



## ساخت و تحلیل مدل‌های دینامیک از بال پرنده‌گان

فرزان مومنی

استادیار فیزیک، دانشگاه خوارزمی، کرج  
کرج، صندوق پستی ۳۱۹۷۹-۳۷۵۵۱

### چکیده

این مقاله حاصل پژوهشی بر روی نیروی برای آغاز پرواز پرنده‌گان، از طریق طراحی و ساخت مدل‌های دینامیک از بال پرنده‌گان، با ابعاد بین نیم تا نزدیک به دو متر، است. متغیرهای پژوهش شامل ابعاد و بسامد نوسان بال‌ها بوده است. در فرمول‌بندی‌های نظری، نیروی برای لازم و توان مصرفی اولیه در آغاز پرواز در سامانه پروازی پرنده‌وار در بسامدی معین به ترتیب متناسب با توان چهارم و توان پنجم ابعاد بال، و در ابعاد معنی به ترتیب متناسب توان دوم و توان سوم بسامد، است. نیروی برای می‌تواند دو فرم تحلیلی داشته باشد. فرم اول برای میان سیستم‌های ساخته شده در این پژوهش صادق است. فرم دوم مربوط به موقعیتی است که بال‌ها در آن همواره افقی بوده و فقط بالا و پایین می‌روند. مهمترین پرسش در این پژوهش، میزان همخوانی این فرمول‌بندی‌های نظری با تجربه مدل‌های دینامیکی صنعتی ساخته شده و نیز با پرواز واقعی پرنده‌گان بوده است. تأثیراً که به نیروی برای اویله مربوط می‌شود، برونوایی نتایج نهایی تا بعد بزرگ با مدل نظری ما برای پروازی "پرنده‌وار" سازگار به نظر می‌رسد. با این همه تأمین توان احتیاج به تمهداتی برای ذخیره‌سازی مؤثر انرژی دارد.

### اطلاعات مقاله

مقاله پژوهشی کامل  
دریافت: ۱۰ مهر ۱۳۹۲  
پذیرش: ۰۷ آذر ۱۳۹۲  
ارائه در سایت: ۲۶ مهر ۱۳۹۳

کلید واژگان:

آبرودینامیک

پرواز پرنده‌گان

نیروی برای

## Making and analyzing dynamical prototypes of bird-like wings

Farzan Momeni

Kharazmi University, Karaj, Iran  
P.O.B. 31979-37551, Karaj, Iran, momeni@khu.ac.ir

### ARTICLE INFORMATION

Original Research Paper  
Received 02 October 2013  
Accepted 28 November 2013  
Available Online 18 October 2014

**Keywords:**  
Aerodynamics  
Birds Flight  
Lifting Force

### ABSTRACT

This work is the result of a research on the lifting forces during upward bird flight via modeling and manufacturing dynamical structures resembling bird wings of sizes between half to about 2 meters. The variables in this work included the wings sizes and their oscillation frequencies. In the presented formulations the lifting force and the consumed power at the beginning of a bird flight in a fixed frequency is proportional to the fourth and fifth power of the wings sizes, and for fixes sizes is proportional to the second and third power of the frequency, respectively. The lift force here is taken to be of two different forms. The first is the very form relevant to the manufactured and used wing systems in the present work. In the second form the wings are assumed to stay horizontal during their vertical periodic motion. The extent of validity of these formulations when practicing for our manufactured wings, and for the real functioning of bird wings as well, has been the most important question in the present research. As far as the lifting force is concerned, the extrapolation of final results seems to be in consistence with the sizes relevant to human "bird-like" flight. However, provision of the needed power necessitates requirements to be thought of deliberately for restoring the energy in an effective way.

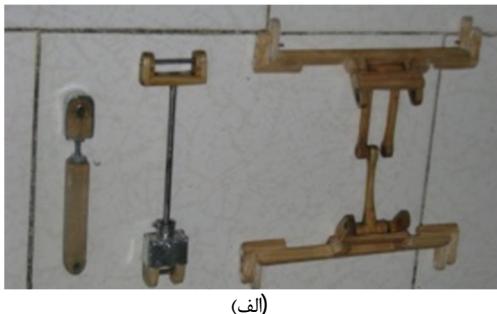
است [۳.۴]. نیروی برای به ویژه در آغاز برخاستن از فرمول‌بندی مقاومت شاره در سرعت‌های بالا پیروی می‌کند و متناسب با توان دوم سرعت است [۵]. اگر آبرودینامیک بال‌ها مناسب باشد و نیز توان لازم توسط موتورهای گرمایی موجود مهبا شود، پرواز انسان به مدد بال‌های شبیه پرنده‌گان، و به طور کلی، هوایی بر این اساس امکان‌پذیر خواهد بود.  
در بخش ۲ به شرح اجزاء و مراحل ساخت پرداخته و پس از آن در بخش ۳ محاسبات نظری توضیح داده خواهد شد. بخش ۴ نیز به جمع‌بندی نتایج به دست آمده طی روندهای تست و عددگیری از سیستم‌ها اختصاص دارد.

### ۲- شرح مختصر اجزا و مراحل ساخت

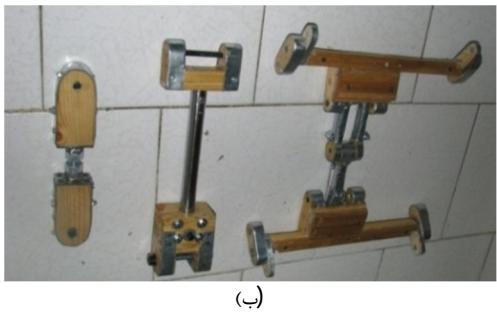
در این پژوهش تأکید روی نیروی برای آغاز پرواز بوده است، و مواردی چون

شیوه پرواز پرنده‌گان، از نظر مصرف انرژی و قدرت مانور، بر روش‌های هوایی شیوه کاملاً برتری دارد. اما اینکه تاکنون در هوایی از بال‌های مشابه پرنده‌گان استفاده نشده، به خاطر پیچیدگی سیستم‌های کنترل لازم، و نیز سنتگینی بیش از حد تجهیزات موتوری مناسب برای این منظور بوده است. پیگیری روش‌هایی متفاوت توسط بشر در ساخت سامانه‌های دینامیکی (از اختراق چرخ گرفته تا هواییما) تا حدودی به دلیل ناآشنایی با سازوکار سامانه‌های بیولوژیک و نیز پیچیدگی بهتانگیز آنها بوده است. با این همه دستاوردهای رایانه‌ای امروزی امکان تقلید هوشمندانه انسان از طبیعت را به تدریج فراهم می‌آورد ([۱، ۲]، برای مثال).

پرواز پرنده‌گان حاصل ترکیب آبرودینامیک خاص و تأمین توان لازم



(الف)



(ب)

شکل 3 بخش متحرک مقرهای (الف) A و (ب) B؛ به ترتیب از راست: کتف، شفت، و بازوی لنگ



(ب)



(الف)

شکل 4 نصب سیستم (الف) A-1 و (ب) B-2

به منظور نسب پرک‌ها نخست چارچوب بال‌ها نخ‌کشی شده و سپس پرک‌ها با چسب چوب روی نخ‌ها یا ریسمان‌ها چسبانده شده‌اند. شیوه اتصال پرک‌ها به ریسمان‌ها به گونه‌ای است که در نهایت هر بال مثل یک پرده کرکره به نظر می‌رسد. در واقع بال‌های پرندگان نیز چنین ساختی دارند (شکل 5).

### 3- محاسبات نظری

#### 3-1- سینماتیک سیستم

سینماتیک چرخش روتور توسط معادله حرکت چرخشی ( $\theta(t)$ ) نمایندگی می‌شود. زمان  $t$  از موقعیتی که میل‌لنگ در حالت افقی است محاسبه می‌شود ( $\theta(0) = 0$ ؛ شکل 6-الف)؛ این موقعیت از این پس "وضعیت اولیه" نامیده می‌شود. سیستم لنگ حرکت چرخشی روتور را به حرکت نوسانی قائم شفت تبدیل می‌کند (شکل 6-ب). با توجه به شکل 6، رابطه میان جایجایی خطی شفت قائم ( $y(t)$ ) و سینماتیک دوران موتور ( $\theta(t)$ ) به شکل رابطه (1) است:

$$y(t) = r \sin \theta(t) + \sqrt{l^2 - r^2 \cos^2 \theta(t)} - \sqrt{l^2 - r^2} \quad (1)$$

$r$  طول میل‌لنگ و  $l$  طول بازوی لنگ است. موتور DC، که برای سیستم‌ها استفاده شد، تحت ولتاژ معین تقریباً مستقل از بار با دور ثابتی می‌چرخد (علاوه بر این، دور آن با افزایش ولتاژ تقریباً به طور خطی افزایش می‌یابد).

گلاید پرندگان و مکانیزم کنترل سیستم‌های اینچنینی در اینجا بحث نمی‌شوند. ساختارهای مورد بررسی تا حد امکان ساده شده‌اند. برای مثال انحنای بال‌ها صفر است و بال‌ها از لحاظ نظری صلب فرض شده‌اند. با اینهمه این نکات نافی بخشی از هدف این پژوهش – که بررسی میزان همخوانی مقادیر نظری نیروی برا در آغاز پرواز با مقادیر نظری در مدل‌های بال بوده است – نیستند (در مدل نظری ما نیز بال‌ها صلب و بدون انحنا فرض شده‌اند). به هر حال انتظار می‌رود که این نکته خود بتواند سه‌می در ناهخوانی مدل نظری با پرواز واقعی پرندگان داشته باشد.

در این کار، چهار جفت بال در اندازه‌هایی بین 50 تا 170 سانتی‌متر (از یک نوک تا نوک دیگر) ساخته شدند (شکل 1). این بال‌ها بسته به ابعادشان روی یکی از دو مقر A و B که در شکل 2 دیده می‌شوند قابل نسبت. چوب راش که سبک و در عین حال دارای استحکام و قابلیت انعطاف خوبی است به عنوان ماده اصلی در ساخت مقرها و بال‌ها به کار رفته است. اینک هر یک از اجزا توضیح داده می‌شود.

#### 2-1- مقرها

همان‌گونه که بیان شد، در این طرح دو مقر با نسبت تشابه 1 به 2 ساخته شد (شکل 2): مقر کوچک A جهت اتصال دو جفت بال کوچکتر و مقر بزرگتر B برای دو جفت بال بزرگتر (شکل 1). هر مقر شامل یک قسمت ساکن و نیز شامل یک قسمت متحرک است که خود شامل سه بخش می‌شود: کتف، شفت، و بازوی لنگ (شکل 3).

#### 2-2- بال‌ها

در این کار چهار جفت بال از نظر هندسی متشابه، با نسبت‌های تشابه نظری 1.5: 2: 3: 4 ساخته شد (شکل 1). جدول‌های 1 و 2 در پردازندۀ ویژگی‌های هندسی و فیزیکی کلی این بال‌ها هستند. دو جفت بال کوچکتر با نسبت تشابه 2: 1.5: 2 ساخته شده در مقر کوچکتر A نشان داده شده است که نسبت تشابه می‌شوند (شکل 4). نسبت تشابه دو جفت بال بزرگتر نیز همان نسبت تشابه بال‌های کوچکتر است (1.5: 2: 3: 4). این بال‌ها بر مقر بزرگتر B قابل نسبت داده شوند. (شکل 4، راست)، و به ترتیب اندازه با A-1 و B-2 نشان داده می‌شوند.



شکل 1 بال‌ها



شکل 2 مقرهای (الف) A و (ب) B

کتف نامیده شد (شکل 3) به دو حرکت نوسانی زاویه‌ای هم‌فاز با گستره‌ی نوسان زاویه‌ای یکسان  $\Phi$  تبدیل می‌شود (دامنه‌ی نوسان زاویه‌ای تقریباً  $\Phi/2$  است). این دو حرکت نوسانی در واقع نماینده‌ی حرکت نهایی بال‌ها هستند. با توجه به هندسه شکل (7) ارتباط میان حرکت نوسانی شفت قائم،  $y(t)$ ، و حرکت نوسانی زاویه‌ای بال‌ها،  $\varphi(t)$ ، به شکل رابطه (2) خواهد بود:

$$\varphi(t) = \text{Arccos} \frac{x_0}{\sqrt{x_0^2 + [y(t) - h]^2}} - \text{Arccos} \frac{2dx_0 - 2hy(t) + y(t)^2}{2dx_0\sqrt{x_0^2 + [y(t) - h]^2}} \quad (2)$$

فاصله میان لولاهای ثابت دو کتف (مرکز دوران بال‌ها)، و  $h$  فاصله عمودی لولای ثابت هر کتف تا لولای کاسه شفت در "وضعیت اولیه" است.  $d$  نیز فاصله میان لولای ثابت کتف تا لولای متحرک آن یا همان طول ساعد است (لولای ثابت، محل اتصال سیستم کتف به پایه مقرو، و لولای متحرک محل اتصال ساعد کتف به بدن کتف است). در شکل 7 وابستگی کمیت  $h$  به دیگر کمیت‌های طولی سیستم به صورت رابطه (3) است:

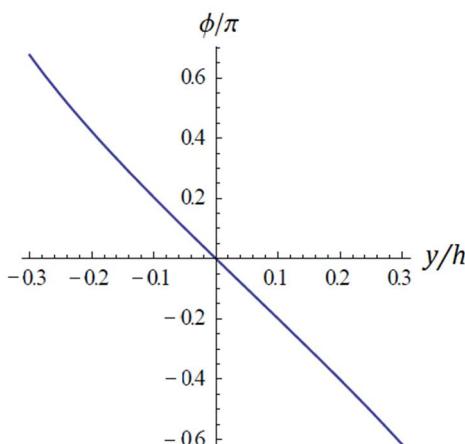
$$h^2 = \sqrt{s^2 - (x_0 + d)^2} \quad (3)$$

پارامتری که گستره نوسان زاویه‌ای  $\Phi$  را تعیین می‌کند نیم‌فاصله میان مفاصل ساکن دو کتف  $x_0$  طول کتف  $d$ ، و البته دامنه تغییر  $y(t)$  است، که خود طبق رابطه (1) به طول میل لنگ  $r$  و طول بازوی لنگ  $l$  بستگی دارد. مقادیر کمیت‌های طولی در معادلات (1) تا (3) برای سیستم‌های A و B در جدول 3 درج شده‌اند.

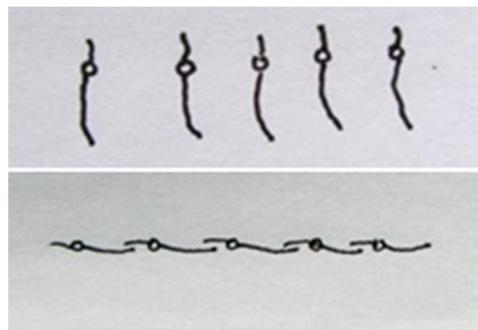
این مقادیر چنان اختیار شده‌اند که آرگمنان توابع  $\text{Arccos}$  در رابطه (2) در بازه  $[1.1, 2]$  باشد. از این رو رعایت تناسب میان این مقادیر اهمیت زیادی داشته است. شکل 8 بستگی  $\varphi$  به  $y$  را مطابق رابطه (2) نشان می‌دهد. دیده می‌شود که به ازای مقادیر نسبتاً کوچک  $0.3 \leq y/h \leq 0.7$  این بستگی تقریباً خطی است و  $\varphi$  بین دو مقدار تقریباً قرینه، که با  $\Phi/2$  و  $\Phi/2 - \varphi$ -نمایش داده می‌شود، تغییر می‌کند. از آنجا که دو سیستم A و B از نظر هندسی مشابه‌اند مقدار  $\Phi$  در هر دو یکسان و نزدیک به ۱۴۰ درجه است.

حذف  $y(t)$  (سینماتیک حرکت نوسانی خطی) میان دو رابطه (1) و (2) رابطه‌ی میان حرکت بال‌ها و چرخش روتور را به دست می‌دهد. البته به خاطر کوچکی  $r/l$  (جدول 3)، و با توجه به معادله (1)، می‌توان گفت که این بستگی تقریباً به صورت رابطه (4) است:

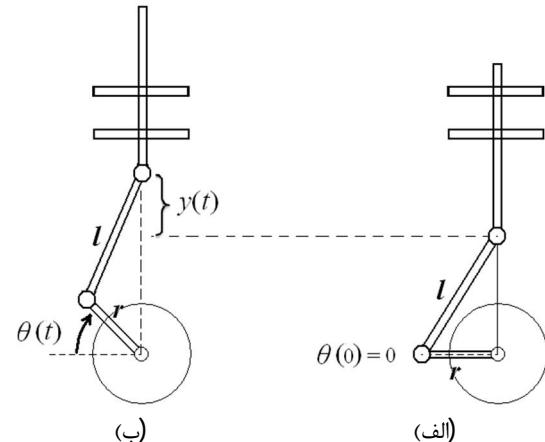
$$y(t) \approx r \sin \theta(t) \quad (4)$$



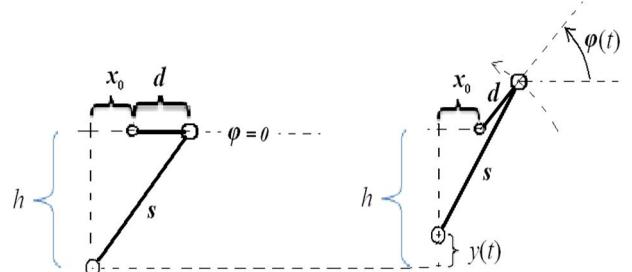
شکل 8 بستگی  $\varphi$  با  $y$  به ازای مقادیر کوچک  $y/h$  قریباً خطی است و  $\varphi$  به تقریب بین دو مقدار قرینه ( $\Phi/2$  و  $\Phi/2 - \varphi$ -تغییر می‌کند



شکل 5 شیوه قرار گرفتن پرها در بال پرنده‌گان: پرها در حرکت رو به بالا بسته شده، و در حرکت رو به پایین از هم باز می‌شوند



شکل 6 تبدیل حرکت چرخشی روتور به حرکت نوسانی شفت قائم



شکل 7 تبدیل حرکت نوسانی شفت قائم به حرکت نوسان زاویه‌ای بال‌ها

جدول 1 جرم و ابعاد بال‌ها در سیستم

A-2	A-1	هر بال
46	26	(gr)
2×20×36/5	1/3×16×25	(cm)

جدول 2 جرم و ابعاد بال‌ها در سیستم

B-2	B-1	هر بال
426	197	(gr)
2/5×42/5×73	1/5×33×54	(cm)

جدول 3 کمیت‌های طولی در سیستم بال‌ها (بر حسب

$x_0$	$d$	$s$	$h$	$r$	$l$	سیستم
10	20	65	57/5	18	120	A
20	40	130	115	36	240	B

اینک با فرض اینکه روتور با سرعت زاویه‌ای ثابت  $\omega$  چرخد می‌توان نوشت:  $\dot{\theta}(t) = \omega t$ . حرکت خطی شفت توسط سیستمی که در بخش 2 سیستم

$$\begin{aligned} f_D &= \int df_D \\ &= \int \frac{1}{2} C_D \rho u^2 ds \cong \int_{r=0}^{2R} \frac{1}{2} C_D \rho (r\Omega)^2 L dr \\ &= \frac{1}{2} C_D \rho \Omega^2 L \int_{r=0}^{2R} r^2 dr \approx \frac{4}{3} C_D \rho \Omega^2 LR^3 \end{aligned} \quad (8)$$

در این رابطه هر بال عملاً مستطیلی به ابعاد  $L$  در  $D=2R$  و ضریب درگ ثابت فرض شده است. علت ثابت بودن ضریب درگ این است که با توجه به ابعاد بالهای ساخته شده در اینجا، و نیز مرتبه بزرگی سرعتها، می‌توان مطمئن بود که در شرایط مورد نظر ما نامساوی  $Re > 10^3$  برقرار می‌ماند (مگر برای  $r$  های کوچک، یعنی در نواحی نزدیک به محور چرخش که سرعت کم است، که البته این نواحی سهم اندکی در نیروی کل دارند). برای چنین عدد رینولدزی، وقتی  $5 \leq L/D \leq 1$  ضریب درگ با دو رقم معنی دار عملاً  $1/2$  است. ازین‌رو ضریب درگ  $C_D$  حدود  $1/2$  اختیار شده است.

البته در این محاسبه چند فرض ساده‌کننده اعمال شده است. با این همه این محاسبه شناسایی عوامل دخیل در نیروی برای  $F_l(t)$  را به شیوه‌ای مناسب ممکن می‌سازد تا بتوان برای آن شکل تحلیلی مناسبی نوشت که در آن عوامل ساده یا چشمپوشی شده در قالب پارامترهایی نوعاً از مرتبه یک گنجانده شده باشد.

این شکل تحلیلی می‌تواند دو فرم داشته باشد. فرم نخست برای همین سیستم‌های ساخته شده A و B نگارندگان (که با دامنه  $/2$   $\phi$  و با بسامد  $v$  نوسان می‌کنند) صادق است. فرم دوم مربوط به موقعیتی است که بال‌ها در آن همواره افقی بوده و فقط بالا و پایین می‌روند، ضمن آنکه سرعت آنها، به جای آنکه (همچون سیستم‌های ساخته شده در این کار) با زمان بستگی سینوسی داشته باشد، به سادگی بین دو مقدار قرینه (حرکت رو به بالا و رو به پایین) رفتاری پله‌ای دارد. از قضا این فرم دوم، پیرو آنچه در بخش بعد بیان خواهد شد، گویا همچنانی بهتری با پرواز پرندگان دارد. در این بخش فرم نخست بیان می‌شود. معرفی و بحث روی فرم دوم در بخش بعد خواهد آمد. فرم تحلیلی نخست در ذیل به دست آورده شده است.

لحظه  $t = 0$  لحظه‌ای اختیار می‌شود که میل لنگ (و نیز بال‌ها) در حالت افقی است (یا همان "وضعیت اولیه"؛ شکل سمت چپ 7 و 6-الف). بال در لحظه دلخواه  $t$  با افق زاویه  $\varphi(t)$  می‌سازد (شکل 7، راست). نیروی برای حاصل از هر بال،  $f_l(t)$ ، مؤلفه میانگین زمانی آن کمی خواهد بود. لذا  $f_l(t)$  به شکل رابطه (9) خواهد بود.

$$f_l(t) = f_D(t) \cos[\varphi(t)] \quad (9)$$

رابطه (9) به کمک معادله (8) به صورت (10) نوشته می‌شود:

$$f_l(t) = \frac{4}{3} C_D \rho L R^3 \Omega(t)^2 \cos[\varphi(t)] \quad (10)$$

و با توجه به (5)،  $\varphi(t)$  به شکل رابطه (11) خواهد بود

$$\varphi(t) = \left(-\frac{\phi}{2}\right) \sin(2\pi v t) \quad (11)$$

که در آن  $v \equiv 1/T$  بسامد بال زدن است. تأکید می‌شود که  $2\pi v \equiv \omega$  همان سرعت زاویه‌ای موتور DC است که کمابیش می‌تواند ثابت فرض شود. لذا

بسامد زاویه‌ای بال‌ها را می‌توان به شکل رابطه (12) نوشت:

$$\Omega(t) \equiv \frac{d\varphi}{dt} = -\pi v \Phi \cos(2\pi v t) \quad (12)$$

با جایگذاری (11) و (12) در (10)، نیروی برای ناشی از هر بال در حرکت رو به پایین آن به شکل رابطه (13) خواهد شد.

$$\begin{aligned} f_l(t) &= \frac{4\pi^4}{3} C_D \rho L R^3 v^2 \left(\frac{\Phi}{\pi}\right)^2 \cos^2(2\pi v t) \\ &\times \cos\left[\left(\frac{\phi}{2}\right) \sin(2\pi v t)\right] \end{aligned} \quad (13)$$

ازین‌رو، و نیز نظر به بستگی تقریباً خطی  $\varphi$  به  $\phi$  در شکل (8)، تابع  $\varphi(t)$  را می‌توان به سادگی به شکل رابطه (5) تقریب زد.

$$\varphi(t) \approx \frac{-\phi}{2} \sin \theta(t) \quad (5)$$

### 3-2- دینامیک سیستم

معادله حاکم بر دینامیک سیستم قانون دوم نیوتون برای سیستم ذرات است، که در راستای قائم به شکل رابطه (6) خواهد بود:

$$N(t) - Mg + F_l(t) = \sum_i m_i a_i \quad (6)$$

که  $N(t)$  و  $F_l(t)$  به ترتیب نیروی عکس‌العمل عمودی سطح و برایند نیروهای مقاومت هوا (نیروی برا) هستند. در رابطه (6) جهت بالا مثبت اختیار شده است. برای محاسبه میانگین‌های زمانی باید از رابطه فوق روی زمان و در بازه‌ای معادل یک دوره تناوب بال زدن  $T$  انتگرال گرفته شود. اما حرکت تمامی اجزاء تناوبی است و حرکت هر ذره در هر تناوب تکرار می‌شود و بنابراین  $0 = v_i(t_0 + T) - v_i(t_0) = \int_{t_0}^{t_0+T} a_i dt$  در رابطه (6) صفر می‌شود و لذا می‌توان رابطه (7) را نوشت:

$$\bar{N} = Mg - \bar{F}_l \quad (7)$$

در رابطه (7) علامت بار مقادیر میانگین زمانی نیروهای  $F_l$  و  $N$  را در یک دوره تناوب بال زدن نشان می‌دهد. نتیجه فوق بدیهی است: پیرو این رابطه وقتی نیروی برای حدی برسد که میانگین زمانی آن معادل وزن سیستم باشد آنگاه میانگین نیروی عکس‌العمل به صفر می‌رسد، که این به معنی کنده شدن سیستم از زمین و آغاز پرواز است. طرح شکل (9) (نمودارهایی کیفی از تغییرات  $N(t)$  (منحنی ضخیم) و  $F_l(t)$  (منحنی نازک) را با زمان نشان می‌دهد. در این شکل (برخلاف روال متن) مبدأ زمان لحظه‌ای اختیار شده که بال‌ها در بالاترین موقعیت خود هستند. محور قائم با وزن سیستم و محور افقی با دوره تناوب بال زدن مقایس شده است. نیروها با وزن، زمان با دوره تناوب بال زدن مقایس شده‌اند. نمودار بالای وضعیتی را نشان می‌دهد که در آن  $F_l(t)$  نوعاً (منحنی نازک و پیوسته) از نیروی وزن  $Mg$  (خطچین افقی) بهوضوح کمتر است. در این حالت عکس‌العمل عمودی سطح  $N(t)$  (منحنی ضخیم) همواره بزرگتر از صفر می‌ماند و حول مقدار  $Mg$  (خطچین افقی) به نحوی تقریباً متقارن نوسان می‌کند به طوری که میانگین زمانی آن تنها کمی کمتر از  $Mg$  می‌شود. در نمودار وسط سرعت بال زدن نسبت به وضعیت پیش‌بیشتر شده و مقدار نوعی  $F_l(t)$  به خوبی افزایش یافته است چنان که مقدار  $N(t)$  دیگر بیشینه آن از وزن سیستم فزوی گرفته است. در نتیجه این امر  $N(t)$  دیگر حول مقدار  $Mg$  متقارن نیست. منفی شدن  $N(t)$  به معنی کنده شدن لحظه‌ای سیستم از زمین است. البته برای آنکه پرواز تحقق باید میانگین زمانی این کمیت،  $\bar{N}$ ، منفی یا دستکم صفر شود. این همان وضعیتی که در نمودار آخر (پایین) برای بال زدنی به حد کافی سریع نشان داده شده است

### 3-3- برآورده نیروی بر

با نشان دادن سطح مؤثر پرک‌های هر بال با  $\Delta$ ، نیروی مقاومت شاره  $\Delta f_D$  وارد بر هر پرک را چنین می‌توان نوشت:  $\Delta f_D = \frac{1}{2} C_D \rho u^2 \Delta s$ ، که  $\rho$  چگالی  $C_D$  ضریب درگ، و  $u$  سرعت خطی پرک است. نیروی عمودی وارد بر هر بال حاصل جمع این نیروهای  $\Delta f_l$  است. از سوی دیگر هر بال از پرک‌هایی تشکیل شده که سرعت  $u$  آنها به فاصله‌شان از محور دوران بال (لوای کتف) بستگی دارد. با نشان دادن عرض هر بال (درازای هر پرک) با  $L$  و طول هر بال  $2R$ ، نیروی عمود وارد بر هر بال،  $f_D$ ، به شکل رابطه (8) خواهد بود.

$$\text{با بکارگیری نتیجه فوق، میانگین زمانی } f_l(t) \text{ به شکل رابطه (16) در می‌آید.}$$

$$(16) \quad \bar{f}_l \approx 32 \left(1 - \bar{y}\right) \left(\frac{\phi}{\pi}\right)^2 \rho L R^3 v^2$$

برای به دست آوردن این نتیجه از فرضی تغییرات ناچیز  $\alpha$  و  $\beta$  ( $\approx 1$ ) با زمان و کوچک بودن  $\gamma$  بهره گرفته شده است. اهمیت این فرمول در این است که، ضمن ارائه مرتبه و حدود نیروی برا، وابستگی آن را به پارامترهای هندسی بالا و نیز بسامد  $V$  بیان می‌کند. نیروی برای کل  $\bar{f}_l$  وارد بر هر دو بال دو برابر این مقدار است.

#### 4-3- توان

$$\text{توان الکتریکی ورودی به سیستم مکانیکی } P_0(t) \text{ عبارت از رابطه (17) است:}$$

$$(17) \quad P_0(t) = V \times I(t)$$

که  $V$  ولتاژ اعمال شده به موتور (دو سر سیم پیچ روتور) و  $I(t)$  جریان گذرنده از آرمیچر روتور را نشان می‌دهد. توان خروجی (= مکانیکی) موتور با  $P(t)$  نشان داده و بدین ترتیب  $\delta$ , بازده موتور، با رابطه (18) تعریف می‌شود.

$$(18) \quad \delta \equiv \frac{P(t)}{P_0(t)}$$

بنابراین پایستگی انرژی، و با فرض ناچیز بودن اصطکاک‌ها و نیز پایستاری (کشسانی کامل) نیروهای تنفسی داخلی، میانگین زمانی توان  $(t) = P(t) / (\delta \cdot P_0(t))$  عملای همان میانگین زمانی  $(t)$ , توان مصرفی بال زدن بوده و لذا رابطه (19) را می‌توان نوشت:

$$(19) \quad \delta \cdot \bar{P}_0(t) = -\bar{P}_w$$

این نتیجه را می‌توان مستقیماً از واکاوی انرژیتیک سیستم استخراج کرد. ضمناً فرض می‌شود که این انتگرال گیری در شرایطی که سیستم به حالت پایا رسیده است انجام شود؛ یعنی آنگاه که توان مفید موتور در عمل فقط صرف بال زدن می‌شود.

اینک می‌توان  $(t)$ ,  $P_w$ , توان مصرفی بال زدن، را محاسبه کرد. با توجه به معادله (8)، آهنگ انجام کار توسط این نیرو عبارت از رابطه (20) خواهد بود،

$$(20) \quad P_w(t) \equiv \int u \, df_l = -2 \times \frac{1}{2} C_D \rho \int u^3 ds = C_D \rho L \Omega(t)^3 \int_0^{2R} r^3 dr = 4 C_D \rho L R^4 \Omega(t)^3$$

که ضرب در 2 به خاطر وجود دو بال است. علامت منفی نیز به خاطر پادسو بودن  $df_l$  و  $du$  است ( $\Omega(t)$  در حرکت رو به پایین منفی است). حال با یادآوری رابطه (12)، مقدار میانگین زمانی  $\bar{\Omega}$  و  $\bar{u}^3$  را در نیم دوره رو به پایین به صورت روابط (21) و (22) محاسبه می‌شود.

$$(21) \quad \bar{\Omega} \equiv \frac{1}{T/2} \int_{-T/4}^{T/4} \Omega(t) dt = -\frac{1}{T/2} \int_{-T/4}^{T/4} \pi v \Phi \cos(2\pi v t) dt = -2\pi v \left(\frac{\phi}{\pi}\right)$$

$$(22) \quad \bar{u}^3 \equiv \frac{1}{T} \int_{-\frac{T}{2}}^{\frac{T}{2}} \Omega^3(t) dt = \frac{-1}{T} [\pi v \Phi]^3 \int_{-\frac{T}{2}}^{\frac{T}{2}} \cos^3(2\pi v t) dt = -\frac{4}{3} \pi^2 v^3 \Phi^3$$

در محاسبه میانگین توان مصرفی بال زدن، وقتی بال‌ها رو به بالا حرکت می‌کنند می‌توان توان نیروی مقاومت هوا را ناچیز شمرد. لذا انتگرال گیری زمانی تنها روی نیم دوره رو به پایین صورت می‌گیرد، و البته حاصل نهایی باید در  $1/2$  ضرب شود. بدین ترتیب با بکارگیری معادلات (22) و (20) میانگین توان مصرفی بال زدن به صورت رابطه (23) به دست می‌آید.

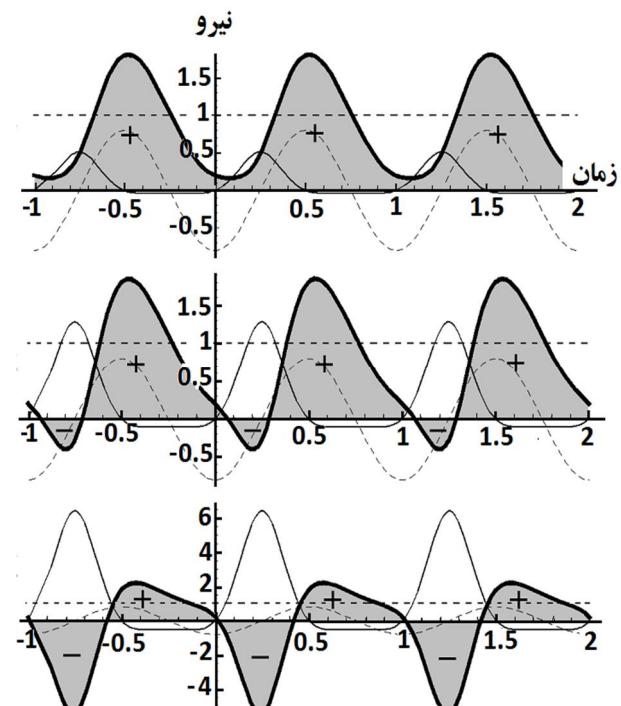
حال، با توجه به اینکه نیروی مقاومت هوا در حرکت رو به بالا ناچیز است، نیروی برای هر بال نهایتاً به صورت رابطه (14) در می‌آید.

$$(14) \quad f_l(t) = \frac{4\pi^4}{3} C_D (\alpha\beta) \left(\frac{\phi}{\pi}\right)^2 \rho L R^3 v^2 \cos^2(2\pi v t) \times \begin{cases} 1: & \cos[\frac{\phi}{2} \sin(2\pi v t)] \\ 2: & \text{بال} \end{cases}$$

مقدار  $1$  یا  $2$  درون آکولاد به ترتیب متناظر با حالتی هستند که حرکت بال‌ها رو به پایین و یا رو به بالا باشد.  $\gamma$  از مرتبه نسبت مساحت مؤثر چارچوب بال به مساحت کل بال بوده و باید از یک بسیار کوچکتر باشد.  $\alpha$  در معادله (14) پارامتری در حدود  $1$  است که انحراف نیروی مقاومت شاره واقعی را از آنچه در معادله (8) ارائه شد، در خود جای می‌دهد. این پارامتر بازتاب‌دهنده تأثیر چارچوب بال‌ها و انحراف از مدل ساده حرکت صفحه‌ای و عمود بر جریان است. پارامتر  $\beta$  انحراف واقعیت از فرض ثابت بودن  $w$  و کلافرض‌های سینماتیکی مشابهی است که پیامد آن تابع  $f_l(t)$  با  $\cos^2 \omega t$  بوده است. پارامترهای  $\alpha$  و  $\beta$  وابسته به زمان، اما به  $1$  نزدیک‌اند (تحول زمانی نیروی برای، که  $F_l(t) = 2f_l(t)$  است، در نمودارهای شکل 9 توسط منحنی پیوسته و نازک نشان داده است). اینک می‌توان  $\bar{\Omega}$ ، میانگین زمانی  $f_l(t)$  را با میانگین‌گیری از معادله (14) به دست آورد. نیروی برای ناشی از هر بال در نیم دوره حرکت رو به بالا عملأ ناچیز است، و بنابراین تنها در نیم دوره حرکت رو به پایین (یعنی از  $-T/4$  تا  $T/4$ ) باید انتگرال زمانی نیاز خواهد و البته بر  $T$  بخش شود. لذا در این کار به حاصل انتگرال زمانی نیاز خواهد بود (رابطه (15)):

$$(15) \quad \frac{1}{T} \int_{-T/4}^{T/4} \cos^2(2\pi v t) \left| \cos[\frac{\phi}{2} \sin(2\pi v t)] \right| dt \approx 0.2$$

که در آن از  $140^\circ \approx 0.78 \pi$  استفاده شده است. این نتیجه به مقدار  $\Phi$  وابسته است و لذا در مباحث بعدی هنگام مقایسه با پرواز قائم پرندگان (جدول 4) این نکته لحاظ شده است.



شکل 9: تغییرات نیروها در معادله (6): خط‌چین افقی نیروی وزن سیستم و منحنی خط‌چین  $\sum_i m_i a_i$  را نشان می‌دهد

## نسبت کاهش دور گیربکس: 6/67

در این موتور-گیربکس حداکثر گشتاور نیروی بعد از گیربکس در ولتاژ 24 ولت به حدود 10 نیوتن-متر می‌رسد، که برای کار حاضر مناسب بوده است. جریان آرمیچر در این حالت بالا و به بیش از 30 آمپر می‌رسد. اندازه‌گیری  $N(t)$  نوسط ترازوهای دیجیتال ممکن نبود، چرا که ترازو باید در بازه‌های از مرتبه دهم ثانیه به تغییر نیرو پاسخ می‌داد (سیستم‌های دیجیتال متداول -با وجود دقت بالا- زمان پاسخ‌شان به تغییر نیرو بسیار بیش از این مقدار است)، و ازین‌رو صرفًا ترازوهای آنالوگ (عقربه‌ای) به کار گرفته‌تی بودند. ترازوی مورد استفاده از نوع عقربه‌ای با دقت ده گرم‌نیرو و مارک امگا<sup>3</sup> بود (شکل 4).

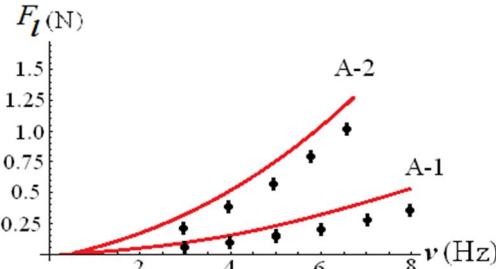
نتایج به دست آمده در شکل‌های 10 و 11 درج شده‌اند. در این دو شکل نیروی برای اندازه‌گیری شده با پیش‌بینی معادله (16) مقایسه شده است. اندازه‌گیری میانگین زمانی نیروی برای  $\bar{F}_l$  غیرمستقیم و از طریق ثبت مشاهدات نیروی عکس‌العمل عمومی سطح و سپس محاسبه  $\bar{N}$  انجام پذیرفته است. نتایج با پیش‌بینی معادله (16) کمایش همخوانی دارند. تفاوت مقداری تجربی و نظری در این نمودارها بازتاب مقادیر واقعی  $\bar{\alpha}$  و  $\bar{\gamma}$  هستند که به هر حال اولی نزدیک به 1 و دومی نزدیک به صفر است.

با این همه باید این مطلب نیز بررسی شود که فرمول‌بندی معادله (16) تا چه میزان توصیف مناسبی برای نیروی برآ در آغاز پرندگان (که باید برابر با وزن آنها باشد) به شمار می‌رود. نتایج مقایسه در جدول 4 درج شده است.

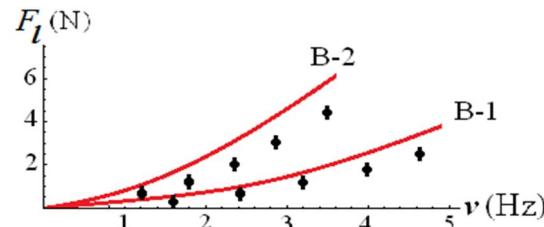
در پنجم سطر اول این جدول از نتایج تحقیق [4] روی نیروی برآ در آغاز پرندگان گونه پرندگان است. در سطر ششم این جدول کمیت  $\mu \equiv w/\bar{F}_l$  گنجانده شده است: یعنی نسبت وزن پرندگان به نیروی برایی که معادله (16) وقته  $= 1$  فرض شود به دست می‌دهد. دیده می‌شود که  $\mu$  نوعاً 1/8 است؛ به عبارتی نیروی برایی که از جایگذاری پارامترهای پرندگان یک پرندگان یک پرندگان واقعی در معادله (16) به دست می‌آید تها در حدود یک دوم نیرویی است که در عمل دیده می‌شود. این مطلب نشان‌دهنده وجود نقصی در فرم تحلیلی (14) (که میانگین زمانی آن به (16) انجامید) در همخوانی با پرندگان ایجاد شده است. البته همان‌گونه که گفته شد این فرم برای سیستم‌های مصنوعی A و B نسبتاً مناسب است (شکل‌های 10 و 11). اما این برشش که این فرم با سیستم پرندگان تا جه حد مناسب دارد مطلب دیگری است.

چنانکه پیشتر گفته شد، نتایج سطر ششم جدول 4 پاسخ چندان امیدوارکننده‌ای برای این پرسش در بر ندارد. لذا اینک دو مین فرم تحلیلی پیشنهادی در این کار که پس از این با  $(t)$   $f_l'$  نشان داده خواهد شد- اراده داده می‌شود. این فرم مربوط به حالتی است که اولاً بال‌ها همواره در حالت افقی بوده و فقط بالا و پایین بروند و ثانیاً سرعت آنها، به جای آنکه (همچون سیستم‌های A و B) با زمان بستگی سینوسی داشته باشد، به سادگی بین دو مقدار قرینه رفتاری پله‌ای را به نمایش بگذارد. نوک هر بال در حالت عادی در مدت  $T/2$  از بالاترین تا پایین‌ترین وضعیت خود به میان  $4R$  تغییر می‌کند. لذا بهتر است در بیان دوم سرعت حرکت بال  $u = 4R/T/2 = 8R\pi$  به دست می‌آید. اختیارشود. بدین ترتیب  $f_l'$  مطابق رابطه (25) به دست می‌آید.

$$\begin{aligned} f_l' &= \frac{1}{2} C_D \rho u^2 S \\ &= \frac{1}{2} C_D \rho (8R\pi)^2 (2RL) = 64 C_D \rho LR^3 \pi^2 \end{aligned} \quad (25)$$



شکل 10 نتایج عددگیری از سیستم A: منحنی‌ها نیروی برآ مطابق معادله (16)، و نقاط، مقادیر تجربی میانگین نیروی برآ هستند.



شکل 11 نتایج عددگیری از سیستم B: منحنی‌ها نیروی برآ مطابق معادله (16)، و نقاط، مقادیر تجربی میانگین نیروی برآ هستند.

جدول 4 نیروی برآ در پرندگان

پرندگان	بلدرچین	کبك	قرقالو	بوقلمون	جرم (kg)
2R	0/94	0/49	0/20		
L: میانگین عرض هر بال (cm)	34	25	17		
v: بسامد بال زدن (Hz)	15	9/5	7		
Φ: زاویه بال زدن (درجه)	11	16	20		
$\mu$ : نسبت وزن به نیروی نظری <sup>(1)</sup>	150	150	140		
$\bar{\mu}$ : نسبت وزن به نیروی اصلاحی <sup>(2)</sup>	1/8	1/8	1/9		
(1) نیروی برآز معادله (16)	1/0	0/95	1/0		
(2) نیروی برآز معادله (27)					

$$\overline{P_w} = \frac{1}{2} \times 4C_D \rho L R^4 \overline{Q^3} = -\frac{8}{3} \pi^5 C_D \left(\frac{\Phi}{\pi}\right)^3 \rho L R^4 v^3 \quad (23)$$

حال، نظر به آنچه در بحث دینامیک سیستم بیان شد، شکل نهایی  $\overline{P_w}$  با وارد کردن پارامترهای تصحیح  $\alpha$ ،  $\beta$  و  $\gamma$  و قرار دادن  $C_D = 1/2$  به صورت رابطه (24) در می‌آید.

$$\overline{P_w} \approx -10^3 (1 - \bar{\gamma}) \left(\frac{\Phi}{\pi}\right)^3 \rho L R^4 v^3 \quad (24)$$

## 4- برپاسازی و عددگیری از سیستم‌ها

در این کار برای حرکت بال‌ها از موتورهای DC استفاده شده است. مشخصات موتور سیستم کوچک در زیر داده شده است.

بی‌ا-اچ دی‌جی<sup>1</sup> مدل 1.61.050.440.00

12 ولت دی‌سی

460 دور در دقیقه

حداکثر گشتاور نیروی بعد از گیربکس در این موتور-گیربکس در ولتاژ 12 ولت 0/4 نیوتن-متر است. در این حالت آرمیچر 3/3 آمپر جریان می‌کشد.

مشخصات موتور-گیربکس برای سیستم بزرگ در زیر داده شده است.

نو‌ایستاپ<sup>2</sup> مدل MY1020Z

4 ولت دی‌سی / 500 وات

هر نیم دوره به بالا رانده می‌شوند و جالب آنکه تخمینی سرانگشتی از توان لازم برای این کار نشان می‌دهد که گویی تمام انرژی الکتریکی مصرفی در این سیستم علاوه خروج همین کار، یعنی بالا راندن بخش متحرک سیستم در هر دوره می‌شود. از این رو باید گفت که ساختار سیستم به گونه‌ای نیست که بتواند در نیم دوره‌ای که بالا در حال پایین آمدن هستند از انرژی پتانسیل گرانشی‌ای که در نیم دوره‌ی قبلی در این قطعات پر جرم ذخیره شده است استفاده کند.

یکی از راه حل‌های این مشکل شاید بهره‌گیری از چرخ‌لنگری نه‌چندان پر جرم اما با چرخش سریع باشد. راه حل دیگر بکارگرفتن سیستمی متشکل از فنرهای سبک و با ثابت فنر مناسب است. این پژوهش نشان می‌دهد که نیروی برای لازم توسط سیستم‌هایی از بال‌های مصنوعی تامین شدنی است، با این همه اگر قرار باشد از شیوه پرندگان در پرواز قائم کمی برداری گردد حتماً باید مکانیزمی مؤثر جهت ذخیره‌سازی انرژی پتانسیل گرانشی قطعات متحرک سیستم اندیشیده شود.

## 6- مراجع

- [1] J. Kennedy & R. Eberhart, Particle swarm optimization *Proceeding. IEEE International Conference on Neural Networks*, Vol. 4, pp. 1942-1948, 1995.
- [2] A. Taherifar, H. Salarieh, and A. Alasty, Minimum time and minimum switch path planning for a hyper-redundant manipulator with lockable joints, *Modares Mechanical Engineering*, Vol. 12, No. 1, pp. 50-65, 2012. (In Persian).
- [3] C. J. Pennycuick, *Bird flight performance: a practical calculation manual*, Oxford: Oxford University Press, pp. 123-145, 1989.
- [4] B. W. Tobalske & K. P. Dial, Effects of body size on take-off performance in the Phasianidae (Aves), *Journal of Experimental Biology*, Vol. 203, No. 21, pp. 3319-3332, 2000.
- [5] C. P. Ellington, Limitations on animal flight performance, *Journal of Experimental Biology*, Vol. 160, No. 1, pp. 71-91, 1991.
- [6] B. W. Tobalske, et al., Comparative power curves in bird flight, *Nature* Vol. 421, No. 6921, pp. 363-366, 2003.
- [7] K. P. Dial, et al., Mechanical power output of bird flight, *Nature*, Vol. 390, No. 6655, pp. 67-70, 1997.
- [8] Y. Winter & O. von Helversen, The energy cost of flight, *Journal of Comparative Physiology B-Biochemical Systemic and Environmental Physiology*, Vol. 168, No. 2, pp. 105-111, 1998.

پس نیروی برابر  $f_l'(t)$  را به ازای  $1/2 = C_D$  می‌توان به شکل رابطه (26) نوشت،

$$(26) f_l'(t) = 76.8 \rho L R^3 v^2 \times \text{step}(t/T)$$

که در آن مقدارتابع پلهای  $\text{step}(t/T)$  در نیمی از دوره تناوب ۱ و در نیم دیگر ۲- است (و البته  $\text{step}(t/T) \approx 0.5$ ). میانگین زمانی  $f_l'(t)$  عبارت است از رابطه (27):

$$(27) f_l' = 38.4 (1 - \bar{\gamma}) (\bar{\alpha} \bar{\beta}) \rho L R^3 v^2$$

که ضریب آن  $2 \approx (\pi/\Phi)^2 / 32$  بار از ضریب در (16) بزرگ‌تر است  $(\Phi \approx 140)$ . از همین رو نسبت  $\bar{F}_l / w \equiv \bar{\mu}$  که در سطر هفتم جدول ۴ گنجانده شده، نوعاً به یک نزدیک است. بنابراین فرم تحلیلی (26) بهتر می‌تواند توصیفی از آیرودبینمیک بال‌های یک پرنده در آغاز بلند شدن باشد. در واقع این فرم شاید با مشاهدات معمولی از پرواز پرندگان همخوانی بیشتری داشته باشد: اگر چه بال‌های یک پرنده در ناحیه کتف آن حرکتی دورانی دارند، اما حرکت انتهای بال‌های یک پرنده (که هم عملأً پهن‌تر بوده و هم سرعت خطی بیشتری دارند، ولذا سهم جدی‌تری در اعمال نیرو ایفا می‌کنند) در سیر رو به پایین خود شاید با یک حرکت قائم که ضمن آن سطح بال افقی می‌ماند بهتر تخمین زده شود.

## 5- نتیجه‌گیری

مشاهده شد که فرم تحلیلی (26) بهتر می‌تواند توصیفی از نیروی برا در آغاز پرواز پرندگان باشد. افزون بر این، همان‌گونه که در بخش ۳-۴ هنگام تخمین توان میانگین بال زدن بیان شد، مقادیر تجربی به دست آمده برای میانگین توان الکتریکی مصرفی  $\bar{P}_0(t)$  و مقادیری که به طور نظری برای میانگین توانی که مستقیماً صرف بال زدن می‌شود ( $\bar{P}_w$ ) تفاوتی آشکار دارند، چنانی که اولی حدود یک مرتبه بزرگی، از دومی بزرگ‌تر است. با این وجود مقادیری که معادله (24) برای  $\bar{P}_w$  تخمین می‌زند با آنچه در باره توان بال‌زدن در پرندگان مختلف شناخته شده [6-8] تفاقق بیشتری دارد. در واقع اگر چه بال‌ها سبک ساخته شده‌اند، اما جرم قطعات متحرک، به ویژه برای سیستم بزرگ B، زیاد است. این قطعات برای آنکه تحمل نیروهای وارد را داشته باشند به اجبار قطور و لذا پر جرم ساخته شدند. قطعات متحرک سیستم در