



مدل سازی، طراحی مسیر بهینه و کنترل ربات موازی-کابلی افزونه

مسعود قنبری¹، محمدرضا موسوی²، سید علی اکبر موسویان³، پیام زرافشان^{4*}

1- دانشجوی کارشناسی ارشد، مهندسی برق، دانشگاه صنعتی خواجه نصیرالدین طوسی، تهران

2- دانشجوی کارشناسی ارشد، مهندسی مکانیک، دانشگاه صنعتی خواجه نصیرالدین طوسی، تهران

3- استاد، مهندسی مکانیک، دانشگاه صنعتی خواجه نصیرالدین طوسی، تهران

4- استادیار، مهندسی مکانیک، دانشگاه تهران، تهران

* تهران، صندوق پستی 3391653755، p.zarafshan@ut.ac.ir

اطلاعات مقاله

مقاله پژوهشی کامل

دریافت: 14 بهمن 1395

پذیرش: 07 اسفند 1395

ارائه در سایت: 14 فروردین 1396

کلید واژگان:

ربات کابلی

مدل سازی

طراحی مسیر

کنترل

افزونه

چکیده

در این مقاله مدل سازی دینامیکی، طراحی مسیر بهینه و کنترل یک ربات افزونه کابلی ارائه شده است. طراحی مسیر در ربات های موازی مستلزم در نظر گرفتن ویژگی های سینماتیکی ربات برای تشخیص تکینگی و بررسی ساختار دینامیکی آن برای تعیین محدودیت های عملگری می باشد. بدین منظور سینماتیک و سینتیک ربات افزونه کابلی تحلیل شده است. در این مدل سازی، کابل های ربات به صورت صلب و بدون جرم در نظر گرفته شده اند و از کشیدگی و شکم یافتن کابل صرف نظر شده است. سپس، یک روش طراحی مسیر مبتنی بر نمونه گیری تصادفی و براساس درخت جستجوی تصادفی سریع برای افزایش نرخ همگرایی به سوی هدف ارائه می گردد. در این الگوریتم پارامترهای مسافت، تعداد جستجو و امنیت به عنوان قیود بهینگی تعریف می شوند. برای بررسی عملکرد الگوریتم در جلوگیری از برخورد با موانع، تعدادی مانع نیز در فضای کاری در نظر گرفته شده است. برای تعقیب مسیر بهینه یک کنترل کننده پیش خور بر روی ربات پیاده سازی و مانور ربات در حضور موانع تحلیل شده است. نظر به افزونگی ربات، تحلیل تفکیک افزونگی برای توزیع بهینه نیروها انجام می شود. الگوریتم های طراحی مسیر و کنترل بروی ربات کابلی آزمایشگاه ارس پیاده سازی شده و نتایج آزمایشگاهی بیانگر کارایی راهکار پیشنهادی می باشد.

Modeling, optimal path planning, and tracking control of a cable driven redundant parallel robot

Masoud Ghanbari¹, Mohammad Reza Mousavi², S. Ali A. Moosavian², Payam Zarafshan^{3*}

1- Department of Electrical Engineering, K. N. Toosi University of Technology, Tehran, Iran

2- Department of Mechanical Engineering, K. N. Toosi University of Technology, Tehran, Iran

3- Department of Mechanical Engineering, University of Tehran, Tehran, Iran

* P.O.B. 3391653755, Tehran, Iran, p.zarafshan@ut.ac.ir

ARTICLE INFORMATION

Original Research Paper
Received 02 February 2017
Accepted 25 February 2017
Available Online 03 April 2017

Keywords:
Cable robot
Modeling
Path planning
Control
Redundancy

ABSTRACT

In this paper, dynamic modeling, optimal path planning and control scheme on a redundant parallel cable robot is presented. Path planning in parallel robots necessitates the consideration of robot's kinematics to discern the singularities in the workspace. Also, dynamics analysis is required to consider actuation constraints. To this end, kinematics and dynamics of cable driven redundant parallel robot is derived. In this modeling, cables are assumed to be rigid with negligible mass and hence, tension and sagging along the cable are neglected. Next, a sampling-based algorithm upon rapidly-exploring random tree is developed to increase the convergence rate. In this scheme, distance, epochs and safety are considered as optimization constraints. To evaluate the performance of the proposed algorithm in collision avoidance, a number of obstacles have been considered too. Tracking of the planned path has been handled using a feed-forward controller in the presence of obstacles. Regarding the redundancy feature of robot, a redundancy resolution scheme is considered for optimal force distribution. Path planning and control algorithms are implemented on the RoboCab (ARAS Lab.) and experimental results reveal the efficiency of the proposed schemes.

1- مقدمه

در الگوریتم کنترلی همواره بایستی مسئله تفکیک افزونگی¹ مورد توجه قرار گیرد چرا که همواره در کنترل سیستم نقش مهمی را ایفا می کند [3]. آلپ و همکاران از روش خطی سازی با حلقه پس خور² برای طراحی کنترل کننده بهره می گیرند [4]. کاوامورا و همکاران از کنترل کننده خطی در فضای مفصلی برای کنترل سیستم استفاده کرده است [5]. نیهون [6] برای

ربات های موازی-کابلی به دسته ای از ربات ها اطلاق می گردد که در ساختار آن به جای به کارگیری بازوان صلب، از کابل های رشته ای استفاده می شود. کنترل این دسته از ربات ها، با توجه به جایگزینی بازوهای کابلی با نوع صلب، در کنار کاهش هزینه های نصب و راه اندازی، سادگی در طرح، تهیه و ساخت بازوها و به دنبال آن کاهش اینرسی و جرم سیستم را به همراه می آورد [1,2].

¹ Redundancy resolution

² Feedback

Please cite this article using:

M. Ghanbari, M. R. Mousavi, S. A. A. Moosavian, P. Zarafshan, Modeling, optimal path planning, and tracking control of a cable driven redundant parallel robot, *Modares Mechanical Engineering*, Vol. 17, No. 4, pp. 67-77, 2017 (in Persian)

برای ارجاع به این مقاله از عبارت ذیل استفاده نمایید:

در بخش اول به معرفی ربات و تجهیزات الکتریکی و مکانیکی نصب شده بر روی آن پرداخته می‌شود. در ادامه، مدل‌سازی سینماتیکی با دو رویکرد سینماتیک مستقیم و معکوس انجام و مدل دینامیکی از روش لاگرانژ استخراج می‌گردد. سپس، تفکیک افزونگی مورد بررسی قرار گرفته و الگوریتم طراحی مسیر بیان می‌شود. در انتها با معرفی کنترل‌کننده مناسب، پیاده‌سازی نتایج تجربی بر روی ربات موازی-کابلی ساخته شده، انجام می‌گیرد.

2- ربات موازی-کابلی آزمایشگاه ارس¹⁶

گروه رباتیک ارس در قطب کنترل و رباتیک دانشگاه صنعتی خواجه‌نصیرالدین طوسی، پس از مطالعه و تحقیق بنیادین، بررسی تئوری جنبه‌های مختلف طراحی و قیدهای ساختاری، اقدام به طراحی مفهومی و جزئی ربات موازی-کابلی 6 درجه آزادی نموده [21] و پس از نهایی شدن طرح کلی، اقدام به ساخت آن کرده است. ربات بیان شده به نحوی طراحی شده است که می‌تواند در دو حالت مقید کامل¹⁷ و معلق¹⁸ عملکرد مناسبی داشته باشد. ربات 6 درجه آزادی دانشگاه صنعتی خواجه‌نصیرالدین طوسی مطابق "شکل 1" به صورت همزمان از 8 کابل جهت مانور در مسیرهای مختلف بهره می‌گیرد. تجهیزات مختلف الکترونیکی و مکانیکی مطابق "شکل 2"، توانایی ربات را در جهت نمونه‌گیری و ذخیره داده‌های مختلف به هنگام اجرای فرمان، ایجاد کرده است. در این سیستم، از 8 عملگر دورانی که می‌تواند حداکثر گشتاور راه‌اندازی¹⁹ 1.5 نیوتن‌متر اعمال کند و به دنبال آن موقعیت زاویه‌ای، دما، بار اعمالی و ولتاژ ورودی را به سیستم بازخورد²⁰ کند استفاده گردیده است.

دوربین‌های نصب شده بر روی قسمت بالایی ربات، جهت تعیین موقعیت مجری‌نهایی به کار گرفته می‌شود. این دوربین‌ها با قابلیت تصویربرداری (fps²¹) 30 و زاویه دید قطری²² 73 درجه‌ای می‌باشند. پروسه یافتن مجری‌نهایی در فضای کاری ربات، با پالایه کردن تصویر گرفته شده توسط دو دوربین و حذف سایر اجسامی که نور قرمز از خود ساطع می‌کنند، انجام می‌پذیرد. در نهایت، تنها مجری‌نهایی که با برچسب قرمز مات از سایرین جدا شده است، در فضای پیکسلی تصاویر موقعیت‌یابی شده و پس از اعمال الگوریتم DLT²³ موقعیت آن در فضای سه‌بعدی به دست می‌آید. همچنین از یک سری نیروسنج‌ها جهت اطمینان از تحت کشش قرار گرفتن کابل‌ها استفاده می‌شود. چرا که با توجه به خاصیت ذاتی کابل‌ها، تنها این المان‌ها می‌توانند تحت نیروهای کششی قرار گیرند و در برابر نیروهای فشاری هیچ عملکردی نخواهند داشت. شل‌شدگی کابل‌ها و افتادگی آن‌ها، کنترل‌پذیری سیستم را دچار اختلال کرده و از دسترس خارج می‌کند. بدین ترتیب اهمیت موضوع دوجندان شده و تحت کشش قرار دادن کابل‌ها با نیروی داخلی به‌دست‌آمده از دینامیک، اولویت پروسه محسوب می‌شود. در این راستا، 8 نیروسنج بر روی سازه اصلی ربات نصب شده که از نوع خمشی بوده و با نصب قرقره بر انتهای آن و با عبور کابل از قرقره، نیروی کابل‌ها استخراج می‌شود. به جهت ارسال خروجی‌های نیروسنج‌ها به رابط کاربری و آنالیز آن‌ها در رایانه، مدار الکترونیکی منحصراً طراحی و نصب شده است. مدار رابط نیروسنج‌ها در قسمت جانبی ربات نصب شده و پس از اعمال پالایه پایین‌گذر

کنترل ربات کابلی لار¹ از الگوریتم کنترلی تودرتو² استفاده کرده است. طالع ماسوله و همکاران [7] برای ربات کابلی صفحه‌ای، از روش کنترلی مود لغزشی³ مبتنی بر بنیادی ماشین⁴ بهره می‌گیرند. لامایوری و گنغاردی در ربات کابلی کوگیرو⁵، با در نظر گرفتن ملاحظات توزیع نیرویی، الگوریتم پیش‌خور⁶ را در فضای دوگانه برای کنترل موقعیت در مانورهای گذاشت و برداشت⁷ به کار گرفته‌اند [8]. تقی‌راد و همکاران برای کنترل ربات صفحه‌ای با در نظر گرفتن نامعینی‌های ساختاری و پارامتری، الگوریتم کنترلی تناسی-مشتق‌گیر-انتگرال‌گیر مقاوم⁸، پیاده‌سازی کرده‌اند [9]. در مرجع [10] با استفاده از بازخورد دیداری، به پیاده‌سازی و مقایسه کنترل‌کننده جانمایی قطب با مود لغزشی برای به‌دست آوردن کنترل‌کننده مناسب پرداخته شده است. همچنین در مرجع [11] کنترل تطبیقی برای ربات شش کابلی شش درجه آزادی ارائه شده است.

از طرفی، طراحی مسیر⁹ در ربات همواره یکی از جذاب‌ترین چالش‌ها در علم رباتیک بوده است. روش میدان پتانسیل [12] یکی از روش‌های معمول در برنامه‌ریزی مسیر به‌شمار می‌آید. کانینگام [13] مثبت بودن نیروی کشش الزامی دانسته است. گاسلین برای ربات کابلی معلق دو درجه آزادی روشی ساده را مبتنی بر سینماتیک ربات و ایده‌ی طرح‌ریزی مسیر تناوبی مطرح نمود [14]. روش مطرح دیگر در مسیریابی روش نقشه راه¹⁰ است که شاهراه‌هایی در نقشه محیط رسم می‌شوند. سپس با اتصال نقاط شروع و پایان به این مسیرها تلاش می‌شود مسیری امن برای حرکت ربات تحصیل گردد. در این روش شاهراه‌ها با استفاده از دو روش نمودار ورونوی¹¹ و گراف با قابلیت شهود¹² ساخته می‌شوند [15]. پی‌ریزی مسیر حرکت ربات می‌تواند بر دو اساس بهینگی و امنیت مسیر صورت پذیرد. بهینگی در مسیر بر مبنای پایش متغیرهایی همچون زمان و یا انرژی انجام می‌شود [16]. معیار سنجش امنیت مسیر نیز می‌تواند به‌صورت میزان مجموع اختلاف و یا فاصله مسیر از موانع در نظر گرفته شود. این روش در ابتدا توسط لاول در سال 1998 تحت عنوان درخت جستجوی تصادفی سریع یا RRT¹³ معرفی گردید [17]. یکی از بارزترین ویژگی‌های این الگوریتم قابلیت رهایی در مسیرهای تنگ است [18]. کارامان در پژوهش خود اثبات نمود که احتمال همگرایی این الگوریتم به پاسخ بهینه صفر است [19]. آن‌ها روش تعمیم‌یافته‌ای بر همان اساس با نام RRT[#] پیشنهاد دادند. در این الگوریتم علاوه بر این‌که نزدیک‌ترین نقطه به درخت انتخاب می‌شود، مجموعه نقاط در همسایگی آن نیز انتخاب می‌شوند. ارسال [20] ادعا نمود این الگوریتم علی‌رغم کارایی مناسب و بهینگی مجانبی، نرخ همگرایی پایینی دارد و روشی را برای بهبود این مسئله با نام RRT[#] معرفی نمود. دسته‌ای دیگر از الگوریتم‌ها همانند الگوریتم‌های فراجاهی به‌اصطلاح چندجستار¹⁴ هستند، بدین معنا که در آن‌ها از ابتدا تا هدف چندین مسیر تولید می‌گردد. از مهم‌ترین عضو این خانواده از الگوریتم‌ها می‌توان به روش تعیین نقشه راه احتمالی یا PRM¹⁵ اشاره نمود.

¹ LAR
² Cascade
³ Sliding mode control
⁴ Vision based
⁵ CoGiRo
⁶ Feedforward
⁷ Pick and place
⁸ Robust PID
⁹ Path planning
¹⁰ Roadmap
¹¹ Voronoi Diagram
¹² Visibility Graph
¹³ Rapidly-exploring random tree
¹⁴ Multiple query
¹⁵ Probabilistic roadmap method

¹⁶ RoboCab
¹⁷ Redundant
¹⁸ Suspended
¹⁹ Stall torque
²⁰ Feedback
²¹ Frame per second
²² Diagonal angle of view
²³ Direct Linear Transformation

حاصل از موقعیت زاویه‌ای سیستم را ارسال می‌کند استفاده شده است. این مدار متشکل از حس‌گر سنجش میدان مغناطیسی، شتاب‌سنج و ژيروسکوپ² بوده و بر روی مجری‌نهایی قرار می‌گیرد. داده‌های خام خروجی پس از انجام محاسبات با الگوریتم مدویک³ پالایه می‌شوند. داده‌های پردازش شده در انتها، به صورت بی‌سیم به رایانه منتقل می‌شود.

3- سینماتیک کلی ربات

بیان رفتار سیستم در برابر تغییرات موقعیت و سرعت در سینماتیک کلی آن بررسی می‌شود. این مسئله به دو صورت سینماتیک مستقیم و معکوس در حالت عمومی بررسی می‌شود. در این بررسی، هندسه کلی ربات، موقعیت اتصال مفصل‌ها و تکیه‌گاه‌ها و قیدهای حرکتی در نظر گرفته می‌شوند. در برخی موارد از مشتقات بالاتر برای دوری از اثر ضربه به سیستم استفاده می‌کنند.

1-3- سینماتیک معکوس

سینماتیک معکوس، استفاده از داده‌ها و ورودی‌های فضای کاری جهت دستیابی به خروجی‌های فضای مفصلی است. در ربات‌های موازی در بررسی سینماتیک سیستم برخلاف ربات‌های سری، از سینماتیک معکوس استفاده می‌شود. در این حالت، فرض بر این است که موقعیت و جهت‌گیری مجری‌نهایی معلوم بوده و حل مسئله در نهایت منجر به محاسبه طول کابل‌ها در فضای مفصلی می‌شود. شماتیک کلی ربات کابلی در "شکل 3" نشان داده شده است. هندسه کلی با استفاده از دستگاه مختصات توصیف می‌شود. دستگاه مختصات مرجع در نقطه O قرار گرفته و دستگاه مختصات متحرک P بر روی مجری‌نهایی نصب می‌شود. با استفاده از فرم حلقه بسته برای کابل i طبق محاسبات برداری، رابطه (1) تعریف می‌شود.

$$\|{}^0\vec{a}_i - {}^0\vec{r} - {}^0R_P {}^P\vec{b}_i\|_2 = l_i \quad i = 1, \dots, m \quad (1)$$

در این ربات به طور کلی از m کابل با طول l جهت انتقال گشتاور عملگرهای دورانی استفاده شده است. ماتریس دوران مجری‌نهایی 0R_P در فضای کاری و بردار موقعیت مختصات متحرک P در فضا ${}^0\vec{r}$ ، بردار موقعیت اتصال نهایی کابل با مجری‌نهایی ${}^P\vec{b}_i$ ، را در دستگاه مختصات متحرک به دستگاه مختصات مرجع انتقال می‌دهد.

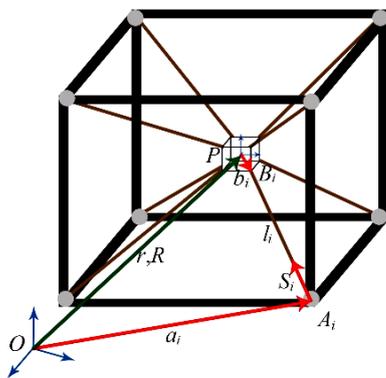


Fig. 3 Kinematic modeling of RoboCab

شکل 3 مدل سینماتیکی ربات موازی-کابلی آزمایشگاه ارس



Fig. 1 6 DoF cable driven parallel robot, RoboCab

شکل 1 ربات 6 درجه آزادی موازی-کابلی آزمایشگاه ارس

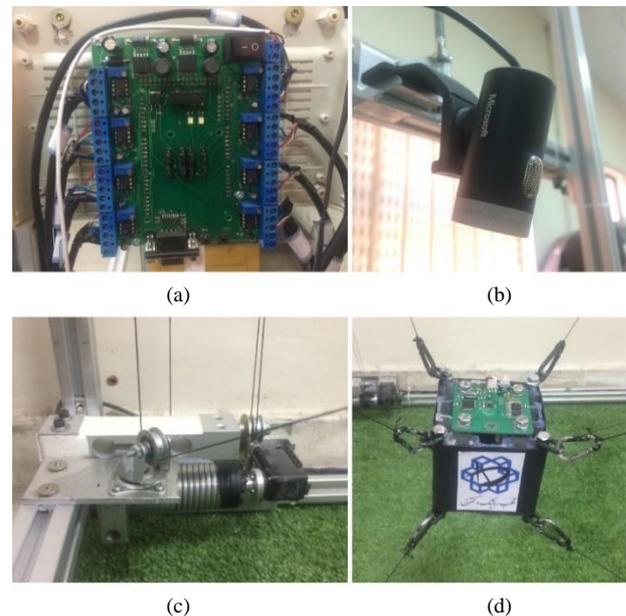


Fig. 2 Mechanical and electrical instruments installed on RoboCab, load cell circuit (a), camera (b), actuator, pulley and load cell (c), IMU installed on moving platform (d)

شکل 2 تجهیزات مکانیکی و الکترونیکی نصب شده بر روی ربات موازی-کابلی آزمایشگاه ارس، مدار نیروسنج (a)، دوربین (b)، محرک دورانی و نیروسنج (c)، IMU نصب شده بر مجری‌نهایی (d)

به عنوان خروجی معتبر به رایانه ارسال می‌کند. برای به دست آوردن موقعیت‌های زاویه‌ای مجری‌نهایی از مدار 1IMU که به صورت برخط داده‌های

² Gyroscope
³ Madgwick

¹ Inertial Measurement Unit

با جای گذاری معادله (7- الف) در معادله (8)، مقدار شتاب خطی کابل‌ها بر اساس، مؤلفه‌های شتاب خطی و دورانی مجری نهایی به صورت (9) به دست می‌آید.

$$\ddot{l}_i = [{}^0\vec{v}_p + {}^0\vec{\omega}_p \times {}^0\vec{b}_i + {}^0\vec{\omega}_p \times ({}^0\vec{\omega}_p \times {}^0\vec{b}_i)] \cdot {}^0\hat{\delta}_i + l_i {}^0\vec{\omega}_i^T {}^0\vec{\omega}_i \quad (9)$$

3-3- ماتریس ژاکوبین¹

ماتریس ژاکوبین در ربات‌های موازی از تحلیل سینماتیک معکوس محاسبه می‌گردد و سرعت متغیرهای فضای مفصلی را به سرعت خطی و دورانی مجری نهایی مرتبط می‌سازد. با توجه به تعداد عملگرهای ربات و درجات آزادی آن، ماتریس ژاکوبین به دو فرم مربعی و غیرمربعی می‌باشد. با استفاده از معادله (10) ماتریس ژاکوبین تعریف می‌شود.

$$\dot{l}_i = [{}^0\hat{\delta}_i^T, ({}^0\vec{b}_i \times {}^0\hat{\delta}_i)^T] [{}^0\vec{v}_p^T, {}^0\vec{\omega}_p^T]^T \quad (10-الف)$$

$$J = \begin{bmatrix} {}^0\hat{\delta}_1^T & ({}^0\vec{b}_1 \times {}^0\hat{\delta}_1)^T \\ \vdots & \vdots \\ {}^0\hat{\delta}_m^T & ({}^0\vec{b}_m \times {}^0\hat{\delta}_m)^T \end{bmatrix}_{m \times n} \quad (10-ب)$$

ماتریس ژاکوبین، علاوه بر این که سرعت را در فضای مفصلی و کاری به یکدیگر مرتبط می‌کند، نیرو و گشتاورهای وارده بر مجری نهایی را به نیروهای مفصل فعال مرتبط می‌سازد.

3-4- سینماتیک عملگرهای دورانی

عملگرهای دورانی به‌عنوان محرک سیستم، انرژی جنبشی را از طریق مفصل به مجری نهایی انتقال می‌دهد. این محرک‌ها توسط کابل جمع کن، با حرکت دورانی خود، تغییرات طول خطی را به کابل‌ها اعمال می‌کند. با توجه به ثابت بودن شعاع کابل جمع کن، تغییرات زاویه در عملگرها مطابق معادله (11) نسبت خطی با تغییر طول کابل‌ها خواهد داشت. این نسبت خطی تا زمانی صادق است که کابل‌ها حالت کشسان نداشته باشد.

$$q_{w,i} = r_{w,i}^{-1} \Delta l_i \quad (11)$$

با مشتق‌گیری اول و دوم از معادله (11) نسبت به زمان، روابط سرعت و شتاب زاویه‌ای عملگرها براساس متغیرهای مفصلی و کاری محاسبه می‌شود.

$$\dot{q}_{w,i} = r_{w,i}^{-1} \dot{l}_i = r_{w,i}^{-1} \dot{j} \vec{q} \quad (12-الف)$$

$$\ddot{q}_{w,i} = r_{w,i}^{-1} \ddot{l}_i = r_{w,i}^{-1} (\ddot{j} \vec{q} + \dot{j} \dot{\vec{q}}) \quad (12-ب)$$

بردار \vec{X} ، موقعیت مجری نهایی را در چارچوب O توصیف کرده و مشتقات بالاتر آن، بیان‌کننده سرعت و شتاب خطی و دورانی مجری نهایی در فضای کاری ربات است.

4- دینامیک ربات

مدل دینامیکی مناسب که مبین رفتار ربات باشد از مهم‌ترین مسائل در بررسی سیستم و گامی آغازین جهت طراحی و پیاده‌سازی کنترل‌کننده است. در این قسمت به دلیل جرم ناچیز کابل از دینامیک آن صرف‌نظر کرده و به‌عنوان المان‌های صلب بدون جرم بیان می‌شوند [22]. در ضمن با توجه به این که کابل‌ها در حال کشش بوده از افتادگی و شکم‌دادگی آن در فضای کاری صرف‌نظر می‌شود. جهت مدل‌سازی دینامیکی از معادله لاگرانژ² (13)

با توجه به معادله (1) که از فرم حلقه بسته هر کابل و همراه با در نظر گرفتن هندسه سیستم به‌دست آمده، طول کابل در هر جهت‌گیری تعریف می‌شود. معادله (1) بسط داده شده و از ضرب داخلی طرف دوم معادله، جهت محاسبه طول هر یک از کابل‌ها استفاده می‌شود.

$$l_i = ({}^0\vec{r} \cdot {}^0\vec{r}^T + {}^0\vec{a}_i \cdot {}^0\vec{a}_i^T + {}^0R_p {}^P\vec{b}_i \cdot {}^P\vec{b}_i^T {}^0R_p^T + 2{}^0\vec{r}^T {}^0R_p - 2{}^0\vec{r}^T {}^0\vec{a}_i - 2{}^0\vec{a}_i^T {}^0R_p {}^P\vec{b}_i)^{1/2} \quad (2)$$

بنابراین طبق معادله (2)، از قرار دادن موقعیت و جهت‌گیری مجری نهایی و محل قرارگیری نقاط اتصال و پایه در هندسه ربات، طول هر کابل به‌دست می‌آید. با توجه به موقعیت و جهت ربات در فضای کاری، همواره مقداری مثبت و یکتا برای هر طول کابل به دست خواهد آمد.

3-2- بررسی و تحلیل سرعت و شتاب

در تحلیل سرعت و شتاب سیستم، از معادله اصلی فرم حلقه بسته برای هر کابل بهره گرفته و با مشتق اول و دوم از رابطه بیان شده، روابط سرعت و شتاب مجری نهایی براساس نرخ تغییر طول و سرعت کابل به دست می‌آید. برای هر کابل، علاوه بر اندازه در تحلیل سرعت و شتاب، به جهت آن نیز نیاز است؛ بنابراین، بردار یکه هر کابل به‌صورت معادله (3) محاسبه می‌شود.

$${}^0\hat{\delta}_i = \frac{\vec{A}_i \vec{B}_i}{\|\vec{A}_i \vec{B}_i\|} \quad (3)$$

معادله (1) را به‌صورت برداری بیان کرده و با در نظر گرفتن بردار یکه کابل، معادله (4) به‌صورت زیر بازنویسی می‌شود.

$$l_i {}^0\hat{\delta}_i = {}^0\vec{r} + {}^0R_p {}^P\vec{b}_i - {}^0\vec{a}_i \quad (4)$$

در تحلیل سرعت برای به‌دست آوردن نرخ تغییر طول کابل‌ها از رابطه (4) نسبت به زمان مشتق گرفته و معادلات سرعت به‌صورت (5) محاسبه می‌شود.

$$\dot{l}_i {}^0\hat{\delta}_i + l_i ({}^0\vec{\omega}_i \times {}^0\hat{\delta}_i) = {}^0\vec{v}_p + {}^0\vec{\omega}_i \times {}^0\vec{b}_i \quad (5-الف)$$

$$\dot{l}_i = {}^0\hat{\delta}_i \cdot {}^0\vec{v}_p + ({}^0\vec{b}_i \times {}^0\hat{\delta}_i) {}^0\vec{\omega}_i \quad (5-ب)$$

سرعت چارچوب متحرک ${}^0\vec{v}_p$ در دستگاه مختصات مرجع و سرعت دورانی مجری نهایی ${}^0\vec{\omega}_i$ به‌عنوان ورودی‌های سرعت مجری نهایی، نرخ تغییر طول کابل \dot{l}_i را در واحد زمان بیان می‌کند. جهت بررسی شتاب خطی و دورانی سیستم از معادله کمکی سرعت نقطه اتصال کابل به مجری نهایی استفاده می‌شود که در نهایت، نرخ تغییر سرعت کابل را به‌صورت معادله (6) تابعی از شتاب اعمالی به مجری نهایی بیان می‌کند.

$${}^0\vec{v}_{Bi} = {}^0\vec{v}_p + {}^0\vec{\omega}_p \times {}^0\vec{b}_i \quad (6-الف)$$

$${}^0\vec{v}_{Bi} = \dot{l}_i {}^0\hat{\delta}_i + l_i ({}^0\vec{\omega}_i \times {}^0\hat{\delta}_i) \quad (6-ب)$$

از معادله (6-ب) نسبت به زمان مشتق گرفته تا شتاب خطی نقطه اتصال کابل به مجری نهایی محاسبه شود.

$${}^0\vec{v}_{Bi} = {}^0\vec{v}_p + {}^0\vec{\omega}_p \times {}^0\vec{b}_i + {}^0\vec{\omega}_p \times ({}^0\vec{\omega}_p \times {}^0\vec{b}_i) \quad (7-الف)$$

$${}^0\vec{v}_{Bi} = \dot{l}_i {}^0\hat{\delta}_i + 2l_i ({}^0\vec{\omega}_i \times {}^0\hat{\delta}_i) + l_i ({}^0\vec{\omega}_i \times {}^0\hat{\delta}_i) + l_i ({}^0\vec{\omega}_i \times ({}^0\vec{\omega}_i \times {}^0\hat{\delta}_i)) \quad (7-ب)$$

با توجه به این که مقدار شتاب خطی کابل جهت انجام محاسبات در روند سینماتیک موردنیاز بوده، بنابراین از ضرب داخلی معادله (7-ب) در بردار ${}^0\hat{\delta}_i$ طبق (8) به‌دست می‌آید.

$$\dot{l}_i = {}^0\vec{v}_{Bi} \cdot {}^0\hat{\delta}_i + l_i {}^0\vec{\omega}_i^T {}^0\vec{\omega}_i \quad (8)$$

¹ Jacobian matrix

² Lagrange equation

ماتریس جرمی و ممان اینرسی که در حالت کلی ویژگی‌های اینرسی سیستم را بیان می‌کند، به صورت ترکیبی با $M(X)$ بیان می‌شود. در $C(\dot{X}, X)$ نیروها و گشتاورهای ناشی از مقادیر کوریولیس² و شتاب جانب مرکز³ محاسبه می‌شود. در نهایت مقادیر ناشی از اثر شتاب جاذبه زمین نیز با $G(X)$ نمایش داده شده است. در کنار این، وجود نیروها و عوامل ناخواسته F_D و اثر مستقیم آن در سیستم نیز بیان شده و تأثیرات آن‌ها در معادلات دینامیکی بررسی شده است. مقادیر به دست آمده برای ماتریس‌ها در معادلات دینامیکی، طبق معادله (19) بیان می‌شود.

$$M(X) = \begin{bmatrix} m_{MP} I_{3 \times 3} & 0_{3 \times 3} \\ 0 & o_{MP} \end{bmatrix} \quad (19-الف)$$

$$C(\dot{X}, X) = \begin{bmatrix} 0_{3 \times 3} & 0_{3 \times 3} \\ 0_{3 \times 3} & \bar{\omega} \times o_{MP} \end{bmatrix} \quad (19-ب)$$

$$G(X) = \begin{bmatrix} m_{MP} \bar{g} \\ 0_{3 \times 1} \end{bmatrix} \quad (19-پ)$$

$$F_D = \begin{bmatrix} f_D \\ \tau_D \end{bmatrix} \quad (19-ت)$$

2-4- دینامیک عملگرهای دورانی

عملگرهای دورانی به عنوان ورودی سیستم و محل ایجاد تحرک لازم جهت پویایی آن، بیان می‌شوند. تحلیل و شناخت دینامیک عملگرها تأثیر بسزایی در تکمیل و افزایش دقت معادلات کلی سیستم دارد. عملگرهای دورانی در جهتی استفاده می‌شوند که همواره کابل‌ها تحت نیروی کششی قرار داشته باشند. معادله دینامیکی عملگرها با در نظر گرفتن اینرسی و ضریب اصطکاک ویسکوز، به صورت معادله (20) بیان می‌شود.

$$I_w \ddot{q}_w + D_w \dot{q}_w - r_w f_c = T_w; \quad f > 0 \quad (20)$$

3-4- بسط کلی دینامیک ربات

با توجه به جدول 1 که مقادیر پارامترهای ساختاری ربات و ویژگی‌های فیزیکی آن اشاره شده است، می‌توان فرض‌های منطقی و ساده‌کننده‌ای در معادله کلی دینامیک ربات در نظر گرفت. کابل مورد استفاده در ربات، با چگالی طولی پایین و خواص کشسانی ناچیز، به صورت المان‌های صلب بدون جرم در نظر گرفته می‌شود. بنابراین، از دینامیک کابل صرف نظر کرده و تنها از تأثیر دو مجموعه عملگرها و مجری‌نهایی در فرم کلی استفاده می‌شود. در کنار این، از تأثیر کم گشتاور دورانی ناشی از عملگرها، بنا به مقادیر هندسی آن، چشم‌پوشی کرده و دینامیک کلی ربات با در نظر گرفتن معادلات مربوط به مجری‌نهایی و دینامیک ساده شده عملگرها، محاسبه می‌گردد. در این سیستم طبق معادله (21)، ورودی به عنوان گشتاور عملگرها در فضای مفصلی با استفاده از ماتریس ژاکوبین به فضای کاری انتقال می‌یابد.

$$M(X)\ddot{X} + C(\dot{X}, X)\dot{X} + G(X) + F_D = r_w J^T T_w \quad (21)$$

صحه‌گذاری مدل بیان شده ربات و راستی آزمایشی آن در مرجع [1] بیان شده است. مدل بیان شده در مرجع [1] مدل جامع ترکیبی بوده که بخش موازی آن در این پژوهش مورد استفاده قرار گرفته است.

5- تفکیک افزونگی

توزیع بهینه نیرو در ربات‌های کابلی از موارد چالش برانگیز و قابل بحث در این نوع از سیستم‌ها است. این موضوع به طور مستقیم بر روی مانورپذیری و کارایی سیستم تأثیر می‌گذارد. توان موردنیاز جهت انجام مانورهای خواسته

استفاده می‌شود. این مدل برای زمانی است که کابل‌ها در حال کشش بوده و هیچ کابلی شل نشده باشد.

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial L(X, \dot{X})}{\partial \dot{X}} \right) - \frac{\partial L(X, \dot{X})}{\partial X} = Q \quad (13-الف)$$

$$L = T - U \quad (13-ب)$$

مختصات تعمیم‌یافته¹ در معادله لاگرانژ¹ $X = [x, y, z, \alpha, \beta, \gamma]^T$ و نیرو و گشتاورهای تعمیم‌یافته Q بوده که با محاسبه انرژی پتانسیل U و انرژی جنبشی T ، معادلات حرکت محاسبه می‌گردد.

1-4- دینامیک و حرکت مجری‌نهایی

بررسی و تحلیل حرکت مجری‌نهایی در فضای کاری، از معادله لاگرانژ با در نظر گرفتن انرژی‌های جنبشی و پتانسیل، انجام می‌پذیرد. انرژی جنبشی مجری‌نهایی به صورت معادله (14) به دست می‌آید.

$$T = \frac{1}{2} m_{MP} \dot{v}^T \dot{v} + \frac{1}{2} \bar{\omega}^T o_{R_p}^P I_{MP}^O R_p^T \bar{\omega} \quad (14-الف)$$

$$T = \frac{1}{2} m_{MP} (\dot{x}^2 + \dot{y}^2 + \dot{z}^2) + \frac{1}{2} [I_{xx} (\dot{\alpha} C \alpha C \beta + \dot{\beta} S \alpha C \beta - \dot{\gamma} S \beta)^2 + I_{yy} ((C \alpha S \beta S \gamma - S \alpha C \gamma) \dot{\alpha} + (C \alpha C \gamma + S \alpha S \beta S \gamma) \dot{\beta} + \dot{\gamma} C \beta S \gamma)^2 + I_{zz} ((C \alpha S \beta C \gamma + S \alpha S \gamma) \dot{\alpha} + (S \alpha S \beta C \gamma - C \alpha S \gamma) \dot{\beta} + \dot{\gamma} C \beta C \gamma)^2] \quad (14-ب)$$

به صورتی که سرعت خطی مجری‌نهایی $v = [\dot{x}, \dot{y}, \dot{z}]^T$ و سرعت دورانی آن در هر لحظه $\omega = [\dot{\alpha}, \dot{\beta}, \dot{\gamma}]^T$ بیان می‌شود. در کنار آن، ماتریس ممان اینرسی سیستم نسبت به دستگاه محور مختصات دورانی مطابق معادله (15) در دستگاه متحرک تعریف شده و مقدار آن به دستگاه مختصات مرجع انتقال می‌یابد.

$$I_{MP} = \begin{bmatrix} I_{xx} & I_{xy} & I_{xz} \\ I_{yx} & I_{yy} & I_{yz} \\ I_{zx} & I_{zy} & I_{zz} \end{bmatrix} \quad (15)$$

با توجه به این که کابل‌ها المان‌هایی بدون جرم در نظر گرفته شده‌اند و عامل انتقال نیرو در سیستم می‌باشند، انرژی جنبشی و پتانسیل آن نادیده گرفته می‌شود؛ بنابراین انرژی پتانسیل نیز تنها از نیروی جاذبه ناشی از ارتفاع گرفتن مجری‌نهایی بوده و به صورت معادله (16) تعریف می‌شود.

$$U = m_{MP} \bar{g} z \quad (16)$$

برآیند نیروها و گشتاورهای وارد بر مجری‌نهایی که حاصل از پیمودن مسیر و اغتشاشات وارده بوده، بایستی با مجموع نیروهای داخلی کابل‌ها و گشتاور حاصل از این نیروهای کششی در تعادل باشد. با توجه به تعریف ژاکوبین، علاوه بر این که سرعت را در فضای مفصلی و کاری به یکدیگر مرتبط می‌سازد، ارتباط بین نیروها و گشتاورهای اعمالی به مجری‌نهایی و نیروهای کابل‌ها را در فضای مفصلی، مطابق معادله (17) ایجاد می‌کند.

$$[F_x, F_y, F_z, M_x, M_y, M_z]^T = -J^T \tau \quad (17)$$

پس از جایجایی، ساده‌سازی و جایگذاری معادلات مربوطه، روابط دینامیکی حرکت بر اساس مختصات تعمیم‌یافته X ، در حالت کلی به شکل معادله (18) محاسبه و بیان می‌شود.

$$M(X)\ddot{X} + C(\dot{X}, X)\dot{X} + G(X) + F_D = -J^T \tau \quad (18)$$

² Coriolis

³ Centrifugal acceleration

¹ Generalized coordinates

جدول 1 مقادیر مشخصه های مکانیکی ربات

Table 1 Mechanical properties of RoboCab

هندسه	مکعب مستطیل	مغزی نهایی
جنس	آلومینیوم	
ابعاد	90×90×75 (mm)	
جرم	0.570 (kg)	
قطر	0.6 (mm)	
جنس	پلی استر	کابل
چگالی طولی	0.381 (g/m)	
تنش گسیختگی	280 (MPa)	
هندسه	استوانه	
جنس	آلومینیوم	کابل جمع کن
شعاع	19 (mm)	
ارتفاع	110 (mm)	
جرم	0.35 (kg)	

شده در جهتی توزیع می شود که در صورت امکان از کمترین انرژی، جهت اجرای مسیر استفاده گردد. بسیاری از ربات های موازی برای حل مشکل تکینگی و از کنترل خارج شدن آن، از افزونگی در عملگر بهره می گیرند. با توجه به این موضوع که کابل ها تنها می توانند تحت کشش قرار گیرند، بنابراین الگوریتم تفکیک افزونگی در جهتی خواهد رفت که بهینه ترین توزیع کشش نیرویی در کابل رخ دهد [23].

1-5- بیان مسئله

در تحلیل دینامیکی، توزیع نیرویی در راستای مفاصل و امکان ایجاد آن توسط عملگرها بسیار مهم و ضروری است. بحث تفکیک افزونگی برای سیستم هایی که افزونگی در عملگر دارند مطرح شده و ماتریس ژاکوبین غیرمربعی و تحلیل آن، به حل مسئله توزیع نیرویی کمک می کند. قیدهای سینماتیکی مطابق معادله (22) در جهتی عمل می کنند که پاسخ توزیع نیرویی همواره محدود و تحت قید محاسبه گردد.

$$Q = A\tau \quad (22)$$

ماتریس A که ماتریس ساختار نیز نامیده می شود در واقع ماتریس انتقال غیرمربعی بوده که نیروی کابل ها را در فضای مفصلی به نیرو و گشتاورهای اعمالی به مغزی نهایی در فضای کاری تصویر می کند و به صورت $A = J^T$ تعریف می شود. برای دستیابی به پاسخ مناسب، استفاده از ماتریس شبه معکوس، سبب می شود که اندازه بردار نیرویی کابل ها کمینه شود. این موضوع در حالی مطرح می شود، که ماتریس شبه معکوس¹ برای ماتریس های غیرمربعی به صورت معادله (23) تعریف می شود.

$$A^+ = A^T(AA^T)^{-1} \quad (23)$$

با توجه به این که روش شبه معکوس تنها به کمینه کردن اندازه بردار می پردازد، هیچ تضمینی برای در حال کشش ماندن کابل ها ارائه نمی نماید. ربات های کابلی نیازمند این هستند که کابل ها دائماً در حال کشش باشند. شل شدن کابل و از مدار خارج شدن آن موجبات عدم کنترل پذیری و از دست دادن درجات آزادی ربات را فراهم می آورد؛ بنابراین مهم ترین محدودیت و اولویت اول برای این گونه ربات ها، تحت کشش قرار گرفتن کابل

¹ Pseudo inverse

در تمام طول اجرای مسیر خواهد بود. مسئله تفکیک افزونگی طبق معادله (24) به یک مسئله بهینه سازی به همراه دو قید که متأثر از ساختار ربات و دینامیک کابل خواهد بود، تبدیل می شود.

$$\min \|\tau\|_2 \quad \left\{ \begin{array}{l} Q = A\tau \\ \tau_{\min} \leq \tau \leq \tau_{\max} \end{array} \right\} \quad (24)$$

مقادیر بیشینه و کمینه که در معادله (24) برای نیروی کابل ها تعریف می شود از دو جهت قابل بررسی و تحلیل می باشد. از جهت اول این که کابل ها آستانه تحمل کشش خاصی دارند که تجاوز از آن موجب تغییرات پلاستیک و گذشتن از حد تسلیم و در نهایت پارگی کابل می شود. از منظر دوم، عملگرهای دورانی و گشتاوری که آن ها جهت ایجاد نیروی داخلی کابل تولید می کنند، قابل بررسی است. عملگرهای دورانی نیز از حیث محدود بودن گشتاور تولیدی، نیز نباید به حد اشباع خود برسند که این مسئله نیز از جهت امنیت کاری و عدم آسیب دیدن آن ها قابل بررسی بوده و در هر مانوری که ربات اجرا می کند، بایستی شروط لازم در قیدهای اعمالی را ارضا کند؛ بنابراین نیروی کابل ها طبق معادله (25) از دو بخش پاسخ اولیه و پاسخ همگن در فضای پوچی ماتریس ساختار قرار گرفته که قید محدودیت های نیرویی را تضمین می کند.

$$\tau = \tau_0 + (I - A^+A)S, \quad S \in \mathbb{R}^8 \quad (25)$$

پاسخ اولیه در معادله (25) به صورت معادله (26) تعریف می گردد.

$$\tau_0 = A^+Q \quad (26)$$

جهت کاهش حجم محاسبات و کمینه کردن زمان اجرای الگوریتم، ستون های مستقل خطی ماتریس $(I - A^+A)$ را جدا کرده و سایر ستون های وابسته حذف می گردد. با این روش ابعاد ماتریس S کاهش یافته و متغیرهایی که می بایست در طی اجرای الگوریتم محاسبه گردد، برابر با تعداد درجه افزونگی سیستم می شود؛ بنابراین نیروهای کابلی به صورت معادله (27) تعریف می گردد.

$$\tau = \tau_0 + Ns, \quad s \in \mathbb{R}^2 \quad (27)$$

در معادله (27) ماتریس ستونی $s = [s_1, s_2]^T$ ، بخشی از پاسخ مقدار نیروها را به فضای پوچی ماتریس ساختار انتقال می دهد. به این ترتیب این پاسخ در دینامیک سیستم اثری نداشته و موجب تحت کشش ماندن کابل ها می شود. همچنین، فضای پوچی ماتریس، طبق معادله (28) تعریف می گردد. در هر مرحله با انتخاب ماتریس متناسب ستونی s ، مسئله تفکیک افزونگی حل می شود (شکل 4).

$$N = \text{Null}(A) = \{x \in \mathbb{R}^8 | Ax = 0\} \quad (28)$$

6- طراحی مسیر

در این پژوهش از روش RRT برای طراحی مسیر ربات استفاده می شود. از آنجا که ارتفاع سکوی متحرک در یک ارتفاع ثابت برای عبور از موانع مفروض است فضای مسئله به صورت دوبعدی در نظر گرفته می شود. در ابتدا فضای کاری ربات به صورت $W = \mathbb{R}^2$ تعریف شده و فضای موانع در آن به صورت $O \subseteq W$ مفروض است. فضای ساختار C به صورت مجموعه نقاطی که ربات می تواند در آن موقعیت قرار بگیرد تعریف شده و موقعیت ربات نیز با $q \in C$ نمایش داده می شود. مجموعه ساختارهای فضای مانع زیرمجموعه

به دور موانع نبوده و در فضای کاری ربات قرار داشته باشند. با فرض دارا بودن فضای کاری عاری از تکنیکی که مطابق [1] در این ربات فرضی معقول است، با محدود نمودن نمونه‌ها به فضای کاری عملاً مسیر طراحی شده عاری از تکنیکی خواهد بود.

تابع هزینه در نظر گرفته شده برای این الگوریتم دربردارنده قید کمینگی فاصله، تکرار و بیشینگی در امنیت مسیر است. تعریف ارائه شده از امنیت مسیر به صورت اندازه اختلاف فاصله ربات از موانع در طول مسیر است. خط مستقیم عمده‌آل ایده‌آل‌ترین حالت گذار از نقطه شروع به هدف دلخواه است. در بسیاری از موارد ربات در موقعیتی قرار دارد که می‌تواند با یک خط مستقیم به هدف منتقل گردد. الگوریتم‌های تصادفی از درک چنین وضعیتی عاجز هستند. در این پژوهش یک شیوه بسیار ساده اما کاربردی در حل این مسئله ارائه شده است. الگوریتم ارائه شده در هر تکرار خطی فرضی را از محل فعلی‌اش تا موقعیت هدف ترسیم می‌نماید. در شرایطی که خط در فضای کاری از برخورد و فضای کاری ربات قرار داشته باشد و قید امنیت مسیر را نقض ننماید؛ بدین معناست که می‌تواند بدون هیچ چرخشی و به طور مستقیم به هدف نیل نماید. در نهایت تمامی مسیرهای ایجاد شده توسط توابع هزینه سنجیده شده و مسیر بهینه انتخاب می‌گردد. بهینگی در الگوریتم‌های مبتنی بر نمونه‌برداری به صورت بهینگی مجانبی¹ است. این مفهوم به معنای نیل پاسخ جستجو به مقدار بهینه در بی‌نهایت تکرار با احتمال کامل است. به بیان بهتر چنانچه مسئله‌ای دارای تابع هزینه با مقدار بهینه c^* بوده و خروجی الگوریتم ALG در تکرار z ام به صورت Y_j^{ALG} مفروض باشد آنگاه الگوریتم مزبور مطابق رابطه (30) دارای بهینگی مجانبی است.

$$\mathbb{P}\left(\left\{\limsup_{j \rightarrow \infty} Y_j^{ALG} = c^*\right\}\right) = 1 \quad (30)$$

در واقع بهینگی مجانبی بیان می‌نماید که مقدار کران $\lim_{j \rightarrow \infty} \sup Y_j^{ALG}$ موجود، محدود و برابر c^* باشد. به طور مثال چنانچه تابع هزینه از جنس طول مسیر باشد، در فضای محدود ایجاد مسیری ناشی از نمونه‌برداری هدف‌گرا به طول بی‌نهایت ناممکن است. میل نمودن میزان تابع به سمت مقدار بهینه نیز ناشی از خاصیت چند ساختاری و اصلاح مسیر است. لذا الگوریتمی که دارای خاصیت‌های فوق باشد عملاً بهینه مجانبی است. تفصیل این مفهوم علاوه بر اثبات ویژگی‌ها در مرجع [24] بیان شده است.

7- کنترل

کنترل یک ربات به‌طور کلی به دو حالت خطا محور و همچنین مدل مبنا تقسیم‌بندی می‌شود. در روش اول که مبتنی بر چگونگی پاسخ سیستم به ورودی‌های تصحیح شده و کنترلی می‌باشد، با مقایسه میزان خطای سیستم نسبت به مقادیر دلخواه، سیگنال موردنظر کنترلی تولید شده و در راستای کاهش خطا عمل می‌کند. در حالت دوم که مبتنی بر مدل دقیق و جامع سیستم می‌باشد، بایستی در ابتدا صحت مدل سینماتیکی و دینامیکی سیستم تأیید و سپس براساس مدل بیان شده، الگوریتم‌های کنترلی پیاده‌سازی شود. سیستم‌های کنترل را علاوه بر تقسیم‌بندی که بیان شد، می‌توان به دو دسته کنترل در فضای کاری و کنترل در فضای مفصلی نیز تقسیم‌بندی کرد. کنترل ربات کابلی در فضای کاری، موقعیت و جهت‌گیری مجری نهایی به صورت مستقیم اندازه‌گیری شده و به عنوان پس‌خور در حلقه‌ی کنترلی طراحی شده، مورد استفاده قرار می‌گیرد [25]. اندازه‌گیری مستقیم اطلاعات موقعیتی مجری نهایی با حسگرهایی چون مسافت سنج‌های

فضای ساختار بوده $C_{\text{obst}} \subseteq C$ و به صورت معادله (29) تعریف می‌شود.

$$C_{\text{obst}} = \{q \in C \mid B(q) \cap O \neq \emptyset\} \quad (29)$$

به طوری که $B(q) \in W$ مجموعه ابعاد ربات است که با توجه به موقعیت ربات برای بررسی برخورد سنجیده می‌شود. بخشی از فضای ساختار که خالی از موانع است نیز به صورت $C_{\text{free}} = C \setminus C_{\text{obst}}$ نشان داده می‌شود. در حل مسئله مسیریابی از شبه کد "شکل 5" استفاده شده است.

در این الگوریتم، درخت $TR = (V, E)$ دارای رأس V و ضلع E است به طوری که $E \subseteq V \times V$ را تشکیل و توسعه می‌دهد. این الگوریتم در ابتدا یک نمونه معتبر همانند $z_{\text{init}} \in C_{\text{free}}$ در فضای کاری از برخورد تولید می‌نماید. نمونه معتبر به داده‌ای اطلاق می‌گردد که در فضای کاری از برخورد ایجاد می‌گردد. این نمونه سپس به نزدیک‌ترین رأس از درخت TR اضافه می‌گردد. در الگوریتم مبتنی بر نمونه‌برداری ارائه شده نمونه‌ها برای الحاق به درخت اصلی علاوه بر حضور در فضای کاری از برخورد بایستی در حاشیه امن

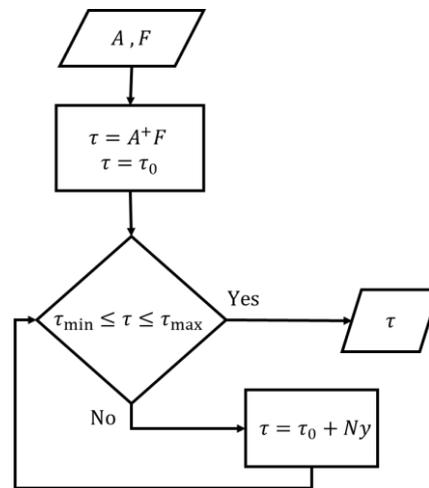


Fig. 4 Cable force optimization algorithm

شکل 4 الگوریتم بهینه‌سازی نیروی کابل

1. $TR \leftarrow \text{InitializeTree}()$;
2. $\text{Initiate}(z_{\text{init}})$;
3. $TR \leftarrow \text{InsertNode}(z_{\text{init}}, TR)$;
4. For $i=1$ to K do
5. $z_{\text{rand}} \leftarrow \text{Sample}(W)$;
6. $X_{\text{nearest}} \leftarrow \text{Nearest}(TR, z_{\text{rand}})$;
7. If $\text{ObstacleFree}(z_{\text{rand}})$ & $\text{FeasibleWorkspace}(z_{\text{rand}})$ & $\text{Safe}(z_{\text{rand}})$ then
8. $X_{\text{new}} \leftarrow \text{Join}(TR, z_{\text{rand}})$;
9. If $\text{Straight2Goal}(X_{\text{new}})$ then
10. $TR \leftarrow \text{ReConnect}(X_{\text{new}}, X_{\text{goal}}, TR)$;
11. break;
12. End
13. End
14. End
15. $\text{OptPath} \leftarrow \text{CostEval}(TR)$
16. Return OptPath

Fig. 5 Pseudocode for path planning

شکل 5 شبه کد طراحی مسیر

¹ Asymptotic optimality

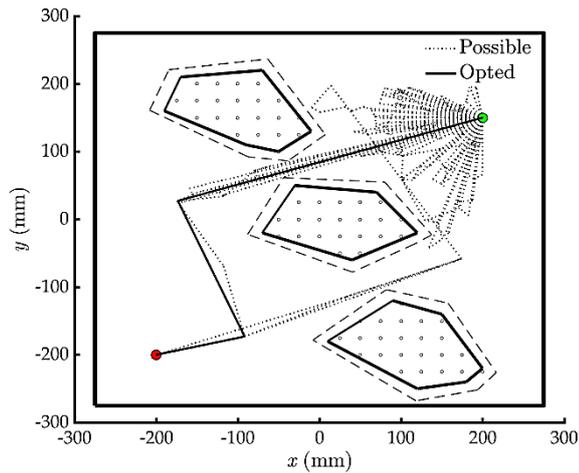


Fig. 7 Planned path in presence of obstacles

شکل 7 مسیر طراحی شده در حضور موانع

در الگوریتم توسعه یافته اصلاح شده است. تجمع مسیرهای جستجو شده در اطراف نقطه هدف مبین تلاش الگوریتم دریافتن کم هزینه ترین مسیر برای نیل به هدف است. این مسیر سپس به عنوان مسیر مطلوب به سیستم کنترل انتقال یافته تا توانایی آن در پیروی مسیر سنجیده شود. عملکرد سیستم تحت کنترل در "شکل 8" نمایش داده شده است. همان طور که مشخص است سیستم کنترلی به خوبی مسیر مورد نظر را ردیابی نموده و از برخورد با موانع جلوگیری به عمل آورده است. در "شکل 9" پاسخ سیستم به مقادیر طراحی شده در سه جهت اصلی انتقالی، بیان شده است. مقادیر متوسط ضرایب کنترلی در کنترل کننده پیاده سازی شده از جهت پیمایش مانور خروجی طراحی مسیر در جدول 2 بیان شده است.

نمودار توزیع نیروهای کابلها در طول اجرای مسیر در "شکل 10" نمایش داده شده است. علت تغییر نیروها در ثانیه 10 و 20 به خاطر نوع ورودی ربات بوده است. استراتژی مسیر زمانی¹ ربات از روش LPB² بوده و در هر قسمت از سه بخش مسیر ربات، حرکت با شتاب ثابت شروع شده و در انتها نیز با همان شتاب با مقدار منفی به نقطه پایانی محلی خود می رسد.

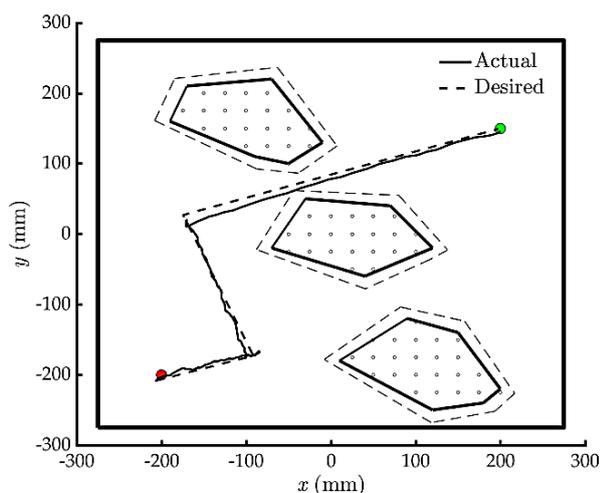


Fig. 8 Implementation of designed path by feed forward control on RoboCab

شکل 8 نتایج پیاده سازی مسیر طراحی شده توسط کنترلر پیشخوراند

طبق معادله (33) معادله خطا منجر به معادله درجه دوم شده که با انتخاب ضرایب مناسب کنترلی، می توان مقدار معادله را به صفر رساند. از طرفی، با توجه به سیستمی که در ربات موازی-کابلی آزمایشگاه ارس استفاده می شود، عملگرهای دورانی از دو ورودی به طور هم زمان بهره می گیرند. ورودی اول که همان ورودی نیرویی بود، معادلات کنترلی بیان شده و در راستای کاهش خطا ضرایب کنترلی متناسب انتخاب می شود. در ورودی دوم که همان سرعت مفاصل بوده، از کنترل کننده پیش خور بهره گرفته می شود. در کنترل سرعت مفاصل نیز، رابطه حلقه بسته کنترلی طبق فرضیاتی که در ابتدای بخش انجام شد، به صورت معادله (34) تعریف می گردد.

$$\dot{l} = K_{pl}e_i + K_{Dl}\dot{e}_i + \dot{l}_d \quad (34)$$

در این بخش نیز، فرض این که معادلات دینامیکی به صورت صحیح مدل شده، صادق بوده و فرض دوم نیز که کنترل کننده بر روی سیستم کارایی مناسب را داشته و مجری نهایی مسیر مورد نظر را دنبال کرده است. بنابراین $\dot{L}(t) \approx \dot{L}_d(t)$ را می توان بیان نمود. با فرض های بیان شده و پس از ساده سازی، معادله حلقه بسته کنترل به صورت معادله (35) بیان می شود.

$$K_{pl}e_i + K_{Dl}\dot{e}_i = 0 \quad (35)$$

طبق رابطه (35)، معادله خطا منجر به معادله درجه اول شده که با انتخاب ضرایب مناسب کنترلی، می توان مقدار معادله را به صفر رساند. در نهایت، حلقه کنترلی جهت کنترل مقادیر موقعیت و جهت گیری مجری نهایی، نیروی کابلها و سرعت کابلها به طور هم زمان بسته شده و مجری نهایی در راستای مسیر تعیین شده حرکت می کند. در سیستم کنترلی فوق، اصلاح نیرو و سرعت کابل به صورت هم زمان انجام گرفته تا در نهایت خطای تعقیب در فضای کاری بر روی مجری نهایی کاهش یابد. این اصلاح در کنترل کننده پیش خور صورت گرفته و در راستای کاهش خطای ردیابی بوده است.

8- پیاده سازی آزمایشگاهی

در این قسمت از پژوهش صحت الگوریتم های ارائه شده در قالب بررسی عملی بروی ربات آزمایشگاه ارس سنجیده می شود. تعدادی مانع در فضای کار در نظر گرفته شده اند. برای جلوگیری از برخورد مانع با کابلها، مجری نهایی در ارتفاع اندکی بالاتر از موقعیت موانع فرض شده است. همچنین چینش محل های اتصال کابل به سکوی متحرک به صورتی است که کابلها با یکدیگر برخورد نمی نمایند. در ابتدا IMU و دوربین برای سنجش دقیق چرخش و موقعیت دوربین کالیبره می شوند. این فرآیند در [22] به تفصیل بررسی شده است. سپس به کمک الگوریتم طراحی مسیر و پس از تعریف موانع در فضای کاری، مسیر بهینه تبیین می گردد. همان طور که در "شکل 7" نشان داده شده است، حول هر مانع فضایی به صورت حد امنیت مسیر در نظر گرفته شده است. این در واقع همان معیار امنیت مسیر است که به صورت معادله (36) تعریف می شود.

$$\text{Safety (\%)} = \frac{(x_{\max} - x_{\min})}{100} \times \text{margin} \quad (36)$$

این شکل به وضوح مبین قابلیت ذکر شده الگوریتم RRT تعمیم یافته در ردیابی اولین مسیر مستقیم به سمت نقطه هدف است. مسیر پیشنهادی الگوریتم تنها شامل سه تکه مسیر مستقیم است. این در حالی است که در غالب الگوریتم های موجود، وجود خط مستقیم جهت انتقال وضعیت آنی ربات به هدف حتی در نزدیکی نقطه نهایی هم تشخیص داده نمی شود. تکه تکه بودن مسیر که به فراخور ذات الگوریتم RRT در فضای کاری رخ می دهد نیز

¹ Trajectory

² Linear Parabolic Blends

دینامیک مورد بررسی قرار گرفته و معادلات آن به روش لاگرانژ استخراج شده است. برای تسهیل در مدل سازی، از جرم کابل و تغییر طول در امتداد آن صرف نظر شده است. با توجه به تعداد بیشتر عملگرها نسبت به درجات آزادی تحلیل تفکیک افزودگی و توزیع نیرو در کابل ها نیز انجام گردیده است. در ادامه الگوریتم طراحی مسیر RRT با بهینگی مجانبی و قابلیت گذار مستقیم برای ربات ارائه شده است. پس از طراحی مسیر، یک سیستم کنترل پیش خور برای ردیابی مسیر طراحی و پیشنهاد شده است. مسیر طراحی شده توسط الگوریتم علاوه بر سیستم کنترل مزبور بر روی ربات موازی-کابلی پیاده سازی شده است.

نتایج پیاده سازی عملی مبین توانایی الگوریتم طراحی مسیر و سیستم کنترل بوده است. الگوریتم طراحی مسیر، مسیری بهینه و عاری از برخورد را برای گذار مجری نهایی جستجو نموده است. سیستم کنترلی توانایی ردیابی مسیر در حضور نامعینی های ناشی از صرف نظر نمودن از دینامیک کابل را داشته و امکان انحراف را ممکن نموده است. تمامی مسیر طراحی و طی شده، درون فضای کاری است و فضای موانع و حاشیه آن ها بوده است که این امر مبین تأثیر معیار امنیت مسیر در مسئله طراحی است.

10- فهرست علائم

A	ماتریس ساختار
0A_i	موقعیت نقاط انتهایی اتصال کابل به پایه (m)
${}^0\bar{a}_i$	برداری موقعیت محل اتصال کابل به پایه (m)
0B_i	موقعیت نقاط اتصالی کابل به مجری نهایی (m)
C	ماتریس کوریولیس و جانب مرکز سیستم
\mathcal{C}	فضای ساختار
D_w	ضریب اصطکاک ویسکوز عملگر دورانی
${}^0\bar{d}$	برداری موقعیت نقاط مرجع انتخابی در سینماتیک مستقیم (m)
E	تعداد ضلع درخت مسیریابی
e	برداری خطا
F_D	برداری اغتشاش وارد به مجری نهایی
F_{ff}	نیرو و گشتاور پیش خوراند (N) یا (Nm)
f	تعداد نقاط مرجع مستقل انتخابی در سینماتیک مستقیم
G	ماتریس جاذبه
${}^P I_{MP}$	ممان اینرسی مجری نهایی حول دستگاه متحرک (kgm^2)
I_w	ممان اینرسی حول مرکز جرم عملگر دورانی (kgm^2)
J	ماتریس ژاکوبین
K	ضریب کنترلی
L	تابع لاگرانژ
l_i	طول کابل (m)
M	ماتریس جرم و اینرسی (kg) یا (gm^2)
m	تعداد کابل ها
m_{MP}	جرم مجری نهایی (kg)
N	ماتریس پوچی ژاکوبین
n	درجه آزادی ربات
O	دستگاه مختصات مرجع

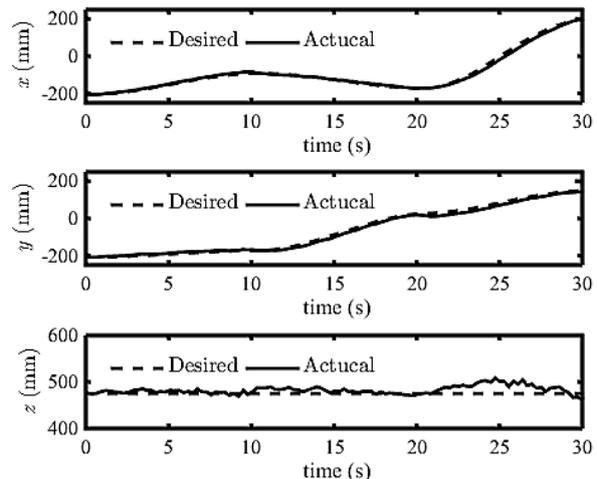


Fig. 9 Experimental results on desired trajectory

شکل 9 نتایج پیاده سازی بر روی مسیر طراحی شده

جدول 2 ضرایب کنترلی

Table 2 Control coefficients

$K_p=[0.3 \ 0.3 \ 0.3]$	ضرایب کنترل
$K_D=[0.4 \ 1 \ 0.4]$	موقعیت
$K_{PI}=[0.509 \ 0.518 \ 0.512 \ 0.522 \ 0.529 \ 0.566 \ 0.489 \ 0.504]$	ضرایب کنترل
$K_{DI}=[0.07 \ 0.07 \ 0.07 \ 0.07 \ 0.07 \ 0.07 \ 0.07 \ 0.07]$	سرعت کابل
$K_{Pf}=[0.5 \ 0.5 \ 0.5 \ 0.5 \ 0.5 \ 0.5 \ 0.5 \ 0.5]$	ضرایب کنترل نیرو

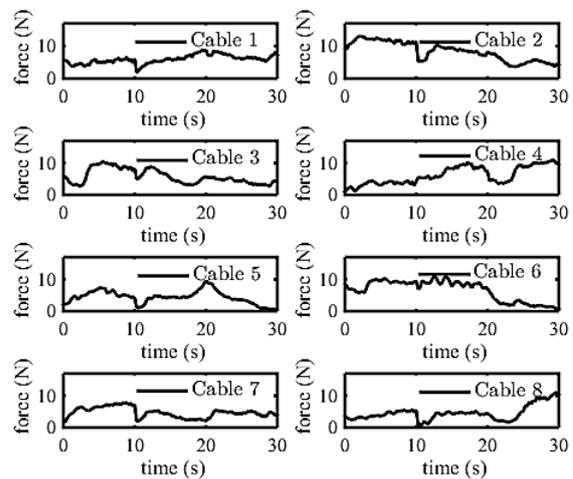


Fig. 10 Cable forces during the maneuver

شکل 10 نمودار توزیع نیروهای کابلی در طول مسیر طی شده

9- نتیجه گیری

در این مقاله، یک روش طراحی بهینه مسیر در ربات های موازی-کابلی ارائه و به طور عملی پیاده سازی شده است. این روش بر مبنای الگوریتم RRT بوده و نسخه تعمیم یافته آن با قابلیت گذار مستقیم و بهینگی مجانبی است. در ابتدا ربات موازی-کابلی آزمایشگاه ارس معرفی شده و مدل سازی سینماتیکی آن صورت پذیرفته است. با تحصیل ماتریس ژاکوبین در تحلیل سینماتیک،

- International Conference on Robotics and Automation (ICRA)*, Karlsruhe: IEEE, pp. 4659-4664, 2013.
- [9] M. A. Khosravi, H. D. Taghirad, Robust PID control of fully-constrained cable driven parallel robots, *Mechatronics*, Vol. 24, No. 2, pp. 87-97, 2014.
- [10] H. Bayani, M. Tale Masouleh, A. Kalhor, Practical performance comparison of pole placement and sliding mode controller for position control of cable-driven parallel robots using visual servoing, *Modares Mechanical Engineering*, Vol. 15, No. 12, pp. 63-74, 2016. (in Persian فارسی)
- [11] G. Jafari Chogan, M. H. Ghasemi, M. Dardel, Jacobian analysis, dynamic modeling and adaptive control of a cable robot with six degrees of freedom and six cable, *Modares Mechanical Engineering*, Vol. 15, No. 4, pp. 391-400, 2015. (in Persian فارسی)
- [12] A. Aflakiyan, M. Tale Masouleh, H. Bayani, R. Sadeghian, Path planning of cable driven parallel robots in the presence of dynamic obstacles via potential field using computed torque control method, *Modares Mechanical Engineering*, Vol. 16, No. 4, pp. 109-118, 2016. (in Persian فارسی)
- [13] D. P. Cunningham, H. H. Asada, Continuous path tracing by a cable-suspended, under-actuated robot: The Winch-Bot, *Proceeding of 2010 IEEE International Conference on Robotics and Automation (ICRA)*, Anchorage: IEEE, pp. 1255-1260, 2010.
- [14] L. Tang, X. Tang, X. Jiang, C. Gosselin, Dynamic trajectory planning study of planar two-dof redundantly actuated cable-suspended parallel robots, *Mechatronics*, Vol. 30, No. 1, pp. 187-197, 2015.
- [15] S. Garrido, L. Moreno, *Robotics, Automation, and Control in Industrial and Service Settings*, pp. 92-108, Shenzhen: IGI Global, 2015.
- [16] D. Verscheure, B. Demeulenaere, J. Swevers, J. De Schutter, M. Diehl, Time-optimal path tracking for robots: A convex optimization approach, *IEEE Transactions on Automatic Control*, Vol. 54, No. 10, pp. 2318-2327, 2009.
- [17] J. J. Kuffner, S. M. LaValle, RRT-connect: An efficient approach to single-query path planning, *Proceeding of 2000 IEEE International Conference on Robotics and Automation (ICRA)*, San Francisco: IEEE, pp. 995-1001, 2000.
- [18] K. Shi, J. Denny, N. M. Amato, Spark PRM: Using RRTs within PRMs to efficiently explore narrow passages, *Proceeding of 2014 IEEE International Conference on Robotics and Automation (ICRA)*, Hong Kong: IEEE, pp. 4659-4666, 2014.
- [19] S. Karaman, M. R. Walter, A. Perez, E. Frazzoli, S. Teller, Anytime motion planning using the RRT, *Proceeding of 2011 IEEE International Conference on Robotics and Automation (ICRA)*, Shanghai: IEEE, pp. 1478-1483, 2011.
- [20] O. Arslan, P. Tsiotras, Use of relaxation methods in sampling-based algorithms for optimal motion planning, *Proceeding of 2013 IEEE International Conference on Robotics and Automation (ICRA)*, Karlsruhe: IEEE, pp. 2421-2428, 2013.
- [21] A. Nasr, S. Ali A. Moosavian, Multi-criteria design of 6-dof fully-constrained cable driven redundant parallel manipulator, *Third RSI International Conference on Robotics and Mechatronics*, Tehran, Iran, October 7-9, 2015.
- [22] M. Mousavi, M. Ghanbari, A. Nasr, S. Ali A. Moosavian, P. Zarafshan, Sensory feedback performance improvement on robocab: An experimental approach to wired driven parallel robot, *4th RSI International Conference on Robotics and Mechatronics*, Tehran, Iran, October 26-28, 2016.
- [23] H. D. Taghirad, Y. B. Bedoustani, An analytic-iterative redundancy resolution scheme for cable-driven redundant parallel manipulators, *Robotics, IEEE Transactions on*, Vol. 27, No. 6, pp. 1137-1143, 2011.
- [24] S. Karaman, E. Frazzoli, Sampling-based algorithms for optimal motion planning, *The International Journal of Robotics Research*, Vol. 30, No. 7, pp. 846-894, 2011.
- [25] S.-R. Oh, S. K. Agrawal, Cable suspended planar robots with redundant cables: controllers with positive tensions, *Robotics, IEEE Transactions on*, Vol. 21, No. 3, pp. 457-465, 2005.
- [26] B. Zi, B. Duan, J. Du, H. Bao, Dynamic modeling and active control of a cable-suspended parallel robot, *Mechatronics*, Vol. 18, No. 1, pp. 1-12, 2008.
- [27] H. D. Taghirad, *Parallel robots: mechanics and control*, pp 275-277, Boca Raton: CRC press, 2013.

P	دستگاه مختصات متحرک متصل به مجری نهایی
Q	نیرو و گشتاورهای تعمیم یافته (N) یا (Nm)
q_w	بردار موقعیت عملگرهای دورانی (rad)
oR_P	ماتریس دوران دستگاه مختصات متحرک نسبت به مرجع
${}^o\tau$	بردار موقعیت دستگاه مختصات متحرک (m)
r_w	شعاع کابل جمع کن (m)
${}^o\hat{S}_i$	بردار واحد جهت گیری کابل
s	ماتریس انتقال به فضای پوچی
T	انرژی جنبشی (J)
TR	درخت طراحی مسیر
U	انرژی پتانسیل (J)
V	تعداد رأس درخت مسیریابی
W	فضای کاری ربات
${}^o\vec{v}_P$	بردار سرعت خطی مجری نهایی (ms^{-1})
X	مختصات تعمیم یافته (m) یا (rad)
Y	خروجی الگوریتم طراحی مسیر

علامت یونانی

Λ_i	تابع هزینه مسئله سینماتیک مستقیم
τ	بردار نیروی کششی در کابل ها
Ψ	ماتریس تبدیل در نقاط مرجع در سینماتیک مستقیم
${}^o\vec{\omega}_i$	بردار سرعت دورانی مجری نهایی ($rads^{-1}$)

بالانویس ها

+ شبه معکوس

زیرنویس ها

C کابل

j شمارنده الگوریتم طراحی مسیر

11- مراجع

- [1] A. Nasr, S. Ali A. Moosavian, Multi-objective optimization design of spatial cable-driven parallel robot equipped with a serial manipulator, *Modares Mechanical Engineering*, Vol. 16, No. 1, pp. 29-40, 2016. (in Persian فارسی)
- [2] H. Taghirad, A. Khalilpour, M. Aliyari, M. Masouleh, Applying evolutionary algorithms in multi objective optimization of planar cable driven parallel robots, *Modares Mechanical Engineering*, Vol. 8, No. 5, pp. 44-54, 2014. (in Persian فارسی)
- [3] S. Fang, D. Franitza, M. Torlo, F. Bekes, M. Hiller, Motion control of a tendon-based parallel manipulator using optimal tension distribution, *Mechatronics, IEEE/ASME Transactions on*, Vol. 9, No. 3, pp. 561-568, 2004.
- [4] A. Alp, S. K. Agrawal, Cable suspended robots: Feedback controllers with positive inputs, *Proceedings of 2002 American Control Conference*, Anchorage: IEEE, pp. 815-820, 2002.
- [5] S. Kawamura, H. Kino, C. Won, High-speed manipulation by using parallel wire-driven robots, *Robotica*, Vol. 18, No. 01, pp. 13-21, 2000.
- [6] G. Meunier, B. Boulet, M. Nahon, Control of an overactuated cable-driven parallel mechanism for a radio telescope application, *Control Systems Technology, IEEE Transactions on*, Vol. 17, No. 5, pp. 1043-1054, 2009.
- [7] H. Bayani, M. T. Masouleh, A. Kalhor, An experimental study on the vision-based control and identification of planar cable-driven parallel robots, *Robotics and Autonomous Systems*, Vol. 75, No. 1, pp. 187-202, 2016.
- [8] J. Lamaury, M. Gouttefarde, Control of a large redundantly actuated cable-suspended parallel robot, *Proceeding of 2013 IEEE*