

ایجاد سطوح نرم بی-اسپلاین از طریق بهبود آرایش نقاط داده

سید فرهاد حسینی^۱، بهنام معتمد ایمانی^{۲*}، سعید حیدری مود^۳

۱- دانشجوی دکتری، گروه مکانیک دانشکده مهندسی، دانشگاه فردوسی، مشهد

۲- استاد، گروه مکانیک دانشکده مهندسی، دانشگاه فردوسی، مشهد

۳- استادیار، گروه مکانیک دانشکده مهندسی، دانشگاه فردوسی، مشهد

*مشهد، صندوق پستی 9177948974

چکیده

نیاز به ایجاد سطوح پیچیده‌تر در طراحی به کمک کامپیوتر، سبب انگیزش به سوی روش‌های شده است که سطوحی نرم‌تر و خواهای‌تر تولید کنند. در این پژوهش از یک روش جدید در سازگارسازی منحنی‌های مقطع جهت انجام فرآیند برآور سطح به مقاطع معنی‌باف ارائه شده است. در این روش توزیع نقاط داده مقاطع و بردار گرهی پایه جهت رسیدن به سطح طلوب بهبود می‌یابد. در فرآیند سازگارسازی ابتدا می‌باشد درجه منحنی‌های مقاطع و بردارهای گرهی متناظر پیش از انجام فرآیند لافینگ یکسان شوند. بر اساس الگوریتم پیشنهاد شده در این پژوهش در هین اجراء فرآیند سازگارسازی سطحی نرم و هموار بدست می‌آید که می‌تواند در بسیاری از کاربردهای مهندسی مانند مهندسی معکوس، مهندسی پزشکی، کنترل کیفیت و غیره مورد استفاده قرار گیرد. مبنای این روش بهبود در چیدمان نقاط داده و اصلاح پارامترهای متناظر آن نقاط است، به قسمی که در فرآیند تکرار، چیدمان نقاط داده اصلاح شده تا در انتهای بردارهای گرهی یکسان برای کل مقاطع حاصل شود. روش بر روی چند مثال کاربردی پیاده‌سازی و کارایی آن صحنه‌گذاری شده است. همچنین میزان انحراف نقاط داده نهایی از حالت اولیه منحنی مقطع توسط روش توانمند هاسدورف تحلیل شده است. لازم به ذکر است که سطوح بدست آمده از نظر کیفیت بصیری نیز بسیار خواهای‌تر به نظر می‌رسند. همچنین جهت ایجاد اعیانی دستیابی به سطوح نرم‌تر با تغییرات انتخابی کمتر در راستاهای اصلی، از پارامتر کمی کمترین تغییرات انتخاب اینجا استفاده شده است. در انتهای نمونه‌ای از کاربرد روش در مدل سازی ناحیه ریشه پره توربین بادی آورده شده است.

اطلاعات مقاله

مقاله پژوهشی کامل

دریافت: ۱۸ اردیبهشت ۱۳۹۳

پذیرش: ۰۳ خداد ۱۳۹۳

ارائه در سایت: ۱۲ مهر ۱۳۹۳

کلید واژگان:

منحنی بی-اسپلاین

سطح بی-اسپلاین

لافینگ

بردار گرهی مشترک

Construction of smooth B-spline surfaces based on improving data point distribution

Seyed Farhad Hosseini, Behnam Moetakef Imani*, Saeid Hadidi Moud

Department of Mechanical Engineering, Ferdowsi University, Mashhad, Iran.

*P.O.B. 9177948974 Mashhad, Iran, imani@um.ac.ir

ARTICLE INFORMATION

Original Research Paper

Received 08 May 2014

Accepted 24 May 2014

Available Online 04 October 2014

Keywords:

B-spline curve

B-spline surface

Lofting

Common knot vector

ABSTRACT

The need for complex surfaces in CAD motivates researchers for methods which can produce smooth and visually pleasing surfaces. In this research, a new method is presented for creating compatible cross-sectional curves for surface fitting to certain sections or lofting. In this method, the distribution of sections' data points along with basis knot vectors are improved in order to reach a desired smooth surface. In compatibility process, the section curves' degrees and their knot vectors must be set equal before implementing lofting process. Based on proposed algorithm, in this research, the constructed smooth and faired surfaces can be used in many engineering applications such as reverse engineering, biomedical engineering, quality control, etc. The main focus of the method is improvement of data points' distributions and their assigned parameters in a way that by a few iterations, data points' distribution are improved in order to reach a common knot vector for all cross-sectional curves. The method is implemented on some benchmarking examples and its efficiency are confirmed. In addition, the amount of final data points' deviation from the initial section curve is analyzed using the vigorous Hausdorff method. It is worth mentioning that the quality of obtained final surface is visually pleasing. In order to quantitatively confirm that the proposed method will result in smooth and fair surfaces, MVS is used. Finally the application of the method in modeling the root joint zone of a wind turbine blade is presented.

۱- مقدمه

و الگوریتم‌های بهینه‌سازی را بر روی آن‌ها پیاده‌سازی کرد. بدیهی است که تحلیل یک مدل مجازی و انجام تغییرات بر روی آن بسیار سریع‌تر و آسان‌تر است و نقش مهمی در کاهش هزینه‌ها ایفا می‌کند. طراحی‌های مرتبط با تولید سیستم‌های مانند هوایپیماها [۲, ۱]، کشته‌ها [۳, ۴]، توربین‌ها

مدل‌سازی هندسی، امروزه، به عنوان یک ابزار قدرتمند، در صنایع مختلف تبدیل شده است. تقریباً تمام محصولات مهم و حساس پیش از تولید مدل‌سازی می‌شوند تا بتوان حالات مختلف طراحی، انجام تحلیل‌های مختلف

برای ارجاع به این مقاله از عبارت ذیل استفاده نمایید:

S. F. Hosseini, B. Moetakef Imani, S. Hadidi Moud, Construction of smooth B-spline surfaces based on improving data point distribution, *Modares Mechanical Engineering*, Vol. 14, No. 13, pp. 27-36, 2015 (In Persian)

در روش اول، که روش دقیق¹⁰ نام دارد، با گرفتن اجتماع از تمامی بردارهای گرهی منحنی‌ها، بردار گرهی مشترک تعریف و سپس فرآیند جایگذاری گره¹¹ بر روی هر منحنی برای هر گره غیرمشترک با بردار گرهی مشترک انجام می‌پذیرد^[9]. با انجام این فرآیند، شکل ظاهری منحنی‌ها هیچ‌گونه تغییری نمی‌کند و روش کاملاً دقیق است، ولی، با افزایش تعداد گرههای هر منحنی، تعداد نقاط کنترل آن نیز اضافه شده و محاسبات بسیار زیادی برای تولید سطح لازم است. اگر میانگین تعداد نقاط کنترل منحنی‌های مقاطع را 7 در نظر گرفته و K منحنی مقطع وجود داشته باشد، بعد از انجام فرآیند سازگارسازی به روش دقیق، تعداد نقاط کنترل از درجه (k^2n) ⁰ خواهد بود^[11]. لذا، با افزایش تعداد مقاطع، این روش عملاً با محدودیت‌هایی می‌شود روبرو می‌شود. جهت رفع این مشکل از روش‌های تقریبی استفاده می‌شود که در آنها منحنی‌ها پس از فرآیند سازگاری دقیقاً منحنی‌های قبل نیستند، بلکه تقریب قابل قبولی از آن‌ها هستند^{[12]-[20]}. بدین منظور پارک^[14] ابتدا یک بردار گرهی مشترک با تعداد گره کمتر در نظر گرفته (که طبیعتاً در گام اول برای همه منحنی‌های مقاطع مناسب نیست) و سپس گام به گام تعداد گره‌ها در بردار گرهی مشترک را افزایش می‌دهد تا پارامتر انرژی کرنشی منحنی مقطع کمینه شود. همچنین، تیلر و پیگل^[20] به گره‌های درون بردار گرهی مشترک (که همان‌طور که پیشتر عنوان شد از اجتماع گره‌های اولیه هر مقطع به دست آمده است) نوعی انعطاف داده و سعی کردند گره‌های غیرضرور را حذف کنند. همچنین، یانگ و ژنگ^[21] از خواص تی-اسپلین‌ها برای غلبه بر مسئله سازگاری استفاده کردند. روش دیگری که در حوزه روش‌های تقریبی قرار می‌گیرد روش نمونه‌گیری¹² از منحنی است^{[22]-[20]}. در این روش، تاکید بر روی توزیع مجدد نقاط داده است. روش‌های نمونه‌گیری از منحنی و ایجاد آرایش جدید در نقاط داده معمولاً بر این مبنای انجام می‌پذیرد که علاوه‌بر ایجاد بردار گرهی مشترک، بهترین و نرم‌ترین سطح ممکن را نیز ایجاد کند. بدین منظور تیلر و پیگل^[20] افزایش محدود تعداد گره و پارک و همکاران^[22] نیز توزیع منظم پارامتر در طول منحنی مقطع را پیشنهاد داده‌اند. منظور از سطوح نرم‌تر این است که از نظر بصری خوشایندتر¹³ و فاقد انجناها یا تغییرات انجناهای غیرضرور باشد.

آنچه در این مقاله ارائه می‌شود نیز در همین راستا قرار دارد، به‌طوری که روش جدیدی برای نمونه‌گیری پیشنهاد می‌شود که قادر است، به سادگی و پس از انجام مجموعه‌ای از مراحل کوتاه، توزیع مناسب نقاط داده و بردار گرهی مشترک را برای ایجاد سطح معرفی کند. در ادامه، منحنی‌ها و سطوح بی-اسپلین و روش لافتینگ معرفی خواهند شد. سپس، تئوری روش‌های تقریب‌زنی و درونیابی در ایجاد منحنی و سطح از نقاط داده ارائه خواهد شد. در گام بعدی، ضمن معرفی روش مد نظر در سازگار کردن منحنی‌ها، مثال-های کاربردی ارائه و در مورد صحت خروجی‌ها راستی آزمایی خواهد شد. در انتها، کاربرد روش پیشنهادی در اتصال دایره به ایرفویل در پره توربین باد مطرح و به جمع‌بندی و نتیجه‌گیری از این پژوهش پرداخته شده است.

2- منحنی‌ها و سطوح بی-اسپلین

بی-اسپلین‌ها روشی برای توصیف منحنی‌ها و سطوح به روش پارامتری هستند، که به‌علت قابلیت انعطاف بالا، در طراحی بسیار رایج شده‌اند. برخلاف

[6,5] و غیره از مزایای متعدد پیش‌رفته‌های اخیر در نمایش و طراحی سطوح بهره برده‌اند. در میان روش‌های تولید سطوح، در طراحی به کمک کامپیوتر، روش لافتینگ¹، که از آن به عنوان اسکینینگ² نیز یاد می‌شود، از پرکاربردترین روش‌های است. در این فرآیند یک سطح از تعدادی منحنی مقطع عبور می‌کند. کاربردهای این روش بسیار زیاد است که به عنوان مثال می‌توان به کاربرد آن‌ها در کنترل کیفیت، مهندسی معکوس و مهندسی پزشکی اشاره کرد. در مهندسی معکوس تعدادی از نقاط (مجموعاً 2 بعدی) در هر مقطع با استفاده از روش‌های مختلف مانند اسکن نوری یا دیجیت تماسی به دست می‌آیند. پیشرفت در روش‌های ثبت این داده‌های 2 بعدی محسوس است. لذا، نقطه مهم‌چنان در الگوریتم‌های تولید سطح معطوف است^[7]. در مسایل مرتبط با مهندسی پزشکی نیز می‌توان به تولید سطح بر روی مقاطع به دست آمده از عکس‌های ام‌آرآی³ یا سی‌تی⁴ اشاره کرد^[8].

فرآیند ایجاد یک سطح با استفاده از لافتینگ در یک دید کلی به 2 بخش تقسیم می‌شود. در ابتدا، یک منحنی بر روی نقاط² بعدی (یا حتی 3 بعدی) هر مقطع برآش و سپس یک سطح بر روی منحنی‌های مقاطع ایجاد می‌شود. این منحنی‌ها و سطوح معمولاً از نوع توابع بی-اسپلین⁵ هستند که هر منحنی یا سطح بی-اسپلین با مجموعه‌ای از نقاط کنترل⁶ و نیز یک بردار گرهی⁷ تعريف می‌شود. براساس دقت مورد نظر، برای هر یک از مراحل برآش عنوان شده می‌توان از دو روش درونیابی⁸ و تقریب‌زنی⁹ استفاده کرد^[9]. اگر تعداد داده‌های مربوط به هر برآش و نویز آن‌ها زیاد باشد، از روش تقریب‌زنی استفاده می‌شود و بر عکس اگر تعداد داده‌ها و پراکندگی و نویز آن‌ها کم باشد، از درونیابی استفاده می‌شود. استفاده از روش درونیابی به نتایج دقیق‌تری منجر می‌شود، اما سبب بالا رفتن تعداد نقاط کنترل می‌شود که در نتیجه آن محاسبات افزایش چشمگیر داشته و انجناهای نامناسب در منحنی و سطح ایجاد می‌شود^[10]. در فرآیند لافتینگ، بسته به نظر طراح، می‌توان هر دو مرحله برآش منحنی و برآش سطح را با استفاده از درونیابی یا هر دو را با استفاده از تقریب‌زنی انجام داد یا ترکیبی از این دو روش را در مدل‌سازی به کار برد.

همان‌طور که عنوان شد، در مرحله اول، بر روی نقاط² بعدی موجود در هر مقطع یک منحنی برآش شود. شرط انجام پذیر بودن لافتینگ بین این منحنی‌ها این است که آن‌ها با هم سازگار باشند. در مورد منحنی‌های بی-اسپلین شرط سازگار بودن را می‌توان به صورت زیر نوشت:

- درجه منحنی بی-اسپلین در همه یکسان باشد.

2- همه منحنی‌های مقطع روی بردار گرهی مشترک تعريف شوند.

در نگاه اول، می‌توان درونیابی یا تقریب‌زنی را برای هر سری از داده‌های مقاطع به صورت جداگانه انجام داد. در این فرآیند، می‌توان درجه منحنی را، که یک پارامتر ورودی است، برای همه منحنی‌ها یکسان در نظر گرفت. اما مشکل اصلی یکسان کردن بردارهای گرهی است، زیرا نحوه انتخاب این بردار مشترک بر روی کیفیت سطح نهایی بسیار موثر است. مطالعات زیادی در این زمینه انجام پذیرفته و محققان روش‌های مختلف و متعددی را برای سازگار-سازی پیشنهاد داده‌اند. این روش‌ها را می‌توان به 2 بخش عمده تقسیم کرد.

1- Lofting

2- Skinning

3- MRI

4- CT

5- B-spline

6- Control points

7- Knot vector

8- Interpolation

9- Approximation

10- Exact
11- Knot insertion
12- Sampling
13- Visually pleasing

۲- انتخاب بردار گرهی مناسب
۳- حل معادلات و تعیین نقاط کنترل به عنوان خروجی مساله
برای انجام هر یک از مراحل فوق روش های متعددی وجود دارد، آنچه در ادامه می آید فرمول بندی مرتبط با روش خاصی است که در این پژوهش از آن استفاده شده است.

۳-۱- انتخاب پارامتر متناظر

پارامترهای متناظر در حقیقت منعکس کننده توزیع نقاط هستند. استفاده از روش های طول و تر^۴ و مرکزگرا^۵ برای اغلب کارها توصیه شده است [۹]. در این پژوهش از روش مرکزگرا استفاده شده است. اگر نقاط داده ورودی با

پژوهش از روش مرکزگرا تعريف و پارامتر متناظر با هر نقطه روی منحنی با

تقریب زده شده نهایی است، رابطه (۵) برقرار است:

$$\begin{cases} t_0 = 0 \\ t_i = t_{i-1} + \frac{\sqrt{|Q_i - Q_{i-1}|}}{L} \\ t_k = 1 \end{cases} \quad (5)$$

که در آن L به صورت رابطه (۶) تعريف می شود.

$$L = \sum_{i=1}^k \sqrt{|Q_i - Q_{i-1}|} \quad (6)$$

بدین ترتیب پارامترهای متناظر به دست آمده و در بخش بعد از آن ها در تعیین بردار گرهی مناسب استفاده می شود.

۳-۲- انتخاب بردار گرهی مناسب

روش های مختلفی برای یافتن بردار گرهی پیشنهاد شده است. در این بین الگوریتم زیر در تعیین نقاط گرهی استفاده شد [۹]:

ابتدا $p+1$ گره ابتدایی را برابر صفر و $p+1$ گره انتهایی را برابر یک در نظر گرفته تا شرایط کلمپ بودن ایجاد شود. برای یافتن گره های درونی، معادلاتی که در رابطه (۷) آمده است (به ترتیب نوشته شده) به کار رفت:

$$d = \frac{k+1}{n-p+1} \quad i = \text{int}(jd), \quad \alpha = jd - i \quad u_{p+j} = (1-\alpha)\bar{u}_{i-1} + \alpha\bar{u}_i \quad j = 1, \dots, n-p \quad (7)$$

که در این روابط k تعداد نقاط داده، n تعداد نقاط کنترل و p درجه منحنی است. دستور int نیز بزرگترین عدد صحیح کوچک تر از مقدار عبارت جلوی آن را می دهد.

الگوریتم فوق به ما این تضمین را می دهد که در بین هر دو مقدار گره، تعداد مشخص و تقریباً برابر پارامتر متناظر قرار خواهد گرفت که این مساله در پایداری حل و گرفتن نتایج نقش بسزای دارد [۲۳].

۳-۳- یافتن نقاط کنترل:

برای یافتن نقاط کنترل و برازش منحنی بی-اسپلین بر روی نقاط داده ورودی، روش حداقل مربعات مورد استفاده قرار گرفت. در روش حداقل مربعات بایدتابع خطای (۸) مینیمم شود:

$$\sum_{i=1}^{k-1} |Q_i - C(t_i)|^2 \quad (8)$$

این کار به دستگاه معادلات (۹) منتج می شود:

۴- Chord length
5- Centripetal

منحنی های بزر^۱، تغییرات در منحنی های بی-اسپلین موضعی است و در اثر تغییر یک فاکتور، مانند گره یا نقطه کنترل، فقط نواحی تحت اثر آن فاکتور تغییر کرده و بقیه قسمت های منحنی بدون تغییر باقی می مانند. یکتابع منحنی بی-اسپلین یک چندجمله ای چندتکه است که با رابطه (۱) بیان می شود [۹]:

$$C(u) = \sum_{i=0}^n N_{i,p}(u) P_i \quad (1)$$

که در آن p درجه منحنی و $P_i, i = 0, \dots, n$ چند ضلعی کنترل است که با نقاط کنترل (x_i, y_i, z_i) $N_{i,p}(u), i = 0, \dots, n$ تعریف می شود. $U = \{u_0, \dots, u_m\}$ نیز توابع پایه بی-اسپلین هستند که بر روی بردار گرهی تعريف می شوند. در این مقاله، فرض بر این است که بردار گرهی به شکل رابطه (۲) است:

$$U = \{\underbrace{0, \dots, 0}_{p+1}, u_{p+1}, \dots, u_{m-p-1}, \underbrace{1, \dots, 1}_{p+1}\} \quad (2)$$

که در این حالت به بی-اسپلین، یک بی-اسپلین از نوع کلمپ^۲ می گویند. با تعمیم منحنی های بی-اسپلین به صورت حاصل ضرب تansوری دو منحنی سطح بی-اسپلین حاصل می شود. سطح بی-اسپلین به صورت رابطه (۳) تعريف می شود:

$$S(u, v) = \sum_{i=0}^n \sum_{j=0}^m N_{i,p}(u) N_{j,q}(v) P_{i,j} \quad (3)$$

که در آن p و q درجهات سطح در جهات به ترتیب U و V می باشند. $P_{i,j} = (x_{i,j}, y_{i,j}, z_{i,j})$ شبکه نقاط کنترل است که با مجموعه ای از نقاط کنترل به شکل $N_{i,p}(u), i = 0, \dots, n$ و $N_{j,q}(v), j = 0, \dots, m$ توابع پایه مرتبط هستند که بر روی بردارهای گرهی $V = \{v_0, \dots, v_s\}$ به ترتیب $U = \{u_0, \dots, u_r\}$ می شوند. شایان ذکر است که در این مقاله بردارهای گرهی سطح به صورت کلمپ به شکل رابطه (۴) هستند:

$$U = \{\underbrace{0, \dots, 0}_{p+1}, u_{p+1}, \dots, u_{r-p-1}, \underbrace{1, \dots, 1}_{p+1}\} \quad V = \{\underbrace{0, \dots, 0}_{q+1}, v_{q+1}, \dots, v_{s-q-1}, \underbrace{1, \dots, 1}_{q+1}\} \quad (4)$$

برای اطلاعات بیشتر در زمینه منحنی ها و سطوح بی-اسپلین به مرجع [۹] رجوع کنید.

۳- درونیابی و تقریب زنی منحنی ها و سطوح

در فرآیند درونیابی، یک منحنی (یا سطح) از روی تمام نقاط داده (یا منحنی های مقطع) عبور می کند، در حالی که در فرآیند تقریب زنی باید از یک روش کمکی استفاده کرد تا بتوان بهترین منحنی (یا سطح) عبوری از میان نقاط داده را شناخت که معمولاً از روش حداقل مربعات^۳ استفاده می شود. لذا، درونیابی حالت خاصی از تقریب زنی است که در آن نقاط کنترل با نقاط داده برابر است [۹].

ورودی فرآیند تعدادی نقطه داده است. این نقاط می توانند از اسکن نوری، دیجیت تماشی، ام آر آی وغیره بدست آیند. هدف برازش یک منحنی با تعداد نقاط کنترل مشخص بر روی این نقاط است. در طی فرآیند تقریب زنی انجام ۳ مرحله ضروری است:

۱- انتخاب پارامتر متناظر مناسب برای هر نقطه

1- Bezier
2- Clamped
3- Least Square

5- الگوریتم یکسان‌سازی بردارهای گرهی

الگوریتم مورد استفاده در این تحقیق جهت یکسان‌سازی بردارهای گرهی به صورت زیر بیان می‌شود:

و رودی: منحنی‌های مقاطع $(C_k(u))$ که در آن k تعداد مقاطع است، δ (حداقل اختلاف گره‌های متناظر)، پارامترهای متناظر با نقاط داده اولیه (از روش مرکزگرا) خروجی: منحنی‌های مقطع سازگار شده روش:

- 1- تعیین منحنی (u) که $C_h \leq h \leq k$ ، به عنوان مرجع
- 2- قرار دادن پارامترهای متناظر $C_h(u)$ در سایر منحنی‌ها و ایجاد نقاط داده جدید در این منحنی‌ها
- 3- انجام مجدد فرآیند تقریب‌زنی یا درونیابی بر روی نقاط داده جدید هر مقطع شامل گرفتن پارامترهای متناظر جدید از روش مرکزگرا و گرفتن نقاط داده جدید از رابطه (7)
- 4- محاسبه ماتریسم اختلاف بین هر گره از بردار گرهی هر منحنی با مقدار متناظر آن از بردار گرهی منحنی مرجع
- 5- اگر ماتریسم مقدار به دست آمده در 4 از δ کمتر بود خروج در غیر این صورت به روزرسانی منحنی‌های غیرمراجع با منحنی‌های غیرمراجع جدید (به دست آمده در 3) و بازگشت به 2 در این الگوریتم:

منحنی‌های مقاطع به عنوان ورودی مطرح هستند که پیش از ورود به الگوریتم فوق با استفاده از روش‌های تقریب‌زنی یا درونیابی از روی نقاط داده هر مقطع به دست آمده‌اند. این منحنی‌ها به طور مستقل از یکدیگر به دست آمده و بردار گرهی آن‌ها متفاوت است. همچنین، پارامترهای متناظر با نقاط داده اولیه نیز به عنوان ورودی از روش مرکزگرا به دست آمده‌اند.

در گام بعدی یک منحنی به عنوان منحنی مرجع انتخاب می‌شود ($C_h(u)$). در صورتی که حساسیت روی یک مقطع خاص بیشتر باشد، منحنی آن مقطع به عنوان مرجع انتخاب می‌شود و در غیر این صورت منحنی یک مقطع دلخواه را می‌توان به عنوان مرجع انتخاب کرد. منحنی مرجع در حقیقت منحنی‌ای است که تا انتهای فرآیند ثابت باقی مانده و بردار گرهی سایر منحنی‌ها با بردار گرهی این منحنی (یا اختلاف δ) برابر می‌شود. سپس، پارامترهای متناظر با آرایشی متفاوت برای این منحنی‌ها ایجاد شود. مجدداً با استفاده از نقاط کنترل جدید عملیات تقریب‌زنی را بر روی این منحنی‌ها انجام داده و بردار گرهی جدید محاسبه می‌شود. اگر ماتریسم اختلاف بین هر گره از بردار گرهی هر کدام از این منحنی‌ها با مقدار متناظر آن از بردار گرهی منحنی مرجع از حد مشخصی کمتر باشد، بردار گرهی مشترک به دست آمده است، در غیر این صورت مجدداً فرآیند تکرار شده و پارامترهای متناظر منحنی مرجع در منحنی‌های تقریب زده شده جدید قرار می‌گیرد تا نقاط داده جدید با آرایشی جدید به دست آید. این فرآیند سبب می‌شود که نقاط داده در سایر منحنی‌ها آرایشی مشابه نقاط داده در منحنی مرجع پیدا کنند. اغلب شبیه نبودن این آرایش که از آن به عنوان مشکل در محاسبه پارامتر متناظر [23] یاد می‌شود سبب ایجاد ناهمواری در سطح می‌شود و روش ارائه شده این آرایش را به شکل مناسبی تغییر خواهد داد. مراحل گام

$$(N^T N)P = R \quad (9)$$

که در آن N یک ماتریس $(n-1) \times (k-1)$ و به صورت رابطه (10) است:

$$\begin{bmatrix} N_{1,p}(t_1) & \cdots & N_{n-1,p}(t_1) \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ N_{1,p}(t_{k-1}) & \cdots & N_{n-1,p}(t_{k-1}) \end{bmatrix} \quad (10)$$

و برداری است که $(n-1)$ عضو دارد و به صورت رابطه (11) است:

$$\begin{bmatrix} N_{1,p}(t_1)R_1 + \cdots + N_{1,p}(t_{k-1})R_{k-1} \\ \vdots \\ N_{n-1,p}(t_1)R_1 + \cdots + N_{n-1,p}(t_{k-1})R_{k-1} \end{bmatrix} \quad (11)$$

که در آن R_i به صورت رابطه (12) تعریف می‌شود.

$$R_i = Q_i - N_{0,p}(t_i)Q_0 - N_{n,p}(t_i)Q_k, i = 1, \dots, k-1 \quad (12)$$

P نیز بردار نقاط کنترل است که مجھولات مساله را تشکیل می‌دهد:

$$\begin{bmatrix} P \\ \vdots \\ P_{n-1} \end{bmatrix}$$

البته توجه به این نکته ضروری است که $C(t_0)$ و $C(t_k)$ به صورت رابطه (13) تعریف می‌شوند:

$$C(t_0) = p_0 = Q_0, \quad C(t_k) = P_n = Q_k \quad (13)$$

اگر تعداد نقاط کنترل برابر نقاط داده انتخاب شود، مقدار خطای حداقل مربعات (رابطه (8)) برابر صفر شده و این حالت در حقیقت درونیابی بوده، که همان‌طور که پیشتر نیز عنوان شد، حالت خاصی از تقریب‌زنی است.

4- تقریب‌زنی سطح و لافتینگ

لافتینگ یک فرآیند درونیابی یا تقریب‌زنی سطح است [24]. در لافتینگ هدف عبور یک سطح مناسب از یک سری منحنی‌های مقاطع مختلف است. مراحلی که در بخش قبل در تقریب‌زنی منحنی به کار رفت در تقریب‌زنی سطح نیز به کار می‌رود، با این تفاوت که باید این کار را در دو جهت انجام داده و ملاحظاتی را نیز در نظر گرفت.

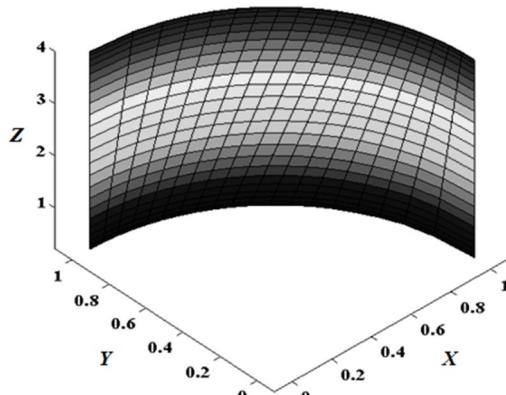
نقاط داده $i = 0, \dots, n$ و رودی‌های $j = 0, \dots, m$ (یک مساله لافتینگ هستند. در تقریب‌زنی سطح، ابتدا بر روی هر ردیف از نقاط داده (i ها در ثابت) یک منحنی تقریب زده می‌شود (جهت u). این منحنی‌ها همان منحنی‌های مقاطع در فرآیند لافتینگ هستند. هر یک از این منحنی‌های مقاطع به صورت زیر نامگذاری شدند:

$$C_k(u), \quad k = 0, \dots, l, \quad l \leq m$$

سطح بی-اسپلاین این منحنی‌ها را تقریب می‌زند (درونویابی می‌کند) و این کار در جهت v انجام می‌پذیرد. لذا در حالت درونیابی اگر S سطح نهایی تولید شده باشد، رابطه (14) برقرار است:

$$S(u, v_k) = C_k(u), \quad k = 0, \dots, l \quad (14)$$

نکته بسیار مهم در لافتینگ این است که منحنی‌های مقاطع باید سازگار باشند، یعنی (همان‌طور که در مقدمه نیز عنوان شد) باید درجه و بردار گرهی یکسان داشته باشند. درجه در ابتدا به عنوان ورودی مطرح است و می‌توان آن را یکسان فرض کرد، اما از آنجاکه هر منحنی به طور جداگانه تقریب زده شده است، بردارهای گرهی یکسان نیست و باید جهت انجام لافتینگ، بردارهای گرهی یکسان شود. در بخش بعد، روش جدیدی که از یکسو باعث یکسان‌سازی بردارهای گرهی شده و از سوی دیگر و همزمان با یکسان‌سازی باعث نرم‌تر و بهتر شدن سطح ایجاد شده نیز می‌شود معرفی می‌شود.

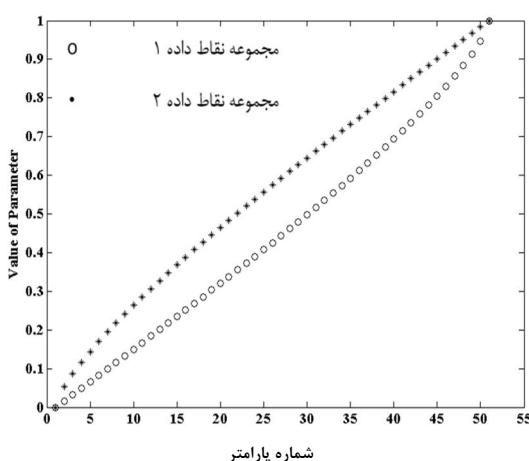


شکل 3 سطح بی-اسپلاین برآورد شده بر روی داده‌های اولیه

بوده متمایل شده‌اند. لذا عدم وجود آرایش یکسان نقاط داده در دو منحنی، که به پارامتریندی و بردارهای گرهی کاملاً متفاوت منجر شده، عامل پیدایش این مساله است. اختلاف پارامترهای متناظر نقاط داده برای دو منحنی فوق در شکل 4 نشان داده شده است.

کاهش اختلاف پارامترهای متناظر نقاط داده موید هم‌خوانی بهتر در آرایش نقاط داده دو منحنی مقطع است. ایده‌آل ترین حالت وقتی به وجود می‌آید که هر پارامتر متناظر از یک منحنی دقیقاً برابر با پارامتر متناظر آن از منحنی دیگر باشد و نقاط متناظر آن‌ها در شکل 4 بر روی هم می‌افتدند. در این پژوهش، هدف این است که این دو توزیع بسیار نزدیک شوند. البته یک منحنی و بردار گرهی آن به عنوان مرجع انتخاب شده و بردار گرهی دیگر مطابق آن در نظر گرفته می‌شود. این فرآیند به صورت گام به گام با پیاده‌سازی الگوریتم ارائه شده در بخش 5 انجام می‌ذیرد. با درنظر گرفتن نقاط داده 1 به عنوان مرجع پس از یک مرحله تولید نقاط داده و میانگین‌گیری از بردارهای گرهی (توجه شود که پس از یک مرحله بردارهای گرهی به هم نزدیک شده‌اند ولی هنوز اختلاف غیر قابل قبولی دارند)، سطح به شکل 5 تغییر می‌کند.

منحنی‌های ایزوپارامتریک سطح آرایش بهتری پیدا کرده‌اند، اما هنوز می‌توان سطح نرم‌تر با کیفیت بصری بالاتری ایجاد نمود. با درنظر گرفتن ترانس $\delta = 0.001$ برای اختلاف گرههای متناظر و پس از 12 تکرار ایجاد داده‌ها، بردارهای گرهی یکسان‌سازی شده و سطح ارائه شده در شکل 6



شکل 4 تغییرات پارامترهای متناظر نقاط داده در دو منحنی مقطع

به گام ایجاد سطح با استفاده از این الگوریتم در مثال 1 بخش بعد توضیح داده شده است.

6- پیاده‌سازی روش بر روی چند مثال کاربردی

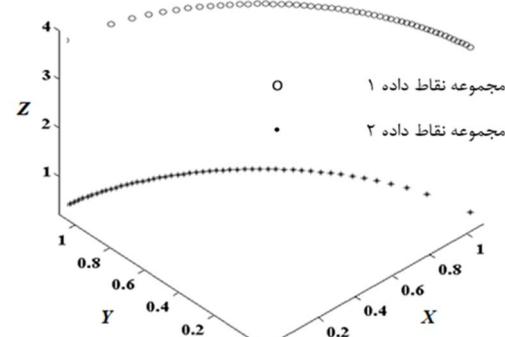
در تمامی مثال‌های ارائه شده در این مقاله، منحنی‌های ورودی و منحنی‌های ایزوپارامتریک هم‌راستا با آن‌ها در جهت u و راستای دیگر سطح در جهت v در نظر گرفته شده است.

6-1- مثال 1

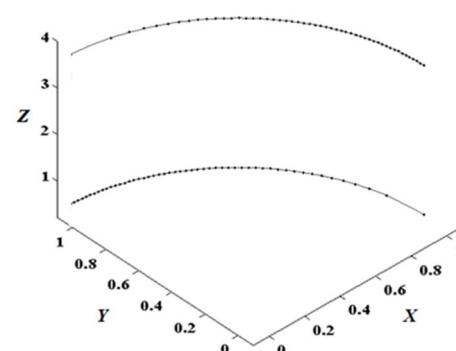
مختصات دو مجموعه نقاط مقطع مطابق شکل 1، داده شده است. این نقاط از معادله ربع دایره در $z = 0.2$ با آرایش متفاوت استخراج شده‌اند. ابتدا 2 منحنی با استفاده از روش تقریب‌زنی و با درنظر گرفتن نقاط کنترل و درجه یکسان بر روی این 2 مجموعه نقاط داده برآورد شده است (شکل 2).

با وجود شباهت ظاهری این دو منحنی، بردار گرهی و نقاط کنترل آن‌ها متفاوت است، لذا، رابطه پارامتری چندجمله‌ای آن‌ها کاملاً متفاوت است. در گام اول، جهت ایجاد سطح، یک بردار گرهی مشترک با استفاده از روش میانگین‌گیری ایجاد می‌شود. در روش میانگین‌گیری بردار گرهی مشترک در واقع میانگین درایه‌های متناظر دو بردار گرهی اولیه است. سطح حاصل از اعمال الگوریتم لافتینگ و بردار گرهی مشترک در شکل 3 نمایش داده شده است.

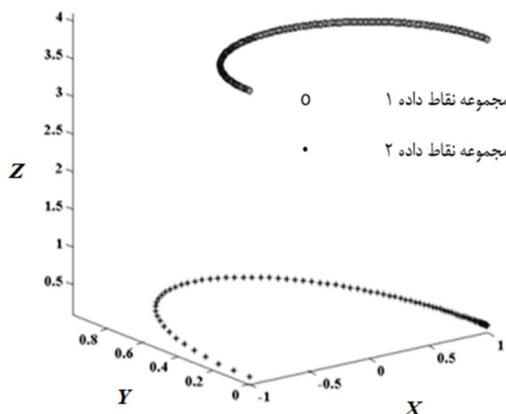
ضمن بررسی منحنی‌های ایزوپارامتریک در شکل 3 مخصوص می‌شود که توزیع و یکنواختی مورد نظر را نداشت، به لحاظ بصری خوشایند نبوده و به یکسو انحراف دارند. در واقع، منحنی‌های ایزوپارامتریک هنگام رسیدن به مقاطع بالا یا پایین، به سمتی که در آن تعداد نقاط داده در واحد طول بیشتر



شکل 1 نقاط داده ورودی در دو مقطع (مثال 1)



شکل 2 منحنی‌های بی-اسپلاین برآورد شده بر روی داده‌ها



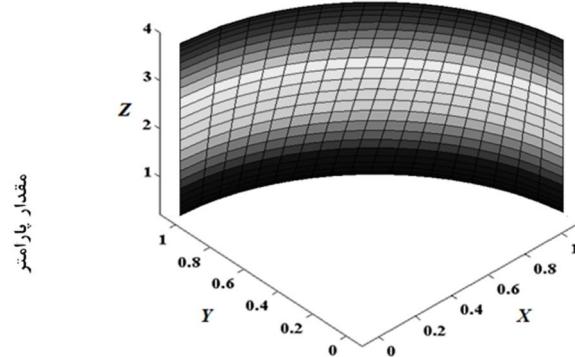
شکل 8 نقاط داده ورودی دو مقطع (مثال 2)

شکل 9 سطح تولید شده به وسیله میانگین‌گیری را نشان می‌دهد. در شکل 10، سطح با اعمال الگوریتم پیشنهادی و درنظر گرفتن $\delta = 0.001$ و $\gamma = 7$ تکرار ایجاد نقاط داده بدست آمده است. مجموعه نقاط داده 2 به عنوان مرجع انتخاب شده است.

3-6- مثال 3

در این مثال یک خط به یک نیم‌بیضی متصل شده است. نقاط داده 2 مقطع مطابق شکل 11 است.

شکل 12 سطح ایجاد شده به وسیله میانگین‌گیری را نشان می‌دهد.

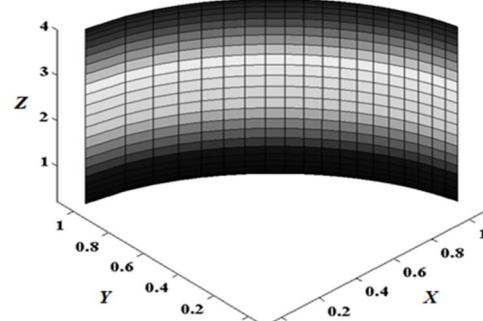


شکل 5 سطح بی-اسپلاین برآش شده بر روی داده‌ها با یک مرحله اصلاح نقاط به دست می‌آید. با توجه به این شکل، می‌توان دریافت که منحنی‌های ایزوپارامتریک منظم‌تر و در نتیجه سطح نرم و یکنواخت‌تری ایجاد شده است. از بررسی شکل 6 چنین مشخص می‌شود که شبکه منحنی‌های ایزوپارامتریک به سمت راست تراکم‌تر شده‌اند. دلیل این امر این است که نقاط داده منحنی مرجع (نقاط داده 1 در شکل 1) در سمت راست تراکم بیشتری داشته‌اند.

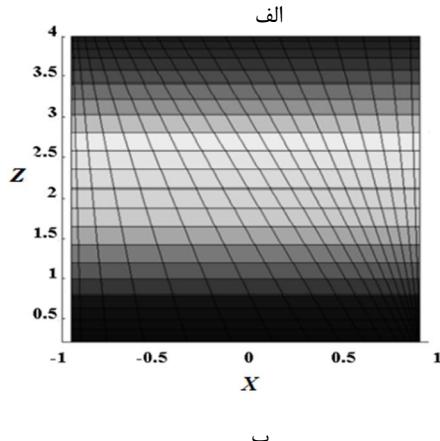
اگر مجموعه نقاط 2 به عنوان نقاط داده مرجع انتخاب شوند، سطح بدست آمده مطابق شکل 7 است. تراکم بیشتر شبکه‌ها به سمت چپ، تابع تراکم بیشتر مجموعه نقاط داده 2 به آن سمت است.

2-2- مثال 2

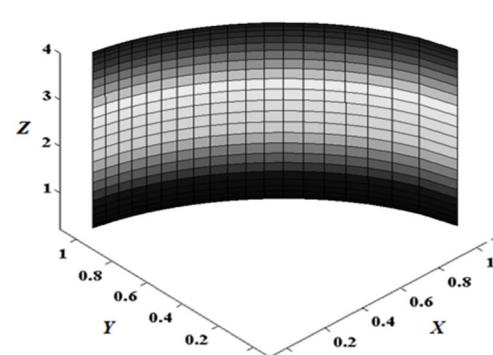
شکل 8 نقاط داده ورودی 2 مقطع را نشان می‌دهد که با استفاده از روابط نیم‌دایره و بیضی بدست آمده‌اند. مشاهده می‌شود که تراکم نقاط نیم‌دایره در یک سمت بیشتر است، در حالی که نقاط بیضی تراکم یکسانی دارند.



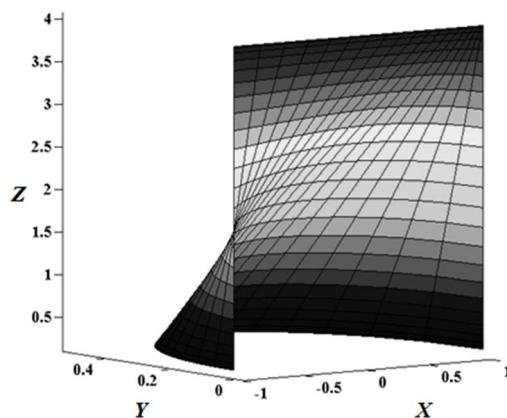
شکل 6 سطح نهایی با گرفتن مجموعه داده 1 به عنوان مرجع



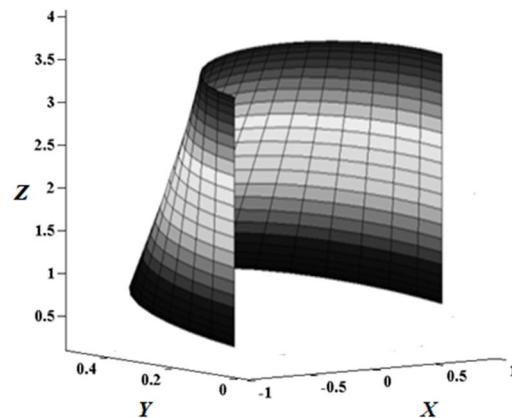
شکل 9 سطح بی-اسپلاین برآش شده بر روی داده‌های اولیه (با استفاده از روش میانگین‌گیری): (الف) نمای ایزوپارامتریک و (ب) نمای XZ



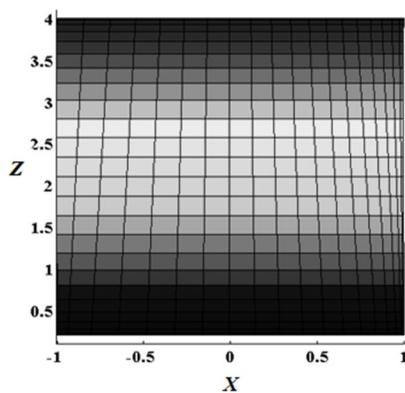
شکل 7 سطح نهایی با گرفتن مجموعه داده 2 به عنوان مرجع



الف

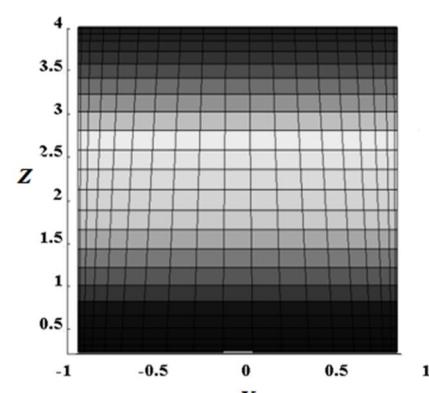


الف



ب

شکل 12 سطح بی-اسپلاین برآورد شده بر روی داده‌های اولیه (با استفاده از روش میانگین‌گیری): (الف) نمای ایزومتریک و (ب) نمای Z

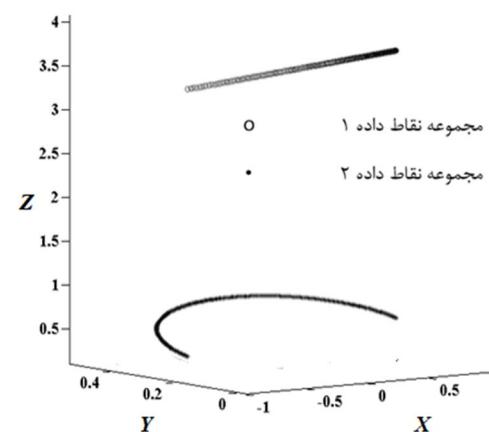


ب

شکل 10 سطحنهایی با گرفتن مجموعه داده 2 به عنوان مرجع: (الف) نمای XZ ایزومتریک و (ب) نمای X

7-1- ارزیابی انحراف منحنی‌های غیرمرجع از حالت پایه
تولید پیاپی نقاط داده بر روی منحنی‌های غیرمرجع می‌تواند منحنی نهایی آن را از منحنی اولیه دور کند. این حد نباید از یک محدودیت فیزیکی یا کاربردی (به عنوان مثال ترانس ساخت) بیشتر شود. جهت تقریب خطای در مواردی که منحنی اولیه پیچیده است و رابطه تحلیلی برای آن در دسترس نیست، باید از تابع بی-اسپلاین اولیه استفاده و با ایجاد نقاط بسیار زیاد بر روی آن، آن را با نقاط نهایی تابع بی-اسپلاین نهایی مقایسه کرد. در صورت کمتر بودن خطای از ترانس‌های لازم، روش ارائه شده کلایی لازم را دارد. این مقایسه می‌تواند مثلاً با الگوریتم توانمند بروت-فورث¹ و محاسبه مقدار فاصله هاسدورف² [25] صورت گیرد. مطابق این روش باید بیشترین مقدار از بین کمترین فاصله هر نقطه جدید روی منحنی‌های غیرمرجع را با نقاط داده اولیه آن مقطع محاسبه کرده و هرچه تعداد نقاط اولیه و نهایی بیشتر باشد، پاسخ دقیق‌تر خواهد بود. به عنوان مثال با درنظر گرفتن 100 نقطه بر روی منحنی، مقدار فاصله هاسدورف برای مثال 1 مطابق شکل 14 بود.

مشاهده می‌شود که پس از چندین بار تولید مجدد داده، کم کم آرایش نقاط ثابت شده و مقدار فاصله هاسدورف به سمت ثابت شدن می‌رود که خود دلیلی بر همکرایی روش است. اعمال این الگوریتم به سایر مثال‌های ذکر شده



شکل 11 نقاط داده ورودی در دو مقطع (مثال 3)

شکل 13 سطح ایجاد شده با الگوریتم پیشنهادی و $\delta = 0.001$ (که به 7 بار تولید مجدد نقاط داده منجر شد) و انتخاب نقاط خط به عنوان مرجع را نشان می‌دهد.

7- ارزیابی سطوح و بررسی کمی پهلو سطح

در این بخش ارزیابی سطوح بدست آمده بهوسیله دو فاکتور بررسی می‌شود که فاکتور اول میزان خطای سطح و فاکتور دوم میزان نرمی سطح را نشان خواهد داد.

1- Brute-forth
2- Hausdorff

که در آن κ_1 و κ_2 مقادیر انحنای اصلی (مقادیر ویژه) و e_2 و e_1 جهت‌های اصلی (بردارهای ویژه) هستند. روش محاسبه پارامتر کمترین تغییرات انحنا به این شرح است که پس از ایجاد سطح بی-اسپلاین، مقادیر مشتقات اول و دوم سطح محاسبه و با استفاده از آن‌ها انحنایها محاسبه می‌شوند. با داشتن انحنایها، ماتریس انحنا تشکیل می‌شود که مقادیر ویژه این ماتریس مقادیر انحنای اصلی و بردارهای ویژه آن جهت‌های اصلی هستند. جهت مطالعه بیشتر در این زمینه به [26] رجوع کنید. برای مثال، اول، تغییرات مقدار پارامتر کمترین تغییرات انحنا بر حسب مرحله تولید مجدد نقاط داده در جدول ۱ آورده شده است (یعنی از پایان هر مرحله بردار گرهی مشترک با استفاده از میانگین‌گیری از بردارهای گرهی مقاطع به دست آمده است).

با افزایش مراحل تولید داده، مقدار کمترین تغییرات انحنا کم می‌شود. با توجه به استوانهای بودن سطح در مثال ۱، مقدار کمترین تغییرات انحنا به صورت تتویری برابر صفر است و لذا میل کردن نتایج به سمت صفر به صحت روش اعمالی و بهبود سطح دلالت دارد. مقدار کمترین تغییرات انحنا برای مثال‌های ۲ و ۳ نیز در جداول ۲ و ۳ آورده شده است. براساس آنچه در ایجاد شده سبب بهبود نرمی سطح می‌شود.

جدول ۱ مقدار کمترین تغییرات انحنا بر حسب دفعات تولید نقاط داده (مثال ۱)

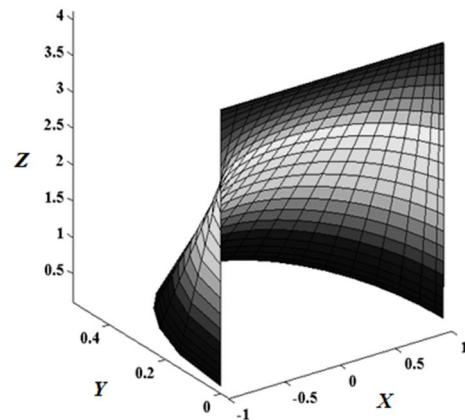
تعداد دفعات تولید مجدد	مقدار پارامتر کمترین تغییرات انحنا
۰/۳۵	۰
$3/30 \times 10^{-6}$	۱
$1/84 \times 10^{-7}$	۲
$1/06 \times 10^{-10}$	۵
$1/91 \times 10^{-11}$	۱۲

جدول ۲ مقدار کمترین تغییرات انحنا بر حسب دفعات تولید نقاط داده (مثال ۲)

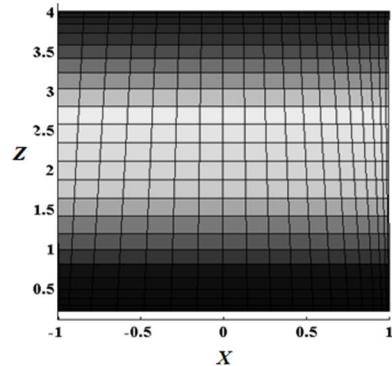
تعداد دفعات تولید مجدد	مقدار پارامتر کمترین تغییرات انحنا
۱۴۸/۱۱	۰
۴/۲۱	۱
۲/۵۸	۲
۱/۷۴	۳
۱/۴۰	۵
۱/۳۳	۷

جدول ۳ مقدار کمترین تغییرات انحنا بر حسب دفعات تولید نقاط داده (مثال ۳)

تعداد دفعات تولید مجدد	مقدار پارامتر کمترین تغییرات انحنا
۴۰/۶۷	۰
۱۵/۱۲	۱
۱۵/۰۱	۲
۱۴/۰۲	۳
۱۳/۸۰	۵
۱۳/۵۳	۷



الف



ب

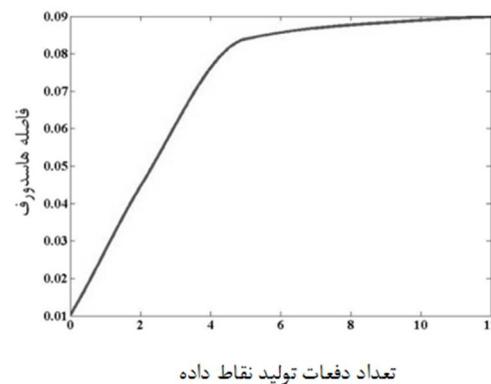
شکل ۱۳ سطح نهایی با گرفتن مجموعه داده ۱ (خط) به عنوان مرجع: (الف) نمای ایزومندیک و (ب) نمای XZ

نیز به نتایج همگرایی مشابهی ختم شد. در صورتی که فاصله هاسدورف از تلرانس مدد نظر (تلرانس ساخت و ...) بیشتر باشد، استفاده از روش ارائه شده در این پژوهش توصیه نمی‌شود.

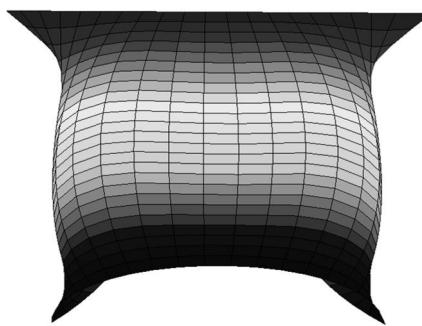
7-2- بررسی کمی نرمی سطوح

در بخش‌های قبل عنوان شد که سطح ایجاد شده از نظر کیفی و با درنظر گرفتن آرایش شبکه‌های روی سطح، به لحاظ بصری، خوشبیندتر شده است. در این بخش با یک پارامتر کمی به نام مینیمم تغییرات انحنا نیز این اثر بررسی می‌شود. این رابطه به صورت زیر است:

$$MVS = \int \left[\left(\frac{d\kappa_1}{de_1} \right)^2 + \left(\frac{d\kappa_2}{de_2} \right)^2 \right] dA \quad (15)$$



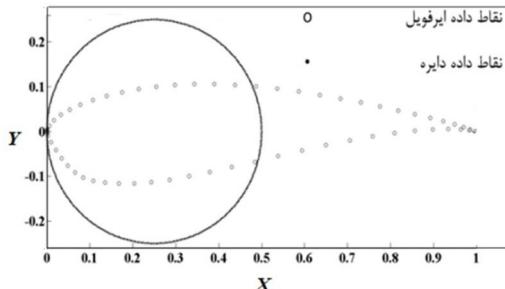
شکل ۱۴ مقدار فاصله هاسدورف بر حسب تعداد دفعات تولید نقاط داده



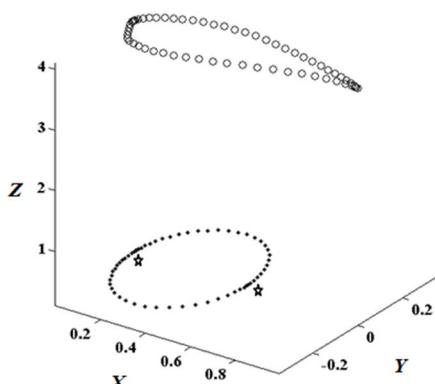
شکل 18 سطح نهایی گذر داده شده از 3 مقطع با اعمال الگوریتم ارائه شده

نقاط داده معمولاً در لبه‌های حمله و فرار بیشتر است. ایجاد آرایش مشابه در دایره (که معمولاً نقاط داده آن با استفاده از روابط قطبی و به صورت یکنواخت توزیع شده‌اند) می‌تواند به بهتر شدن سطح کمک کند. به عبارت بهتر، در اینجا ایرفویل و نقاط داده آن را به عنوان مرجع در نظر گرفته و آرایش نقاط داده دایره را به آن شبیه می‌کنیم. شکل 19 نقاط داده وروودی و شکل 20 به پژوهش نشان می‌دهد.

در این شکل مخصوص شده است که چگالی نقاط داده دایره پس از اعمال الگوریتم ارائه شده در 2 ناحیه بیشتر شده است. دلیل این امر این است که چگالی نقاط داده در ایرفویل، که به عنوان مرجع در نظر گرفته شده است، در 2 ناحیه لبه حمله و لبه فرار بیشتر است و بدین ترتیب دایره توزیع نقاط داده خود را به ایرفویل شبیه کرده است. سطح نهایی به دست آمده در شکل 21 به تصویر کشیده شده است.



شکل 19 نقاط داده وروودی ایرفویل و دایره



شکل 20 نقاط داده ایرفویل و نقاط داده دایره پس از اعمال الگوریتم ارائه شده، تراکم نقاط دایره در نواحی مشخص شده با علامت ستاره بیشتر از سایر نقاط است که نشان می‌دهد چیدمان نقاط داده دایره با ایرفویل همانگ شده است.

8- مثال محک با در نظر گرفتن 3 مقطع

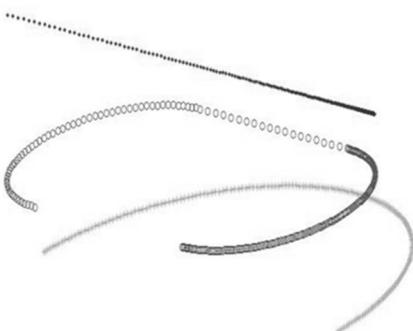
جهت نشان دادن قابلیت‌های روش در بسط به مقاطع بیشتر، در این بخش از 3 مقطع وروودی استفاده شده است. شکل 15 نقاط داده وروودی 3 مقطع را نشان می‌دهد.

عدم یکنواختی نقاط داده در منحنی وسط و خط فوقانی مشهود است، ولی در منحنی پایین‌تر نقاط داده یکنواخت انتخاب شده‌اند. درجه سطح بی-اسپلین نهایی در هر دو جهت ۷ و ۷ برابر ۲ در نظر گرفته شد. با استفاده از روش میانگین‌گیری سطح به دست آمده به صورت شکل 16 خواهد بود.

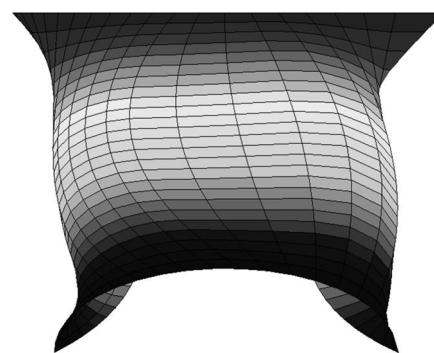
اما، با اعمال روش ارائه شده در این پژوهش و در نظر گرفتن منحنی شامل نقاط زیرین شکل 15 به عنوان مرجع، نقاط داده نهایی منحنی‌های غیرمراجع و سطح نهایی تولید شده به ترتیب به صورت شکل‌های 17 و 18 به دست می‌آیند.

9- اتصال دایره به ایرفویل در پره توربین بادی

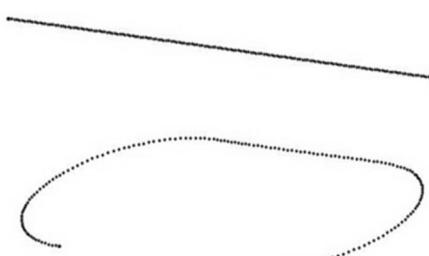
به عنوان یکی از کاربردهای مهم این روش می‌توان به اتصال دایره انتهایی پره به اولین مقطع ایرفویل در پره توربین بادی اشاره کرد [6]. ایرفویل‌ها معمولاً دارای نقاط استاندارد شده هستند که از تحلیل آبروپلینامیکی به دست آمده‌اند. شرایط برای اغلب ایرفویل‌های دیگر نیز به همین شکل است. چگالی



شکل 15 نقاط داده اولیه 3 مقطع



شکل 16 سطح به دست آمده با استفاده از میانگین‌گیری بردارهای گرهی مقاطع



شکل 17 نقاط داده منحنی‌های غیرمراجع پس از اعمال الگوریتم ارائه شده

مراجع - 12

- [1] A. Bentamy, F. Guibault, J. Y. Trépanier, Cross-sectional design with curvature constraints, *Computer-Aided Design*, Vol. 37, No. 14, pp. 1499-1508, 2005.

[2] K. H. Brakhage, P. Lamby, Application of B-spline techniques to the modeling of airplane wings and numerical grid generation, *Computer Aided Geometric Design*, Vol. 25, No. 9, pp. 738-750, 2008.

[3] N. Gjersæe Fog, Creative definition and fairing of ship hulls using a B-spline surface, *Computer-Aided Design*, Vol. 16, No. 4, pp. 225-229, 1984.

[4] L. Bardis, M. Vafiadou, Ship-hull geometry representation with B-spline surface patches, *Computer-Aided Design*, Vol. 24, No. 4, pp. 217-222, 1992.

[5] J. Hoschek, R. Müller, Turbine blade design by lofted B-spline surfaces, *Journal of Computational and Applied Mathematics*, Vol. 119, No. 1-2, pp. 235-248, 2000.

[6] F. Pérez-Arribas, I. Trejo-Vargas, Computer-aided design of horizontal axis turbine blades, *Renewable Energy*, Vol. 44, No. 0, pp. 252-260, 2012.

[7] G. Moustakides, D. Briassoulis, E. Psarakis, E. Dimas, 3D image acquisition and NURBS based geometry modelling of natural objects, *Advances in Engineering Software*, Vol. 31, No. 12, pp. 955-969, 2000.

[8] D.-J. Yoo, Three-dimensional surface reconstruction of human bone using a -spline based interpolation approach, *Computer-Aided Design*, Vol. 43, No. 8, pp. 934-947, 2011.

[9] W. T. Les Piegl, *The NURBS book*, 2nd ed., New York:Springer, 1997.

[10] W.-K. Wang, H. Zhang, H. Park, J.-H. Yong, J.-C. Paul, J.-G. Sun, Reducing control points in lofted B-spline surface interpolation using common knot vector determination, *Computer-Aided Design*, Vol. 40, No. 10-11, pp. 999-1008, 2008.

[11] L. A. Piegl, W. Tiller, Surface skinning revisited, *The Visual Computer*, Vol. 18, No. 4, pp. 273-283, 2002.

[12] S. T. Tuohy, T. Maekawa, G. Shen, N. M. Patrikalakis, Approximation of measured data with interval B-splines, *Computer-Aided Design*, Vol. 29, No. 11, pp. 791-799, 1997.

[13] J. Jeong, K. Kim, H. Park, H. Cho, M. Jung, B-Spline surface approximation to cross-sections using distance maps, *The International Journal of Advanced Manufacturing Technology*, Vol. 15, No. 12, pp. 876-885, 1999.

[14] H. Park, Lofted B-spline surface interpolation by linearly constrained energy minimization, *Computer-Aided Design*, Vol. 35, No. 14, pp. 1261-1268, 2003.

[15] H. Park, B-spline surface fitting based on adaptive knot placement using dominant columns, *Computer-Aided Design*, Vol. 43, No. 3, pp. 258-264, 2011.

[16] T. Maekawa, K. H. Ko, Surface construction by fitting unorganized curves, *Graphical Models*, Vol. 64, No. 5, pp. 316-332, 2002.

[17] L. A. Piegl, W. Tiller, Surface approximation to scanned data, *The Visual Computer*, Vol. 16, No. 7, pp. 386-395, 2000.

[18] E. Dimas, D. Briassoulis, 3D geometric modelling based on NURBS: a review, *Advances in Engineering Software*, Vol. 30, No. 9-11, pp. 741-751, 1999.

[19] L. Piegl, W. Tiller, Algorithm for approximate nurbs skinning, *Computer-Aided Design*, Vol. 28, No. 9, pp. 699-706, 1996.

[20] L. A. Piegl, W. Tiller, Reducing control points in surface interpolation, *Computer Graphics and Applications, IEEE*, Vol. 20, No. 5, pp. 70-75, 2000.

[21] X. Yang, J. Zheng, Approximate -spline surface skinning, *Computer-Aided Design*, Vol. 44, No. 12, pp. 1269-1276, 2012.

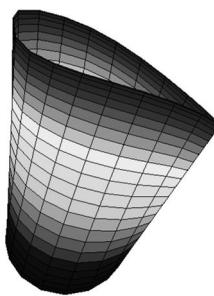
[22] H. Park, K. Kim, S. C. Lee, A method for approximate NURBS curve compatibility based on multiple curve refitting, *Computer-Aided Design*, Vol. 32, No. 4, pp. 237-252, 2000.

[23] H. Park, K. Kim, Smooth surface approximation to serial cross-sections, *Computer-Aided Design*, Vol. 28, No. 12, pp. 995-1005, 1996.

[24] C. D. Woodward, Skinning techniques for interactive B-spline surface interpolation, *Computer-Aided Design*, Vol. 20, No. 8, pp. 441-451, 1988.

[25] Y. J. Yang, S. Cao, J. H. Yong, H. Zhang, J. C. Paul, J. G. Sun, H. j. Gu, Approximate computation of curves on -spline surfaces, *Computer-Aided Design*, Vol. 40, No. 2, pp. 223-234, 2008.

[26] C. H. S. Henry P. Moreton, Functional optimization for fair surface design, *Computer Graphics*, Vol. 26, No. 2, pp. 167-176, 1992.



شکل 21 سطح نهایی اتصال دایره به این فویا

10- تبدیل به فرمت IGES

جهت انتقال سطح ایجاد شده به سایر سیستم های طراحی به کمک کامپیووتر و کاربردهای دیگر مهندسی مانند اجزا محدود، فرمت IGES انتخاب شده است. لذا، برنامه مجازی نوشته شده است که قادر است سطح نهایی تولید شده را تحت فرمت IGES ذخیره نموده تا به سایر نرم افزارها مانند سالیدورک^۱، آباکوس^۲ و غیره منتقل شود.

11- نتیجہ گیری

در این گزارش، یک الگوریتم جدید معرفی شده است که هم‌زمان با ایجاد بردار گرهی مشترک در منحنی‌های مختلف مقاطع به بهبود فرآیند ایجاد و نرم‌تر کردن سطوح ایجاد شده توسط لافتینگ کمک می‌کند. روش بر مبنای ایجاد آرایش جدید در نقاط داده مقاطع استوار است. مزیت سطح ایجاد شده هنگام اعمال گام به گام این روش به صورت کیفی و از روی منحنی‌های ایزوپارامتریک و کیفیت شبکه‌بندی سطح به روشنی نمایان شد. با وجود این، از پارامتر کمی کمترین تغییرات انحنا نیز جهت بررسی انحناهای سطح استفاده شده است که مovid مشاهدات کیفی است. همچنین، میزان خطای انحراف منحنی‌ها از حالت اولیه پس از اعمال الگوریتم پیشنهادی با استفاده از روش توانمند هاسدورف بررسی شد. نتایج پیاده‌سازی مدل بر روی چندین مثال مختلف نشان داد که الگوریتم پیشنهادی از طرفی باعث بهبود کیفی و کمی انحناهای سطح می‌شود، اما از طرف دیگر تکرارهای پی‌درپی می‌تواند باعث کاهش دقت شود. برقرار کردن مصالحه‌ای بین فاکتورهای کمی کمترین تغییرات انحنا (فاکتور بهبود انحنای سطح) و فاصله هاسدورف (فاکتور دقت سطح) می‌تواند توانایی مدل در کاربردهای دقیق و حساس را مشخص کند. همچنین، تغییرات کم فاصله هاسدورف از یک تعداد تکرار خاص به بعد (مطابق شکل ۱۴) می‌تواند سبب انگیزش در انجام پژوهش‌های بعدی و بهینه‌تر کردن الگوریتم ارائه شده شود.