مجله مهندسی مکانیک مدرس، خرداد 1396، دوره 17، شماره 3، ص‌ص 79-86

ماهنامه علمی پژوهشی

مهندسی مکانیک مدرس

mme.modares.ac.ir

دینامیک تحلیلی یک عملگر کشویی دوّار با سفتی متغیر و تأیید با روش المان محدود

امین نوریان[1]، علیرضا اکبرزاده[2*]

1- فارغ التحصیل کارشناسی ارشد، قطب علمی رایانش نرم و پردازش هوشمند اطلاعات، دانشگاه فردوسی مشهد، مشهد

2- استاد، قطب علمی رایانش نرم و پردازش هوشمند اطلاعات، دانشگاه فردوسی مشهد، مشهد

* مشهد، صندوق پستی 9177948974، ali_akbarzadeh@um.ac.ir

اطلاعات مقاله

مقاله پژوهشی کامل

دریافت: 13 آبان 1395

پذیرش: 04 دی 1395

ارائه در سایت: 11 اسفند 1395

کلید واژگان:

عملگر کشویی

رویکرد پارامتر توده‌ای

روش لاگرانژ

بال‌اسکرو

سفتی متغیر

چکیده

عملگرهای کشویی دارای سیستم رانش برپایه‌ی بال‌اسکرو، یکی از پرکاربردترین و دقیق‌ترین محرک‌های مورد استفاده در صنعت رباتیک و نیز رکن اصلی ربات‌های موازی مانند استوارت-گوف هستند. به علت تحمل نیروهای محوری سنگین به وسیله‌ی این عملگرها، بروز تغییر شکل‌های الاستیک در اجزای اصلی آن‌ها اجتناب‌ناپذیر است. این امر باعث کشیدگی و فشردگی پیستون و بال‌اسکرو و در نتیجه، کاهش دقت موقعیت دینامیکی در این عملگرها می‌شود. وجود معادلات دینامیکی دقیق کمک بزرگی به کنترل این خطاها می‌کند. اکثر مدل‌های دینامیکی با رویکرد پارامتر توده‌ای که تاکنون برای توصیف این عملگرها به کار رفته‌اند، دارای یک درجه آزادی در حالت صلب و دو یا سه درجه آزادی در حالت انعطاف‌پذیر هستند و سفتی اجزا به صورت ثابت در نظر گرفته شده است. در این پژوهش با استفاده از روش لاگرانژ، معادلات دینامیک مستقیم یک عملگر کشویی دوّار استخراج شده است که دارای سه درجه آزادی محوری و نیز سیستم رانش برپایه‌ی بال‌اسکرو است. علاوه بر سفتی محوری پیستون، بال‌اسکرو نیز به‌صورت انعطاف‌پذیر و با سفتی متغیر در نظر گرفته شده است. نکته قابل‌توجه در این پژوهش، نحوه‌ی مدل‌سازی سفتی متغیر در بال‌اسکرو است. در این مدل، با حرکت مهره روی بال‌اسکرو، طول فعال بال‌اسکرو و سفتی آن تغییر می‌کند که بسیار شبیه به واقعیت است. علاوه‌بر روش تحلیلی، این مدل به کمک روش المان محدود در نرم‌افزار آباکوس نیز شبیه‌سازی و مورد بررسی قرار گرفته است و نتایج روش تحلیلی و روش المان محدود با هم مقایسه شده‌اند.

Analytical dynamic of a rotating prismatic actuator with variable stiffness and validation with finite element method

Amin Noorian, Alireza Akbarzadeh*

Center of Excellence on Soft Computing and Intelligent Information Processing, Ferdowsi University of Mashhad, Mashhad, Iran

* P.O.B. 9177948974, Mashhad, Iran, ali_akbarzadeh@um.ac.ir

ARTICLE INFORMATION

Original Research Paper

Received 03 November 2016

Accepted 24 December 2016

Available Online 01 March 2017

Keywords:

Prismatic actuator

Lumped parameter approach

Lagrange method

Ball screw drive

Variable stiffness

ABSTRACT

Precise Prismatic actuators are one of the most important actuators used in robotic industry and the main base of parallel robots as 6PUS Stewart-Gough robot. Because of bearing large axial forces by these actuators, elastic deformations are inevitable in the main parts of them. This results in elongation and compression of the piston and ball screw, which degrades the dynamic linear positioning accuracy of these actuators. The existence of accurate dynamic equations can seriously help to control these errors. Most of the dynamic models which have been used for these actuators based on lumped parameter approach have one DOF for rigid and two or three DOF for flexible state and the stiffness of parts is considered as constant. In this study, the direct dynamic equations of a rotating prismatic actuator which has three DOF in axial direction and ball screw drive system are proposed using the Lagrange method. In addition to the flexibility of the moving piston, the ball screw is considered with variable stiffness. The important point of this study is the variability of ball screw stiffness. As the nut moves along the shaft, the active length and stiffness of the shaft change; which is very similar to the reality. In addition to the analytical method, the actuator is modeled in the finite element software ABAQUS, and the results of the analytical method and the finite element method are compared.

1- مقدمه

عملگرهای رباتیک به‌طور عمده در صنایع گوناگون برای انجام کارهای خسته‌کننده، یکنواخت و خطرناک مورد استفاده قرار می‌گیرند. برای افزایش تولید صنعتی، نیاز به ساخت عملگرهای رباتیک سبک و سریع وجود دارد. همچنین این عملگرها نسبت به یک عملگر سنگین و حجیم، از مزایایی همچون قدرت مانور بیشتر و هزینه، مصرف انرژی و اشغال فضای کمتر برخوردارند. از طرفی این عملگرهای سبک به‌علت سفتی[1] کمتر، در حین حرکت دچار ارتعاشات بیشتری خواهند شد [1]. بنابراین بررسی دینامیک، ارتعاشات و کنترل این عملگرها اهمیت ویژه‌ای دارد. مزیت معادلات دینامیکی ربات با عملگرهای انعطاف‌پذیر این است که می‌توان ارتعاشات و انحراف از مسیر تعیین‌شده‌ی ربات را که ناشی از خاصیت انعطاف‌پذیری

[1] Stiffness

برای ارجاع به این مقاله از عبارت ذیل استفاده نمایید:

Please cite this article using:

A. Noorian, A. Akbarzadeh, Analytical dynamic of a rotating prismatic actuator with variable stiffness and validation with finite element method, *Modares Mechanical Engineering*, Vol. 17, No. 3, pp. 79-86, 2017 (in Persian)

[Downloaded from mme.modares.ac.ir on 2024-03-28]

[DOR: 20.1001.1.10275940.1396.17.3.28.2]

عملگرها است، محاسبه و پیش‌بینی نمود.

مجموعه‌های رباتیک با عملگرهای انعطاف‌پذیر، در واقع دستگاه‌های دینامیکی پیوسته‌ای هستند که به‌وسیله‌ی تعداد نامتناهی از درجات آزادی و معادلات دیفرانسیل معمولی یا جزئی کوپل‌شده‌ی غیرخطی توصیف می‌شوند. حل دقیق چنین دستگاه‌هایی عملاً امکان‌پذیر نیست. بنابراین این دستگاه‌ها با روش‌هایی مانند مودهای فرضی[1]، المان محدود یا روش پارامتر توده‌ای[2]، گسسته‌سازی می‌شوند [1]. رویکرد پارامتر توده‌ای، سیستم را به صورت جرم و فنرهای مجزا مدل‌سازی می‌کند که ساده‌ترین و سریع‌ترین محاسبات را نسبت به روش‌های دیگر دارد و در این پژوهش مورد استفاده قرار گرفته است. اگر چه این روش، اساساً کلی است، ولی به طور خاص برای مکانیزم‌های موازی فضایی نظیر ربات استوارت-گوف[3] استفاده می‌شود [2].

در این راستا، پژوهش‌های متعددی انجام شده است که در ادامه به برخی از آن‌ها اشاره می‌شود. ژو و همکاران یک مدل توده‌ای را برای شبیه‌سازی تعقیب موقعیت نوک یک عملگر انعطاف‌پذیر تک لینکی در نظر گرفتند [3]. خلیل و گاتیر از یک مدل الاستیک توده‌ای برای توصیف مجموعه‌ی عملگرهای مکانیکی انعطاف‌پذیر استفاده کردند. آن‌ها مدل دینامیک معکوس این مجموعه‌ها را دوباره تعریف کردند و بهبود بخشیدند [4]. نیسینگ برای میرا کردن ارتعاشات در عملگر تک لینکی انعطاف‌پذیر، در مورد استفاده از یک اتصال فنر و میراگر، مطالعه کرد. او تلاش کرد تا مدلی با پاسخ بسیار سریع و بدون ارتعاش در انتهای عملگر به دست آورد [5]. مگاهد و همزه از شکل تغییر یافته‌ی رویکرد دینامیکی چندجسمی قسمت‌محدود[4]، برای مدل‌سازی و شبیه‌سازی عملگر انعطاف‌پذیر صفحه‌ای استفاده کردند که انتهای صلب آن به مفاصل دورانی اتصال دارد. فرمول‌بندی آن‌ها از یک ماتریس جرمی پایدار استفاده می‌کند تا تقریب‌های بهتری نسبت به روش سنتی توده‌ای چندتکه‌ای به‌دست آورد [6]. سلیگ یک روش پیشرفته‌ی مدل‌سازی توده‌ای برای مدل‌سازی دینامیکی عملگرهای دینامیکی ارائه داد (که روش دینگ-هولزر نامیده می‌شود). در این روش که بعضی از خطاهای روش توده‌ای هولزر را بهبود بخشید، برای مدل‌سازی دینامیکی بازوی صفحه‌ای، عملگرهای چندلینکی و بازوی دارای نرمی فضایی[5] استفاده شد [7]. کیم یک سیستم المان توده‌ای معادل را برای استفاده در کنترل‌گر یک عملگر انعطاف‌پذیر، ارائه داد. روش مدل امپدانسی[6] برای تبدیل عملگر انعطاف‌پذیر به یک سیستم کوپل شده استفاده شد. تاثیر اتصال سری و موازی فنر و دمپرهای دارای ضریب ثابت، در این روش بررسی شد [8]. چن و همکاران، به بررسی تاثیر نرمی یک سیستم رانش مجهز به بال‌اسکرو[7] با مدل‌سازی توده‌ای پرداختند. آن‌ها یافتند که در شتاب‌های بالا، خطای موقعیت زیادی در اثر نرمی مکانیکی بال‌اسکرو به‌وجود می‌آید. آن‌ها با استفاده از چند فنر در دو طرف مهره‌ی بال‌اسکرو، سفتی بال‌اسکرو را مدل‌سازی کردند. این سفتی هم به صورت پیچشی و هم به‌صورت محوری و در هر دو حالت، ثابت در نظر گرفته شد [9]. واراناسی و نایفه، مدلی به‌صورت پارامتر-توزیع شده از دینامیک بال‌اسکرو ارائه دادند که نرمی و میرایی پیچ، مهره و یاتاقان‌ها را شامل می‌شد. سپس آن‌ها با استفاده از روش گلرکین[8]، این مدل را به یک مدل پارامتر توده‌ای مرتبه پایین تنزل دادند و کار خود را با انجام آزمایش روی یک جفت بال‌اسکرو، صحت‌سنجی کردند [10]. فری و همکاران، رفتار میله‌ی بال‌اسکرو و تأثیر برجسته‌ی آن در شرایط کاری و اتصال‌های متفاوت را بررسی کردند. آن‌ها با استفاده از یک تکنیک مدل‌سازی هیبریدی، ویژگی‌های عمده‌ی میله‌ی بال‌اسکرو را در یک مدل جرم توده‌ای ارائه دادند. طبق این روش، با تغییر فاصله‌ی مهره از یاتاقان تکیه‌گاهی انتهای بال‌اسکرو، میزان سفتی محوری تغییر می‌کند ولی سفتی پیچشی ثابت در نظر گرفته می‌شود [11]. ابراهیمی و هالی، مدلی توده‌ای از یک سیستم انتقال قدرت محوری دارای بال‌اسکرو ارائه دادند که سفتی محوری و پیچشی در آن لحاظ شده است. سفتی پیچشی، ثابت و ترکیبی از پیچش میله‌ی بال‌اسکرو و انعطاف‌پذیری تسمه‌ی منتقل‌کننده‌ی قدرت از موتور است. سفتی محوری نیز به‌صورت ثابت و ترکیبی از سفتی محوری بال‌اسکرو، سفتی مجموعه‌ی مهره و سفتی یاتاقان در نظر گرفته شده است [12]. فنگ و پان، با استفاده از یک مدل دینامیکی توده‌ای به بررسی اثرات پیش‌بار متغیر روی سیستم انتقال قدرت دارای بال‌اسکرو پرداختند. آن‌ها سفتی مهره‌ی بال‌اسکرو را به عنوان یک متغیر در مدل دینامیکی خود در نظر گرفتند. با این حال، سفتی محوری معادل بال‌اسکرو، ثابت در نظر گرفته شده است [13]. لیانگ و همکاران، یک مدل الکترومکانیکی تحلیلی برای مشخص کردن ویژگی‌های ضروری در یک مجموعه‌ی انتقال قدرت خطی دارای بال‌اسکرو ارائه دادند. در این مدل، انتقال مکانیکی به صورت یک مجموعه‌ی دو-جرمی مدل‌سازی شد. سفتی محوری و پیچشی بال‌اسکرو به صورت ثابت و با رویکرد توده‌ای در نظر گرفته شدند و با ترکیب این سفتی‌ها یک سفتی معادل برای مجموعه به‌دست آمد. صحت کار آن‌ها از طریق آزمایش تجربی نشان داده شد [14]. یو و فنگ، برای یک سیستم دوگانه‌ی بال‌اسکرو از یک مدل دینامیکی بر پایه‌ی روش جرم توده‌ای استفاده کردند. آن‌ها مشخصات پاسخ فرکانسی را با استفاده از معادلات لاگرانژ و روش فضای حالت محاسبه کردند. سفتی محوری و پیچشی بال‌اسکرو و یاتاقان‌های نگه‌دارنده‌ی و مهره‌ی دوّار آن به صورت ثابت در نظر گرفته شدند [15].

با بررسی پژوهش‌های پیشین، مشخص می‌شود که عموماً در محاسبه‌ی دینامیک چنین عملگرهایی فقط یک یا دو درجه آزادی در راستای محوری در نظر گرفته شده است که ناشی از وجود تنها یک عنصر منعطف مستقل در محاسبات است. در حالی که در این پژوهش به علت وجود دو عنصر منعطف

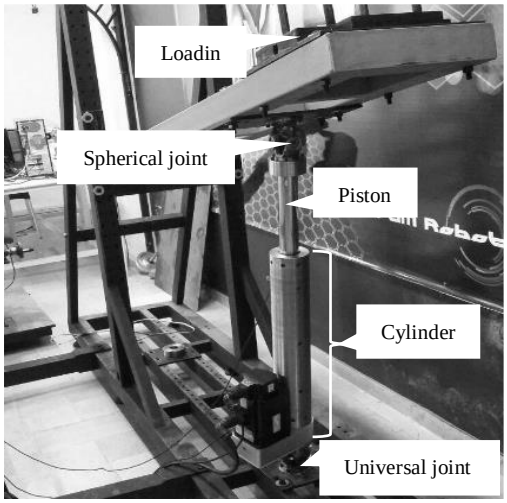


Fig.1 FUM actuator manufactured in robotic lab of Ferdowsi university of Mashhad

شکل 1 عملگر فام ساخته شده در آزمایشگاه رباتیک دانشگاه فردوسی مشهد

[1] Assumed modes method
[2] Lumped parameter method
[3] Stewart-Gough
[4] Finite segment multi-body dynamics approach
[5] Spatial compliance
6 Impedance model method
[7] Ball screw
[8] Galerkin procedure

[Downloaded from mme.modares.ac.ir on 2024-03-28]
[DOR: 20.1001.1.10275940.1396.17.3.28.2]

مستقل، سه درجه آزادی محوری برای توصیف رفتار دینامیکی این عملگر در نظر گرفته می‌شود.

در پژوهش‌های پیشین، سفتی سیستم انتقال قدرت در عملگرهای کشویی به ویژه سیستم‌های دارای مکانیزم بال‌اسکرو کمتر مورد توجه قرار گرفته و یا به‌صورت ثابت لحاظ شده است؛ که دلیل آن متغیر بودن سفتی این نوع سیستم انتقال قدرت در حین حرکت عملگر و پیچیده بودن اعمال این سفتی در معادلات دینامیکی است. در حالی که این عدم صلبیت می‌تواند تأثیر قابل توجهی در دقت و عملکرد این عملگرها داشته باشد. در "شکل 1" یک نمونه از این عملگرهای کشویی نشان داده شده است که در حال آزمایش شدن میزان سفتی در حین حرکت، قرار دارد.

در این پژوهش، برای یک عملگر کشویی، دو سفتی محوری مجزا در نظر گرفته شده است. یک سفتی محوری ثابت در پیستون و دیگری به‌صورت پیچشی و متغیر در سیستم انتقال قدرت (بال‌اسکرو) تعریف شده است و معادلات دینامیکی این سیستم به‌دست آمده‌اند. برای بهتر مشخص شدن تأثیر انعطاف‌پذیری بال‌اسکرو در پاسخ عملگر، در ابتدا معادلات دینامیکی یک عملگر، بدون در نظر گرفتن سفتی بال‌اسکرو، محاسبه و تغییرات مقادیر درجات آزادی آن، برای نیروهای ورودی معین، استخراج شدند.

2- عملگر با پیستون انعطاف‌پذیر و بال‌اسکروی صلب

2-1- مدل‌سازی عملگر

این قسمت از پژوهش، برای روشن کردن موضوع در قالبی ساده‌تر و نیز برای مشخص شدن تأثیر عدم در نظر گرفتن انعطاف‌پذیری بال‌اسکرو در ارتعاشات عملگر کشویی دوّار انجام شد. معادلات مربوط به دستگاه‌های غیرصلب جرم توده‌ای بسیار ساده‌تر و محاسبات آن‌ها بسیار سریع‌تر از دستگاه‌های غیر صلب پیوسته[1] است و در این مدل‌سازی نیز، جرم و سفتی پیستون به‌صورت توده‌ای فرض شده است. به این صورت که جرم پیستون به دو قسمت مساوی تقسیم شده و هر قسمت در یک سر پیستون قرار گرفته است. خاصیت انعطاف‌پذیری پیستون به وسیله‌ی یک فنر ساده خطی بین این دو جرم ایجاد می‌شود. همان‌طور که در "شکل 2" مشخص است، این مدل از عملگر، دارای سه درجه آزادی است که عبارت‌اند از: x_1 که محل انتهای پیستون در نقطه‌ی A، x_2 محل نوک پیستون در نقطه‌ی B و θ زاویه‌ی دوران عملگر نسبت به

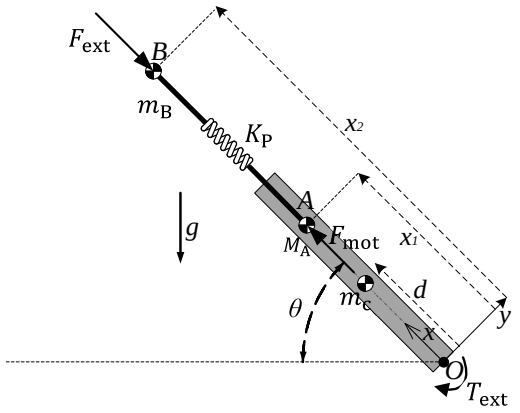


Fig. 2 Schematic model of prismatic actuator with axial flexible piston and exerted forces on it

شکل 2 طرح شماتیک عملگر کشویی با پیستون انعطاف‌پذیر محوری و نیروهای وارد بر آن

[1] Contiguous

راستای افق را مشخص می‌کند. محور x همواره در راستای طولی عملگر و محور y عمود بر آن قرار دارد و عملگر حرکت صفحه‌ای دارد.

2-2- محاسبه انرژی جنبشی و پتانسیل عملگر

دینامیک دستگاه‌های چندجسمی با روش نیوتن یا روش لاگرانژ قابل محاسبه است. به‌علت ساده‌تر بودن روش لاگرانژ، از این روش برای محاسبه معادلات دینامیکی این عملگر استفاده شد. در روش لاگرانژ نیاز به معادلات انرژی جنبشی و پتانسیل است. ابتدا سرعت جرم‌های نقطه‌ای دو سر پیستون باید محاسبه شوند. این دو جرم دارای سرعت خطی و سرعت دورانی هستند. جرم مربوط به مکان x_1 با نام m_A و جرم مربوط به مکان x_2 با نام m_B نام‌گذاری شده است که معادلات (1) و (2) به ترتیب بیان‌گر سرعت m_A و m_B هستند. سپس انرژی جنبشی و انرژی پتانسیل طبق معادلات (3) الی (4) محاسبه می‌شوند.

$$v_A = \dot{x}_1\vec{i} + x_1\dot{\theta}\vec{j} \quad (1)$$

$$v_B = \dot{x}_2\vec{i} + x_2\dot{\theta}\vec{j} \quad (2)$$

$$U_{total} = \frac{1}{2}I_o\dot{\theta}^2 + \frac{1}{2}m_A{v_A}^2 + \frac{1}{2}m_B{v_B}^2 = \frac{1}{2}I_o\dot{\theta}^2 + \frac{1}{2}m_A\left(\dot{x}_1^2 + x_1^2\dot{\theta}^2\right) + \frac{1}{2}m_B\left(\dot{x}_2^2 + x_2^2\dot{\theta}^2\right) \quad (3)$$

$$V_{total} = \frac{1}{2}k_p\left(l_{p_z} - (x_2 - x_1)\right)^2 + m_c g d\sin\theta + m_A g x_1\sin\theta + m_B g x_2\sin\theta \quad (4)$$

2-3- معادلات دینامیکی روش لاگرانژ

حال با استفاده از روابط کلی روش لاگرانژ (5) و (6)، معادلات دیفرانسیل سیستم به‌دست می‌آیند. مقادیر F_{mot}، x_2 و θ به‌عنوان خروجی مسئله و مقادیر، x_1 F_{ext} و T_{ext} ورودی مسئله به‌شمار می‌آیند. مقادیر Q_i نیروهای تعمیم یافته‌ی وارد شده به سیستم هستند که طبق روابط کار مجازی (7) الی (10) به‌دست می‌آیند.

$$L = U - V \quad (5)$$

$$\frac{d}{dt}\left(\frac{\partial L}{\partial \dot{q}_i}\right) - \frac{\partial L}{\partial q_i} = Q_i \quad (6)$$

$$\delta W = F_{mot}\delta x_1 + F_{ext}\delta x_2 + T_{ext}\delta\theta \quad (7)$$

$$Q_{x_1} = \frac{\partial W}{\partial x_1} = F_{mot} \quad (8)$$

$$Q_{x_2} = \frac{\partial W}{\partial x_2} = F_{ext} \quad (9)$$

$$Q_\theta = \frac{\partial W}{\partial \theta} = T_{ext} \quad (10)$$

درنهایت با حل عددی دستگاه معادلات دیفرانسیل غیرخطی (11) در نرم‌افزار متلب[2]، تغییرات خروجی‌ها برحسب زمان به دست می‌آید. M، H و F به ترتیب ماتریس جرمی، ماتریس سفتی و ماتریس نیروها هستند که در رابطه (12) الی (14) به‌دست می‌آیند.

$$M\begin{bmatrix}\ddot{x}_1\\ \ddot{x}_2\\ \ddot{\theta}\end{bmatrix} + H\left(\dot{x}_1, \dot{x}_2, \dot{\theta}, x_1, x_2, \theta\right) = [F] \quad (11)$$

$$M = \begin{bmatrix} m_A & 0 & 0 \\ 0 & m_B & 0 \\ 0 & 0 & I_o + m_A x_1^2 + m_B x_2^2 \end{bmatrix} \quad (12)$$

$$H = \begin{bmatrix} H_1 \\ H_2 \\ H_3 \end{bmatrix} \quad (13\text{-الف})$$

[2] Matlab

[Downloaded from mme.modares.ac.ir on 2024-03-28]
[DOR: 20.1001.1.10275940.1396.17.3.28.2]

$$H_1 = m_A x_1 \dot{\theta}^2 - K\big(L-(x_2-x_1)\big) - m_A g\sin\theta \quad (13\text{-ب})$$

$$H_2 = m_B x_2 \dot{\theta}^2 + K\big(L-(x_2-x_1)\big) - m_B g\sin\theta \quad (13\text{-پ})$$

$$H_3 = 2m_A\dot{\theta}\dot{x}_1 x_1 + 2m_B\dot{\theta}\dot{x}_2 x_2 + (m_c d + m_A x_1 + m_B x_2 g\cos\theta) \quad (13\text{-ت})$$

$$F = \begin{bmatrix} F_{mot} \\ F_{ext} \\ T_{ext} \end{bmatrix} \quad (14)$$

3- عملگر با پیستون و بال‌اسکروی انعطاف‌پذیر

3-1- مدل‌سازی عملگر

در این مدل، علاوه بر انعطاف‌پذیر بودن پیستون، بال‌اسکروی این عملگر نیز دارای خاصیت انعطاف‌پذیری است. بال‌اسکرو نوعی سیستم انتقال قدرت است که حرکت دورانی ایجاد شده در موتور را به کمک چرخش یک پیچ بلند درون یک مهره‌ی متصل به بارگذاری، به حرکت انتقالی خطی تبدیل می‌کند. انعطاف‌پذیری در نظر گرفته شده در بال‌اسکرو از نوع سفتی پیچشی است. نکته قابل‌توجه در سفتی پیچشی بال‌اسکرو، متغیر بودن مقدار سفتی براساس مکان مهره روی بال‌اسکرو است. در واقع هرچه طول بخشی از بال‌اسکرو که زیر بار قرار دارد بیشتر باشد، میزان سفتی فنر کمتر خواهد شد. همین مسئله باعث پیچیدگی استخراج معادلات دینامیکی می‌شود. "شکل 3" طرح شماتیک این مدل را نشان می‌دهد. محور x همواره در راستای طولی عملگر و محور y عمود بر آن قرار دارد و عملگر حرکت صفحه‌ای دارد. این مدل دارای چهار درجه آزادی است که عبارت‌اند از:

1- جابجایی خطی نوک پیستون (x_2)

2- دوران انتهای بال‌اسکرو در نقطه A حول محور x (حرکت مهره در راستای محور x) (φ_n)

3- دوران شفت موتور حول محور x (φ_{mot})

4- زاویه دوران عملگر نسبت به راستای افق (θ)

3-2- محاسبه انرژی جنبشی و پتانسیل عملگر با پیستون و بال‌اسکروی انعطاف‌پذیر

مشابه بخش 2، برای به‌دست آوردن مقادیر انرژی جنبشی، باید معادلات سرعت حرکت اجزای سیستم به‌دست آید. جرم واقع در نقطه‌ی B در راستای محور عملگر حرکت خطی و به همراه کل سیستم حرکت دورانی دارد. سرعت این جرم نقطه‌ای مطابق رابطه (15) به‌دست می‌آید.

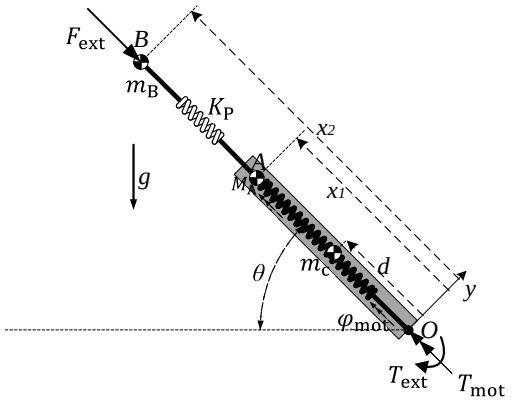


Fig.3 Schematic model of prismatic actuator with both flexible piston and ballscrew and exerted forces on it

شکل 3 طرح شماتیک عملگر کشویی با پیستون و بال‌اسکروی انعطاف‌پذیر و نیروهای وارد بر آن

$$\vec{v}_B = \dot{x}_2\vec{\imath} + x_2\dot{\theta}\vec{\jmath} \quad (15)$$

جرم نقطه A همراه با سیستم انتقال قدرت (بال‌اسکرو) دوران می‌کند و هم‌زمان با هر دوران، به اندازه‌ی گام بال‌اسکرو[1] P، در راستای محور عملگر حرکت انتقالی دارد. همچنین این جرم به همراه کل عملگر نسبت به افق دوران می‌کند. سرعت این جرم نقطه‌ای مطابق رابطه (16) بدست می‌آید. توجه شود که در این مدل هم (مانند مدل بدون بال‌اسکرو) متغیر x_1 وجود دارد و طبق معادلات (17) و (18) به متغیر φ_n وابسته است. متغیر η برای سهولت بیشتر در نوشتن معادلات تعریف شده است.

$$\vec{v}_A = (\eta\dot{\varphi}_n)\vec{\imath} + (\eta\varphi_n)\dot{\theta}\vec{\jmath} \quad (16\text{-الف})$$

$$\eta = \frac{P}{2\pi} \quad (16\text{-ب})$$

$$\frac{P\dot{\varphi}_n}{2\pi} = \dot{x}_1 \quad (17)$$

$$\frac{P\varphi_n}{2\pi} = x_1 \quad (18)$$

انرژی جنبشی U_{total} و انرژی پتانسیل V_{total} سیستم طبق معادلات (19) و (20) محاسبه می‌شوند.

$$\begin{aligned} U_{total} &= \frac{1}{2}I_c\dot{\theta}^2 + \frac{1}{2}m_A v_A^2 + \frac{1}{2}m_B v_B^2 + \frac{1}{4}I_b\dot{\varphi}_{mot}^2 + \frac{1}{4}I_b\dot{\varphi}_n^2 \\ &= \tfrac{1}{4}I_b(\dot{\varphi}_{mot}^2 + \dot{\varphi}_n^2) + \tfrac{1}{2}I_c\dot{\theta}^2 + \tfrac{1}{2}m_A\big(\dot{x}_2^2 + x_2^2\dot{\theta}^2\big) \\ &\quad + \tfrac{1}{2}m_B\big((\eta\dot{\varphi}_n)^2 + (\eta\varphi_n)^2\dot{\theta}^2\big) \end{aligned} \quad (19)$$

$$\begin{aligned} V_{total} &= \frac{1}{2}K_p\Big(l_{p_z} - (x_2 - \eta\varphi_n)\Big)^2 + \frac{1}{2}K_{bt}(\varphi_n - \varphi_{mot})^2 \\ &\quad + m_B\eta\varphi_n g\sin\theta + m_A x_2 g\sin\theta + m_c d g\sin\theta \end{aligned} \quad (20)$$

یک بال‌اسکرو در واقع تیری بلند و باریک با مقطع دایره‌ای است و چنین تیری صلبیت[2] پیچشی بسیار کمتری نسبت به صلبیت محوری دارد [11]. بنابراین، در این پژوهش، بال‌اسکرو در راستای محوری صلب در نظر گرفته شده است. معادله (21) بیان‌کننده‌ی سفتی پیچشی متغیر بال‌اسکرو است. با تغییر φ_n برحسب زمان مقدار K_b نیز تغییر می‌کند. G_b ضریب سفتی برشی ماده بال‌اسکرو، J_b ممان اینرسی قطبی سطح مقطع بال‌اسکرو و l_b طول متغیر بال‌اسکرو است.

$$K_b = \frac{G_b J_b}{l_b} = \frac{2\pi G_b J_b}{P\varphi_n} \quad (21)$$

3-3- محاسبه معادلات لاگرانژ

حال با استفاده از رابطه کلی روش لاگرانژ، معادلات دیفرانسیل سیستم به دست می‌آیند. θ، φ_n، T_{mot} و x_2 به‌عنوان خروجی مسئله و F_{ext}، φ_{mot} و T_{ext} ورودی مسئله به‌شمار می‌آیند. با استفاده از رابطه کار مجازی (22) و سپس مشتق‌گیری از رابطه کار نسبت به هر یک از متغیرهای تعمیم‌یافته‌ی سیستم، نیروهای تعمیم یافته به‌دست می‌آیند.

$$\delta W = T_{mot}\delta\varphi_{mot} + F_{ext}\delta x_2 + T_{ext}\delta\theta \quad (22)$$

در نهایت با حل عددی دستگاه معادلات دیفرانسیل غیرخطی (23) به کمک حلگر ode45 نرم‌افزار متلب برای بازه زمانی موردنظر، مقادیر تغییرات خروجی‌ها با تغییر زمان به‌دست می‌آیند. M ماتریس جرمی، H ماتریس سفتی و F ماتریس نیروها است که به ترتیب در روابط (24) الی (26) آورده شده‌اند. I_b و I_c به‌ترتیب ممان اینرسی جرمی بال‌اسکرو و سیلندر هستند.

$$M\begin{bmatrix} \ddot{\varphi}_{mot} \\ \ddot{\varphi}_n \\ \ddot{x}_2 \\ \ddot{\theta} \end{bmatrix} + H\big(\dot{\varphi}_{mot}, \dot{\varphi}_n, \dot{x}_2, \dot{\theta}, \varphi_{mot}, \varphi_n, x_2, \theta\big) = [F] \quad (23)$$

[1] Ballscrew pitch
[2] Compliance

[Downloaded from mme.modares.ac.ir on 2024-03-28]
[DOR: 20.1001.1.10275940.1396.17.3.28.2]

$$M=\begin{bmatrix}\frac{1}{2}I_{\mathrm{b}} & 0 & 0 & 0\\ 0 & \frac{1}{2}I_{\mathrm{b}}+m_{\mathrm{B}}\eta^2 & 0 & 0\\ 0 & 0 & m_{\mathrm{A}} & 0\\ 0 & 0 & 0 & I_{\mathrm{c}}+m_{\mathrm{A}}x_2^2+m_{\mathrm{B}}\eta^2\varphi_{\mathrm{n}}^2\end{bmatrix} \quad (24)$$

$$H=\begin{bmatrix}H_1\\ H_2\\ H_3\\ H_4\end{bmatrix} \quad (25\text{-الف})$$

$$H_1=-k_b(\varphi_{\mathrm{n}}-\varphi_{\mathrm{mot}}) \quad (25\text{-ب})$$

$$H_2=-m_{\mathrm{B}}\eta^2\varphi_{\mathrm{n}}\dot{\theta}^2+k_{\mathrm{p}}\left(l_{\mathrm{p_z}}-(x_2-\eta\varphi_{\mathrm{n}})\right)\eta+\frac{1}{2}\frac{J_{\mathrm{b}}G_{\mathrm{b}}}{\eta\varphi_{\mathrm{n}}^2}(\varphi_{\mathrm{n}}-\varphi_{\mathrm{mot}})^2-\frac{JG}{\eta\varphi_{\mathrm{n}}}(\varphi_{\mathrm{n}}-\varphi_{\mathrm{mot}})-m_{\mathrm{B}}\eta g\sin\theta \quad (25\text{-پ})$$

$$H_3=-m_{\mathrm{A}}x_2\dot{\theta}^2-K_{\mathrm{p}}\left(l_{\mathrm{p_z}}-(x_2-\eta\varphi_{\mathrm{n}})\right)+m_{\mathrm{A}}g\sin\theta \quad (25\text{-ت})$$

$$H_4=(2m_{\mathrm{A}}x_2\dot{x}_2+2m_{\mathrm{B}}\eta^2\varphi_{\mathrm{n}}\dot{\varphi}_{\mathrm{n}})\dot{\theta}+(m_{\mathrm{B}}\varphi_{\mathrm{n}}\eta+m_{\mathrm{A}}x_2+m_{\mathrm{c}}d)g\cos\theta \quad (25\text{-ث})$$

$$F=\begin{bmatrix}T_{\mathrm{mot}}\\ 0\\ F_{\mathrm{ext}}\\ T_{\mathrm{ext}}\end{bmatrix} \quad (26)$$

4- مقایسه نتایج بررسی مدل دینامیکی عملگر بین روش تحلیلی و روش المان محدود

هر دو عملگر با روش پارامترهای توده‌ای در نرم‌افزار المان محدود آباکوس[1] شبیه‌سازی شدند و سپس برای پارامترهای هندسی و ورودی نیروهای مشخص، نتایج روش تحلیلی و روش المان محدود با هم مقایسه شدند.

4-1- عملگر دارای پیستون انعطاف‌پذیر

مقادیر ورودی x_1 به‌صورت یک مسیر پارابولیک[2] با شتاب ثابت و بازه‌ی زمانی 10 ثانیه تعریف شد که در "شکل 4" نشان داده شده است و معادله‌ی (27) بیانگر آن است. برای شرایطی که ورودی‌های F_{ext} و T_{ext} به‌صورت روابط (28) و (29) و مقدار زمان حل 10 ثانیه باشد، معادلات دینامیک تحلیلی مورد محاسبه قرار گرفتند و نیز شبیه‌سازی در نرم‌افزار المان محدود آباکوس انجام شد. مقادیر پارامترهای هندسی مدل عملگر دارای پیستون انعطاف‌پذیر محوری، در جدول 1 و مقادیر اولیه متغیرها در جدول 2 آورده شده است. سعی شده است تا مقادیر پارامترهای ثابت به مقادیر فیزیکی در یک عملگر واقعی نزدیک باشد، برای این منظور از مشخصات عملگر ساخته شده در آزمایشگاه رباتیک دانشگاه فردوسی مشهد استفاده شد که تصویر آن در "شکل 1" نشان داده شده است.

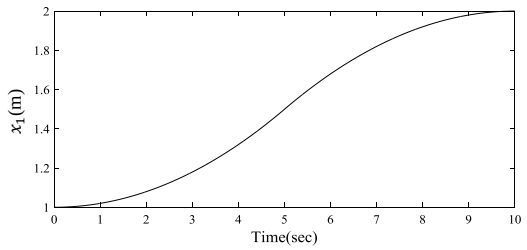


Fig.4 The variations of input x_1 versus time

شکل 4 تغییرات ورودی x_1 برحسب زمان

$$x_1(t)=1+0.02t^2, \quad 0<t<5 \quad (27\text{-الف})$$

$$x_1(t)=\frac{3}{2}+0.2(t-5)-0.02t^2, 5<t<10 \quad (27\text{-ب})$$

$$F_{\mathrm{ext}}=100(m_{\mathrm{A}}+m_{\mathrm{B}})g\sin 350t \quad (28)$$

$$T_{\mathrm{ext}}=100\ \mathrm{Nm} \quad (29)$$

متغیر x_2 که خروجی اصلی مسئله و نشان‌دهنده‌ی محل مجری نهایی عملگر است، از هر دو روش تحلیلی و روش عددی (در نرم‌افزار آباکوس) برحسب زمان به دست آمد و اختلاف این دو روش برای این متغیر در "شکل 5" نشان داده شده است. روش تحلیلی و عددی دارای شرایط مرزی، نیرویی و هندسی یکسانی هستند.

4-2- عملگر دارای پیستون و بال‌اسکروی انعطاف‌پذیر

مقادیر پارامترهای مدل عملگر دارای پیستون و بال‌اسکروی انعطاف‌پذیر در جدول 3 و همچنین مقادیر اولیه متغیرها در جدول 4 آورده شده است. نیروی خارجی F_{ext} و گشتاور خارجی T_{ext} به‌ترتیب به همان صورت رابطه (28) و (29) اعمال شدند. رابطه‌ی (30) معادله‌ی بین دوران محوری بال‌اسکرو و جابجایی محوری مهره را بیان می‌کند. با قرار دادن رابطه‌ی (27) در رابطه‌ی (30)، حرکت چرخشی ورودی از سوی موتور به‌دست می‌آید. نیروی وزن و اثرات اینرسی دورانی لحاظ شده‌اند. در این قسمت نیز همانند قسمت 4-1 سعی شده است تا مقادیر پارامترهای ثابت به مقادیر فیزیکی در یک عملگر واقعی نزدیک باشد. برای این منظور از مشخصات عملگر ساخته شده در آزمایشگاه رباتیک دانشگاه فردوسی مشهد استفاده شد که تصویر آن در "شکل 1" نشان داده شده است.

$$\varphi_{\mathrm{mot}}=\frac{x_1}{P} \quad (30)$$

نتایج دو روش تحلیلی و عددی (در نرم‌افزار آباکوس) برای متغیر x_2

جدول 1 مقادیر پارامترهای ثابت عملگر دارای پیستون انعطاف‌پذیر

Table 1 Values of constant parameters of actuator with flexible piston

نام پارامتر	مقدار	نام پارامتر	مقدار
$\boldsymbol{m_a, m_b}$	50kg	d	1m
$\boldsymbol{g}$	$9.81\mathrm{m/s^2}$	m_{c}	10kg
$\boldsymbol{I_c}$	$6\ \mathrm{kgm^2}$	K_{p}	4550N/mm

جدول 2 مقادیر اولیه‌ی متغیرهای عملگر دارای پیستون انعطاف‌پذیر

Table 2 Initial values of variables of actuator with flexible piston

متغیر	مقدار اولیه	متغیر	مقدار اولیه
$\boldsymbol{x_1}$	1m	$\dot{x}_1$	0
$\boldsymbol{x_2}$	2m	$\dot{x}_2$	0
$\boldsymbol{\theta}$	0	$\dot{\theta}$	0

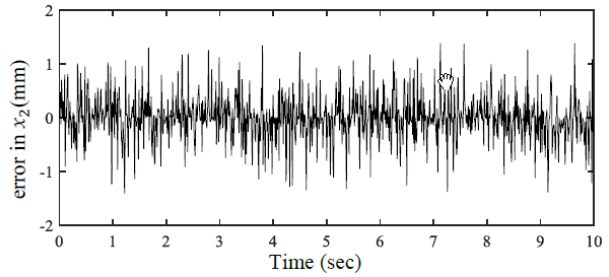


Fig.5 The subtraction of analytical and numerical result for axial displacement x_2 at the actuator with elastic piston

شکل 5 تفاضل نتایج عددی و تحلیلی در جابجایی محوری x_2 برای عملگر دارای پیستون انعطاف‌پذیر

[1] Abaqus
[2] Parabolic trajectory

[Downloaded from mme.modares.ac.ir on 2024-03-28]
[DOR: 20.1001.1.10275940.1396.17.3.28.2]

جدول 3 مقادیر پارامترهای ثابت عملگر دارای پیستون و بال‌اسکروی انعطاف‌پذیر

Table 3 Values of constant parameters of actuator with flexible piston and ballscrew

نام پارامتر	مقدار	نام پارامتر	مقدار
$\boldsymbol{m_A, m_B}$	50kg	d	1m
$\boldsymbol{g}$	9.81m/s^2	m_c	10kg
$\boldsymbol{I_c}$	6 kgm^2	K_p	4550N/mm
$\boldsymbol{P}$	0.005m/rev	G_b	27GPa
$\boldsymbol{J_p}$	981e-12m^4	I_b	2.06kgm^2

جدول 4 مقادیر اولیه‌ی متغیرهای عملگر دارای پیستون و بال‌اسکروی انعطاف‌پذیر

Table 4 Initial values of variables of actuator with flexible piston and ballscrew

متغیر	مقدار اولیه	متغیر	مقدار اولیه
$\boldsymbol{\varphi_n}$	200rev	$\dot{\varphi}_n$	0
$\boldsymbol{\varphi_{mot}}$	200rev	$\dot{\varphi}_{mot}$	0
$\boldsymbol{\theta}$	0	θ	0
$\boldsymbol{x_2}$	2m	$\dot{x}_2$	0

برحسب زمان به‌دست آمد و اختلاف این دو روش برای این متغیر در "شکل 6" نشان داده شده است. روش تحلیلی و عددی، دارای شرایط مرزی، نیرویی و هندسی یکسانی هستند.

برای بهتر مشخص شدن اثر وجود سیستم انتقال قدرت با سفتی متغیر، در "شکل 7" مقایسه‌ی نتایج تحلیلی مربوط به تفاوت متغیر x_2 بین مدل اول و دوم، نشان داده شده است. با توجه به این‌که سفتی محوری پیستون، شرایط اولیه و نیروهای ورودی در هر دو مدل یکسان هستند، تنها عامل متمایز، وجود سفتی متغیر بال‌اسکرو است. همچنین در "شکل 8" مقایسه‌ی بین مقادیر خروجی x_2 بین عملگر کاملا صلب و عملگر دارای پیستون و بال‌اسکروی منعطف نشان داده شده است. همچنین در "شکل 9" اختلاف

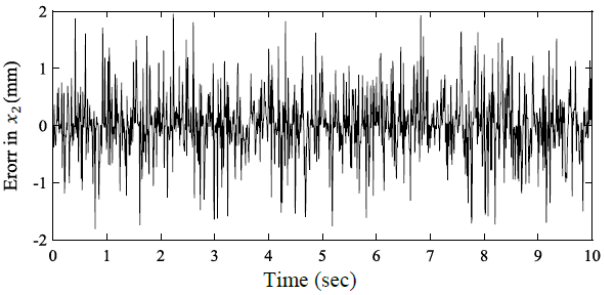


Fig. 6 The subtraction of analytical and numerical result for axial displacement x_2 at the actuator with elastic piston and ballscrew

شکل 6 تفاضل نتایج عددی و تحلیلی جابجایی محوری x_2 در عملگر دارای پیستون و بال‌اسکروی منعطف

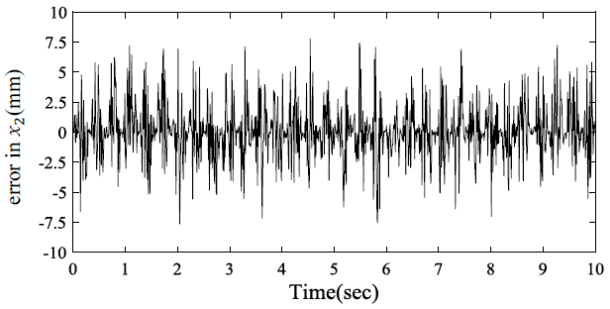


Fig. 7 The subtraction of analytical result between both models of actuator (with and without elastic ballscrew) for axial displacement x_2

شکل 7 تفاضل نتایج تحلیلی دو عملگر (با درنظر گرفتن انعطاف‌پذیری در بال‌اسکرو و بدون در نظر گرفتن انعطاف‌پذیری بال‌اسکرو) برای جابجایی محوری x_2

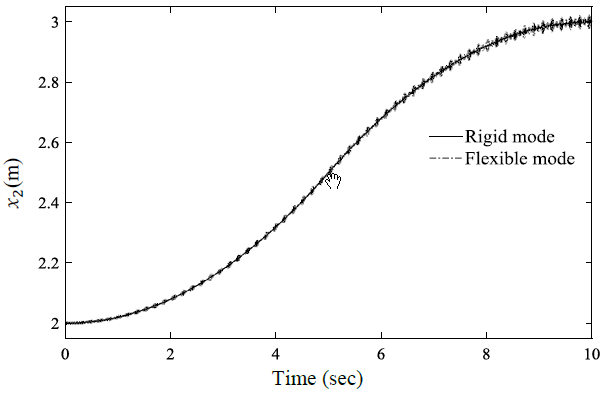


Fig. 8 The comparison of analytical results for axial displacement x_2 between rigid and flexible modes of actuator (with elastic piston and ballscrew)

شکل 8 مقایسه‌ی نتایج تحلیلی برای جابجایی محوری x_2 بین حالت عملگر صلب و عملگر انعطاف‌پذیر (با درنظر گرفتن انعطاف‌پذیری در پیستون و بال‌اسکرو)

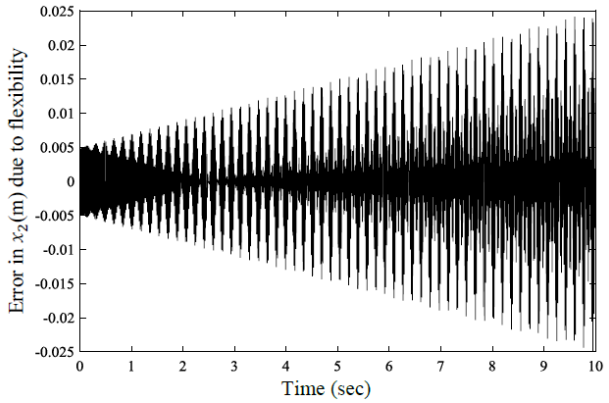


Fig. 9 The subtraction of analytical results in rigid and flexible (with elastic piston and ballscrew) modes of actuator in axial displacement x_2

شکل 9 اختلاف جابجایی محوری x_2 بین حالت عملگر صلب و عملگر انعطاف‌پذیر (با در نظر گرفتن انعطاف‌پذیری در پیستون و بال‌اسکرو) در روش تحلیلی

خروجی x_2 بین دو حالت عملگر صلب و غیرصلب مقایسه شده است. در حالت غیرصلب هم پیستون و هم بال‌اسکرو به صورت انعطاف‌پذیر هستند.

به‌منظور تعیین اثر میزان سفتی اعضای انعطاف‌پذیر بر پاسخ نهایی عملگر، به ازای مقادیر مختلف مدول برشی برای بال‌اسکرو، مقدار بیشترین خطای ایجاد شده در خروجی x_2 استخراج شد که در "شکل 10" نشان داده شده است. سایر ویژگی‌های فیزیکی عملگر از جمله سفتی پیستون ثابت در نظر گرفته شدند.

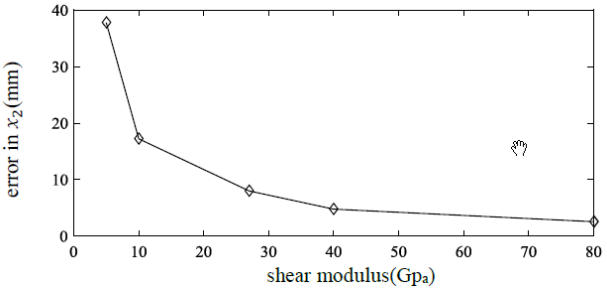


Fig. 10 The maximum error in output x_2 for different values of shear modulus of ballscrew

شکل 10 بیشترین خطای ایجاد شده در خروجی x_2 به ازای مقادیر مختلف مدول برشی بال‌اسکرو

[Downloaded from mme.modares.ac.ir on 2024-03-28]

[DOR: 20.1001.1.10275940.1396.17.3.28.2]

5- جمع‌بندی نتایج

در پژوهش‌های پیشین، برای چنین عملگرهایی فقط یک یا دو درجه آزادی در راستای محوری و معمولا سفتی محوری اجزای عملگر ثابت در نظر گرفته شده است؛ در حالی که در این پژوهش سه درجه آزادی محوری برای توصیف رفتار دینامیکی این عملگر در نظر گرفته شده است. همچنین سفتی پیچشی بال‌اسکرو به صورت وابسته به‌طول فعال بال‌اسکرو در نظر گرفته شد که به حالت واقعی بسیار نزدیک‌تر است.

نتایج روش تحلیلی و عددی (المان محدود) برای جابجایی محوری در عملگر اول و عملگر دوم، به ترتیب دارای حداکثر اختلاف 1.5mm و 2mm هستند. بنابراین می‌توان نتیجه گرفت که معادلات تحلیلی نوشته شده برای این دو عملگر صحیح هستند و به‌درستی رفتار عملگرها را توصیف می‌کنند.

با بررسی "شکل 7" مشخص می‌شود که در نظر گرفتن سفتی متغیر سیستم انتقال قدرت (بال‌اسکرو)، تغییر قابل توجهی در دقت جابجایی مجری نهایی عملگر خواهد داشت و صرف‌نظر کردن از این سفتی می‌تواند خطای زیادی به اندازه‌ی 8mm در پیش‌بینی مسیر حرکت مجری نهایی این عملگرها به وجود آورد.

مقایسه‌ی نتایج تحلیلی برای جابجایی محوری x_2 بین حالت عملگر صلب و عملگر انعطاف‌پذیر نشان می‌دهد که در بازه‌ی زمانی در نظر گرفته شده، خطایی بین 5mm الی 25mm ایجاد شده است که با گذشت زمان روند افزایشی داشته است.

بررسی تاثیر میزان سفتی ماده‌ی بال‌اسکرو بر روی پاسخ نهایی عملگر نشان می‌دهد که به ازای مقادیر مدول برشی کمتر از 40GPa مقدار خطا با کاهش مدول برشی به شدت افزایش می‌یابد، اما برای مقادیر بیشتر از 40GPa مقدار خطا تغییرات کمتری در ازای تغییرات مدول برشی دارد.

در این پژوهش، مدل دینامیکی عملگر با سفتی متغیر (برحسب طول مؤثر بال‌اسکرو) به‌دست آمد. حرکت دینامیکی به همراه تغییر سفتی در بال‌اسکرو، باعث پیچیدگی محاسبه‌ی مشتق‌های جزئی حین به‌دست آوردن معادلات معرف رفتار این سیستم می‌شد. از این معادلات بدست آمده می‌توان در معادلات دینامیک ربات‌ها به‌خصوص ربات‌های موازی استفاده کرد و مدل دینامیکی تحلیلی ربات با عملگرهای الاستیک را به‌دست آورد. این مدل دینامیکی قادر خواهد بود خطا و ارتعاشات ایجاد شده در تمام طول مسیر طی شده توسط مجری نهایی ربات را پیش‌بینی کرده و به طراحان، امکان اصلاح ربات از نظر میزان صلبیت را خواهد داد و همچنین کمک بزرگی به طراحی کنترلرهای مبتنی بر مدل دینامیکی برای چنین عملگرهایی خواهد کرد.

6- فهرست علائم

d	محل مرکز جرم سیلندر
F	نیروی محوری
g	شتاب گرانش
G	ضریب سفتی برشی
H	ماتریس سفتی مجموعه
I	ممان اینرسی جرمی
J	ممان اینرسی قطبی سطح مقطع بال‌اسکرو
K	ضریب سفتی فنر
l	طول
L	لاگرانژین
m	جرم
M	ماتریس جرمی مجموعه
P	گام بال‌اسکرو
$\mathrm{Q_i}$	نیروی تعمیم یافته
q_i	درجات آزادی تعمیم یافته مجموعه
T	گشتاور خارجی
t	زمان
U	انرژی جنبشی کل مجموعه
v	سرعت
V	انرژی پتانسیل کل مجموعه
W	کار
x_1	محل سر پیستون داخل سیلندر
x_2	محل نوک پیستون (مجری نهایی عملگر)

علایم یونانی

θ	زاویه عملگر با راستای افق
φ	زاویه دوان محوری
η	متغیر کمکی

زیرنویس‌ها

b	بال‌اسکرو
c	سیلندر
ext	خارجی
	موتور
n	مهره‌ی بال‌اسکرو
p	پیستون
total	کلی
z	لحظه‌ی صفر (اولیه)

7- مراجع

[1] S. K. Dwivedy, P. Eberhard, Dynamic analysis of flexible manipulators, a literature review, *Mechanisem and Machine Theory*, Vol. 41, No. 7, pp. 749–777, 2006.
[2] D. Zhang, Spatial Parallel Robotic Machines with Prismatic Actuators, *Parallel Robotic Machine Tools*, Boston, MA: Springer US, 2010, pp. 69–92.
[3] G. Zhu, S. S. Ge, T. H. Lee, Simulation studies of tip tracking control of a single-link flexible robot based on a lumped model, *Robotica*, Vol. 17, No. 1, pp. 71–78, 1999.
[4] W. Khalil, M. Gautier, Modeling of mechanical systems with lumped elasticity, *IEEE International Conference on Robotics and Automation (ICRA)*, pp. 3964–3969, 2000.
[5] D. Nissing, A vibration damped flexible robot: identification and parameter ptimization, in *Proceedings of the 2000 American Control Conference. ACC (IEEE Cat. No.00CH36334)*, Vol. 3, No. June, pp. 1715–1719, 2000.
[6] S. M. Megahed, K. T. Hamza, Modeling and simulation of planar flexible link manipulators with rigid tip connections to revolute joints, *Robotica*, Vol. 22, No. 3, pp. 285–300, 2004.
[7] J. M. Selig, Lumped parameter dynamic modeling for the flexible manipulator, in *Fifth World Congress on Intelligent Control and Automation (IEEE Cat. No.04EX788)*, Vol. 1, No. 50275002, pp. 280–284, 2004.
[8] S. M. Kim, Lumped element modeling of a flexible manipulator system, *IEEE/ASME Transaction Mechatronics*, Vol. 20, No. 2, pp. 967–974, 2015.
[9] J.-S. Chen, Y.-K. Huang, C.-C. Cheng, Mechanical model and contouring analysis of high-speed ball-screw drive systems with compliance effect, *The International Journal of Advanced Manufacturing Technology*, Vol. 24, No. 3–4, pp. 241–250, 2004.
[10] K. K. Varanasi, S. A. Nayfeh, The dynamics of lead-screw drives: Low-order modeling and experiments, *Journal of Dynamic Systems, Measurment, and Control*, Vol. 126, No. 2, pp. 388–396, 2004.
[11] S. Frey, A. Dadalau, A. Verl, Expedient modeling of ball screw feed drives, *Prodoction Engineering*, Vol. 6, No. 2, pp. 205–211, 2012.
[12] M. Ebrahimi, R. Whalley, Analysis, modeling and simulation of stiffness in

[Downloaded from mme.modares.ac.ir on 2024-03-28]
[DOR: 20.1001.1.10275940.1396.17.3.28.2]

machine tool drives, *Computers and Industrial Engineering*, Vol. 38, No. 1, pp. 93–105, 2000.
[13] G.-H. Feng, Y.-L. Pan, Investigation of ball screw preload variation based on dynamic modeling of a preload adjustable feed-drive system and spectrum analysis of ball-nuts sensed vibration signals, *International Journal of Machine Tools and Manufacture*, Vol. 52, No. 1, pp. 85–96, 2012.
[14] T. Liang, D. Lu, X. Yang, J. Zhang, X. Ma, W. Zhao, Feed fluctuation of ball screw feed systems and its effects on part surface quality, *International Journal of Machine Tools and Manufacture.*, Vol. 101, pp. 1–9, 2016.
[15] H. Yu, X. Feng, Dynamic modeling and spectrum analysis of macro–macro dual driven system, *Journal of Computational Nonlinear Dynamics*, Vol. 11, No. 4, pp. 1-5, 2016.

[Downloaded from mme.modares.ac.ir on 2024-03-28]

[DOR: 20.1001.1.10275940.1396.17.3.28.2]