



مقایسه روش‌های حل معادله انتقال تشعشع در مدلسازی مشعل متخلخل

مصطفی خسروی‌الحسینی^{۱*}، داود رحیم‌یار هریس^۲، قارن درستی^۲

۱- استادیار مهندسی مکانیک، پژوهشگاه صنعت نفت، تهران

۲- پژوهنده ارشد مهندسی مکانیک، پژوهشگاه صنعت نفت، تهران

* تهران، صندوق پستی ۱۴۸۵۷-۳۳۱۱۱ khosravym@ripi.ir

چکیده- این تحقیق به بررسی تقریب مناسب برای تعیین واگرایی شار حرارتی تشعشعی و تاثیر خطای محاسبات بر عملکرد مشعل متخلخل پرداخته است. بدین منظور از دو نمونه مشعل متخلخل تک‌لایه‌ای و دو لایه‌ای در شبیه‌سازی عددی مشعلی با شعله مدفون استفاده شده است. به دلیل اختلاف چشمگیر دمای ماتریس جامد و سیال عبوری خصوصاً در ناحیه شعله درون مشعل‌های متخلخل، معادلات انرژی در حالت عدم تعادل حرارتی درنظر گرفته شده‌اند و جهت مدلسازی احتراق از سینتیک کامل احتراقی گاز متان استفاده شده است. از آنجا که از اثر مرزهای جانبی چشم‌پوشی شده، هندسه مشعل متخلخل در حالت یکبعدی درنظر گرفته شده است تا بتوان حل تحلیلی انتقال حرارت تشعشعی را ارائه نمود. نتایج نشان داده است روش‌های جهت‌های تفکیک‌شده کاملاً مشابه روش احجام محدود رفتار می‌نمایند و بهترین شرایط در تقریب ۸ جهت متصور است و جهت‌های کمتر فاقد دقت مناسب می‌باشند و جهت‌های بیشتر هزینه محاسبات را افزایش می‌دهند بدون آنکه تاثیری قابل توجهی بر افزایش دقت داشته باشند. همچنین، تقریب دو شار و روزلنگ نیز فاقد اعتبار در مدلسازی مشعل متخلخل می‌باشند.

کلیدواژگان: مشعل متخلخل، مدلسازی یکبعدی، انتقال حرارت تشعشع، حل تحلیلی

Comparison of different radiative transfer equation approximation in modeling of porous radiant burner

M. Khosravy el_Hossaini^{1*}, D. Rahimyar Heris², Q. Dorost²

1- Assis. Prof., Mech. Eng., Research Institute of Petroleum Industry, Tehran, Iran

2- Senior Researcher, Mech. Eng., Research Institute of Petroleum Industry, Tehran, Iran

* P. O. B. 14857-33111 Tehran, khosravym@ripi.ir

Abstract- Present work tries to determine proper approximation to calculate the thermal radiation flux divergence. The effect of errors on performance evaluation of porous radiant burners (PRB) is then examined. To do this ,a single layer and a double layer of buried flame type of a porous radiant burner, are studied using 1-D numerical simulation. Due to the significant difference in the temperature of the solid matrix and the fluid passing the burner, a non-local thermal equilibrium condition in considered. Detailed kinetics of methane air mixture is used for combustion modeling. Since the effect of lateral walls is neglected here, the problem is solved in one-dimensional to explore an exact solution for RTE. Utilizing the discrete ordinate and the finite volume approximation of RTE, leads to the conclusion that eight directional spherical split is the best selection approximation in such problems. Lower ordinates have substantial deviation and increase the number of division enlarges computation cost with no considerable reduction in errors. Moreover, it is found that the two flux method and the Rosseland approximation are not valid for RTE modeling.

Keywords: Porous Burner, One-Dimensional Simulation, Radiative Heat Transfer, Exact Solution

معادله انتقال تشعشع به دلیل حجم زیاد محاسبات چندان مورد استفاده قرار نگرفته است. در حل تحلیلی دو روش پیشنهاد شده است که عبارت‌اند از روش YIX [۱۱] و روش کرنل انتگرال [۱۲] که در روش حل معادله به صورت ریاضی همسان می‌باشند.

روش دیگری که بهتازگی در حل تقریبی معادله انتقال تشعشع توسط میشرا پیشنهاد شده است روش ابعاد کاهش‌یافته^۴ می‌باشد. این روش در برخی از تحقیقات مشعل متخلف جهت مدلسازی تشعشع مورد استفاده قرار گرفته است [۱۳، ۱۴].

در بررسی عددی پس‌زدن شعله در محیط متخلف، که توسط لامز و دی جوی گزارش شده است، از روش انتقال‌های مجزا^۵ برای مدلسازی تشعشعی مشعل متخلف استفاده شده است [۱۵].

روش هارمونیک‌های فضایی نیز یکی از روش‌های پرکاربرد در مدلسازی مشعل متخلف بوده است که از آن میان می‌توان به مراجع [۱۶] تا [۱۸] اشاره نمود. در تحلیل مشعل متخلف روش حل جهت‌های تفکیک‌شده برای تقریب معادله انتقال تشعشع را می‌توان روش غالب دانست. از تحقیقاتی که به این شیوه استناد کرده‌اند می‌توان به تحقیق بایک و کیم [۱۹] و همچنین تحقیق کایال [۲۰]، که از روش دوشار^۶ استفاده کرده‌اند، اشاره نمود. همچنانی، در مدلسازی مشعل متخلف می‌توان محدوده متنوعی از تعداد جهت‌های تفکیک‌شده که با SN نمایش داده می‌شود را در مقالات متعدد یافت. به عنوان نمونه، مندس و همکاران [۲۱] از روش S₂، کشتکار و گنجعلیخان نسب [۲۲] از روش S₄، مالیکو و پریرا [۲۳] از روش S₆ و در تحقیق دیگری مندس و همکاران [۲۴] از روش S₈ برای محاسبه ترم تشعشع در معادله انرژی ماتریس متخلف استفاده نموده‌اند. روش احجام محدود نیز، که بهبودیافته روش جهت‌های تفکیک‌شده است، بهتازگی در تحقیق دو و اکسی [۲۵] مورد استفاده قرار گرفته است.

از بررسی تحقیقات انجام‌شده در شبیه‌سازی مشعل متخلف می‌توان نتیجه گرفت که تنوع گسترده‌ای در استفاده از روش حل معادله انتقال تشعشع وجود دارد و محققان اجتماعی در

۱- مقدمه

مدلسازی احتراق در محیط متخلف و بررسی عملکرد آن از دیدگاه انتشار آلاینده‌ها و توان حرارتی موضوعی است که در دهه اخیر مورد توجه بسیاری قرار گرفته است [۱]. یکی از مهم‌ترین موضوعاتی که بر شبیه‌سازی مشعل متخلف خواه از نوع شعله مدفون و خواه با شعله سطحی تاثیر گذار می‌باشد تعیین دقیق شار حرارت تشعشعی می‌باشد. در میان تحقیقات انجام‌شده موارد اندکی وجود دارد که به اندازه‌گیری خواص تشعشعی محیط متخلف اشاره دارد و تقریباً در تمامی آن‌ها محیط متخلف به عنوان یک محیط یکپارچه با استفاده از روش متوسط‌گیری حجمی درنظر گرفته شده است [۲]. بنابراین با توجه به ضعف تجربیات آزمایشگاهی، می‌توان نتیجه گرفت که عدم قطعیتی در مورد خواص تشعشعی در مدلسازی عددی وجود دارد. در شبیه‌سازی مشعل متخلف از روش‌های متنوعی برای مدلسازی انتقال حرارت تشعشعی استفاده شده است.

یکی از روش‌هایی که در گزارش‌های علمی مورد استناد قرار گرفته است استفاده از فرض تعادل حرارتی بین دو فاز گاز و جامد و بنابراین استفاده از یک معادله بقاع انرژی برای هر دو محیط است. این روش توسط محمد و همکاران [۳] و برنا و همکاران [۴] به کار گرفته شده است. شایان ذکر است که با فرض تعادل حرارتی، تشعشع معمولاً به صورت تصحیح ضریب هدایت حرارتی در معادله انرژی اعمال می‌گردد [۴].

در مدلسازی مشعل متخلف به صورت عدم تعادل حرارتی، برخی از مدل‌های ارائه‌شده با فرض ضخامت نورانی زیاد^۷، از تقریب روزلنند^۸ استفاده نموده‌اند که از آن میان می‌توان به تحقیق بوما و همکاران اشاره نمود [۵، ۶].

و اگرایی^۹ مدلسازی مستقیم تشعشع حجمی با درنظر گرفتن واحد سلول‌های محیط متخلف توسط فو و همکارانش [۷] با الهام از تحقیق برودولیا [۸] دیگر روش پیشنهاد شده است.

دسته دیگری از شبیه‌سازی تشعشعی محیط متخلف ناظر بر شبیه‌سازی مستقیم می‌باشد [۹] که گستره و کاربرد خاص خود را دارا می‌باشد. به عنوان نمونه هکرت و همکارانش در شبیه‌سازی مستقیم محیط متخلف از روش مونت کارلو برای شبیه‌سازی تشعشع کمک گرفته‌اند [۱۰]. استفاده از حل دقیق

- 4. Collapsed Dimension Method
- 5. Discrete Transfer method
- 6. Two-Flux

- 1. Optically thick
- 2. Rosseland
- 3. Divergence

معادله پیوستگی یا بقای جرم

$$\frac{\partial(\rho_g \phi)}{\partial t} + \frac{\partial(\rho_g \phi U)}{\partial x} = 0 \quad (1)$$

معادله بقای گونه‌های شیمیایی

$$\rho_g \phi \frac{\partial Y_k}{\partial t} + \rho_g \phi U \frac{\partial Y_k}{\partial x} + \frac{\partial}{\partial x} (\rho_g \phi Y_k V_k) - \phi \dot{\omega}_k W_k = 0 \quad (2)$$

معادله بقای انرژی فاز گاز

$$\begin{aligned} \rho_g \phi C_{p,g} \frac{\partial T_g}{\partial t} + \rho_g \phi U C_{p,g} \frac{\partial T_g}{\partial x} - \frac{\partial}{\partial x} (\phi \lambda_g \frac{\partial T_g}{\partial x}) \\ + \phi \sum_{k=1}^N \rho Y_k V_k C_{p,k} \frac{\partial T_g}{\partial x} + \phi \sum_{k=1}^N h_k \dot{\omega}_k + H_v (T_g - T_s) = 0 \end{aligned} \quad (3)$$

معادله بقای انرژی فاز جامد

$$\begin{aligned} \rho_s (1-\phi) C_{p,s} \frac{\partial T_s}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x} \left((1-\phi) \lambda_s \frac{\partial T_s}{\partial x} \right) \\ + H_v (T_g - T_s) - \frac{dq_r}{dx} = 0 \end{aligned} \quad (4)$$

در رابطه (۴)، برای تعیین گرadiان شار حرارتی تشعشعی، از معادله تبادل حرارت تشعشعی استفاده می‌شود. شدت تشعشع در محیط خاکستری جاذب-صادرکننده-پراکنده‌ساز در مکان x و در جهت با ضریب جذب σ_a ، ضریب خاموشی β و ضریب پراکنده‌سازی σ_s به طور مستقیم از معادله تبادل حرارت تشعشعی (معادله ۵) بدست می‌آید [۲۹].

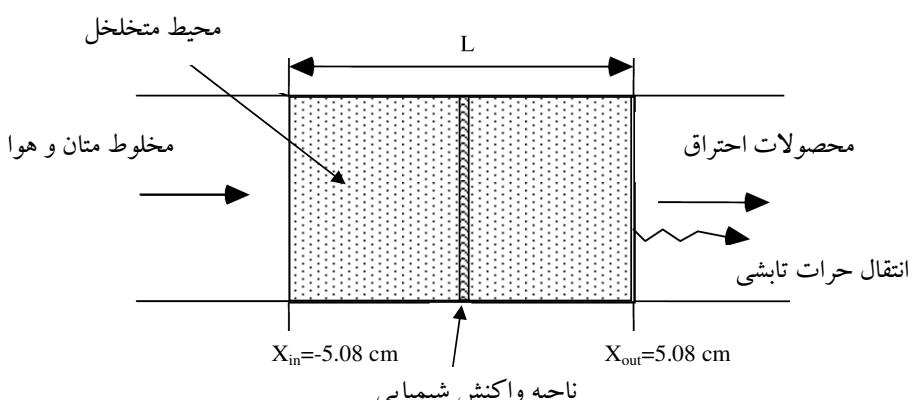
$$\begin{aligned} \frac{\partial I(x, \hat{s}, t)}{\partial t} + \mu \frac{\partial I(x, \hat{s}, t)}{\partial x} = -\beta(x) I(x, \hat{s}, t) \\ + \sigma_a(x) I_b(x, \hat{s}, t) \\ + \frac{\sigma_s(x)}{4\pi} \int_{\Omega'=4\pi} I(x, \hat{s}', t) \Phi(\hat{s}', \hat{s}) d\Omega' \end{aligned} \quad (5)$$

زمینه روش تقریب ترم چشمی تشعشع در معادله انرژی جامد ندارند. هدف تحقیق حاضر یافتن میزان خطای یا معیار استفاده از تقریب‌های مختلف معادله انتقال تشعشع با مقایسه میزان خطای آنها با حل تحلیلی مربوطه است [۲۶]. از آنجا که بررسی و مقایسه تمامی روش‌ها در این مجال نمی‌گنجد، دایره تحقیق تنها شامل روش‌های مبتنی بر جهت‌های تفکیک شده و روش احجام محدود می‌گردد. برای اطمینان از میزان دقت محاسبات نتایج به دست آمده از تقریب جهت‌های تفکیک شده، نتایج با حل تحلیلی مورد مقایسه قرار گرفته است.

۲- معادلات حاکم

برای مدلسازی محیط متخلخل از روش متوسط‌گیری حجمی استفاده شده است. در این مدلسازی، به دلیل طول نسبتاً کوتاه مشعل متخلخل، نوع سیال درون محیط متخلخل و دامنه تخلخل در کاربرد مشعل متخلخل از افت فشار در جهت حرکت جریان صرف نظر شده است (شکل ۱). همچنین از انتقال حرارت جانبی چشم‌پوشی شده است و به منظور اینکه معادله انتقال تشعشع به صورت تحلیلی حل گردد و مقدار خطای تقریب‌های مختلف با آن مورد مقایسه قرار گیرد، از مدل یکبعدی استفاده شده است.

با توجه به تحقیقات انجام شده، چنانچه انتقال حرارت جانبی از مشعل متخلخل ناچیز باشد، مدلسازی یکبعدی دارای دقت قابل قبولی در مقایسه با مدلسازی هندسه کامل مشعل می‌باشد [۲۷]. جریان سیال نیز آرام درنظر گرفته شده است. معادلات حاکم متوسط‌گیری شده در مشعل متخلخل عبارت‌اند از [۲۸]:



شکل ۱ هندسه مشعل متخلخل

$$[h_i(T_{g,i} - T_S) + \sigma \epsilon_i (T_{i,sur}^4 - T_S^4)](1-\phi) = -k_{eff,s} \frac{\partial T_S}{\partial x} \quad (10)$$

$$[h_o(T_{g,o} - T_S) + \sigma \epsilon_i (T_{o,sur}^4 - T_S^4)](1-\phi) = -k_{eff,s} \frac{\partial T_S}{\partial x} \quad (11)$$

در معادلات (۱۰) و (۱۱) h_i و h_o ضرایب انتقال حرارت

جابه‌جایی بهتری در ناحیه ورودی و خروجی مشعل می‌باشند. در مدلسازی مشعل متخلخل می‌توان دو شرط مرزی مختلف را برای قسمت خروجی مشعل درنظر گرفت. این شرایط مرزی، با توجه به اینکه خروجی مشعل متخلخل با جسم سیاهی در دمای گازهای حاصل از احتراق خروجی در تبادل حرارت است یا اینکه جسم سیاه مذکور در دمایی پایین‌تر قرار دارد، تعریف می‌شوند. اثر این شرط مرزی را می‌توان در پروفیل دمایی بعد از جبهه شعله مشاهده نمود. از آنجا که هر چقدر دمای محیط در خروجی مشعل پایین‌تر باشد شار تشعشعی خروجی بیشتر خواهد بود، در اینجا حداقل دمای مورد نظر که می‌تواند معادل دمای مخلوط احتراق ورودی باشد، برای محیط خروجی مشعل درنظر گرفته شده است. نهایتاً شرط مرزی برای معادله تبادل حرارت تشعشعی در یک مرز کدر و دیفیوز، که دارای ضریب صدور ثابت ϵ و ضریب انعکاس ثابت ρ می‌باشد، به صورت معادله (۱۲) تعریف می‌شود.

$$I(\vec{r}, \hat{s}) = \epsilon I + \frac{\rho}{\pi} \int_{\hat{s} \cdot \hat{n} < 0} I(\vec{r}, \hat{s}') |\hat{s}' \cdot \hat{n}| d\Omega' \quad (12)$$

۴- روش حل

حل عددی با استفاده از روش تفاضل محدود، که معادلات دیفرانسیل را به یک سیستم دستگاه معادلات جبری تبدیل می‌نماید، آغاز می‌گردد. با توجه به وجود فرایند احتراق و ایجاد تغییرات شدید دما در میدان حل از روش‌های وفق‌بذریجه تشكیل شبکه استفاده شده است. تقریب اولیه با استفاده از یک شبکه درشت، که دارای پنج یا شش نقطه می‌باشد، بهدست می‌آید. سپس نقاط جدید با توجه به جواب بهدست آمده و افزایش ناگهانی گردیان جواب به شبکه محاسباتی اضافه می‌گردد. جواب‌های بهدست آمده از شبکه درشت با استفاده از میان‌یابی به شبکه ریزتر برآش می‌شوند و این پروسه تا حصول

با حل معادله انتقال تشعشع می‌توان شار حرارتی تشعشع و همچنین واگرایی آن را جهت معادله بقای انرژی محیط متخلخل بهدست آورد.

$$q_i(x) = \int_{2\pi} I(x, \hat{s}, t) (\hat{s} \cdot \hat{i}) d\Omega \quad (6)$$

$$\frac{d q_i}{d x} = \sigma_a(x) \left(4\pi I_b(x, t) - \int_{\Omega=4\pi} I(x, \hat{s}, t) d\Omega \right) \quad (7)$$

۳- شرایط مرزی و هندسه مشعل

غلظت گونه‌های شیمیایی ورودی به مشعل مشخص می‌باشد که می‌توان آن‌ها را به صورت جزء مولی یا جرمی مشخص نمود. در خروجی دو پیشنهاد مطرح شده است: هسو و همکارانش از معادله انفصالی حاصل از قانون بقای ذرات در خروجی استفاده کرده‌اند [۳۰] و دیگر محققان ترجیح داده‌اند که گردایان غلظت ذرات در خروجی صفر باشد. برخی دیگر از محققان مانند ساته و همکارانش دامنه حل معادلات را فراتر از بعد مشعل متخلخل درنظر گرفته‌اند و بنابراین شرط گردایان صفر را اعمال نموده‌اند [۱۶].

در این تحقیق از شرط مرزی گردایان غلظت ذرات صفر در خروجی استفاده شده است.

درخصوص دمای گاز در ورودی، فرض انتقال حرارت هدایت به گازهای ورودی در بالادست جریان (رابطه ۸) مورد استفاده قرار گرفته است [۳۱].

$$\dot{m} C_{p,g} (T_{g,i} - T_g) = -k_g \frac{\partial T_g}{\partial x} \quad (8)$$

دمای خروجی گاز و دما در ناحیه ورودی و خروجی ماتریس متخلخل از روی معادله انفصالی انرژی بهدست می‌آید. همچنین، می‌توان از شرط گردایان دمای گاز صفر در خروجی نیز استفاده نمود که استفاده از آن به دلیل صرف‌نظر نمودن از تلفات تشعشعی گاز صحیح می‌باشد (معادله ۹).

$$\left. \frac{\partial T_g}{\partial x} \right|_{x=L} = 0 \quad (9)$$

شرایط مرزی مورد استفاده برای ماتریس متخلخل در ورودی و خروجی مشعل با توجه به معادله بقای انرژی فاز جامد عبارت است از:

$$\begin{aligned} G(\tau) &= 2\pi[I_{b1}E_2(\tau) + I_{b2}E_2(\tau_L - \tau) \\ &\quad + \int_0^\tau S(\tau')E_1(\tau - \tau')d\tau' \\ &\quad + \int_\tau^{\tau_L} S(\tau')E_1(\tau' - \tau)d\tau'] \end{aligned} \quad (14)$$

$$E_n(x) = \int_1^\infty e^{-xt} \frac{dt}{t^n} = \int_0^1 \mu^{n-2} e^{-\frac{x}{\mu}} d\mu \quad (15)$$

$$S(\tau) = (1 - \omega)I_b(\tau) + \frac{\omega}{4\pi}G(\tau) \quad (16)$$

حل این دسته معادلات نیازمند توجه خاصی می‌باشد. اولاً معادله (14) به صورت ضمنی نسبت به $G(\tau)$ بیان شده است و ثانیاً در ابتدا و انتهای حدود انتگرال‌ها نقاط تکین^۱ موجود می‌باشند. برای حل، ابتدا تابع $G(\tau)$ که در معادله (16) ظاهر شده است توسط یک حدس اولیه تخمین زده می‌شود و سپس انتگرال‌های معادله (14) به صورت عددی حل می‌گردد. روش مرسوم برای حل عددی چنین انتگرال‌هایی استفاده از مربعات گوسی^۲ روش گوس کرونرود^۳ است. در این روش، مقدار تقریبی که با استفاده از مربعات گوسی روی n نقطه به دست آمده است با اضافه نمودن $n+1$ نقطه جدید و استفاده از اطلاعات تقریب مرتبه پایین قبلى (در مجموع $2n+1$ نقطه) به مرتبه بالاتری از دقت خواهد رسید. خطای انتگرال‌گیری نیز با مشخص نمودن اختلاف بین مقدار به دست آمده از فرمولبندی n نقطه ای و مقدار به دست آمده از فرمولبندی $2n+1$ نقطه به دست خواهد آمد. در ادامه تابع جدید $G(\tau)$ به عنوان حدس تصحیح شده در معادله (16) قرار گرفته و فرایند حل تا زمانی که اختلاف بین مقدار جدید و قبلى $G(\tau)$ به کمتر از 10^{-6} برسد، ادامه خواهد یافت.

۵- نتایج

از آنجا که هدف اصلی این تحقیق بررسی دقت محاسبه ترم واگرایی تشعشع در معادله انرژی فاز جامد مشعل متخلخل می‌باشد، در تمامی حالت‌های ارائه شده، با نسبت هم ارزی $0/9$ مخلوط هوا و متان به عنوان مخلوط احتراق درنظر گرفته شده است. همچنان، از سینتیک اسکلتی با 30 گونه شیمیایی، که بر پایه GRI-3.0 توسعه داده شده است^[۳۵]، برای شبیه‌سازی احتراق استفاده می‌شود. از آنجا که معادله انرژی ماتریس جامد

به دقت مورد نظر جواب‌ها ادامه می‌یابد. سیستم دستگاه معادلات جبری با استفاده از الگوریتم بهبود یافته نیوتون میرا شونده حل می‌گردد^[۳۲]. چنانچه این الگوریتم نتوانست به سمت جواب همگرا شود، یک نقطه شروع جدید یا حدس اولیه جدید با استفاده از یک پیش‌روی زمانی به دست می‌آید و سپس مراحل الگوریتم تکرار می‌گردد؛ به بیان دیگر حدس اولیه کلید همگرایی این روش می‌باشد.

در این محاسبات، دمای نقطه‌ای از ناحیه پیش‌گرمايش ثابت ($K \sim 1075$) فرض شده است و با توجه به آن دیگر پارامترها محاسبه می‌شوند. برای رسیدن به جواب از شبکه تطبیق‌یابنده استفاده شده است. این شبکه محاسبه از تعداد 10^5 نقطه شروع شده و تا رسیدن به دقت 10^{-5} در خصوص کلیه پارامترهای وابسته مانند غلظت ذرات یا دمای گاز بین 800 تا 900 نقطه به شبکه محاسباتی، در نقاطی که گرادیان پارامترها شدید است، اضافه می‌گردد^[۳۳].

برای حل عددی معادله انتقال تشعشع از روش‌های عددی جهت‌های مجزا و احجام محدود استفاده شده و نتایج به دست آمده به وسیله روش حل تحلیلی اعتبارسنجی شده‌اند.

در روش جهت‌های مجزا، برای حل معادله تبادل حرارت تشعشع آن را به n معادله که هر کدام برای جهت \hat{z} نوشته شده تبدیل می‌کنیم و معادله تبادل حرارت تشعشعی تبدیل به دستگاه معادلات n معادله و n مجھول می‌شود. جهات \hat{x} و \hat{y} انتخاب شده در این روش به صورت دلخواه می‌باشد، ولی می‌بایست دارای تقارن باشند و شرایط بهخصوصی را ارضاء کنند. برای هر یک از جهات انتخاب شده یک ضریب وزنی در نظر گرفته می‌شود و با استفاده از ضریب وزنی جملاتی که به صورت انتگرال است به مجموع تبدیل می‌گردد.

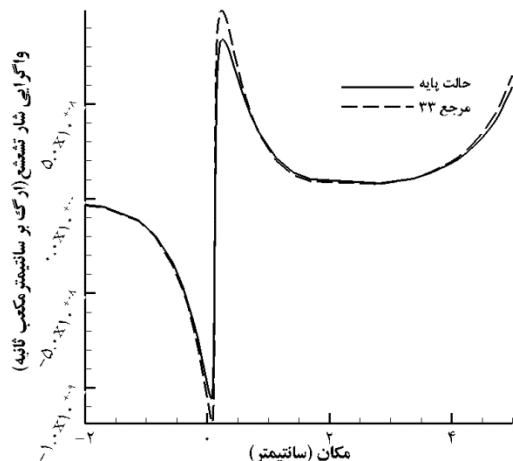
جزئیات روش احجام محدود برای مختصات کارتزین در مرجع [۳۴] آورده شده است. به طور کلی در این روش از معادله تبادل حرارت تشعشعی ابتدا روی زاویه کنترل فضایی برای منفصل‌سازی زاویه‌ای و سپس روی حجم کنترل مکانی برای منفصل‌سازی مکانی انتگرال‌گیری می‌شود.

حل تحلیلی معادله تبادل حرارت تشعشع برای مختصات کارتزین یک‌بعدی به صورت معادلات (۱۶) تا (۱۳) ارائه شده است^[۲۹].

$$\frac{dq}{d\tau} = (1 - \omega)(4\pi I_b - G(\tau)) \quad (13)$$

1. Singularity
2. Gauss Quadrature
3. Gauss-Kronrod

باشد و بنابراین، برای اینکه تخمین دقیقی از توزیع دما در فاز جامد به دست آید، می‌بایست نرخ دقیق انتقال حرارت هم‌رفتی درون حفره‌های محیط متخلخل تعیین گردد. برای آنکه اهمیت این موضوع مشخص گردد، مقایسه‌ای بین واگرایی شار تشعشعی، در حالتی که تمامی پارامترها ثابت ولی ضریب انتقال حرارت حجمی از مرجع [۳۶] محاسبه شده، ارائه گردیده است. همان‌گونه که در شکل ۳ مشاهده می‌گردد، اندازه بزرگی ضریب انتقال حرارت حجمی به صورت قابل توجهی توزیع دمای فاز جامد را تحت تأثیر قرار داده و در نتیجه اختلاف چشمگیر گردیدیان، که در بیشترین اختلاف به حدود ۱۸ درصد می‌رسد، را نشان می‌دهد.



شکل ۳ مقایسه اثر ضریب انتقال حجمی بر مقدار محاسبه شده واگرایی تشعشعی

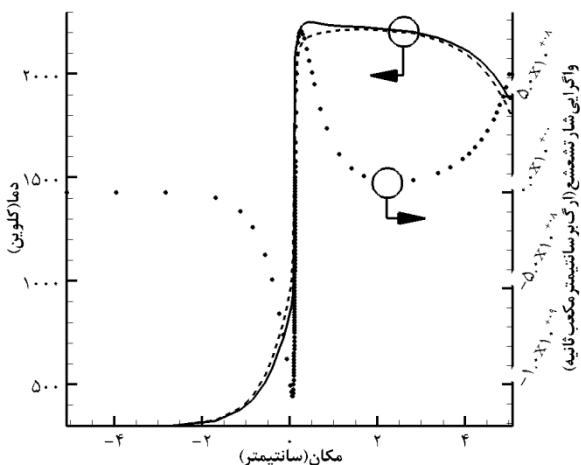
۷- مقایسه روش‌های حل معادله انتقال تشعشع در مشعل تک‌لایه‌ای

همان‌گونه که اشاره شد، روش‌های مختلفی برای حل معادله انتقال تشعشع پیشنهاد شده است و برخی از آن‌ها توسط محققان برای مدلسازی مشعل متخلخل مورد استفاده قرار گرفته است. در این بخش مقایسه‌ای بین دقت روش‌های مختلف به کار رفته در تحقیقات گذشته و حل دقیق معادله انتقال تشعشع ارائه شده است. در ابتدا مشعل متخلخلی که از یک لایه تشکیل شده است برای مقایسه تمامی روش‌های مورد نظر مورد بررسی قرار گرفته است و سپس روشی که خطای آن در حد قابل قبول می‌باشد، در مشعل متخلخل دولایه‌ای نیز مورد بررسی

با فاز گاز توسط ترم ($H_v (T_g - T_s)$ مربوط می‌شوند و با توجه به اینکه دقت محاسبه واگرایی تشعشع در معادله انرژی جامد اثر خود را روی دمای جامد (T_s) نشان می‌دهد، در ابتدا به بررسی اثر تغییر ضریب انتقال حرارت حجمی بین دو فاز گاز و جامد پرداخته شده و سپس روش‌های مختلف محاسبه واگرایی تشعشع بررسی می‌گرددند. در تمامی حالت‌های پایه از تقریب S_8 و ضریب جابه‌جایی ($10^8 \text{ W/m}^3 \cdot \text{K}$) استفاده شده است.

۶- شبیه‌سازی عددی

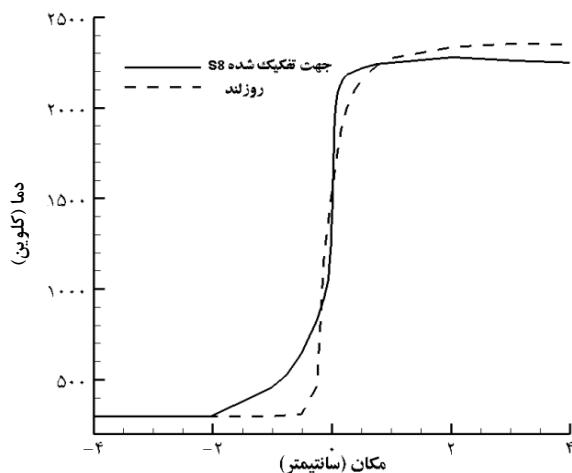
نتایج حل عددی برای جمله واگرایی تشعشعی در معادله انرژی جامد، به دلیل آنکه شرایط مرزی در خروجی تبادل حرارت با محیطی در دمای ۳۰۰ کلوین درنظر گرفته شده است، پس از جبهه شعله و در نزدیک خروجی مشعل افزایشی را نشان می‌دهد. در شکل ۲ تغییرات دما در طول مشعل تک‌لایه‌ای و همچنین واگرایی تشعشع، که ترم چشممه معادله بقای انرژی فاز جامد می‌باشد، نشان داده شده‌اند. با توجه به خواص تشعشعی مشعل متخلخل، مانند ضریب خاموشی و تفرق، تا دو سانتی‌متر پس از جبهه شعله دمای فاز جامد، به‌واسطه کسب حرارت از گازهای حاصل از احتراق، در حال افزایش می‌باشد و سپس، به دلیل افزایش سهم تشعشع به محیط خارج، کاهش می‌یابد.



شکل ۲ پروفیل دمای فازهای جامد و گاز در مشعل متخلخل و واگرایی شار تشعشعی فاز جامد

با توجه به آنچه ذکر شد، مقدار ضریب انتقال حرارت حجمی بین دو فاز می‌تواند در پروفیل دمای فاز جامد تاثیرگذار

البته همان‌گونه که از شکل‌ها مشاهده می‌گردد، در ابتدای مشعل خطای محاسباتی بسیار بیشتر است که دلیل آن را می‌توان در فاصله شبکه محاسباتی که درشت می‌باشد دانست. شایان ذکر است که در روش حل، با توجه به گرادیان‌های زیاد از مجهولات معادلات حاکم در شبکه محاسباتی، تعداد نقاط به صورت تطبیق‌یابنده اضافه یا کاهش می‌یابد و از آنجا که این گرادیان در ابتدای مشعل ناچیز است، شبکه محاسباتی در آنجا درشت‌تر می‌باشد. به هر حال، به دلیل آنکه شار تشعشع از لحاظ عددی مقدار قابل توجهی در ابتدای مشعل نمی‌باشد، این میزان از خطا برای ناحیه ابتدای مشعل در شبیه‌سازی، تاثیری بر نتایج حل عددی نمی‌گذارد.



شکل ۴ مقایسه دمای جامد محاسبه شده توسط تقریب روزنده
تقریب جهت‌های تفکیک شده

قرار خواهد گرفت. هندسه مشعل متخلخل دولایه‌ای با درنظر گرفتن دو جنس متفاوت از سرامیک متخلخل جدول ۱ با طول یکسان درنظر گرفته شده است که عمدتاً سرامیک اول نقش پیش‌گرمنک مخلوط احتراقی را به‌عهده دارد و شعله نیز در حدفاصل بین دو ماده متخلخل پایدار شده است.

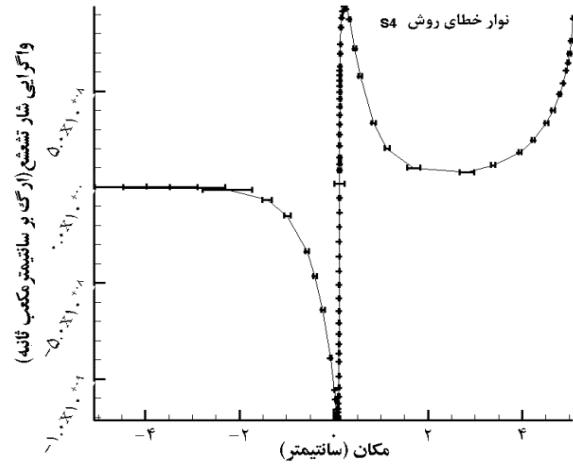
نتایج به‌دست آمده از تقریب روزنده نشان داده است که در مدلسازی مشعل متخلخل دارای دقت مناسبی نمی‌باشد. در شکل ۴ مقایسه‌ای بین دمای جامد محاسبه شده توسط این روش و روش جهت‌های تفکیک شده در مشعل متخلخل تکلایه‌ای مورد نظر انجام شده است. همان‌گونه که مشاهده می‌گردد، طول ناحیه پیش‌گرماش در تقریب روزنده بسیار کوتاه‌تر به‌دست آمده است و این موضوع بر تخمین دقیق عملکرد مشعل مانند سرعت شعله و نرخ تولید آلاینده‌ها بسیار تأثیرگذار است.

در ادامه مقایسه‌ای بین روش تقریب جهت‌های تفکیک شده با روش حل دقیق معادله انتقال تشعشع آورده شده است. برای تبیین دقیق مقدار خطای روش حل، مقدار اختلاف بین مقدار محاسبه شده و مقدار دقیق ترم واگرایی روش تحلیلی در هر یک از نقاط شبکه محاسباتی بیان شده است. شکل‌های ۵ تا ۸ بیانگر مقدار خطای روش تقریب جهت‌های تفکیک شده در محاسبه ترم چشممه تشعشع در معادله بقای انرژی فاز جامد مدل مشعل متخلخل می‌باشند. روش S_2 را می‌توان معادل روش دوشار دانست [۲۹]. مقدار خطای این روش نسبت به حل دقیق به طور متوسط حدود ۱۴ درصد می‌باشد.

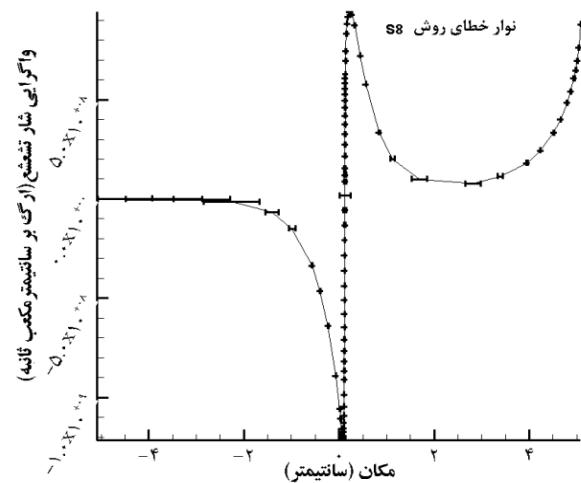
جدول ۱ مشخصات محیط متخلخل مورد استفاده در مشعل

مشعل دولایه‌ای	مشعل تکلایه‌ای		
بالا دست جریان (ناحیه پیش‌گرماش)	پایین دست جریان (ناحیه واکنش)		
PSZ with 3.9 PPC	PSZ with 26.5 PPC	PSZ with 3.9 PPC	نوع محیط متخلخل
۰/۸۷	۰/۸۳۵	۰/۸۳۵	تخلخل
۰/۵	۱۰/۰	۲/۷	ضریب خاموشی (cm^{-1})
۰/۱	۰/۲	۰/۲	ضریب هدایت حرارتی (W/m.K)
۰/۸	۰/۸	۰/۸	آلبو
	10^8		ضریب انتقال حرارت حجمی ($\text{W}/\text{m}^3.\text{K}$)
	۰/۹		ضریب صدور تشعشع
	۵۵۶		(kg/m^3) دانسیته
	۸۲۴		ظرفیت ویژه حرارت (J/kg.K)

نتیجه گرفت که روش S_8 مناسب‌ترین روش از میان انواع روش‌های جهت‌های تفکیک شده است.



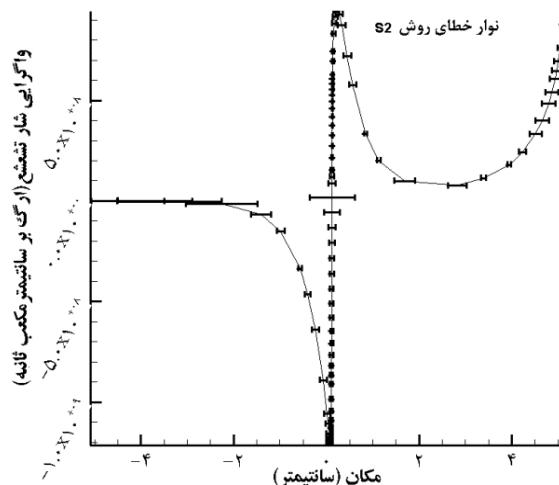
شکل ۶ مقدار خطای تقریب S_4 جهت‌های تفکیک شده در محاسبه واگرایی شار تشعشعی



شکل ۷ مقدار خطای تقریب S_8 جهت‌های تفکیک شده در محاسبه واگرایی شار تشعشعی

روش احجام محدود در مدلسازی تشعشع نیز یکی از روش‌هایی است که کاربرد گسترده‌ای یافته است. مهم‌ترین مزیت این روش نسبت به روش جهت‌های تفکیک شده را می‌توان در توانایی آن برای مدلسازی هندسه‌های نامنظم دانست. از آنجا که مشعل مورد نظر این تحقیق یک بعدی در نظر گرفته شده است و با توجه به نتایج به دست آمده از محاسبات، تفاوت قابل ملاحظه‌ای بین نتایج جهت‌های تفکیک شده و روش

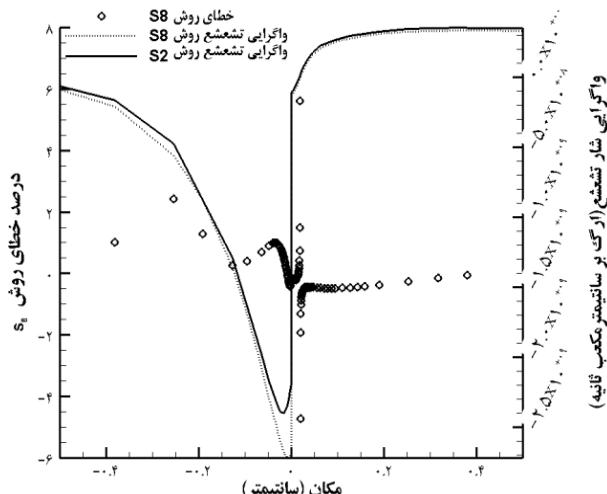
با توجه به نتایج به دست آمده، استفاده از روش S_2 ، به دلیل خطایی که به همراه دارد، مناسب شبیه‌سازی مشعل متخلخل نمی‌باشد. به عنوان مثال، استفاده از این روش در تعیین سرعت شعله در مشعل تک‌لایه‌ای مورد نظر آن را $1/2$ درصد بیشتر از میزان تخمین زده شده $90/17$ سانتی‌متر بر ثانیه که از حل تحلیلی به دست آمده است، گزارش داده است. نویسنده‌گان این تحقیق پیشنهاد می‌کنند که از تعداد جهت‌های بیشتری مانند S_8 و S_4 برای شبیه‌سازی رفتار مشعل متخلخل استفاده گردد.



شکل ۵ مقدار خطای تقریب S_2 جهت‌های تفکیک شده در محاسبه واگرایی شار تشعشعی

روش S_4 دارای خطای محاسبه‌ای در حدود 5 درصد برای ترم چشمی تشعشعی بوده است که می‌تواند مورد قبول باشد، اما به دلیل آنکه در تحقیق حاضر خواص تشعشعی مشعل ثابت می‌باشد، نمی‌توان تضمینی برای حفظ این میزان خطا در سایر حالات پیش‌بینی نمود. بررسی بیشتر در این خصوص ثابت نموده است که با تغییر خصوصیات مشعل مقدار خطای می‌توان افزایش یابد. به عنوان نمونه، در مدلسازی مشعل متخلخل دولایه‌ای مقدار خطا به دو برابر در حدفاصل بین دو لایه افزایش یافته است. بنابراین، پیشنهاد می‌گردد چنانچه دقت تضمین شده‌ای مدنظر باشد، باید از تعداد تقریب دقیق تری در حل معادله انتقال تشعشع استفاده نمود. دقت محاسباتی در حدود 1 درصد و روش S_{12} در حدود $0/5$ درصد مشاهده شده است. از آنجا که کاهش میزان خطای روش S_{12} نسبت به روش S_8 با توجه به زمان محاسبات ارزش چشم‌گیری ندارد، می‌توان

مقایسه روش جهت‌های تفکیک شده با یکدیگر نتایج به دست آمده از مشعل متخلخل تک‌لایه‌ای را تایید نموده است. به عنوان نمونه، در شکل ۹ روش S₈ دارای حداقل خطا ۶ درصد در حدفاصل بین دو لایه و خطای متوسطی در حدود ۱ درصد در سایر نقاط می‌باشد، در حالی که این مقدار خطا برای روش S₂ بسیار بیشتر به دست آمده است. در مقایسه انجام شده روش S₂ با حل تحلیلی در ناحیه پیش‌گرمایش قبل از جبهه شعله خطایی در حدود ۱۳ درصد را نشان می‌دهد و بیانگر این موضوع است که نتایج تحلیل از این روش تقریب برای معادله انتقال تشعشع قابل اطمینان نمی‌باشد.

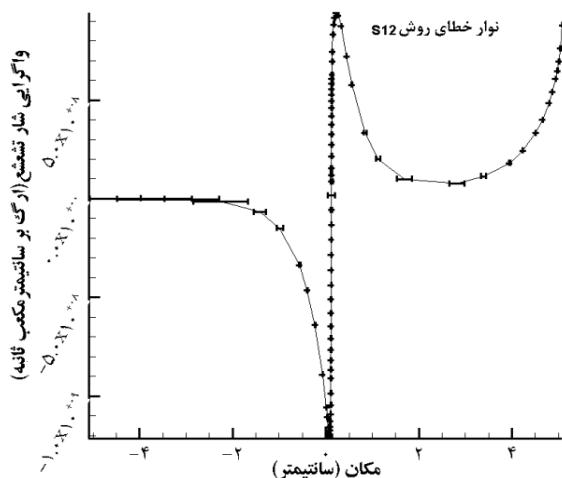


شکل ۹ مقدار خطای تقریب S₈ در محاسبه واگرایی شار تشعشعی و مقایسه آن با روش S₂ در مشعل دولایه‌ای

۶- جمع‌بندی

با توجه به روش‌های متعددی که برای حل عددی ترم چشمی حاصل از انتقال حرارت تشعشع در معادله انرژی مدل مشعل متخلخل پیشنهاد شده است، بررسی جامعی روی انواع روش‌های مبتنی بر جهت‌های تفکیک شده و احجام محدود انجام پذیرفت. نتایج به دست آمده از تقریب عددی با حل تحلیلی معادله انتقال حرارت تشعشع مورد مقایسه قرار گرفته و میزان انحراف از آن در پیش‌بینی عددی عملکرد مشعل متخلخل ارائه گردیده است. روش روزلن و همچنین روش دوشار دارای خطای قابل ملاحظه‌ای در حدود ۱۴ درصد در مشعل تک‌لایه‌ای بوده‌اند و استفاده از آن‌ها برای مدلسازی

احجام محدود مشاهده نگردیده و در تمامی حالات رفتار یکسانی از لحاظ میزان خطا در مقایسه با حل تحلیلی بدست آمده است. بنابراین، می‌توان نتیجه گرفت که رفتار روش احجام محدود و جهت‌های تفکیک شده در مشعل مورد نظر کاملاً شبیه به هم می‌باشد.



شکل ۸ مقدار خطای تقریب S₁₂ جهت‌های تفکیک شده در محاسبه واگرایی شار تشعشعی

۸- مقایسه روش‌های حل معادله انتقال تشعشع در مشعل دولایه‌ای

در بخش قبل نتیجه گرفته شد که حل معادله تشعشع از روش جهت‌های تفکیک شده با استفاده از روش S₈ دارای دقت قابل قبولی در مقایسه با سایر روش‌های بررسی شده می‌باشد. در این بخش، این نتیجه‌گیری در مشعل متخلخلی که از دو لایه تشکیل شده است مورد بررسی قرار خواهد گرفت.

چگونگی اعمال شرایط مرزی بین دو لایه تشکیل‌دهنده مشعل متخلخل یکی از موارد بحث‌برانگیز بوده است. در این زمینه پیشنهادات گوناگونی ارائه شده است که از آن جمله می‌توان به مراجع [۱۲] و [۳۰] اشاره نمود. در بررسی‌های به عمل آمده، مشخص شد که تفاوتی بین اعمال شرط مرزی برای هر یک از لایه‌ها به صورت مجزا و اعمال یکپارچه شرایط مرزی در ورودی و خروجی مشعل وجود ندارد، اما چنانچه ضریب انعکاس در مرز بین دو لایه قابل توجه باشد می‌باشد. تمهیدات خاصی اندیشیده شود [۳۷].

ضخامت خاموشی (-)	τ
نسبت تخلخل (-)	ϕ
تابع فاز تفرق (-)	Φ
ضریب هدایت ($\text{Wm}^{-1}\text{K}^{-1}$)	k
نسبت اختلاط سوخت و هوا (-)	λ
نرخ تولید مولی (-)	$\dot{\omega}$
نسبت تفرق (آلدو) (-)	ϖ
زاویه فضایی (Sr)	Ω
زیرنویس‌ها	
جسم سیاه	b
گاز	g
ورودی	i
گونه‌های شیمیایی	k
خروجی	o
جامد	s

۹- مراجع

- Mujeebu M. A., et al., "Trends in Modeling of Porous Media Combustion", *Progress in Energy and Combustion Science*, Vol. 36, No. 6, 2010, pp. 627-650.
- Hsu P. f., Howell J. R., "Measurements of Thermal Conductivity and Optical Properties of Porous Partially Stabilized Zirconia", *Experimental Heat Transfer*, 1992, Vol. 5, No. 4, pp. 293-313.
- Mohamad A. A., Ramadhyani S., Viskanta R., "Modelling of Combustion and Heat Transfer in a Packed Bed with Embedded Coolant Tubes", *International Journal of Heat and Mass Transfer*, Vol. 37, No. 8, 1994, pp. 1181-1191.
- Brenner G., et al., "Numerical and Experimental Investigation of Matrix-Stabilized Methane/Air Combustion in Porous Inert Media", *Combustion and Flame*, Vol. 123, No. 1-2, 2000, pp. 201-213.
- Bouma P. H., de Goey L. P. H., "Premixed Combustion on Ceramic Foam Burners", *Combustion and Flame*, 1999, Vol. 119, No. 1-2, pp. 133-143.
- Bouma P. H., et al., "A Numerical and Experimental Study of the NO-Emission of Ceramic Foam Surface Burners", *Combustion Science and Technology*, Vol. 108, No. 1-3, 1995, pp. 193-203.
- Fu X., Viskanta R., Gore J. P., "A Model for the Volumetric Radiation Characteristics of Cellular Ceramics", *International Communications in Heat and Mass Transfer*, Vol. 21, No. 1, 1994, pp. 139-146.

مشعل متخلخل پیشنهاد نمی‌شود. روش جهت‌های تفکیک شده و روش احجام محدود دارای روند یکسانی در شبیه‌سازی یکبعدی بوده‌اند و با افزایش تعداد نقاط شبکه فضایی دقت آن‌ها نیز افزایش می‌یابد. از آنجا که افزایش تعداد معادلات حاصل از اعمال آن‌ها روی معادله دیفرانسیل انتقال تشعشع باعث افزایش هزینه محاسبات می‌گردد، بهترین انتخاب استفاده از روش S_8 در هر دو نمونه مشعل تک‌لایه‌ای و دو‌لایه‌ای می‌باشد. روش تحلیلی برای تعیین میزان دقت تقریب‌های فوق الذکر به کار گرفته شده است، ولی از آنجا که استفاده از آن دارای هزینه محاسباتی بالایی است، برای مدلسازی عددی توصیه نمی‌گردد.

۷- علایم و نشانه‌ها

ظرفیت حرارت ویژه ($\text{Jkg}^{-1}\text{K}^{-1}$)	C_p
انتگرال نمایی مرتبه n (-)	E_n
تشعشع برخوردی (Wm^{-2})	G
ضریب انتقال حرارت جابه‌جایی (Wm^{-2})	h
ضریب انتقال حرارت حجمی (Wm^{-3}K)	H_v
شدت تشعشع ($\text{Wm}^{-2}\text{sr}^{-1}$)	I
دبی جرمی (kgs^{-1})	\dot{m}
شار تشعشعی (Wm^{-2})	q_r
(K)	T
(ms^{-1})	U
(ms^{-1})	V
محور طول مشعل (cm)	x
کسر جرمی ($\text{molcm}^{-3}\text{s}$)	Y

نشانه‌های لاتین

ضریب خاموشی (m^{-1})	β
ضریب صدور (-)	ε
ضریب هدایت ($\text{Wm}^{-1}\text{K}^{-1}$)	k
نسبت اختلاط سوخت و هوا (-)	λ
کسینوس زاویه شار تشعشعی (-)	μ
جرم حجمی (kgm^{-3})	ρ
ثابت استفان بولتزمن ($\text{Wm}^{-2}\text{K}^{-4}$)	σ
ضریب جذب محیط فعال تشعشعی (m^{-1})	σ_a
ضریب تفرق محیط فعال تشعشعی (m^{-1})	σ_s

- Heat and Mass Transfer*, Vol. 48, No. 2, 2005, pp. 331-339.
- [21] Mendes M. A. A., Pereira J. M. C., Pereira J. C. F., "On the Stability of Ultra-Lean H₂/CO Combustion in Inert Porous Burners", *International Journal of Hydrogen Energy*, Vol. 33, No. 13, 2008, pp. 3416-3425.
- [22] Keshtkar M. M., Gandjalikan Nassab S. A., "Theoretical Analysis of Porous Radiant Burners under 2-D Radiation Field using Discrete Ordinates Method", *Journal of Quantitative Spectroscopy and Radiative Transfer*, Vol. 110, No. 17, 2009, pp. 1894-1907.
- [23] Malico I., Pereira J. C. F., "Numerical Study on the Influence of Radiative Properties in Porous Media Combustion", *Journal of Heat Transfer*, Vol. 123, No. 5, 2001, pp. 951-957.
- [24] Mendes M. A. A., Pereira J. M. C., Pereira J. C. F., "A Numerical Study of the Stability of One-Dimensional Laminar Premixed Flames in Inert Porous Media", *Combustion and Flame*, Vol. 153, No. 4, 2008, pp. 525-539.
- [25] Du L., Xie M., "Numerical Prediction of Radiative Heat Transfer in Reciprocating Superadiabatic Combustion in Porous Media", *Journal of Environmental Sciences*, Vol. 23, Supplement (0), 2011, pp. S26-S31.
- [26] El-Hossaini M. K., Maerefat M., Mazaheri K., "Numerical Investigation on the Effects of Pressure Drop on Thermal Behavior of Porous Burners", *Journal of Heat Transfer*, 2008, Vol. 130, No. 3, pp. 032601-5.
- [27] Maerefat M., Khosravy el-Hossaini M., Mazaheri K., "Numerical Modeling of Two-Dimensional Cylindrical Porous Radiant Burners with Sidewall Heat Losses", *Journal of Porous Media*, 2011, Vol. 14, pp. 317-327.
- [28] Vafai K., *Handbook of Porous Media*, New York, Taylor & Francis, 2005.
- [29] Modest M. F., *Radiative Heat Transfer*, New York, Academic Press, 2003.
- [30] Hsu P. F., Howell J. R., Matthews R. D., "A Numerical Investigation of Premixed Combustion within Porous Inert Media", *Journal of Heat Transfer-Transactions of the Asme*, Vol. 115, No. 3, 1993, pp. 744-750.
- [31] Leonardi S. A., Viskanta R., Gore J. P., "Analytical and Experimental Study of Combustion and Heat Transfer in Submerged Flame Metal Fiber Burners/Heaters", *Journal of Heat Transfer-Transactions of the Asme*, Vol. 125, No. 1, 2003, pp. 118-125.
- [32] Grcar J. F., *The Twopnt Program for Boundary Value Problems*, Sandia National Laboratories, 1992.
- and *Mass Transfer*, 1997, Vol. 24, No. 8, pp. 1069-1082.
- [8] Borodulya V. A., Kovensky V. I., "Radiative Heat Transfer between a Fluidized Bed and a Surface", *International Journal of Heat and Mass Transfer*, 1983, Vol. 26, No. 2, pp. 277-287.
- [9] Sahraoui M., Kaviani M., "Direct Simulation vs Volume-Averaged Treatment of Adiabatic, Premixed Flame in a Porous Medium", *International Journal of Heat and Mass Transfer*, 1994, Vol. 37, No. 18, pp. 2817-2834.
- [10] Hackert C. L., Ellzey J. L., Ezekoye O. A., "Combustion and Heat Transfer in Model Two-Dimensional Porous Burners", *Combustion and Flame*, 1999, Vol. 116, No. 1-2, pp. 177-191.
- [11] Hsu P. F., Evans W. D., Howell J. R., "Experimental and Numerical Study of Premixed Combustion within Nonhomogeneous Porous Ceramics", *Combustion Science and Technology*, 1993, Vol. 90, No. 1-4, pp. 149-172.
- [12] Diamantis D. J., Mastorakos E., Goussis D. A., "Simulations of Premixed Combustion in Porous Media", *Combustion Theory and Modelling*, Vol. 6, No. 3, 2002, pp. 383-411.
- [13] Mishra S. C., et al., "Heat Transfer Analysis of a Two-Dimensional Rectangular Porous Radiant Burner", *International Communications in Heat and Mass Transfer*, Vol. 33, No. 4, 2006, pp. 467-474.
- [14] Talukdar P., et al., "Heat Transfer Characteristics of a Porous Radiant Burner under the Influence of a 2-D Radiation Field", *Journal of Quantitative Spectroscopy and Radiative Transfer*, Vol. 84, No. 4, 2004, pp. 527-537.
- [15] Lammers F. A. de Goey L. P. H., "A Numerical Study of Flash Back of Laminar Premixed Flames in Ceramic-Foam Surface Burners", *Combustion and Flame*, 2003, Vol. 133, No. 1-2, pp. 47-61.
- [16] Sathe S. B., Peck R. E., Tong T. W., "A Numerical Analysis of Heat Transfer and Combustion in Porous Radiant Burners", *International Journal of Heat and Mass Transfer*, Vol. 33, No. 6, 1990, pp. 1331-1338.
- [17] Henneke M. R. Ellzey J. L., "Modeling of Filtration Combustion in a Packed Bed", *Combustion and Flame*, Vol. 117, No. 4, 1999, pp. 832-840.
- [18] Barra A. J., Ellzey J. L., "Heat Recirculation and Heat Transfer in Porous Burners", *Combustion and Flame*, Vol. 137, No. 1-2, 2004, pp. 230-241.
- [19] Baek S. W., "The Premixed Flame in a Radiatively Active Porous Medium", *Combustion Science and Technology*, Vol. 64, No. 4-6, 1989, pp. 277-287.
- [20] Kayal T. K., Chakravarty M., "Combustion of Liquid Fuel Inside Inert Porous Media: an Analytical Approach", *International Journal of*

- NO Chemistry”, *Combustion and Flame*, Vol. 154, No. 4, 2008, pp. 761-774.
- [36] Viskanta X., Fu R., Gore J. P., “Measurement and Correlation of Volumetric Heat Transfer Coefficients of Cellular Ceramics”, *Experimental Thermal and Fluid Science*, Vol. 17, 1998, pp. 285-293.
- [37] Abhiram K. T. V. S., et al., “Multilayer Differential Discrete Ordinate Method for Inhomogeneous Participating Media”, *International Journal of Heat and Mass Transfer*, Vol. 51, No. 9-10, 2008, pp. 2628-2635.
- [33] معرفت م، خسروی‌الحسینی م، مظاہری ک، "تحلیل عددی تأثیر ضرایب انتقال حرارت بر شبیه‌سازی عملکرد مشعل متخلخل"، فنی و مهندسی مدرس، ۳۱، ۱۳۸۷، صص ۳۷-۵۲.
- [34] Chai J. C., Lee H. S., Patankar S. V., “Finite-Volume Method for Radiation Heat-Transfer”, *Journal of Thermophysics and Heat Transfer*, Vol. 8, No. 3, 1994, pp. 419-425.
- [35] Lu T. Law C. K., “A Criterion Based on Computational Singular Perturbation for the Identification of Quasi Steady State Species: A Reduced Mechanism for Methane Oxidation with