



# مدل سازی پرواز آرایش مند یک ماهواره زمین آهنگ براساس معادلات حرکت انتقالی متأثر از وضعیت در فاز تقرب نهایی

امیررضا کوثری<sup>1\*</sup> مهدیه بگلری<sup>2</sup>

1- دانشیار، مهندسی هوافضا، دانشگاه تهران، تهران  
2- فارغ التحصیل کارشناسی ارشد، مهندسی هوافضا، دانشگاه تهران، تهران  
\* تهران، صندوق پستی 1561-14395، kosari\_a@ut.ac.ir

## اطلاعات مقاله

مقاله پژوهشی کامل  
دریافت: 26 اردیبهشت 1396  
پذیرش: 08 مرداد 1396  
ارائه در سایت: 17 شهریور 1396  
کلید واژگان:  
آرایش پروازی  
فاز دریفت  
مدار زمین آهنگ  
کنترلر PD  
الگوریتم بهینه سازی PSO

## چکیده

در این مقاله اثر اندرکنش معادلات دینامیکی حرکت انتقالی و حرکت وضعی ماهواره با هدف طراحی آرایش پروازی در فاز ورود به پنجره‌ی مداری و تقرب به موقعیت نامی عملیاتی تعریف شده در مدار زمین آهنگ بررسی شده است. در این راستا ابتدا معادلات دینامیکی و سینماتیکی ماهواره مورد مطالعه قرار گرفته‌اند. سپس با در نظر گرفتن ماهواره به عنوان جسمی صلب، اثر متقابل دینامیک حرکت انتقالی و وضعی ماهواره در تقرب به موقعیت نهایی در مدار هدف استخراج شده است. برخلاف مطالعات مشابه، که در آن‌ها از ساده‌سازی‌هایی نظیر فرض مدار هدف دایروی و یا خطی‌سازی معادلات دینامیکی استفاده شده است، تحلیل‌های ارائه شده در این نوشتار بر مبنای کلی‌ترین حالت معادلات حرکتی غیرخطی است. معادلات کوپل شده‌ی ارائه شده در فاز تقرب به موقعیتی معین در مدار زمین آهنگ با احتساب شرایط وضعی مختلف مورد ارزیابی قرار گرفته و براساس نتایج به دست آمده سناریو و الزامات متفاوتی در تقرب به موقعیت هدف در پنجره‌ی مداری و در حضور ماهواره‌های دیگر ارائه شده است. موقعیت و وضعیت ماهواره با استفاده از سیستم مبتنی بر منطق فازی PD با بهره‌های کنترلی بهینه‌شده براساس الگوریتم بهینه‌سازی PSO با هدف کمینه‌سازی تلاش کنترلی و مصرف سوخت ماهواره و نیز افزایش طول عمر عملیاتی ماهواره، کنترل شده است و نتایج شبیه سازی‌های ارائه شده مبین کارایی مناسب طرح پیشنهادی است.

## Design of Geosynchronous Satellite Flying Formation Based on Translational Dynamics Affected by Attitudinal Situation at Drift Phase

Amir Reza Kosari\*, Mahdiah Beglari

Department of Aerospace Engineering, University of Tehran, Tehran, Iran  
\* P.O.B. 14395-1561, Tehran, Iran, kosari\_a@ut.ac.ir

## ARTICLE INFORMATION

Original Research Paper  
Received 16 May 2017  
Accepted 30 July 2017  
Available Online 08 September 2017

**Keywords:**  
Flying Formation  
Drift Phase  
Geosynchronous orbit  
PD Controller  
PSO Optimization Algorithm

## ABSTRACT

This paper investigates effect of coupling of satellite translational dynamics and rotational kinematic aiming to design geosynchronous satellite formation flying at drift phase to the determined operational nominal position at the orbital window in the geosynchronous orbit. Firstly, dynamical and kinematical equations of satellite, and then the interaction of translational and rotational motion at drifting to the final position at the target orbit by considering satellite as a rigid object have been studied. Despite similar studies utilizing simplifications such as circular assumption of target orbit or various linearization methods, presented analysis of this paper is based on the general form of nonlinear translational equations. According to acquired results of investigating the coupled dynamics at the drift phase to the determined position at the orbital window by considering different attitudinal situations, drift considerations and procedure in presence of other satellites at the orbital window have been presented. Orbital position and attitudinal situation of satellite have been controlled by utilization of PD control law associated with the optimized gains based on PSO optimization algorithm which aims to minimize control effort and fuel and consequently minimize fuel consumption and increase satellite operational life. Acquired results from simulations represent the effectiveness of the proposed methodology.

## 1- مقدمه

آنالیز و ارسال داده‌ها و نیز سرویس‌دهی‌های فضایی می‌پردازند. مدل‌سازی حرکت نسبی ماهواره‌ها از اصول مهم و اولیه در طراحی آرایش پروازی ماهواره‌هایی است که در یک مجموعه قرار دارند. طراحی هرچه دقیق‌تر آرایش پروازی موضوعی است که در سال‌های اخیر مورد توجه بسیاری از

آرایش پروازی ماهواره<sup>1</sup> به مجموعه‌ای متشکل از دو یا چند ماهواره اطلاق می‌شود که با عملکردی یک‌پارچه، به انجام مأموریت‌هایی چون اخذ، پردازش،

<sup>1</sup> Spacecraft Flying Formation

## Please cite this article using:

A. R. Kosari, M. Beglari, Design of Geosynchronous Satellite Flying Formation Based on Translational Dynamics Affected by Attitudinal Situation at Drift Phase, Modares Mechanical Engineering, Vol. 17, No. 9, pp. 107-118, 2017 (in Persian)

برای ارجاع به این مقاله از عبارت ذیل استفاده نمایید:

قراردادن مرکز دستگاه بدنی و دستگاه مرجع مداری در مرکز جرم ماهواره، می‌توان حرکت ماهواره را به‌صورت حرکت انتقالی مرکز دستگاه بدنی و دوران آن نسبت به دستگاه مرجع مداری بررسی نمود.

در مدارهای پرترافیک ماهواره‌ها در فواصل مداری اندکی نسبت به یکدیگر قرار دارند. به‌طور مثال موقعیت ماهواره‌ها در مدار زمین‌آهنگ ژئو 0.1 درجه می‌باشد. این موقعیت‌های مداری برای هر ماهواره در این مدار، فضایی به ابعاد تقریبی 40 km فراهم می‌آورد که با عنوان پنجره‌ی مداری شناخته می‌شود. با توجه به اهمیت این مدار و نیاز کشورها، گاه بیش از یک ماهواره در پنجره‌ی مداری قرار می‌گیرد که در این حالت طراحی آرایش پروازی ماهواره‌ها از اهمیت به‌سزایی برخوردار می‌باشد. یکی از مهم‌ترین مانورهایی که ماهواره در آغاز عمر عملیاتی خود انجام می‌دهد، تقرب نهایی به موقعیت تعیین شده در مأموریت می‌باشد. ماهواره‌ی زمین‌آهنگ ژئو، پس از پشت سر گذاشتن مدار پارکینگ و مدار انتقال ژئو، در موقعیتی در نزدیکی مدار زمین‌آهنگ، تحت عنوان مدار دریافت قرار می‌گیرد. تقرب نهایی ماهواره از مدار دریافت به موقعیت هدف تعریف شده در مدار ژئو که فاز دریافت نام دارد، بسته به تکنولوژی کشورها، دقت فازهای پشت سر گذاشته، اغتشاشات مداری مؤثر و ملزومات بسیار دیگری از چند صد کیلومتری مدار زمین‌آهنگ تا موقعیتی در نزدیکی پنجره‌ی مداری آغاز می‌شود. در این فاز با توجه به وجود ماهواره‌های دیگر در پنجره‌ی مداری، لازم است ماهواره از زمان ورود به پنجره‌ی مداری تا قرارگیری در موقعیت هدف به‌دقت ردیابی و بررسی شود. بدین ترتیب در این فاز فرض نقطه‌ای بودن ماهواره در شبیه‌سازی‌ها می‌تواند تهدیدی جدی برای مأموریت ماهواره و حتی مأموریت سایر ماهواره‌های موجود در پنجره‌ی مداری محسوب شود. بنابراین لازم است موقعیت ماهواره از نزدیکی پنجره‌ی مداری تا قرارگیری در موقعیت هدف به‌دقت ردیابی و کنترل شوند [26].

در این مقاله به بررسی تقرب نهایی ماهواره به موقعیت تعیین شده در مدار زمین‌آهنگ ژئو با وجود ماهواره‌های دیگر در پنجره‌ی مداری براساس معادلات موقعیت نسبی و با اعمال اثر وضعی ماهواره می‌پردازیم. همچنین موقعیت و وضعیت ماهواره نسبت به شرایط هدف تعیین شده در مأموریت به‌گونه‌ای کنترل می‌شود که تهدیدی برای مأموریت ماهواره‌های دیگر ایجاد نکند و با دقت لازم در مسیر از پیش تعیین شده هدایت شود. در این مقاله ابتدا به بیان معادلات موقعیت نسبی و وضعیت نسبی ماهواره می‌پردازیم. سپس با اعمال اثر اغتشاشی وضعیت بر موقعیت ماهواره، معادلاتی با حداکثر دقت ارائه خواهیم داد. لازم به‌ذکر است که به‌منظور تبیین هرچه بهتر اثر وضعی ماهواره بر موقعیت نسبی، در این پروژه از اعمال اغتشاشات خارجی صرفه‌نظر شده اما در معادلات اصلی در نظر گرفته شده است.

## 2- معادلات دینامیکی ماهواره

یکی از ویژگی‌های تحلیل دینامیکی حرکت ماهواره این است که عموماً حرکت انتقالی و دورانی آن جدا از یکدیگر لحاظ می‌شود و از اثر ترکیبی آن‌ها برهم صرفه‌نظر می‌شود. این مسئله به این دلیل است که ممان‌ها یا گشتاورهایی که باعث دوران ماهواره می‌شوند، عموماً وابستگی کمی به جهت حرکت دارند. همچنین نیروهای جاذبه که اساساً مؤثر بر مسیر حرکت ماهواره هستند در مقایسه با سایر موارد مؤثرتر، وابستگی چندانی به وضعیت ماهواره ندارند. در حالی که در واقعیت این مسئله صحیح نیست و این عدم وابستگی یک حقیقت تقریبی است. اگرچه در بسیاری از کاربردهای فضایی اعمال چنین عدم قطعیت‌هایی با بالا بردن بار محاسباتی سیستم، موجب بروز

طراحان سیستم‌های فضایی قرار گرفته است [1-4]. دقت مورد نیاز در معادلات دینامیکی مورد استفاده در مدل‌سازی یک پرواز آرایش‌مند با توجه به حرکت نسبی بلند مدت فضاپیماها از اهمیت بالایی برخوردار می‌باشد. همچنین با توجه به تراکم ناوگان فضایی، الگوریتم‌های کنترلی تعیین و بهینه‌سازی می‌شوند [5-7].

رایج‌ترین مدل در بررسی حرکت نسبی ماهواره، مدل خطی کلوهرسی- ویلشتایر (CW) می‌باشد. مدل خطی CW، با فرض انحراف اندک از مدار مرجع دایروی و در نظرگیری شرایط اولیه به‌عنوان ثوابت حرکت، توسعه یافته بود. همچنین این مدل که برای کاربردهایی چون راندوو<sup>1</sup> توسعه یافته بود، به شبیه‌سازی حرکت در بازه‌ی زمانی کوتاه محدود می‌شد. بنابراین به‌منظور رفع محدودیت‌های این روش، مطالعات گسترده‌ای با هدف توسعه‌ی معادلات برای مدار مرجع بیضوی انجام شد [8-10]. همچنین مطالعات دیگری نیز در زمینه‌ی ارتقاء این معادلات با افزودن اثرات اغتشاشی از جمله اثرات ناشی از غیرکروی بودن زمین [11-13]، درگ [14] و اثر اغتشاشی جسم سوم [15] انجام شده بود.

از زمان ارائه‌ی معادلات CW، مدل‌سازی نقطه‌ای برای بررسی حرکت نسبی ماهواره، به مدت 50 سال، به‌طور گسترده‌ای مورد مطالعه و بررسی قرار گرفت. گرایش رو به رشد به انجام مطالعات گوناگون در زمینه‌ی آرایش پروازی ماهواره‌ها نیاز به معادلاتی دقیق‌تر و ارائه‌ی حل‌هایی کامل‌تر از معادلات حرکت نسبی اغتشاش‌یافته را افزایش داد [8, 15-19]. بیشتر مطالعات صورت گرفته تا آن زمان، بر شبیه‌سازی نقطه‌ای ماهواره و مدل‌سازی سه درجه آزادی، متمرکز بود در حالی که به‌منظور شبیه‌سازی دقیق‌تر یک مأموریت فضایی که در آن چند ماهواره به‌صورت یک‌پارچه عمل می‌کنند، نیاز به استفاده از معادلاتی دقیق‌تر که علاوه بر معادلات انتقالی، با شبیه‌سازی معادلات دورانی ماهواره، مدلی شش درجه آزادی از دینامیک ماهواره ارائه دهد، قوت می‌یافت.

در سال‌های اخیر، مطالعات گسترده‌ای در زمینه‌ی مدل‌سازی شش درجه آزادی ماهواره صورت گرفته است. پِن و کاپلیا از جمله نخستین کسانی بودند که پیشنهاد اعمال سرعت زاویه‌ای نسبی ماهواره در مسئله‌ی آرایش پروازی را مطرح کردند. در این پژوهش معادلات کوپل شده‌ی حرکت انتقالی و دورانی دو ماهواره بررسی شدند. آن‌ها در پژوهش خود دو دستگاه مرجع بدنی، یکی در ماهواره‌ی هدف و دیگری در ماهواره‌ی رهگیر قرار دادند. بدین ترتیب معادلاتی دو بخشی برای بررسی موقعیت نسبی مرکز جرم ماهواره‌ها و وضعیت دو دستگاه متصل نسبت به یکدیگر به‌دست آمد [20]. همچنین در روشی ساده‌تر از معادلات کوپل جهت تخمین موقعیت نسبی ماهواره استفاده شد [16]. کاربرد دیگر این معادلات در آرایش پروازی N ماهواره در یک مجموعه‌ی واحد بود. در این پژوهش هر یک از ماهواره‌ها به‌عنوان جسمی صلب در نظر گرفته شدند [21]. مطالعه‌ی صورت گرفته توسط سیگال و گورفیل از جمله جدیدترین پژوهش‌های صورت گرفته در زمینه‌ی کوپلینگ حرکت انتقالی و دورانی دو ماهواره و بررسی دقت مورد نیاز در مأموریت‌هایی چون آرایش پروازی فشرده، راندوو و داکینگ<sup>2</sup> بود [22]. همچنین نوایی و اخلومدی در مقالات خود کنترل‌هایی بهینه و غیرخطی برای مسئله‌ی ملاقات و اتصال مداری برای مدار هدف دایروی و بیضوی ارائه داده‌اند [23, 24].

به‌طور کلی حرکت یک ماهواره را می‌توان به‌صورت حرکت مرکز جرم ماهواره و دوران نسبت به مرکز جرم در نظر گرفت [25]. بدین ترتیب با

<sup>1</sup> Rendezvous

<sup>2</sup> Docking

خطاهای محاسباتی می شود، اماد مانورهایی از جمله ملاقات های فضایی یا پرواز آرایش مند یک ناوگان فضایی که دقت بیشتری مورد نیاز است، این موارد باید به نحوی پیش بینی و جبران شوند [25]. به منظور تبیین هرچه بهتر تفاوت های این دو بخش ابتدا معادلات مداری ماهواره برای بررسی مرکز جرم ماهواره و سپس چگونگی اعمال اثر وضعی بر موقعیت ماهواره را در تقرب به موقعیت و وضعیتی معین بررسی می کنیم. همچنین لازم است به طور هم زمان وضعیت نسبی ماهواره، نسبت به وضعیت هدف براساس معادلات مربوطه به روز رسانی شود.

## 2-1- دینامیک موقعیت نسبی ماهواره

قوانین سه گانه نیوتون و قانون جاذبه ی میان اجسام، اساس دینامیک مداری ماهواره را تشکیل می دهند. برای بیان موقعیت ماهواره در دستگاه مختصات ECI و با توجه به معادلات حرکت دو جسم در فضا، براساس قانون دوم نیوتون، معادله ی نسبی حرکت ماهواره به شکل زیر به دست می آید؛

$$\ddot{\vec{r}} = -\mu \frac{\vec{r}}{r^3} \quad (1)$$

که در آن  $\mu = 398601.2 \text{ km}^3 \text{ s}^{-2}$  می باشد [27]. معادله ی (1)، معادله ی دینامیکی حرکت در مداری کپلری در غیاب اغتشاشات و با مقادیر اولیه ی  $r(0)$  و  $v(0)$  است که در آن تغییرات پارامترهای کپلری عبارتند از؛

$$\frac{da}{dt} = \frac{de}{dt} = \frac{d\Omega}{dt} = \frac{d\omega}{dt} = \frac{di}{dt} = 0, \quad \frac{dM}{dt} = n \quad (2)$$

در حالت کلی، شتاب وارد به ماهواره شامل مجموعه ای از نیروهای اغتشاشی نیز می باشد. این نیروها موجب انحراف ماهواره از مدار کپلری و تغییر لحظه ای مشخصات کپلری می شوند. بدین ترتیب معادله ی حرکت ماهواره در مداری غیر کپلری با مقادیر اولیه ی  $r(t_0) = r(0)$  و  $v(t_0) = v(0)$  به شکل زیر می باشد؛

$$\ddot{\vec{r}} = \gamma_K + \gamma_P + \gamma_C \quad (3)$$

که در آن  $\gamma_K$ ،  $\gamma_P$  و  $\gamma_C$  به ترتیب شتاب های کپلری، اغتشاشی و کنترلی وارد به ماهواره می باشند [28].

در بیان حرکت انتقالی نسبی ماهواره، حرکت ماهواره نسبت به هدفی معین بیان می شود. در این حالت، موقعیت تعیین شده در مأموریت به عنوان موقعیت هدف تعیین می شود. این رویکرد در مسئله ی ملاقات فضایی و انتقال مداری بسیار مناسب است؛ چرا که در حین این مانورها هدف، صفر نمودن سرعت و موقعیت نسبی ماهواره می باشد. از این نوع بیان دینامیکی برای اهداف دیگری چون آرایش پروازی نیز استفاده می شود.

فرض می کنیم ماهواره ی  $T$  در حال حرکت مدار هدف و ماهواره ی رهگیر  $C$  در حال حرکت در مداری فرضی می باشد. موقعیت این دو ماهواره به ترتیب با  $R_T$  و  $R_C$  بیان می شود. اگر اختلاف این شعاع ها را با  $\rho$  بیان کنیم، هدف صفر کردن این مقدار می باشد.

$$\vec{\rho} = \vec{R}_T - \vec{R}_C \quad (4)$$

بنابراین معادله ی حرکت نسبی ماهواره در دستگاه اینرسی و با صرف نظر از نیروهای اغتشاشی، به شکل زیر به دست می آید؛

$$\ddot{\vec{\rho}} = -\mu \frac{\vec{R}_T}{\text{norm}(\vec{R}_T)} + \mu \frac{(\vec{R}_T - \vec{\rho})}{\text{norm}(\vec{R}_T - \vec{\rho})} - \frac{F_C}{m_C} \quad (5)$$

که در آن  $F_C$  و  $m_C$  به ترتیب نیروی کنترلی و جرم ماهواره ی رهگیر می باشند.

## 2-2- دینامیک وضعیت ماهواره

سینماتیک وضعیت ماهواره را می توان به روش های مختلفی بیان نمود. زوایای

اویلر، کوآرنیون ها و رودریگرزها از جمله این بیان ها هستند. همچنین به منظور بیان این مقادیر، سه دستگاه اینرسی، بدنی و مرجع مداری استفاده می شوند. دو فاکتور مهم در بیان سینماتیک ماهواره وجود دارد؛ یکی سرعت های زاویه ای دستگاه بدنی نسبت به دستگاه مرجع مداری و دیگری سرعت های زاویه ای دستگاه بدنی نسبت به دستگاه مرجع مداری و سرعت زاویه ای دستگاه مرجع نسبت به اینرسی به ترتیب با  $\omega_{BR} = p\dot{i} + q\dot{j} + r\dot{k}$  و  $\omega_{RI} = \omega_{RIx}\dot{1}_x + \omega_{RIy}\dot{1}_y + \omega_{RIz}\dot{1}_z$  اگر  $\omega_{RI}$  در دستگاه بدنی بیان شود، فرم  $\omega_{RIB} = \omega_{RIBx}\dot{i} + \omega_{RIBy}\dot{j} + \omega_{RIBz}\dot{k}$  به خود می گیرد. بنابراین سرعت زاویه ای دستگاه محورهای بدنی نسبت به دستگاه محورهای اینرسی را می توان به شکل زیر بیان کرد؛

$$\omega_{BI} = \omega_{BR} + \omega_{RIB} \quad (6)$$

در معادله ی (6)،  $\omega_{BR}$  از اهمیت ویژه ای برخوردار است؛ چراکه اجازه می دهد زوایای اویلر جسم در حال حرکت، نسبت به هر دستگاه مرجع تعریف شده ای در فضا محاسبه شوند. این کار با توجه به ماتریس های دورانی صورت می گیرد [28].

## 2-2-1- سرعت های زاویه ای بدنی

رایج ترین شیوه در بیان سرعت های زاویه ای بدنی ماهواره استفاده از زوایای اویلر و نرخ تغییرات آن ها می باشد، اما از آنجایی که معادلات وضعی بیان شده براساس این زوایا در زاویه ی 90 درجه دچار تکینگی می شوند، در بیان سینماتیک وضعیت ماهواره در کلی ترین حالت، بهتر است از بیان های دیگری چون کوآرنیون ها استفاده شود. در حالت کلی، دوران یک جسم می تواند در هر جهتی صورت گیرد. اگر محورهای دوران اویلر را برحسب بردارهای ویژه ی آن ها تعریف کنیم، تعریف جدیدی از ماتریس دوران برحسب مؤلفه های بردار ویژه  $\vec{e} = [e_1, e_2, e_3]^T$  و زاویه ی دوران  $\alpha$  به دست می آید. بردارهای کوآرنیون برحسب بردارهای ویژه و زاویه ی دوران  $\alpha$  به شکل زیر تعریف می شوند [28]؛

$$\begin{aligned} q_1 &= e_1 \sin\left(\frac{\alpha}{2}\right) \\ q_2 &= e_2 \sin\left(\frac{\alpha}{2}\right) \\ q_3 &= e_3 \sin\left(\frac{\alpha}{2}\right) \\ q_4 &= \cos\left(\frac{\alpha}{2}\right) \end{aligned} \quad (7)$$

همچنین می دانیم؛

$$|\vec{q}| = 1 \Rightarrow q_1^2 + q_2^2 + q_3^2 + q_4^2 = 1 \quad (8)$$

بنابراین با استفاده از تعریف (7)، ماتریس انتقال برحسب کوآرنیون ها برابر است با؛

$$[A_q] = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{bmatrix} \quad (9)$$

که آرایه های ماتریس (9) به شکل زیر تعریف می شوند؛

$$\begin{aligned} a_{11} &= q_1^2 - q_2^2 - q_3^2 + q_4^2 \\ a_{12} &= 2(q_1q_2 + q_3q_4) \\ a_{13} &= 2(q_1q_3 - q_2q_4) \\ a_{21} &= 2(q_1q_2 - q_3q_4) \\ a_{22} &= -q_1^2 + q_2^2 - q_3^2 + q_4^2 \\ a_{23} &= 2(q_2q_3 + q_1q_4) \\ a_{31} &= 2(q_1q_3 + q_2q_4) \\ a_{32} &= 2(q_2q_3 - q_1q_4) \\ a_{33} &= -q_1^2 - q_2^2 + q_3^2 + q_4^2 \end{aligned}$$

با داشتن سرعت های زاویه ای بدنی در دستگاه بدنی، معادلات دیفرانسیلی بردارهای کوآرنیون به دست می آیند [28]؛

اگر فرض کنیم بردارهای بدنی ماهواره روی محوره های اصلی قرار گرفته باشند، المان های غیرقطری ماتریس  $[I]$  صفر خواهند شد. بدین ترتیب دینامیک وضعیت ماهواره با استفاده از معادلات (16) و (17) به شکل زیر محاسبه می شود؛

$$T = T_C + T_d = [\dot{h}_x + \dot{h}_{wx} + (\omega_y h_z - \omega_z h_y) + (\omega_y h_{wz} - \omega_z h_{wy})] i + [\dot{h}_y + \dot{h}_{wy} + (\omega_z h_x - \omega_x h_z) + (\omega_z h_{wx} - \omega_x h_{wz})] j + [\dot{h}_z + \dot{h}_{wz} + (\omega_x h_y - \omega_y h_x) + (\omega_x h_{wy} - \omega_y h_{wx})] j \quad (18)$$

لازم به ذکر است که در معادله ی فوق،  $\omega_x$ ،  $\omega_y$  و  $\omega_z$  مؤلفه های سرعت زاویه ای بدنی نسبت به دستگاه اینرسی می باشند. در نهایت با جایگذاری  $h$  از معادله ی (17) می توان معادله ی (18) را به شکل زیر بازنویسی کرد [28]؛

$$T = T_C + T_d = [I_{xx}\dot{\omega}_x + \dot{h}_{wx} + (I_{zz}\omega_y\omega_z - I_{yy}\omega_y\omega_z) + (\omega_y h_{wz} - \omega_z h_{wy})] i + [I_{yy}\dot{\omega}_y + \dot{h}_{wy} + (I_{xx}\omega_x\omega_z - I_{zz}\omega_z\omega_x) + (\omega_z h_{wx} - \omega_x h_{wz})] j + [I_{zz}\dot{\omega}_z + \dot{h}_{wz} + (I_{yy}\omega_y\omega_x - I_{xx}\omega_x\omega_y) + (\omega_x h_{wy} - \omega_y h_{wx})] j \quad (19)$$

بدین ترتیب با داشتن مقدار اولیه ی  $\omega_{BI}(0)$  و انتگرال گیری از رابطه ی (19)، بردار  $\omega_{BI}$  در هر لحظه به دست می آید.

### 3-2- کوپلینگ موقعیت و وضعیت نسبی ماهواره

در مانورهای دقیقی مانند ملاقات های مداری یا هر مانور دیگری که لازم است ماهواره با وضعیتی معین در موقعیتی از پیش تعیین شده قرار گیرد، معادلات مورد استفاده نیز باید با حداکثر دقت لحاظ شوند. بنابراین لازم است اثر متقابل معادلات موقعیت و وضعیت بر یکدیگر بررسی شوند.

به منظور اعمال معادلات وضعی ماهواره بر موقعیت مداری آن می توان از معادلات حرکت شش درجه آزادی اجسام صلب در فضا استفاده کرد. بدین منظور فرض می کنیم ماهواره به صورت جسمی صلب با سطح فرضی  $S$  در حال حرکت در فضا می باشد. اگر  $X^*$  بیانگر شتاب جسم غیردوار و یا به عبارت دیگر مرکز جرم جسم و  $\omega$  سرعت زاویه ای جسم صلب باشد، معادله ی شتاب جسم صلب دوار در فضا طبق رابطه ی زیر به دست می آید [29]؛

$$\frac{d^2 X}{dt^2} = \frac{d^2 X^*}{dt^2} + \omega \times (\omega \times X^*) + 2\omega \times \frac{dX^*}{dt} + \frac{d\omega}{dt} \times X^* \quad (20)$$

بدین ترتیب معادله ی حرکت نسبی ماهواره با اعمال اثر حرکت وضعی عبارتست از [29]؛

$$\frac{d^2 \rho^*}{dt^2} + \omega_{BR} \times (\omega_{BR} \times \rho^*) + 2\omega_{BR} \times \frac{d\rho^*}{dt} + \frac{d\omega_{BR}}{dt} \times \rho^* - \gamma_{K_{rel}} - \gamma_d = \frac{F_C}{m_C} - \gamma_d \quad (21)$$

که در آن  $\rho^*$  موقعیت نسبی ماهواره ی دوار،  $\omega_{BR}$  سرعت نسبی ماهواره نسبت به دستگاه مرجع مداری،  $\gamma_{K_{rel}}$  شتاب کپلری مرکز جرم ماهواره و  $\gamma_d$  شتاب اغتشاشی خارجی می باشد. با استفاده از معادله ی (5) معادله ی حرکت نسبی ماهواره ی دوار به شکل زیر بازنویسی می شود [26]؛

$$\frac{d^2 \rho^*}{dt^2} = -\mu \frac{\vec{R}_T}{\text{norm}(\vec{R}_T)} + \mu \frac{(\vec{R}_T - \vec{\rho}^*)}{\text{norm}(\vec{R}_T - \vec{\rho}^*)} - \omega_{BR} \times (\omega_{BR} \times \rho^*)$$

$$\frac{d}{dt} \vec{q} = \frac{1}{2} [\Omega'] q \quad (10)$$

که در آن ماتریس  $[\Omega']$ ، برحسب سرعت های زاویه ای بدنی تعریف می شود؛

$$[\Omega'] = \begin{bmatrix} 0 & r & -q & p \\ -r & 0 & p & q \\ q & -p & 0 & r \\ -p & -q & -r & 0 \end{bmatrix} \quad (11)$$

که در آن  $q$ ،  $p$  و  $r$  به ترتیب سرعت های زاویه ای بدنی حول محوره های  $X_B$ ،  $Y_B$  و  $Z_B$  هستند. بدین ترتیب با داشتن شرایط اولیه ی  $q(0)$  و انتگرال گیری عددی از سیستم (10)، بردارهای کوتاه ترین در هر لحظه از زمان به دست می آیند.

### 2-2-2- بردار سرعت زاویه ای $\text{RIBO}$

همان طور که بیان شد، به منظور محاسبه ی زوایای اوپلر یا کوتاه ترین ها لازم است سرعت زاویه ای ماهواره در دستگاه مختصات بدنی نسبت به دستگاه مرجع مداری تعیین شود. همچنین با توجه به معادله ی (6) برای محاسبه ی  $\text{BRO}$  ابتدا لازم است سرعت زاویه ای  $\text{RIBO}$  تعیین شود. سرعت زاویه ای دستگاه مرجع نسبت به دستگاه اینرسی به شکل زیر محاسبه می شود [28]؛

$$\omega_{RIx} = \frac{1}{|r||v \times r|} v \times v \cdot r = 0$$

$$\omega_{RIy} = \frac{1}{r^2|v \times r|} v \cdot [(r \cdot v)r - (r^2v)]$$

$$\omega_{RIz} = \frac{1}{|v \times r|^2|r|} [\dot{r} \times r] \cdot [(v \times r) \times r] \quad (12)$$

که در آن  $r$  و  $v$  به ترتیب موقعیت و سرعت لحظه ای ماهواره در دستگاه مختصات اینرسی هستند. از آنجایی که در مدار دایروی سرعت ماهواره عمود بر  $r$  است، بنابراین با فرض مدار دایروی داریم؛

$$\omega_{RIy} = \frac{v^2 r^2}{r^3 v} = \frac{v}{r} = \omega_0 \quad (13)$$

همچنین برای مدارهای کپلری که شتاب خارج از صفحه ی مداری ندارند،  $\omega_{RIz} = 0$  می باشد. بنابراین معادله ی (12) به شکل زیر تغییر می کند؛

$$\omega_{RI} = [0 \quad -\omega_0 \quad 0]^T \quad (14)$$

که به منظور انتقال آن به دستگاه بدنی می توان از ماتریس (9) استفاده کرد؛

$$\omega_{RIB} = [A_q] \omega_{RI} \quad (15)$$

### 2-2-3- دینامیک وضعیت ماهواره

دینامیک وضعیت ماهواره بر اساس معادله ی اوپلر بیان می شود [28]؛

$$T = \dot{h}_l = \dot{h} + \omega_{BI} \times h \quad (16)$$

که در آن  $T$ ، بیانگر مجموع گشتاور خارجی وارد به ماهواره است و شامل گشتاورهای کنترلی  $T_C$  و مجموعه گشتاورهای اغتشاشی  $T_d$  می باشد. بنابراین  $T = T_C + T_d$  می باشد. همچنین مومنوم  $h$  نیز شامل مومنوم جسم صلب  $h_B = [h_x, h_y, h_z]^T$  و مومنوم تجهیزات تغییردهنده ی مومنوم مانند چرخ های عکس العملی  $h_W = [h_{wx}, h_{wy}, h_{wz}]^T$  می باشد. به معادله ی (16) قانون اوپلر نیز می گویند.

همچنین می دانیم بردار مومنوم زاویه ای جسم صلب با استفاده از معادله ی زیر تعریف می شود [28]؛

$$h = \begin{bmatrix} I_{xx} & -I_{xy} & -I_{xz} \\ -I_{yx} & I_{yy} & -I_{yz} \\ -I_{zx} & -I_{zy} & I_{zz} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \omega_x \\ \omega_y \\ \omega_z \end{bmatrix} = [I] \omega \quad (17)$$

موقعیت مداری ماهواره‌ی رهگیر در تعیین وضعیت لحظه‌ای آن تأثیر مستقیمی نداشته باشد. در حالی که موقعیت مداری ماهواره، به‌طور مستقیم در تعیین نوع و شدت عواملی اغتشاشی از جمله گرادیان جاذبه، درگ آیرودینامیکی، فشار تشعشعات خورشیدی و سایر اغتشاشات محیطی تأثیر به‌سزایی دارد. با این وجود از آنجایی که در این پروژه از اغتشاشات وارد به ماهواره صرفه‌نظر شده است، این عوامل بررسی نخواهند شد.

### 3- دینامیک کنترلر

یکی از کاربردی‌ترین و ساده‌ترین روش‌های کنترلی که در سیستم‌های فضایی به‌طور گسترده‌ای مورد استفاده قرار می‌گیرد، استفاده از کنترلر PID و به‌طور ویژه کنترلر PD می‌باشد. علی‌رغم روش‌های کنترلی تطبیقی‌پذیر که به‌طور گسترده در مقالات مورد بررسی قرار گرفته‌اند، این روش به دلیل قابلیت اطمینان بالا و سادگی پیاده‌سازی در صنایع فضایی از محبوبیت بالایی برخوردار می‌باشد.

#### 3-1- دینامیک کنترلر در تولید نیرو

نیروی موردنیاز جهت کنترل موقعیت نسبی ماهواره نسبت به موقعیت هدف، با استفاده از موقعیت و سرعت نسبی ماهواره به شکل زیر محاسبه می‌شود:

$$F_C = K_{PF} R_{rel} + K_{DF} V_{rel} \quad (26)$$

در معادله‌ی فوق، بردار بهره‌های کنترلی  $K_{PF} = [K_{PF,x}, K_{PF,y}, K_{PF,z}]^T$  و  $K_{DF} = [K_{DF,x}, K_{DF,y}, K_{DF,z}]^T$  متناسبی و مشتقی کنترلر PD هستند که با استفاده از الگوریتم‌های بهینه‌سازی به‌صورت دقیق تعیین می‌شوند. همچنین بردارهای  $R_{rel}$  و  $V_{rel}$  به‌صورت آنلاین از حل معادلات مداری به‌دست می‌آیند. همچنین معادله‌ی (26) را می‌توان بر اساس مؤلفه‌های تشکیل دهنده‌اش به شکل زیر بازنویسی کرد:

$$\begin{aligned} F_{C_x} &= K_{PF,x} x + K_{DF,x} \dot{x} \\ F_{C_y} &= K_{PF,y} y + K_{DF,y} \dot{y} \\ F_{C_z} &= K_{PF,z} z + K_{DF,z} \dot{z} \end{aligned} \quad (27)$$

که در آن مؤلفه‌های  $x$ ،  $y$  و  $z$  و نیز مشتقات  $\dot{x}$ ،  $\dot{y}$  و  $\dot{z}$  به‌ترتیب موقعیت و سرعت نسبی با اعمال اثر وضعی ماهواره هستند و از معادلات (23) تا (25) به‌دست می‌آیند.

#### 3-2- دینامیک کنترلر در تولید گشتاور

گشتاور کنترلی موردنیاز جهت کنترل وضعیت ماهواره براساس وضعیت قرارگیری ماهواره نسبت به وضعیت هدف محاسبه می‌شود. بدین‌منظور لازم است زوایای اوایلر نسبی و و نرخ تغییرات آن‌ها با استفاده از کوآترینیون‌ها محاسبه شود. اساس تبدیل زوایای اوایلر و بردارهای کوآترینیون بر مبنای محاسبه‌ی ماتریس‌های دوران هریک و مساوی قرار دادن آن‌ها با یکدیگر می‌باشد. بنابراین بسته به سناریوی دوران این مقادیر می‌تواند متفاوت باشد. به‌طور مثال اگر دوران 321 یا ZYX را در نظر بگیریم، با برابر قرار دادن یک به یک المان‌های ماتریس‌های دوران، زوایای اوایلر به شکل زیر محاسبه می‌شوند [30]:

$$\begin{aligned} \tan \varphi &= \frac{2(q_2 q_3 + q_1 q_4)}{-q_1^2 - q_2^2 + q_3^2 + q_4^2} \\ \sin \theta &= -2(q_1 q_3 - q_2 q_4) \\ \tan \psi &= \frac{2(q_1 q_2 + q_3 q_4)}{q_1^2 - q_2^2 - q_3^2 + q_4^2} \end{aligned} \quad (28)$$

که در آن زوایای  $\varphi$ ،  $\theta$  و  $\psi$  به‌ترتیب بیانگر انحراف محورهای  $X_B$ ،  $Y_B$  و

$$-2\omega_{BR} \times \frac{d\rho^*}{dt} - \frac{d\omega_{BR}}{dt} \times \rho^* - \frac{F_C}{m_C} - \gamma_d \quad (22)$$

در نظرگیری وضعیت ماهواره در معادلات موقعیت نسبی زمانی توجیه‌پذیر است که فاصله نسبی ماهواره کم باشد و نیاز به افزایش دقت باشد. در حالی که در فواصل دورتر، علاوه بر افزایش حجم محاسبات، ممکن است در برخی موارد موجب واگرایی محاسبات نیز شود.

معادله‌ی (22)، کلی‌ترین معادله‌ی نسبی ماهواره در فضا، با در نظرگیری کلیه‌ی عوامل تأثیرگذار داخلی و خارجی می‌باشد. بسته به نیاز و کاربرد محاسبات، با گسترش ترم اغتشاشی می‌توان دقت شبیه‌سازی را افزایش داد. همچنین از آنجایی که سرعت زاویه‌ای ماهواره نسبت به هدف، سرعت نسبی است، بنابراین از این معادلات می‌توان به‌منظور تقرب ماهواره‌ی رهگیر به ماهواره‌ی هدفی با وضعیت نامتعادل نیز استفاده کرد. درنهایت با انجام عملیات جبری و اعمال ضرب‌های برداری، معادله‌ی (22)، به شکل زیر توسعه می‌یابد [26]:

$$\begin{aligned} \ddot{x}^* &= \frac{-\mu x_T}{(\sqrt{x_T^2 + y_T^2 + z_T^2})^3} \\ &+ \frac{-\mu (x_T - x^*)}{(\sqrt{(x_T - x^*)^2 + (y_T - y^*)^2 + (z_T - z^*)^2})^3} \\ &- \omega_y (\omega_x y^* - \omega_y x^*) + \omega_z (\omega_z x^* - \omega_x z^*) \\ &- 2(\dot{z}^* \omega_y - \dot{y}^* \omega_z) - (\dot{\omega}_y z^* - \dot{\omega}_z y^*) - \frac{F_{C,x}}{m_C} - \gamma_{d,x} \end{aligned} \quad (23)$$

$$\begin{aligned} \ddot{y}^* &= \frac{-\mu y_T}{(\sqrt{x_T^2 + y_T^2 + z_T^2})^3} \\ &+ \frac{-\mu (y_T - y^*)}{(\sqrt{(x_T - x^*)^2 + (y_T - y^*)^2 + (z_T - z^*)^2})^3} \\ &- \omega_z (\omega_y z^* - \omega_z y^*) + \omega_x (\omega_x y^* - \omega_y x^*) \\ &- 2(\dot{x}^* \omega_z - \dot{z}^* \omega_x) - (\dot{\omega}_x z^* - \dot{\omega}_z x^*) - \frac{F_{C,y}}{m_C} - \gamma_{d,y} \end{aligned} \quad (24)$$

$$\begin{aligned} \ddot{z}^* &= \frac{-\mu z_T}{(\sqrt{x_T^2 + y_T^2 + z_T^2})^3} \\ &+ \frac{-\mu (z_T - z^*)}{(\sqrt{(x_T - x^*)^2 + (y_T - y^*)^2 + (z_T - z^*)^2})^3} \\ &- \omega_x (\omega_z x^* - \omega_x z^*) + \omega_y (\omega_y z^* - \omega_z y^*) \\ &- 2(\dot{y}^* \omega_x - \dot{x}^* \omega_y) - (\dot{\omega}_x y^* - \dot{\omega}_y x^*) - \frac{F_{C,z}}{m_C} - \gamma_{d,z} \end{aligned} \quad (25)$$

که در آن  $\dot{x}^*$ ،  $\dot{y}^*$  و  $\dot{z}^*$  به‌ترتیب موقعیت و سرعت نسبی ماهواره‌ی صلب،  $x_T$ ،  $y_T$  و  $z_T$  موقعیت مطلق هدف در مدار زمین‌آهنگ،  $F_{C,x}$ ،  $F_{C,y}$  و  $F_{C,z}$  نیروهای کنترلی و  $\gamma_{d,x}$ ،  $\gamma_{d,y}$  و  $\gamma_{d,z}$  مؤلفه‌های اغتشاشی وارد به ماهواره در راستاهای  $X_I$ ،  $Y_I$  و  $Z_I$  می‌باشند. همچنین ترم‌های  $\omega_x$ ،  $\omega_y$  و  $\omega_z$  و  $\dot{\omega}_x$ ،  $\dot{\omega}_y$  و  $\dot{\omega}_z$  به‌ترتیب، مؤلفه‌های سرعت‌ها و شتاب‌های زاویه‌ای دستگاه بدنی ماهواره نسبت به دستگاه مرجع مداری می‌باشند.

بحث دیگری که در زمینه‌ی کوپلینگ معادلات مداری و وضعی ماهواره مطرح است، اعمال اثر موقعیت بر معادلات وضعی آن می‌باشد. همان‌طور که در بخش 2-2 بیان شد، موقعیت ماهواره در تعیین وضعیت دستگاه مرجع مداری و به تبع آن، در تعیین وضعیت دستگاه بدنی ماهواره نسبت به دستگاه مرجع مداری به‌طور مستقیم تأثیرگذار می‌باشد. با این وجود به نظر می‌رسد

$Z_B$  نسبت به محورهای دستگاه مرجع مداری هستند.

بدین ترتیب گشتاور کنترلی مورد نیاز جهت کنترل سه محوره‌ی وضعیت ماهواره براساس قانون کنترلی PD و با استفاده از ویای اوپلر و سرعت‌های زاویه‌ای بدنی به شکل زیر محاسبه می‌شود [28]:

$$\begin{aligned} T_{C_x} &= K_{P_{T,x}} (\varphi_{com} - \varphi) + K_{D_{T,x}} (p_{com} - p) \\ T_{C_y} &= K_{P_{T,y}} (\theta_{com} - \theta) + K_{D_{T,y}} (q_{com} - q) \\ T_{C_z} &= K_{P_{T,z}} (\psi_{com} - \psi) + K_{D_{T,z}} (r_{com} - r) \end{aligned} \quad (29)$$

که در آن  $\omega_{BR,com} = [p_{com}, q_{com}, r_{com}]^T$  سرعت‌های زاویه‌ای مطلوب ماهواره نسبت به دستگاه مرجع مداری،  $\omega_{BR} = [p, q, r]^T$  سرعت‌های زاویه‌ای بدنی ماهواره نسبت به مرجع،  $eul_{com} = [\varphi_{com}, \theta_{com}, \psi_{com}]^T$  زوایای اوپلر ماهواره نسبت به دستگاه مرجع مداری،  $eul = [\varphi, \theta, \psi]^T$  زوایای اوپلر نسبی ماهواره و  $K_{D_T} = [K_{D_{T,x}}, K_{D_{T,y}}, K_{D_{T,z}}]^T$  و نیز  $K_{P_T} = [K_{P_{T,x}}, K_{P_{T,y}}, K_{P_{T,z}}]^T$  بهره‌های کنترلی کنترلر PD در تولید گشتاور می‌باشد. در این حالت نیز مقدار بهینه‌ی بهره‌های کنترلی بر اساس الگوریتم بهینه‌سازی به دست می‌آید.

#### 4- الگوریتم بهینه‌سازی PSO

الگوریتم بهینه‌سازی گروهی ذرات<sup>1</sup> یکی از الگوریتم‌های جدید و پرکاربرد بهینه‌سازی موجود در دنیا است که براساس هوش جمعی می‌باشد. هوش جمعی نوعی هوش مصنوعی است که براساس رفتار گروهی سیستم‌های نامتمرکز و خودسازمان یافته شکل می‌گیرد. این نوع هوش به طور معمول از تأثیر متقابل و محلی اعضای یک گروه بر یکدیگر و نیز بر محیط پیرامون حاصل می‌شود. این الگوریتم با گروهی از ذرات شروع به حل مسئله می‌کند و هر یک از ذرات در هر بار تکرار با تعقیب دو مقدار "بهترین"، وضعیت خود را به روز می‌کند. اولین بهترین، بهترین راه‌حلی است که خود ذره تاکنون به دست آورده است که آن را  $P_{best}^2$  می‌نامیم. بهترین دیگر، بهترین راه‌حلی است که تاکنون در فضای حل مسئله و در میان همه‌ی ذرات یافت شده است. از آن‌جا که این مقدار جنبه‌ی عمومی دارد، آن را  $G_{best}^3$  می‌نامیم. حرکت هر ذره در این الگو در دو جهت صورت می‌گیرد. یکی حرکت به سوی بهترین موقعیتی که ذره تاکنون داشته است و دیگری به سمت بهترین موقعیتی که بهترین ذره در همسایگی داشته است. در حقیقت هر ذره به سمت یک میانگین وزنی از این دو جهت حرکت می‌کند [31].

فرض کنید می‌خواهیم مسئله را در یک فضای  $D$  بعدی با استفاده از روش PSO استاندارد حل کنیم. مکان و سرعت ذره  $i$  ام به صورت بردارهای  $D$  بعدی  $v_i = [v_{i1}, v_{i2}, \dots, v_{iD}]^T$  و  $x_i = [x_{i1}, x_{i2}, \dots, x_{iD}]^T$  می‌باشند. همچنین  $P_{best}$  یا بهترین موقعیتی که ذره  $i$  ام تاکنون داشته است، به صورت  $p_i = [p_{i1}, p_{i2}, \dots, p_{iD}]^T$  نشان داده می‌شود. مؤلفه‌های سرعت و مکان ذرات براساس معادلات زیر به دست خواهند آمد [32]:

$$v_{i,d}^{n+1} = c_0 [w v_{i,d}^n + c_1 r_1^n (p_{i,d}^n - x_{i,d}^n) + c_2 r_2^n (p_{g,d}^n - x_{i,d}^n)] \quad (30)$$

$$x_{i,d}^{n+1} = x_{i,d}^n + v_{i,d}^{n+1} \quad (31)$$

در روابط فوق اندیس  $g$  معرف ذره‌ای است که تاکنون در میان همه‌ی

جدول 1 ثابت‌های عددی الگوریتم PSO

| $N$ | $n_{max}$ | $c_0$ | $c_1$ | $c_2$ |
|-----|-----------|-------|-------|-------|
| 500 | 50        | 1     | 2     | 2     |

<sup>1</sup> Particle Swarm Optimization

<sup>2</sup> Personal Best

<sup>3</sup> Global Best

ذرات بهترین موقعیت را ملاقات کرده است، بالانویس  $n$  نیز بیان‌گر تکرارها،  $N$  تعداد ذرات،  $d=1, 2, \dots, D$ ،  $i=1, 2, \dots, N$  و ضرایب  $r_1$  و  $r_2$  اعدادی تصادفی در بازه‌ی (0,1) می‌باشند. نقش  $r_1$  و  $r_2$  در الگوریتم این است که به ذرات اجازه می‌دهد با گام‌های گوناگون بین  $P_{best}$  و  $G_{best}$  حرکت کنند و به نوعی به حفظ تنوع پاسخ‌ها کمک می‌کنند. هرچه این اعداد به صفر نزدیک‌تر باشند، تنوع و گوناگونی و حرکت در جهت‌های مختلف کمتر و هرچه به یک نزدیک‌تر باشند، تنوع بیشتر است.

مقادیر  $c_0$ ،  $c_1$  و  $c_2$  ضرایبی ثابت و مثبت هستند که ضرایب شتاب نام دارند. این ضرایب معمولاً در بازه (0,2) انتخاب می‌شوند. ضرایب شتاب نزدیک به صفر، سبب جستجوی بهتر در یک ناحیه می‌شوند، در حالی که ضرایب شتاب نزدیک به یک سبب اکتشاف کمتر و همگرایی سریع‌تر الگوریتم می‌شوند. ضرایب بزرگ‌تر از یک و کوچک‌تر از دو سبب جستجو در فضای بزرگ‌تر شده ولی سرعت همگرایی را کاهش می‌دهند و ضرایب شتاب بزرگ‌تر از دو باعث خارج شدن ذرات از فضای مسئله می‌شوند و در نتیجه ناپایداری الگوریتم را در پی خواهند داشت.

اینرسی وزنی ( $w$ )، پارامتری است که بر رفتار همگرایی PSO تأثیر می‌گذارد. این پارامتر، میزان تأثیر سرعت‌های پیشین بر سرعت‌های کنونی را تنظیم می‌کند و در نتیجه بر قابلیت جستجو و یافتن جواب مناسب در کل فضای مسئله تأثیرگذار است. میزان صفر برای اینرسی وزنی به این معنی است که سرعت‌های پیشین ذرات هیچ تأثیری بر سرعت‌های فعلی ندارند و سرعت‌های کنونی، تنها با توجه به مکان فعلی آن‌ها،  $P_{best}$  و  $G_{best}$ ، تعیین می‌شوند. از سوی دیگر، مقادیر بزرگ اینرسی وزنی، باعث تأثیر زیاد سرعت‌های پیشین بر سرعت‌های کنونی شده و منجر به کاهش سرعت همگرایی می‌شوند. بدیهی است که با گذشت زمان، ذرات به سوی نقاط بهینه حرکت می‌کنند و در نتیجه نیاز به جستجو در فضایی وسیع کاهش می‌یابد و بهتر است ذرات در حوالی جواب‌های یافته‌شده به جستجوی خود ادامه دهند. در نتیجه مقادیر کوچک‌تر برای اینرسی وزنی مناسب‌تر است [31]. به منظور تنظیم اینرسی وزنی، متناسب با سرعت همگرایی می‌توان از معادله‌ی زیر استفاده کرد [32]:

$$w = \frac{N - n}{N} \quad (32)$$

ضرایب عددی مورد استفاده الگوریتم PSO در جدول 1 بیان شده است.

#### 5- بررسی نتایج

به منظور تبیین اثر وضعی ماهواره بر موقعیت نسبی آن، ماهواره‌ی زمین‌آهنگ نمونه را در ورود به پنجره‌ی مداری و فاز تقرب نهایی به موقعیت مدار هدفی با مشخصات ارائه شده در جدول 2، با اختلاف مداری اولیه‌ی 60 km بررسی می‌کنیم. همچنین فرض می‌کنیم ماهواره‌های دیگری داخل پنجره‌ی مداری قرار داشته باشند. مشخصات ماهواره‌ی زمین‌آهنگ نمونه در جدول 3 ارائه شده است. همچنین از آنجایی که هدف این پروژه طراحی آرایش پروازی

جدول 2 پارامترهای کپلری مدار هدف

| $a$ (km) | $e$   | $i$ (deg) | $\omega$ (deg) | $\Omega$ (deg) | $\theta$ (deg) |
|----------|-------|-----------|----------------|----------------|----------------|
| 42164.16 | 0.001 | 0         | 25             | 60             | 34             |

جدول 3 مشخصات ماهواره‌ی زمین‌آهنگ نمونه

| $I_{xx}$ (kg m <sup>2</sup> ) | $I_{yy}$ (kg m <sup>2</sup> ) | $I_{zz}$ (kg m <sup>2</sup> ) | $m$ (kg) |
|-------------------------------|-------------------------------|-------------------------------|----------|
| 3770                          | 730                           | 4020                          | 1082.578 |

جدول 4 شرایط وضعی اولیه

Table 4 Initial Attitude Conditions

| $\dot{\psi}$<br>(deg/s) | $\dot{\theta}$<br>(deg/s) | $\dot{\phi}$<br>(deg/s) | $\psi$<br>(deg) | $\theta$<br>(deg) | $\phi$<br>(deg) |
|-------------------------|---------------------------|-------------------------|-----------------|-------------------|-----------------|
| 0.01                    | 0.01                      | 0.01                    | 0.5             | 0.5               | 0.5             |
| 2.5                     | 2.5                       | 2.5                     | 4               | 2.5               | 3               |

وضعیت آرام  
وضعیت مغشوش

نبوده و بررسی موقعیت و وضعیت ماهواره نمونه در اولویت است، دینامیک سایر ماهواره ها در نظر گرفته نشده است. اختلاف مداری اولیه ماهواره و موقعیت هدف تنها اختلاف در ارتفاع اوج آن در نظر گرفته شده و سایر پارامترهای مداری مشابه موقعیت هدف فرض شده است. بدین ترتیب اختلاف موقعیت و سرعت نسبی ماهواره برابر است با؛

$$R_{rel0} = [-29.0645 \quad 52.4337 \quad 0]^T \text{ (km)}$$

$$V_{rel0} = [1.9176 \quad 1.0615 \quad 0]^T \times 10^3 \text{ (km/s)}$$

به منظور بررسی چگونگی اثرگذاری شرایط وضعی ماهواره بر موقعیت نسبی، دو نوع شرایط وضعی اولیه آرام و مغشوش در آغاز ورود ماهواره به پنجره مداری را در نظر می گیریم. در شرایط وضعی آرام، وضعیت ماهواره دقت یک درجه کنترل می شود. این در حالی است که در شرایط وضعی مغشوش، ماهواره بدون اعمال کنترل وضعیت، با وضعیت اولیه مغشوش وارد پنجره مداری می شود. همچنین موقعیت و وضعیت نسبی ماهواره در هر دو حالت، در حین تقرب به موقعیت نهایی تعریف شده در مدار براساس قانون کنترلی PD کنترل می شوند. بهره های کنترلی مورد استفاده در تولید نیرو و گشتاور کنترلی مطابق الگوریتم بهینه سازی PSO بهینه شده اند. تابع هدف تعریف شده در هر دو حالت، کمینه سازی تلاش کنترلی و به تبع آن کاهش مصرف سوخت و افزایش عمر عملیاتی ماهواره بوده است. بهره های کنترلی بهینه یی مورد استفاده در قوانین کنترلی برای معادلات دینامیک مداری مستقل از وضعیت، معادلات دینامیک مداری کوپل شده با وضعیت و معادلات وضعی ماهواره به ترتیب در جداول 5 تا 7 ارائه شده است.

"شکل های 1 تا 3" موقعیت ماهواره نسبت به موقعیت هدف براساس معادلات دینامیکی مستقل از وضعیت و کوپل شده با وضعیت را برای شرایط وضعی اولیه آرام و مغشوش و در راستاهای  $X_1$  و  $Y_1$  و  $Z_1$  نشان می دهند. همان طور که در این نمودارها قابل مشاهده است، شرایط وضعی مغشوش

جدول 5 بهره های کنترلی بهینه برای معادلات حرکت انتقالی مستقل از وضعیت

پیش از ورود به پنجره مداری، با استفاده از تجهیزات کنترل وضعیت و با

Table 5 Optimized Control Gains for Decoupled Translational Equations

| در راستای $Z_1$ | در راستای $Y_1$ | در راستای $X_1$ | بهره کنترلی |
|-----------------|-----------------|-----------------|-------------|
| 5.6327          | 2.0000          | 1.0000          | $K_{PF}$    |
| 11.4669         | 34.5266         | 27.7729         | $K_{DF}$    |

جدول 6 بهره های کنترلی بهینه برای معادلات حرکت انتقالی کوپل شده با وضعیت

Table 6 Optimized Control Gains for Coupled Translational Equations

| در راستای $Z_1$ | در راستای $Y_1$ | در راستای $X_1$ | بهره کنترلی |
|-----------------|-----------------|-----------------|-------------|
| 8.8521          | 1.0000          | 3.5922          | $K_{PF}$    |
| 16.4534         | 20.9254         | 29.9713         | $K_{DF}$    |

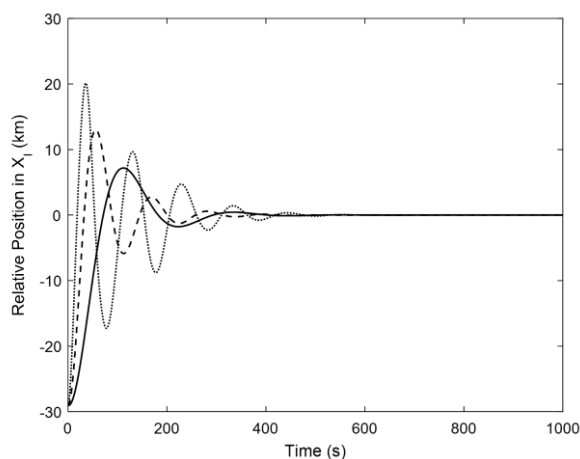
جدول 7 بهره های کنترلی بهینه برای معادلات وضعی ماهواره

Table 7 Optimized Control Gains for Attitudinal Equations

| در راستای $Z_1$ | در راستای $Y_1$ | در راستای $X_1$ | بهره کنترلی |
|-----------------|-----------------|-----------------|-------------|
| 15.0000         | 25.0000         | 15.0000         | $K_{PT}$    |
| 57.5926         | 93.3668         | 69.7920         | $K_{DT}$    |

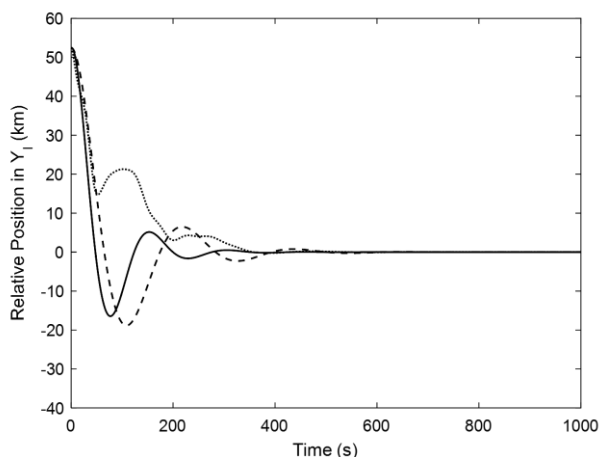
موجب بروز خطای بیشتری در ردیابی موقعیت نسبی ماهواره می شود که این مسئله خطری جدی برای مأموریت ماهواره ی رهگیر و سایر ماهواره های موجود در پنجره مداری می باشد. در حالت ایده آل و با صرف نظر از اثر وضعیت بر موقعیت نسبی ماهواره، مانور انتقالی به صورت صفحه ای انجام می شود، در حالی که در حقیقت ماهواره در حین مانور با انحراف اندکی از صفحه ی مداری مواجه است. بنابراین نیاز به اعمال نیروی کنترلی در راستای  $Z_1$  نیز وجود خواهد داشت. در اغلب پروژه های فضایی به منظور کنترل ماهواره در راستای  $Z_1$  از مانورهای اصلاحی شمالی- جنوبی استفاده می شود.

بنابراین زمانی که بناست ماهواره در یک مجموعه ی فضایی قرار گیرد، کنترل نسبی وضعیت ماهواره، با دقتی هر چند اندک، پیش از ورود به پنجره مداری از ملزومات مهم در تقرب به موقعیت تعیین شده در مأموریت می باشد. همچنین بسته به موقعیت قرارگیری ماهواره ها در پنجره مداری، نوع معادلات مورد استفاده در شبیه سازی ها تعیین می شود. بدین ترتیب که اگر تعداد ماهواره های موجود در یک پنجره مداری به گونه ای بود که



شکل 1 موقعیت نسبی ماهواره برای معادلات دینامیکی مستقل از وضعیت (-) و

معادلات کوپل با شرایط اولیه ی آرام (--) و مغشوش (:) در راستای  $X_1$

Fig. 1 Relative Position of Satellite by Application of Decoupled (-) and Coupled Dynamics for Calm (--) and Confused (:) Initial Situations in Direction of  $X_1$ 

شکل 2 موقعیت نسبی ماهواره برای معادلات دینامیکی مستقل از وضعیت (-) و

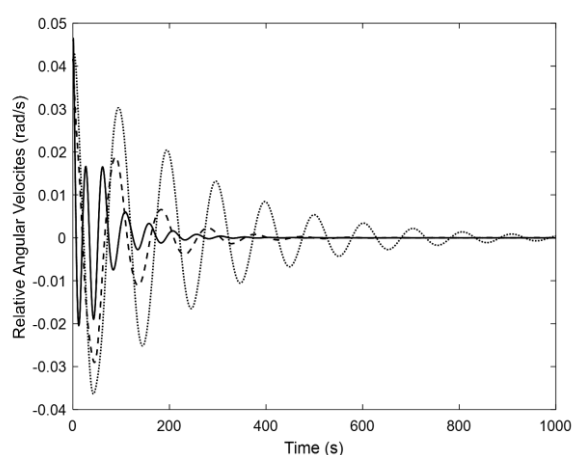
معادلات کوپل با شرایط اولیه ی آرام (--) و مغشوش (:) در راستای  $Y_1$

Fig.2 Relative Position of Satellite by Application of Decoupled (-) and Coupled Dynamics for Calm (--) and Confused (:) Initial Situations in Direction of  $Y_1$

ماهواره‌ها به صورت فشرده در پنجره قرار داشتند، لازم است اثر اغتشاشی وضعیت ماهواره بر موقعیت نسبی در معادلات دینامیکی ماهواره لحاظ شود. همچنین لازم است موقعیت اولیه ماهواره در نزدیکی پنجره مداری به گونه‌ای تعیین شود که مسیر حرکت ماهواره در فرآیند تقرب به موقعیت هدف با فاصله‌ای ایمن از سایر ماهواره‌های موجود در پنجره مداری باشد. بدین منظور ابتدا لازم است مسیر تقرب به دقت تعیین شود، سپس با توجه به سایر الزامات مداری موقعیت اولیه ماهواره تعیین شود.

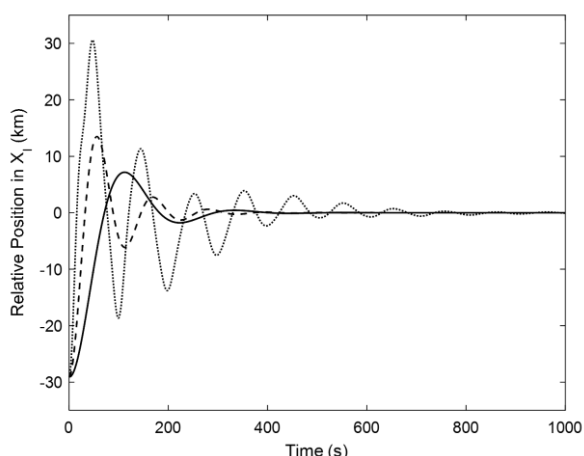
اگرچه افزایش دقت مورد استفاده در معادلات همواره موجب تخمین هرچه بهتر شرایط ماهواره می‌شود، اما از آنجایی که حجم قابل پردازش توسط پردازشگر ماهواره محدود است، بالا بردن غیر ضروری حجم محاسبات ممکن است موجب به خطر افتادن مأموریت ماهواره و کاهش قابلیت اطمینان سیستم شود. همچنین از آنجایی که مهم‌ترین عامل در مأموریت‌های فضایی و به ویژه مأموریت‌های مدار زمین آهنگ ژئو، قابلیت اطمینان سیستم می‌باشد، لازم است پردازشگر ماهواره در هر مانور با توجه به آیت‌هایی نظیر وجود

همچنین به منظور تبیین وضعیت لحظه‌ای نسبت به وضعیت مرجع مداری در حین مانور، وضعیت نسبی ماهواره در شرایط وضعی اولیه آرام و مغشوش در "شکل‌های 4 و 5" نشان داده شده است. همان‌طور که پیش‌تر هم بیان شده در هر دو حالت وضعیت ماهواره براساس قانون کنترلی PD و با



شکل 5 سرعت زاویه‌ای ماهواره نسبت به دستگاه مرجع مداری برای وضعیت اولیه مغشوش حول محورهای  $X_R$  (---)،  $Y_R$  (⋯)، و  $Z_R$  (-)

**Fig. 5** Angular Velocities of Satellite Relative to the Orbital Reference Frame for Initial Confused Situation about the  $X_R$  (---),  $Y_R$  (⋯), and  $Z_R$  (-)

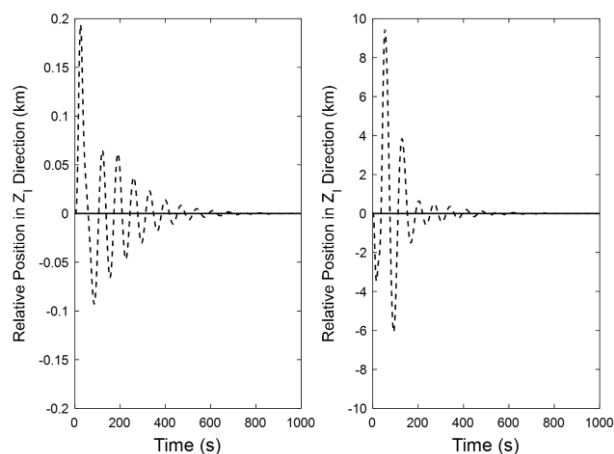


شکل 6 موقعیت نسبی ماهواره با اعمال اثر وضعی و با صرف نظر از آن برای وضعیت کنترل نشده با به کارگیری معادلات دینامیکی مستقل (-) و معادلات کوپل با شرایط اولیه آرام (-) و مغشوش (⋯) در راستای  $X_I$

**Fig. 6** Relative Position of Satellite by Application of Decoupled (-) and Coupled Dynamics for Calm (---) and Confused (⋯) Initial Situations in Direction of  $X_I$  at the Uncontrolled Attitudinal Situation

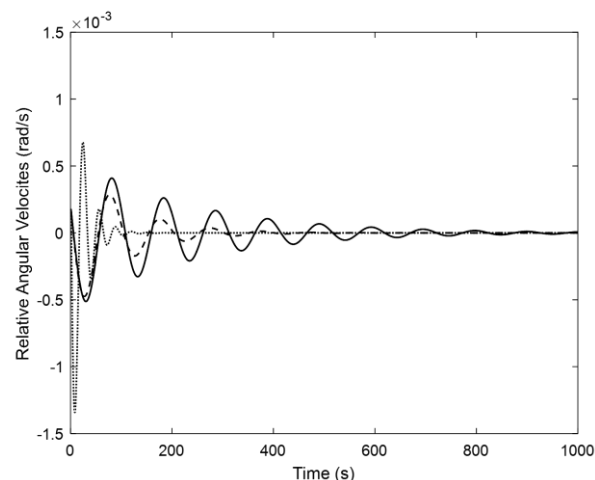
ماهواره‌ها به صورت فشرده در پنجره قرار داشتند، لازم است اثر اغتشاشی وضعیت ماهواره بر موقعیت نسبی در معادلات دینامیکی ماهواره لحاظ شود. همچنین لازم است موقعیت اولیه ماهواره در نزدیکی پنجره مداری به گونه‌ای تعیین شود که مسیر حرکت ماهواره در فرآیند تقرب به موقعیت هدف با فاصله‌ای ایمن از سایر ماهواره‌های موجود در پنجره مداری باشد. بدین منظور ابتدا لازم است مسیر تقرب به دقت تعیین شود، سپس با توجه به سایر الزامات مداری موقعیت اولیه ماهواره تعیین شود.

اگرچه افزایش دقت مورد استفاده در معادلات همواره موجب تخمین هرچه بهتر شرایط ماهواره می‌شود، اما از آنجایی که حجم قابل پردازش توسط پردازشگر ماهواره محدود است، بالا بردن غیر ضروری حجم محاسبات ممکن است موجب به خطر افتادن مأموریت ماهواره و کاهش قابلیت اطمینان سیستم شود. همچنین از آنجایی که مهم‌ترین عامل در مأموریت‌های فضایی و به ویژه مأموریت‌های مدار زمین آهنگ ژئو، قابلیت اطمینان سیستم می‌باشد، لازم است پردازشگر ماهواره در هر مانور با توجه به آیت‌هایی نظیر وجود



شکل 3 موقعیت نسبی ماهواره برای معادلات دینامیکی مستقل از وضعیت (-) و معادلات کوپل (-) با شرایط اولیه آرام (سمت چپ) و مغشوش (سمت راست) در راستای  $Z_I$

**Fig. 3** Relative Position of Satellite by Application of Decoupled (-) and Coupled Dynamics (-) for Calm (left hand) and Confused (right hand) Initial Situations in Direction of  $Z_I$



شکل 4 سرعت زاویه‌ای ماهواره نسبت به دستگاه مرجع مداری برای وضعیت اولیه آرام حول محورهای  $X_R$  (---)،  $Y_R$  (⋯)، و  $Z_R$  (-)

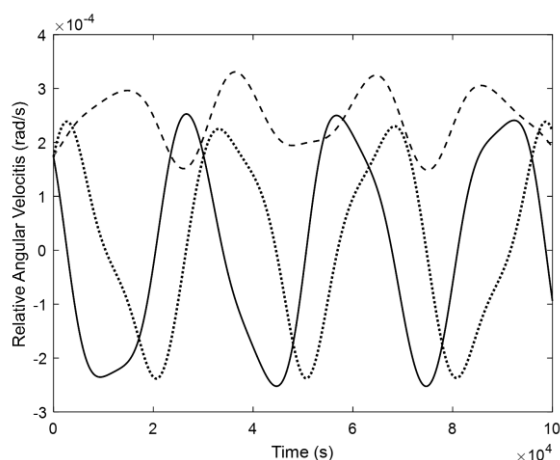
**Fig. 4** Angular Velocities of Satellite Relative to the Orbital Reference Frame for Initial Calm Situation about the  $X_R$  (---),  $Y_R$  (⋯), and  $Z_R$  (-)



قابل مشاهده می باشد. بدین ترتیب در صورت آرام بودن شرایط وضعی اولیه ی ماهواره پیش از ورود به پنجره ی مداری می توان از کنترل وضعیت ماهواره حین تقرب صرفه نظر کرد. اما در صورتی که شرایط وضعی اولیه ی ماهواره مغشوش باشد، نمی توان کنترل وضعیت ماهواره را به پایان مانور موکول کرد. با این وجود از آن جایی که هدف از کنترل وضعیت ماهواره تنها ممانعت از ایجاد اغتشاش در موقعیت نمی باشد، بهتر است شرایط وضعی ماهواره در حین مانور به دقت کنترل شود.

همچنین به منظور تبیین شرایط وضعی ماهواره، وضعیت ماهواره در طول مانور برای دو حالت وضعی آرام و مغشوش به ترتیب در "شکل های 9 و 10" نشان داده شده است. با توجه به آرام بودن نرخ تغییرات وضعی ماهواره در شرایط آرام، به منظور بررسی شرایط پریودیک وضعیت، وضعیت ماهواره نسبت به دستگاه مرجع مداری در بازه ی زمانی 105 ثانیه رسم شده است (شکل 9). همچنین در شرایط مغشوش وضعیت، با توجه به بالا بودن نوسانات، وضعیت نسبی ماهواره در یک بازه ی زمانی 500 ثانیه ای رسم شده است. وضعیت ماهواره در مابقی بازه های زمانی برای شرایط وضعی مغشوش، تکراری از وضعیت نشان داده شده در "شکل 10" می باشد. همان طور که با دقت در "شکل 9" مشاهده می شود، تغییرات سرعت های زاویه ای نسبت به زمان با اغتشاش اندکی همراه است که وجود این اغتشاش را می توان ناشی از اغتشاش در موقعیت و سرعت مطلق ماهواره دانست. همانطور که در معادلات وضعی ماهواره بیان شد، موقعیت و سرعت مطلق ماهواره در تعیین سرعت زاویه ای دستگاه مرجع مداری نسبت به دستگاه اینرسی و در نهایت در تعیین سرعت زاویه ای دستگاه بدنی ماهواره نسبت به دستگاه مرجع مداری مؤثر می باشد.

از مهم ترین ملزومات در طراحی یک مانور، نیروی کنترلی مورد نیاز و به تبع آن سوخت مصرفی در طول مانور می باشد. "شکل 11" اندازه ی نیروی کنترلی مورد نیاز در فرآیند تقرب نهایی به موقعیت مداری هدف برای شرایط وضعی اولیه ی آرام و مغشوش نسبت به نیروی به دست آمده از معادلات مستقل از وضعیت را نشان می دهند. همچنین نیروهای کنترلی مذکور، برای وضعیت کنترل نشده در "شکل 12" نشان داده شده است. همان طور که در این نمودارها مشاهده می شود، اولاً اندرکنش شرایط وضعی و حرکت انتقالی ماهواره موجب افزایش نیروی کنترلی مورد نیاز می شود که صرف نظر از این

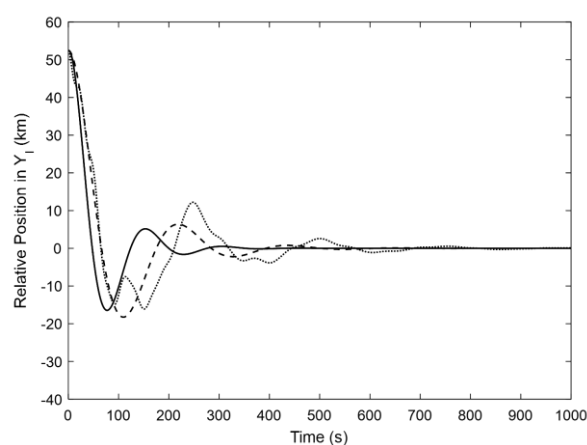


شکل 9 سرعت های زاویه ای ماهواره در شرایط وضعی آرام کنترل نشده حول

محورهای  $X_R$  (-)،  $Y_R$  (--)، و  $Z_R$  (:) می باشد.

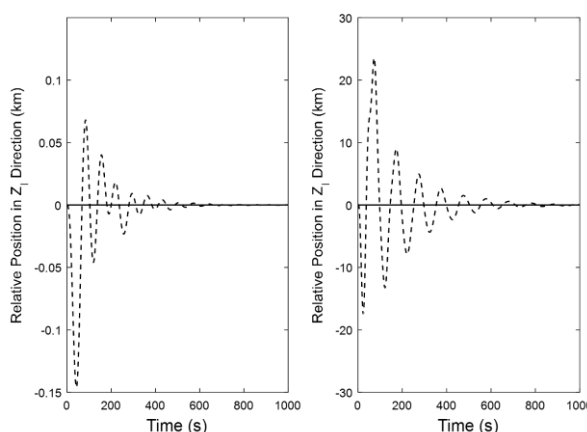
Fig. 9 Angular Velocities of Satellite about the  $X_R$  (-),  $Y_R$  (--), and  $Z_R$  (:) at Uncontrolled Calm Attitudinal Situation

استفاده از بهره های کنترلی بهینه سازی شده براساس الگوریتم بهینه سازی PSO که در جدول 5 ارائه شده اند، کنترل می شود. همچنین همان طور که در این نمودارها مشاهده می شود، کنترل وضعیت ماهواره در شرایط اولیه ی آرام با نوسانات کمتر و در زمان کوتاه تری نسبت به شرایط اولیه ی مغشوش صورت می گیرد. در موارد مذکور، وضعیت ماهواره در حین تقرب به موقعیت هدف کنترل می شود، اما چنانچه وضعیت ماهواره در حین تقرب کنترل نشود، خطای ناشی از صرفه نظر کردن اثر اغتشاشی وضعیت بر موقعیت نسبی، در وضعیت اولیه ی آرام تفاوت چندانی نسبت به حالتی که وضعیت در حال کنترل است ایجاد نمی کند اما در شرایط اولیه ی مغشوش موجب بروز خطای قابل توجهی می شود. این مطلب در "شکل های 6 تا 8" که موقعیت نسبی ماهواره نسبت به موقعیت هدف را برای معادلات دینامیک مداری مستقل از وضعیت و با اعمال اثر وضعی برای شرایط آرام و مغشوش نشان می دهند،



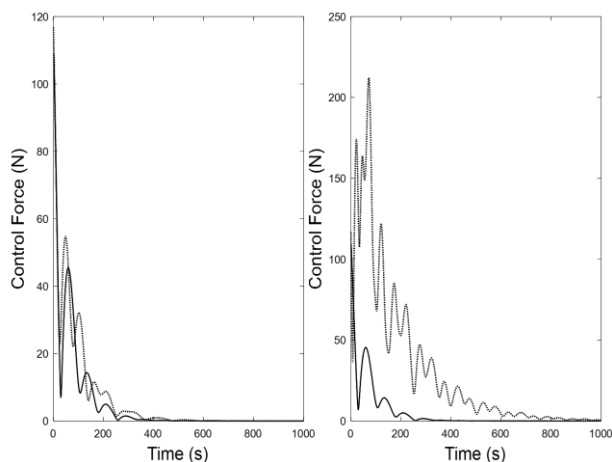
شکل 7 موقعیت نسبی ماهواره با اعمال اثر وضعی و با صرفه نظر از آن برای وضعیت کنترل نشده با به کارگیری معادلات دینامیکی مستقل (-) و معادلات کوپل با شرایط اولیه ی آرام (--) و مغشوش (:) در راستای  $Y_1$

Fig. 7 Relative Position of Satellite by Application of Decoupled (-) and Coupled Dynamics for Calm (--) and Confused (:) Initial Situations in Direction of  $Y_1$  at the Uncontrolled Attitudinal Situation



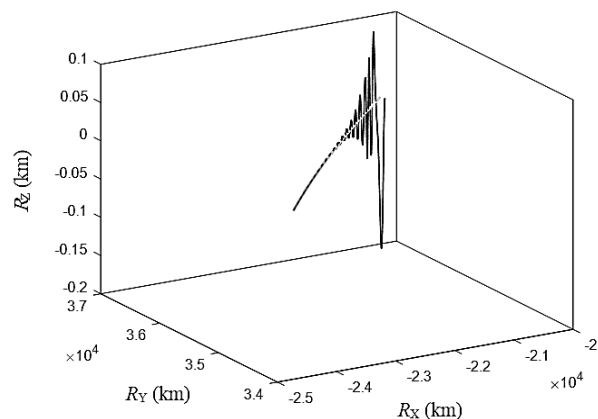
شکل 8 موقعیت نسبی ماهواره با اعمال اثر وضعی و با صرفه نظر از آن برای وضعیت کنترل نشده با به کارگیری معادلات دینامیکی مستقل (-) و معادلات کوپل (--) با شرایط اولیه ی آرام (سمت چپ) و مغشوش (سمت راست) در راستای  $Z_1$

Fig. 8 Relative Position of Satellite by Application of Decoupled (-) and Coupled Dynamics for Calm (left hand) and Confused (right hand) Initial Situations in Direction of  $Z_1$  at the Uncontrolled Attitudinal Situation



شکل 12 نیروی کنترلی به دست آمده جهت کنترل موقعیت ماهواره از معادلات دینامیکی کوپل (:) نسبت به معادلات دینامیکی مستقل از وضعیت (-) برای شرایط وضعی کنترل نشده آرام (سمت چپ) و مغشوش (سمت راست)

Fig. 12 Control Force for Position Control of the Satellite from Coupled (:) and Decoupled (-) Dynamics for Initial Calm (left hand) and Confused (right hand) Attitudinal Situation



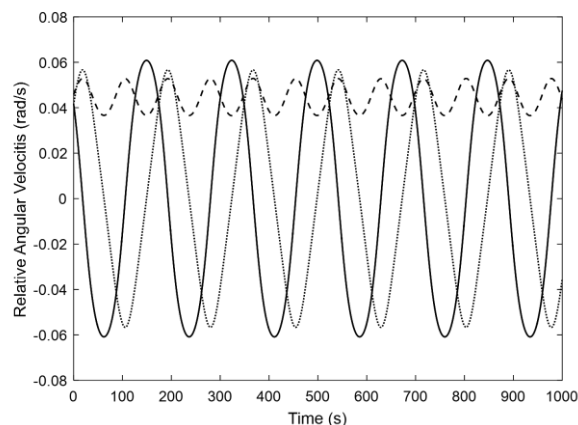
شکل 13 موقعیت ماهواره در فضا

Fig. 13 Satellite Position in Space

دست یافت. بدین ترتیب موقعیت و وضعیت اولیه ماهواره در آغاز مانور و ورود به پهنجری مداری به دست خواهد آمد.

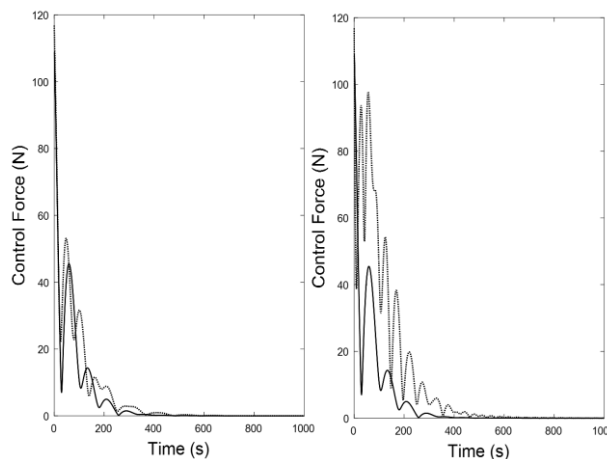
## 6- جمع بندی

در سال های اخیر طراحی آرایش پروازی ماهواره ها و سیستم های فضایی مبتنی بر الگوریتم هایی بهینه با بیشترین قابلیت اطمینان موضوع بسیاری از پژوهش های فضایی بوده است. با توجه محدودیت های مداری، کشورها تلاش می کنند تا بیشترین بهره برداری را از موقعیت های مداری خود داشته باشند. در این میان یکی از مهم ترین فازها در طراحی آرایش پروازی، طراحی الگوریتمی مناسب به منظور قرارگیری ماهواره ای جدید در موقعیت مداری از پیش تعیین شده می باشد. به منظور تدوین چنین الگوریتمی لازم است موقعیت لحظه ای ماهواره با حداکثر دقت قابل دستیابی شبیه سازی شود. بنابراین نیاز به استخراج معادلاتی که حداکثر دقت را داشته باشند از الزامات اولیه ای این طراحی می باشد. در این پژوهش موقعیت و وضعیت ماهواره در فرآیند تقرب به موقعیت هدف با وضعیتی مطلوب و با حداکثر دقت و بدون ساده سازی های رایج استخراج شده است. براساس این معادلات می توان تأثیر



شکل 10 سرعت های زاویه ای ماهواره در شرایط وضعی مغشوش کنترل نشده حول محوره های  $X_R$  (-),  $Y_R$  (-), و  $Z_R$  (:)

Fig. 10 Angular Velocities of Satellite about the  $X_R$  (-),  $Y_R$  (-), and  $Z_R$  (:) at the Uncontrolled Confused Attitudinal Situation



شکل 11 نیروی کنترلی به دست آمده جهت کنترل موقعیت ماهواره از معادلات دینامیکی کوپل (:) نسبت به معادلات دینامیکی مستقل از وضعیت (-) برای شرایط وضعی اولیه آرام (سمت چپ) و مغشوش (سمت راست)

Fig. 11 Control Force for Position Control of the Satellite from Coupled (:) and Decoupled (-) Dynamics for Initial Calm (left hand) and Confused (right hand) Attitudinal Situation

تأثیر موجب بروز خطا در تعیین نیروی کنترلی مورد نیاز خواهد شد. ثانیاً در هر دو حالت، شرایط وضعی مغشوش موجب افزایش نیروی کنترلی شده است که این افزایش برای شرایط وضعی مغشوش کنترل نشده به مراتب بیشتر از شرایط وضعی آرام کنترل نشده می باشد. بنابراین ایجاد شرایط وضعی آرام پیش از آغاز مانور، از کنترل هم زمان وضعیت در حین مانور بسیار مهم تر است.

"شکل 13" موقعیت لحظه ای ماهواره در حین مانور در فضا را نشان می دهد. این ماهواره با وضعیت اولیه آرام وارد پهنجری مداری می شود و پس از آن در طول مانور، شرایط وضعی ماهواره براساس قانون کنترلی بهینه PD کنترل می شود. با استفاده از مسیر حرکت ماهواره و تعیین دقیق موقعیت سایر ماهواره ها و حفظ فاصله ای مناسب از مسیر حرکت ماهواره، می توان الگوریتمی برای تقرب به موقعیت هدف تعریف شده در مأموریت تدوین نمود. از سوی دیگر با توجه به موقعیت ماهواره و مسیر طی شده در حین مانور، می توان به موقعیت و وضعیت مناسب در اطراف پهنجری مداری

- formation-flying GNC system for the DARWIN interferometer, *Modeling and Systems Engineering for Astronomy*, Vol. 5497, pp. 28-38, 2004.
- [5] M. Navabi, M. Barati, Dynamics modeling of spacecraft formation flying and evaluating the models accuracy under the effects of relative distance, eccentricity and earth gravitational perturbation, *Journal of Space Science & Technology (JSST)*, Vol. 5, No. 1, pp. 51-59, 1391. (in Persian)
- [6] M. Navabi, M. Barati, H. B. Khamseh, A comparative study of dynamics models for satellite formation flying-Cartesian ordinary differential equations description, *Proceeding of Recent Advances in Space Technologies (RAST)*, 5th International Conference on, IEEE, pp. 829-832, 2011.
- [7] M. Navabi, M. Barati, H. Bonyan, Algebraic orbit elements difference description of dynamics models for satellite formation flying, *Proceeding of Recent Advances in Space Technologies (RAST)*, 6th International Conference on, IEEE, pp. 277-280, 2013.
- [8] G. Inalhan, M. Tillerson, J. P. How, Relative dynamics and control of spacecraft formations in eccentric orbits, *Journal Of Guidance, Control, and Dynamics*, Vol. 25, No. 1, pp. 48-59, 2002.
- [9] R. G. Melton, Time-explicit representation of relative motion between elliptical orbits, *Journal of Guidance, Control, and Dynamics*, Vol. 23, No. 4, pp. 604-610, 2000.
- [10] D. W. Gim, K. T. Alfriend, The state transition matrix of relative motion for the perturbed non-circular reference orbit, *Proceedings of the 11 th Annual AAS/AIAA Space Flight Mechanics Meeting*, Santa Barbara, pp. 913-934, 2001.
- [11] J. Marsden, W. Koon, R. Murray, J. Masdemont, J2 dynamics and formation flight, *Proceedings of AIAA Guidance, Navigation, and Control Conference*, Montreal: August, AIAA, Vol. 4090, 2001.
- [12] H. Schaub, K. T. Alfriend, J 2 invariant relative orbits for spacecraft formations, *Celestial Mechanics and Dynamical Astronomy*, Vol. 79, No. 2, pp. 77-95, 2001.
- [13] K. T. Alfriend, H. Schaub, Dynamic and control of spacecraft formations: challenges and some solutions, *Journal of Astronautical Sciences*, Vol. 48, No. 2, pp. 249-267, 2000.
- [14] T. Carter, M. Humi, Clohessy-Wiltshire equations modified to include quadratic drag, *Journal of Guidance, Control, and Dynamics*, Vol. 25, No. 6, pp. 1058-1063, 2002.
- [15] D. J. Scheeres, F. Y. Hsiao, N. Vinh, Stabilizing motion relative to an unstable orbit: applications to spacecraft formation flight, *Journal of Guidance, Control, and Dynamics*, Vol. 26, No. 1, pp. 62-73, 2003.
- [16] S. G. Kim, J. L. Crassidis, Y. Cheng, A. M. Fosbury, J. L. Junkins, Kalman filtering for relative spacecraft attitude and position estimation, *Journal of Guidance, Control, and Dynamics*, Vol. 30, No. 1, pp. 133-143, 2007.
- [17] W. Clohessy, Terminal guidance system for satellite rendezvous, *Journal of the Aerospace Sciences*, Vol. 27, No. 9, pp. 653-658, 2012.
- [18] T. Carter, M. Humi, Fuel-optimal rendezvous near a point in general Keplerian orbit, *Journal of Guidance, Control, and Dynamics*, Vol. 10, No. 6, pp. 567-573, 1987.
- [19] N. J. Kasdin, P. Gurfil, E. Kolumen, Canonical modelling of relative spacecraft motion via epicyclic orbital elements, *Celestial Mechanics and Dynamical Astronomy*, Vol. 92, No. 4, pp. 337-370, 2005.
- [20] H. Pan, V. Kapila, Adaptive nonlinear control for spacecraft formation flying with coupled translational and attitude dynamics, *Proceedings of the 40th IEEE Conference on Decision and Control*, IEEE, Florida, USA, pp. 2057-2062, 2001.
- [21] S. R. Ploen, F. Y. Hadaegh, D. P. Scharf, Rigid body equations of motion for modeling and control of spacecraft formations. Part 1: Absolute equations of motion, *Proceeding of, IEEE*, pp. 3646-3653.
- [22] S. Segal, P. Gurfil, Effect of kinematic rotation-translation coupling on relative spacecraft translational dynamics, *Journal of Guidance, Control, and Dynamics*, Vol. 32, No. 3, pp. 1045-1050, 2009.
- [23] M. Navabi, M. R. Akhloumadi, Nonlinear optimal control of orbital rendezvous problem for circular and elliptical target orbit, *Modares Mechanical Engineering (MME)*, Vol. 15, No. 12, pp. 132-142, 1394. (in Persian)
- [24] M. Navabi, M. R. Akhloumadi, Nonlinear optimal control of space docking and rendezvous problem, *Journal of Space Science & Technology (JSST)*, Vol. 8, No. 3, pp. 27-40, 1394. (in Persian)
- [25] P. Fortescue, G. Swinerd, J. Stark, *Spacecraft Systems Engineering*, Third Edition, pp. 49-62, England: John Wiley & Sons Ltd., 2005.
- [26] M. Beglari, *Control of Geostationary Satellite in the Approach Phase of the GEO Orbit*, Ms Thesis, Department of Aerospace Engineering, University of Tehran, 1395. (in Persian)
- [27] B. N. Agrawal, *Design of geosynchronous spacecraft*, Second Edition, pp. 106-115, United States of America: International Telecommunications Satellite Organization, 1986.
- [28] M. J. Sidi, *Spacecraft Dynamics and Control: A Practical Engineering Approach*, Second Edition, pp. 22-111: Cambridge university press, 1997.
- [29] W. Fehse, *Automated Rendezvous and Docking of Spacecraft*, Third Edition, pp. 424-428, New York: Cambridge university press, 2003.
- [30] P. H. Zipfel, *Modeling and Simulation of Aerospace Vehicle Dynamics*, Second Edition, pp. 165-197, Reston, Virginia: American Institute of Aeronautics and Astronautics, Inc., 2000.
- [31] A. G. Sahebi, *Guidance Algorithm Development and 6DOF Control in Final Rendezvous Phase with Uncooperative Target*, Ms Thesis, Department of

متقابل موقعیت و وضعیت ماهواره بر یکدیگر را در مانورها و شرایط گوناگون بررسی کرد.

در این مقاله به‌طور ویژه کیفیت اثرگذاری وضعیت بر موقعیت نسبی در فرآیند تقرب از موقعیتی در نزدیکی پنجره‌ی مداری تا موقعیت هدف بررسی شده است. با توجه به نتایج ارائه شده، لازم است وضعیت ماهواره پیش از ورود به پنجره‌ی مداری با دقتی هر چند اندک به‌طور نسبی کنترل و ماهواره با شرایط نسبتاً آرامی وارد مانور شود. بدین ترتیب موقعیت ماهواره در فرآیند تقرب به موقعیت هدف خطای اندکی نسبت به موقعیت به‌دست آمده از معادلات مستقل از وضعیت خواهد داشت. بنابراین در چنین شرایطی می‌توان موقعیت ماهواره را براساس معادلات مستقل از وضعیت تعیین نمود.

مسیر تقرب ماهواره به موقعیت تعیین شده در مأموریت باید به‌گونه‌ای باشد که با سایر ماهواره‌های موجود در پنجره‌ی مداری فاصله‌ی مناسبی داشته باشد تا تهدیدی برای مأموریت هیچ یک از اجزاء این ناوگان فضایی ایجاد نکند. بدین ترتیب نوع معادلات مورد استفاده در مدل‌سازی فرآیند تقرب ماهواره به موقعیت هدف، براساس شرایط حاکم در پنجره‌ی مداری، اعم از وضعیت اولیه‌ی ماهواره، وجود ماهواره‌های دیگر، تراکم ناوگان فضایی، موقعیت سایر فضاپیماها نسبت به ماهواره‌ی مورد بررسی و سایر عوامل تأثیرگذار تعیین می‌شود.

ابتدا مسیر تقرب ماهواره به موقعیت هدف با به‌کارگیری معادلات کوپل و با حداکثر دقت قابل دست‌یابی شبیه‌سازی می‌شود. در صورت تراکم ماهواره‌ها در پنجره‌ی مداری و به خطر افتادن مأموریت هر یک از فضاپیماها، استفاده از معادلات موقعیت نسبی کوپل‌شده با معادلات وضعیت الزامی است. اما در صورتی که ماهواره فضای عملیاتی مناسب برای انجام مانورهای موردنظر داشته باشد و خطای ناشی از صرف‌نظر کردن از اندرکنش معادلات حرکت انتقالی و وضعی ماهواره تهدیدی برای مأموریت هیچ یک از فضاپیماها ایجاد نکند، پردازشگر ماهواره می‌تواند از معادلات انتقالی مستقل از وضعیت استفاده کند. موقعیت نسبی فضاپیماهای موجود در پنجره‌ی مداری نسبت به ماهواره‌ی مورد بررسی تعیین کننده‌ی دقت موردنیاز در شبیه‌سازی‌های دینامیکی می‌باشد.

موقعیت و وضعیت ماهواره در حین فرآیند براساس قانون کنترلی بهینه‌ی PD کنترل شده است. همچنین با توجه به جامعیت معادلات و عدم اعمال ساده‌سازی‌ها و خطی‌سازی‌های مرسوم، معادلات به‌دست آمده، قابلیت استفاده در مانورها و مأموریت‌های گوناگون فضایی از جمله ملاقات‌های فضایی را دارا می‌باشند. اگرچه به‌منظور بررسی دقیق‌تر اثر وضعی ماهواره بر موقعیت نسبی آن هیچ‌گونه اغتشاشی در شبیه‌سازی‌ها صورت نگرفته، اما در استخراج معادلات اصلی ترم‌های اغتشاشی نیز درنظر گرفته شده است که با اعمال اغتشاشات مؤثر بر ماهواره، می‌توان به طراحی دقیق‌تر آرایش پروازی ماهواره و سایر ماهواره‌های موجود در ناوگان فضایی پرداخت.

## 7- مراجع

- [1] G. Krieger, A. Moreira, H. Fiedler, I. Hajnsek, M. Werner, M. Younis, M. Zink, TanDEM-X: A satellite formation for high-resolution SAR interferometry, *IEEE Transactions on Geoscience and Remote Sensing*, Vol. 45, No. 11, pp. 3317-3341, 2007.
- [2] W. Fowler, S. Bettadpur, B. Tapley, Mission planning for the twin GRACE satellites, *Proceeding of AAS/AIAA Space Flight Mechanics Meeting*, Paper AAS 00-164, Clearwater, Florida, 2000.
- [3] C. Dunn, W. Bertiger, G. Franklin, I. Harris, G. Kruizinga, T. Meehan, S. Nandi, D. Nguyen, T. Rogstad, J. B. Thomas, The instrument on NASA's GRACE mission: augmentation of GPS to achieve unprecedented gravity field measurements, 2002.
- [4] C. Beugnon, B. Calvel, S. Boulade, F. Ankersen, Design & modelling of the

[32] R. L. Haupt, S. E. Haupt, *Practical Genetic Algorithms*, Second Edition, pp. 187-195, New Jersey: John Wiley & Sons, Inc. Publication, 2004.

Aerospace Engineering, Sharif University of Technology, 1389. (in Persian فارسی)