



## مدل‌سازی و صحت‌سنجی تجربی رفتار عملگر آلیاژ حافظه‌دار مغناطیسی با مدل اصلاح شده پرنتل-ایشلینسکی تعمیم یافته وابسته به نرخ

سعید شکی<sup>۱</sup>، محمد رضا ذاکر زاده<sup>۲\*</sup>، موسی آیتی<sup>۲</sup>، اسوه جدی‌نیا<sup>۳</sup>

۱- دانشجوی کارشناسی ارشد، مهندسی مکانیک، دانشگاه تهران، تهران

۲- استادیار، مهندسی مکانیک، دانشگاه تهران، تهران

۳- دانشجوی کارشناسی ارشد، مهندسی مکاترونیک، دانشگاه تهران، کیش

\* تهران، سندوق پستی ۱۱۱۵۵-۴۵۶۳ zakerzadeh@ut.ac.ir

### چکیده

وجود پدیده غیرخطی هیسترزیس یک چالش در رفتار آلیاژهای حافظه‌دار مغناطیسی می‌باشد. برای رفع این مشکل، رفتار هیسترزیس موجود در این مواد را مدل‌سازی می‌کنند. مدل پرنتل-ایشلینسکی بدلیل سادگی و دارا بودن معکوس تحلیلی، یکی از مدل‌های پرکاربرد در این حوزه می‌باشد. این مدل در دو نوع مستقل از نرخ وابسته به نرخ ارائه شده است. تابع آزمایشگاهی نشان می‌دهد که با افزایش فرکانس تحریک، هیسترزیس موجود در رفتار آلیاژهای مغناطیسی افزایش می‌یابد. بنابراین مدل مستقل از نرخ پرنتل-ایشلینسکی نمی‌تواند این تغییرات را در نظر بگیرد. در این پژوهش، با استفاده از ستاپ تست تحریکی، ولتاژ ورودی در فرکانس‌های تحریک ۰.۰۵ تا ۰.۴ هرتز به عملگر آلیاژ حافظه‌دار اعمال شده و خروجی موقعیت عملگر نیز بوسیله سنسور القایی اندازه‌گیری می‌شود. مدل‌سازی آلیاژ حافظه‌دار مغناطیسی اعمال شده و خروجی موقعیت عملگر نیز بوسیله سنسور القایی اندازه‌گیری می‌شود. مدل‌سازی آلیاژ حافظه‌دار مغناطیسی با مدل تعمیم یافته پرنتل-ایشلینسکی وابسته به نرخ ارائه شده و مدل اصلاح شده آن نیز پیشنهاد شده است. برای افزایش توانایی مدل در توصیف رفتار هیسترزیس اشباع و نامتنازن آلیاژهای مغناطیسی مدل اصلاح شده جدیدی، توسط نویسنده‌گان مقاله با به کاربردن تابع تانزانیت هیپربولیک در خروجی مدل ارائه شده است. برای آموزش مدل‌های مذکور دو فرکانس تحریک ۰.۰۵ و ۰.۲ هرتز انتخاب شده و پارامترهای مدل با استفاده از الگوریتم بهینه‌سازی ژنتیک با این مجموعه داده بدست آمده است. اعتبارسنجی مدل‌ها نیز در فرکانس ۰.۱، ۰.۳ و ۰.۴ هرتز انجام گرفته است. نتایج نشان می‌دهد که مدل اصلاح شده بدلیل استفاده از تابع تانزانیت هیپربولیک بهتر توائمه هیسترزیس‌های نامتنازن و بسیار اشباع شده در رفتار آلیاژهای حافظه‌دار مغناطیسی را توصیف کند.

### اطلاعات مقاله

مقاله پژوهشی کامل

دریافت: ۲۰ مرداد ۱۳۹۵

پذیرش: ۲۴ مهر ۱۳۹۵

ارائه در سایت: ۲۴ آبان ۱۳۹۵

کلید واژگان:

آلیاژ حافظه‌دار مغناطیسی

هیسترزیس

مدل پرنتل-ایشلینسکی وابسته به نرخ

## Modeling and experimental verification of a magnetic shape memory alloy actuator behavior using modified generalized rate-dependent Prandtl-Ishlinskii model

Saeid Shakki, Mohammad Reza Zakerzadeh\*, Moosa Ayati, Osve Jeddinia

School of Mechanical Engineering, College of Engineering, University of Tehran, Tehran, Iran.

\* P.O.B. 11155-4563, Tehran, Iran, zakerzadeh@ut.ac.ir

### ARTICLE INFORMATION

Original Research Paper

Received 10 August 2016

Accepted 15 October 2016

Available Online 14 November 2016

Keywords:

Magnetic shape memory alloy

Hysteresis

rate-dependent Prandtl-Ishlinskii

### ABSTRACT

The hysteresis nonlinearity of the Magnetic Shape Memory Alloy (MSMA) actuator limits its control applications. To tackle the problems, usually the hysteresis behavior of these materials is modeled. Prandtl-Ishlinskii (PI) model is more practical in this area because of its simplicity and having analytical inverse. Two versions of this model, entitled: rate-independent model and rate-dependent model, have been developed. Experimental results show that with increasing input frequency, the shape of hysteresis loops is amplified. In this study, by using experimental test setup, the input voltage is applied to the MSMA actuator at frequencies 0.05- 0.4 Hz and the displacement output is captured by a proximity position sensor. Also the MSMA behavior is modeled by generalized rate-dependent Prandtl-Ishlinskii (GRDPI) model and modified generalized rate-dependent Prandtl-Ishlinskii (MGRDPI) model. The modified version of the model is presented by the authors to enhance the ability of the GRDPI model for describing the asymmetric and saturated hysteresis behavior in MSMAs by hyperbolic tangent function in the model output. For training of the mentioned models, the actuation frequencies 0.05 and 0.2 Hz are selected and the model parameters of each model are also obtained by using Genetic Algorithm (GA). For validation of the models the hysteresis loops at frequencies 0.1, 0.3 and 0.4 Hz are selected. The result shows that, due to using hyperbolic tangent function in the model output, the modified version of the GRDPI model can describe the hysteresis behavior in MSMAs more accurately.

### ۱- مقدمه

بدلیل سبکی، کرنش بالا و خاصیت حافظه‌ای، استفاده از آلیاژهای حافظه‌دار کارهای سریع کاربرد ندارند. بنابراین برای طراحی عملگرهایی با پاسخ سریع از آلیاژهای حافظه‌دار مغناطیسی استفاده می‌شود. پدیده غیرخطی به عنوان عملگر در زمینه‌های مختلف مهندسی افزایش پیدا کرده است. در

Please cite this article using:

S. Shakki, M. R. Zakerzadeh, M. Ayati, O. Jeddinia, Modeling and experimental verification of a magnetic shape memory alloy actuator behavior using modified generalized rate-dependent Prandtl-Ishlinskii model, *Modares Mechanical Engineering*, Vol. 16, No. 11, pp. 389-396, 2016 (in Persian)

برای ارجاع به این مقاله از عبارت ذیل استفاده نمایید:

در این پژوهش، ابتدا مدل وابسته به نرخ نامتقارن و تعیین یافته آن ارائه شده و سپس برای افزایش توانایی مدل در توصیف رفتار هیسترزیس نامتقارن و همراه با اشباع‌های بزرگ در آلیاژ‌های حافظه‌دار مغناطیسی، این مدل تعیین-یافته اصلاح گردیده و اصلاح شده مدل تعیین یافته معرفی شده است. مدل اصلاح شده، با درنظر گرفتن توابع تانژانت هیپربولیک در خروجی مدل، توانایی مدل تعیین یافته در تعیین اشباع‌های بزرگ و نامتقارنی را افزایش داده است. پارامترهای این مدل‌ها با استفاده از الگوریتم ژنتیک در داده‌های ورودی و خروجی مربوط به دو فرکانس 0.05 و 0.2 هرتز شناسایی شده است. برای صحبت‌سنگی مدل‌ها از لوب‌های هیسترزیسی در فرکانس‌های 0.1، 0.3 و 0.4 هرتز استفاده شده است. نتایج نشان می‌دهد که مدل اصلاح شده توسط نویسنده‌گان این مقاله، بهتر می‌تواند رفتار هیسترزیس نامتقارن و همراه با اشباع‌های بزرگ در آلیاژ‌های حافظه‌دار مغناطیسی را توصیف کند.

## 2- مدل‌سازی

### 2-1- مقدمه

مدل پرنتل-ایشلینسکی وابسته به نرخ برای آلیاژ‌های کاربرد دارد که تحت فرکانس ورودی، شکل هیسترزیس موجود در آنها تغییر می‌کند. این مدل با در نظر گرفتن اپراتور بازی وابسته به نرخ، اثر فرکانس تحریک را در نظر می‌گیرد. در حالیکه در مدل‌های مستقل از نرخ، اپراتور بازی<sup>4</sup> نمی‌تواند از فرکانس تحریک تاثیر بگیرد.

### 2-2- مدل پرنتل-ایشلینسکی وابسته به نرخ

در این پژوهش، فضای  $AC(0,T)$  از توابع کاملاً پیوسته حقیقی در بازه  $[0,T]$  تعریف شده است. برای هر ورودی  $u(t) \in AC(0,T)$ ، خروجی مدل وابسته به نرخ پرنتل-ایشلینسکی بر اساس سرعت ورودی اعمال شده  $(t)\dot{u}$  و تاثیر آن در اپراتور بازی بدست می‌آید. این رابطه به صورت معادله (1) معرفی می‌شود [23]:

$$\Psi[u](t) = a_0 u(t) + \sum_{i=1}^n a_i \Phi_{r_i(\dot{u}(t))}[u, x_i](t) \quad (1)$$

در حالیکه  $n$  تعداد اپراتورهای بازی مدل را نشان می‌دهد.  $a_0$  و  $a_i$  ها ثوابت وزنی توابع هستند. به منظور حفظ یکنواختی وجود معکوس تحلیلی برای مدل پرنتل-ایشلینسکی وابسته به نرخ، مجموع وزن‌ها باید مثبت باشد  $(\sum_{i=0}^n a_i > 0)$ . مطابق با این شرط مدل پرنتل-ایشلینسکی وابسته به نرخ می‌تواند ضرایب منفی را نیز شامل شود.

خرجی اپراتور بازی وابسته به زمان به صورت معادله (2) تعریف می‌شود:

$$z_i(t) = \Phi_{r_i(\dot{u}(t))}[u, x_i](t) \quad (2)$$

در حالیکه  $x_i$  از شرایط اولیه برای  $i = 1, 2, \dots, n$  مشخص شده است، به طوریکه برای  $n = 1, 2, \dots, i$  روابط (3) برقرار می‌باشد [24]:

$$\begin{aligned} |x_1| &\leq r_1(\dot{u}(0)) \\ |x_{i+1} - x_i| &\leq r_{i+1}(\dot{u}(0) - r_i(\dot{u}(0))) \end{aligned} \quad (3)$$

آستانه دینامیکی<sup>5</sup>  $r_i(t)$  برای  $t \in [0, T]$  به صورت نامساوی (4) تعریف می‌شود:

$$0 \leq r_1(\dot{u}(t)) \leq r_2(\dot{u}(t)) \leq \dots \leq r_n(\dot{u}(t)) \quad (4)$$

در اپراتور بازی وابسته به زمان، افزایش در ورودی  $(t)u$  باعث افزایش خروجی

هیسترزیس در این آلیاژها یک چالش اساسی در استفاده از آنها می‌باشد. تاکنون دو روش عمده برای مدل‌سازی این مواد ارائه شده است. روش اول مبتنی بر مدل‌های ساختاری این مواد است [2,1]. این روش بدليل پیچیدگی که دارد، برای کاربردهای کنترلی مناسب نمی‌باشد. پژوهش‌هایی توسط کیفر و لاگوداس در [3] برای این نوع مدل‌سازی انجام شده است. روش دوم مبتنی بر مدل‌سازی رفتار هیسترزیس موجود در این مواد بدون درنظر گرفتن روابط ساختاری است. این روش صرفنظر از دینامیک‌های مدل نشده در عملکر، رفتار هیسترزیس موجود در آلیاژ مغناطیسی را مدل‌سازی می‌کند. مدل‌هایی همچون پریسا ج<sup>1</sup> [4]، کراسنوسلسکی-پوکروفسک<sup>2</sup> [6,5] و پرنتل-ایشلینسکی<sup>3</sup> [10-7] جزء این روش می‌باشند. معروف‌ترین این مدل‌ها، مدل پرنتل-ایشلینسکی می‌باشد که بدليل سادگی و دارا بودن معکوس تحلیلی از کاربرد پیشری بروخوردار است.

نسخه اولیه مدل پرنتل-ایشلینسکی ابتدا برای رفتار هیسترزیسی نامتقارن معرفی شد [11]. کارهایی در این زمینه برای موادی که دارای رفتار هیسترزیس نامتقارن بودند، انجام شده است [12]. اما بسیاری از مواد هوشمند، مدل‌سازی رفتار این نوع مواد را ندارد. بنابراین مدل تعیین یافته پرنتل-ایشلینسکی معرفی شده است [8]. استفاده از این مدل برای مدل‌سازی بسیاری از موادی که دارای رفتار هیسترزیسی نامتقارن و اشباع هستند، مورد استفاده قرار گرفته است [16-13].

نسخه‌های پرنتل-ایشلینسکی مذکور از یک اپراتور بازی مستقل از نرخ ورودی تحریک، بهره می‌برد. از این رو توانایی مدل‌سازی رفتار هیسترزیس ماده تنها در یک فرکانس خاص را داشته و نمی‌توانستند اثر فرکانس تحریک را در نظر بگیرند. از این رو نسخه‌های وابسته به نرخ مدل پرنتل-ایشلینسکی مطرح شدند [17-19]. اولین باری که از این نسخه مدل برای توصیف رفتار هیسترزیسی استفاده شد، برای مدل‌سازی مواد با ساختار نامتقارن بدون اشباع بود، که اثر فرکانس را به خوبی در نظر می‌گرفت و توانایی مدل‌سازی در فرکانس‌های مختلف را داشت [17]. سپس برای موادی که رفتار هیسترزیسی نامتقارن و اشباع داشته، مدل‌های تعیین یافته آن ارائه شدند [21,20]. این مدل هرچند مشکل نامتقارنی و اشباع در رفتار هیسترزیس‌های وابسته به نرخ را حل کرده اما برای تعیین هیسترزیس‌های بسیار اشباع با خطاهای قابل توجهی همراه است.

آلیاژهای حافظه‌دار مغناطیسی گونه‌ای از مواد هوشمند هستند که رفتار هیسترزیس نامتقارن همراه با اشباع بسیار بزرگ دارند. تاکنون تلاش‌هایی برای مدل‌سازی رفتار آلیاژهای حافظه‌دار مغناطیسی با استفاده از مدل‌های مستقل از نرخ انجام شده است. از جمله می‌توان به استفاده از روش‌های کراسنوسلسکی-پوکروفسک<sup>5</sup> [5] و پرنتل-ایشلینسکی تعیین یافته [22] برای مدل‌سازی این مواد در یک فرکانس ثابت اشاره کرد. اما با توجه به اینکه هیسترزیس‌های موجود در رفتار آلیاژهای حافظه‌دار مغناطیسی شدیداً به فرکانس تحریک وابسته هستند، استفاده از این مدل‌ها کارایی ندارد. بنابراین باید از مدل‌های وابسته به نرخی استفاده کرد که توانایی توصیف هیسترزیس‌های وابسته به نرخ نامتقارن و اشباع را داشته باشد. تاکنون تحقیقات مدل‌سازی رفتار این مواد با مدل‌های وابسته به نرخ انجام نشده است.

<sup>1</sup> Preisach

<sup>2</sup> Krasnoseleskii-Pokrovskii

<sup>3</sup> Prandtl-Ishlinskii

<sup>4</sup> Play operator

<sup>5</sup> Dynamic threshold

متناسب با ویژگی‌های هیسترزیس آلیاژ‌های مغناطیسی، توابع پوش جند جمله‌ای برای تعیین هیسترزیس‌های نامتقارن مناسب می‌باشد. این توابع به صورت معادله (13) مشخص می‌شود [28]:

$$\begin{aligned}\gamma_l &= \sum_{n=1}^{s_l} l_n u^n + l_0 \\ \gamma_r &= \sum_{n=1}^{s_m} m_n u^n + m_0\end{aligned}\quad (13)$$

که  $s_l$  و  $s_r$  درجه توابع پوش هستند. معمولاً ثوابت تابع پوش متناسب با درجه نامتقارنی در هیسترزیس تعیین می‌شوند [28].

بنابراین برای پیش‌بینی رفتار مواد با استفاده از مدل پرنتل-ایشلینسکی تعیین یافته، ابتدا باید ثوابت مدل با استفاده از الگوریتم‌های بهینه‌سازی برای داده‌های آزمایش بدست آید تا بتواند رفتار سیستم مورد نظر را پیش‌بینی کند.

#### ۴-۲- اصلاح مدل پرنتل-ایشلینسکی وابسته به نرخ تعیین یافته<sup>۵</sup>

در این بخش مدلی ارائه خواهد شد که بتواند لوب‌های هیسترزیس‌های نامتقارن و همراه با اشباع‌های بزرگ آلیاژ‌های مغناطیسی را که به سرعت ورودی نیز وابسته هستند، تعیین کند. برای اینکه مدل پرنتل-ایشلینسکی وابسته به نرخ در حالت کلاسیک (که تنها قادر است لوب‌های هیسترزیس-های متقاضی و غیراشباع را توصیف کند) بتواند وجود اشباع را پیش‌بینی کند، در مرجع [30] راهکارهایی ارائه شده است. در مرجع [7] با استفاده از توابع بی‌حافظه در مدل کلاسیک پرنتل-ایشلینسکی مستقل از نرخ، مدل تعیین یافته آن معرفی شده است تا بتواند تنها اشباع را در هیسترزیس‌های متقاضی توصیف کند. در مراجع قبلی، ایده به کارگیری از توابع بی‌حافظه برای اصلاح مدل کلاسیک وابسته به نرخ و مدل کلاسیک مستقل از نرخ استفاده شده است. در این پژوهش، با توجه به وجود اشباع‌های بزرگ در رفتار هیسترزیس آلیاژ‌های حافظه‌دار مغناطیسی، باید مدلی برای رفتار این مواد در نظر گرفته شود، که توانایی توصیف اشباع‌های بزرگ را داشته باشد. با توجه به شکل توابع تائزات هیپربولیک، از این توابع برای توصیف لوب‌های هیسترزیسی نامتقارن با اشباع‌های مراجع قبلی، برای اولین بار از این ایده کلی برای اصلاح ساختار مدل تعیین یافته وابسته به نرخ پرنتل-ایشلینسکی استفاده شده است. ساختار معادله (14) ساختار مدل اصلاح شده را نشان می‌دهد [30]:

$$\theta_{\xi\eta}[u](t) = (\eta \circ \Psi \circ \xi)[u](t) \quad (14)$$

در حالیکه  $\Psi$  در معادله (11) داده شده و  $\xi$  و  $\eta$  توابع بی‌حافظه، پیوسته و کاملاً یکنواخت می‌باشند که باشند که تابعی با توجه به رفتار مواد تعیین شوند. این توابع  $\xi$  و  $\eta$  می‌توانند اشباع، غیرمحدبی<sup>۶</sup> و نامتقارنی حلقه‌های هیسترزیس وابسته به زمان را تعیین کنند. با توجه به رفتار هیسترزیس غیرخطی همراه با اشباع بزرگ در آلیاژ حافظه‌دار مغناطیسی، توابع بی‌حافظه در این پژوهش به صورت رابطه (15) در نظر گرفته شدند:

$$\begin{aligned}\eta &= c_1 u(t) \\ \xi &= c_2 \tanh(c_3 u(t) + c_4) + c_5\end{aligned}\quad (15)$$

تابع  $\eta$  برای مقیاس کردن ورودی و تابع  $\xi$  برای افزایش توانایی مدل در توصیف اشباع‌های بزرگ هیسترزیس در نظر گرفته شده است.

<sup>5</sup> Modified generalized rate-dependent Prandtl-Ishlinskii(MGRDPI)

<sup>6</sup> Memoryless

<sup>7</sup> Nonconvex

اپراتور بازی در امتداد منحنی  $(\dot{u}(t) - r_i(u(t)))$  می‌شود. در حالیکه یک کاهش در ورودی  $u(t)$  باعث کاهش خروجی اپراتور در امتداد منحنی  $(\dot{u}(t) + r_i(u(t)))$  می‌شود. نتیجه این رفتار، یک حلقه هیسترزیس متقاضی می‌باشد [24]. در [23] تابع آستانه دینامیکی<sup>۱</sup> به صورت معادله (5) در نظر گرفته شده است:

$$r_i(\dot{u}(t)) = \alpha_i + \kappa(\dot{u}(t)) \quad (5)$$

ساختار آستانه دینامیکی به طور ریاضی مشابه یک مدل تشابه با عنصر الاستیک-پلاستیک ویسکوز می‌باشد [26]. بنابراین رابطه (6) برای تابع آستانه برقرار می‌باشد [23]:

$$\alpha_{i+1} - \alpha_i \geq \sigma \quad (6)$$

که در آن  $\sigma$  یک ثابت مثبت می‌باشد. در صورتی که تابع  $\kappa(\dot{u}(t))$  برای تعیین اثرات هیسترزیس وابسته به نرخ در نظر گرفته شده است ثوابت  $\alpha_i$  در معادله (6) اثرات هیسترزیس مستقل از نرخ را معرفی می‌کند. بنابراین با توجه به روابط گفته شده، آستانه دینامیکی برای اپراتور بازی وابسته به نرخ به صورت معادله (7) تعیین می‌شود [24]:

$$\begin{aligned}\alpha_i &= \zeta i, \quad i = 1, 2, \dots, n \\ \kappa(\dot{u}(t)) &= \beta |\dot{u}(t)|\end{aligned}\quad (7)$$

که در این معادله  $\zeta$  و  $\beta$  ثوابت مثبت هستند و معادله (7) به صورت رابطه (8) می‌باشد [23]:

$$\zeta = r_{i+1}(\dot{u}(t)) - r_i(\dot{u}(t)) \quad (8)$$

با تعریف آستانه دینامیکی در معادله (7) می‌توان اپراتور بازی وابسته به نرخ را برای ورودی‌های مختلف تعیین کرد. برای هر ورودی  $u(t) \in AC(0, T)$  تابع  $u$  برای هر زیر بازه  $[t_{i-1}, t_i]$  یکنواخت در نظر گرفته شده است. در حالیکه  $t_n < t_{n-1} < \dots < t_2 < t_1 < 0$  بازه‌ها را تعیین می‌کند. خروجی اپراتور بازی وابسته به نرخ تحت یک بازه گسسته  $t \in (t_{j-1}, t_j]$  به صورت معادله (9) تعریف می‌شود [25]:

$$\begin{aligned}z_i(t_j) &= \max\{u(t_j) - r_i(\dot{u}(t_j)), \\ &\quad \min\{u(t_j) + r_i(\dot{u}(t_j)), z_i(t_{j-1})\}\end{aligned}\quad (9)$$

که شرط اولیه برای این تابع به صورت رابطه (10) می‌باشد:

$$z_i(0) = \max\{u(0) - r_i(\dot{u}(0)), \\ \min\{u(0) + r_i(\dot{u}(0)), 0\}\} \quad (10)$$

با توجه به فرمول‌های مطرح شده، خروجی مدل پرنتل-ایشلینسکی وابسته به نرخ، در اثر ورودی  $u(t)$  به صورت معادله (11) می‌باشد [27]:

$$\begin{aligned}y(t) &= \Psi[u](t) = a_0 u(t) \\ &\quad + \sum_{i=1}^n a_i \Phi_{r_i(\dot{u}(t))}[u, x_i](t)\end{aligned}\quad (11)$$

#### ۳-۲- مدل پرنتل-ایشلینسکی وابسته به نرخ تعیین یافته

با توجه به ویژگی‌های نامتقارن اپراتور بازی وابسته به نرخ، مدل پرنتل-ایشلینسکی وابسته به نرخ توانایی توصیف رفتار هیسترزیسی وابسته به نرخ نامتقارن و همراه با اشباع را ندارد [28]. بنابراین مدل تعیین یافته اپراتور بازی وابسته به نرخ، با درنظر گرفتن تابع پوش<sup>۷</sup> معرفی شده است [28]. این اپراتور به صورت معادله (12) نمایش داده می‌شود [29]:

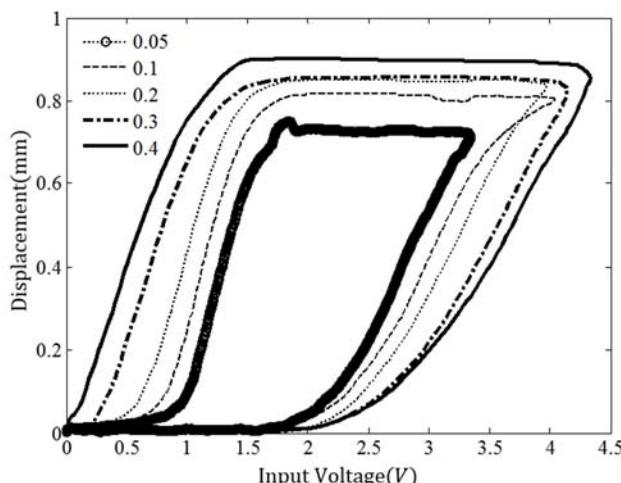
$$\begin{aligned}z_i(t_j) &= \max\{\gamma_l(u(t_j)) - r_i(\dot{u}(t_j)), \\ &\quad \min\{\gamma_r(u(t_j)) + r_i(\dot{u}(t_j)), z_i(t_{j-1})\}\}\end{aligned}\quad (12)$$

<sup>1</sup> Dynamic threshold

<sup>2</sup> Analogical

<sup>3</sup> Generalized rate-dependent Prandtl-Ishlinskii(GRDPI)

<sup>4</sup> Envelop Function



**Fig. 3** Measured hysteresis loops of MSMA actuator under different actuation inputs: (a)  $v(t) = 2.25 \sin(2\pi ft) + 2.25$ ,  $f = 0.05, 0.1, 0.2, 0.3$  and  $0.4 \text{ Hz}$

شکل 3 حلقه‌های هیسترزیس اندازه‌گیری شده عملگر آلیاژ حافظه‌دار مغناطیسی در ورودی‌های مختلف  $v(t) = 2.25 \sin(2\pi ft) + 2.25$  با فرکانس‌های 0.05، 0.1، 0.2 و 0.4 هرتز

آموزش نامیده می‌شوند، برای شناسایی پارامترهای مدل‌ها استفاده شده‌اند. در این پژوهش حلقه‌های هیسترزیس مربوط به فرکانس‌های 0.05 و 0.2 هرتز برای این کار در نظر گرفته شده است. دسته دوم داده‌های صحبت‌سنگی نامیده می‌شوند، که همانطور که از نام آن مشخص است، از این داده‌ها برای صحبت‌سنگی رفتار مدل‌ها استفاده می‌شود. با نظر گرفتن میانگین مربعات خطای بین خروجی مدل و نتایج تجربی به عنوانتابع هدف، پارامترهای بهینه برای هر یک از مدل‌ها بدست آمده است. معادله (16) رابطه تابع هدف را نشان می‌دهد:

$$\Pi(X) = \sum_{s=1}^S \sum_{k=1}^{K_s} W_s (\psi^s[u](k) - y_{\exp}^s(k))^2 \quad (16)$$

که در آن  $X = \{\zeta, \beta, a_0, a_1, \dots, a_n, l_0, \dots, l_{s_1}, r_0, \dots, r_{s_r}\}$  بردار پارامترهای مدل،  $S$  تعداد فرکانس‌های سینوسی،  $K_s$  تعداد داده‌ها با فرکانس سینوسی  $s$  ام،  $y_{\exp}^s(k)$  معرف جایجای اندازه‌گیری شده برای عملگر آلیاژ حافظه‌دار مغناطیسی است، زمانی که یک ولتاژ ورودی در یک فرکانس خاص به عملگر اعمال می‌شود،  $(k)$  خروجی مدل وابسته به نرخ به ازی همان ولتاژ اعمال شده به عملگر در داده  $k$  ام و فرکانس سینوسی  $s$  ام می‌باشد.

جدول 1 پارامترهای بدست آمده از الگوریتم ژنتیک، به ازی ورودی آموزش برای هر یک از مدل‌ها را نشان می‌دهد. شکل 4 و 5 مقایسه دو مدل با خروجی‌های آزمایش در داده‌های آموزش را نشان می‌دهد. با توجه به این نمودارها، مشخص می‌شود که مدل وابسته به نرخ تعیین‌یافته توانسته به درستی رفتار هیسترزیس همراه با اشباع‌های بزرگ این عملگر را بخوبی توصیف کند. در حالیکه مدل اصلاح شده با دقت مناسبی این کار را انجام داده است. خطای مطلق مدل‌ها در فرکانس‌های 8 تا 12 خروجی دو مدل شکل‌های 6 و 7 نشان داده شده است. در شکل‌های 8 و 9 نیز مشخص است که مدل اصلاح شده تعیین‌یافته در داده‌های صحبت‌سنگی نیز بهتر توانسته رفتار هیسترزیس همراه با اشباع‌های بزرگ در آلیاژ‌های حافظه‌دار مغناطیسی را توصیف کند، این مطلب با توجه به میانگین مربعات خطای مدل‌ها نیز مشخص است. این برتری در مدل اصلاح شده بدلیل نوآوری در

### 3- ستاپ تست تجربی

یک عملگر آلیاژ حافظه‌دار مغناطیسی ساخت شرکت ادپاتمت برای تست‌های تجربی این پژوهش در نظر گرفته شده است. از این ستاپ برای اندازه‌گیری خروجی موقعیت عملگر در فرکانس‌های مختلف ولتاژ تحریک ورودی استفاده شده است. شکل 1 تجهیزات ستاپ آزمایشگاهی را نشان می‌دهد. شکل 2 حلقه ارتباط بین اجزای آزمایش با یکدیگر، به صورت یک حلقة کنترلی را نشان می‌دهد. جایجای خروجی عملگر با استفاده از سنسور القابی ساخت شرکت بی دی سی<sup>1</sup> الکترونیک ایتالیا اندازه‌گیری شده است.

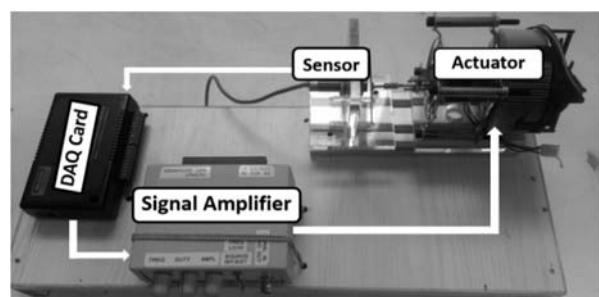
محدوده عملکرد سنسور فاصله 0 تا 4 میلی‌متر و پهنای باند آن 250 هرتز است. ولتاژ ورودی و موقعیت خروجی سنسور بوسیله کارت داده برداری شرکت ادونتک<sup>2</sup> ضبط و در کامپیوتر ذخیره می‌شود.

یک ولتاژ سینوسی با دامنه 4.5 ولت در فرکانس‌های مختلف به عملگر اعمال شده است. با توجه به تقویت کننده سینکلالی که بواسطه شرکت ادپاتمت بهینه‌سازی شده، تنها ورودی‌های سینوسی برای مدل‌سازی رفتاری عملگر می‌تواند استفاده شود. حلقه‌های هیسترزیس بین ولتاژ ورودی و موقعیت خروجی عملگر در شکل 3 نشان داده شده است. این شکل نشان می‌دهد که آلیاژ‌های حافظه‌دار مغناطیسی، رفتار هیسترزیس وابسته به نرخ نامتناقان و همراه با اشباع بزرگ دارند.

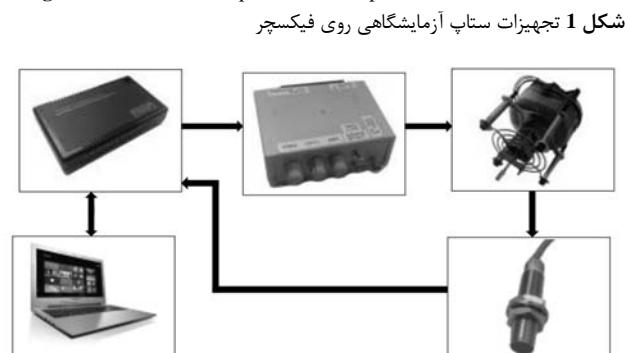
همچنین با توجه به این شکل واضح است که با افزایش فرکانس تحریک، حلقه‌های هیسترزیسی بین رفتار ورودی و خروجی عملگر آلیاژ حافظه‌دار مغناطیسی و همچنین دامنه خروجی افزایش می‌یابد.

### 4- بحث و نتایج

در این پژوهش داده‌ها به دو دسته تقسیم شده‌اند. دسته اول که داده‌های



شکل 1 تجهیزات ستاپ آزمایشگاهی روی فیکسچر



شکل 2 ساختار ستاپ آزمایشگاهی برای توصیف غیرخطی‌های هیسترزیس عملگر

<sup>1</sup> BDC electronic  
<sup>2</sup> Advantech

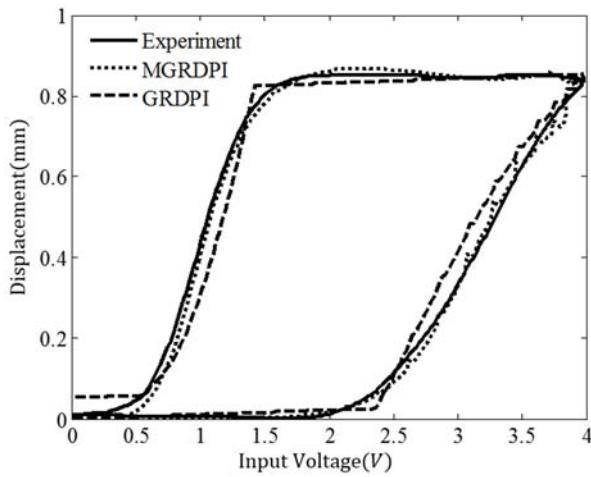


Fig. 5 Comparison of GRDPI and MGRDPI models outputs with respect to the experimental data at the frequency of 0.2 Hz(training process)

شکل 5 مقایسه خروجی مدل‌ها و نتایج تجربی در فرکانس 0.2 هرتز (فرایند آموزش)

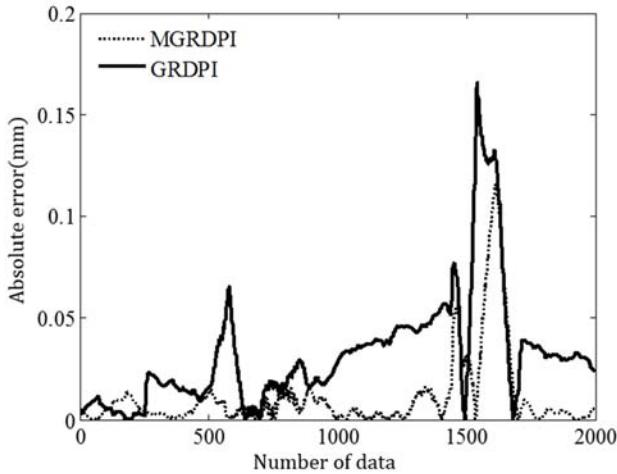


Fig. 6 Comparison of absolute error of GRDPI and MGRDPI models at the frequency of 0.05 Hz

شکل 6 مقایسه خطای مطلق دو مدل تعیین یافته و اصلاح شده تعیین یافته در فرکانس 0.05 هرتز

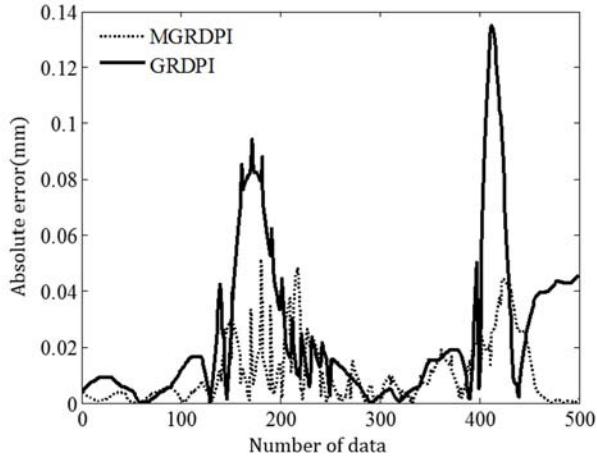


Fig. 7 Comparison of absolute error of GRDPI and MGRDPI models at the frequency of 0.2 Hz

شکل 7 مقایسه خطای مطلق دو مدل تعیین یافته و اصلاح شده تعیین یافته در فرکانس 0.2 هرتز

جدول 1 پارامترهای شناسایی شده مدل‌های پرنتل-ایشلینسکی وابسته به نرخ

Table 1 Identified Parameters of rate-dependent Prandtl-Ishlinskii models

متغیرها	مدل تعیین یافته وابسته به نرخ	اصلاح شده مدل تعیین یافته وابسته به نرخ	$N$
	7	7	
	3	3	$s_l$
	3	3	$s_m$
0.3178		3.8061	$\zeta$
7.4497		5.8270	$\beta$
-1.9510		0.0112	$a_0$
1.9115		1.8742	$a_1$
4.9253		1.8741	$a_2$
4.9285		-0.5567	$a_3$
6.5700		1.8742	$a_4$
7.4962		1.8735	$a_5$
7.8387		1.8739	$a_6$
3.3392		1.8748	$a_7$
0.3330		3.6771	$l_0$
0.0685		0.4800	$l_1$
0.1275		-0.4949	$l_2$
0.0876		0.0930	$l_3$
-0.2592		-3.8006	$m_0$
-0.1412		0.0298	$m_1$
-0.6947		-0.0212	$m_2$
-0.5316		0.0029	$m_3$
-0.1807		$c_1$	
0.4802		$c_2$	
-2.1901		$c_3$	
3.7547		$c_4$	
0.4773		$c_5$	

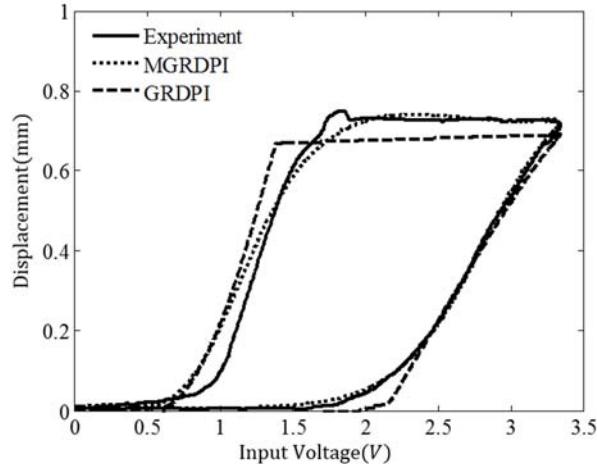


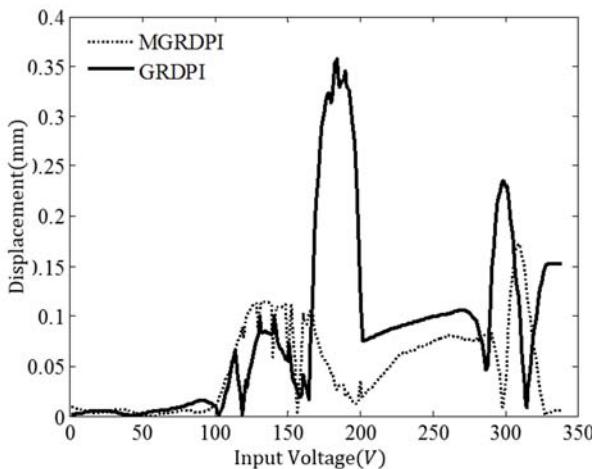
Fig. 4 Comparison of GRDPI and MGRDPI models outputs with respect to the experimental data at the frequency of 0.05 Hz (training process)

شکل 4 مقایسه خروجی مدل‌ها و نتایج تجربی در فرکانس 0.05 هرتز (فرایند آموزش)

استفاده ازتابع تازه‌انت هیپربولیک در این مدل می‌باشد که توانایی مدل در مدل‌سازی اشباع را افزایش داده است. جدول 2 میانگین مربعات خطای برای هر دو مدل، در دو دسته داده آموزش و داده اعتبارسنجی، نشان می‌دهد.

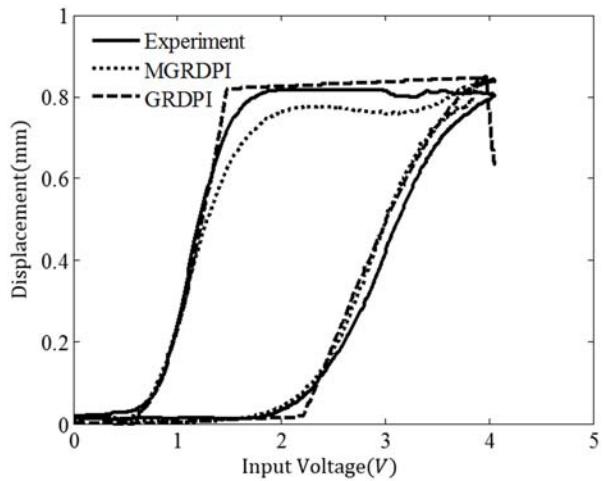
## 5- نتیجه گیری

یکی از مهمترین چالش‌ها در استفاده از آلیاژهای حافظه‌دار مغناطیسی وجود هیسترزیس‌های وابسته به نرخ نامتناصر و همراه با اشباع‌های بزرگ می‌باشد.



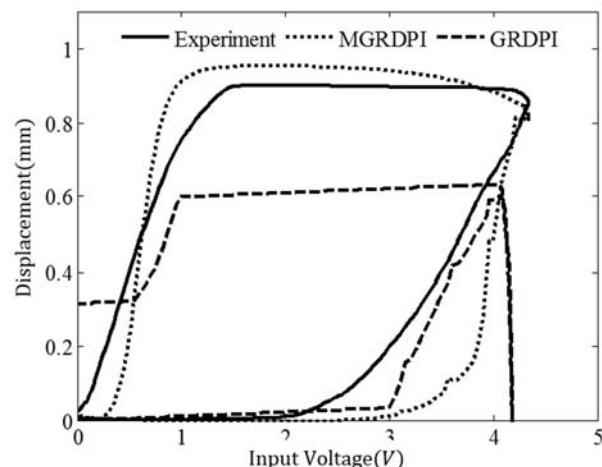
**Fig. 11** Comparison of absolute error of GRDPI and MGRDPI models at the frequency of 0.3Hz(validation)

شکل 11 مقایسه خطای مطلق دو مدل تعیین یافته و اصلاح شده تعیین یافته در فرکانس 0.3 هرتز(صحت‌سنجی)



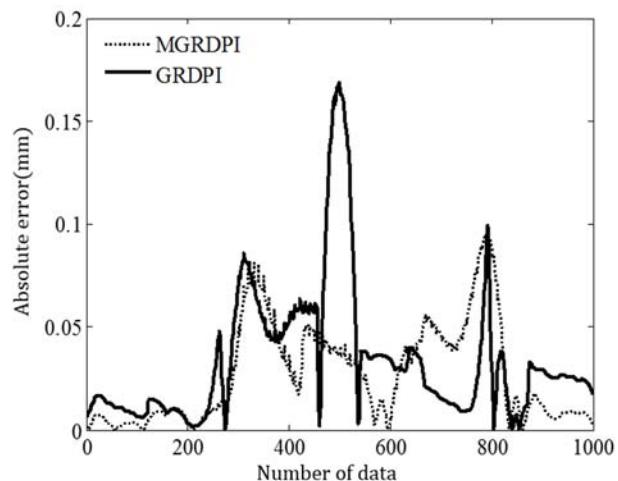
**Fig. 8** Comparison of GRDPI and MGRDPI models outputs with respect to the experimental data at the frequency of 0.1Hz(validation)

شکل 8 مقایسه خروجی مدل‌ها و نتایج تجربی در فرکانس 0.1 هرتز(صحت‌سنجی)



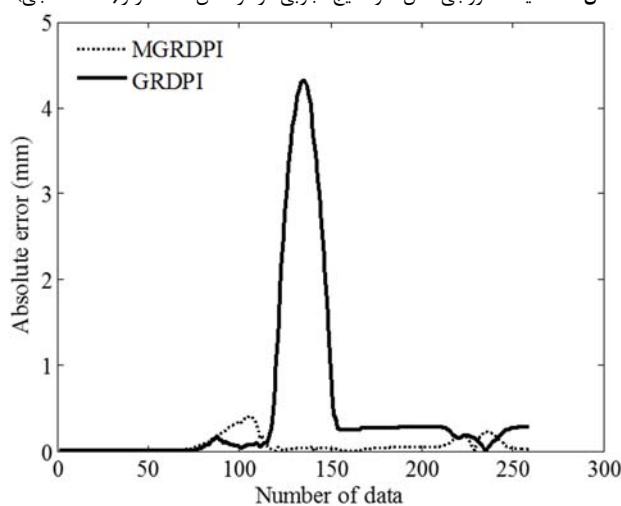
**Fig. 12** Comparison of GRDPI and MGRDPI models outputs with respect to the experimental data at the frequency of 0.4Hz(validation)

شکل 12 مقایسه خروجی مدل‌ها و نتایج تجربی در فرکانس 0.4 هرتز(صحت‌سنجی)



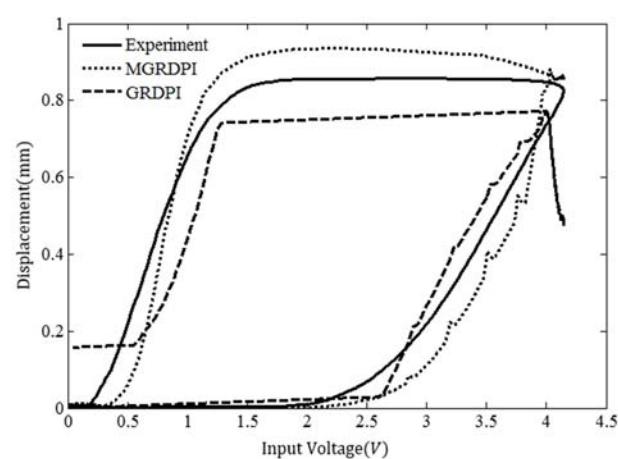
**Fig. 9** Comparison of absolute error of GRDPI and MGRDPI models at the frequency of 0.1Hz(validation)

شکل 9 مقایسه خطای مطلق دو مدل تعیین یافته و اصلاح شده تعیین یافته در فرکانس 0.1 هرتز(صحت‌سنجی)



**Fig. 13** Comparison of absolute error of GRDPI and MGRDPI models at the frequency of 0.4Hz (validation)

شکل 13 مقایسه خطای مطلق دو مدل تعیین یافته و اصلاح شده تعیین یافته در فرکانس 0.4 هرتز(صحت‌سنجی)



**Fig. 10** Comparison of GRDPI and MGRDPI models outputs with respect to the experimental data at the frequency of 0.3Hz(validation)

شکل 10 مقایسه خروجی مدل‌ها و نتایج تجربی در فرکانس 0.3 هرتز(صحت‌سنجی)

در فرکانس‌های 0.05 و 0.2 هرتز بوسیله الگوریتم بهینه‌سازی ژنتیک بدست آمده و اعتبارسنجی مدل‌ها در فرکانس 0.1 تا 0.4 هرتز صورت گرفته است.

## 6- فهرست علایم

ضریب وزنی ورودی مدل	$a_0$
ضریب وزنی اپراتور بازی	$a_i$
ضرایب توابع بی‌حافظه مورد استفاده	$c_i$
ضریب وزنی تابع پوش در حال افزایش	$l_n$
تعداد اپراتور بازی	$n$
تابع آستانه	$r$
درجه چند جمله‌ای تابع پوش در حال افزایش	$s_1$
درجه چند جمله‌ای تابع پوش در حال کاهش	$s_m$
زمان	$t$
ورودی مدل	$u$
خروجی مدل	$y$
خروجی آزمایش	$y_{exp}$
علایم یونانی	
ضریب وزنی سرعت	$\beta$
تابع پوش در جهت	$\gamma$
ضریب ثابت حد آستانه	$\zeta$
تابع بی‌حافظه برای اصلاح مدل	$\eta$
تابع بی‌حافظه برای اصلاح مدل	$\xi$
تابع هدف	$\Pi$
اپراتور بازی	$\Phi$
تابع پارامترهای مدل	$X$
خروجی مدل	$\Psi$
زیرنویس‌ها	
داده‌های آزمایش	$exp$
جهت افزایش	$l$
جهت کاهش	$r$

## 7- مراجع

- [1] H. Sayyaadi, M. R. Zakerzadeh, H. Salehi, A comparative analysis of some one-dimensional shape memory alloy constitutive models based on experimental tests, *Scientia Iranica*, Vol. 19, No. 2, pp. 249-257, 2012.
- [2] M. R. Zakerzadeh, H. Sayyaadi, Experimental comparison of some phenomenological hysteresis models in characterizing hysteresis behavior of shape memory alloy actuators, *Journal of Intelligent Material Systems and Structures*, Vol. 23, No. 2, pp. 1287-1309, 2012.
- [3] B. Kiefer, D. C. Lagoudas, Modeling of the Stress-and Magnetic Field-Induced Variant Reorientation in MSMAs, *47th AIAA/ASME/ASCE/AHS/ASC Structures, Structural Dynamics, and Materials Conference*, Newport, Island, May 1-4, 2006.
- [4] D. Hughes, J. T. Wen, Preisach modeling of piezoceramic and shape memory alloy hysteresis, *Smart Materials and Structures*, Vol. 6, No. 3, pp. 287-300, 1997.
- [5] M. Zhou, S. Wang, W. Gao, Hysteresis modeling of magnetic shape memory alloy actuator based on Krasnosel'skii-Pokrovskii model, *The Scientific World Journal*, Vol. 9, No. 5, pp. 1-7, 2013.
- [6] M. Zakerzadeh, H. Sayyaadi, M. V. Zanjani, Characterizing hysteresis nonlinearity behavior of SMA actuators by Krasnosel'skii-Pokrovskii model, *Applied Mathematics*, Vol. 1, No. 1, pp. 28-38, 2011.

جدول 2 میانگین مربعات خطای بین خروجی مدل‌ها و نتایج تجربی در فرآیندهای آموزش و صحبت‌سنجی (میلی‌متر)

Table 2 Mean square error between models output and experimental data in the training and validation processes (mm)

فرکانس	نرخ تعییم یافته	ایشلننسکی وابسته به نرخ تعییم یافته	اصلاح شده مدل پرنتل -	مدل پرنتل -
0.05 هرتز(آموزش)	0.0019	4.9558e-04	0.0013	0.0013 هرتز(صحبت‌سنجی)
0.1 هرتز(صحبت‌سنجی)	0.0023	0.0014	0.0013	0.2 هرتز(آموزش)
0.2 هرتز(آموزش)	0.0014	0.0014	0.004	0.3 هرتز(صحبت‌سنجی)
0.3 هرتز(صحبت‌سنجی)	0.0149	0.0149	0.004	0.4 هرتز(صحبت‌سنجی)
0.4 هرتز(صحبت‌سنجی)	1.29	0.0133	0.0133	

مدل‌های تعییم یافته مستقل از نرخ پرنتل-ایشلننسکی هرچند توانایی خوبی در توصیف لوب‌های نامتقارن و اشباع دارند اما ضعف آنها در نظر نگرفتن وابستگی هیسترزیس به فرکانس تحریک می‌باشد، زیرا با افزایش فرکانس تحریک، هیسترزیس موجود در رفتار آلیاژ حافظه‌دار مغناطیسی افزایش می‌یابد و به اپراتور بازی نیاز است تا بتواند این تغییرات را در نظر بگیرد. اپراتورهای بازی وابسته به نرخ ارائه شده در مقالات قبلی تنها برای هیسترزیس‌های متقارن و غیرمتقارن کاربرد دارد.

با توجه به بررسی‌های انجام شده، مشخص شد که مدل وابسته به نرخ پرنتل-ایشلننسکی تعییم یافته اصلاح شده، هرچند عملکرد بهتری نسبت به مدل اولیه‌اش دارد، اما در مقابل تغییرات بزرگ هیسترزیس مقاوم نیست و تا محدوده‌ای توانایی در نظر گرفتن هیسترزیس‌های وابسته به نرخ را دارد. مقدار خطای قابل قبول برای مدل، به کاربردی که برای آن در نظر گرفته شده بستگی دارد و مقدار مشخص و دقیقی را نمی‌توان به آن اختصاص داد. ولی این نکته مشخص است که هرچه تغییرات حلقه‌های هیسترزیسی بزرگ‌تر شود، ناکارآمدی مدل نیز افزایش می‌یابد. بنابراین توانایی مدل به فرکانس و تغییرات آن در مواد مختلف، ارتباطی ندارد، بلکه به تغییرات حلقه‌های هیسترزیسی نسبت به تغییر فرکانس مربوط می‌شود.

با توجه به رفتار هیسترزیسی وابسته به نرخ نامتقارن و همراه با اشباع در برخی مواد، مدل تعییم یافته آن نیز ارائه شد. این مدل تعییم یافته تا حد خوبی می‌توانست این گونه رفتارها را توصیف کند. اما بدليل وجود اشباع‌های بسیار بزرگ در رفتار هیسترزیسی آلیاژهای مغناطیسی، استفاده از این مدل-ها مناسب نمی‌باشد.

در این پژوهش با استفاده از ایده به کارگیری تابع بی‌حافظه در افزایش قابلیت مدل‌ها، برای اولین بار توسط نویسنده‌گان مقاله از این ایده برای افزایش قابلیت مدل تعییم یافته وابسته به نرخ پرنتل-ایشلننسکی استفاده شده است که "مدل اصلاح شده تعییم یافته وابسته به نرخ پرنتل-ایشلننسکی" نامیده می‌شود. دو مدل تعییم یافته و اصلاح شده تعییم یافته برای توصیف رفتار هیسترزیس وابسته به نرخ آلیاژهای حافظه‌دار مغناطیسی به کار گرفته شده و با هم مقایسه شده‌اند. مقایسه نتایج شبیه‌سازی و آزمایشگاهی نشان می‌دهد که مدل اصلاح شده بهتر می‌تواند رفتار هیسترزیس‌های وابسته به نرخ عملگر آلیاژ حافظه‌دار مغناطیسی را توصیف کند. این بهبود با استفاده از تابع تائزهات هیپربولیک در خروجی مدل و افزایش قابلیت مدل در توصیف اشباع‌های بزرگ بدست آمده است. پارامترهای مربوط به هریک از مدل‌ها با استفاده از داده‌های ورودی-خروجی

- Mechatronic*, Vol. 12, No. 2, pp. 134-142, 2007.
- [20] H. Jiang, H. Ji, J. Qiu, Y. Chen, A modified prandtl-ishlinskii model for modeling asymmetric hysteresis of piezoelectric actuators, *IEEE Transactions on Ultrasonics, Ferroelectrics, and Frequency Control*, Vol. 57, No. 5, pp. 1200-1210, 2010.
- [21] M. Al Janaideh, S. Rakheja, C.-Y. Su, A generalized Prandtl-Ishlinskii model for characterizing the hysteresis and saturation nonlinearities of smart actuators, *Smart Materials and Structures*, Vol. 18, No. 4, pp. 045001-045010, 2009.
- [22] O. Jeddinia, M. R. Zakerzadeh, M. Mahjob, Hysteresis behavior investigation of magnetic shape its memory alloy actuator using generalized prandtl-Ishlinskii model and experimental validation, *Modares Mechanical Engineering*, Vol. 15, No. 11, pp. 303-310, 2016.(in persian) (فارسی)
- [23] O. Aljanaideh, M. Al Janaideh, S. Rakheja, C.-Y. Su, Compensation of rate-dependent hysteresis nonlinearities in a magnetostrictive actuator using an inverse Prandtl-Ishlinskii model, *Smart Materials and Structures*, Vol. 22, No. 2, pp. 025027-025037, 2013.
- [24] O. Aljanaideh, M. Al Janaideh, M. Rakotondrabe, Enhancement of micro-positioning accuracy of a piezoelectric positioner by suppressing the rate-dependant hysteresis nonlinearities, (AIM), 2014 IEEE/ASME International Conference on Advanced Intelligent Mechatronics, Besançon , France, July 8-11, pp. 1683-1688, 2014.
- [25] M. Al Janaideh, P. Krejčí, Inverse rate-dependent Prandtl-Ishlinskii model for feedforward compensation of hysteresis in a piezomicropositioning actuator, *IEEE/ASME Transactions on Mechatronics*, Vol. 18, No. 5, pp. 1498-1507, 2013.
- [26] P. Krejčí, M. Al Janaideh, F. Deasy, Inversion of hysteresis and creep operators, *Physica B: Condensed Matter*, Vol. 407, No. 9, pp. 1354-1356, 2012.
- [27] O. Aljanaideh, M. Al Janaideh, M. Rakotondrabe, Inversion-free feedforward dynamic compensation of hysteresis nonlinearities in piezoelectric micro/nano-positioning actuators, 2015 IEEE International Conference on Robotics and Automation (ICRA), Washington, USA, May 26-30, pp. 2673-2678, 2015.
- [28] A. Janaideh, M. Farhan, Generalized Prandtl-Ishlinskii hysteresis model and its analytical inverse for compensation of hysteresis in smart actuators, PhD Thesis, University of Concordia, Montreal, 2009.
- [29] O. Aljanaideh, M. D. AL-Tahat, M. Al Janaideh, Rate-bias-dependent hysteresis modeling of a magnetostrictive transducer, *Microsystem Technologies*, Vol. 29, No. 4, pp. 883-892, 2015.
- [30] M. Al Janaideh, P. Krejčí, Prandtl-Ishlinskii hysteresis models for complex time dependent hysteresis nonlinearities, *Physica B: Condensed MMatter*, Vol. 407, No. 9, pp. 1365-1367, 2012.
- [7] K. Kuhnen, Modeling, identification, compensation of complex hysteretic nonlinearities: A modified Prandtl-Ishlinskii approach, *European journal of control*, Vol. 9, No. 4, pp. 407-418, 2003.
- [8] M. A. Janaideh, J. Mao, S. Rakheja, W. Xie, C.-Y. Su, Generalized Prandtl-Ishlinskii hysteresis model: Hysteresis modeling and its inverse for compensation in smart actuators, 47th IEEE Conference on Decision and Control, Cancun, Mexico, December 9-11, pp. 5182-5187, 2008.
- [9] M. Janaideh, C.-Y. Su, S. Rakheja, Compensation of symmetric and asymmetric hysteresis nonlinearities in smart actuators with a generalized Prandtl-Ishlinskii presentation, 2010 IEEE/ASME International Conference on Advanced Intelligent Mechatronics (AIM), Montreal, Canada, July 6-9, pp. 890-895, 2010.
- [10] H. Sayyaadi, M. R. Zakerzadeh, M. A. V. Zanjani, Accuracy evaluation of generalized Prandtl-Ishlinskii model in characterizing asymmetric saturated hysteresis nonlinearity behavior of shape memory alloy actuators, *International Journal of Research and Reviews in Mechatronic Design and Simulation (IJRRMDS)*, Vol. 1, No. 3, pp. 59-68, 2011.
- [11] P. Krejčí, V. Lovícar, Continuity of hysteresis operators in Sobolev spaces, *Aplikace matematiky*, Vol. 35, No. 1, pp. 60-66, 1990.
- [12] M. Rakotondrabe, Classical Prandtl-Ishlinskii modeling and inverse multiplicative structure to compensate hysteresis in piezoactuators, *American Control Conference (ACC) 2012*, Montreal, Canada, June 27-29, pp. 1646-1651, 2012.
- [13] S. Bobbio, G. Milano, C. Serpico, C. Visone, Models of magnetic hysteresis based on play and stop hysterons, *Magnetics, IEEE Transactions on*, Vol. 33, No. 6, pp. 4417-4426, 1997.
- [14] M.-J. Yang, G.-Y. Gu, L.-M. Zhu, Parameter identification of the generalized Prandtl-Ishlinskii model for piezoelectric actuators using modified particle swarm optimization, *Sensors and Actuators A: Physical*, Vol. 189, No. 2013, pp. 254-265, 2013.
- [15] J. Zhang, E. Merced, N. Sepúlveda, X. Tan, Optimal compression of generalized Prandtl-Ishlinskii hysteresis models, *Automatica*, Vol. 57, No. 2015, pp. 170-179, 2015.
- [16] H. Sayyaadi, M. R. Zakerzadeh, Position control of shape memory alloy actuator based on the generalized Prandtl-Ishlinskii inverse model, *Mechatronics*, Vol. 22, No. 7, pp. 945-957, 2012.
- [17] M. Al Janaideh, C.-Y. Su, S. Rakheja, Development of the rate-dependent Prandtl-Ishlinskii model for smart actuators, *Smart Materials and Structures*, Vol. 17, No. 3, pp. 1-11, 2008.
- [18] M. Al Janaideh, S. Rakheja, C.-Y. Su, Experimental characterization and modeling of rate-dependent hysteresis of a piezoceramic actuator, *Mechatronics*, Vol. 19, No. 5, pp. 656-670, 2009.
- [19] W. T. Ang, P. K. Khosla, C. N. Riviere, Feedforward controller with inverse rate-dependent model for piezoelectric actuators in trajectory-tracking applications, *IEEE/ASME Transactions on*