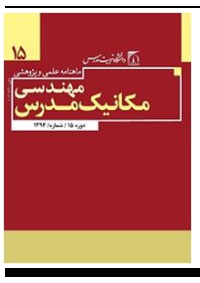
مجله مهندسی مکانیک مدرس، بهمن 1394، دوره 15، شماره 11، ص‌ص 293-302

ماهنامه علمی پژوهشی

مهندسی مکانیک مدرس

mme.modares.ac.ir



مطالعه عددی اثر میدان مغناطیسی یکنواخت خارجی بر اندرکنش حباب‌ها در ستون مایع لزج

امین حدیدی[1]، داود جلالی وحید[2]*

1- دانشجوی دکتری، مهندسی مکانیک، دانشگاه صنعتی سهند، تبریز

2- دانشیار، مهندسی مکانیک، دانشگاه صنعتی سهند، تبریز

* تبریز، صندوق پستی 51335-1996، davoodjalali@sut.ac.ir

اطلاعات مقاله

مقاله پژوهشی کامل

دریافت: 17 شهریور 1394

پذیرش: 17 مهر 1394

ارائه در سایت: 10 آبان 1394

کلید واژگان:

الحاق حباب‌ها

جریان حبابی

روش لول ست

ستون مایع لزج

جفت حباب

چکیده

مواجهه جفت حباب‌ها در جریان‌های دوفازی به وفور مشاهده می‌شود که این مواجهه می‌تواند منجر به الحاق آن‌ها شود. الحاق حباب‌ها یکی از پدیده‌های فیزیکی مهمی است که در ستون‌های مایع رخ می‌دهد. توسعه دانش مربوط به الحاق دو حباب، به توصیف بهتر و درک دقیق‌تر جریان‌های دوفازی حبابی کمک می‌کند. اثر میدان مغناطیسی یکنواخت خارجی، تاکنون بر اندرکنش و الحاق حباب‌های سیالات دی‌الکتریک مورد مطالعه قرار نگرفته است. از این رو در پژوهش حاضر، اثر میدان مغناطیسی خارجی یکنواخت بر اندرکنش و الحاق حباب‌هایی که در مایع ساکن صعود می‌کنند، مورد مطالعه قرار گرفته است. حباب‌ها در حالت اولیه کروی فرض شده و هر دو فاز مایع و گاز در ابتدا ساکن فرض شده‌اند. همچنین هر دوفاز تراکم ناپذیر و دی‌الکتریک فرض شده و میدان مغناطیسی خارجی اعمال شده نیز یکنواخت می‌باشد. شبیه‌سازی عددی میدان جریان دوفازی و حل میدان سرعت از طریق روش حجم محدود صورت گرفته و گسسته سازی معادله مغناطیسی نیز با روش تفاضل محدود انجام شده است. برای مدلسازی مرز مشترک دوفاز نیز از الگوریتم لول ست استفاده شده است. نتایج عددی پژوهش حاضر با داده‌های تجربی و عددی محققین قبلی، توافق خوبی دارد. نتایج بدست آمده نشان می‌دهد که میدان مغناطیسی یکنواخت اعمال شده، شکل و دینامیک حباب‌ها و نیز اندرکنش و الحاق آن‌ها را تحت تاثیر قرار می‌دهد؛ بطوریکه میدان مغناطیسی اعمال شده سبب تسریع در الحاق عمودی حباب‌ها می‌شود. از این رو، میدان مغناطیسی خارجی یکنواخت می‌تواند برای کنترل الحاق حباب‌ها مورد استفاده قرار گیرد.

Numerical study of the uniform magnetic field effect on the interaction of bubbles in a viscous liquid column

Amin Hadidi, Davood Jalali-Vahid*

Department of Mechanical Engineering, Sahand University of Technology, Tabriz, Iran
* P.O.B. 51335-1996, Tabriz, Iran, davoodjalali@sut.ac.ir

ARTICLE INFORMATION

Original Research Paper
Received 08 September 2015
Accepted 09 October 2015
Available Online 01 November 2015

Keywords:
Coalescence of Bubbles
Bubbly Flow
Level Set Method
Viscous Liquid Column
Pair of Bubbles

ABSTRACT

The encounter between bubble pairs can occur in the bubble flows and may result in coalescence, which is one of the most important elementary physical processes occurring in liquid columns. Sufficient knowledge of the coalescence process of two bubbles can lead to a better description of the bubbly flow's behavior. Effects of uniform magnetic fields on the interactions and coalescence of dielectric bubbles have not been studied up to now; therefore in this research, interactions and coalescence of two bubbles in a viscous stagnant liquid has been simulated numerically. Considered bubbles are spherical and fluids are stagnant, initially. Both liquid and gas phases are considered incompressible and dielectric where applied magnetic field is uniform. In the numerical simulation of the problem, the Finite Volume method was applied using the SIMPLE algorithm to discretize the governing equations while the finite difference method was used for discretizing of the magnetic field equation. For simulating the interface of two phases, the level set method has been incorporated. The results outlined in the present study agree well with the existing experimental and numerical results. Obtained results show that applied uniform magnetic field affects shape, dynamics and also interactions and coalescence of bubble pairs. Applied magnetic field enhances coalescence between in-line rising bubbles. Therefore, the external uniform magnetic field could be used for contactless control of the coalescence process between bubbles.

1- مقدمه

یکی از مسائل مهم در دینامیک سیالات، جریان‌های حبابی می‌باشند که در کاربردهای صنعتی متعددی مشاهده می‌شوند که از مهمترین آن‌ها می‌توان به مولد بخار در نیروگاه‌های هسته‌ای، موتورهای موشک، بیورآکتورها، سیستم‌های هوادهی و غیره اشاره کرد. مواجهه جفت حباب‌ها در جریان‌های دوفازی به وفور مشاهده می‌شود که بسیار حائز اهمیت است؛ یک جفت حباب در حین صعود ممکن است به هم ملحق شوند که یکی از پدیده‌های فیزیکی مهمی است که در ستون‌های مایع رخ می‌دهد. توسعه دانش مربوط به برهمکنش جفت حباب‌ها بر یکدیگر و نیز الحاق آن‌ها، به توصیف بهتر و درک دقیق‌تر جریان‌های دوفازی حبابی کمک می‌کند. از این رو تحقیقات

برای ارجاع به این مقاله از عبارت ذیل استفاده نمایید:

Please cite this article using:

A. Hadidi, D. Jalali-Vahid, Numerical study of the uniform magnetic field effect on the interaction of bubbles in a viscous liquid column, *Modares Mechanical Engineering,* Vol. 15, No. 11, pp. 293-302, 2015 (In Persian)

[Downloaded from mme.modares.ac.ir on 2024-03-29]

[DOR: 20.1001.1.10275940.1394.15.11.18.4]

عددی و تجربی متعددی در این زمینه انجام شده است که برخی از آن‌ها در ادامه مرور شده است.

یوآن و پروسپرتی [1] حرکت یک جفت حباب که بر روی یک خط عمودی در حال صعود می‌باشند را به طور عددی مورد مطالعه قرار دادند. این محققین دریافتند که فاصله تعادلی پایایی بین یک جفت حباب بوجود می‌آید که ناشی از توازن بین نیروهای جاذبه و دافعه‌ای می‌باشد که بین دو حباب بوجود می‌آید. چن و همکاران [2] حرکت حباب‌های گاز را در مایع لزج بصورت عددی مطالعه کردند. این محققین از روش حجم سیال استفاده کردند و دریافتند که حرکت حباب بالایی (حباب پیشرو)، تغییر شکلی در حباب پایینی القا می‌کند که در نتیجه آن حباب پایینی گلابی شکل می‌شود. همچنین ایشان اذعان کردند که به ازای فاصله اولیه کم بین حباب‌ها، الحاق حباب پایینی به حباب بالایی صورت می‌گیرد اما اگر فاصله اولیه بین حباب‌ها زیاد باشد، پیوستن حباب به حباب‌های بالایی صورت نمی‌گیرد. لجندر و همکاران [3] رفتار جفت حباب‌هایی که در کنار هم صعود می‌کنند را مورد مطالعه قرار دادند. ایشان دریافتند که حرکت حباب‌ها در عدد رینولدز پایین، جدا از هم می‌باشد اما در رینولدزهای بالا، حباب‌ها به سمت هم کشیده می‌شوند. واتانب و سانادا [4] حرکت یک جفت حباب را که به طور عمودی صعود می‌کنند (مراکز اولیه حباب‌ها بر روی امتداد عمودی قرار دارد) را به صورت تجربی و عددی مورد مطالعه قرار دادند. آن‌ها دریافتند که در جریان‌های با رینولدز پایین، جفت حباب به هم برخورد می‌کنند ولی در جریان‌های با عدد رینولدز متوسط، فاصله تعادلی بین جفت حباب‌ها وجود دارد که این فاصله تعادلی در حین صعود در بین حباب‌ها باقی می‌ماند. اخیرا، محمدی و همکاران [5] با استفاده از مدلسازی مستقیم عددی، به بررسی الحاق قطرات آب در روغن پرداختند. این محققین در پژوهش خود نسبت چگالی کم دوفاز را مورد مطالعه قرار داده و نسبت‌های چگالی زیاد مانند آب و هوا را که مدلسازی عددی آن‌ها دشوار می‌باشد، مورد بررسی قرار ندادند.

بیشتر تحقیقات انجام شده در زمینه مطالعه اندرکنش و الحاق حباب‌ها و قطرات پراکنده در فاز مایع، به منظور درک و توضیح فیزیک الحاق حباب‌ها انجام شده و تحقیقات زیادی در زمینه کنترل این پدیده انجام نشده است. اهم مطالعات انجام شده برای کنترل پدیده الحاق حباب‌ها، در ادامه مرور شده است.

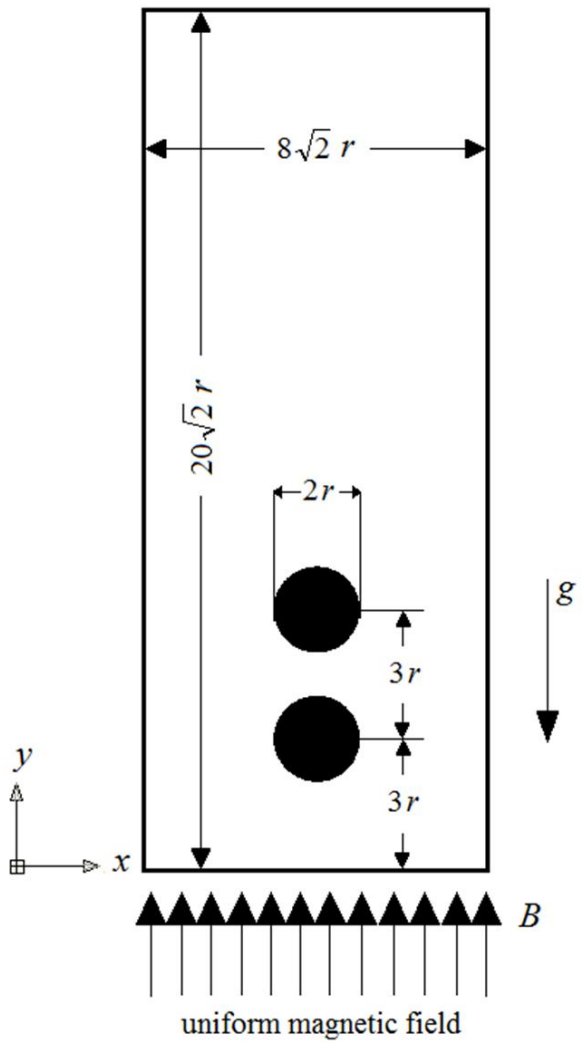
وی و همکاران [6] از امواج آلتراسونیک برای کنترل الحاق قطرات آب پراکنده شده در نفت استفاده کردند. آن‌ها بیان کردند که امواج آلتراسونیک برای افزایش نرخ الحاق قطرات آب در نفت می‌تواند مورد استفاده قرار گیرد. ریچرت و والکر [7]، اثر غلظت الکترولیت افزوده شده را به الحاق حباب‌ها و قطرات مورد مطالعه قرار دادند. ایشان دریافتند که الکترولیت‌های محلول باعث کاهش الحاق حباب‌ها می‌شود. یکی از روش‌های مدرنی که اخیرا برای کنترل غیر تماسی جریان‌های سیال مورد استفاده قرار می‌گیرد، استفاده از میدان‌های مغناطیسی خارجی است. تحقیقات منتشر شده زیادی در زمینه اثر میدان‌های مغناطیسی یکنواخت و غیر یکنواخت بر دینامیک حباب‌ها در سیالات رسانای الکتریکی و نیز اثر میدان مغناطیسی غیر یکنواخت بر جریان‌های حبابی دی‌الکتریک وجود دارد. از جمله آن‌ها می‌توان به پژوهش غفاری و همکاران [8] برای کنترل الحاق سیالات رسانای الکتریکی با استفاده از میدان مغناطیسی یکنواخت اشاره کرد؛ اما اثر میدان مغناطیسی یکنواخت بر جریان‌های دوفازی سیالات دی‌الکتریک مورد مطالعه قرار نگرفته بود تا اینکه کی [9] در سال 2010 اثر میدان مغناطیسی یکنواخت بر دینامیک تک حباب در سیالات دی‌الکتریک را نشان داد. ایشان برای اولین بار نشان داد که به مرز مشترک فازهای سیالات دی‌الکتریک تحت تاثیر میدان مغناطیسی خارجی اعمال شده، نیرویی اعمال می‌شود که موجب تغییر شکل و دینامیک آن می‌شود. با توجه به اینکه اثر میدان مغناطیسی یکنواخت بر اندرکنش حباب‌های دی‌الکتریک بررسی نشده است، در تحقیق حاضر این مسئله مورد مطالعه قرار گرفته است. از این رو در مقاله حاضر، اثر میدان مغناطیسی یکنواخت بر اندرکنش و الحاق جفت حباب‌ها در مایع ساکن که هر دوی سیالات دی‌الکتریک می‌باشند، مورد مطالعه قرار گرفته است.

2- تعریف مساله

هدف از تحقیق حاضر، مطالعه عددی اثر میدان مغناطیسی بر اندرکنش جفت حباب و الحاق آن‌ها به یکدیگر می‌باشد. برای دست یافتن به این هدف، حرکت صعودی جفت حباب گاز در ستون مایع لزج ساکن تحت اثر نیروی غوطه‌وری و میدان مغناطیسی خارجی مدل‌سازی شده است. در انجام این مدل‌سازی، هر دو سیال مایع و گاز تراکم‌ناپذیر فرض شده است. سیالات مورد مطالعه در پژوهش حاضر دی‌الکتریک فرض شده‌اند؛ به عبارت دیگر، رسانندگی الکتریکی هر دوفاز کم می‌باشد [9]. همچنین شکل اولیه هر دو حباب کروی فرض شده و در ابتدا، در حالت سکون قرار دارند. تراوایی مغناطیسی گاز و مایع به ترتیب یک و دو برابر تراوایی مغناطیسی هوا در نظر گرفته شده است [10،11]. شکل شماتیک هندسه مدل شده در پژوهش حاضر در شکل 1 نمایش داده شده است.

در تحقیق حاضر اندرکنش عمودی جفت حباب‌ها مورد مطالعه قرار گرفته است که در شکل 1 نیز نشان داده شده است. فاصله عمودی مراکز دو حباب در هر حالت، سه برابر شعاع اولیه هر کدام از حباب‌ها می‌باشد [13،12].

برای اینکه بتوان از اثرات دیواره بر روی حرکت حباب صرف‌نظر نمود، محققین مختلف مقادیر متفاوتی را برای حداقل فاصله مرکز حباب تا هر یک از دیوارها، پیشنهاد کرده‌اند.



شکل 1 هندسه شماتیک مساله

[Downloaded from mme.modares.ac.ir on 2024-03-29]
[DOR: 20.1001.1.10275940.1394.15.11.18.4]

در تحقیق حاضر، اثر عرض‌های مختلف کانال بر حل، مورد بررسی قرار گرفت و نتیجه شد که حداقل فاصله مرکز حباب تا دیواره کانال بایستی چهار برابر شعاع معادل حباب حاصل از الحاق جفت حباب اولیه باشد. حداقل ارتفاع کانال نیز بایستی بقدری باشد که حباب حاصل از الحاق حباب‌های اولیه بتواند به حرکت صعودی پایا برسد. این مقدار معمولا به صورت سعی و خطا تعیین می‌شود [14] که در این تحقیق مساوی 10 برابر قطر معادل حباب پس از الحاق تعیین شده است. البته لازم به ذکر است که برای یکسان بودن شرایط حل در مقایسه نتایج تحقیق حاضر با نتایج عددی سایر محققین، ابعاد کانال مساوی با ابعاد کانال در تحقیقات مزبور، در نظر گرفته شده است.

3- مدلسازی ریاضی مسئله

3-1- معادلات اصلی حاکم بر مسئله

معادلات اصلی حاکم بر میدان جریان در مسئله مورد مطالعه در پژوهش حاضر، شامل معادلات پیوستگی، مومنتوم و مغناطیسی می‌باشند که در این قسمت ارایه شده است. معادلات حاکم بر هیدرودینامیک جریان بصورت زیر بیان می‌شود:

$$\vec{\nabla}\cdot\vec{V}=0 \tag{1}$$

$$\rho(\phi)\frac{D\vec{V}}{Dt}=-\vec{\nabla}P+\vec{\nabla}\cdot(2\mu(\phi)D)+\vec{F}+\vec{T}+\rho(\phi)\vec{g} \tag{2}$$

در روابط فوق $\vec{V}$ بردار سرعت، ϕ تابع لول ست، P فشار، $\rho(\phi)$ چگالی و $\mu(\phi)$ لزجت سیال بر حسب تابع لول ست، $\frac{D}{Dt}$ مشتق مادی، D تانسور نرخ کرنش، $\vec{F}$ نیروی کشش سطحی، $\vec{T}$ چشمه نیروی مغناطیسی و $\vec{g}$ بردار شتاب گرانش را نشان می‌دهند [15]. برای گسسته سازی معادلات هیدرودینامیکی از طرح ترکیبی شامل گسسته سازی مرکزی و پادبادسو استفاده شده است.

معادله میدان مغناطیسی حاکم بر مسئله نیز از ساده سازی معادلات چهارگانه ماکسول بدست می‌آید که با توجه به اینکه جریان الکتریکی در مسئله حاضر وجود ندارد، بصورت زیر ساده می‌شود [9]:

$$\nabla^2\xi+\eta(\phi)\left(\frac{1}{\eta_g}-\frac{1}{\eta_l}\right)\delta(\phi)\,\vec{n}\cdot\vec{\nabla}\xi=0 \tag{3}$$

در معادله فوق، $\vec{n}$ بردار نرمال و $\delta(\phi)$ تابع دلتا می‌باشد که به ترتیب، بصورت زیر تعریف می‌شوند [16]:

$$\vec{n}=\frac{\vec{\nabla}\phi}{|\vec{\nabla}\phi|} \tag{4}$$

$$\delta(\phi)=\begin{cases}0 & \phi<-\varepsilon\\ \frac{1}{2\varepsilon}+\frac{1}{2\varepsilon}\cos\left(\frac{\pi\phi}{\varepsilon}\right) & |\phi|\le\varepsilon\\ 0 & \phi>\varepsilon\end{cases} \tag{5}$$

همچنین ξ پارامتر پتانسیل بردار میدان مغناطیسی می‌باشد. بردار میدان مغناطیسی در هر نقطه برحسب این پتانسیل، بصورت زیر تعریف می‌شود:

$$\vec{B}=\left(\frac{\partial\xi}{\partial y}\right)\vec{i}-\left(\frac{\partial\xi}{\partial x}\right)\vec{j} \tag{6}$$

در پژوهش حاضر، از روش لول ست برای مطالعه مرز مشترک دوفاز استفاده شده است. تابع لول ست در هر نقطه نیز با استفاده از معادله دیفرانسیل لول ست محاسبه می‌شود که بصورت زیر بیان می‌گردد [16]:

$$\frac{\partial\phi}{\partial t}+\vec{\nabla}(\phi)\cdot\vec{\nabla}=0 \tag{7}$$

سطح مشترک فازها Γ توسط سطح تراز صفر تابع لول ست (ϕ) تعریف می‌شود [16]:

$$\Gamma=\{(x,y)|\phi(x,y,t)=0\} \tag{8}$$

تابع لول ست (ϕ) یک تابع فاصله علامت می‌باشد. به این معنی که از یک علامت مثبت و یا منفی و یک مقدار عددی تشکیل شده است که این مقدار عددی بیانگر کمترین فاصله هر نقطه از شبکه حل، از مرز مشترک بین فازها می‌باشد. در روش لول ست نواحی داخل مرز (داخل حباب) و خارج مرز (مایع اطراف)، با توجه به علامت تابع لول ست تعیین می‌شود. در تحقیق حاضر، مقادیر منفی تابع لول ست به نقاط داخلی و مقادیر مثبت به نقاط خارج مرز تخصیص داده شده است که در معادله (9) ارایه شده است.

$$\phi(x,y,t)\begin{cases}>0 & (x,y)\in \text{مایع}\\ =0 & (x,y)\in \text{مرز}\\ <0 & (x,y)\in \text{گاز}\end{cases} \tag{9}$$

یکی از مشکلاتی که روش لول ست در مطالعه جریان‌های دوفازی دارد، مشکل بقای جرم است. در تغییرات شدید مرز مشترک از جمله الحاق مرزها و یا گسیختگی سطوح مشترک بین فازها، خطای عددی عدم بقای جرم که عمدتا بصورت کسر جرم می‌باشد، شدیدتر می‌شود. برای رفع این مشکل در تحقیق حاضر، از معادلات بازسازی لول ست [13] استفاده شده است؛ بنابراین پس از حل معادله لول ست که در معادله (9) ارایه شده است، در هر گام از حل، معادله بازسازی لول ست که در معادله (10) ارایه شده، بایستی حل شود.

$$\frac{\partial\phi^*}{\partial\tau}=(1-|\nabla\phi^*|)\text{sign}(\phi^*) \tag{10}$$

در معادله (10) متغیر τ، زمان مجازی است. در هر گام زمانی از حل مسئله، معادله بازسازی لول ست در یک حلقه زمانی تا زمان τ حل می‌شود؛ به طوری که در آن حلقه، معادله بازسازی لول ست تا بازسازی کامل مقدار تابع لول ست در شبکه محاسباتی، حل می‌گردد. همچنین $\text{sign}(\phi^*)$ تابع علامت می‌باشد.

نیروی کشش سطحی در معادله مومنتوم (2)، بصورت زیر قابل محاسبه می‌باشد [17،15]:

$$\vec{F}=\kappa\,\sigma\,\vec{n}\,\delta(\phi) \tag{11}$$

در معادله فوق، σ ضریب کشش سطحی بوده و κ نیز انحنای مرز مشترک دوفاز می‌باشد که بصورت زیر تعیین می‌شود:

$$\kappa=\vec{\nabla}\cdot\vec{n} \tag{12}$$

نیروی مغناطیسی اضافه شده به معادله مومنتوم نیز بصوت زیر محاسبه می‌شود [9]:

$$\vec{T}=\left(\frac{1}{\eta_g}-\frac{1}{\eta_{gl}}\right)B_n^2\delta(\phi)\vec{n}-\frac{1}{2}\left[(\eta_g-\eta_l)H^2+\bar{\eta}\left(\frac{1}{\eta_g^2}-\frac{1}{\eta_l^2}\right)B_n^2\right]\delta(\phi)\vec{n} \tag{13}$$

در معادله فوق، $\bar{\eta}$ بصورت زیر تعریف می‌شود [10]:

$$\bar{\eta}=\begin{cases}\eta_g & \phi>0\\ \eta_l & \phi<0\end{cases} \tag{14}$$

خواص فیزیکی سیالات یعنی چگالی، لزجت و تراوایی مغناطیسی بر حسب تابع لول ست بصورت زیر تعیین می‌شوند [13]:

$$\rho(\phi)=\rho_g+(\rho_l-\rho_g)\times H(\phi) \tag{15}$$

$$\mu(\phi)=\mu_g+(\mu_l-\mu_g)\times H(\phi) \tag{16}$$

$$\eta(\phi)=\eta_g+(\eta_l-\eta_g)\times H(\phi) \tag{17}$$

در روابط فوق، $H(\phi)$ تابع هیویساید می‌باشد. این تابع، مشتق تابع دلتا $\delta(\phi)$ بوده و بصورت زیر بیان می‌شود [15]:

$$H(\phi)=\begin{cases}0 & \phi<-\varepsilon\\ \frac{1}{2}\left[1+\frac{\phi}{\varepsilon}+\frac{1}{\pi}\sin\left(\frac{\pi\phi}{\varepsilon}\right)\right] & |\phi|\le\phi\\ 1 & \phi>-\varepsilon\end{cases} \tag{18}$$

[Downloaded from mme.modares.ac.ir on 2024-03-29]
[DOR: 20.1001.1.10275940.1394.15.11.18.4]

3-2- شرایط مرزی و اولیه

شرط مرزی هیدرودینامیکی در تمام مرزهای هندسه نشان داده شده در شکل 1، از برهم نهی اصل عدم لغزش (19) و اصل عدم نفوذ در مرز جامد (20) به‌دست می‌آید. این شرط مرزی، عدم ورود و یا خروج جرم از حجم مورد مطالعه را تضمین می‌نماید [18].

$$\vec{n} \times \vec{V} = 0 \quad (19)$$

$$\vec{n} \cdot \vec{V} = 0 \quad (20)$$

شرط مرزی مغناطیسی در همه مرزهای کانال نیز غیر از مرزی که میدان مغناطیسی در آن اعمال شده است، بصورت زیر بیان می‌گردد [10]:

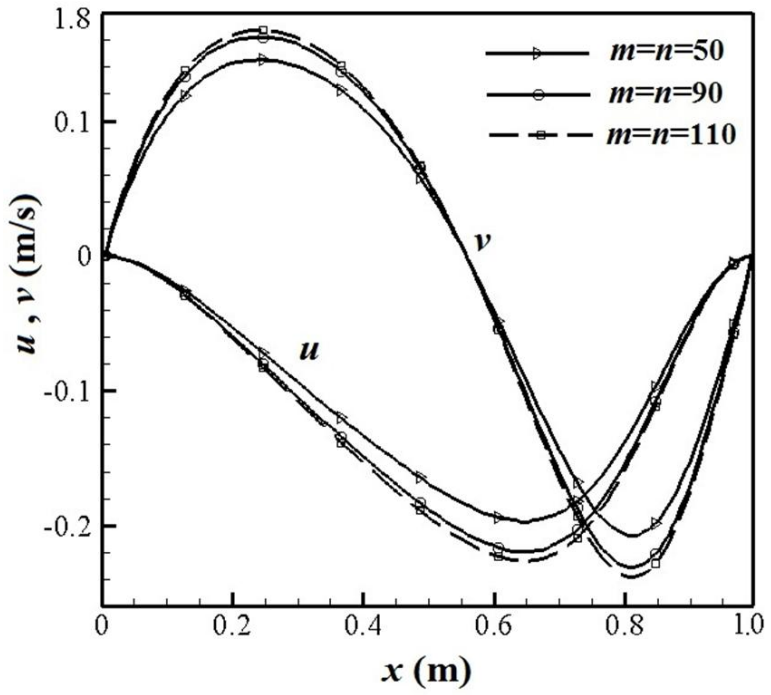
$$\vec{n} \cdot \vec{B} = 0 \quad (21)$$

شکل اولیه حباب‌ها در تمامی حالات مدلسازی، کروی درنظر گرفته شده است. با توجه به اینکه رها شدن حباب‌ها از لحظه سکون مطالعه شده است، توزیع سرعت اولیه در کل میدان حل برابر صفر در نظر گرفته شده است.

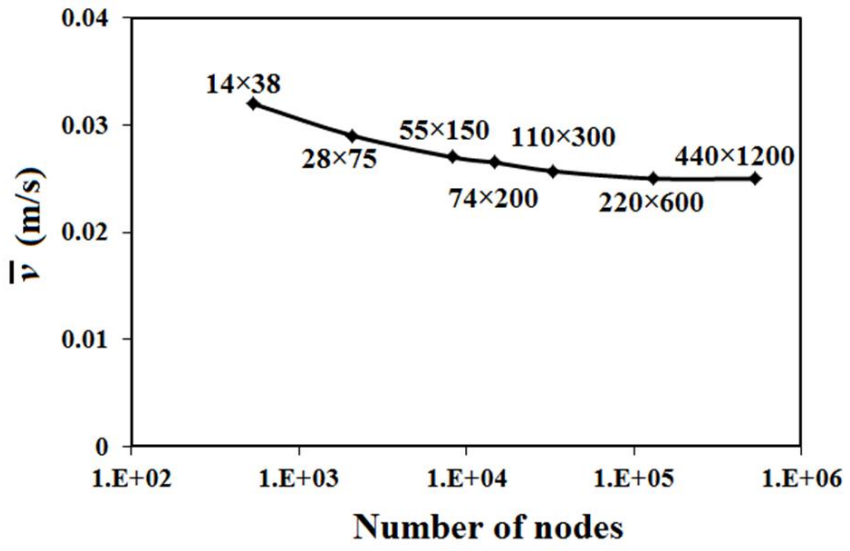
4- اعتبار سنجی

4-1- استقلال حل از شبکه محاسباتی

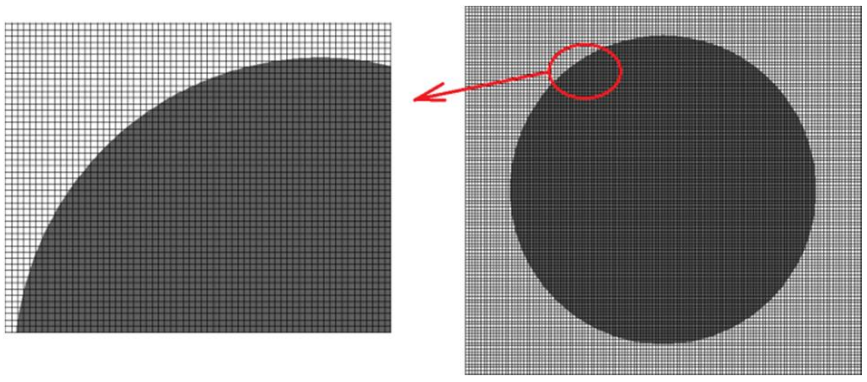
برای تعیین اندازه صحیح شبکه مورد مطالعه، آزمون استقلال از شبکه، نخست در حالت تک فاز با مرز بالایی متحرک در هندسه انجام گردید. نمونه‌ای از نتایج آزمون استقلال از شبکه در شکل 2 ارایه شده است. همچنین آزمون استقلال از شبکه در حالت دوفازی و در حالت الحاق جفت حباب که روی امتداد عمودی صعود می‌کنند، نیز انجام گردید. به این منظور، الحاق دو حباب به ازای عدد اتوس برابر 10 و عدد مورتن برابر 4 مدلسازی شد که نتایج حاصل در شکل 3 ارایه شده است. اثر اندازه شبکه بر سرعت پایای حباب حاصل از الحاق دو حباب به یکدیگر، در شکل 3 مشاهده می‌شود. مطابق استقلال حل از شبکه محاسباتی نشان داده شده در شکل 3 مشخص می‌گردد که به ازای شبکه با تعداد گره‌های 220×600، سرعت پایای صعود حباب حاصل از الحاق دو حباب اولیه، مستقل از اندازه شبکه محاسباتی می‌باشد. این تعداد گره متناظر با گام مکانی برابر با 0.0001 میلی‌متر می‌باشد که به عنوان اندازه شبکه صحیح مورد استفاده قرار گرفته است. شبکه مورد نظر بسیار ریز می‌باشد. استفاده از این شبکه ریز، امکان مدلسازی الحاق حباب‌ها را که در آن تغییرات شدیدی در مرز مشترک دو فاز به دلیل تغییر شکل شدید حباب‌ها و نیز الحاق دو مرز بوجود می‌آید، با استفاده از روش لول ست، میسر می‌کند. شبکه مورد نظر در شکل 4 نشان داده شده است.



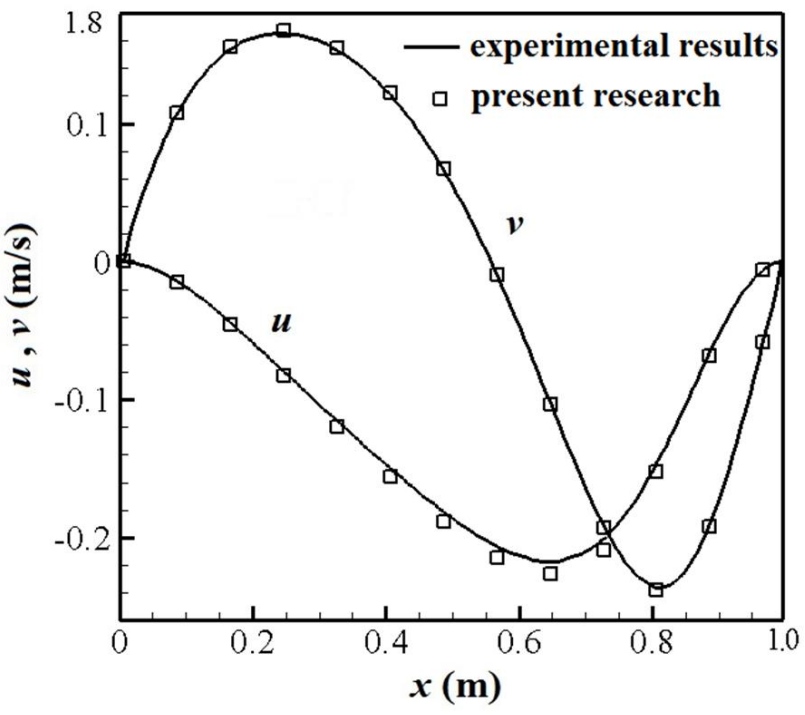
شکل 2 بررسی استقلال حل از شبکه محاسباتی در حالت تک فاز



شکل 3 بررسی استقلال حل از شبکه محاسباتی در الحاق جفت حباب



شکل 4 اندازه شبکه محاسباتی مورد استفاده برای مدلسازی عددی حباب‌ها



شکل 5 مقایسه نتایج کد تدوین شده در حالت تک فاز با نتایج تجربی [19]

مطابق شبکه محاسباتی نشان داده شده در شکل 4 مشاهده می‌شود که مرز مشترک دوفاز با شبکه به اندازه کافی ریز، گسسته می‌شود و امکان کنترل مناسب جرم در مرز مشترک دوفاز را در روش لول ست فراهم می‌کند. از این رو، می‌توان از خطای کسر جرمی روش لول ست جلوگیری کرد. در هندسه‌های پیچیده و با انحنای زیاد مخصوصا در الحاق مرزهای مشترک فازها به یکدیگر، میزان خطای جرمی روش لول ست زیاد می‌باشد که برای جلوگیری از آن، لازم است فضای محاسباتی با شبکه ریزی گسسته سازی شود.

4-2- صحه گذاری نتایج

به منظور صحه گذاری کد تدوین شده، نخست نتایج حاصل از کد در حالت تک فاز با نتایج تجربی موجود مقایسه شده است. بدین منظور، مولفه‌های سرعت محاسبه شده توسط کد تدوین شده با نتایج تجربی مرجع [19] مقایسه شده و نتایج در شکل 5 ارایه شده است. استقلال حل از شبکه مربوط به این آزمون اعتبارسنجی قبلا در شکل 2 ارایه شد.

[Downloaded from mme.modares.ac.ir on 2024-03-29]
[DOR: 20.1001.1.10275940.1394.15.11.18.4]

با ملاحظه شکل 5 مشخص می‌گردد که تطابق خوبی بین نتایج عددی کد تدوین شده و نتایج تجربی وجود دارد.

در گام دوم جهت صحه گذاری نتایج در پژوهش حاضر، مسئله صعود آزادانه تک حباب مدلسازی شده و نتایج حاصل با داده‌های تجربی مقایسه شده است. برای مقایسه نتایج حاصل از مدلسازی، از نمودار گریس استفاده شده است. این نمودار، نتایج فشرده آزمایشات تجربی گریس و همکارانش است که شکل پایای حباب را به سه عدد بی‌بعد وابسته می‌سازد که دو عدد از این سه عدد بی بعد مستقل از هم می‌باشند.

این اعداد بی بعد عبارت‌اند از عدد مورتن، عدد اتوس و عدد رینولدز که به ترتیب در معادلات (22) تا (24) ارایه شده‌اند. نمودار گریس [20] نیز در شکل 6 ارایه شده است.

$$M = \frac{g\,\mu_l^4\,\Delta\rho}{\rho_l^2\,\sigma^3} \quad (22)$$

$$Eo = \frac{g\,\Delta\rho\,d_e^2}{\sigma} \quad (23)$$

$$Re = \frac{\rho_l\,d_e\,\bar{v}}{\mu_l} \quad (24)$$

در روابط (22) تا (24) $\Delta\rho$ اختلاف چگالی دو فاز، μ_l و ρ_l به ترتیب لزجت دینامیکی و چگالی فاز مایع، σ ضریب کشش سطحی، d_e قطر معادل حباب و $\bar{v}$ سرعت میانگین صعودی حباب در حالت پایا است.

مسئله صعود تک حباب ساکن در ستون مایع لزج تحت اثر نیروی شناوری به ازای اعداد بی بعد اتوس، مورتن و رینولدز مختلف که مبین چگالی‌ها، لزجت-ها و ضرایب کشش سطحی مختلف بوده و متناظر با رژیم‌های مختلف جریان دوفازی حبابی مشخص شده در نمودار گریس می‌باشد، بصورت عددی مدلسازی شد و نتایج حاصل در شکل 6 بر روی نمودار گریس ارایه گردید.

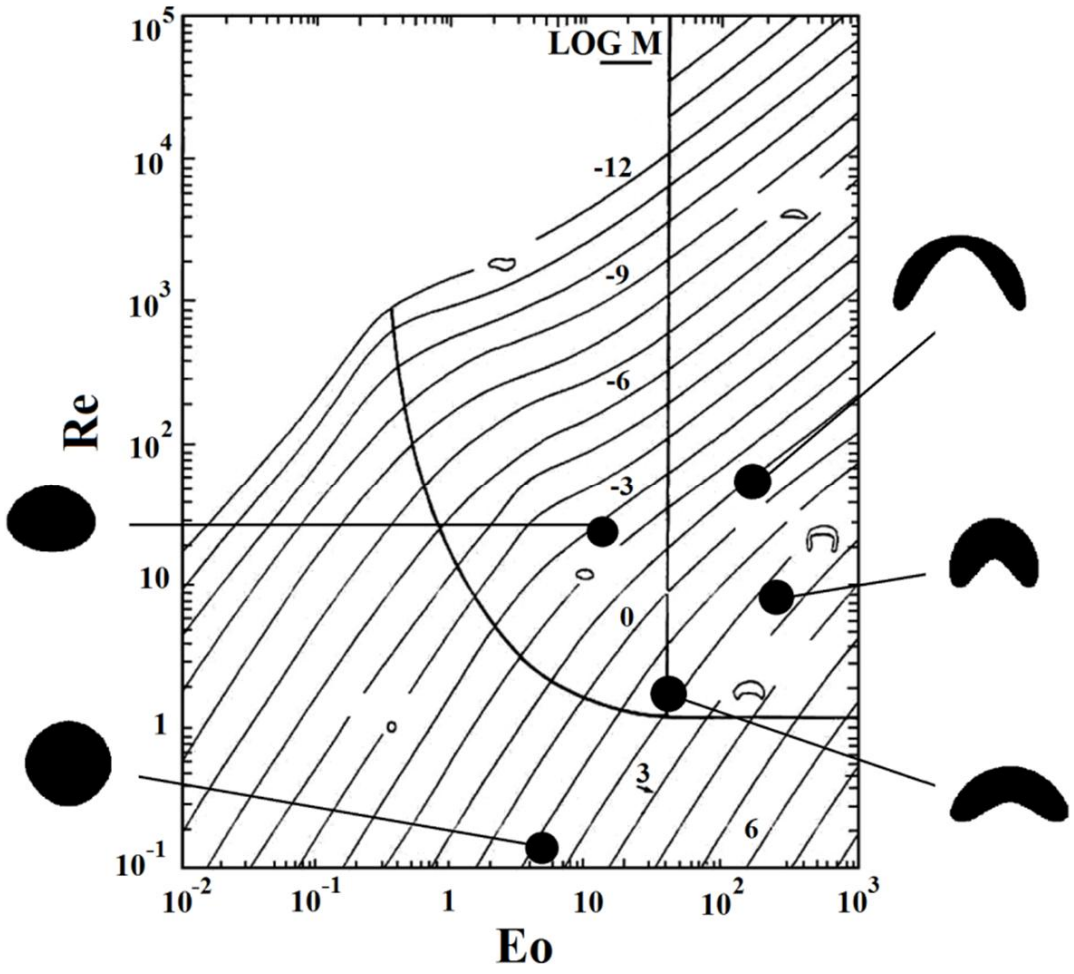
مطابق شکل 6 مشاهده می‌شود که شکل پایای حباب که در مدلسازی تحقیق حاضر با استفاده از روش عددی لول ست به ازای رژیم‌های مختلف جریان از جمله نواحی با تغییر شکل‌های شدید حاصل شده است، تطابق خوبی با شکل پیش بینی شده در نواحی مختلف نمودار گریس دارد که به صورت تجربی تعیین گردیده‌اند. مطابق تحقیقات پیشین در این زمینه، مقایسه شکل حباب با نتایج تجربی بصورت کیفی انجام شده است.

5- مدلسازی الحاق جفت حباب

در این بخش، حرکت صعودی یک جفت حباب گاز در ستون مایع لزج در اثر نیروی شناوری مدلسازی شده و نتیجه حاصل در شکل 7 ارایه شده است. به این منظور، نخست یک جفت حباب گاز در نظر گرفته شده است که مراکز آن‌ها بر روی خط عمودی قرار گرفته‌اند. شعاع هریک از حباب ها برابر 5 میلی‌متر می‌باشد. عدد اتوس جریان برابر 16 و عدد مورتن آن برابر 2×10^{-4} می‌باشد. فاصله اولیه بین مراکز حباب‌های مورد نظر سه برابر شعاع اولیه هرکدام از حباب‌ها می‌باشد [13،12]. حرکت، رفتار و تغییر شکل هریک از حباب‌ها در حین صعود و نیز برهم کنش آن‌ها بر یکدیگر، در شکل 7 نشان داده شده است.

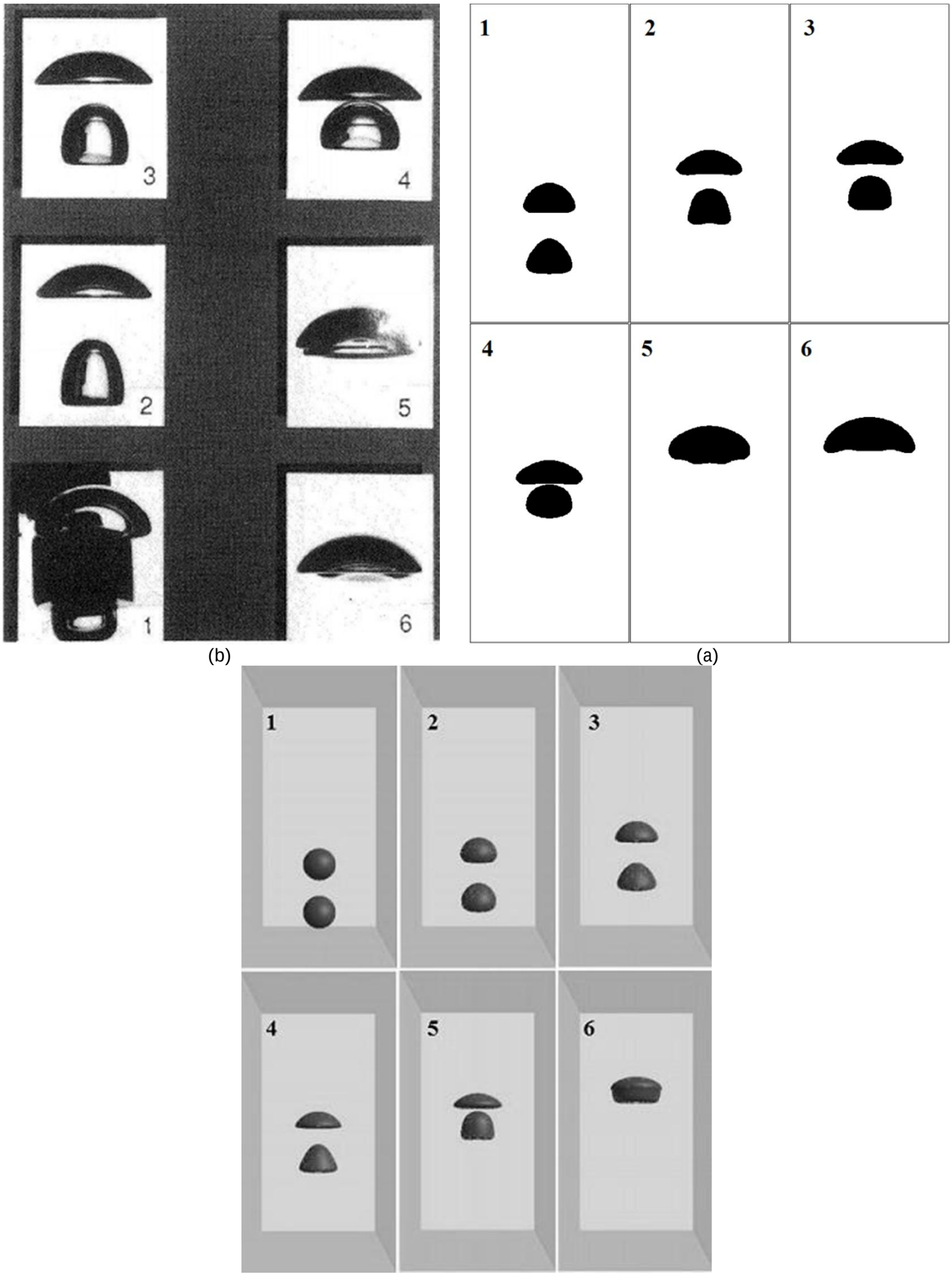
برای مقایسه نتایج حاصل از تحقیق حاضر برای مدلسازی الحاق حباب، از نتایج تجربی کوروتنی و بررتون [12] و نیز نتایج عددی آنالاند و همکاران [13] استفاده شده است. لازم به ذکر است که مقایسه نتایج عددی تحقیق حاضر با نتایج تجربی و عددی موجود، بصورت کیفی صورت گرفته است. بطور کلی مقایسه نتایج مربوط به تغییر شکل حباب‌ها و نیز الحاق و بر همکنش آن‌ها به یکدیگر در تحقیقات پیشین نیز بصورت کیفی انجام شده است که این رویه در پژوهش حاضر نیز، دنبال شده است که در آن به بررسی تغییر شکل و برهمکنش جفت حباب‌ها پرداخته شده است.

با مقایسه نتایج حاصل از روش لول ست در تحقیق حاضر برای بررسی پدیده الحاق جفت حباب با مشخصات ذکر شده، با نتایج تجربی و عددی در شرایط مشابه، مشاهده می‌شود که تطابق خوبی بین نتایج حاصل از تحقیق حاضر با نتایج موجود، وجود دارد. با ملاحظه شکل 7 مشاهده می‌گردد که همخوانی کیفی نتایج روش لول ست با نتایج تجربی، بهتر از نتایج روش عددی حجم سیال [13] است. مقایسه زمان الحاق تعیین شده با استفاده از روش لول ست (تحقیق حاضر) با زمان الحاق محاسبه شده در روش عددی حجم سیال [13] نیز در جدول 1 ارایه شده است.



شکل 6 مقایسه نتایج تحقیق حاضر در حالت تک حباب با نتایج تجربی گریس [20]

[Downloaded from mme.modares.ac.ir on 2024-03-29]
[DOR: 20.1001.1.10275940.1394.15.11.18.4]



شکل 7 مقایسه الحاق دوحباب در تحقیق حاضر با نتایج تجربی و عددی محققین پیشین، a: نتایج عددی تحقیق حاضر با استفاده از روش لول ست، b: نتایج تجربی کوروتنی و بررتون [12]، c: نتایج عددی آنلاند و همکاران با استفاده از روش حجم سیال [13]

جدول 1 مقایسه زمان الحاق در روش لول ست با روش حجم سیال

روش عددی	زمان الحاق (ثانیه)
روش لول ست (تحقیق حاضر)	0.1246
روش حجم سیال [13]	0.125

با ملاحظه نتایج جدول 1 مشاهده می‌شود که توافق خوبی بین نتایج کمی روش لول ست و حجم سیال وجود دارد.

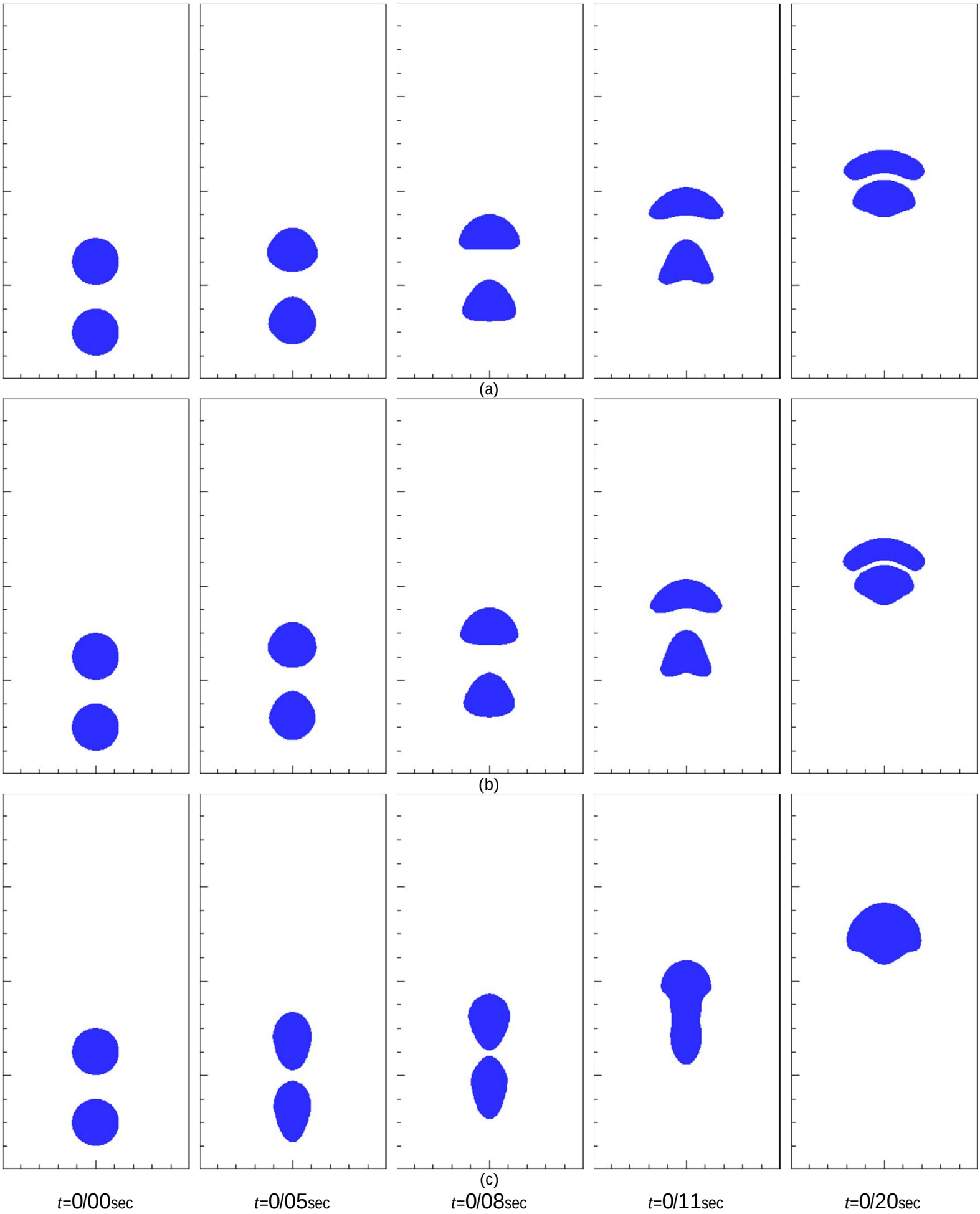
زمان بیان شده در جدول 1، مدت زمانی است که طول می‌کشد تا حباب‌هایی که از حالت سکون رها شده‌اند، به هم رسیده و الحاق بین آن‌ها صورت گیرد.

با ملاحظه شکل 7 مشاهده می‌شود که وقتی جفت حباب بر روی خط عمودی صعود می‌کنند، حباب‌ها در حین صعود به هم نزدیک می‌شوند بطوریکه با گذشت زمان، فاصله حباب پایینی در حین صعود از حباب بالایی کم می‌شود. این بدان معنی است که سرعت حباب پایینی بیشتر از سرعت حباب بالایی می‌باشد. علت این پدیده، آن است که دنباله ایجاد شده در پشت حباب بالایی سبب کاهش نیروی درگ موثر بر حباب پایینی می‌شود. به دلیل کاهش نیروی

[Downloaded from mme.modares.ac.ir on 2024-03-29]
[DOR: 20.1001.1.10275940.1394.15.11.18.4]

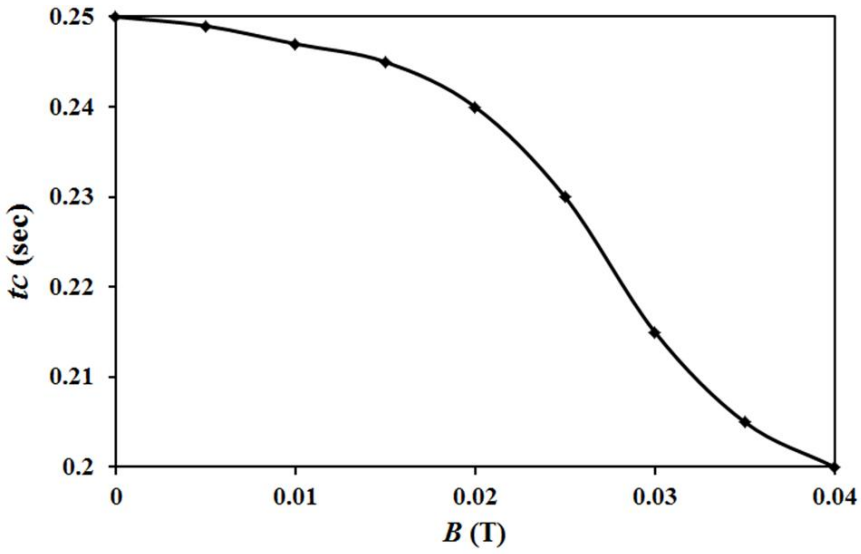
درگ موثر بر حباب پایینی، نیروهای مقاوم در برابر حرکت صعودی آن کاهش می‌یابد؛ در نتیجه سرعت صعود حباب پایینی افزایش یافته و به حباب بالایی نزدیک می‌شود تا اینکه در نهایت به حباب بالایی ملحق می‌شود. لازم به ذکر است که برای الحاق حباب‌ها، بایستی فاصله اولیه بین حباب بالایی و پایینی به قدری باشد که حباب پایینی در ناحیه کم فشار دنباله زیر حباب بالایی قرار گیرد تا حباب پایینی به ناحیه کم فشار زیر حباب بالایی مکیده شود تا اینکه سرعت آن افزایش یافته و الحاق بین دو حباب صورت گیرد؛ در غیر این صورت، پدیده الحاق در بین حباب‌ها اتفاق نمی‌افتد.

اثر میدان مغناطیسی خارجی یکنواخت بر اندرکنش دو حباب مورد مطالعه، در شکل 8 نشان داده شده است. شکل و موقعیت جفت حباب‌هایی که آزادانه در ستون مایع لزج و ساکن در حال صعود می‌باشند، در ردیف اول شکل 8 نشان داده شده است. در ردیف دوم، اثر میدان مغناطیسی با قدرت 0.015 تسلا و در ردیف سوم نیز میدان مغناطیسی با قدرت 0.04 تسلا بر اندرکنش حباب‌های مذکور نشان داده شده است. با ملاحظه شکل مشاهده می‌شود که میدان مغناطیسی اعمال شده، سبب کشیدگی حباب‌ها در راستای میدان مغناطیسی اعمال شده می‌شود. با ملاحظه رفتار حباب‌ها در لحظه 0.08 ثانیه، اثر میدان مغناطیسی بر کشیدگی حباب‌ها مشخص می‌باشد. با کشیدگی حباب‌ها در راستای میدان مغناطیسی، کمینه فاصله بین آن‌ها کم می‌شود.

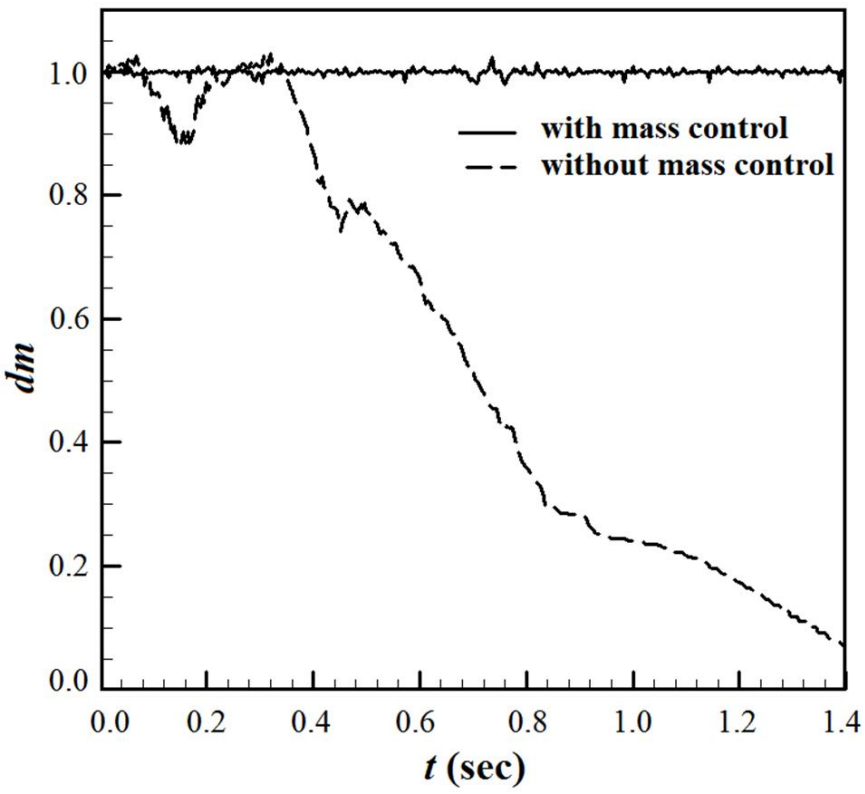


شکل 8 مطالعه اثر میدان مغناطیسی بر اندرکنش عمودی جفت حباب، a: صعود آزادانه حباب‌ها در غیاب میدان مغناطیسی، b و c: صعود جفت حباب تحت اثر میدان مغناطیسی به ترتیب با قدرت‌های 0.015 T و 0.04 T

[Downloaded from mme.modares.ac.ir on 2024-03-29]
[DOR: 20.1001.1.10275940.1394.15.11.18.4]



شکل 9 اثر میدان مغناطیسی خارجی یکنواخت اعمال شده به زمان الحاق حباب‌ها



شکل 10 اثر کنترل جرم بر بقای جرمی روش لول ست در مطالعه الحاق جفت حباب

با توجه به اینکه پدیده الحاق حباب‌ها شدیدا به کمینه فاصله بین آن‌ها بستگی دارد، میدان مغناطیسی اعمال شده سبب تسریع در الحاق آن‌ها می‌گردد. از طرف دیگر، با کشیده‌تر شدن حباب‌ها در راستای جریان، سطح مقطع حباب در مقابل جریان کاهش یافته و در نتیجه نیروی درگ موثر بر آن کاهش می‌یابد؛ بنابراین، سرعت صعود افزایش می‌یابد که این امر نیز به تسریع در الحاق حباب‌ها کمک می‌کند.

با ملاحظه رفتار حباب‌ها در لحظه 0.2 ثانیه، مشاهده می‌شود که حباب‌ها در حالتی که قدرت میدان مغناطیسی اعمال شده 0.04 تسلا می‌باشد، به هم ملحق شده‌اند؛ در حالیکه در حالت میدان مغناطیسی با قدرت 0.02 تسلا، و صعود آزادانه حباب‌ها در غیاب میدان مغناطیسی، الحاق حباب‌ها به وقوع نمی‌پیوندد. همچنین با ملاحظه رفتار حباب‌ها در لحظه 0.2 ثانیه مشخص است که کمینه فاصله بین حباب‌ها در حالت میدان مغناطیسی اعمال شده با قدرت 0.02 تسلا، کمتر از حالت صعود آزادانه حباب‌ها در غیاب میدان مغناطیسی می‌باشد. از این رو، میدان مغناطیسی اعمال شده سبب کشیدگی حباب‌ها در راستای میدان مغناطیسی اعمال شده، می‌گردد و پدیده الحاق بین دو حباب را تسریع می‌بخشد. همچنین این پدیده‌ها، به قدرت میدان مغناطیسی اعمال شده بستگی دارد؛ بطوریکه هر قدر قدرت میدان مغناطیسی اعمال شده بیشتر باشد، کشیدگی حباب‌ها بیشتر شده و الحاق بین آن‌ها نیز سریع‌تر انجام می‌گیرد.

اثر میدان مغناطیسی یکنواخت خارجی با قدرت‌های مختلف بر زمان الحاق عمودی (t_c) جفت حباب مورد مطالعه، در شکل 9 نشان داده شده است. با ملاحظه شکل، مشاهده می‌شود که با افزایش قدرت میدان مغناطیسی، زمان الحاق جفت حباب کاهش می‌یابد. میدان‌های مغناطیسی با قدرت کمتر، تاثیر کمی بر زمان الحاق دارند؛ در حالیکه میدان‌های مغناطیسی با قدرت بیشتر، تاثیر چشمگیری در کاهش زمان الحاق جفت حباب‌ها، دارا می‌باشند. همانطور که گفته شد، میدان مغناطیسی اعمال شده سبب کشیدگی حباب‌ها در راستای میدان مغناطیسی اعمال شده می‌گردد. نیروی کشش سطحی مطابق رابطه (1) تابعی از انحنای مرز مشترک دوفاز می‌باشد. با کشیدگی حباب در راستای میدان مغناطیسی، انحنای حباب در سطوح بالایی و پایینی آن افزایش می‌یابد که در نتیجه آن، میزان نیروی کشش سطحی در سطوح مزبور افزایش می‌یابد. این نیروها، خلاف جهت نیروی مغناطیسی عمل می‌کنند و موجب فشرده شدن حباب در راستای عمودی (راستای میدان مغناطیسی اعمال شده) می‌گردند؛ زیرا، نیروی کشش سطحی تمایل دارد که تا جای ممکن، شکل حباب به حالت کروی نزدیک باشد تا سطح حباب کاهش یافته و به کمترین سطح انرژی خود برسد که در این حالت، شکل حباب پایدارتر خواهد بود. از این رو، میدان‌های مغناطیسی ضعیف تا قدرت 0.015 تسلا، به دلیل عملکرد مخالف نیروی کشش سطحی در مقابل نیروهای ناشی از میدان مغناطیسی، توانایی کمتری در کشیدگی حباب دارند؛ در نتیجه، سرعت حباب‌ها و نیز زمان الحاق جفت حباب دچار تغییر چندانی نمی‌شود. در حالیکه میدان‌های مغناطیسی قوی‌تر، سبب کشیدگی بیشتر در حباب‌ها شده و زمان الحاق را با شدت بیشتری کاهش می‌دهند. این بدان دلیل است که نیروی وارد شده به حباب‌ها در اثر میدان مغناطیسی قوی، به اثر مخالف نیروی کشش سطحی غلبه کرده و موجب تغییر شکل زیاد در آن‌ها می‌شود. با ملاحظه شکل 9، مشاهده می‌شود که به ازای میدان مغناطیسی با قدرت 0.04 تسلا، زمان الحاق جفت حباب‌ها تا حدود 25% کاهش می‌یابد. طبیعتا قدرت‌های بالاتر میدان مغناطیسی، منجر به کاهش بیشتر زمان الحاق حباب‌ها خواهند شد.

با توجه به اینکه الحاق حباب‌ها در جریان‌های دوفازی مایع-گاز یکی از پارامترهای موثر در گذار رژیم جریان دوفازی می‌باشد، میدان مغناطیسی اعمال شده که سبب کاهش زمان الحاق حباب‌ها می‌شود، می‌تواند بسیار حائز اهمیت باشد. با الحاق حباب‌های گاز به یکدیگر، اندازه حباب‌ها افزایش یافته و در مقابل، پایداری آن‌ها نیز کاهش می‌یابد. از این رو، میدان مغناطیسی یکنواخت اعمال شده می‌تواند به عنوان ابزاری برای کنترل اندرکنش و الحاق حباب‌ها به شیوه غیر تماسی، در جریان‌های دوفازی مایع-گاز مورد استفاده قرار گیرد.

یکی از مشکلاتی که روش لول ست در مطالعه جریان‌های دوفازی دارد، کسب و یا کسر غیر واقعی جرم در حین مدلسازی جریان دوفازی می‌باشد که اصطلاحا از آن به عدم بقای جرمی روش لول ست یاد می‌شود [22،21]. در مسائلی که مرز مشترک فازها دارای تغییرات شدید می‌باشند، از جمله در مسائلی که مرزها به هم می‌پیوندد یا مرز مشترک فازها دچار گسیختگی می‌شوند، عدم بقای جرم روش لول ست شدیدتر می‌شود. بنابراین به منظور کنترل بقای جرم روش لول ست، از معادلات بازسازی و مقدار دهی مجدد تابع لول ست استفاده می‌شود که در بخش مدلسازی ریاضی مسئله، شرح داده شد. همچنین با استفاده از حلقه‌های کنترل جرم در هر گام زمانی، تلاش می‌شود تا از انتشار خطای لول ست نسبت به گام زمانی قبل جلوگیری شود. در تحقیق حاضر، از معادلات بازسازی و کنترل جرم برای مطالعه الحاق

[Downloaded from mme.modares.ac.ir on 2024-03-29]
[DOR: 20.1001.1.10275940.1394.15.11.18.4]

حباب‌ها با استفاده از روش لول ست استفاده شده و نتیجه مدلسازی مسئله الحاق حباب با استفاده از کنترل جرم و بدون روش‌های کنترل جرم، با یکدیگر مقایسه شده و در شکل 10 نمایش داده شده است. محور عمودی در شکل 10، معرف نسبت جرم حباب در هر لحظه، به جرم اولیه می‌باشد که با *dm* مشخص شده است؛ مقادیر مخالف یک این کمیت، مبین انحراف جرم حباب از جرم اولیه می‌باشد. به عبارت دیگر، در حالتی که بقای جرم توسط روش لول‌ست کاملا برآورد شود، مقدار متغیر *dm* برابر 1 خواهد بود. این بدان معنی است که انحراف جرم نسبت به جرم اولیه صفر درصد می‌باشد.

با ملاحظه شکل 10 مشخص می‌شود که استفاده از معادلات بازسازی و کنترل جرم، از انتشار خطای لول ست جلوگیری می‌کند؛ در حالیکه اگر خطای عددی کسر جرمی این روش کنترل نشود، امکان مطالعه الحاق دو حباب با استفاده از روش لول ست وجود نخواهد داشت. مطابق شکل مشاهده می‌شود که خطای جرمی کسر جرم در لحظه 1.4 ثانیه، حدود 90% می‌باشد؛ بنابراین اگر از حلقه‌های کنترل جرم در روش لول ست استفاده نشود، خطای کسر جرمی در انتهای مدلسازی به 100% رسیده و عملا حباب‌ها ناپدید شده و کل جرم حباب‌ها به دلیل کسر غیر واقعی جرم، برابر صفر می‌شود؛ در حالیکه با استفاده از حلقه کنترل جرم، حداکثر خطای جرمی 3% می‌باشد. این خطای بیشینه در هنگام الحاق بوجود می‌آید که در آن، مرزها به یکدیگر متصل می‌گردند که در شکل 10 مشخص گردیده است.

6- جمع بندی و نتیجه گیری

با توجه به اینکه تاکنون اثر میدان مغناطیسی یکنواخت بر اندرکنش و الحاق حباب‌های دی‌الکتریک مورد مطالعه قرار نگرفته بود، در تحقیق حاضر، این مسئله مورد بررسی قرار گرفت. به این منظور، اثر میدان مغناطیسی خارجی یکنواخت بر اندرکنش و الحاق جفت حباب‌هایی که مراکز اولیه آن‌ها بر روی خط عمودی کانال قرار دارند، با استفاده از روش لول ست بصورت عددی مدلسازی گردید. برای مطالعه رفتار و دینامیک جفت حباب‌ها و نیز برهمکنش آن‌ها به یکدیگر تحت نیروی شناوری و میدان مغناطیسی اعمال شده، کد کامپیوتری تدوین گردید که شامل معادلات بازسازی کامل برای کم کردن خطای جرم روش لول ست می‌باشد. نتایج تحقیق حاضر با نتایج تجربی و عددی موجود در حالت تک حباب و جفت حباب مقایسه گردید و نتیجه شد که تطابق خوبی بین آن‌ها وجود دارد. در غیاب میدان مغناطیسی، وقتی حباب پایینی در ناحیه کم فشار زیر حباب بالایی قرار می‌گیرد، به دلیل کاهش نیروی درگ موثر بر آن، سرعت صعودی آن افزایش یافته و به زیر حباب بالایی مکیده می‌شود و در نتیجه، پدیده الحاق بین حباب‌ها، صورت می‌گیرد.

اثر میدان مغناطیسی با دو قدرت مختلف نیز بر اندرکنش و الحاق جفت حباب‌ها مطالعه شد. مقایسه دینامیک حباب‌های تحت اثر میدان مغناطیسی با صعود آزادانه آن‌ها در غیاب میدان خارجی، نشان می‌دهد که حباب‌ها در راستای میدان اعمال شده کشیده می‌شوند و در نتیجه، کمینه فاصله بین آن‌ها کاهش می‌یابد. همچنین مشخص شد که میدان مغناطیسی اعمال شده سبب تسریع در الحاق حباب‌های گاز در مایع لزج دی‌الکتریک شده و زمان الحاق آن‌ها را نیز کاهش می‌دهد. کاهش زمان الحاق حباب‌ها تحت اثر میدان مغناطیسی یکنواخت خارجی و در نتیجه تسریع در الحاق آن‌ها، به قدرت میدان مغناطیسی اعمال شده بستگی دارد.

همچنین در تحقیق حاضر، اثر استفاده از معادلات بازسازی لول ست بر کنترل بقای جرم حباب‌ها نیز نشان داده شد. به دلیل تغیرات شدید انحنا و رفتار مرز مشترک در فرایند الحاق، خطای عددی جرمی روش لول ست بسیار شدید می‌باشد که گاها به 100% نیز می‌رسد؛ لذا برای مطالعه چنین مسائلی با استفاده از روش لول ست، نیاز به معادلات بازسازی و حلقه کنترل جرم می‌باشد که با استفاده از این تدابیر، حداکثر خطای عددی روش لول‌ست به 3% محدود گردید و با دقت بسیار بالایی برای مدلسازی الحاق دو حباب مورد استفاده قرار گرفت. با این وجود، استفاده از معادلات بازسازی و کنترل جرم منجر به ریز شدن شبکه محاسباتی می‌شود که این امر به همراه حل معادلات میدان مغناطیسی، سبب بالارفتن زمان محاسباتی می‌گردد.

7- مراجع

[1] H. Yuan, A. Prosperetti, On the in-line motion of two spherical bubbles in a viscous fluid, *Journal of Fluid Mechanics,* Vol. 278,pp. 325–349, 1994.

[2] L. Chen, S.V. Garimella, J.A. Reizes, E. Leonardi, Motion of interacting gas bubbles in a viscous liquid including wall effects and evaporation, *Numerical Heat Transfer A,* Vol. 31, pp. 629–654, 1997.

[3] D. Legendre, J. Magnaudet, G. Mougin, Hydrodynamic interactions between two spherical bubbles rising side by side in a viscous liquid, *Journal of Fluid Mechanics,* Vol. 497, pp. 133–166, 2003.

[4] T. Sanada, M. Watanabe, T. Fukano, Effects of viscosity on coalescence of a bubble upon impact with a free surface, *Chemical Engineering Science,* Vol. 60, pp.5372–5384, 2005.

[5] M. Mohammadi, Sh. Shahhosseini, M. Bayat, Direct numerical simulation of water droplet coalescence in the oil, *International Journal of Heat and Fluid Flow,* Vol. 36, pp. 58–71, 2012.

[6] W. Xie, R. Li, X. Lu, P. Han, S. Gu, Acoustically aided coalescence of water droplets and dehydration of crude oil emulsion, *Korean Journal of Chemical Engineering,* Vol. 32, No. 4, pp. 643-649, 2015.

[7] M. D. Reichert, L.M. Walker, Coalescence behavior of oil droplets coated in irreversibly-adsorbed surfactant layers, *Journal of Colloid and Interface Science,* Vol. 449, pp. 480–487, 2015.

[8] A. Ghaffari, S. H. Hashemabadi, M. Bazmi, CFD simulation of equilibrium shape and coalescence of ferrofluid droplets subjected to uniform magnetic field, *Journal of Colloid and Interface Science,* Vol. 481, pp. 186-198, 2015.

[9] Ki, Level set method for two-phase incompressible flows under magnetic fields, *Computer Physics Communications,* Vol. 181, pp. 999–1007, 2010.

[10] A. Hadidi, M.R. Ansari, Magnetic field effects on a bubble behavior in two-phase flow by using a Level Set method, *Modares Mechanical Engineering,* Vol. 12, No. 1, pp. 1-10, 2011. (in Persian)

[11] M.R. Ansari, A. Hadidi, M.E. Nimvari, Effect of a uniform magnetic field on dielectric two-phase bubbly flows using the level set metfhod, *Journal of Magnetism and Magnetic Materials,* Vol. 324, pp. 4094–4101, 2012.

[12] G. Brereton, D. Korotney, Coaxial and oblique coalescence of two rising bubbles,. in: I. Sahin, G. Tryggvason (Eds.), *Dynamics of Bubbles and Vortices Near a Free Surface,* Vol. 119, pp. 50-73, New York: ASME , 1991.

[13] M. SintAnnaland, N.G. Deen, J.A.M. Kuipers, Numerical simulation of gas bubbles behaviour using a three-dimensional volume of fluidmethod, *Chemical Engineering Science,* Vol. 60, pp. 2999 – 3011, 2005.

[14] R.H. Chen, G.H. Su, S.Z. Qiu, Y. Ishiwatari, Y. Oka, Numerical investigation on coalescence of bubble pairs rising in a stagnant liquid, *Chemical Engineering Science,* Vol. 66, pp. 5055–5063, 2011.

[15] M. Sussman, E. Fatemi, P. Smereka, S. Osher, An Improved Level set Method For Incompressible Tow-Phase Flows, *Computers & Fluids,* Vol. 27, pp. 663-680, 1998.

[16] H.S. Dou, N.P. Thien, B.C. Khoo, K.S. Yeo, R. Zheng, Simulation of Front Evolving Liquid Film Flowing Down an Inclined Plate Using Level Set Method, *Computational Mechanics,* Vol. 34, pp. 271-281, 2004.

[17] J.U., Brackbill, C., Kothe, D.B., Zemach, A continuum method for modeling surface tension, *Journal of Computational Physics,* Vol.100, No.2, pp. 335–354, 1992.

[18] G.H. Golub, A. Greenbaum, A.M. Stuart, E. Suli, *Mathematical methods for the magneto hydrodynamics of liquid metals,* First edition, pp. 173-201, Oxford: Oxford University Press, 2006.

[19] Ch. Hirsch, *Numerical Computation of Internal and External Flows: Fundamentals of Computational Fluid Dynamics,* First Edition, pp. 303-339, New York: John Wiley & Sons, 2007.

[20] M. Ohta, T. Imura , Y. Yoshida , M. Sussman, A computational study of the effect of initial bubble conditions on the motion of a gas bubble rising in viscous liquids, *International Journal of Multiphase Flow,* Vol. 31, pp. 223–237, 2005.

[Downloaded from mme.modares.ac.ir on 2024-03-29]
[DOR: 20.1001.1.10275940.1394.15.11.18.4]

[21] K.B. Deshpande, W.B. Zimmerman, Simulation of Interfacial Mass Transfer by Droplet Dynamics Using the Level set Method, *Chemical Engineering Science,* Vol. 61, pp. 6486-6498, 2006.

[22] E. Marchandise, P. Geuzaine, N. Chevaugeon, J. Remacle, A stabilized finite element method using a discontinuous level set approach for the computation of bubble dynamics, *Journal of Computational Physics,* Vol. 225, pp. 949–974, 2007.

[Downloaded from mme.modares.ac.ir on 2024-03-29]

[DOR: 20.1001.1.10275940.1394.15.11.18.4]