



تحلیل رفتار ارتعاشات خطی پوسته‌های مشبک مخروطی کامپوزیتی تشکیل شده از ریبهای هلیکال با شبکه غیر همسان

رضا نظام الاسلامی¹، سیامک اسماعیلزاده خادم^{2*}

1- دانشجوی دکتری، مهندسی مکانیک، دانشگاه تربیت مدرس، تهران

2- استاد، مهندسی مکانیک، دانشگاه تربیت مدرس، تهران

*تهران، صندوق پستی 14115-177، khadem@modares.ac.ir

اطلاعات مقاله

مقاله پژوهشی کامل

دریافت: 09 دی 1395

پذیرش: 19 بهمن 1395

ارائه در سایت: 21 اسفند 1395

کلید واژگان:

سازه مشبک مخروطی

ارتعاشات

ریب

کامپوزیت

روش معادل سازی سختی

چکیده

سازه کامپوزیتی مشبک مخروطی در این مقاله متشکل از ریب‌های هلیکال و پوسته نازک خارجی می‌باشد. در تحقیق حاضر، ارتعاشات آزاد این سازه‌ها با در نظر گرفتن پوسته خارجی و بدون این پوسته مورد بررسی قرار گرفته است. روش معادل سازی سختی برای بدست آوردن ضریب‌های سختی پوسته مخروطی بکار رفته است. فرمولاسیون تئوری در نظر گرفته شده، بر مبنای تئوری پوسته‌های نازک ساندرز می‌باشد. برای اعتبار سنجی نتیجه‌های تحلیلی بدست آمده، با استفاده از نرم افزار آنسیس، مدل سه بعدی المان محدود سازه مشبک مخروطی کامپوزیتی ایجاد و تحلیل گردیده است. به منظور ارزیابی صحت این روش، مقایسه بین نتیجه‌های این روش با نتیجه‌های بدست آمده از نرم افزار آنسیس صورت گرفته که تطابق خوبی بین آن‌ها وجود دارد. همچنین حالت‌های خاصی نظیر تأثیر زاویه رأس مخروط و ضخامت پوسته خارجی روی فرکانس طبیعی سازه مخروطی بررسی گردیده است. نتیجه‌ها نشان می‌دهد که افزایش زاویه رأس مخروط منجر به افزایش فرکانس‌های طبیعی پوسته می‌گردد. علاوه بر این، برای مقدار خاصی از ضخامت پوسته خارجی سازه مخروطی، افزایش این ضخامت منجر به کاهش فرکانس‌های طبیعی می‌شود. بدلیل این که محققین کمی صرفاً رفتار ارتعاشاتی پوسته‌های مشبک کامپوزیتی استوانه‌ای را تحقیق نموده‌اند، نتیجه‌های بدست آمده جدید بوده و برای تحقیقات بیشتر در آینده مورد استفاده خواهد بود.

Analysis of linear vibrational behavior of anisogrid lattice composite conical shells, formed by helical ribs

Reza Nezamoleslami, Siamak Esmaeilzadeh Khadem *

Department of Mechanical Engineering, Tarbiat Modares University, Tehran, Iran

*P.O.B. 14115-177, Tehran, Iran, khadem@modars.ac.ir

ARTICLE INFORMATION

Original Research Paper

Received 29 December 2016

Accepted 07 February 2017

Available Online 11 March 2017

Keywords:

Conical lattice structure

Vibrations

Rib

Composite

Smear stiffness method

ABSTRACT

The composite conical lattice structure in this paper is made of helical ribs and thin outer skin. In this research, free vibrations of these structures with and without outer skin were investigated. A smeared method is employed to obtain the coefficients of stiffness of conical shell. Theoretical formulations are based on sander's thin theory of shell. For verification of the analytically obtained results, using ANSYS software the 3D finite element model of composite lattice conical shell is built and analyzed. To verify the accuracy of this method, comparisons of the results is made with numerical results from ANSYS Software and good agreement is observed between them. Also, some special cases as influences of the semi vertex angle and thickness of the outer skin on the natural frequencies of the conical shell are studied. It is concluded that, increase of the semi vertex angle leads to increasing the natural frequencies of conical shell. Moreover, for outer shell thicknesses greater than a specific value, the increment of the thickness of the outer skin leads to decreasing the natural frequencies. As only a few researchers investigated merely vibrational behavior of the composite lattice cylindrical shell, the obtained results of this paper have novelty and can be used for further and future researches.

1 - مقدمه

در کنار تحلیل استاتیکی، توجه به اهمیت تحلیل دینامیکی و ارتعاشاتی پوسته‌های مخروطی در سازه‌های مختلف صنعتی نظیر هوافضایی، دریایی و سایر سازه‌های مکانیکی در حال افزایش است. با توجه به کاربرد عملی این سازه‌ها، ارزیابی مشخصات استاتیک و دینامیکی این سازه‌ها برای مهندسين طراح نقش مهم و غیر قابل انکاری دارد. با بررسی فعالیت‌های تحقیقاتی در مورد ارتعاشات پوسته‌های مخروطی مشاهده می‌گردد که بیشتر این

تحقیقات در حوزه تحلیل ارتعاشات آزاد خطی پوسته‌های مخروطی ایزوتروپ، ارتوتروپ کامپوزیتی متمرکز می‌گردد. در مورد سازه‌های مشبک کامپوزیتی نیز تمرکز مقاله‌ها روی تحلیل استاتیکی و کماتش نوع استوانه‌ای آنها می‌باشد. کیم تولید و تست کماتش پوسته مشبک استوانه‌ای کامپوزیتی ایزوگرید تحت بار محوری را مورد بررسی قرارداد [1]. اسلیچنکو و وریچنکو با استفاده از روش معادل سازی سختی اسمیر به تحلیل استاتیکی پوسته‌های مشبک دوار کامپوزیتی پرداخت [2]. واسیلیف و همکاران علاوه بر ارایه شرح

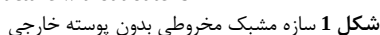
Please cite this article using:

R. Nezamoleslami, S. E. Khadem, Analysis of linear vibrational behavior of anisogrid lattice composite conical shells, formed by helical ribs, Modares Mechanical Engineering, Vol. 17, No. 3, pp. 251-262, 2017 (in Persian)

برای ارجاع به این مقاله از عبارت ذیل استفاده نمایید:

R. Nezamoleslami, S. E. Khadem, Analysis of linear vibrational behavior of anisogrid lattice composite conical shells, formed by helical ribs, Modares Mechanical Engineering, Vol. 17, No. 3, pp. 251-262, 2017 (in Persian)

مختصری از فعالیت‌های خود در روسیه و در حوزه‌های تولید، تست، طراحی و بهره‌برداری سازه‌های مشبک کامپوزیتی با کاربردهای هوافضایی به بررسی کمانش نوع استوانه‌ای این سازه پرداختند [4,3]. کیدان و همکاران با روش معادل‌سازی سفتی اسمیر و تجربی [5]، ودنسیت و همکاران نیز با روش اسمیر و مدل‌سازی المان محدود [6]، شی و همکاران [7] با روش معادل سازی سختی اسمیر تغییر یافته، مقاومت کمانشی سازه‌های مشبک استوانه‌ای کامپوزیتی را بررسی نمودند. اخیراً نیز طالع زاده و رحیمی با استفاده از روش اصلاح شده معادل‌سازی سفتی به بررسی کمانش پوسته‌های مشبک مخروطی پرداختند [8]. تفاوت روش ایشان با روش‌های معادل‌سازی سفتی قبلی در نحوه ترکیب کردن پارامترهای سفتی پوسته و ریب‌های مشبک می‌باشد. براهوین و ولمرگان نیز با ساخت سازه مشبک کامپوزیتی استوانه‌ای با استفاده از مندریل از فوم پلی‌یورتان به تحلیل کمانش این سازه تحت بار محوری پرداخته و نتیجه‌ها را با سازه مدل شده به روش المان محدود مقایسه نمودند [9]. در فعالیت‌های تحقیقاتی برشمرده شده، شبکه سازه مشبک همسان و کل شبکه از تکرار یک سلول واحد ایجاد می‌گردد. اما ماروزوف و همکاران با استفاده از روش المان محدود به مدل‌سازی و تحلیل کمانش پوسته استوانه‌های مشبک کامپوزیتی استوانه‌ای با شبکه غیرهمسان پرداختند [10]. قاسمی و همکاران نیز بار کمانش بحرانی پوسته‌های مشبک کامپوزیتی استوانه‌ای را با شبکه همسان محاسبه نمودند [11]. تاثیر پارامترهایی چون زاویه قرارگرفتن تقویت‌کننده‌ها و ضخامت پوسته در بار کمانش در نظر گرفته شد. توتارو با ارایه مدل تحلیلی بر اساس بار کمانش محوری یک تیر اولیه‌ای، به بررسی و محاسبه بار کمانش بحرانی موضعی سازه‌های مشبک استوانه‌ای کامپوزیتی با شبکه‌های سه و شش ضلعی برای شبکه‌های همسان و غیر همسان مبادرت نمود [12,13]. همچنین علاوه بر این توتارو و همکاران بصورت تجربی نتیجه‌های تحلیل بار بحرانی موضعی کمانش سازه‌های مشبک استوانه‌ای کامپوزیتی با شش ضلعی همسان و غیر همسان را مورد بررسی قرار دادند [14]. صرف نظر از تعداد نه چندان زیاد فعالیت‌های تحقیقاتی در مورد تحلیل استاتیکی و کمانشی سازه‌های مشبک کامپوزیتی استوانه‌ای، کارهای تحقیقاتی مرتبط با بررسی رفتار ارتعاشی سازه‌های مشبک استوانه‌ای کامپوزیتی به مراتب کمتر می‌باشد. از اولین فعالیت‌های تحقیقاتی در حوزه بررسی رفتار ارتعاشی سازه‌های مشبک کامپوزیتی از نوع استوانه‌ای می‌توان به تحقیق گلفمن [15] اشاره نمود. این محقق با محاسبه فرکانس طبیعی پوسته مشبک کامپوزیتی استوانه‌ای ساخته شده از الیاف کربن و رزین اپوکسی به بررسی پایداری دینامیکی این سازه با در نظر گرفتن خواص میرایی سازه پرداخت. لیانگ و همکاران نیز به روش المان محدود و تحلیل نرم افزاری علاوه بر بررسی کمانش پوسته مشبک کامپوزیتی استوانه‌ای به بررسی رفتار دینامیکی این سازه اقدام نمود [16].

$$\phi = \sin^{-1} \left(\frac{R_1 \sin \phi_1}{R} \right) \quad (3)$$


$$\varepsilon_{x\theta} = \varepsilon_{x\theta}^0 + \chi_{x\theta} \left(\frac{th}{2} \right) \quad (3-6)$$

که در آن th ضخامت پوسته خارجی می‌باشد. با استفاده از رابطه (6) و استفاده از ماتریس تبدیل، مطابق با رابطه (7)، کرنش‌ها در ریبها بدست می‌آیند.

$$\begin{bmatrix} \varepsilon_l \\ \varepsilon_t \\ \varepsilon_{lt} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} c^2 & s^2 & sc \\ s^2 & c^2 & -sc \\ 2sc & -2sc & s^2 - c^2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \varepsilon_x \\ \varepsilon_\theta \\ \varepsilon_{x\theta} \end{bmatrix} \quad (7)$$

که در آن $c = \cos(\phi)$ ، $s = \sin(\phi)$ ، کرنش در راستای طولی ریبها، ε_l کرنش در راستای عرضی ریبها و ε_{lt} کرنش برشی در مقطع عرضی ریبها می‌باشد. با داشتن کرنش‌ها، نیروهای طولی و عرضی ریبها نیز بدست می‌آید.

$$F_{l1} = AE_1 \varepsilon_{l1} = AE_1 (\varepsilon_x c^2 + \varepsilon_\theta s^2 - \varepsilon_{x\theta} sc)$$

$$F_{l1} = AE_1 \varepsilon_{l1} = AE_1 (\varepsilon_x c^2 + \varepsilon_\theta s^2 - \varepsilon_{x\theta} sc)$$

$$F_{lt1} = AG \varepsilon_{lt1} = AG (-2sc \varepsilon_x + 2sc \varepsilon_\theta + \varepsilon_{x\theta} (s^2 - c^2))$$

$$F_{lt2} = AG \varepsilon_{lt2} = AG (2sc \varepsilon_x - 2sc \varepsilon_\theta + \varepsilon_{x\theta} (s^2 - c^2)) \quad (8)$$

در این رابطه‌ها E_1 مدول الاستیسیته ریبها در جهت طولی خود، G مدول برشی ریبها و A مساحت سطح مقطع ریبها می‌باشد. با در نظر گرفتن شکل‌های 2 و 3 برآیند نیروهای وارد بر سلول مشبک مطابق با رابطه (9) می‌باشد.

$$F_x = (F_{l1} + F_{l2})c + (F_{lt1} - F_{lt2})s$$

$$F_x = (F_{l1} + F_{l2})c + (F_{lt1} - F_{lt2})s$$

$$F_{x\theta} = (F_{l2} - F_{l1})s + (F_{lt1} - F_{lt2})c \quad (9)$$

نیروهای غشایی معادل N_x ، N_θ و $N_{x\theta}$ از تقسیم رابطه (9) بر لبه‌های مجاور خود در سلول مشبک بدست می‌آیند. با استفاده از رابطه‌های (6) و (7) و جایگذاری در (9) و تقسیم نتیجه‌ها بر طول لبه‌های متناظر، رابطه‌های (10) بدست می‌آیند.

$$N_x = \frac{A}{a} [2(E_1 c^3 - 2Gcs^2) \varepsilon_x^0 + 2(E_1 + 2G)cs^2 \varepsilon_\theta^0 + (E_1 c^3 - 2Gcs^2) t \chi_x + (E_1 + 2G)cs^2 t \chi_\theta]$$

$$N_\theta = \frac{A}{b} [2(E_1 sc^2 + 2Gsc^2) \varepsilon_x^0 + (2E_1 s^3 - 4Gsc^2) \varepsilon_\theta^0 + (E_1 sc^2 + 2Gsc^2) t \chi_x + (E_1 s^3 - 2Gsc^2) t \chi_\theta]$$

$$N_{x\theta} = \frac{A}{a} [2(E_1 cs^2 - Gc^3 + Gcs^2) \varepsilon_{x\theta}^0 + (E_1 cs^2 - Gc^3 + Gcs^2) t \chi_{x\theta}] \quad (10)$$

3-2- تحلیل گشتاورها

نیروهای برشی روی سطح برخوردی پوسته خارجی و ریبها وجود دارد. گشتاورهای ایجاد شده روی قسمت مشبک و پوسته خارجی ناشی از نیروهای برشی بین آنها می‌باشد. این گشتاورها که در سطح میانی پوسته وجود داشته، با حاصلضرب نیرو در نصف ضخامت پوسته خارجی برابر می‌باشند [11,5]. با انجام محاسبات مشابه با آنالیز نیرو در سلول واحد، گشتاورها روی سلول واحد مطابق با (11)، (12) و (13) بدست می‌آیند.

$$M_x = \frac{Ath}{2a} [2(E_1 c^3 - 2Gcs^2) \varepsilon_x^0 + 2(E_1 + 2G)cs^2 \varepsilon_\theta^0 + (E_1 c^3 - 2Gcs^2) t \chi_x + (E_1 + 2G)cs^2 t \chi_\theta] \quad (11)$$

$$M_\theta = \frac{Ath}{2b} [2(E_1 sc^2 + 2Gsc^2) \varepsilon_x^0 + (2E_1 s^3 - 4Gsc^2) \varepsilon_\theta^0 + (E_1 sc^2 + 2Gsc^2) t \chi_x + (E_1 s^3 - 2Gsc^2) t \chi_\theta] \quad (12)$$

$$M_{x\theta} = \frac{Ath}{2a} [2(E_1 cs^2 - Gc^3 + Gcs^2) \varepsilon_{x\theta}^0 + (E_1 cs^2 - Gc^3 + Gcs^2) t \chi_{x\theta}] \quad (13)$$

$$a_{sp} = \frac{2\pi R}{n_{sp}} \cos \phi \quad (4)$$

$$R = R_1 + x \sin \alpha \quad (5)$$

همچنین R شعاع کلی پوسته مخروطی می‌باشد.

3- سفتی معادل پوسته مخروطی

برای محاسبه فرکانس‌های ارتعاشی پوسته مشبک مخروط کامپوزیتی تشکیل شده از پوسته خارجی و بخش مشبک داخلی در درجه اول نیاز به تعیین سفتی معادل کل سازه مخروطی می‌باشد. ابزار تحلیلی بکار رفته در این تحقیق به نام تقریب معادل‌سازی تقویت کننده‌ها می‌باشد. در این روش با انجام محاسبه‌های ریاضی، بخش مشبک و تقویت کننده سازه به یک چیدمان لایه‌ای معادل تبدیل می‌گردد. در نهایت سازه اولیه متشکل از دو بخش شامل پوسته خارجی و قسمت مشبک، به سازه متشکل از پوسته خارجی و لایه معادل قسمت مشبک تبدیل می‌گردد. بدین منظور یک سلول واحد از قسمت مشبک که در کل ساختار تکرار شده، در نظر گرفته می‌شود. در شکل‌های 2 و 3 این سلول به همراه نیروهای محوری، عرضی و گشتاور خمشی صفحه‌ای و همچنین نیروهای برشی روی آن نشان داده شده است. برای محاسبه سفتی در سلول نشان داده شده در این شکل، عکس العمل‌های میان پوسته خارجی و قسمت مشبک منظور می‌گردد. در ادامه سفتی معادل کل سازه بر مبنای مؤلفه‌های کرنش و انحنای لایه میانی محاسبه و تعیین می‌گردد. بدین منظور فرض‌های زیر در نظر گرفته می‌شود.

- 1- ریبها علاوه بر بار محوری، بار برشی را نیز تحمل می‌کنند.
- 2- توزیع کرنش‌ها و تنش‌های اعمالی به سطح مقطع بصورت یکنواخت می‌باشد.
- 3- تنش برشی به ریبها اعمال نمی‌گردد.
- 4- نیروی برشی باعث انتقال بار از بخش مشبک به پوسته خارجی می‌گردد.

3-1- تحلیل نیروهای غشایی

نیروهای مؤلفه‌های کرنش و تغییر انحنای لایه میانی پوسته خارجی به صورت ε_x^0 ، ε_θ^0 ، $\varepsilon_{x\theta}^0$ ، χ_x ، χ_θ ، $\chi_{x\theta}$ در نظر گرفته می‌شود. کرنش‌ها در محل همپوشانی پوسته خارجی و قسمت مشبک با استفاده از تئوری کلاسیک ورق‌ها همانند رابطه (6) می‌باشد.

$$\varepsilon_x = \varepsilon_x^0 + \chi_x \left(\frac{th}{2} \right) \quad (1-6)$$

$$\varepsilon_\theta = \varepsilon_\theta^0 + \chi_\theta \left(\frac{th}{2} \right) \quad (2-6)$$

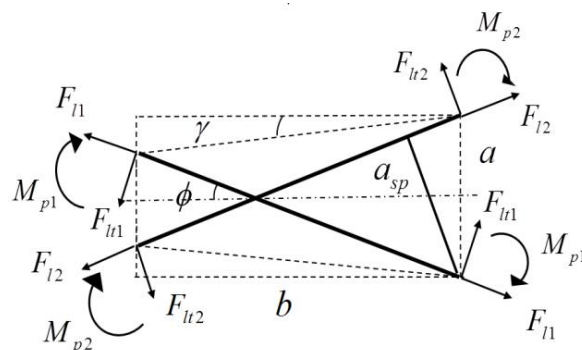


Fig. 2 The in-plane forces and moments on the unit cell

شکل 2 نیروها و گشتاورهای درون صفحه‌ای روی سلول واحد

$$a_{14} = \frac{1}{a_{sp}} E_1 A \cos(\phi)^4 t h, a_{15} = \frac{1}{a_{sp}} E_1 A \sin(\phi)^2 \cos(\phi)^2 t h$$

$$a_{22} = \frac{2}{a_{sp}} \frac{1}{\cos(\gamma)} E_1 A \sin(\phi)^3 \sin(\phi - \gamma)$$

$$a_{24} = \frac{1}{a_{sp}} \frac{1}{\cos(\gamma)} E_1 A \sin(\phi) \sin(\phi - \gamma) \cos(\phi)^2 t h$$

$$a_{25} = \frac{1}{a_{sp}} \frac{1}{\cos(\gamma)} E_1 A \sin(\phi)^3 \sin(\phi - \gamma) t h$$

$$a_{33} = \frac{2}{a_{sp}} E_1 A \sin(\phi) \sin(\phi - \gamma) \cos(\phi)^2$$

$$a_{36} = \frac{1}{a_{sp}} \frac{1}{\cos(\gamma)} E_1 A \sin(\phi) \sin(\phi - \gamma) \cos(\phi)^2 t h$$

$$a_{44} = \frac{1}{2 a_{sp}} E_1 A \cos(\phi)^4 t h^2$$

$$a_{45} = \frac{1}{2 a_{sp}} E_1 A \sin(\phi)^2 \cos(\phi)^2 t h^2$$

$$a_{55} = \frac{1}{2 a_{sp}} \frac{1}{\cos(\gamma)} E_1 A \sin(\phi)^3 \sin(\phi - \gamma) t h^2$$

$$a_{66} = \frac{1}{2 a_{sp}} E_1 A \sin(\phi) \sin(\phi - \gamma) \cos(\phi)^2 t h^2$$

$$a_{21} = a_{12}, a_{41} = a_{14}, a_{51} = a_{15}, a_{42} = a_{24}$$

$$a_{52} = a_{25}, a_{54} = a_{45}, a_{63} = a_{36} \quad (19)$$

همچنین برآیند نیروهای غشایی و گشتاورها روی پوسته خارجی بر مبنای مولفه های کرنش لایه میانی پوسته را می توان باماتریس (20) و برآیند نیروهای برشی عرضی را با ماتریس (21) بیان نمود [21].

$$\begin{bmatrix} N_x^{sh} \\ N_\theta^{sh} \\ N_{x\theta}^{sh} \\ M_x^{sh} \\ M_\theta^{sh} \\ M_{x\theta}^{sh} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} b_{11} & b_{12} & 0 & c_{11} & c_{12} & 0 \\ b_{21} & b_{22} & 0 & c_{21} & c_{22} & 0 \\ 0 & 0 & b_{33} & 0 & 0 & c_{33} \\ c_{11} & c_{12} & 0 & d_{11} & d_{12} & 0 \\ c_{21} & c_{22} & 0 & d_{21} & d_{22} & 0 \\ 0 & 0 & c_{33} & 0 & 0 & d_{33} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \varepsilon_x^0 \\ \varepsilon_\theta^0 \\ \varepsilon_{x\theta}^0 \\ \chi_x \\ \chi_\theta \\ \chi_{x\theta} \end{bmatrix} \quad (20)$$

$$\begin{bmatrix} Q_x^{sh} \\ Q_\theta^{sh} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \dot{c}_{77} & 0 \\ 0 & \dot{c}_{88} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \varepsilon_{xz}^0 \\ \varepsilon_{\theta z}^0 \end{bmatrix} \quad (21)$$

که در ماتریس (19)، $\dot{c}_{77} = K c_{77}$ و $\dot{c}_{88} = K c_{88}$ بوده و ضریب تصحیح برشی می باشد. همچنین ضریب های ماتریس (20) و (21) مطابق با رابطه (22) می باشند.

$$(b_{ij}, c_{ij}, d_{ij}) = \int_{-\frac{t}{2}}^{\frac{t}{2}} A_{ij} (1, z, z^2) dz \quad (22)$$

در رابطه (22)، A_{ij} سفتی تک لایه در ساختار چند لایه پوسته خارجی می باشد.

در نهایت، برآیند نیروها و گشتاورهای سازه مخروطی مشبک، ترکیب این مقادیر برای ریبها در قسمت مشبک سازه و پوسته خارجی مطابق با رابطه (23) برای نیروهای غشایی و گشتاورها و (24) برای نیروی برشی عرضی می باشد.

$$\begin{bmatrix} N \\ M \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} V^{rib} N^{rib} + V^{sh} N^{sh} \\ V^{rib} M^{rib} + V^{sh} M^{sh} \end{bmatrix} \quad (23)$$

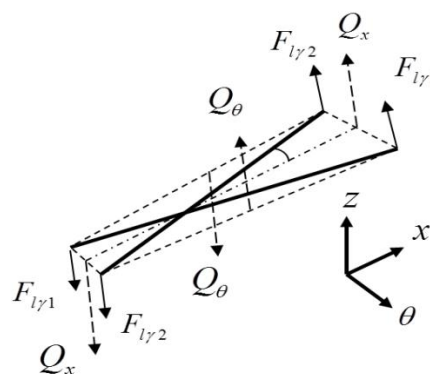


Fig. 3 The shear forces on the unit cell

شکل 3 نیروهای برشی روی سلول واحد

3-3- تحلیل نیروی برشی

شکل 3 نیروی برشی عرضی در سلول واحد را نشان می دهد. همچنین معادله (14) ارتباط کرنش عرضی ریبها را با کرنش عرضی پوسته خارجی نشان می دهد [11].

$$\begin{bmatrix} \varepsilon_{ly} \\ \varepsilon_{ly} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} c & s \\ -s & c \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \varepsilon_{xz} \\ \varepsilon_{\theta z} \end{bmatrix} \quad (14)$$

در این رابطه، ε_{ly} و ε_{ly} کرنش برش عرضی در ریبها و ε_{xz} و $\varepsilon_{\theta z}$ کرنش برشی عرضی در پوسته می باشد. با توجه به این روابط، نیروی برشی عرضی مطابق با رابطه (15) می باشد.

$$\begin{aligned} F_{ly1} &= AG(c\varepsilon_{xz} + s\varepsilon_{\theta z}) \\ F_{ly2} &= AG(c\varepsilon_{xz} - s\varepsilon_{\theta z}) \end{aligned} \quad (15)$$

با استفاده از این رابطه و در نظر گرفتن شکل 3، برآیند نیروهای برشی روی سلول واحد مطابق با رابطه (16) خواهد بود.

$$\begin{aligned} Q_x^{rib} &= \frac{1}{a} (F_{ly1} + F_{ly2}) \\ Q_\theta^{rib} &= \frac{1}{b} (F_{ly1} - F_{ly2}) \end{aligned} \quad (16)$$

با استفاده از رابطه (16)، برآیند نیروهای برشی عرضی در ریبها به فرم ماتریس (17) می باشد.

$$\begin{bmatrix} Q_x^{rib} \\ Q_\theta^{rib} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{2}{a_{sp}} AG \cos(\phi)^2 & 0 \\ \frac{2}{a_{sp}} AG \sin(\phi) \cos(\phi) (\tan(\phi) - \tan(\gamma)) & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \varepsilon_{xz}^0 \\ \varepsilon_{\theta z}^0 \end{bmatrix} \quad (17)$$

4-3 سفتی معادل پوسته مخروطی

رابطه های (8) الی (13) و (17)، توزیع نیروها و گشتاورها در بخش مشبک سازه مخروطی را نشان می دهد. معادله های (8) الی (13) را می توان با ماتریس (18) نشان داد.

$$\begin{bmatrix} N_x^{rib} \\ N_\theta^{rib} \\ N_{x\theta}^{rib} \\ M_x^{rib} \\ M_\theta^{rib} \\ M_{x\theta}^{rib} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & 0 & a_{14} & a_{15} & 0 \\ a_{21} & a_{22} & 0 & a_{24} & a_{25} & 0 \\ 0 & 0 & a_{33} & 0 & 0 & a_{36} \\ a_{41} & a_{42} & 0 & a_{44} & a_{45} & 0 \\ a_{51} & a_{52} & 0 & a_{54} & a_{55} & 0 \\ 0 & 0 & a_{63} & 0 & 0 & a_{66} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \varepsilon_x^0 \\ \varepsilon_\theta^0 \\ \varepsilon_{x\theta}^0 \\ \chi_x \\ \chi_\theta \\ \chi_{x\theta} \end{bmatrix} \quad (18)$$

که ضریب های ماتریس (18) بر مبنای تئوری کلاسیک لایه ها [11] مطابق با (19) می باشد.

$$a_{11} = \frac{2}{a_{sp}} E_1 A \cos(\phi)^4, a_{12} = \frac{2}{a_{sp}} E_1 A \sin(\phi)^2 \cos(\phi)^2$$

$$\frac{\partial N_s}{\partial S} + \frac{N_s - N_\theta}{S} + \frac{1}{S \cdot \sin(\alpha)} \frac{\partial N_{s\theta}}{\partial \theta} = I_1 \ddot{u}^2$$

$$\frac{1}{S \cdot \sin(\alpha)} \frac{\partial N_\theta}{\partial \theta} + \frac{\partial N_{s\theta}}{\partial S} + \frac{2N_{s\theta}}{S} + \frac{Q_\theta}{S \cdot \tan(\alpha)} = I_1 \ddot{v}^2$$

$$\frac{\partial Q_s}{\partial S} + \frac{Q_s}{S} + \frac{1}{S \cdot \sin(\alpha)} \frac{\partial Q_\theta}{\partial \theta} + \frac{N_\theta}{S \cdot \tan(\alpha)} = I_1 \ddot{w}^2 \quad (26)$$

که

$$Q_s = \frac{M_s}{S} + \frac{\partial M_s}{\partial S} + \frac{1}{S \cdot \sin(\alpha)} \frac{\partial M_{s\theta}}{\partial \theta} - \frac{M_\theta}{S}$$

$$Q_\theta = \frac{1}{S \cdot \sin(\alpha)} \frac{\partial M_\theta}{\partial \theta} + \frac{\partial M_{s\theta}}{\partial S} + \frac{2M_{s\theta}}{S}$$

و شرایط مرزی برای پوسته عبارتند از:

$$N_{0s} - N_s = 0 \quad \text{یا} \quad u_0 = 0$$

$$v_0 = 0 \quad \text{یا} \quad \left(N_{0s\theta} - \frac{N_{0s\theta}}{s \tan(\alpha)} \right) - \left(N_{s\theta} - \frac{N_{s\theta}}{s \tan(\alpha)} \right) = 0$$

$$\left(Q_{0s} - \frac{1}{s \cdot \sin(\alpha)} \frac{\partial M_{0s\theta}}{\partial \theta} \right) - \left(Q_s - \frac{1}{s \cdot \sin(\alpha)} \frac{\partial M_{s\theta}}{\partial \theta} \right) = 0$$

$$w_0 = 0 \quad \text{یا}$$

$$M_{0s} - M_s = 0 \quad \text{یا} \quad \psi_s = 0$$

و در (26)

$$I_1 = \sum_{i=1}^k \int_{t_{i-1}}^{t_i} \rho_i dz \quad (27)$$

فرض می‌گردد که ارتعاشات پوسته مشبک مخروطی با تعداد زیادی از موج‌ها به شکل برآمدگی‌ها و فرورفتگی‌ها در پوسته همراه بوده و طول این موج‌ها حداقل در یک جهت در مقایسه با شعاع و انحنا سطح میانی یا ابعاد پوسته کوچک می‌باشد. بنابراین می‌توان فرض کرد که هر نیم موج که یک پوسته با ابعاد کم می‌باشد، یک پوسته کم عمق است. با در نظر گرفتن این فرض و بکار بردن ملاحظه‌های پوسته کم عمق در معادله‌های سینماتیکی و معادله‌های حرکت پوسته مخروطی، معادله حرکت پوسته نازک مخروطی بر مبنای جابجایی‌ها با رابطه (28) تعریف می‌گردد.

$$B_{11} S_1^2 e^{2x} (u_{,xx} + u_{,x}) + \frac{B_{12}}{\sin(\alpha)} (v_{,x\theta} - v_{,\theta} - (w_{,x} - w) \cdot \cos(\alpha)) + \frac{B_{33}}{\sin(\alpha)^2} (v_{,x\theta} \cdot \sin(\alpha)^2 + u_{,\theta\theta} S_1^2 e^{2x}) - C_{11} S_1^3 e^{3x} \cdot (w_{,xxx} + 2w_{,xx}) - \frac{C_{12}}{S_1 e^x \sin(\alpha)^2} (w_{,xx} S_1^2 e^{2x} \sin(\alpha)^2 - 2w_{,\theta\theta} + w_{,x\theta\theta}) - \frac{2C_{33} w_{,x\theta\theta}}{S_1 e^x \sin(\alpha)^2} = I_1 u_{,tt}$$

$$\frac{B_{21}}{\sin(\alpha)} u_{,x\theta} + \frac{B_{22}}{S_1^2 e^{2x} \sin(\alpha)^2} (v_{,\theta\theta} - w_{,\theta} \cos(\alpha)) + \frac{B_{33}}{\sin(\alpha)} \cdot ((v_{,xx} + v_{,x}) S_1^2 e^{2x} \sin(\alpha) - u_{,\theta} + u_{,x\theta}) - \frac{C_{21} w_{,xx\theta}}{S_1^3 e^{3x} \sin(\alpha)} - \frac{C_{22}}{S_1^3 e^{3x} \sin(\alpha)^3} (w_{,xx} S_1^2 e^{2x} \sin(\alpha)^2 - w_{,\theta\theta\theta}) - \frac{2C_{33} S_1 e^x}{\sin(\alpha)^2}$$

$$\begin{bmatrix} Q_x \\ Q_\theta \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} V^{rib} Q_x^{rib} + V^{sh} Q_x^{sh} \\ V^{rib} Q_\theta^{rib} + V^{sh} Q_\theta^{sh} \end{bmatrix} \quad (24)$$

که V^{sh} و V^{rib} درصد حجمی ریبها و پوسته خارجی در ساختار سازه مشبک می‌باشند.

4- رابطه‌های سینماتیکی پوسته مخروطی

برای ارایه رابطه‌های سینماتیکی در این فصل و معادله‌های حرکت پوسته مخروطی از شکل کمکی 4 استفاده می‌گردد. در این شکل علاوه بر نمایش پارامترهای پوسته مخروطی که در شکل 1 نشان داده نشده، ارتباط مختصه کمکی S با مختصه اصلی χ مشخص گردیده است. این ارتباط با رابطه $S = S_1 e^x$ تعیین می‌گردد. با در نظر گرفتن این تغییر مختصات جدید، رابطه جدید برای پوسته نازک مخروطی مطابق با فرمول (25) خواهد بود [21].

$$\varepsilon_s^0 = \frac{\partial u}{\partial S}, \varepsilon_\theta^0 = \frac{1}{S \cdot \sin(\alpha)} \frac{\partial v}{\partial \theta} + \frac{w}{S \cdot \tan(\alpha)} + \frac{u}{S}$$

$$\varepsilon_{s\theta}^0 = \frac{\partial v}{\partial S} + \frac{1}{S \cdot \sin(\alpha)} \frac{\partial u}{\partial \theta} - \frac{v}{S}, \chi_s = \frac{\partial \psi_s}{\partial S}$$

$$\chi_\theta = \frac{1}{S \cdot \sin(\alpha)} \frac{\partial \psi_\theta}{\partial \theta} + \frac{\psi_s}{S}, \chi_{s\theta} = \frac{\partial \psi_\theta}{\partial S} + \frac{1}{S \cdot \sin(\alpha)} \frac{\partial \psi_s}{\partial \theta} - \frac{\psi_\theta}{S}$$

$$\psi_s = -\frac{\partial w}{\partial S}, \psi_\theta = \frac{v}{S \cdot \tan(\alpha)} - \frac{1}{S \cdot \sin(\alpha)} \frac{\partial w}{\partial \theta} \quad (25)$$

5- معادله‌های حرکت پوسته مخروطی

با در نظر گرفتن شکل 4، معادله‌های حرکت پوسته مخروطی نازک مطابق با رابطه (26) می‌باشد [21].

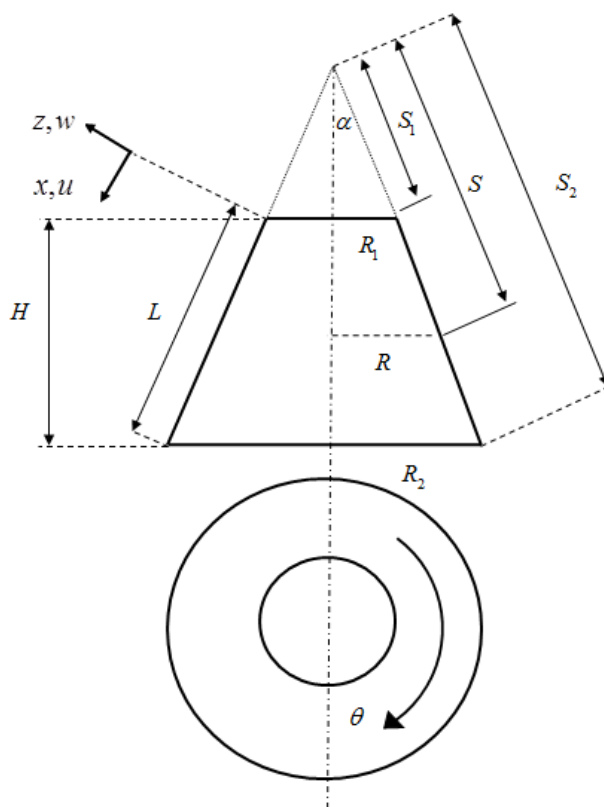


Fig. 4 The auxiliary figure of the conical shell

شکل 4 شکل کمکی پوسته مخروطی

در رابطه های (31) و (32)، $x_0 = \ln S_2/S_1$ می باشد. بدیهی است که با جایگذاری رابطه (29) و مشتق های آن در (28) و پس از انجام محاسبات ریاضی و مساوی صفر قراردادن ماتریس ضریب های مرتب شده بر اساس U_{mn} ، V_{mn} و W_{mn} ، فرکانس طبیعی پوسته مشبک مخروطی کامپوزیتی با شرایط مرزی تکیه گاهی ساده بدون قید محوری بدست می آید. واضح است که سری های سینوسی به غیر از ترم های تعریف شده (33)، همواره در دو انتهای پوسته مقادیر صفر را دارند.

$$V_{mn}(0) = v_0, \quad V_{mn}(x_0) = v_{x_0} \\ W_{mn}(0) = w_0, \quad W_{mn}(x_0) = w_{x_0} \quad (33)$$

لذا برای عمومیت دادن به کاربرد این روش برای محاسبه فرکانس های طبیعی پوسته مشبک مخروطی کامپوزیتی در شرایط مرزی مختلف از تبدیل استوکس استفاده می گردد. بدین منظور پوسته با شرایط مرزی سر آزاد و بدون قید مماسی در دوانتها در نظر گرفته می شود [17]. شرایط مرزی برای چنین پوسته ای مطابق با رابطه (34) می باشد.

$$u = N_{x\theta} = Q_{x\theta} = \frac{\partial w}{\partial x} = 0, \quad (x = 0, x_0) \quad (34)$$

هر هشت شرط مرزی داده شده در (34)، ترم به ترم با سری های کسینوس-سینوس-سینوس ارضا می گردند. بنابراین تبدیل استوکس برای اعمال قیود جهت ارضای شرایط مرزی بکار می رود [17]. با توجه به تبدیل استوکس، مشتقات میدان جابجایی مطابق با فرمول های (35) خواهد بود.

$$u(x, \theta, t) = \sum_{m=1}^{\infty} \sum_{n=1}^{\infty} U_{mn} \cos(\lambda x) \cos(\eta \theta) \cdot \cos(\omega t), \quad 0 \leq x \leq x_0 \\ u_{,x} = -\left(\frac{\pi}{x_0}\right) \sum_{m=1}^{\infty} \sum_{n=1}^{\infty} m U_{mn} \sin(\lambda x) \cos(\eta \theta) \cdot \cos(\omega t), \quad 0 < x < x_0 \\ u_{,x}(0, \theta) = -\left(\frac{\pi^2}{2x_0}\right) \bar{u}_0 \cos(\eta \theta), \\ u_{,x}(x_0, \theta) = -\left(\frac{\pi^2}{2x_0}\right) \bar{u}_{x_0} \cdot \cos(\eta \theta), \\ u_{,xx} = -\left(\frac{\pi}{x_0}\right)^2 \left(\frac{\bar{u}_0 + \bar{u}_{x_0}}{2} + \sum_{m=1}^{\infty} \sum_{n=1}^{\infty} (\bar{u}_0 + \bar{u}_{x_0}(-1)^m - m^2 U_{mn}) \cos(\lambda x) \cos(\eta \theta) \cos(\omega t), \quad 0 \leq x \leq x_0 \\ v(x, \theta, t) = \sum_{m=1}^{\infty} \sum_{n=1}^{\infty} V_{mn} \sin(\lambda x) \sin(\eta \theta) \cdot \cos(\omega t), \quad 0 < x < x_0 \\ v(0, \theta) = -\left(\frac{\pi}{2}\right) v_0 \sin(\eta \theta), \quad v(x_0, \theta) = -\left(\frac{\pi}{2}\right) v_{x_0} \sin(\eta \theta) \\ v_{,x} = \left(\frac{\pi}{x_0}\right) \left(\frac{v_0 + v_{x_0}}{2} + \sum_{m=1}^{\infty} \sum_{n=1}^{\infty} (v_0 + v_{x_0}(-1)^m + m V_{mn}) \cos(\lambda x) \sin(\eta \theta) \cos(\omega t), \quad 0 \leq x \leq x_0 \\ v_{,xx} = -\left(\frac{\pi}{x_0}\right)^2 \left(\sum_{m=1}^{\infty} \sum_{n=1}^{\infty} (v_0 m + v_{x_0} m(-1)^m + m^2 V_{mn}) \sin(\lambda x) \sin(\eta \theta) \cos(\omega t), \quad 0 < x < x_0\right.$$

$$\cdot w_{,xx\theta} = I_1 v_{,tt}, \\ \frac{B_{21}}{\tan(\alpha)} u_{,x} + \frac{B_{22}}{S_1^2 e^{2x} \tan(\alpha)} (v_{,\theta} \cos(\alpha) - w) + 2C_{11} S_1^3 e^{3x} \cdot (3u_{,xx} + 2u_{,x} + u_{,xxx}) + \frac{C_{12} S_1 e^x}{\sin(\alpha)} (v_{,x\theta} - v_{,\theta} + (w - w_{,x}) \cdot \cos(\alpha)) + \frac{C_{21}}{S_1 e^x \sin(\alpha)^2} (u_{,x\theta\theta} - \frac{1}{2} w_{,xx} \cdot \sin(2\alpha)) + \frac{C_{22}}{S_1^3 e^{3x}} \cdot \frac{1}{\sin(\alpha)^3} (v_{,\theta\theta\theta} - (w_{,\theta\theta} + w_{,x} \sin(\alpha)^2 + w_{,x} \sin(\alpha)^2 + w_{,\theta\theta})) \cdot \cos(\alpha) + \frac{2C_{33} S_1 e^x}{\sin(\alpha)} (v_{,xx\theta} + v_{,x\theta} - S_1^{-1} e^{-x} (u_{,\theta\theta} - u_{,x\theta\theta})) - D_{11} S_1^4 e^{4x} (6w_{,xx} + w_{,xxx} - 5w_{,xxx}) + \frac{D_{12}}{S_1 e^x \sin(\alpha)^2} \cdot (-w_{,xxx} S_1^2 e^{2x} \sin(\alpha)^2 - 2w_{,\theta\theta} + 3w_{,x\theta\theta}) - w_{,xx\theta\theta} - w_{,xx} \cdot S_1^2 e^{2x} \sin(\alpha)^2 - \frac{D_{21} w_{,xx\theta\theta}}{\sin(\alpha)^2} - \frac{D_{22}}{S_1^4 e^{4x} \sin(\alpha)^4} \cdot (w_{,x\theta\theta} \cdot S_1^2 e^{2x} \sin(\alpha)^2 + w_{,xxx}) - \frac{D_{33}}{\sin(\alpha)^4} (4w_{,xx\theta\theta} - w_{,x\theta\theta}) = I_1 w_{,tt} \quad (28)$$

6- میدان جابجایی و تبدیل استوکس

برای پوسته مخروطی مشبک کامپوزیتی، میدان جابجایی به عنوان تابعی از تعداد موج های محیطی n و تعداد موج های محوری m فرض می گردد. میدان جابجایی، مطابق با فرمول (29) در نظر گرفته می شود.

$$u(x, \theta, t) = U_{mn}(x) \cos(\eta \theta) \cos(\omega t) \\ v(x, \theta, t) = V_{mn}(x) \sin(\eta \theta) \cos(\omega t) \\ w(x, \theta, t) = W_{mn}(x) \cos(\eta \theta) \cos(\omega t) \quad (29)$$

که $U_{mn}(x)$ ، $V_{mn}(x)$ و $W_{mn}(x)$ توابع مودال محوری و ω فرکانس طبیعی می باشد. مهم ترین و مشکل ترین بخش در این تحلیل مربوط به انتخاب سری های مناسب برای تابع های مودال می باشد. یک سری مناسب که پاسخگوی شرایط مرزی تکیه گاهی ساده باشد را می توان با فرمول های (30) نشان داد.

$$U_{mn}(x) = \sum_{m=1}^{\infty} \sum_{n=1}^{\infty} U_{mn} \cos(\lambda x), \\ V_{mn}(x) = \sum_{m=1}^{\infty} \sum_{n=1}^{\infty} V_{mn} \sin(\lambda x), \\ W_{mn}(x) = \sum_{m=1}^{\infty} \sum_{n=1}^{\infty} W_{mn} \sin(\lambda x), \quad (30)$$

که در (29) و (30)

$$\lambda = \frac{m\pi}{x_0}, \quad \eta = n \quad (31)$$

و برای حل دقیق پوسته با شرایط تکیه گاه ساده بدون قید محوری در دو سر آن، شرایط مرزی در دو انتهای پوسته عبارتند از:

$$N_x = v = w = M_x = 0, \quad (x = 0, x_0) \quad (32)$$

$$\left\{ \begin{bmatrix} K_{11} & K_{12} & K_{13} \\ & K_{22} & K_{23} \\ & & K_{33} \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} I_1 & 0 & 0 \\ 0 & I_1 & 0 \\ 0 & 0 & I_1 \end{bmatrix} \omega^2 \right\} \begin{bmatrix} U_{mn} \\ V_{mn} \\ W_{mn} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \Phi_1 \\ \Phi_2 \\ \Phi_3 \end{bmatrix} \quad (37)$$

در معادله (37) ضریب‌های K و Φ به ترتیب مطابق با رابطه‌های (38) و (39) می‌باشند.

$$\begin{aligned} K_{11} &= \frac{1}{2} \left(\frac{(e^{2x_0} - 1)S_1^2}{\left(\frac{m^2\pi^2}{x_0^2} + 2\right)x_0^5} (m^2\pi^2 \cos(\alpha)^2 - \left(\frac{m^2\pi^2}{x_0^2} + 2\right) \right. \\ &\quad \cdot x_0^2 m^4 \pi^2) B_{11} \Big) + \frac{(e^{-2x_0} - 1)}{R_1^2 \left(\frac{m^2\pi^2}{x_0^2} + 1\right) x_0^3} \left(\frac{m^2\pi^2}{x_0^2} + 2\right) n^2 B_{33} \\ K_{12} &= \frac{1}{2} \frac{m^2\pi^2 n S_1}{R_1 x_0} (B_{11} + B_{33}) \\ K_{13} &= -\frac{m^2\pi S_1 \cos(\alpha)}{R_1 x_0} B_{12} + \frac{(e^{3x_0} - 1)m^4\pi^3 S_1^3}{\left(\frac{4m^2\pi^2}{x_0^2} + 9\right)x_0^4} + \left(\frac{1}{3} \right. \\ &\quad \cdot \left(\frac{4m^2\pi^2}{x_0^2} + 18\right) m^2 - 4x_0) C_{11} + \frac{S_1}{\left(\frac{4m^2\pi^2}{x_0^2} + 1\right)} \left(\frac{2}{\pi} \right. \\ &\quad \cdot (e^{x_0} - 1)m^3\pi^3 - \frac{x_0^2}{R_1^2} (e^{-x_0} - 1) + \left(\frac{4m^2\pi^2}{x_0^2} + 2\right) m^2 n^2 \pi \\ &\quad + \frac{4x_0^2}{R_1^2} (e^{-x_0} - 1)mn^2\pi) C_{12} - \frac{2(e^{-x_0} - 1)S_1}{R_1^2 \left(\frac{4m^2\pi^2}{x_0^2} + 1\right)} m^2 n^2 \pi \\ &\quad \cdot \left(\frac{4m^2\pi^2}{x_0^2} + 2\right) C_{33}, \\ K_{22} &= -\frac{1}{2} \frac{m^2\pi^2 S_1^2}{\left(\frac{m^2\pi^2}{x_0^2} + 1\right)x_0^5} ((m^3\pi^2(e^{2x_0} - 1) + mx_0^2 \\ &\quad \cdot (e^{2x_0} - 1))B_{33} - \frac{n^2 x_0^5}{R_1^2} (e^{-2x_0} - 1)B_{22}) \\ K_{23} &= \frac{(e^{-2x_0} - 1)m^2\pi^2 n \cos(\alpha)}{\left(\frac{m^2\pi^2}{x_0^2} + 1\right)x_0^3 R_1^2} B_{22} + \frac{2m^3\pi^2 n S_1^2}{\left(\frac{4m^2\pi^2}{x_0^2} + 1\right)x_0^5 R_1} \\ &\quad \cdot (2(e^{x_0} - 1)m^2\pi^2 C_{12} + 4(e^{x_0} - 1)m^2\pi^2 C_{33}) - x_0^2 \\ &\quad \cdot (e^{-x_0} - 1)\cos(\alpha)^2 C_{22}) - \frac{4(e^{-3x_0} - 1)m^2 n^3 \pi^2}{3 \left(\frac{4m^2\pi^2}{x_0^2} + 9\right) R_1^3} C_{22}, \\ K_{33} &= -\frac{1}{2} \frac{(e^{-2x_0} - 1)m^2\pi^2 \cos(\alpha)^4}{\left(\frac{m^2\pi^2}{x_0^2} + 1\right)x_0^3 R_1^2} B_{22} - \frac{4(e^{x_0} - 1)}{\left(\frac{4m^2\pi^2}{x_0^2} + 1\right)} \\ &\quad \cdot \frac{m^5\pi^4 S_1^2 \cos(\alpha)}{x_0^5 R_1} C_{12} + \frac{m^3\pi^2 S_1 \cos(\alpha)}{x_0^2 R_1} C_{12} - \frac{2(e^{-x_0} - 1)}{\left(\frac{4m^2\pi^2}{x_0^2} + 1\right)} \\ &\quad \cdot \frac{m^2\pi^2 \cos(\alpha)}{x_0^3 R_1} C_{22} - \frac{2(e^{-x_0} - 1)}{\left(\frac{4m^2\pi^2}{x_0^2} + 1\right)} \frac{m^2\pi^2 \cos(\alpha)}{x_0^3 R_1} C_{22} \\ &\quad - \frac{8(e^{-3x_0} - 1)}{3 \left(\frac{4m^2\pi^2}{x_0^2} + 9\right)} \frac{m^2 n^2 \pi^2 \cos(\alpha)}{x_0^3 R_1^3} C_{22} + \frac{(e^{3x_0} - 1)}{\left(\frac{4m^2\pi^2}{x_0^2} + 9\right)} \\ &\quad \cdot \frac{m^5\pi^4 S_1^3}{x_0^7} \left(\frac{4}{3} \cos(\alpha)^4 m^2 \pi^2 + \frac{1}{S_1^4} 10x_0^2 m^2 \cos(\alpha)^4 - 8x_0^7\right) \\ &\quad \cdot D_{11} + \frac{1}{\left(\frac{4m^2\pi^2}{x_0^2} + 1\right)} \frac{m^2\pi^2}{x_0^5} \left(2(e^{-x_0} - 1)\cos(\alpha)^4 m^5 \pi^2 - \frac{1}{R_1^4} \right. \\ &\quad \cdot 4(e^{-x_0} - 1)m^3 n^2 \pi^2 S_1^3 - 4(e^{x_0} - 1)m^3 \pi^2 S_1 \cos(\alpha)^4 - \frac{1}{R_1^2} \end{aligned}$$

$$v_{,xx}(0, \theta) = -\left(\frac{\pi^3}{2x_0^2}\right) \bar{v}_0 \sin(\eta\theta), v_{,xx}(x_0, \theta) = -\left(\frac{\pi^3}{2x_0^2}\right) \cdot \bar{v}_{x_0} \sin(\eta\theta)$$

$$w(x, \theta, t) = \sum_{m=1}^{\infty} \sum_{n=1}^{\infty} U_{mn} \sin(\lambda x) \cos(\eta\theta) \cdot \cos(\omega t), 0 < x < x_0$$

$$w(0, \theta) = -\left(\frac{\pi}{2}\right) w_0 \cos(\eta\theta), w(x_0, \theta) = -\left(\frac{\pi}{2}\right) w_{x_0} \cdot \cos(\eta\theta)$$

$$w_{,x} = \left(\frac{\pi}{x_0}\right) \left(\frac{w_0 + w_{x_0}}{2} + \sum_{m=1}^{\infty} \sum_{n=1}^{\infty} (w + w_{x_0}(-1)^m + mW_{mn}) \cos(\lambda x) \cos(\eta\theta) \cos(\omega t), 0 \leq x \leq x_0\right.$$

$$w_{,xx} = -\left(\frac{\pi}{x_0}\right)^2 \left(\sum_{m=1}^{\infty} \sum_{n=1}^{\infty} (w_0 m + w_{x_0} m(-1)^m + m^2 W_{mn}) \sin(\lambda x) \cos(\eta\theta) \cos(\omega t), 0 < x < x_0\right.$$

$$w_{,xx}(0, \theta) = -\left(\frac{\pi^3}{2x_0^2}\right) \bar{w}_0 \cos(\eta\theta),$$

$$w_{,xx}(x_0, \theta) = -\left(\frac{\pi^3}{2x_0^2}\right) \bar{w}_{x_0} \cos(\eta\theta)$$

$$w_{,xxx} = \left(\frac{\pi}{x_0}\right)^3 \left(\frac{\bar{w}_0 + \bar{w}_{x_0}}{2} + \sum_{m=1}^{\infty} \sum_{n=1}^{\infty} (\bar{w}_0 + \bar{w}_{x_0}(-1)^m - m^2 w_0 - m^2 w_0(-1)^m - m^3 W_{mn}) \cos(\lambda x) \cos(\eta\theta) \cdot \cos(\omega t), 0 \leq x \leq x_0\right.$$

$$w_{,xxx} = \left(\frac{\pi}{x_0}\right)^4 \left(\sum_{m=1}^{\infty} \sum_{n=1}^{\infty} (-m\bar{w}_0 - m\bar{w}_{x_0}(-1)^m + m^3 w_0 + m^3 w_{x_0}(-1)^m + m^4 W_{mn}) \sin(\lambda x) \cos(\eta\theta) \cdot \cos(\omega t), 0 \leq x \leq x_0\right.$$

$$w_{,xxxx}(0, \theta) = \bar{\bar{w}}_0 \cos(\eta\theta), w_{,xxxx}(x_0, \theta) = \bar{\bar{w}}_{x_0} \cos(\eta\theta) \quad (35)$$

بدیهی است که مشتق‌های نسبت به θ و t ساده‌تر محاسبه می‌گردند. به عنوان مثال مشتق‌های $w(x, \theta, t)$ نسبت به θ و t مطابق با فرمول (36) می‌باشد.

$$w_{,\theta} = -\eta \sum_{m=1}^{\infty} \sum_{n=1}^{\infty} U_{mn} \sin(\lambda x) \sin(\eta\theta) \cos(\omega t)$$

$$\theta = -\eta^2 \sum_{m=1}^{\infty} \sum_{n=1}^{\infty} U_{mn} \sin(\lambda x) \cos(\eta\theta) \cos(\omega t) \quad (36)$$

7- تحلیل

1-7- فرمول بندی

با جایگذاری میدان جابجایی و مشتق‌های آن از رابطه (35) و همچنین مشتق‌های میدان جابجایی نسبت به θ و t ، معادله ماتریسی (37) بدست می‌آید.

$$\begin{aligned}
 & \frac{2(-e^{-x_0}-1)m^2n\pi^2S_1^2}{R_1x_0^3\left(\frac{m^2\pi^2}{x_0^2}+1\right)} - \frac{2nS_1}{R_1x_0} - \frac{m^4n\pi^4S_1^4}{R_1x_0^5}\frac{4(-e^{-x_0}+1)}{\left(\frac{4m^2\pi^2}{x_0^2}+1\right)} \Big) C_{33}, \\
 f_8 = & \left(\frac{m^2\pi^2S_1^3}{R_1^3x_0^3}\cos(\alpha) + \frac{m^4\pi^4S_1^2}{R_1x_0^5}\frac{4(e^{x_0}-1)}{\left(\frac{4m^2\pi^2}{x_0^2}+1\right)}\cos(\alpha) \right) C_{12} + \\
 & \frac{2m^4\pi^4S_1^3\cos(\alpha)^4(e^{-3x_0}-1)}{\left(\frac{4m^2\pi^2}{x_0^2}+9\right)} \left(-\frac{2}{3}m^4\pi^2S_1^4 + \frac{4R_1^4x_0^2}{\cos(\alpha)^4} \right) D_{11} \\
 & \frac{2m^6\pi^4S_1^3(e^{3x_0}-1)}{R_1^2x_0^7\left(\frac{4m^2\pi^2}{x_0^2}+9\right)} \left(5R_1^2 + \frac{2}{3}m^2\pi^2S_1^2 \right) D_{11} + \frac{2m^2\pi^2S_1^3}{R_1^4x_0^3} \\
 & \cdot \frac{(e^{-x_0}-1)}{\left(\frac{4m^2\pi^2}{x_0^2}+1\right)} \left(3-3\pi S_1^2\cos(\alpha)^2 + \frac{2m^2\pi^3S_1}{x_0^2} + \frac{3\pi R_1^2}{2S_1^2} \right) D_{12} \\
 & + \frac{m^2n^2\pi^2S_1^2(e^{-2x_0}-1)}{R_1^2x_0^3\left(\frac{m^2\pi^2}{x_0^2}+4\right)} \left(1-\frac{2}{S_1^2} \right) D_{22} + \frac{2mn^2\pi S_1}{R_1^2x_0^2} \\
 & \cdot \left(\frac{m\pi(e^{-x_0}-1)}{\left(\frac{4m^2\pi^2}{x_0^2}+1\right)x_0} + \frac{m\pi S_1^2\cos(\alpha)^2}{R_1^2} - \frac{2S_1^2x_0}{R_1^2} \right) D_{33}, \\
 f_9 = & \left(-\frac{2m^4\pi^4S_1^3}{x_0^5}\frac{(e^{3x_0}-1)}{\left(\frac{4m^2\pi^2}{x_0^2}+9\right)} \left(5+\frac{2m^2\pi^2}{3x_0^2} \right) - 10\cos(\alpha)^4 \right. \\
 & \cdot \frac{m^2\pi^2S_1^7}{R_1^4x_0^3} \Big) D_{11} - \frac{m^4\pi^4S_1}{x_0^5} \left(\frac{(e^{x_0}-1)}{\left(\frac{4m^2\pi^2}{x_0^2}+1\right)} + \frac{(e^{x_0}+1)}{\left(\frac{m^2\pi^2}{x_0^2}+1\right)} \right) D_{12}
 \end{aligned} \quad (40)$$

عبارت‌های Φ_3 و Φ_2 ، Φ_1 بر اساس ترم‌های مقادیر مرزی در دو لبه پوسته یعنی N_x^0 ، $N_x^{x_0}$ ، M_x^0 ، $M_x^{x_0}$ ، v_0 ، v_{x_0} ، w_0 و w_{x_0} و ناشی از بکاربردن تبدیل استوکس می باشند. با استفاده از رابطه‌های (37) الی (40) ضریب‌های فوریه به فرم بدیهی بر اساس ترم‌های مقادیر مرزی غیر مشخص قابل تعریف است. همچنان که پیشتر اشاره گردید، این نتیجه‌ها در حالت کلی برای هر ترکیبی از شرایط مرزی مورد استفاده خواهند بود. پس از اعمال قیدهای مرزی برای شرایط مرزی هندسی و طبیعی، معادله ماتریسی (41) بدست می آید. برای جزئیات بیشتر می توان به مرجع [17] مراجعه نمود.

$$[\epsilon_{ij}][N_x^0 \ N_x^{x_0} \ M_x^0 \ M_x^{x_0} \ v_0 \ v_{x_0} \ w_0 \ w_{x_0}] = [0] \quad (i, j = 1, 2, \dots, 8) \quad (41)$$

برای بدست آوردن جواب غیر صفر (41)، دترمینان ضریب‌های ماتریس بایستی به شکل ذیل باشد.

$$|\epsilon_{ij}| = 0 \quad (i, j = 1, 2, \dots, 8) \quad (42)$$

و مقادیر ویژه این معادله مشخصه فرکانس‌های طبیعی پوسته مشبک می‌باشد. بردارهای ویژه متناظر با مقادیر ویژه نیز مشخص کننده شکل مودها می‌باشند. برای بدست آوردن معادله مشخصه متناسب با شرایط مرزی مطلوب، نیاز به اعمال این شرایط مرزی و انجام تیلورینگ می باشد [17]. به عنوان مثال، در صورتیکه شرایط مرزی پوسته در دو سر بصورت تکیه‌گاه ساده بدون نیروی محوری باشد، معادله فرکانسی این نوع شرط مرزی بصورت مستقیم از دترمینان سه در سه (43) به شکل ذیل بدست می آید.

$$\begin{vmatrix}
 K_{11} - I_1\omega^2 & K_{12} & K_{13} \\
 K_{22} - I_1\omega^2 & K_{23} & \\
 K_{33} - I_1\omega^2 & &
 \end{vmatrix} = 0 \quad (43)$$

2-7- مدل سازی و تحلیل المان محدود

برای اعتبار سنجی نتیجه‌های بدست آمده از روش تحلیلی، ارتعاشات آزاد

$$\begin{aligned}
 & \cdot 6(e^{-x_0}-1)mn^2S_1x_0^2 + \frac{1}{R_1^2}8(e^{-x_0}-1)n^2S_1x_0^2 \Big) D_{12} + \\
 & \left(\frac{1}{2}\frac{(e^{-2x_0}-1)m^3n^2\pi^2}{\left(\frac{m^2\pi^2}{x_0^2}+1\right)}\frac{1}{R_1^2x_0^3} - \frac{1}{4}\frac{m^2n^4\pi^2}{R_1^4x_0^3}\frac{(e^{-4x_0}-1)}{\left(\frac{m^2\pi^2}{x_0^2}+4\right)} \right) D_{22} + \\
 & \frac{4m^3n^2\pi^2S_1}{R_1^2x_0^2} \left(s_1 + \frac{(e^{-x_0}-1)}{x_0\left(\frac{4m^2\pi^2}{x_0^2}+1\right)} \right) D_{33},
 \end{aligned} \quad (38)$$

$$\begin{aligned}
 \Phi_1 = & f_1(\bar{u}_0 + \bar{u}_{x_0}(-1)^m) + f_2(v_0 + v_{x_0}(-1)^m) \\
 & + f_3(w_0 + w_{x_0}(-1)^m) + f_4(\bar{w}_0 + \bar{w}_{x_0}(-1)^m) \\
 \Phi_2 = & f_5(v_0 + v_{x_0}(-1)^m) + f_6(w_0 + w_{x_0}(-1)^m) \\
 \Phi_3 = & f_7(v_0 + v_{x_0}(-1)^m) + f_8(w_0 + w_{x_0}(-1)^m) \\
 & + f_9(\bar{w}_0 + \bar{w}_{x_0}(-1)^m),
 \end{aligned} \quad (39)$$

که در (39)

$$\begin{aligned}
 f_1 = & \frac{m^2\pi^2S_1^2}{2x_0^5}\frac{\left(\frac{m^2\pi^2}{x_0^2}+2\right)}{\left(\frac{m^2\pi^2}{x_0^2}+1\right)}(e^{2x_0}-1) + \frac{4(e^{2x_0}+1)}{\left(\frac{m^2\pi^2}{x_0^2}+4\right)} B_{11}, \\
 f_2 = & \frac{mn\pi}{x_0\sin(\alpha)}(B_{12} + B_{33}), \\
 f_3 = & -\frac{mncot(\alpha)}{x_0}B_{12} + \frac{mn^2\pi S_1}{R_1^2x_0^2}\frac{(e^{-x_0}+1)}{\left(\frac{m^2\pi^2}{x_0^2}+1\right)} \\
 & - \frac{(e^{-x_0}-1)}{\left(\frac{4m^2\pi^2}{x_0^2}+1\right)x_0^2} \Big) C_{33} + \frac{m^3\pi^3S_1^3}{3x_0^4}\frac{(e^{3x_0}-1)}{\left(\frac{4m^2\pi^2}{x_0^2}+9\right)} \\
 & \cdot \left(\left(\frac{4m^2\pi^2}{x_0^2}+18 \right) m^2 - 12 \right) C_{11} - \frac{m\pi S_1}{\left(\frac{4m^2\pi^2}{x_0^2}+1\right)x_0^4} \\
 & \cdot \left(\frac{(e^{-x_0}-1)n^2}{R_1^2}\left(\frac{4m^2\pi^2}{x_0^2}+2\right) + 2(e^{x_0}-1)m^2\pi \right) C_{12} \\
 f_4 = & \frac{m^3\pi^3S_1^3}{2x_0^4}\frac{\left(3(e^{3x_0}+1) - \frac{(e^{3x_0}-1)\left(\frac{4m^2\pi^2}{x_0^2}+18\right)}{3\left(\frac{4m^2\pi^2}{x_0^2}+9\right)} \right)}{\left(\frac{m^2\pi^2}{x_0^2}+9\right)} C_{11}, \\
 f_5 = & \left(\frac{(e^{2x_0}+1)}{\left(\frac{m^2\pi^2}{x_0^2}+4\right)}\frac{m^2\pi^2S_1^2}{x_0^3} + \frac{(e^{2x_0}-1)}{\left(\frac{m^2\pi^2}{x_0^2}+1\right)}\frac{m^2\pi^2S_1^4\cos(\alpha)^4}{2R_1^2x_0^3} \right. \\
 & \left. - \frac{2(e^{2x_0}-1)}{\left(\frac{m^2\pi^2}{x_0^2}+9\right)}\frac{m^2\pi^2S_1^4}{R_1^2x_0^3} - \frac{(e^{2x_0}-1)}{2\left(\frac{m^2\pi^2}{x_0^2}+1\right)}\frac{m^4\pi^4S_1^2}{x_0^5} \right) B_{33}, \\
 f_6 = & \frac{m^2n\pi^2}{R_1x_0^3\left(\frac{m^2\pi^2}{x_0^2}+1\right)}((e^{-x_0}+1) + (e^{-x_0}-1)\cos(\alpha)^2)C_{22} \\
 & \frac{(e^{x_0}-1)\cos(\alpha)^2}{R_1^3x_0^5\left(\frac{4m^2\pi^2}{x_0^2}+1\right)}\frac{m^3n\pi^3S_1^4}{((e^{x_0}-1)m\pi\cos(\alpha)^2 - \\
 & -x_0(e^{x_0}+1))C_{12} - \frac{2(e^{x_0}-1)m^4n\pi^4S_1^5}{R_1x_0^5\left(\frac{4m^2\pi^2}{x_0^2}+1\right)} C_{33}, \\
 f_7 = & \frac{nS_1}{R_1x_0}\frac{\left(\frac{m^2\pi^2}{x_0^2}+2\right)}{x_0^2} C_{12} + \left(\frac{4(e^{x_0}-1)m^2n\pi^2S_1^2}{R_1x_0^3\left(\frac{4m^2\pi^2}{x_0^2}+1\right)} + \right.
 \end{aligned}$$

فرض می‌گردد. همچنین شرایط مرزی سازه‌ها، تکیه‌گاه ساده (مفصلی) لحاظ گردیده است.

8-1- محاسبه فرکانس طبیعی بر اساس روش تحلیلی

8-1-1- سازه بدون پوسته خارجی

در شکل 6 مقایسه فرکانس‌های طبیعی سازه مشبک مخروطی محاسبه شده نسبت به تعداد نیم موج‌های محیطی (n)، با روش تحلیلی ارائه شده و نتیجه‌های اخذ شده در نرم افزار المان محدود مقایسه می‌گردد. تفاوت بسیار زیاد نتیجه‌ها کاملاً مشهود است و علت آن استفاده از روش معادل سازی ضریب‌های سفتی سازه برای بررسی حالت مخروط بدون پوسته می‌باشد. در این حالت ضخامت پوسته مخروطی صفر در نظر گرفته شده است و ضریب‌های سفتی متعددی و از جمله ضریب‌های سفتی خمشی صفر می‌گردند. این مورد به نوبه خود منجر به خطای زیادی در محاسبه فرکانس طبیعی می‌گردد. بنابراین استفاده از روش معادل سازی سفتی که اساس آن تبدیل لایه مشبک به لایه معادل می‌باشد و در آن ضخامت پوسته خارجی سازه مشبک نقش زیادی داشته، برای محاسبه فرکانس طبیعی سازه بدون پوسته توصیه نمی‌گردد.

8-1-2- اثر زاویه رأس مخروط

در شکل 7 تأثیر زاویه رأس سازه مشبک مخروطی روی فرکانس‌های طبیعی این سازه نسبت به تعداد نیم موج‌های محیطی (n) نشان داده شده است. به منظور بررسی دقیق‌تر این تأثیر، وزن سازه مخروطی ثابت در نظر گرفته شد. ضخامت پوسته خارجی برای چهار حالت بررسی شده 0.8 میلی متر (مشکل از چهار لایه) منظور گردید. قطرهای کوچک و بزرگ مخروط بدون تغییر و معادل با مقادیر اشاره شده در بخش‌های قبل می‌باشد. با توجه به ثابت فرض شدن جرم سازه و تغییر زاویه رأس مخروط در حالی که قطرهای بزرگ و کوچک بدون تغییر بوده، ضخامت ریبها و طول و ارتفاع مخروط‌ها به شرح جدول 2 تغییر نمود.

خواص فیزیکی- مکانیکی ماده کامپوزیتی سازه مخروطی مطابق با جدول 1 انتخاب گردیده است. با در نظر گرفتن این شکل مشاهده می‌گردد که افزایش زاویه رأس مخروط باعث افزایش فرکانس‌های طبیعی می‌گردد. این افزایش از تعداد نیم موج‌های محیطی برابر با 2 به بالاتر شروع می‌گردد.

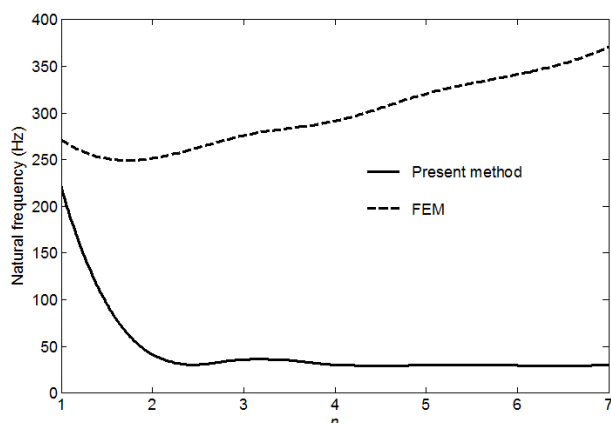


Fig.6 The comparison of the frequencies of the conical lattice structure without outer skin

شکل 6 مقایسه فرکانس‌های طبیعی سازه مشبک مخروطی بدون پوسته خارجی

پوسته مشبک مخروطی با استفاده از نرم افزار المان محدود بررسی گردیده است. شکل 5 مدل سه بعدی سازه مشبک مخروطی کامپوزیتی با شبکه غیر همسان را که در نرم افزار انسیس مدل شده، نشان می‌دهد. برای مدل سازی پوسته سازه مخروطی از المان پوسته 99 و برای ریبها از المان سازه‌ای صلب 191 استفاده گردیده است. جنس پوسته و ریبها از کامپوزیت با مشخصه‌های ارائه شده در جدول 1 ارائه گردیده است [11]. طول، شعاع کوچک و بزرگ مخروط به ترتیب 200، 521.5 میلی متر در نظر گرفته شده است. همچنین زاویه رأس مخروط 30 درجه می‌باشد.

زاویه قرارگرفتن ریبها متغیر و از 8.76 درجه در قطر بزرگ تا 23.4 درجه در قطر کوچک متفاوت می‌باشد. تعداد ریبها نیز 35 عدد در نظر گرفته شده است. سطح مقطع ریبهای مدل سه بعدی ثابت و ریبها به عرض و ضخامت 20 میلی متر می‌باشند. پوسته خارجی سازه مشبک نیز از جنس ماده کامپوزیت جدول 1 انتخاب گردیده است. ضخامت تک لایه پوسته خارجی 0.2 میلی متر است و زاویه چیدمان آن 90 درجه می‌باشد. ضخامت‌های پوسته خارجی در نظر گرفته به ترتیب 0.8 میلی متر (چهار لایه) و 1.6 میلی متر (هشت لایه) می‌باشند.

8- نتیجه‌ها و بحث

بر اساس روش تحلیلی ارائه شده، مدل سازی سه بعدی سازه مشبک مخروطی در نرم افزار المان محدود و استفاده از مقاله‌های محدود منتشر شده در این حوزه، روش تحلیلی حاضر مورد بررسی و اعتبار سنجی قرار گرفته است. نتیجه‌های حاصله در دو بخش ارائه می‌گردد. در بخش اول حالت‌های مختلف محاسبه فرکانس طبیعی سازه مشبک مخروطی کامپوزیتی نظیر نوع بدون پوسته، تأثیر زاویه رأس مخروط و ضخامت پوسته خارجی روی فرکانس طبیعی سازه بر اساس روش تحلیلی حاضر ارائه می‌گردد. در بخش دوم اعتبار سنجی روش تحلیلی با مقایسه نتیجه‌های با نرم افزار المان محدود و کار تحقیقاتی دیگر ارائه می‌گردد. در ادامه تعداد نیم موج‌های طولی معادل 1

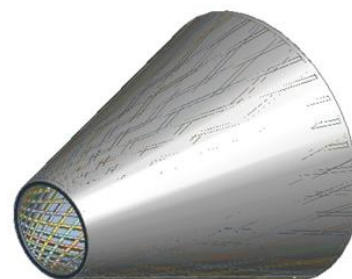


Fig. 5 The 3D model of conical lattice structure with outer skin

شکل 5 مدل سه بعدی سازه مشبک مخروطی با پوسته خارجی

جدول 1 خواص مکانیکی ماده کامپوزیت پوسته خارجی و ریبها

Table 1 Mechanical properties of the composite material of the ribs and the outer skin

مشخصه	مقدار	واحد
مدول الاستیسیته طولی (E_{11})	48280	MPa
مدول الاستیسیته عرضی (E_{22})	10431.5	MPa
ضریب پواسون (μ_{11})	0.245	-
مدول برشی (G_{11})	3842	MPa
مدول برشی عرضی (G_{13})	3842	MPa
مدول برشی عرضی (G_{23})	4576.1	MPa
چگالی نسبی (ρ)	1.915	gr/cm3

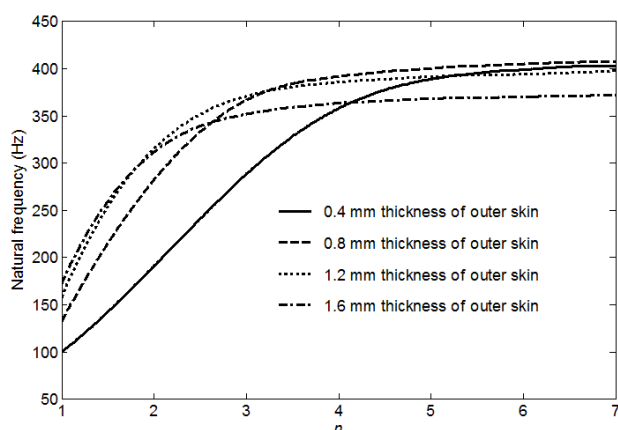


Fig.8 The Influence of the thickness of the outer skin on the natural frequency

شکل 8 تأثیر ضخامت پوسته بیرونی روی فرکانس طبیعی

همچنین فرکانس‌ها در این حالت از سازه مخروطی با ضخامت 1.6 میلی متر بیشتر است. این مورد بدلیل سهم بیشتر ریبها نسبت به ضخامت پوسته خارجی در تامین سختی کل سازه مخروطی می‌باشد. بنابراین در صورت ثابت نگه داشتن وزن سازه، افزایش ضخامت تا حد مشخصی منجر به افزایش فرکانس سازه می‌گردد. و پس از آن روند کاهشی دارد.

8-2- اعتبار سنجی روش تحلیلی

در این قسمت اعتبار سنجی روش تحلیلی ارایه شده در دو بخش ارایه می‌گردد. در بخش اول فرکانس‌های طبیعی با تغییراتی برای پوسته مشبک مخروطی استوانه‌ای محاسبه و با نتیجه مقاله موجود در این حوزه مقایسه می‌گردد. در بخش دوم نیز نتیجه‌های روش تحلیلی حاضر با نتیجه‌های تحلیل المان محدود مقایسه می‌گردند.

8-2-1- مقایسه نتیجه‌ها برای پوسته مشبک استوانه‌ای

با توجه به عدم وجود انتشار مقاله در حوزه ارتعاشات سازه‌های مشبک مخروطی کامپوزیتی، از نتیجه‌های موجود مربوط به محاسبه فرکانس‌های طبیعی پوسته مشبک کامپوزیتی استوانه‌ای استفاده می‌گردد [17]. مشخصه‌های استحکامی و فیزیکی ماده کامپوزیت و بعدهای هندسی پوسته مشبک استوانه‌ای مطابق با این مرجع می‌باشد. با تغییر مختصری در رابطه‌های (17) و (38) فرکانس‌های طبیعی پوسته مشبک کامپوزیتی استوانه‌ای تعیین می‌گردد. این نتیجه‌ها در شکل‌های 9، 10 و 11 به ترتیب برای سه ضخامت پوسته خارجی به میزان 0.4، 0.8 و 1.2 میلی متر محاسبه و با نتیجه‌های موجود در مرجع [17] مقایسه گردیده است. مقایسه آنها تطابق قابل قبولی را نشان می‌دهد. در بین نتیجه‌های مقایسه‌ای نشان داده شده در شکل‌های 9، 10 و 11 بیشترین تفاوت بین فرکانس‌های طبیعی محاسبه شده با روش ارایه شده در این مقاله و [17] برای سازه استوانه‌ای مشبک کامپوزیتی، مربوط به شکل 11 و عدد موج محیطی 5 می‌باشد. میزان این تفاوت برای نتیجه تحلیل المان محدود 11 درصد و برای روش تحلیلی 15 درصد می‌باشد.

8-2-2- مقایسه نتیجه‌ها برای پوسته مشبک مخروطی

در شکل 12 نتیجه‌های محاسبه فرکانس طبیعی برای پوسته مشبک کامپوزیتی مخروطی با کمک روش تحلیلی ارایه شده و مقایسه با نتیجه‌های

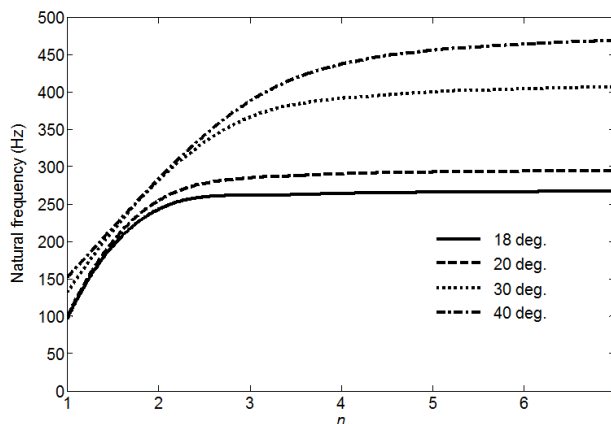


Fig.7 The influence of the semi vertex angle of the cone on the natural frequency

شکل 7 تأثیر زاویه رأس مخروط روی فرکانس طبیعی

جدول 2 تغییرات هندسی پوسته‌های مخروطی

Table 2 The geometrical variation of the conical shells

ضخامت ریب (mm)	ارتفاع (mm)	طول (mm)	زاویه رأس (درجه)
12.2	2030	2055	18
13	1823	1851	20
15.2	1200	1242	30
16.2	883	903	40

همچنین نرخ افزایش فرکانس طبیعی از ابتدا تا نیم موج 3 بیشتر و پس از آن این نرخ کاهش می‌یابد.

8-1-3- اثر ضخامت پوسته خارجی

در شکل 8 تغییرات فرکانس‌های طبیعی سازه مشبک مخروطی برای ضخامت‌های مختلف پوسته‌های خارجی مخروط نسبت به تعداد نیم موج‌های محیطی (n) ارایه گردیده است. زاویه رأس مخروط برای چهار حالت مختلف ارایه شده 30 درجه می‌باشد. مشابه با شکل 7، برای بررسی دقیق‌تر این تغییرات وزن چهار مخروط ثابت و یکسان می‌باشد. برای ثابت بودن وزن مخروط در چهار حالت در نظر گرفته شده، ارتفاع ریبها مطابق با جدول 3 تغییر کرده است. سفتی سازه مشبک مخروطی کامپوزیتی ناشی از سفتی پوسته و سفتی بخش مشبک (ریبها) می‌باشد. در شکل 8 دیده می‌شود که تا نیم موج 4، کمترین فرکانس مربوط به حالت کمترین ضخامت پوسته خارجی و بیشترین ضخامت ریبها می‌باشد. اما پس از نیم موج 4 الی نیم موج 7 مقدار آن قابل مقایسه با حالت‌هایی است که ضخامت پوسته خارجی 0.8 و 1.2 میلی متر می‌باشد.

جدول 3 تغییرات هندسی پوسته‌های مخروطی

Table 3 The geometrical variation of the conical shells

ضخامت ریب (mm)	عرض ریب (mm)	ضخامت پوسته خارجی (mm)
17.6	20	0.4
15.2	20	0.8
12.9	20	1.2
10.5	20	1.6

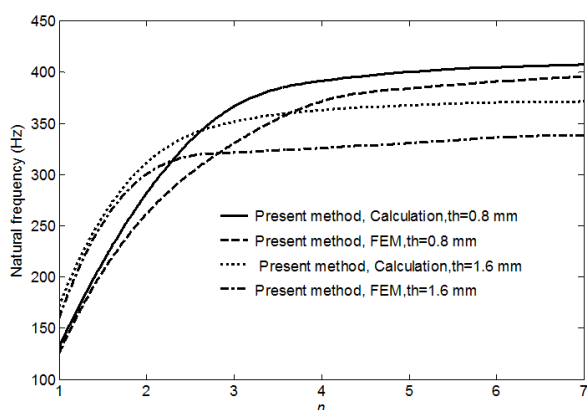


Fig.12 The comparison of the natural frequencies

شکل 12 مقایسه فرکانس‌های طبیعی

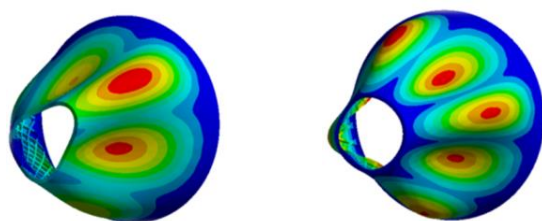


Fig.13 The mode shapes of the conical lattice shell

شکل 13 شکل مودهای پوسته مخروطی

که باعث کاهش ضخامت ریبها و کاهش سهم سفتی سازه مخروطی ناشی از بخش مشبک است، منجر به کاهش فرکانس طبیعی می‌گردد. این در حالی است که وزن مخروط مشبک در ضخامت‌های 0.8 و 1.6 میلی متر بدون تغییر است. همچنین در شکل 13 شکل مودهای پوسته کامپوزیتی مشبک مخروطی برای پوسته دو سر مفصل و نیم موج‌های محیطی معادل با 3 و 4 نشان داده شده است.

9- جمع بندی

فرمول‌ها و رابطه‌های تحلیلی محاسبه فرکانس‌های طبیعی سازه مشبک مخروطی کامپوزیتی بر اساس روش معادل سازی سفتی و تئوری پوسته‌های نازک ساندز ارایه گردید. بر مبنای این فرمول‌ها فرکانس‌های طبیعی محاسبه و نتیجه‌های حاصله هم با سازه سه بعدی مدل شده در نرم افزار المان محدود و هم نتیجه‌های موجود در سایر تحقیقات مقایسه گردید. مشخص گردید که استفاده از روش معادل سازی سفتی برای مخروط مشبک بدون پوسته خارجی مناسب نبوده و خطای محاسباتی زیادی را بدنبال دارد. علاوه بر این حالت‌های خاصی نیز مانند تأثیر زاویه رأس سازه مشبک مخروطی و تغییر ضخامت پوسته خارجی در تعیین فرکانس‌های طبیعی سازه مشبک کامپوزیتی مخروطی بررسی گردید. نتیجه‌های بدست آمده جدید بوده و از آنها می‌توان در بررسی رفتار ارتعاشی خطی سازه‌های مشبک کامپوزیتی مخروطی استفاده نمود.

10- مراجع

- [1] T. D. Kim, Fabrication and testing of composite isogrid stiffened cylinder, *Composite Structures*, Vol. 45, No. 1, pp. 1-6, 1999.
- [2] D. Slinchenko, V.E. Verijenko, Structural analysis of composite lattice shells of revolution on the basis of smearing stiffness, *Composite Structures*, Vol. 54, No. 2, pp. 341-348, 2001.
- [3] V. V. Vasiliev, V. A. Barynin, A. F. Rasin, Anisogrid lattice

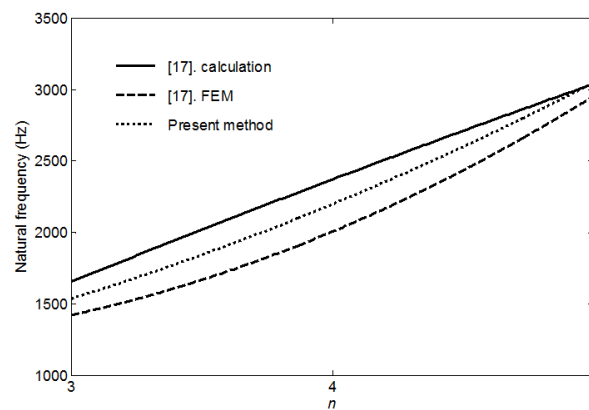


Fig.9 The comparison of the natural frequencies of the cylindrical lattice shell

شکل 9 مقایسه فرکانس‌های طبیعی پوسته مشبک استوانه‌ای

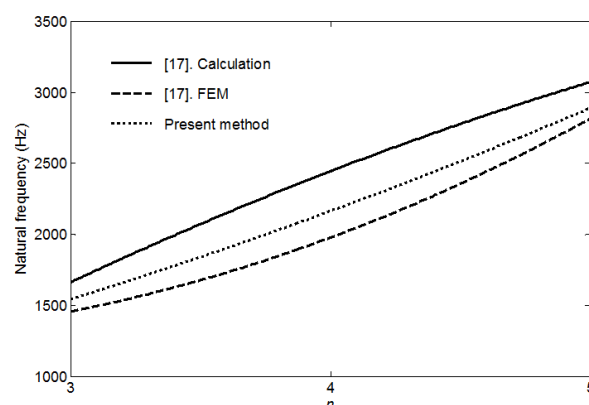


Fig.10 The comparison of the natural frequencies of the cylindrical lattice shell

شکل 10 مقایسه فرکانس‌های طبیعی پوسته مشبک استوانه‌ای

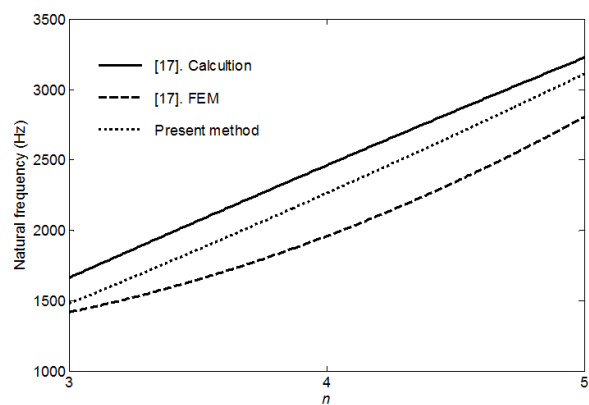


Fig.11 The comparison of the natural frequencies of the cylindrical lattice shell

شکل 11 مقایسه فرکانس‌های طبیعی پوسته مشبک استوانه‌ای

اخذ شده از نرم افزار المان محدود ارایه می‌گردد. در این محاسبه‌ها نیز مشخصه‌های ماده کامپوزیت مخروط مشبک مطابق با جدول 1 است. زاویه رأس مخروط 30 درجه و دو ضخامت 0.8 و 1.6 میلیمتر برای پوسته خارجی سازه مخروطی لحاظ گردیده است. در این محاسبه وزن مخروط ثابت فرض می‌گردد. این شکل تطابق مناسبی را بین فرکانس‌های محاسبه شده با روش تحلیلی ارایه شده و نتیجه‌های اخذ شده از نرم افزار المان محدود نشان می‌دهد. در این شکل مشاهده می‌گردد که افزایش ضخامت پوسته خارجی

- Vol. 94, No.2, pp. 446-452, 2012.
- [13] G. Totaro, Local buckling modelling of isogrid and anisogrid lattice cylindrical shells with hexagonal cells, *Composite Structures*, Vol. 95, No. 1, pp. 403-410, 2013.
- [14] G. Totaro, De Nicola, F., Caramuta, P. Local buckling modeling of isogrid and anisogrid lattice cylindrical shells with hexagonal cells: An experimental verification. *Composite Structures*, Vol. 106, pp. 734-741, 2013.
- [15] Y. Golfman, Dynamic Stability of the Lattice Structures in the Manufacturing of Carbon Fiber Epoxy/Composites Including the Influence of Damping Properties. *Journal of Advanced Materials*, Special Edition, No.3, pp.11-20, July 2007.
- [16] W. Liang, Y. He, L.L. Yang, L. Sha, the Buckling and Dynamic Analysis of Composite Grid Stiffened Structure. *Applied Mechanics and Material*, Vol. 52-54, pp. 1794-1799, 2011.
- [17] M. Hemmatnezhad, G.H. Rahimi, R. Ansari, on the free vibrations of grid-stiffened composite cylindrical shells. *Acta Mechanica*, Vol. 225, pp. 609-623, 2014.
- [18] G. Totaro, Z. Gurdal, Optimal design of composite lattice shell structures for aerospace applications, *Aero Science and Technology*, Vol. 13, No. 4, pp. 157-164, 2009.
- [19] E.V. Morozov, A.V. Lopatin, V.A. Nesterov, Buckling analysis and design of anisogrid composite lattice conical shells, *Composite Structures*, Vol. 93, No. 12, pp. 3150-3162, 2011.
- [20] A. A. Naderi, Gh.H. Rahimi, Simple method for buckling load of composite conical Lattice structures under axial load, *Modares Mechanical Engineering*, Vol. 14, No. 15, pp. 290-298, 2015 (in Persian فارسی)
- [21] M.S. Qatu, *Vibration of Laminated Shells and Plates*, First Edition, pp. 324-340, United Kingdom: Elsevier, 2004.
- structure - survey of development and application, *Composite Structures*, Vol. 54, No. 3, pp.361-370, 2001.
- [4] V. V. Vasiliev, Anisogrid composite lattice structure for spacecraft and aircraft application, *Composite Structures*, Vol. 76, No. 4, pp. 182-189, 2006.
- [5] S. Kidane, G. Li, J. Helms, S. Pang, E. Woldesenbet, Buckling load analysis of grid stiffened composite cylinders. *Composites: Part B*, 34: pp. 1-9, 2003.
- [6] E. Woldesenbet, S. Kidane, S. Pang, Optimization for buckling loads of grid stiffened composite panels. *Composite Structures*, Vol. 60, No. 2, pp. 159-169, 2003.
- [7] S. Shi, Z. Sun, M. Ren, H. Chen, X. Hu, Buckling resistance of grid-stiffened carbon-fiber thin-shell structures. *Composites: Part B*, Vol. 45, pp. 888-896, 2013.
- [8] A. Talezadehlari, Gh. H. Rahimi, Buckling analysis of stiffened composite cylindrical shell based on the modified smear method, *Modares Mechanical Engineering*, Vol. 15, No.11, pp. 319-329, 2015 (in Persian فارسی)
- [9] M. Buragohain, R. Velmurugan, Study of filament wound grid-stiffened composite cylindrical structures, *Composite Structures*, Vol. 93, No.2, pp. 1031-1038, 2011.
- [10] E.V. Morozov, A.V. Lopatin, V.A. Nesterov, Finite-element modeling and buckling analysis of anisogrid composite lattice cylindrical shells. *Composite Structures*, Vol. 93, No. 2, pp. 308-323, 2011.
- [11] M. A. Ghasemi, M. Yazdani, S. M. Hoseini, Analysis of effective parameters on the buckling of grid stiffened composite shells based on first order shear deformation theory, *Modares Mechanical Engineering*, Vol. 13, No. 10, pp. 51-61, 2013. (in Persian فارسی)
- [12] G. Totaro, Local buckling modelling of isogrid and anisogrid lattice cylindrical shells with triangular cells, *Composite Structures*,