



تحلیل اثر کارسختی بر نیروی لازم و ناحیه‌ی تغییرشکل در فرآیند کشش ورق

یوسف ملاپور^۱، حشمت‌الله حقیقت^{۲*}

۱- کارشناس ارشد، گروه مهندسی مکانیک، دانشگاه رازی، کرمانشاه

۲- دانشیار، گروه مهندسی مکانیک، دانشگاه رازی، کرمانشاه

* کرمانشاه، صندوق پستی 67149-67346

چکیده

در این مقاله، فرآیند کشش ورق با قالب گوهرای شکل، با استفاده از تابع جریان و به روش کرانه بالایی تحلیل شده است. یک مدل تغییر شکل جدید ارائه شده که در آن مزهای برشی ورودی و خروجی، انعطاف‌پذیر می‌باشد و اثر کارسختی ورق لحاظ و شکل هندسی بهینه ناحیه تغییر شکل، بسته به شرایط فرآیند تبیین می‌شود. بر اساس تابع جریان پیشنهادی، میدان سرعت، نرخ کرنش‌ها، توان‌ها و نیروی کشش لازم محاسبه شده‌اند. در پایان نتایج تحلیل با نتایج سایر محققان و نتایج اجزا محدود مقایسه شده‌اند. همچنین اثر ضربی کار سختی بر ناحیه تغییر شکل، نیروی کشش و زاویه‌ی بهینه قالب بررسی شده است. نشان داده شد که با افزایش ضربی کار سختی، مزهای ورودی و خروجی ناحیه تغییر شکل به سمت ناحیه ورودی قابل تتمایل می‌شود و نتش کششی لازم برای انجام فرآیند کاوش می‌یابد. همچنین با افزایش ضربی اصطکاک، مزهای ورودی و خروجی به سمت ناحیه خروجی قالب تتمایل می‌شوند و با افزایش درصد کاوش ضخامت، مزهای به سمت ناحیه ورودی قالب تتمایل می‌شوند. نتایج نسبت به نتایج تحلیلی گذشته به میزان ۵٪ درصد بهبود یافته است.

اطلاعات مقاله

مقاله پژوهشی کامل

دریافت: ۲۵ آذر ۱۳۹۴

پذیرش: ۱۵ فوریه ۱۳۹۵

ارائه در سایت: ۱۱ اردیبهشت ۱۳۹۵

کلید واژگان:

کشش ورق

کارسختی

ناحیه تغییر شکل

کرانه بالایی

اجرا محدود

Analysis of the work hardening effect on required force and deformation zone in sheet drawing process

Yousef Mollapour, Heshmatollah Haghighat*

Department of Mechanical Engineering, Razi University, Kermanshah, Iran.
* P.O.B. 67149-67346, Kermanshah, Iran, hhaghighat@razi.ac.ir

ARTICLE INFORMATION

Original Research Paper

Received 15 December 2015

Accepted 03 April 2015

Available Online 30 April 2016

Keywords:

Sheet Drawing

Work hardening

Deformation zone

upper bound

Finite element

ABSTRACT

In this paper, the drawing process of the sheet metal through the wedge shaped die has been analyzed by upper bound method using stream function. First, a new deformation model has been introduced in which inlet and outlet shear boundaries are considered flexible. Then, the optimized geometry of the deformation zone has been determined through the effect of work hardening of the sheet material depending on the process conditions. According to the suggested stream function, velocity field, strain rates and power terms have been calculated. The analytical results have been compared with the results of the published analytical data and the finite element simulation results. Furthermore, the effect of work hardening exponent has been investigated on the deformation zone, drawing force and optimum die angle. It has been shown that by increasing the work hardening exponent, inlet and outlet shear boundaries of deformation zone are being inclined to the inlet zone of the die and the required drawing stress is decreased. In addition, by increasing the friction factor, inlet and outlet shear boundaries are inclined towards outlet zone of the die, and by increasing reduction in thickness, inlet and outlet shear boundaries of deformation zone are inclined to the inlet zone of the die. It is shown that the analytical results have been improved up to ten percent in comparison with the published data.

از بین روش‌های مختلف برای محاسبه‌ی نیروی شکل‌دهی، روش کرانه بالایی از اهمیت بالایی برخوردار می‌باشد. از جمله موارد مهم در تحلیل کرانه بالایی فرآیندهای شکل‌دهی، انتخاب مزهای مناسب ناحیه تغییر شکل و نیز ارائه میدان سرعت مجازی است که علاوه بر برآورد نمودن شرط تراکم‌نابذیری ماده و شرایط مزی، مطابق با رفتار جریان فلز در ناحیه تغییر شکل باشد. به عبارتی میدان سرعت انتخابی روی نیروی شکل‌دهی تاثیرگذار است، بنابراین میدان سرعتی قابل قبول است که نیروی شکل‌دهی به ازای آن کمینه شود.

۱- مقدمه
فرآیند کشش از جمله فرآیندهای شکل‌دهی می‌باشد که برای کاوش ضخامت ورق‌های فلزی مورد استفاده قرار می‌گیرد. در این فرآیند، مانند سایر فرآیندهای شکل‌دهی فلزات، آگاهی از میزان نیروی شکل‌دهی و کمینه نمودن آن دارای اهمیت زیادی است. تخمین نیروی لازم در طراحی قالب و انتخاب دستگاه با ظرفیت لازم بسیار مهم بوده و کاوش نیروی شکل‌دهی دارای مزایای متعددی از جمله کاوش انرژی مصرفی و افزایش عمر قالب می‌باشد.

Please cite this article using:

Y. Mollapour, H. Haghighat, Analysis of the work hardening effect on required force and deformation zone in sheet drawing process, *Modares Mechanical Engineering*, Vol. 16, No. 4, pp. 345-353, 2016 (in Persian)

برای ارجاع به این مقاله از عبارت ذیل استفاده نمایید:

[DOR: 20.1001.1.10275940.1395.16.4.13.2]

بالابی تحلیل و به روش اجزا محدود شبیه‌سازی کردند. ایشان مرز ورودی و خروجی ناحیه تغییر شکل را به ترتیب منحنی نمایی و دایره‌ای فرض نمودند. سپس میدان سرعت و همچنین شکل هندسی ارائه شده برای ناحیه تغییر شکل و خطوط جریان غیر مستقیم فلز را توجیه کردند. پس از آن بر اساس میدان سرعت ارائه شده، نیروی کشش لازم را بدست آوردند. در پایان، نتایج روش تحلیلی را با نتایج حاصل از حل اجزا محدود مقایسه کردند [8]. از جمله ضعف‌های تحلیل کاظمی و حقیقت این بود که ماده صلب-پلاستیک در نظر گرفته شد و در آن از اثر کارسختی صرف نظر شد.

در کار حاضر، فرآیند کشش ورق با قالب گوهای شکل با استفاده از تابع جریان تحلیل شده است. از جمله مزایای کار حاضر نسبت به کارهای تحلیلی گذشته این است که علاوه بر در نظر گرفتن اثر کارسختی ماده، مرزهای ورودی و خروجی به صورت انعطاف‌پذیر در نظر گرفته شده است. در نظر گرفتن مرز ورودی و خروجی انعطاف‌پذیر و اعمال کارسختی در تحلیل باعث شده است که نتایج نسبت به نتایج تحلیلی گذشته به شبیه‌سازی اجزا محدود به صورت حشم‌گیری نزدیک‌تر شوند.

2- فرآیند کشش ورق

شکل ۱، شماتیک کلی فرایند کشش ورق به داخل قالب گوهای، نواحی تغییر شکل و پارامترهای هندسی را نشان می‌دهد. ورقی که برای این فرآیند در نظر گرفته شده است، دارای ضخامت ورودی t_i و ضخامت خروجی t_f می‌باشد. در شکل ۱، سرعت ورودی V_i و سرعت خروجی V_f می‌باشد. نیم زاویه‌ی قالب و γ و ψ_{sf} به ترتیب نشان‌دهندهی مرز ورودی و خروجی می‌باشند. علاوه بر این، شکل به سه ناحیه تقسیم شده است. همان‌گونه که در شکل ۱ واضح است، ورق پس از خروج از قالب ضخامت آن کم می‌گردد. اولين گام در تحليل کرane فوقاني، پيشنهاد يك ميدان مجاز سرعت می‌باشد. در اين فرآيند برای ارائه ميدان سرعت مجاز، دستگاه مختصات دکارتی به کار گرفته شده و مبدأ مختصات، محل برخورد محور قائم و محور افقی، می‌باشد.

حل کرaneh فوچانی با یافتن توان کل مورد نیاز فرآیند کشش انجام می‌پذیرد. چونگی یافتن توان کل مورد نیاز فرآیند در فرمول بندی زیر، که بر اساس یک میدان سرعت جنبشی مجاز به دست آمده است، بیان شده است. بنابراین حدس یک میدان سرعت مناسب، نیروی کشش، جریان فلز و شکل بهینه‌ی قالب را تحت تأثیر قرار می‌دهد. همان‌طور که در شکل ۱ نشان داده شده است، ماده به سه ناحیه تقسیم می‌شود که در این نواحی، میدان سرعت بهسته مر باشد.

Fig. 1 Sheet drawing process through wedge-shaped die, shear boundaries and deformation zone

شکار ۱ فآیند کشش، ورقه، با قالب گوهای، موزهای، پیش، و ناحیه تغییر شکار.

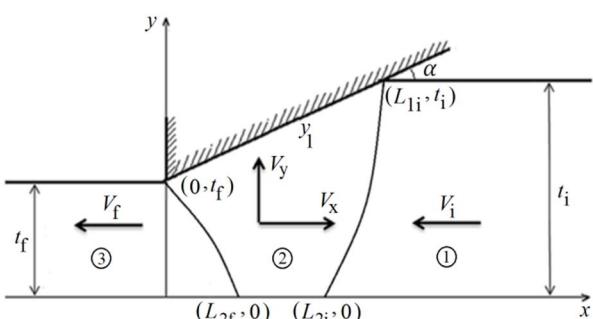


Fig. 1 Sheet drawing process through wedge-shaped die, shear boundaries and deformation zone

¹ Tetrahedral

$$y_{si}(L_{2i}) = 0, y_{sf}(L_{2f}) = 0 \quad (9)$$

$$a = \frac{t_i - y_1(L_{2i})}{t_i[y_1(L_{2i})]^2} - \frac{t_f - y_1(L_{2f})}{t_f[y_1(L_{2f})]^2} / (L_{2i}^2 - L_{2f}^2) \quad (10)$$

$$b = \frac{t_i - y_1(L_{2i})}{t_i[y_1(L_{2i})]^2} - aL_{2i}^2 \quad (11)$$

2-2- میدان‌های سرعت

میدان سرعت در هر ناحیه، با مشتق‌گیری مستقیم ازتابع جریان قابل محاسبه است.

2-2-1- میدان سرعت ناحیه 1 (وروودی)

این ناحیه شامل قسمتی از ماده است که هنوز وارد قالب نشده است. در این ناحیه، ماده با سرعت ثابت V در راستای محور قالب به طرف وروودی قالب در حرکت است. در این ناحیه، تغییر شکلی رخ نمی‌دهد و ماده همانند جسم صلب حرکت می‌کند.

چنانچه بردار سرعت محوری ماده در این ناحیه در راستای x و y تجزیه شود، میدان سرعت برابر است با:

$$V_{xi} = \frac{\partial \varphi_1}{\partial y} = \frac{Q}{t_i} \quad (12)$$

$$V_{yi} = -\frac{\partial \varphi_1}{\partial x} = 0 \quad (13)$$

2-2-2- میدان سرعت ناحیه 2 (تغییر شکل)

این ناحیه همان طور که در شکل 1 نشان داده شده است، شامل قسمتی از ورق است که توسط نواحی y ، y_{sf} ، y_{si} و محور افقی محصور می‌باشد. در این ناحیه ضخامت ورق کاهش می‌یابد. برای یافتن مؤلفه‌های افقی و عمودی سرعت در این ناحیه لازم است از تابع جریان این ناحیه نسبت به x و y مشتق‌گرفته شود:

$$V_x = \frac{\partial \varphi_2}{\partial y} = Q\left[\frac{1}{y_1} + 2C\left(y - \frac{y_1}{2}\right)\right] \quad (14)$$

$$V_y = -\frac{\partial \varphi_2}{\partial x} = -Qy\left[\frac{y'_1}{y_1^2} + C'(y - y_1) - Cy'_1\right] \quad (15)$$

2-2-3- میدان سرعت ناحیه 3 (خروجی)

این ناحیه شامل قسمتی از ماده است که در ناحیه 2 تغییر شکل یافته و از قالب خارج شده است. مرز این ناحیه سطح y_{sf} است. در این ناحیه ماده با سرعت ثابت در راستای محور قالب از قالب خارج می‌شود. در این ناحیه، تغییر شکلی رخ نمی‌دهد و ماده مانند جسم صلب تغییر مکان می‌دهد. چنانچه بردار سرعت محوری ماده در این ناحیه در راستای x و y تجزیه شود، میدان سرعت برابر است با:

$$V_{xf} = \frac{\partial \varphi_3}{\partial y} = \frac{Q}{t_f} \quad (16)$$

$$V_{yf} = -\frac{\partial \varphi_3}{\partial x} = 0 \quad (17)$$

3- بررسی شرط تراکم‌ناپذیری

با استفاده از روابط نرخ کرنش - سرعت:

$$\dot{\epsilon}_{xx} = \frac{\partial V_x}{\partial x} = \frac{\partial^2 \varphi}{\partial x \partial y}, \quad \dot{\epsilon}_{yy} = \frac{\partial V_y}{\partial y} = -\frac{\partial^2 \varphi}{\partial y \partial x} \quad (18)$$

بنابراین

$$\dot{\epsilon}_{xx} + \dot{\epsilon}_{yy} = 0 \quad (19)$$

بر این اساس، میدان سرعت به دست آمده از تابع جریان ارائه شده توسط

در ناحیه 1، ماده صلب است و بخشی از ماده اولیه می‌باشد و مانند یک جسم صلب در جهت کشش حرکت می‌کند. ناحیه 2، منطقه‌ی تغییر شکل فلز می‌باشد و ناحیه 3، محصول فرآیند کشش می‌باشد که مانند ناحیه اول به صورت جسم صلب حرکت می‌کند و بدون تغییر شکل می‌باشد. در تحلیل فرآیند کشش به روش تابع جریان، پس از حدس توابع جریان نواحی مختلف و اعمال شرط پیوستگی سرعت و دیگر شرایط، می‌توان میدان‌های سرعت را به دست آورد و پس از به دست آوردن نرخ کرنش‌ها و توان‌ها، در نهایت به نیروی کشش دست یافت.

2- تابع جریان

2-1-1- تابع جریان ناحیه 1 (وروودی)

الگوی جریان در هر ناحیه به صورت تابع جریان جداگانه‌ای فرض شده است، که با نماد φ نمایش داده می‌شود. تابع جریان φ_1 الگوی جریان در ناحیه (1) را بیان می‌کند که به صورت رابطه (1) فرض شده است.

$$\varphi_1 = Q \frac{y}{t_i} \quad (1)$$

که در آن Q نشان دهنده نرخ جریان حجمی در هر سطح مقطع می‌باشد.

2-1-2- تابع جریان ناحیه 2 (تغییر شکل)

تابع جریان φ_2 الگوی جریان در ناحیه (2) را بیان می‌کند که به صورت رابطه (2) فرض شده است.

$$\varphi_2 = Q \left[\frac{y}{y_1} + Cy(y - y_1) \right] \quad (2)$$

$$y_1 = t_f + \frac{t_i - t_f}{L_{11}} x \quad (3)$$

$$C = ax^2 + b \quad (4)$$

که در آن y_1 تابع مرزی قالب و ورق در ناحیه (2) و C بیانگر گرادیان توزیع سرعت افقی در ناحیه تغییر شکل می‌باشد. در این مقاله به دلیل تک لایه بودن، نرخ جریان حجمی سه ناحیه موجود، برابر می‌باشد.

2-1-3- تابع جریان ناحیه 3 (خروجی)

تابع جریان φ_3 الگوی جریان در ناحیه (3) را بیان می‌کند که به صورت رابطه (5) فرض شده است.

$$\varphi_3 = Q \frac{y}{t_f} \quad (5)$$

2-4- مرزهای ورودی و خروجی

در مرزهای ورودی و خروجی، تابع جریان پیوسته می‌باشد. با برابر قرار دادن تابع جریان نواحی مجاور، می‌توان تابع مرز ورودی و خروجی را به دست آورد.

بنابراین:

$$[\varphi_1]_{y=y_{si}} = [\varphi_2]_{y=y_{si}} \quad (6)$$

بنابراین تابع مرز ورودی به صورت زیر می‌باشد:

$$y_{si} = \frac{t_i - y_1 - Cy_1^2 t_i}{y_1 t_i C} \quad (7)$$

به همین ترتیب می‌توان تابع مرز خروجی را به دست آورد:

$$y_{sf} = \frac{t_f - y_1 - Cy_1^2 t_f}{y_1 t_f C} \quad (8)$$

2-5- به دست آوردن ثوابت گرادیان توزیع سرعت افقی با استفاده از شرایط مرزی

برای مرز ورودی و خروجی با توجه به شکل 1:

در معادله (27)، S طول مسیر جابجایی ذره از مرز ورودی به خروجی است. به کمک میدان سرعت (15.14)، می‌توان خطوط جریان ماده را رسم کرد و جریان ماده ناچیه تغییر شکل را مانند سیالی در نظر گرفت که با میدان سرعت روابط (15.14) در حرکت است. در بیان اویلری، ناظر ذرات را در مختصات ثابت (x, y) می‌بیند و این نقاط همراه با ماده حرکت نمی‌کنند. در هر نقطه از ناچیه تغییر شکل، سرعت ماده در دو بعد، به صورت رابطه (28) بیان می‌گردد.

$$Q = [\dot{U}_x(x, y), \dot{U}_y(x, y)] \quad (28)$$

حال اگر از نقاط ناچیه تغییر شکل، مسیر ذرات دنبال شود، به توابع $x(t)$ و $y(t)$ برای تعیین موقعیت ذرات به صورت تابعی از زمان نیاز می‌شود. سرعت ذره در زمان t به صورت رابطه (29) می‌باشد.

$$Q = [x'(t), y'(t)] \quad (29)$$

بنابراین با توجه به دو رابطه (28) و (29) نتیجه می‌شود که:

$$\begin{aligned} \frac{dx}{dt} &= \dot{U}_x(x, y) \\ \frac{dy}{dt} &= \dot{U}_y(x, y) \end{aligned} \quad (30)$$

در اینجا از حل عددی و روش اویلر در حل عددی معادلات دیفرانسیل درجه یک استفاده شده و برای پیدا کردن هر یک از مسیرهای حرکت ذره در ناچیه تغییر شکل، فرض شده است که در زمان $t = 0$ ، ذره در نقطه (x_1, y_1) روی مرز y_{si} قرار دارد (شکل 2). میدان سرعت در آن نقطه ذره به نقطه (x_2, y_2) خواهد رفت. بنابراین:

$$(x_2, y_2) = (x_1 + \Delta t \dot{U}_x(x_1, y_1), y_1 + \Delta t \dot{U}_y(x_1, y_1)) \quad (31)$$

این روش تا جایی تکرار می‌شود که مسیر ذره به مرز y_{sf} برسد. پس می‌توان نوشت:

$$(x_{n+1}, y_{n+1}) = (x_n + \Delta t \dot{U}_x(x_n, y_n), y_n + \Delta t \dot{U}_y(x_n, y_n)) \quad (32)$$

با وصل کردن تمام نقاط حاصل، مسیر جابجایی ذره (S) مشخص می‌شود. به همین ترتیب برای نقاط دیگر روی مرز y_{si} این روش تکرار می‌شود تا خطوط دیگر جریان نیز مشخص شود. بنابراین پس از معلوم شدن مسیر جابجایی ذره، $\bar{\epsilon}$ از رابطه (27) قابل محاسبه می‌باشد. پس از قرار دادن $\bar{\epsilon}$ در رابطه (26) و جایگذاری در رابطه (23)، می‌توان توان داخلی درست آورد.

با توجه به شکل 1، رابطه‌ی توان داخلی در ناچیه 1 (تغییر شکل) به صورت زیر قابل محاسبه می‌باشد:

$$\dot{W}_i = \int_0^{L_{1i}} \int_0^{y_1} \sigma \dot{\varepsilon}_{eq} dy dx - \int_{L_{2i}}^{L_{1i}} \int_0^{y_{si}} \sigma \dot{\varepsilon}_{eq} dy dx - \int_0^{L_{2f}} \int_0^{y_{sf}} \sigma \dot{\varepsilon}_{eq} dy dx \quad (33)$$

2-2- توان برشی تلف شده

رابطه‌ی کلی توان برشی در سطوح ناپیوستگی سرعت به‌طور کلی به صورت زیر بیان می‌شود:

$$\dot{W}_s = \frac{1}{\sqrt{3}} \int_S \sigma |\Delta V| dS \quad (34)$$

از آنجایی که در فرآیند کشش ورق تکفلی، دو سطح ناپیوستگی سرعت وجود دارد بنابراین دو مقدار توان برشی وجود دارد که مقدار آن‌ها با توجه به روابطی که در زیر بیان می‌شود، معلوم می‌گردد.

با توجه به شکل 2، مقدار ناپیوستگی‌های سرعت در امتداد مرز ورودی

معادله (2)، میدان سرعت مجاز می‌باشد.

2-3- مولفه‌های نرخ کرنش

پس از یافتن مولفه‌های میدان سرعت در همه‌ی نواحی ورق، مولفه‌های نرخ کرنش از روابط (20)، (21) و (22) قابل محاسبه می‌باشند. لازم به ذکر است که مولفه‌های نرخ کرنش در نواحی ورودی و خروجی صفر می‌باشند؛ بنابراین از نوشت آن‌ها صرف نظر می‌شود.

$$\dot{\varepsilon}_{xx} = \frac{\partial V_x}{\partial x} = Q \left[\frac{y'_1}{y_1^2} + 2C' \left(y - \frac{y_1}{2} \right) - Cy'_1 \right] \quad (20)$$

$$\dot{\varepsilon}_{yy} = \frac{\partial V_y}{\partial y} = -Q \left[\frac{y'_1}{y_1^2} + 2C' \left(y - \frac{y_1}{2} \right) - Cy'_1 \right] \quad (21)$$

$$\begin{aligned} \dot{\varepsilon}_{xy} &= \frac{1}{2} \left(\frac{\partial V_x}{\partial y} + \frac{\partial V_y}{\partial x} \right) \\ \dot{\varepsilon}_{xy} &= \frac{1}{2} Q \left[2C - \frac{2yy'_1}{y_1^3} - C''y(y - y_1) + 2C'yy'_1 \right] \end{aligned} \quad (22)$$

2-4- محاسبه‌ی مولفه‌های توان

توان کل مورد نیاز برای تغییر شکل فرایند را می‌توان به سه دسته تقسیم نمود:

1- توان داخلی تغییر شکل

2- توان برشی تلف شده در سطوح ناپیوستگی سرعت

3- توان تلف شده به دلیل اصطکاک فلز با قالب در طول سطح تماس

بنابراین، با توجه به شکل 1، توان کل برابر با حاصل جمع توان داخلی ناچیه تغییر شکل، توان تلف شده در مرزهای ناپیوستگی سرعت y_{sf} و y_{si} و توان اصطکاکی تلف شده در سطح y_1 می‌باشد.

2-5-1- توان داخلی تغییر شکل

رابطه‌ی کلی توان داخلی در نواحی تغییر شکل به صورت زیر می‌باشد:

$$\dot{W}_i = \int_S \sigma \dot{\varepsilon}_{eq} dv \quad (23)$$

مقدار توان داخلی تغییر شکل در نواحی اول و سوم برابر با صفر است؛ زیرا مولفه‌های نرخ کرنش در این نواحی صفر می‌باشند و ماده در این نواحی به صورت صلب حرکت می‌کند، لذا تغییر شکلی در آن به وجود نمی‌آید. توان داخلی در ناچیه‌ی دوم با استفاده از رابطه‌ی (23) به دست می‌آید. المان حجم در منطقه‌ی تغییر شکل می‌باشد و با توجه به گرنش صفحه‌ای بودن فرآیند ($dz = 1$) به صورت زیر بیان می‌شود:

$$dv = dx dy \quad (24)$$

رابطه نرخ کرنش موثر در ناچیه پلاستیک به صورت زیر می‌باشد:

$$\dot{\varepsilon}_{eq} = \sqrt{\frac{2}{3} (\dot{\varepsilon}_{xx}^2 + \dot{\varepsilon}_{yy}^2 + 2\dot{\varepsilon}_{xy}^2)} \quad (25)$$

در رابطه (23)، σ تنش شارش ماده کارسخت می‌باشد و به صورت رابطه (26) بیان می‌گردد.

$$\sigma = A(\bar{\varepsilon})^n MPa \quad (26)$$

که در آن A و n به ترتیب ضریب استحکام و ضریب کارسختی می‌باشد و برای مواد مختلف از آزمون کشش بدست می‌آیند. $\bar{\varepsilon}$ کرنش موثر یکنواخت در امتداد خط جریان می‌باشد و از رابطه‌ی زیر به دست می‌آید:

$$\bar{\varepsilon} = \int_S d\varepsilon_{eq} = \int_S \frac{d\varepsilon_{eq}}{dt} \frac{dt}{dS} dS = \int_S \frac{\dot{\varepsilon}_{eq}}{\sqrt{V_x^2 + V_y^2}} dS \quad (27)$$

$$\varepsilon_{sf} = \frac{\gamma_{sf}}{\sqrt{3}} \quad (44)$$

که در آن γ_{sf} کرنش برشی مهندسی روی مرز خروجی می‌باشد و طبق رابطه‌ی (45) از نسبت اختلاف سرعت مماسی روی مرز خروجی به سرعت در جهت خط جريان ورودی به مرز خروجی به دست می‌آید.

$$\gamma_{sf} = \frac{|\Delta V_f|}{|U_f|} = \frac{|[V_f - V_x(x, y_{sf})]\cos\theta_f - V_y(x, y_{sf})\sin\theta_f|}{\sqrt{[V_f - V_x(x, y_{sf})]^2 + V_y^2(x, y_{sf})}} \quad (45)$$

پس از جایگذاری رابطه (45) در رابطه تنش-کرنش، σ به دست می‌آید. با جایگذاری روابط (41)، (43) و رابطه‌ی تنش بر حسب کرنش در رابطه‌ی (34)، توان برشی تلف شده در امتداد مرز y_{sf} به دست می‌آید:

$$\dot{W}_{sf} = \frac{1}{\sqrt{3}} \int_{y_{sf}} \sigma |\Delta V_f| dS_f \quad (46)$$

بنابراین توان برشی کل به صورت زیر تعریف می‌شود:

$$\dot{W}_S = \dot{W}_{Si} + \dot{W}_{sf} \quad (47)$$

۵-۳-۳- توان اصطکاکی تلف شده

به طور کلی توان اصطکاکی تلف شده روی مرز اصطکاکی از رابطه زیر قابل محاسبه می‌باشد:

$$\dot{W}_f = \frac{m}{\sqrt{3}} \int_{y_1} |\Delta V| dS \quad (48)$$

که در آن m ثابت اصطکاک برشی می‌باشد. برای یافتن توان اصطکاکی که در طول تماس ورق با قالب گوهای از دست می‌رود، مقدار ناپیوستگی سرعت به صورت زیر بیان می‌شود:

$$|\Delta V_{y_1}| = |-V_x(x, y_1)\cos\alpha + V_y(x, y_1)\sin\alpha| \quad (49)$$

علاوه بر این dS مربوط به سطح اصطکاکی به صورت زیر بیان می‌شود:

$$dS_{y_1} = \left(\sqrt{1 + \left(\frac{dy_1}{dx} \right)^2} \right) dx = \sqrt{1 + \left(\frac{t_i - t_f}{L_{1i}} \right)^2} dx \quad (50)$$

$$\bar{\varepsilon} = \int_{y_1} d\varepsilon_{eq} = \int_0^{L_{1i}} \frac{d\varepsilon_{eq}}{dt} \frac{dt}{dl} dl = \int_0^{L_{1i}} \frac{\dot{\varepsilon}_{eq}(x, y_1)}{\sqrt{V_x^2(x, y_1) + V_y^2(x, y_1)}} \cos\alpha dx \quad (51)$$

پس از جایگذاری رابطه (51) در رابطه (26)، σ به دست می‌آید.

بنابراین با جایگذاری روابط (49)، (50) و (51) در رابطه (48)، توان اصطکاکی در طول تماس قالب با ورق به صورت زیر بیان می‌شود:

$$\dot{W}_f = \frac{m}{\sqrt{3}} \sqrt{1 + \left(\frac{t_i - t_f}{L_{1i}} \right)^2} \int_0^{L_{1i}} \sigma | -V_x(x, y_1)\cos\alpha + V_y(x, y_1)\sin\alpha | dx \quad (52)$$

۶-۲- محاسبه‌ی نیروی شکل دهنده

بر اساس روش کرانه‌ی بالایی، توان کلی تغییرشکل برابر با حاصل جمع تمام توان‌های مصرفی می‌باشد و از رابطه‌ی زیر قابل محاسبه می‌باشد:

$$J^* = \dot{W}_i + \dot{W}_S + \dot{W}_f \quad (53)$$

نیروی کشش مورد نیاز برای فرآیند کشش ورق تک فلزی می‌باشد.

بنابراین نیرو و تنش کششی مورد نیاز برای انجام فرآیند را می‌توان به ترتیب از روابط (54) و (55) بدست آورد:

$$F_D = \frac{J^*}{V_f} \quad (54)$$

$$\sigma_D = \frac{F_D}{t_f} \quad (55)$$

(سطح y_{si} به صورت رابطه (35) مشخص می‌شود):

$$|\Delta V_i| = |[V_i - V_x(x, y_{si})]\cos\theta_i - V_y(x, y_{si})\sin\theta_i| \quad (35)$$

$$\theta_i = \tan^{-1}\left(\frac{dy_{si}}{dx}\right) \quad (36)$$

همچنین المان سطح ورودی به صورت معادله (37) بیان می‌شود:

$$dS_i = \left(\sqrt{1 + \left(\frac{dy_{si}}{dx} \right)^2} \right) dx \quad (37)$$

و کرنش معادل مرز ورودی از رابطه (38) محاسبه می‌شود:

$$\varepsilon_{si} = \frac{\gamma_{si}}{\sqrt{3}} \quad (38)$$

که در آن γ_{si} کرنش برشی مهندسی روی مرز ورودی می‌باشد و طبق رابطه‌ی (39) از نسبت اختلاف سرعت مماسی روی مرز ورودی به سرعت در جهت خط جريان خروجی از مرز ورودی به دست می‌آید.

$$\gamma_{si} = \frac{|\Delta V_i|}{|U_i|} = \frac{|[V_i - V_x(x, y_{si})]\cos\theta_i - V_y(x, y_{si})\sin\theta_i|}{\sqrt{[V_i - V_x(x, y_{si})]^2 + V_y^2(x, y_{si})}} \quad (39)$$

پس از جایگذاری رابطه (39) در رابطه تنش-کرنش، σ به دست می‌آید.

با جایگذاری روابط (35)، (37) و رابطه‌ی تنش بر حسب کرنش در رابطه‌ی (34)، توان برشی تلف شده در امتداد مرز y_{si} به دست می‌آید.

$$\dot{W}_{Si} = \frac{1}{\sqrt{3}} \int_{y_{si}} \sigma |\Delta V_i| dS_i \quad (40)$$

با توجه به شکل 2، مقدار ناپیوستگی سرعت در امتداد مرز خروجی (سطح y_{sf}) به صورت زیر بیان می‌شود:

$$|\Delta V_f| = |[V_f - V_x(x, y_{sf})]\cos\theta_f + V_y(x, y_{sf})\sin\theta_f| \quad (41)$$

$$\theta_f = \tan^{-1}\left(\frac{dy_{sf}}{dx}\right) \quad (42)$$

همچنین المان سطح خروجی به صورت معادله (43) بیان می‌شود:

$$dS_f = \left(\sqrt{1 + \left(\frac{dy_{sf}}{dx} \right)^2} \right) dx \quad (43)$$

و کرنش معادل مرز خروجی از رابطه (44) محاسبه می‌شود.

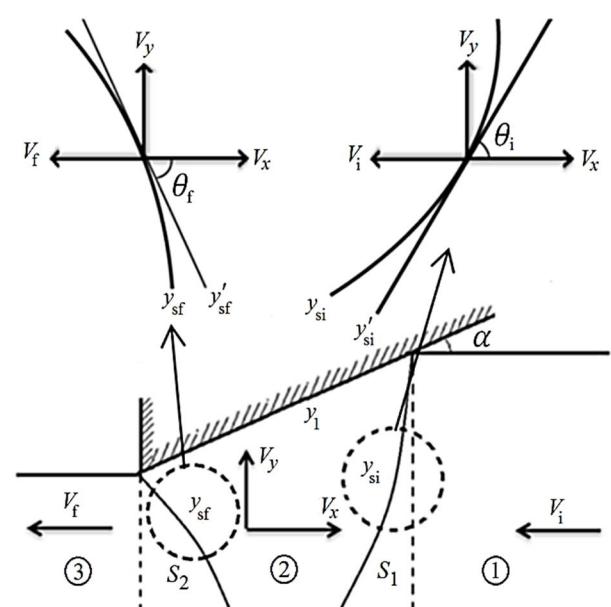


Fig. 2 Diagram showing entry and exit boundary and velocity components through them

شکل 2 نمایش مرز ورودی و خروجی و مولقه‌های سرعت گذرنده از آن‌ها

همان گونه که از روابط به دست آمده در قسمت 2 مقاله حاضر مشخص می‌باشد، تنش کششی لازم برای یک هندسه‌ی اولیه و نهایی ورق، تابعی از ثابت اصطکاک و نیم‌زاویه‌ی قالب می‌باشد. بنابراین برای یک شرایط داده شده‌ی فرآیند کشش، می‌توان منحنی تغییرات تنش کششی بر حسب نیم‌زاویه‌ی قالب را ترسیم نمود.

در جدول 1، مقادیر بهینه نیروی کشش، α و L_{2i} و L_{2f} (حل حاضر)، نتایج حل مربوط به اویتر [11]، حل کاظمی و حقیقت [8] در شرایط مشابه و حل اجزا محدود مشاهده خواهد شد. با توجه به جدول 1 مشخص است که نیروهای محاسبه شده از حل تحلیلی کار حاضر، نتایج بهتر و نزدیک‌تری به حل اجزا محدود دارند.

در شکل 3 مرزهای ناحیه تغییر شکل در حل کرانه بالایی کار حاضر، حل کاظمی و حقیقت و حل اجزا محدود برای حالت بهینه موجود در جدول 1 با هم مقایسه شده‌اند. مرز ورودی و خروجی ناجیهی تغییر شکل حل کاظمی و حقیقت به ترتیب سطح منحنی نمایی و سطح استوانه‌ای فرض شد. حل کرانه بالایی کار حاضر با دقت بهتری نسبت به حل کاظمی و حقیقت توانسته است مرزهای ناحیه تغییر شکل در حل اجزا محدود را پیش‌بینی و مدل کند. دلیل اینکه مرزهای حل حاضر نسبت به حل کاظمی و حقیقت به اجزا محدود نزدیک‌تر شده است، اعمال کردن کارسختی و در نظر گرفتن مرزهای انعطاف‌پذیر در تحلیل می‌باشد.

قبل از ورود ماده به داخل ناحیه تغییر شکل سرعت آن کم می‌باشد و درون آن سرعت بیشتر می‌شود به طوری که بعد از خروج از ناحیه تغییر شکل سرعت ماقزیم می‌شود. به عبارتی با کاهش ضخامت سرعت افزایش

جدول 1 مقایسه‌ی کرانه بالایی کار حاضر، حل اویتر [11]، کاظمی و حقیقت [8] و اجزا محدود به ازای کاهش ضخامت مختلف

Table 1 Comparison of present solution, Avitzur [11], Kazemi and haghighat [8], FEM by considering different reductions

درصد کاهش ضخامت شده	پارامترهای کاهش ضخامت	درصد کاهش ضخامت شده	حل کاظمی و حقیقت [8]	حل اویترز [11]	حل حاضر اجزا محدود
1385.4	$F(N)$		1501.4	1502.9	1348
16.4	α (deg)	40	16	16	-
10.34	L_{2i} (mm)		-	-	-
1.45	L_{2f} (mm)		-	-	-
1092.7	$F(N)$		1172.9	1175.2	1053
14.2	α (deg)	30	14	13	-
8.85	L_{2i} (mm)		-	-	-
1.18	L_{2f} (mm)		-	-	-
745.9	$F(N)$		800.6	806.3	722
12.2	α (deg)	20	12	10	-
7.12	L_{2i} (mm)		-	-	-
0.75	L_{2f} (mm)		-	-	-
360.5	$F(N)$		389	412.6	358
11.1	α (deg)	10	10	7	-
4.75	L_{2i} (mm)		-	-	-
0.52	L_{2f} (mm)		-	-	-
2.55	میانگین درصد اختلاف با حل اجزا محدود		9.54	11.07	0

معادلات بالا نشان می‌دهند که نیرو و تنش کششی مورد نیاز برای فرآیند، تابعی از پارامترهایی همچون ضخامت اولیه و نهایی ورق، ثابت اصطکاک و نیم‌زاویه‌ی قالب می‌باشد.

3- شبیه‌سازی اجزا محدود

در این مقاله، از شبیه‌سازی اجزا محدود در نرم‌افزار دیفرم¹ برای مقایسه و اعتباردهی به نتایج تحلیلی استفاده شده است. قالب صلب و ورق شکل‌پذیر در بخش ایجاد قطعه، به صورت دو بعدی مدل شده‌اند. به دلیل تقارن هندسه، نصف فرآیند مدل شده است. طول ورق 60 میلی‌متر، ضخامت اولیه‌ی آن 10 میلی‌متر می‌باشد. ضخامت نهایی ورق با توجه به میزان کاهش ضخامت‌های مختلف محاسبه و وارد شده است و فرآیند به ازای زوایای مختلف قالب انجام شده است. برای اینکه تحلیل کرنش صفحه‌ای باشد، گرینه‌ی کرنش صفحه‌ای² در قسمت نوع هندسه³ انتخاب شده است.

از قسمت نوع فرآیند⁴ گرینه‌ی شکل‌دهی سرد⁵ انتخاب شده است. هم‌چنین در بخش تعیین ماده، از قسمت کتابخانه⁶ نرم‌افزار، جنس آلومینیوم 1100 سرد به ورق اختصاص داده شده است [9].

مقدار ضریب اصطکاک در فرآیندهای شکل‌دهی سرد، 0.05 تا 0.15 فرض می‌شود [10]. که در این مقاله با توجه به اینکه میزان اصطکاک بین ورق و قالب ناچیز نیست، این مقدار، 0.15 در نظر گرفته شده است.

در بخش شرایط مرزی⁷، مقدار سرعت کشش ورق (V_f) 1 میلی‌متر بر ثانیه اعمال شده است. با توجه به اینکه نصف ورق مدل شده است، شرط مرزی تقارن محوری نیز اعمال شده است تا جابجایی قسمت زیرین (خط تقارن) ورق به سمت پایین محدود شود و فقط جابجایی افقی صورت گیرد. برای شبکه‌بندی ورق از 1200 المان چهار گره‌ای استفاده شده است و اندازه شبکه‌بندی، با امتحان کردن چند اندازه مختلف و همگرایی نتایج، 0.5 میلی‌متر در نظر گرفته شده است. به صورتی که ریزتر شدن بیشتر شبکه‌ها، تاثیر چندانی در نتایج نداشته است. شبیه‌سازی فرآیند به ازای زوایای مختلف تقارن شده است.

4- نتایج و بحث

برای تحلیل کشش ورق در حالت کرنش صفحه‌ای، برنامه کامپیوترا در نرم‌افزار متلب⁸ نوشته شده است که امکان انجام تمام مراحل به صورت پارامتریک را فراهم می‌سازد. اطلاعات ورودی شامل ضخامت اولیه و نهایی ورق، ثابت اصطکاک، جنس ماده و مشخصات هندسی قالب به برنامه‌ی کامپیوترا نوشته شده در محیط نرم‌افزار متلب داده می‌شود، پس از محاسبه‌ی توابع جریان، برنامه به محاسبه میدان سرعت در هر ناحیه می‌پردازد. سپس تانسور نرخ کرنش در هر نقطه برای ناحیه تغییر شکل محاسبه می‌شود. در ادامه توان داخلی، برشی و اصطکاکی و سپس توان کل خارجی محاسبه شده و نهایتاً نیرو و تنش کششی به دست می‌آید. برنامه‌ی کامپیوترا نوشته شده برای تحلیل این قابلیت را دارد که محاسبات برای گستره‌ی وسیعی از داده‌های ورودی را انجام و تاثیر هر یک از پارامترها را بر نیرو و تنش شکل‌دهی نشان دهد.

¹DEFORM

²Plane Strain

³Geometry Type

⁴Process Type

⁵Cold Forming

⁶Library

⁷Boundary Conditions

⁸MATLAB

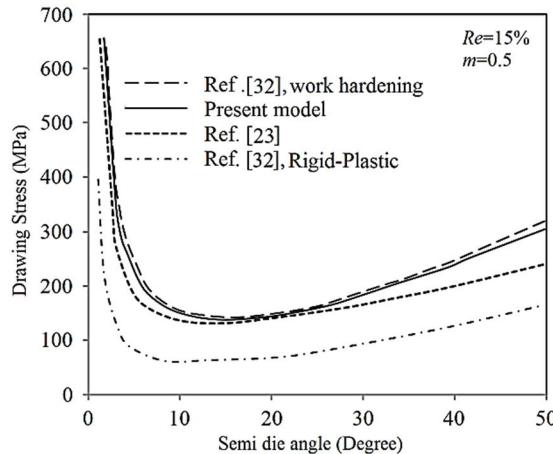


Fig. 5 Comparison of present solution, Kazemi and haghigat [8] and Rubio solutions [6] for $m=0.5$ and $Re=15\%$

شکل ۵ مقایسه‌ی کار حاضر، حل کاظمی و حقیقت [8] و حل‌های روبيو و همکاران [6] به ازاي ثابت اصطکاک ۰.۵ و کاهش ضخامت ۱۵٪

سرعت نقاط و پیچیده بودن محاسبات، کارسختی اعمال شده است و نه تنها نتایج نسبت به حل کاظمی و حقیقت به نتایج کارسختی روبيو و همکاران نزدیک‌تر شده است، بلکه تا حدود بسیار زیادی با نتایج اجزا محدود تطابق دارد. در ادامه به تأثیر پارامترهای مختلف بر روی حالت بهینه پرداخته خواهد شد.

در شکل ۶ تغییرات تنفس کششی بر حسب نیمزاویه‌ی قالب به ازای ثابت اصطکاک برشی مختلف نشان داده شده است. با افزایش مقدار ثابت اصطکاک برشی، مقدار بهینه نیمزاویه‌ی قالب افزایش می‌یابد. همچنین در شکل ۶ نتایج کار حاضر با کار کاظمی و حقیقت و اجزا محدود مقایسه شده است. مشاهده می‌شود نتایج کار حاضر نسبت به حل کاظمی و حقیقت به اجزا محدود نزدیک‌ترند.

در نرم‌افزار اجزا محدود دیفرم تنفس موثر، با تنفس کششی برابر می‌باشد. در شکل ۷ تائسور تنفس موثر (کششی) به ازای کاهش ضخامت ۳۰ درصد، نیمزاویه‌ی قالب ۱۵ درجه و ثابت اصطکاک ۰.۳ نمایش داده است.

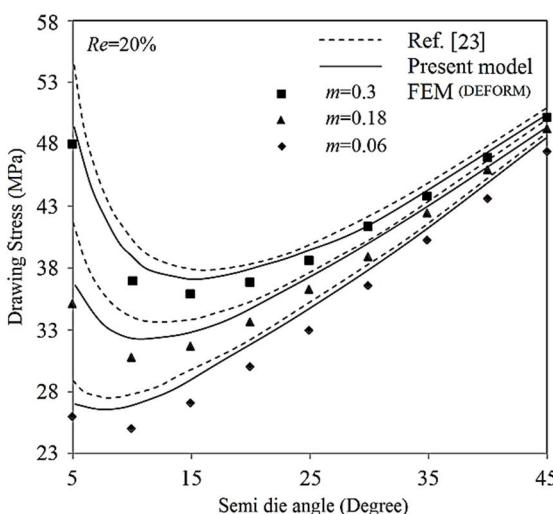


Fig. 6 Comparison of present solution, Kazemi and haghigat solution [8] and FEM result for $Re=20\%$ and effect of friction factor on optimum semi die angle

شکل ۶ تأثیر ثابت اصطکاک در نیمزاویه‌ی بهینه قالب و مقایسه‌ی کار حاضر، حل کاظمی و حقیقت [8] و نتایج اجزا محدود به ازای کاهش ضخامت ۱۵٪

می‌باید این تغییر سرعت با قانون پیوستگی توجیه می‌شود. در شکل ۴ سرعت حرکت ماده روی مرز قالب در کار حاضر و اجزا محدود به ازای درصد کاهش ضخامت مختلف مقایسه شده است. در شکل ۳ پارامتر x' مشخص می‌باشد. پارامترهای S' و V موجود در شکل ۴، به ترتیب طول مرز قالب و سرعت حرکت ماده روی آن می‌باشند.

در شکل ۵، کار حاضر با حل کرانه بالای روبيو و همکاران [6] و کاظمی و حقیقت مقایسه شده است. روبيو و همکاران در حل خود، یکبار از فرض صلب-پلاستیک کامل و بار دیگر توسط مدلی برای تاثیر دادن کارسختی، استفاده کردند و تحلیل را انجام دادند. ایشان ناحیه‌ی تغییرشکل را توسط یک مثلث صلب با مرز مستقیم مدل کردند. از شکل ۵ مشخص است که نتایج حل روبيو و همکاران با فرض صلب-پلاستیک کامل، با حل حاضر فاصله دارد. در حل روبيو و همکاران، کل ناحیه تغییرشکل یکپارچه و به صورت بلوك صلب در نظر گرفته شد، بنابراین ناحیه فقط دارای یک سرعت ثابت می‌باشد. به همین دلیل به راحتی توانست کارسختی را در روابط خود تاثیر دهد، چون تعداد انتگرال‌ها برای محاسبه‌ی توان کم بود.

کاظمی و حقیقت به دلیل متفاوت بودن سرعت نقاط تنوانتند کارسختی را در تحلیل خود لحاظ کنند اما نتایج آن‌ها تا حدودی به حل کارسختی روبيو و همکاران نزدیک بود. در کار حاضر با وجود یکسان نبودن

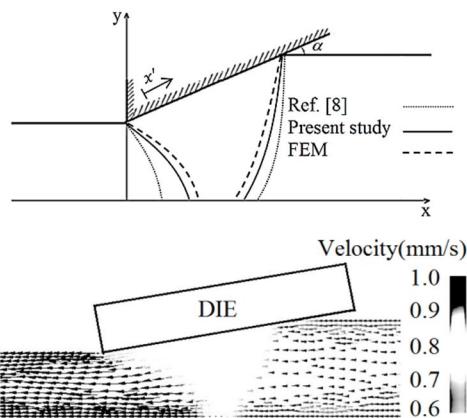


Fig. 3 نمایش ورق بعد از تغییر شکل و مقایسه‌ی مرزهای ناحیه‌ی تغییر شکل حل حاضر و حل اجزا محدود

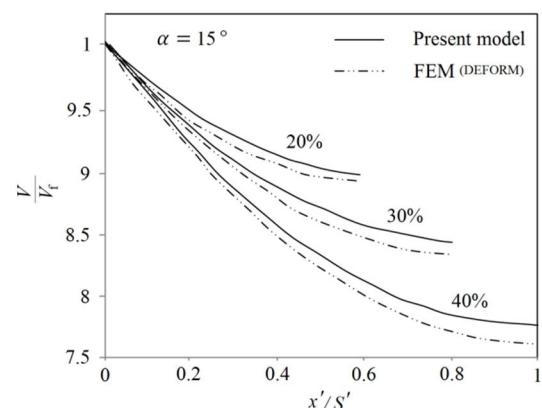
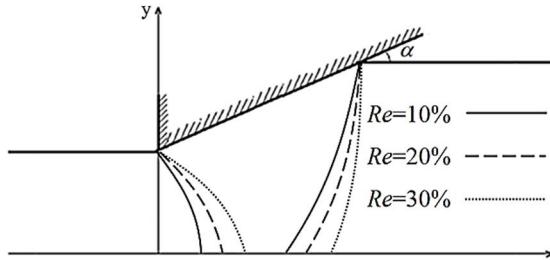
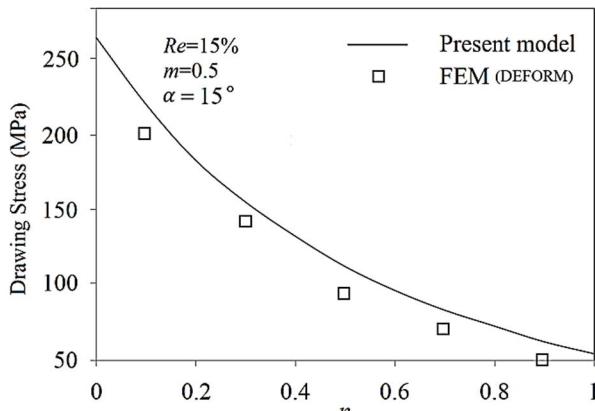


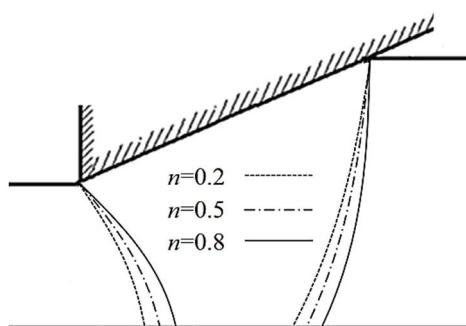
Fig. 4 مقایسه‌ی سرعت ماده روی مرز قالب در کار حاضر و اجزا محدود به ازای درصد کاهش ضخامت مختلف



شکل ۱۰ اثر کاهش ضخامت بر ناحیه‌ی بهینه‌ی تغییر شکل



شکل ۱۱ اثر تغییر توان کارسختی بر تنش کششی لازم

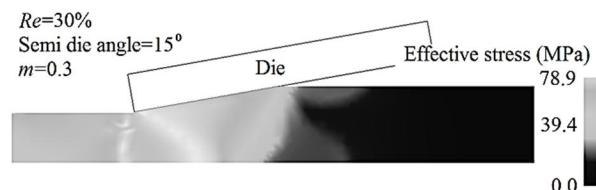


شکل ۱۲ اثر تغییر ضریب کارسختی بر ناحیه‌ی بهینه‌ی تغییر شکل

۵- نتیجه‌گیری
در این مقاله، فرآیند کشش ورق با قالب گوهای شکل با استفاده ازتابع جریان و روش کرانه‌ی فوقانی مورد تحلیل قرار گرفت. با در نظر گرفتن یک مدل تغییر شکل جدید، میدان سرعت ناحیه‌ی تغییر شکل به دست آورده شد. نتایج به دست آمده از این مقاله به شرح زیر می‌باشد:
۱- با افزایش ضریب اصطکاک، مرزهای ورودی و خروجی به سمت ناحیه‌ی خروجی قالب متمایل می‌شوند. همچنین با افزایش درصد کاهش ضخامت، مرزها به سمت ناحیه‌ی ورودی قالب متمایل می‌شوند.
۲- با افزایش توان کارسختی، مرزهای ورودی و خروجی ناحیه‌ی تغییر شکل به سمت ناحیه‌ی ورودی قالب متمایل می‌شوند و تنش کششی لازم برای انجام فرآیند کاهش می‌یابد.

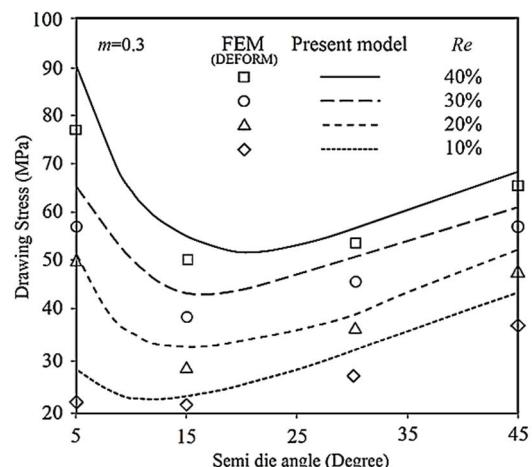
در شکل ۸ تغییرات تنش کششی بر حسب نیم زاویه قالب به ازای تغییر درصد کاهش ضخامت مختلف نشان داده شده است. با توجه به شکل مشخص است که با افزایش مقدار درصد کاهش ضخامت، تنش کششی و مقدار بهینه نیم زاویه قالب افزایش می‌یابد.

در شکل‌های ۹ و ۱۰ ثابت اصطکاک و کاهش ضخامت بر ناحیه‌ی بهینه تغییر شکل نشان داده شده است. مشاهده می‌شود که با افزایش ضریب اصطکاک، مرزهای ورودی و خروجی به سمت ناحیه‌ی خروجی قالب متمایل می‌شوند. همچنین با افزایش درصد کاهش ضخامت، مرزها به سمت ناحیه‌ی ورودی قالب متمایل می‌شوند. در شکل ۱۱ اثر ضریب کارسختی بر تنش کششی لازم برای انجام فرآیند نشان داده شده است. مشاهده می‌شود که با افزایش توان کارسختی، تنش کششی لازم برای انجام فرآیند کاهش می‌یابد. در شکل ۱۲ اثر تغییر ضریب کارسختی بر ناحیه‌ی تغییر شکل نشان داده شده است. مشاهده می‌شود که با افزایش ضریب کارسختی، مرزهای ورودی و خروجی ناحیه‌ی تغییر شکل به سمت ناحیه‌ی ورودی قالب متمایل می‌شوند.

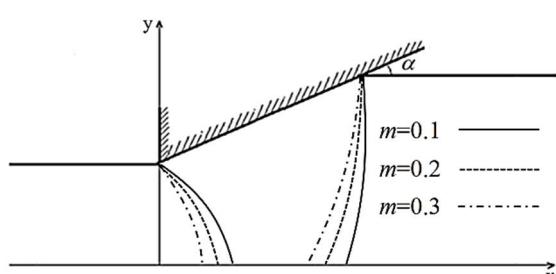


شکل ۷ تنش کششی در محیط نرم‌افزار دیفرم

شکل ۷ تنش کششی در محیط نرم‌افزار دیفرم



شکل ۸ مقایسه‌ی کار حاضر و نتایج اجزا محدود به ازای ثابت اصطکاک ۰.۳ و تاثیر درصد کاهش ضخامت در نیم‌زاویه‌ی بهینه قالب



شکل ۹ اثر ثابت اصطکاک بر ناحیه‌ی بهینه‌ی تغییر شکل

شکل ۹ اثر ثابت اصطکاک بر ناحیه‌ی بهینه‌ی تغییر شکل

تنش شارش ماده‌ی کارسخت	σ	-3- با افزایش درصد کاهش ضخامت و هم‌چنین افزایش ثابت اصطکاک، مقدار نیروی شکل‌دهی لازم و نیم زاویه بهینه قالب افزایش می‌یابد.
کرنش مؤثر یکنواخت در امتداد خط جریان	$\bar{\epsilon}$	4- نیروی شکل‌دهی و نیم زاویه بهینه به دست آمده از حل حاضر، نتایج نزدیک‌تری به شبیه‌سازی اجزا محدود نسبت به مرجع [8] دارد.
تابع جریان فلز	ϕ	5- نتایج نسبت به نتایج تحلیلی گذشته به میزان ده درصد بهبود یافته است.
مشتق () نسبت به x	(.)	
زیرنویس‌ها		
بعد از کشش (در خروج از قالب)	f	
قبل از کشش (در ورود به قالب)	i	

7- مراجع

- [1] B. Avitzur, *Handbook of Metal-Forming Processes* New York, Wiley, pp. 100–115, 1983.
- [2] E. W. Shimmin, P. L. B. Oxley, Plane strain drawing of strain hardening Material through circular dies, *International Journal of Mechanical Sciences*, Vol. 26, No. 3, pp. 201–216, 1984.
- [3] H. Tokuno, Analysis of deformation in extrusion of composite rods, *Journal of Materials Processing Technology*, Vol. 26, No. 3, pp. 323–335, 1991.
- [4] E. M. Rubio, M. A. S. Perez, A. S. Lobera, Mechanical solutions for drawing Processes under plane strain conditions by the upper bound method, *Journal of Materials Processing Technology*, Vol. 143-144, No. 4, pp. 539–545, 2003.
- [5] E. M. Rubio, A. M. Camacho, L. Sevilla, M. A. Sebastian, Calculation of the Forward tension in drawing processes, *Journal of Materials Processing Technology*, Vol. 162-163, No. 3, pp. 551–557, 2005.
- [6] E. M. Rubio, M. Marin, R. Domingo, M. A. Sebastian, Analysis of plate Drawing processes by the upper bound method using theoretical work hardening materials, *The International Journal of Advanced Manufacturing Technology*, Vol. 40, No 3-4, pp. 261-269, 2009.
- [7] A. Panteghini, Analytical solution for the estimation of the drawing force in three dimensional plate drawing processes, *Internationa, Journal of Mechanical Sciences*, Vol. 84, No. 4, pp. 147-157, 2014.
- [8] S. H. Kazemi, H. Haghight, An upper bound analysis of the geometric shape of the deformation zone in drawing process of the metal plates through wedge-shaped die, *Modares Mechanical Engineering*, Vol. 15, No. 3, pp. 162-172, 2015 (in Persian).
- [9] *Deform Documentation Collection*.
- [10] Sh. Kobayashi, S. OH, T. Altan, *Metal Forming and the Finite-Element Method Oxford Series on Advanced Manufacturing*, University Press: New-York, 1989.
- [11] B. Avitzur, J. Fueyo, J. Thompson, Analysis of plastic flow through inclined planes in plane strain, *Journal of Manufacturing Science and Engineering*, Vol. 89, No. 2, pp. 361-375, 1967.

6- فهرست علامت

ضریب استحکام	A
تابع گردایان توزیع سرعت افقی	C
توان کلی تغییرشکل	J^*
ثابت اصطکاک بین قالب و فلز	m
ضریب کارسختی	n
دبی حجمی در هر سطح مقطع	Q
درصد کاهش ضخامت	Re
ضخامت فلز در ورودی و خروجی قالب	$t_i - t_f$
سرعت فلز در ورودی و خروجی قالب	V_i, V_f
مولفه سرعت افقی و عمودی	V_x, V_y
اختلاف سرعت مماسی در سطوح ناپیوستگی سرعت	$\Delta v_f - \Delta v_i$
توان اصطکاکی تلف شده	\dot{W}_f
توان داخلی تغییرشکل	\dot{W}_i
توان برشی تلف شده	\dot{W}_s
تابع مرزی در امتداد سطح قالب	y_1
تابع مرزی در امتداد مرزهای نواحی تغییرشکل	$y_{sf} - y_{si}$
علامت یونانی	
نیم زاویه قالب	α
کرنش برشی مهندسی	γ
نرخ کرنش ماده	$\dot{\epsilon}$