (25)$$

براساس آزمایش‌های انجام شده توسط آندروسی و همکارانش توزیع حباب‌های درون اسلاگ از "شکل 6" تبعیت می‌کند [5]. همان‌طور که مشخص است توزیع قطر حباب‌های نفوذ کرده به داخل بدنه اسلاگ مایع از توزیع استفان-بولتزمن تبعیت می‌کند.

با توجه به توزیع قطر حباب‌ها درون بدنه اسلاگ مایع و در نظر گرفتن هزینه محاسباتی، می‌توان از 4 معادله بالانس جمعیتی، که معرف 4 دسته حباب می‌باشند، برای مدلسازی حباب‌های نفوذ کرده به درون اسلاگ استفاده نمود. توزیع قطر این دسته حباب‌ها به‌صورت زیر با ضریب رشد $q=2$ و قطر 1mm برای اولین دسته حباب‌ها در نظر گرفته می‌شود:

$$\frac{V_{i+1}}{V_i} = \left(\frac{d_{i+1}}{d_i} \right)^3 = 2^q \frac{d_{i+1}}{d_i} \quad \begin{cases} d_1 = 1.5 \text{ mm} \\ d_2 = 2.5 \text{ mm} \\ d_3 = 4 \text{ mm} \end{cases} \quad (26)$$

بنابراین معادلات بالانس جمعیتی برای 4 دسته حباب به‌صورت روابط (27) نوشته می‌شوند:

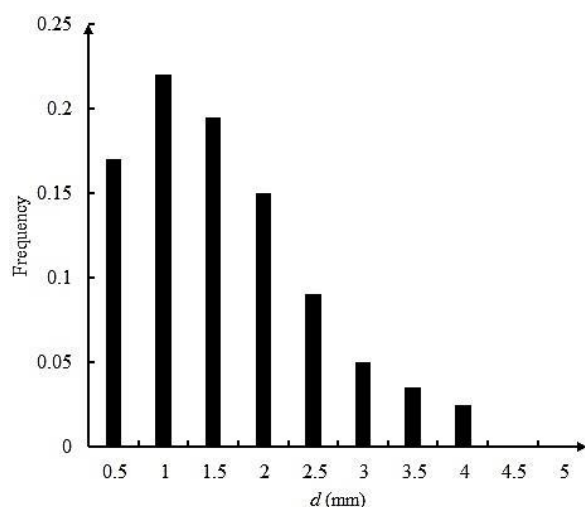


Fig. 6 Entrained air bubbles diameter profile [5]

شکل 6 توزیع قطر حباب‌های نفوذ کرده به داخل اسلاگ [5]

¹ Sauter Mean-Diameter

2-3- مدل سازی اغتشاشات جریان

همان طور که از اعداد رینولدز هر دو فاز مشخص است، جریان هر دو فاز کاملاً مغشوش بوده و نتایج مربوط به حل جریان با مدل جریان آرام قابل قبول نخواهد بود. از طرفی با توجه به رابطه تعیین نرخ نفوذ ذرات حباب به داخل اسلاگ، که در آن انرژی جنبشی اغتشاشی یکی از پارامترهای اصلی برای تعیین این کمیت می باشد، باید از یک مدل اغتشاشی در کنار مدل های دوفازی استفاده نمود.

انتخاب مدل اغتشاشی مناسب در این جریان می تواند تأثیر به سزایی بر دقت نتایج حل داشته باشد. با توجه به بررسی های انجام شده در زمینه ی تعیین سازگارترین مدل اغتشاشی با جریان اسلاگ جهت مدل سازی عددی، مدل کی-پسیلون گروه های نرمالیزه شده¹ به عنوان بهترین مدل اغتشاشی انتخاب شد، که در این مقاله نیز از همین مدل در کنار تابع دیواره استاندارد برای مدل سازی اغتشاشات در جریان اسلاگ استفاده می شود [20]. معادلات انتقال متغیرهای اغتشاشی در این مدل به صورت زیر می باشد [19]:

$$\frac{\partial(\rho k)}{\partial t} + \frac{\partial(\rho k u_i)}{\partial x_i} = \frac{\partial}{\partial x_i} \left[\sigma_k \mu_{\text{eff}} \frac{\partial k}{\partial x_i} \right] + G_k - \rho \varepsilon \quad (34)$$

$$\frac{\partial(\rho \varepsilon)}{\partial t} + \frac{\partial(\rho \varepsilon u_i)}{\partial x_i} =$$

$$\frac{\partial}{\partial x_i} \left[\sigma_\varepsilon \mu_{\text{eff}} \frac{\partial \varepsilon}{\partial x_i} \right] + C_{1\varepsilon} \frac{\varepsilon}{k} G_k - \rho C_{2\varepsilon} \frac{\varepsilon^2}{k} - R_\varepsilon \quad (35)$$

برتری مدل RNG نسبت به سایر مدل های $k-\varepsilon$ ، در ترم R_ε موجود در معادله ε می باشد که به صورت روابط (36-38) نوشته می شود.

$$R_\varepsilon = \frac{C_\mu \rho \eta^3 \left(1 - \frac{\eta}{\eta_0}\right) \varepsilon^2}{1 + \beta \eta^3} \frac{1}{k} \quad (36)$$

$$\eta = \frac{Sk}{\varepsilon} \quad (37)$$

$$\beta = 0.012 \quad (38)$$

این پارامتر در نواحی که جریان به شدت تحت کرنش قرار دارد ($\eta_0 < \eta$) با محاسبه مقادیر کمتری برای ترم تلفات در معادله انتقال ε ، باعث افزایش ε و کاهش k و به تبع آن کاهش لزجت مؤثر می شود. این موضوع باعث افزایش دقت این مدل نسبت به سایر مدل های $k-\varepsilon$ در جریان هایی که به شدت تحت کرنش (کشیدگی) قرار دارند مانند جریان اسلاگ می شود. در روابط (35-36) $C_{1\varepsilon}$ ، $C_{2\varepsilon}$ و C_μ ضرایب ثابت این مدل می باشند.

تأثیر مدل اغتشاشی در معادلات جریان با جایگزینی μ_{eff} به جای μ در معادلات مومنتم اعمال می شود. μ_{eff} که حاصل جمع لزجت مولکولی و اغتشاشی می باشد به صورت زیر محاسبه می گردد:

$$\mu_{\text{eff}} = \mu + \mu_T \quad (39)$$

$$\mu_T = \rho C_\mu \frac{k^2}{\varepsilon} \quad (40)$$

برای مقایسه نحوه عملکرد مدل ترکیبی پیشنهاد شده بر روی جریان اسلاگ، این مسئله در نرم افزار فلوئنت حل شد. در این راستا از ترکیب سه مدل یاد شده به همراه اعمال تعدادی توابع نوشته شده توسط کاربر (کد برنامه نویسی به زبان C)² برای تخمین میزان نفوذ ذرات حباب به درون اسلاگ استفاده شد.

4- نتایج

در سمت چپ "شکل 7" پروفیل جریان اسلاگ با در نظر گرفتن حباب های

نفوذ کرده به داخل بدنه اسلاگ مایع نشان داده شده است. در این شکل پروفیل حباب ها نیز برای هر لحظه از زمان نمونه برداری، در زیر پروفیل جریان اسلاگ آورده شده است.

همان طور که مشاهده می شود، نفوذ حباب ها از قسمت پیشانی اسلاگ آغاز شده و رفته رفته با پیشروی اسلاگ و شتاب گیری آن میزان حباب های نفوذی نیز افزایش می یابد. همان طور که پیش تر نیز گفته شد، این حباب ها در فرآیند تعیین سطح مشترک اسلاگ که دارای مقیاس طولی سطح مشترک بزرگ است وارد نمی گردند. اما قطر متوسط این حباب ها براساس تعداد آن ها درون اسلاگ (حباب های با ابعاد متفاوت) محاسبه شده و در تخمین ترم های اندرکنش بین فازی در معادلات اولری-اولری (دو سیالی) تأثیر خواهد گذاشت.

جهت مقایسه پروفیل حاصل از نتایج عددی با نتایج آزمایشگاهی، در سمت راست "شکل 7" نتایج آزمایشگاهی ادیبی و انصاری بر روی اسلاگ آورده شده است [2].

در "شکل 8" سرعت فاز آب در تمام میدان حل در زمان وقوع جریان اسلاگ در دو حالت با یکدیگر مقایسه شده است. این دو حالت نتایج حل عددی جریان اسلاگ با استفاده از مدل اولری-اولری ساده بدون در نظر گرفتن حباب ها و نتایج حل عددی جریان اسلاگ با استفاده از مدل ترکیبی و در نظر گرفتن پدیده نفوذ ذرات حباب به درون بدنه اسلاگ مایع می باشند. زمان وقوع اسلاگ در این شکل با یک کادر مربعی و حداکثر سرعت فاز آب در میدان حل با یک کادر دایره ای نشان داده شده است. همان طور که مشاهده می گردد، زمان وقوع اسلاگ در حالت حل جریان با در نظر گرفتن حباب ها در زمان دیرتری نسبت به حالت حل جریان اسلاگ به روش معمولی اتفاق می افتد. از طرفی حداکثر سرعتی که فاز مایع در حالت حل جریان با در نظر گرفتن حباب ها به آن می رسد، از مقدار مشابه در حل جریان به روش معمولی بیشتر خواهد بود. این دو اثر به یک دلیل اتفاق خواهند افتاد و آن هم نفوذ ذرات حباب به داخل بدنه اسلاگ مایع است. نفوذ ذرات حباب حتی قبل از وقوع پدیده اسلاگ نیز اتفاق می افتد و موج های کوچکی نیز که در سطح مشترک ایجاد می گردند قبل از این که رشد کرده و به اسلاگ تبدیل شوند، در همان مراحل اولیه دچار پدیده هوازایی می شوند. بنابراین موجی که قرار است به بالای کانال رسیده و آن را مسدود کند مقداری حباب در درون خود دارد. با توجه به این که ذرات حباب تراکم پذیر هستند، لذا اندکی از نیروی ناشی از افزایش فشار در پشت ستون اسلاگ صرف متراکم کردن این حباب ها شده و باعث تأخیر در فرآیند سرعت گرفتن ستون اسلاگ می گردد. از طرفی با شتاب گیری و افزایش سرعت اسلاگ نرخ نفوذ ذرات حباب به درون اسلاگ (براساس رابطه (31)) به شدت افزایش می یابد. نفوذ این ذرات باعث کاهش وزن ستون مایع اسلاگ می شود. در این حالت نیروی مومنتم ناشی از افزایش فشار هوا در پشت اسلاگ (به سبب مسدود شدن کانال) می تواند سرعت ستون مایع و به تبع آن سرعت فاز مایع را تا حد بالاتری افزایش دهد.

کسر حجمی حباب های نفوذ کرده به درون بدنه اسلاگ مایع برای سرعت های مخلوط ورودی متفاوت در "شکل 9" با نتایج بررسی آزمایشگاهی آندروسی و بندیکسون برای دو زاویه مختلف کانال [4] و نایدال و آندروسی برای دو سرعت ورودی فاز مایع [9] مقایسه شده است. سرعت مخلوط جریان در ورودی به صورت رابطه (41) محاسبه می شود:

$$U_M = \alpha_L U_{SL} + \alpha_G U_{SG} \quad (41)$$

¹ k-ε RNG² User Define Function

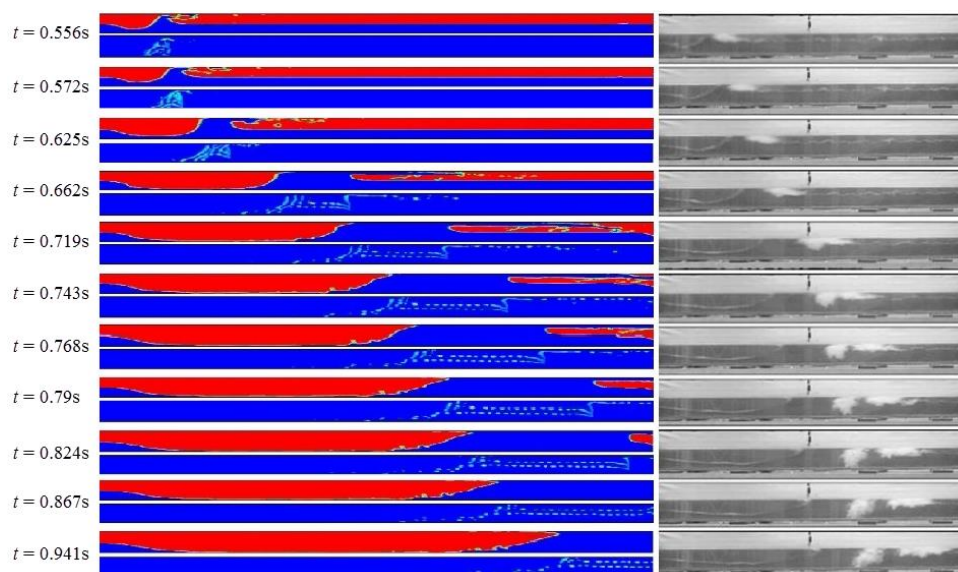


Fig. 7 Left: Numerical result of slug regime and entrained bubble profile. Right: Experimental investigation results on slug flow [2]

شکل 7 سمت چپ: پروفیل جریان اسلاگ و حباب‌های نفوذ کرده استخراج شده از حل عددی. سمت راست: نتایج آزمایشگاهی بررسی جریان اسلاگ [2]

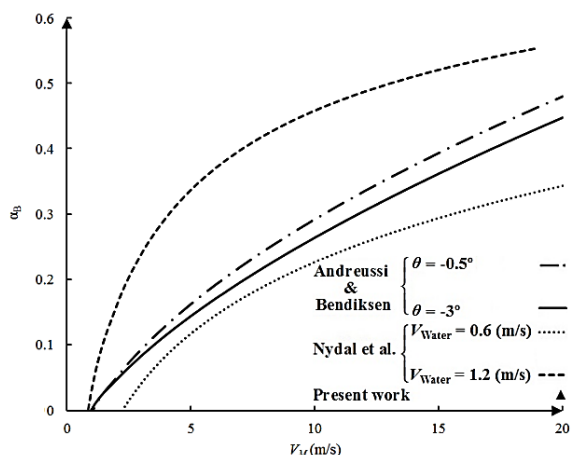


Fig. 9 Entrained bubble void fraction vs. inlet mixture velocity [9,4]

شکل 9 کسر حجمی حباب‌های نفوذ کرده داخل اسلاگ بر اساس سرعت مخلوط جریان در ورودی [9,4]

در "شکل 10" نیز مقایسه‌ای بین سرعت متوسط حباب‌های نفوذ کرده به درون اسلاگ در نتایج حل عددی حاضر و نتایج کار نایدال و همکارانش برای سرعت‌های ورودی متفاوت انجام شده است. این مقایسه نیز تطابق نسبی نتایج حل عددی حاضر با نتایج تجربی را نتیجه می‌دهد. البته از "شکل 10" واضح است که رفته‌رفته با افزایش سرعت مخلوط اسلاگ میزان اختلاف نتایج حل عددی حاضر با نتایج آزمایشگاهی افزایش می‌یابد. همان‌طور که مین و همکارانش نیز اشاره کرده بودند، با افزایش سرعت جریان‌های ورودی، سرعت حباب‌ها به دلیل افزایش فرآیند انعقاد حباب‌ها افزایش می‌یابد [14]. البته این موضوع می‌تواند به دلیل تغییر تدریجی رژیم جریان درون کانال با افزایش سرعت‌های ورودی به کانال نیز باشد.

در "شکل 11" دانسیته تعداد حباب‌های درون اسلاگ براساس قطر نشان داده شده است. همان‌طور که مشخص است تعداد ذرات با حداقل قطر که در آن ابعاد نفوذ اتفاق می‌افتد (زیرا انرژی لازم برای ورود حباب به درون مایع و غلبه بر کشش سطحی در آن سطح کمترین مقدار است) بیشترین

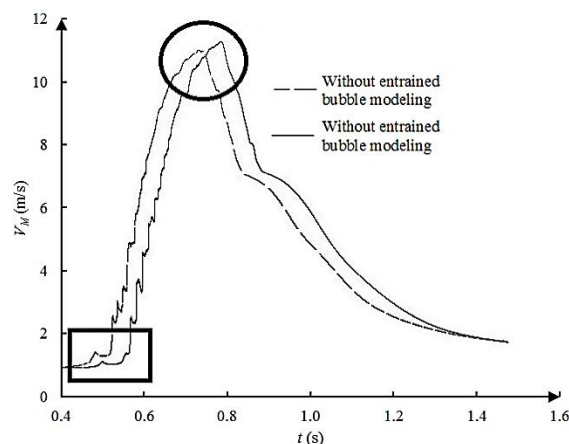


Fig. 8 Slug mixture velocity with combined model

شکل 8 سرعت مخلوط اسلاگ در مدل‌سازی عددی با استفاده از مدل ترکیبی

مقدار کسر حجمی حباب‌های نفوذ کرده به داخل بدنه اسلاگ مایع در این بررسی در زاویه صفر و برای سه سرعت مخلوط جریان در ورودی 7، 10 و 15 m/s، در "شکل 9" نشان داده شده است. البته در هر سه سرعت مخلوط سعی شده است که نسبت سرعت‌های هر یک از فازها نسبت به سرعت مخلوط حفظ شود. به عبارت دیگر اگر نسبت سرعت مخلوط به سرعت فاز مایع در حل عددی اول 14 است (سرعت هوا 7m/s و سرعت آب 0.5m/s است)، در سایر حل‌های عددی نیز همین نسبت‌ها حفظ شده است. همان‌طور که مشاهده می‌گردد، مقادیر حاصل از بررسی حاضر با نتایج کار آندروسی و بندیکسون برای زاویه -0.5° که به لحاظ شیب کانال اختلاف کمتری با کانال افقی مورد بررسی در کار حاضر دارد، تطابق بهتری دارد. در حل عددی حاضر برای سرعت‌های مخلوط ورودی متفاوت، سرعت فاز مایع بین مقادیر 0.5 الی 1.07m/s متغیر است و نتایج کسر تهی درون بدنه اسلاگ مایع متناظر با این حل عددی در محدوده نتایج نایدال و آندروسی برای سرعت آب ورودی بین 0.6 تا 1.2m/s قرار می‌گیرد که نشان می‌دهد نتایج حل عددی حاضر تطابق نسبی خوبی با نتایج نایدال و آندروسی دارد.

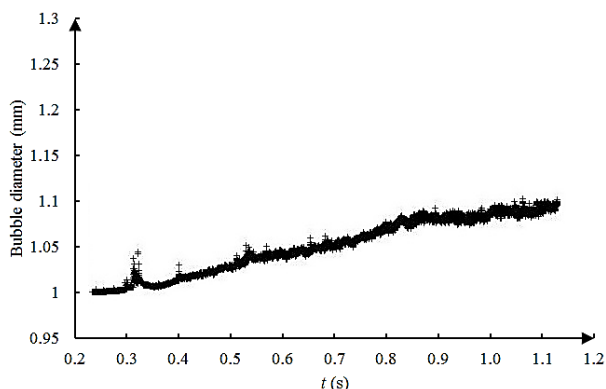


Fig. 12 Rtrained bubble sauter mean diameter

شکل 12 قطر متوسط ذرات درون اسلاگ

ذرات به تدریج افزایش می یابد. این مکانیزم نیز در افزایش قطر متوسط ذرات حباب تأثیر خواهد داشت.

5- جمع بندی

در مقاله حاضر برای درک بهتر پدیده اسلاگ جریان اسلاگ به همراه حباب های نفوذ کرده به داخل بدنه اسلاگ مایع توسط یک مدل ترکیبی که از ترکیب سه مدل دوسیالی، حجم سیال و بالانس جمعیتی به وجود آمده است، به صورت عددی و به کمک نرم افزار فلوئنت حل شد. در مدل فوق میزان ذرات حباب نفوذ کرده از قسمت پیشانی اسلاگ بر اساس پدیده های اغتشاشی موجود در آن ناحیه، توسط یک کد نوشته شده و وارد نرم افزار شد. در این مدل سطح مشترک با مقیاس بزرگ یعنی دامنه اسلاگ توسط مدل حجم سیال و جریان حبابی درون اسلاگ توسط مدل دوسیالی حل می شود. در این رابطه برای محاسبه دقیق تر قطر حباب ها از مدل بالانس جمعیتی حباب ها استفاده شده است.

از نتایج حل عددی حاضر می توان به نتایج زیر رسید:

- در صورت در نظر گرفتن ذرات حباب در مدل سازی عددی اسلاگ در زمان دیرتری اتفاق می افتد یا به عبارت دیگر سرعت مورد نیاز برای شروع اسلاگ افزایش می یابد. این موضوع تطابق بیشتری با نتایج آزمایشگاهی دارد که در آن ها اسلاگ در اختلاف سرعت بیشتر اتفاق می افتد.
- در اثر نفوذ ذرات حباب وزن ستون اسلاگ کمتر شده و می تواند با سرعت بالاتری حرکت کند.
- با افزایش سرعت ورودی هر یک از دو فاز میزان هوازایی در پیشانی اسلاگ افزایش می یابد. این موضوع در نتایج آزمایشگاهی نیز به اثبات رسیده است و نتایج حل عددی حاضر نیز با آن نتایج تطابق خوبی دارد
- توزیع ابعاد حباب ها درون اسلاگ همانند توزیع به دست آمده توسط آندروسی و بندیکسون از یک توزیع بولتزمنی تبعیت می کند.

6- فهرست علائم

A	سطح مقطع (m^2)
D	قطر (m)
f	تابع اصطکاک بین دو فاز
g	شتاب جاذبه (m/s^2)
G	ترم تولید انرژی جنبشی اغتشاشی (m^2/s^3)
I	شدت اغتشاشات جریان

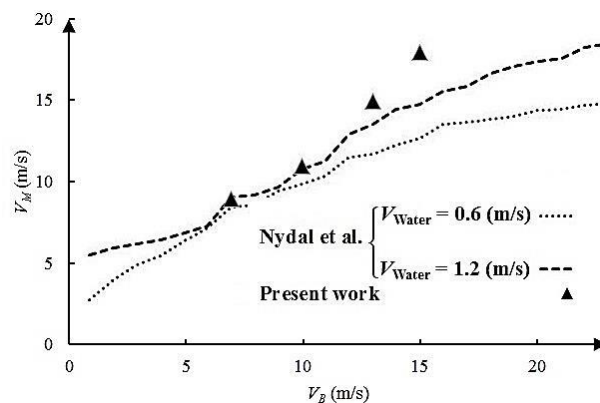


Fig. 10 Entrained bubble void fraction vs. inlet mixture velocity [9]

شکل 10 کسر حجمی حباب های نفوذ کرده داخل اسلاگ بر اساس سرعت مخلوط جریان در ورودی [9]

مقدار را دارد. پس از ورود ذرات حباب کوچک به درون اسلاگ پدیده های انعقاد و پس از آن شکست بر روی این حباب ها، باعث تولید حباب های با ابعاد متفاوت (در بازه های از پیش تعریف شده) می گردد. مشخص است که برای تولید حباب های از دسته چهارم (قطر 4mm) باید حداقل 3 بار فرآیند انعقاد بر روی حباب ها اتفاق بیفتد. بنابراین واضح است که تعداد حباب های با ابعاد بالاتر در درون اسلاگ کمتر خواهد بود.

همان طور که از "شکل 11" مشخص است نرخ حباب های نفوذ کرده به داخل اسلاگ در زمان وقوع اسلاگ یعنی در زمان 0.55s افزایش پیدا می کند که این امر در اثر افزایش ناگهانی سرعت اسلاگ است.

در "شکل 12" قطر متوسط ذرات درون اسلاگ نشان داده شده است. همان طور که مشخص است قطر ذرات از حداقل قطر ذرات نفوذ کرده یعنی 1mm شروع شده است. رفته رفته با افزایش نفوذ ذرات حباب فرآیندهای انعقاد بر روی حباب ها اتفاق می افتد و حباب های با قطر بزرگ تر تشکیل می شوند. بنابراین قطر متوسط ذرات حباب به تدریج افزایش می یابد. البته از آنجایی که تعداد حباب های با قطر کوچک تر به مراتب بیشتر از حباب های با قطر بزرگ تر است افزایش قطر متوسط به تدریج و به مقدار خیلی کمی اتفاق می افتد.

علاوه بر این، با شروع فرآیند شتاب گیری اسلاگ و همچنین حرکت ذرات حباب به سمت بالای کانال فشار موجود بر روی اسلاگ کاهش یافته و قطر

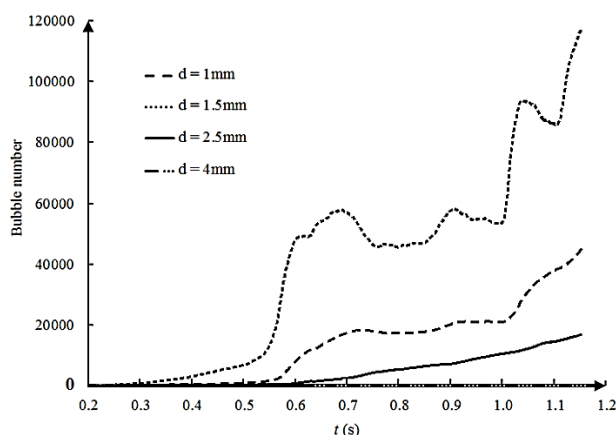


Fig. 11 Entrained bubble size distribution at slug intiation

شکل 11 دانسیته تعداد ذرات حباب درون اسلاگ بر اساس قطر آن ها در زمان وقوع اسلاگ

- [3] G. A. Gregory, M. K. Nicholson, K. Aziz, Correlation of the liquid volume fraction in the slug for horizontal gas-liquid slug flow, *International Journal of Multiphase Flow*, Vol. 4, No. 1, pp. 33-39, 1978.
- [4] P. Andreussi, K. Bendiksen, An investigation of void fraction in liquid slugs for horizontal and inclined gas liquid pipe flow, *International Journal of Multiphase Flow*, Vol. 15, No. 6, pp. 937-946, 1989.
- [5] P. Andreussi, K. Bendiksen, O. J. Nydal, Void distribution in slug flow, *International Journal of Multiphase Flow*, Vol. 19, No. 5, pp. 817-828, 1993.
- [6] H. Chanson, *Air bubble entrainment in free-surface turbulent shear flow*, pp. 73-92, London, UK, Academic Press, 1996.
- [7] M. Cook, M. Behnia, Pressure drop calculation and modelling of inclined intermittent gas-liquid flow, *Chemical Engineering Science*, Vol. 55, No. 20, pp. 4699-4708, 2000.
- [8] D. Barnea, E. Roitberg, L. Shemer, Spatial distribution of void fraction in the liquid slug in the whole range of pipe Inclinations, *International Journal of Multiphase Flow*, Vol. 52, pp. 92-101, 2012.
- [9] O. J. Nydal, P. Andreussi, Gas entrainment in a long liquid slug advancing in a near horizontal pipe, *International Journal of Multiphase Flow*, Vol. 17, No. 2, pp. 179-189, 1991.
- [10] M. Bonizzi, R. I. Issa, A model for simulating gas bubble entrainment in two-phase horizontal slug flow, *International Journal of Multiphase Flow*, Vol. 29, No. 11, pp. 1685-1717, 2003.
- [11] F. J. Moraga, P. M. Carrica, D. A. Drew, R. T. Lahey Jr., A sub-grid air entrainment model for breaking bow waves and naval surface ships, *Computers & Fluids*, Vol. 37, No. 3, pp. 281-298, 2008.
- [12] J. Ma, A. A. Oberai, D. A. Drew, R. T. Lahey Jr., F. J. Moraga, A quantitative sub-grid air entrainment model for bubbly flows-plunging jets, *Computers & Fluids*, Vol. 39, No. 1, pp. 77-86, 2010.
- [13] R. Skartlien, J. A. Julshamn, C. J. Lawrence, L. Liu, A gas entrainment model for hydraulic jumps in near horizontal pipes, *International Journal of Multiphase Flow*, Vol. 43, pp. 39-55, 2012.
- [14] X. Min, J. Zhenyu, Z. Weihua, T. Jiyuan, Numerical modeling and analysis of gas entrainment for the ventilated cavity in vertical pipe, *Chinese Journal of Chemical Engineering*, Vol. 22, No. 3, pp. 252-260, 2014.
- [15] M. Ansari, E. Salimi, B. HabibPour, P. Adibi, Three dimensional simulation of slug two-phase flow regime in a horizontal channel using VOF method, *Modares Mechanical Engineering*, Vol. 14, No. 7, pp. 182-176, 2014. (in Persian فارسی)
- [16] E. Saadati, M. Zeynalabedini, *Fundamental and advanced CFD simulation with FLUENT and CFX*, pp. 603-605, Tehran, Iran, Pardad Petrodanesh firm (PETEC), 2015. (in Persian فارسی)
- [17] K. Yan, D. Che, A coupled model for simulation of the gas-liquid two-phase flow with complex flow patterns, *International Journal of Multiphase Flow*, Vol. 36, No. 4, pp. 333-348, 2010.
- [18] G. Cerne, S. Petelin, I. Tiselj, Coupling of the interface tracking and the two fluid models for the simulation of incompressible two-phase flow, *Journal of Computational Physics*, Vol. 171, No. 2, pp. 776-804, 2001.
- [19] ANSYS, Incorporation Products 15.0.7, ANSYS(R) FLUENT(R) Help, Accessed on 23 January 2014; <http://www.afs.enea.it/project/neptunius/docs/fluent/html/th/node297>.
- [20] M. R. Ansari, M. Zeynalabedini, Evaluation and selection of the most consistent turbulent model with the slug flow behavior, *Modares Mechanical Engineering*, Vol. 16, No. 8, pp. 315-325, 2016. (in Persian فارسی)

k	انرژی جنبشی اغتشاشی (m^2/s^2)
n	بردار عمود بر سطح مشترک
P	فشار (Pa)
Q	ماتریس دوران
q	ضریب رشد ابعاد دسته حباب‌ها
Re	عدد بی‌بعد رینولدز
S	اندازه نرخ کرنش ($1/s$)
t	زمان (s)
u	سرعت افقی یا به صورت کلی سرعت (m/s)
V	حجم (m^3)
x	موقعیت (m)

علائم یونانی

α	کسر حجمی هر یک از فازها
ε	نرخ تلفات انرژی جنبشی اغتشاشی (m^2/s^3)
μ	ویسکوزیته دینامیکی ($kg/m \cdot s$)
ρ	چگالی (kg/m^3)
σ	معکوس عدد پرانتل مؤثر
τ	تنش برشی (Pa)

زیرنویس‌ها

agg	انعقاد حباب‌ها
br	تولد یک حباب
cell	سلول شبکه محاسباتی
eff	مؤثر (مجموع پارامتر مولکولی و اغتشاشی)
front	پیشانی اسلاگ
film	فیلم مایع پیش‌روی اسلاگ
h	هیدرولیکی (قطر هیدرولیکی)
$i, j, k, 1, 2, 3$	معرف هر یک از سه فاز
iac	تمرکز سطح مشترک
k	انرژی جنبشی اغتشاشی
m	مخلوط دو فاز
mol	مولکولی
s	متوسط‌گیری‌شده بر اساس روش ساتر
T	اغتشاشی

7- مراجع

- [1] E. Pereyra, R. Arismendi, L. E. Gomez, R. S. Mohan, O. Shoham, G. E. Kouba, State of the art of experimental studies and predictive methods for slug liquid holdup, *Journal of Energy Resources Technology*, Vol. 134, No. 2, pp. 1-9, 2012.
- [2] P. Adibi, M. Ansari, Experimental investigation of slug initiation to upstream conditions of two phases in long horizontal channels in two fluids, *Modares Mechanical Engineering*, Vol. 14, No. 3, pp. 27-35, 2014. (in Persian فارسی)